

Tutorial for CF862D

有一个长度为 n ($2 \leq n \leq 1000$) 的 01 串 (未知), 保证至少有一个 1 和一个 0, 你可以构造任意的字符串, 然后人机会交互地 (最多15次) 回答该串与原串的编辑距离 (该串与原串不同位置的个数). 求原串的任意一个 0 下标 和 1 下标.

1.考虑询问一个全 0 串, 得到的编辑距离 c_1 是 原串中 1 的个数

2.我们容易想到二分查找下标是相邻的 01 的区域, 开始我们是区间 $[1, n]$, 设二分位置为 mid , 我们让 mid 之前全为 0, 让 mid 之后全为 1, 得到编辑距离 c_2 , 设 $len = n - mid$. $[1, mid]$ 的 1 的个数是 x , $[mid + 1, r]$ 的 1 个数是 y
这样对于 c_2 , 在 mid 之前对它的贡献就是 x , 在 mid 之后对它的贡献 $len - y$

$$\begin{cases} x + (len) - y = c_2 \\ x + y = c_1 \end{cases}$$

$$x = \frac{c_1 + c_2 - len}{2}, y = c_1 - x$$

3.推广到一般情况, 我们现在得到一个区间 $[l, r]$, 维护 $[1, l - 1]$ 中 1 的个数是 $sumL$, $[r + 1, n]$ 中 1 的个数是 $sumR$, 于是得到

$$\begin{aligned} x &= \frac{c_1 + c_2 - len}{2} - sumL, \\ y &= c_1 - (x + sumL) - sumR \end{aligned}$$

4.最后我们只需要在二分的时候判断应该往哪边二分, 同时根据哪个区域是全1, 哪个区域是全0, 来记录0和1的下标. 由于至少包含一个01区域, 所以不存在二分无解的情况.

时间复杂度 $\log(n)$. 空间复杂度 $O(1)$.

```

int l = 1, r = n;
int c1 = query(make(n));
int pos0 = -1, pos1 = -1;
int sumL = 0, sumR = 0;
while (l < r){
    int mid = l+r >> 1;
    int c2 = query(make(mid));
    int len = n - mid;
    int x = (c1+c2-len)/2-sumL;
    int y = c1-(x+sumL)-sumR;
    int L1 = mid-l+1, L2 = r-mid;
    assert(x >= 0);
    assert(y >= 0);
    assert((c1+c2-len)%2==0);
    if (y == 0) pos0 = mid+1;
    if (y == L2) pos1 = mid+1;
    if (x == 0) pos0 = mid;
    if (x == L1) pos1 = mid;

    if (x > 0 && L1 != x){
        sumR += y;
        r = mid;
    } else if (y > 0 && L2 != y){
        sumL += x;
        l = mid+1;
    } else if (x == 0){
        l = mid+1;
    } else if (x == L1){
        sumL += x;
        l = mid+1;
    } else if (y == 0){
        r = mid;
    } else {
        sumR += y;
        r = mid;
    }
}

```

