附表：$\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(1.64)=0.95$，$\Phi(2)=0.9772$，$t_{0.05}(15)=1.7531$，$t_{0.05}(16)=1.7459$

$t_{0.025}(15)=2.1315$, $t_{0.025}(16)=2.1199$

一、简答题

1. 将 4 封信放入 4 个邮筒，求恰好有 2 个邮筒为空的概率.

2. 设 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，求 $P(|X-\mu|>\sigma)$.（用标准正态分布的分布函数$\Phi(.)$表示）

3. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{a^3}x^2, & 0<x<a \\ 0, & 其他\end{cases}$，且 $P(X>1)=7/8$. 确定常数 a.

4. 若随机变量 X 和 Y 互相独立，则由 X 和 Y 的边缘分布__________（填：一定、不一定、一定不）能确定其联合分布.

5. 已知随机变量 X 和 Y 独立同分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=3\}=0.2$, $P\{X=2\}=0.6$，求 $D(X-Y)$.

6. 设总体 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$，X_1, X_2,…, X_6 是来自总体 X 的一个简单随机样本，$Y=\frac{X_1+X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}$，则 a 取何值时，aY 服从 $t(4)$分布.

7.设总体 $X \sim U(\theta,2\theta)$，其中$\theta>0$ 未知，$X_1, X_2, \dots, X_n$ 为取自该总体的一个样本，$\bar{X}$ 为样本均值, 则 a 取何值时，$\hat{\theta}=a\bar{X}$ 是参数θ的无偏估计.

8.. 在假设检验问题中，（1）原假设 H_0 真，但不被接受，这种判断错误称为第_________类错误？（2）原假设 H_0 为假，但被接受，这种判断错误又称为第_________类错误？

9.在假设检验中，两类错误的概率的和__________（填：一定，不一定）等于1.

二、设甲、乙、丙三人独立的向同一飞行目标各射击一次，击中的概率分别为 0.4，0.5，0.8. 如果只有一人击中目标，则目标被击落的概率为 0.3；如果有两人击中目标，则目标被击落的概率为 0.6；如果三人都击中目标，则目标一定被击落.　求目标被击落的概率.

三、1. 设 $X \sim f(x)=\begin{cases}100/x^2, & x>100\\ 0, & 其他\end{cases}$（1）求 X 的分布函数；（2）计算概率 $P(X\le 200)$，$P(X>300)$.

2. 设随机变量 X 服从数学期望为 λ 的指数分布. 令 $Y=1-e^{-\frac{1}{\lambda}X}$，求 Y 的概率密度函数.

四、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} cye^{-x}, & x>0, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

1. 求常数 c 的值.
2. 求 X 和 Y 的边缘概率密度函数，判断 X 和 Y 是否相互独立并说明理由.
3. 求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

五、一食品店有 A、B、C 三种蛋糕出售，其价格分别为 10 元、15 元、20 元. 根据经验，顾客进店后选择这三种蛋糕的概率分别为 0.3、0.4、0.3. 某天售出了 375 只蛋糕，求蛋糕收入至少是 5775 元的概率.

六、1. 给出两个随机变量 X 和 Y 独立以及不相关的定义，并叙述独立与不相关之间的关系.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 记 $Y=X^2$，求 $Cov(X,Y)$，$D(X+Y)$.

七、总体 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\theta e^{\theta}x^{-(\theta+1)}, & x>e\\ 0, & 其它\end{cases}$，其中 $\theta>1$ 为未知参数. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1, x_2, \ldots, x_n$ 为相应的样本观测值.

1. 求参数 θ 的矩估计量； 2.求参数 θ 的最大似然估计量；3. 求 EX 的最大似然估计量.

八、某钢厂原工艺下钢板厚度服从正态分布 $N(40,\ 2^2)$（单位：毫米），改进工艺后，测得 16 块钢板厚度的平均值为 41. 假定方差不变，试问在显著性水平 α = 0.05 下，平均钢板厚度是否有所提高？