附表：$\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.64)=0.95$，$t_{0.05}(36)=1.6883$，$t_{0.05}(35)=1.6896$

$t_{0.025}(35)=2.0301, t_{0.025}(36)=2.0281$

一、简答题

1. 设事件 A，B，C 相互独立，且 $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$，$P(C)=\frac{1}{3}$，求$P(\bar{A}\cup\bar{B}\cup\bar{C})$.

2. 设 Y 服从期望为 1 的指数分布，求方程 $x^2+Yx+1=0$ 有实根的概率.

3. 设 X~$U(0,3)$，Y~$U(0,2)$，且 X 与 Y 相互独立，求 $P(X\le Y)$.

4. 设 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式 $P\{|X+Y|\ge 6\}\le$ __________

5. 已知某厂生产的晶体管寿命服从均值为 100 小时的指数分布，现从该厂的产品中随机抽取 64 只，假设这些晶体管的寿命是相互独立的. 利用中心极限定理计算这 64 只晶体管的寿命总和超过 7000 小时的概率. （结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(\cdot)$ 表示）

6.设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，其中 $\mu \in R$，$\sigma > 0$ 未知，$\bar{X}, S^2$ 分别是样本均值和样本方差，给定 0<α<1，则区间 $[\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) + 1, \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) + 1]$ 包含 $\theta = \mu + 1$ 的概率是 ________.

7.设总体 $X \sim N(\mu, 1)$，其中 $\mu \in R$ 未知，$x_1, \ldots, x_9$ 是总体 X 的样本值，对假设检验问题 $H_0: \mu = 2, H_1: \mu = 3$，取拒绝域 $W = \{\bar{x} \geq 2.6\}$，求该检验犯第二类错误的概率. （结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(\cdot)$ 表示）

8. 在假设检验问题中，（1）原假设 H_0 不真，但被接受，这种判断错误称为第几类错误？（2）原假设 H_0 正确，但被拒绝，这种判断错误又称为第几类错误？

二、某种产品分为正品和次品，次品不能出厂. 出厂的产品4件装一箱，检验前装入0,1,2,3,4件正品是等可能的，并以箱为单位出售. 由于疏忽，有一批产品未经检验就直接装箱出厂，某客户打开其中一箱，从中任意取出一件. 1. 求取出的一件是正品的概率；2. 若取出的是1件正品，求这一箱里没有次品的概率.

三、某仪器的工作寿命用随机变量 X 表示，且 X 服从数学期望为 2 的指数分布. 令 $Y=1-e^{-X/2}$. 1. 写出 X 的概率密度函数和分布函数；2. 证明: $P(X>s+t|X>s)=P(X>t)$，其中 $s>0$，$t>0$ 为常数；并叙述指数分布的无记忆性的含义; 3. 证明: $Y \sim U(0,1)$.

四、在袋中有 3 个球，分别标记号码 1、2、3，从中有放回地取两次，每次取一个球. 令随机变量 X 表示第一次取到的球的号码，随机变量 Y 表示两次取到的球的号码的较大值.

1. 求 X 和 Y 的联合分布律；2. 求 X 和 Y 的边缘分布律；

3. 判断 X 和 Y 是否独立；4. 求 $U=Y-X$ 的分布律.

五、总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$，$X_1, X_2,\ldots, X_6$ 是来自总体 X 的一个样本，令 $Y=\dfrac{(X_1+X_2+X_3)^2}{X_4^2+X_5^2+X_6^2}$，试判断 Y 服从什么分布（指出参数），并给出证明.

六、1. 一工厂生产的某种设备的寿命 X (以年计) 服从数学期望为 4 的指数分布，工厂规定，出售的设备若一年之内损坏可予以调换. 已知工厂售出一台设备赢利 1 万元，调换一台设备则需花费 2 万元. 试求厂方出售一台设备赢利的数学期望（单位：万元）.

2. 设（X, Y）~ $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{8}(x+y), & 0<x<2, 0<y<2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

求 1. $E(X)$, $E(Y)$, DX，DY；2. $E(XY)$, $Cov(X, Y)$, ρ_{XY}；3. $D(X+Y)$.

七、总体 X~ $f(x,\theta)=\begin{cases}(\theta-1)e^{-(\theta-1)x}, & x>0\\ 0, & 其它\end{cases}$ 其中 $\theta>1$ 为未知参数. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1, x_2, \ldots, x_n$ 为相应的样本观测值.

1. 求参数 θ 的矩估计量； 2.求参数 θ 的最大似然估计量；3. 求 $R=P(X>1)$的最大似然估计.

八、某零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， 按标准要求均值为 10.5. 今测得 36 个长度数据，计算得样本均值 $\bar{x}=11.08$，样本标准差 $s=0.516$. 问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，该零件的长度是否符合要求？