数字信号处理

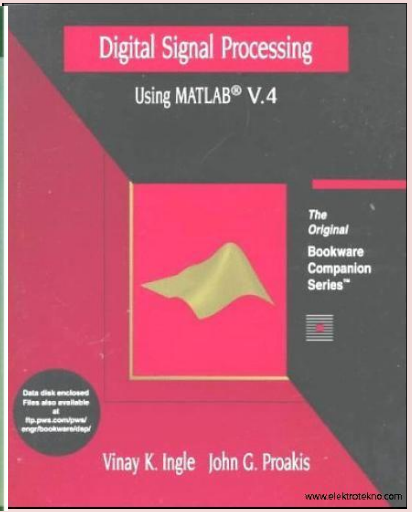
任课教师: 田春娜 (博士)

单位：西安电子科技大学 电子工程学院

Email: chnatian@xidian.edu.cn

chnatian@gmail.com

参考书籍



•高新波, 阔永红, 田春娜. 数字信号处理. 高等教育出版社, 2014.

•史林, 赵树杰. 数字信号处理. 科学出版社. 2007.

•Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer. Discrete-Time Signal Processing.电子工业出版社, 2011.

•高西全, 丁玉美. 数字信号处理及其习题解答. 西电出版社, 2008.

•Vinay K.Ingle, John G. Proakis. Digital Signal Processing Using MATLAB®. Northeastern University, 1996.

引言

- IIR或FIR数字滤波器理论设计完后，得到了滤波器的系统函数或差分方程

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{M} b_i z^{-i}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}}$$

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k)=\sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i), \qquad a_0=1$$

- 在此基础上还需要具体设计滤波器的算法结构，以便实现

引言

- **这需要考虑：**
  - 计算的效率，即完成整个滤波所需要的乘法和加法次数
  - 需要存储量
  - 滤波器系数的量化影响
  - 运算中的舍入和截断误差、饱和以及溢出等等
- **网络结构实际表示的是一种算法结构，不同的滤波器网络结构可以实现同样的系统函数**

引言

$$H_1(z) = \frac{1}{1-0.8z^{-1}+0.15z^{-2}}$$

$$H_2(z) = \frac{-1.5}{1-0.3z^{-1}} + \frac{2.5}{1-0.5z^{-1}}$$

$$H_3(z) = \frac{1}{1-0.3z^{-1}} \bullet \frac{1}{1-0.5z^{-1}}$$

$$H_1(z) = H_2(z) = H_3(z)$$

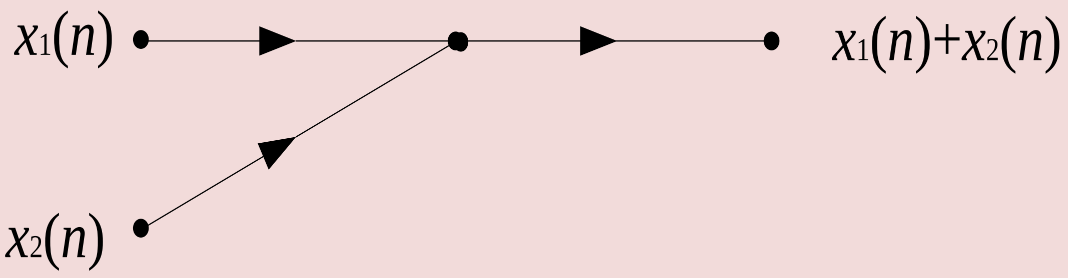
- 不同的算法/网络结构直接影响系统运算误差、运算速度以及系统的复杂程度和成本等，因此研究实现信号处理的算法是一个很重要的问题

第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.1 信号流图

- 用信号流图来表示网络结构，信号流图由节点和有向支路组成，整个运算结构完全可用一些基本运算支路组成
- 实现一个数字滤波器需要几种基本的运算单元----加法器、乘法器和单位延时



- 加法器
- 每个节点表示一个信号，每个节点处的信号称为节点变量
- 箭头表示信号流动的方向
- 和每个节点连接的有输入支路和输出支路。节点变量等于所有输入支路的末端信号之和

8.1 信号流图

- 乘法器 $x(n) \xrightarrow{a} ax(n)$
- 单位时延 $x(n) \xrightarrow{1/z} x(n\text{-}1)$
- 写在支路箭头旁边的系数***a***称为支路增益
- z^{-1}代表单位时延

第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.2 IIR数字滤波器的算法结构

- **IIR数字滤波器的系统函数如下**

$$H(z)=\frac{B(z)}{A(z)}=\frac{\sum_{n=0}^{M}b_n z^{-n}}{\sum_{n=0}^{N}a_n z^{-n}}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_M z^{-M}}{1+a_1z^{-1}+\cdots+a_N z^{-N}};a_0=1$$

其中a_0=1。如果 $N \ge M, a_k \neq 0$，这时IIR滤波器的阶数为 N

- **IIR数字滤波器的差分方程如下**

$$y(n)=\sum_{m=0}^{M}b_m x(n-m)-\sum_{m=1}^{N}a_m y(n-m)$$

IIR数字滤波器的三种算法结构

- **IIR数字滤波器的特点是无限长, 表现在信号流图中是含有反馈的支路**
- **IIR数字滤波器有三种算法结构**
  - **直接型:** 该结构分两个部分: **滑动平滑**部分和**递归**部分，根据这两部分的先后顺序可进一步分为：直接I型和直接II型
  - **级联型：** 将$H(z)$分解为若干个二阶子系统相乘的形式，每个二阶子系统都以直接型结构实现
  - **并联型:** 将$H(z)$分解为若干个二阶子系统相加的形式，每个二阶子系统都以直接型结构实现

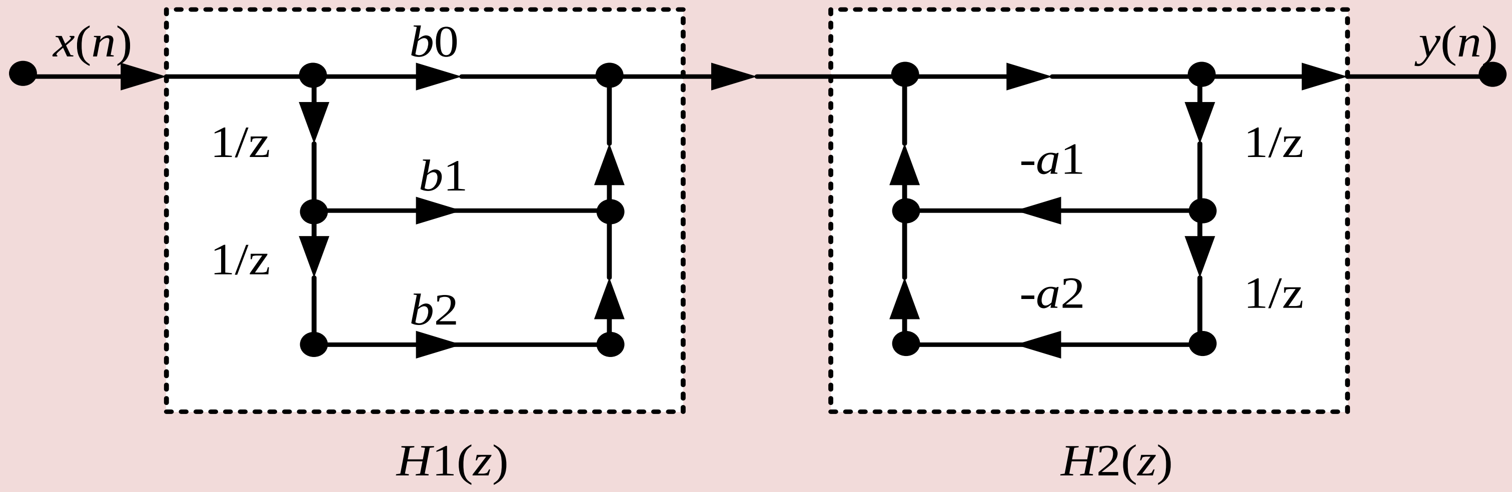
第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.2.1 直接型结构

- 由系统的差分方程或系统函数直接得到
- 用差分方程的形式来表示

$$y(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)+b_2x(n-2)$$
$$-a_1y(n-1)-a_2y(n-2)$$



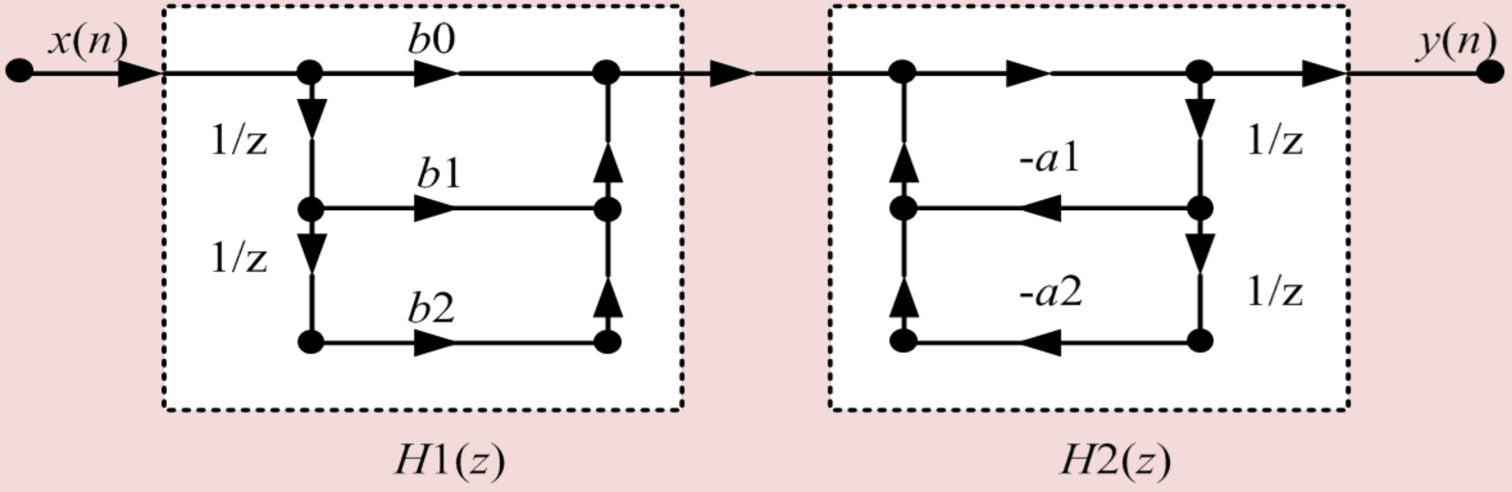
直接型 I

- ***H*(Z)可看成是*H*$_1$(Z)和*H*$_2$(Z)的乘积**

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)$$

$$H_1(z)=\sum_{i=0}^{M}b_i z^{-i} \qquad H_2(z)=\frac{1}{1+\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}$$

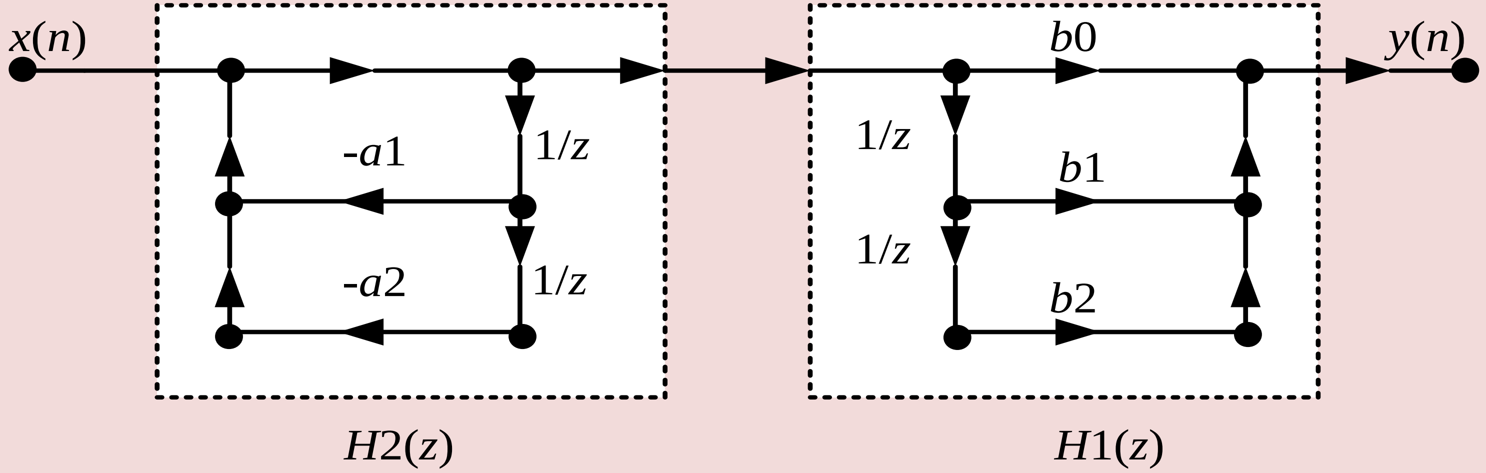
M=N=2



直接型 II

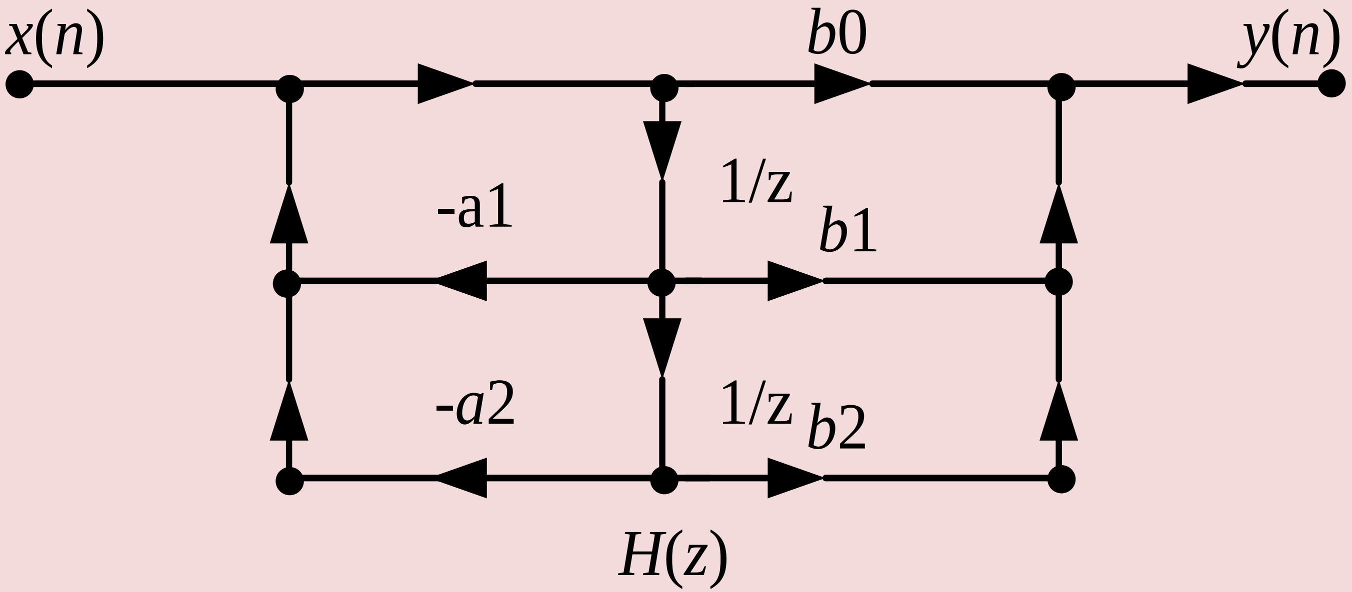
- 如果将$H_1(Z)$和$H_2(Z)$交换次序, 并不影响整个系统的特性

$$H(z)=H_1(z)H_2(z)=H_2(z)H_1(z)$$

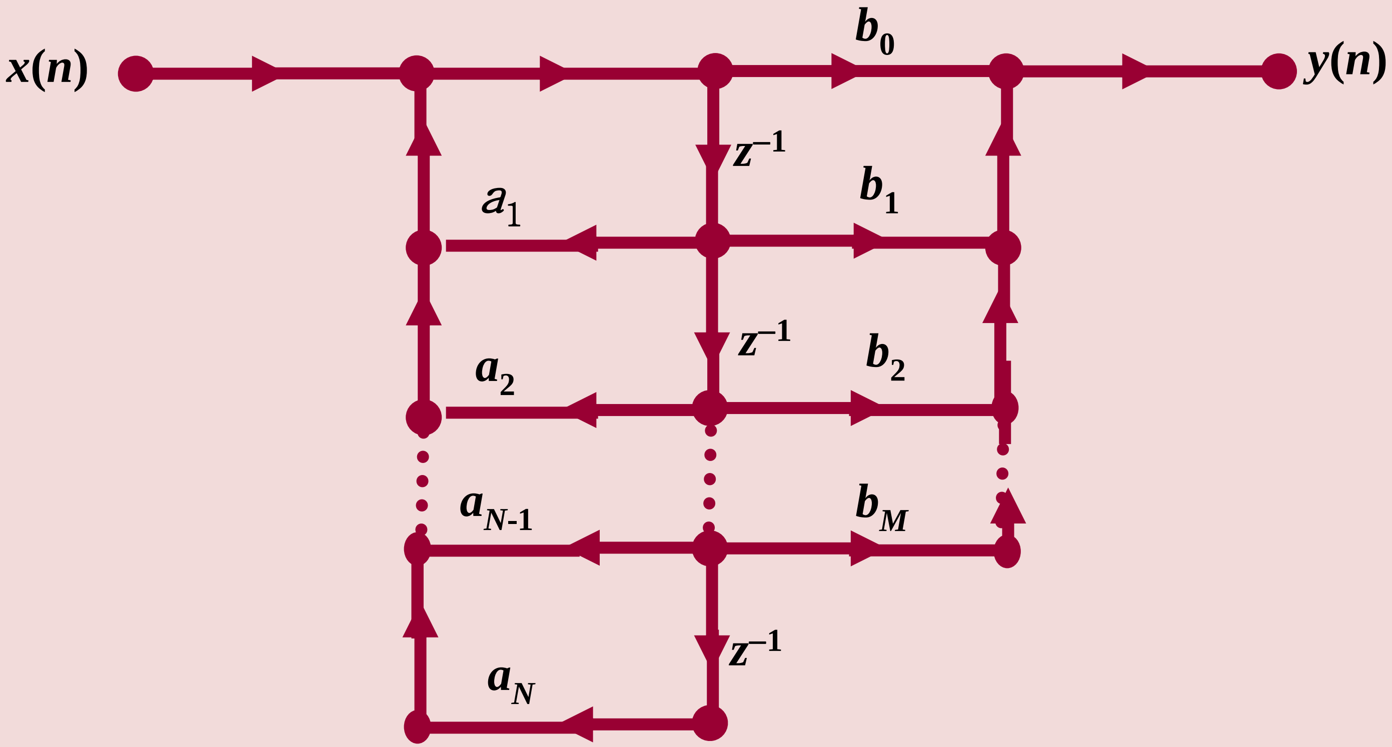


- 交换完后, 前后两支路的延迟单元可以合并，以节省延迟单元

直接型 II



直接型II



8.2.1 直接型结构

◆ 优点

- 简单直观
- 使用的延时单元少

◆ 缺点

- 改变某一个系数b_i将影响所有**零点**之值，改变某一个系数a_k将影响所有**极点**之值
- 这种结构对参数的量化非常敏感，当N较大时，由于参数量化将会导致系统的**零极点位置有较大的位移**，如果**极点的位置移到单位圆外，会引起系统的不稳定性**

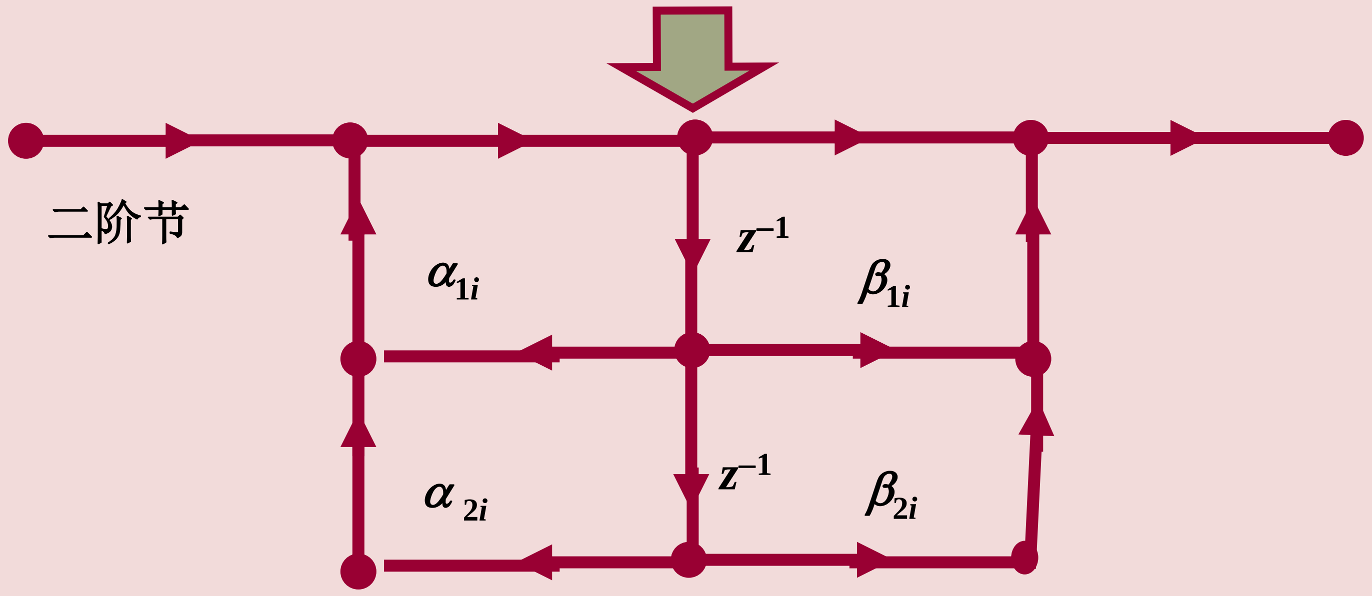
第8章 数字滤波器的算法结构

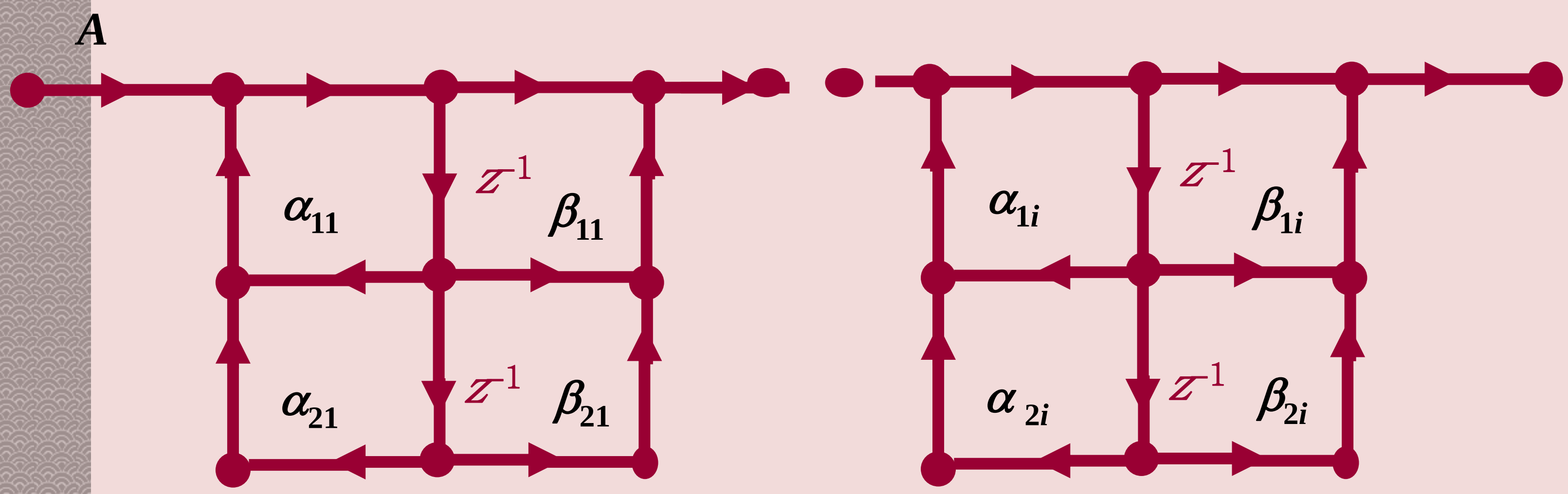
- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.2.2 级联型结构

◆ 将系统函数的分子分母进行因式分解，然后合并形成实系数二阶多项式，形成滤波器的二阶基本节连乘的形式

$$H(z) = A \cdot \prod_{i=1}^{k} \frac{1+\beta_{1i} z^{-1} + \beta_{2i} z^{-2}}{1-\alpha_{1i} z^{-1} - \alpha_{2i} z^{-2}}$$





◆每一个二阶节都只关系到滤波器的一对极点和一对零点，调整第i个子滤波器的系数，仅单独调整第i对零极点，便于准确实现滤波器零、极点，因而便于调整滤波器频率响应性能

◆灵活性好，适用于高阶滤波器

第8章 数字滤波器的算法结构

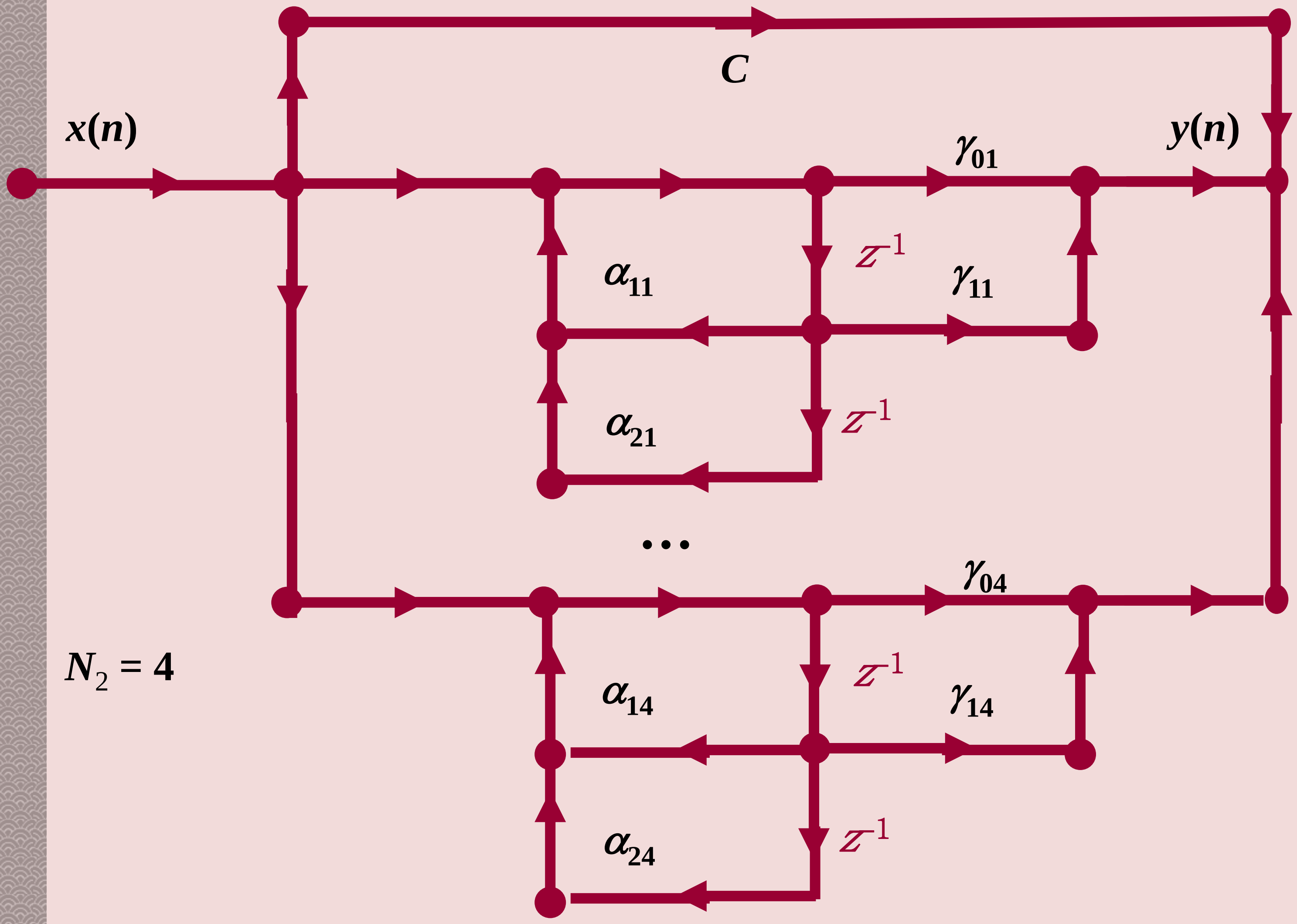
- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.2.3 并联型结构

- 将$H(Z)$展开成部分分式之和, 滤波器由:常增益支路, L个二阶子系统并联构成

$$H(z)=C+\sum_{k=1}^{N_2}\frac{\gamma_{0k}+\gamma_{1k}z^{-1}}{1-\alpha_{1k}z^{-1}-\alpha_{2k}z^{-2}}$$

$$H(z) = C + \sum_{k=1}^{N_2} \frac{\gamma_{0k} + \gamma_{1k} z^{-1}}{1 - \alpha_{1k} z^{-1} - \alpha_{2k} z^{-2}}$$



- 并联型可以用调整α_{1k}，α_{2k}的办法来调整一对极点的位置，但是不能像级联型那样单独调整零点的位置
- 并联结构中，各并联基本节的误差互相没有影响，所以比级联型的误差一般来说要稍小一些

第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.3 FIR数字滤波器的算法结构

- **FIR数字滤波器的系统函数和差分方程如下:**

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n} \qquad y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

- **FIR数字滤波器的网络结构特点是没有反馈支路，**
  算法结构分为四种
  - 直接型
  - 级联型
  - 线性相位型
  - 频率采样型

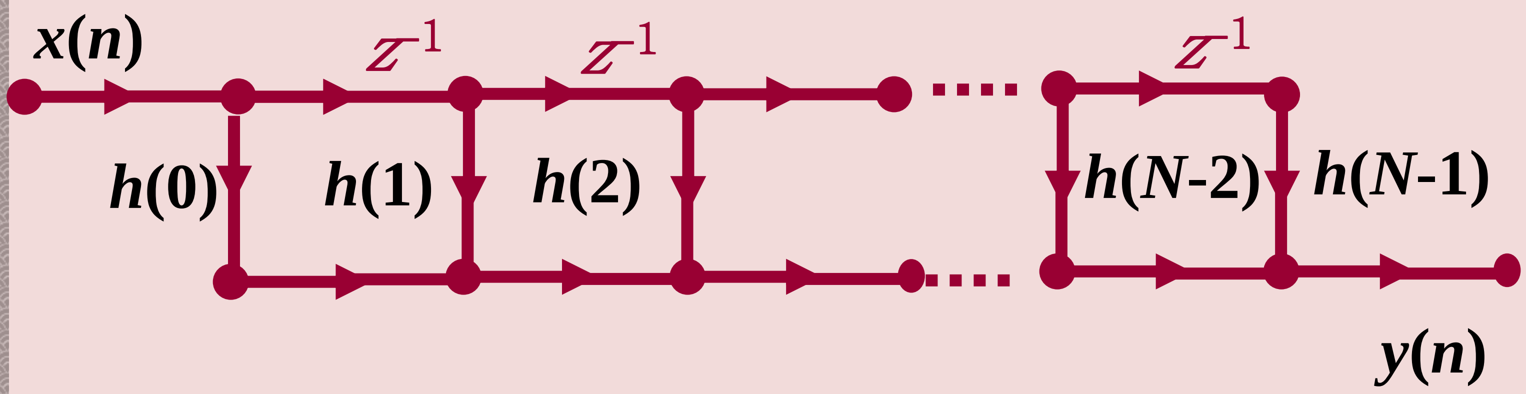
第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.3.1 直接型 (卷积型、横截型)结构

◆ 按照卷积公式直接画出，也是$x(n)$的延时链的横向结构

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$



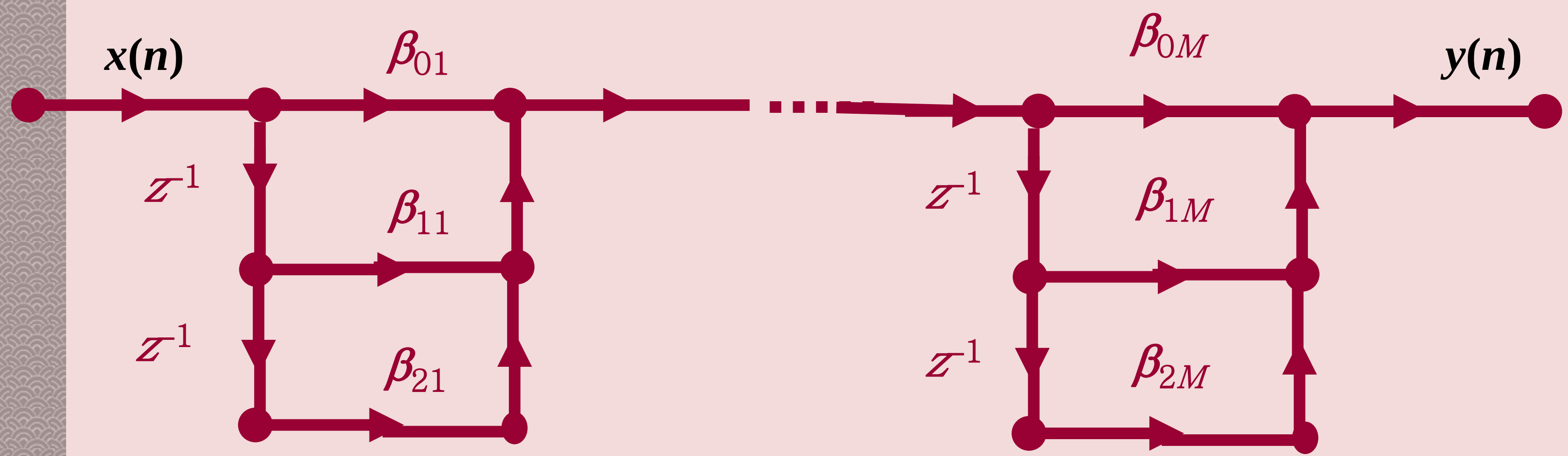
第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.3.2 级联型结构

◆ 对$H(Z)$进行因式分解，将共轭成对的零点放在一起，形成系数为实数的二阶子系统，把这些子系统级联起来就形成级联型结构

$$H(z)=\prod_{k=1}^{M}(\beta_{0k}+\beta_{1k}z^{-1}+\beta_{2k}z^{-2})$$



适用于需要控制零点的场合，但滤波器系数增多，乘法运算次数增多

第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

8.3.3 线性相位型结构

- **FIR线性相位**
  - ***h*(*n*) = *h*(*N* –1 – *n*)**   偶对称, 严格线性相位
  - ***h*(*n*) = – *h*(*N* –1 – *n*)** 奇对称, 广义线性相位

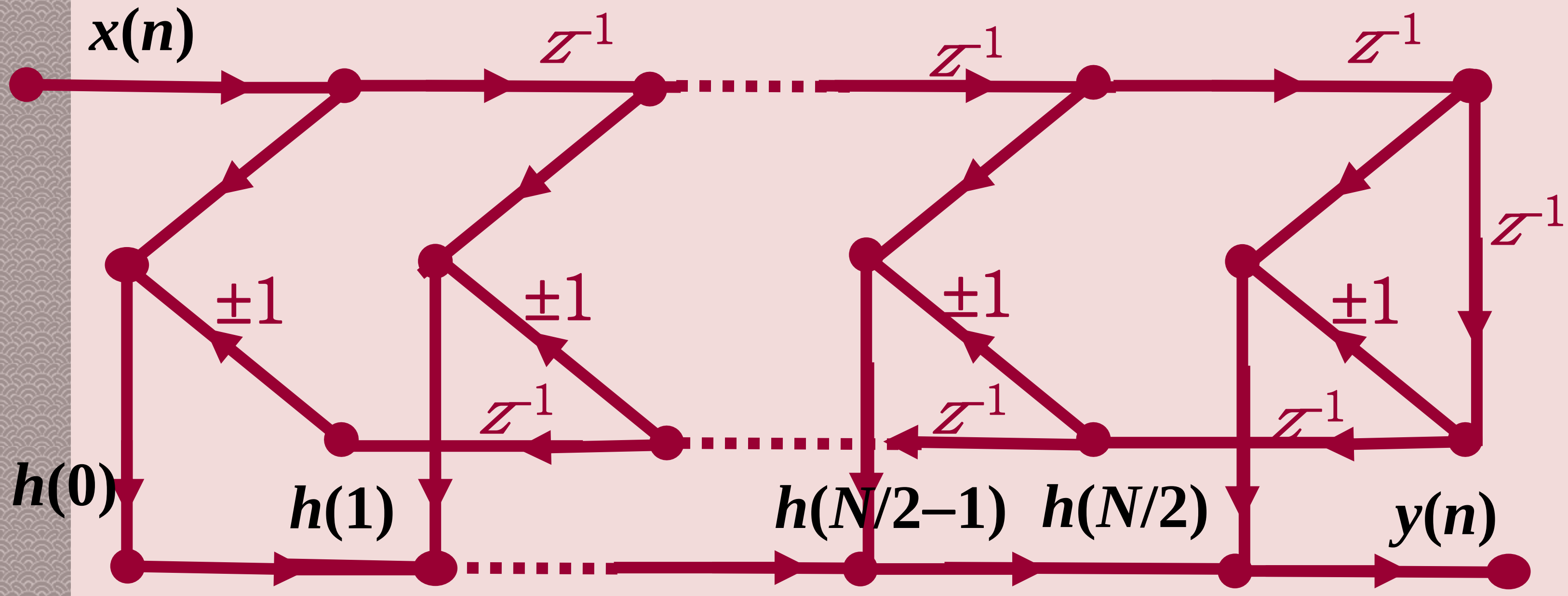
***N*偶数：** $$H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-1-n)}]$$

***N*奇数：** $$H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1}h(n)[z^{-n}\pm z^{-(N-1-n)}]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

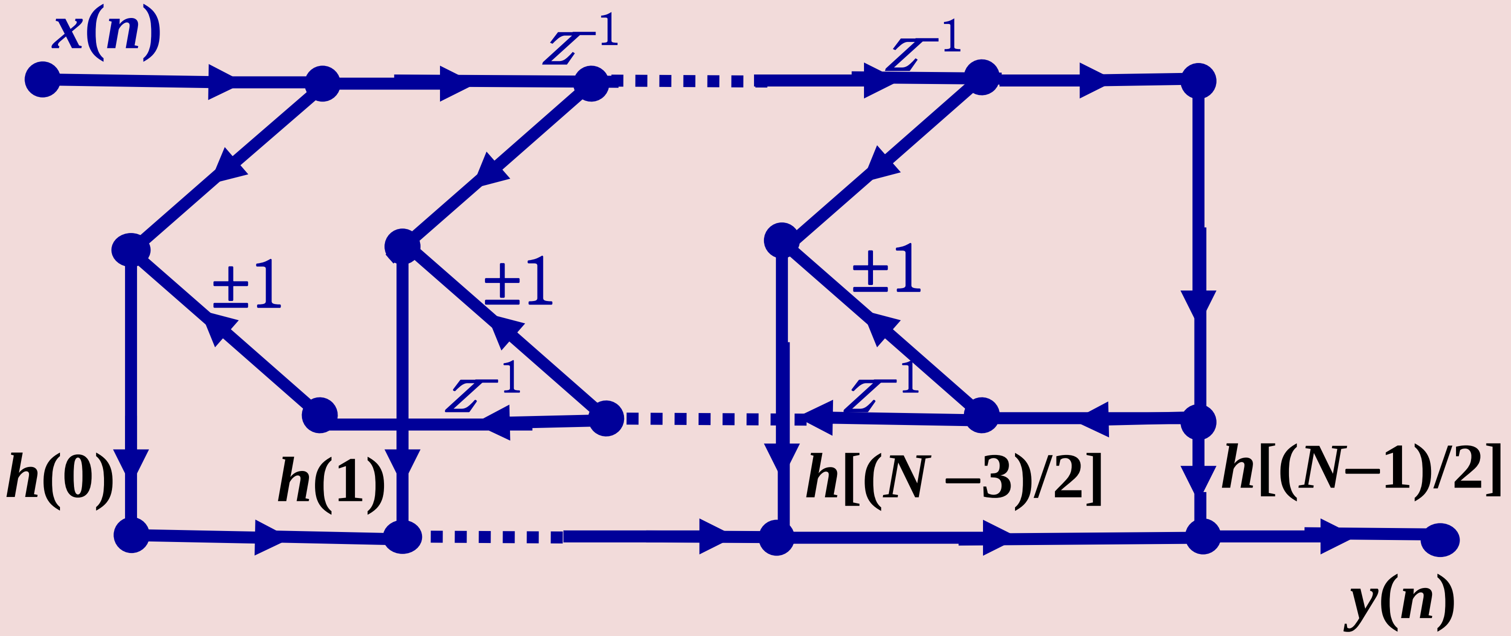
乘法次数比直接型节省一半左右

N 为偶数

$$H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}]$$



N奇数：$H(z)=\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n)[z^{-n} \pm z^{-(N-1-n)}]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$



第8章 数字滤波器的算法结构

- 8.1 信号流图
- 8.2 IIR数字滤波器的算法结构
  - 8.2.1 直接型结构
  - 8.2.2 级联型结构
  - 8.2.3 并联型结构
- 8.3 FIR数字滤波器的算法结构
  - 8.3.1 直接型
  - 8.3.2 级联型
  - 8.3.3 线性相位型
  - 8.3.4 频率采样型

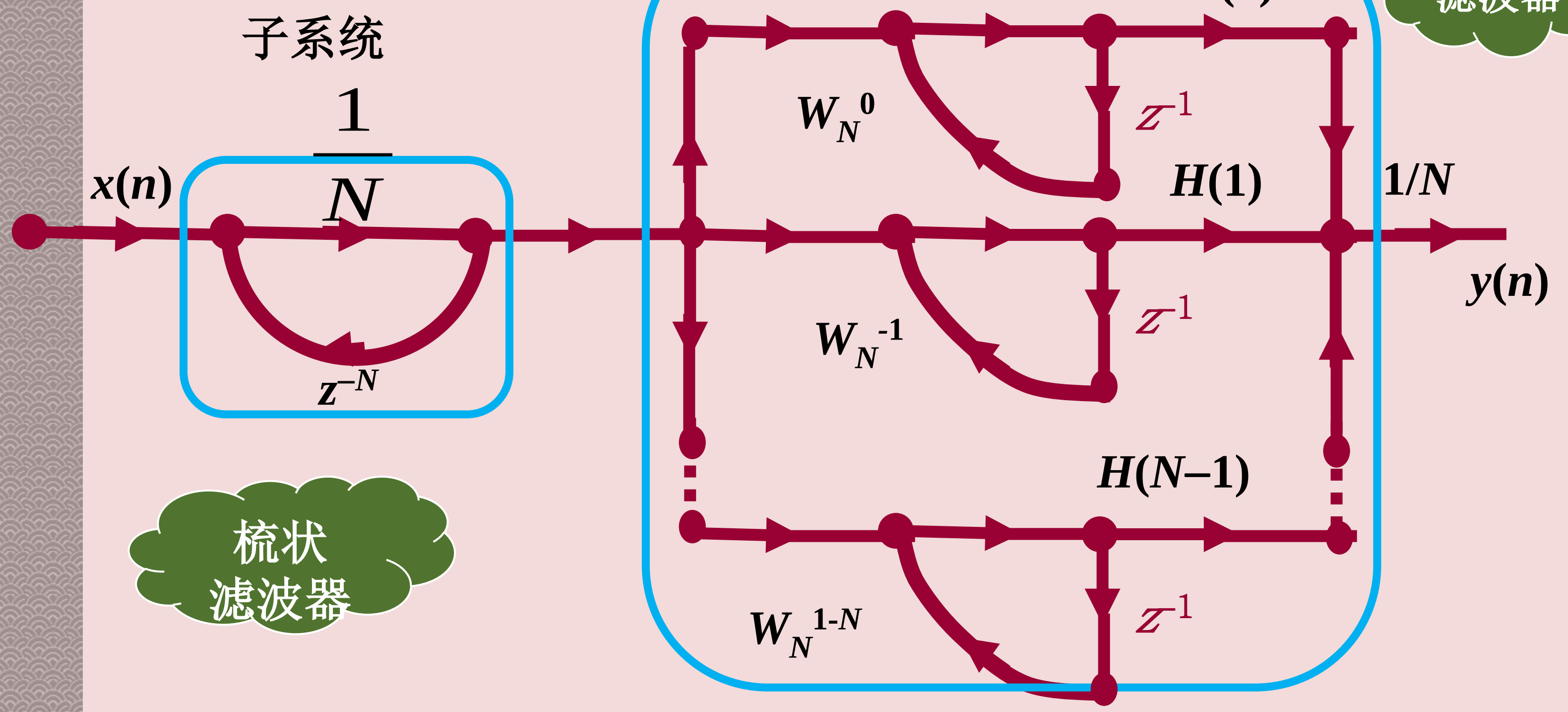
8.3.4 频率采样结构

- 根据上章中FIR数字滤波器频率采样法的基本原理可知:如果对滤波器的系统函数$H(Z)$在单位圆上等间隔采样N点，且N大于等于滤波器的单位脉冲响应长度M，那么$H(Z)$可由采样值$H(k)$通过内插公式来表示:

$$H(z)=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}\cdot z^{-1}}$$

$$H(z)=\frac{1-z^{-N}}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-W_N^{-k}\cdot z^{-1}}$$

子系统 —— 由N个一阶系统并联

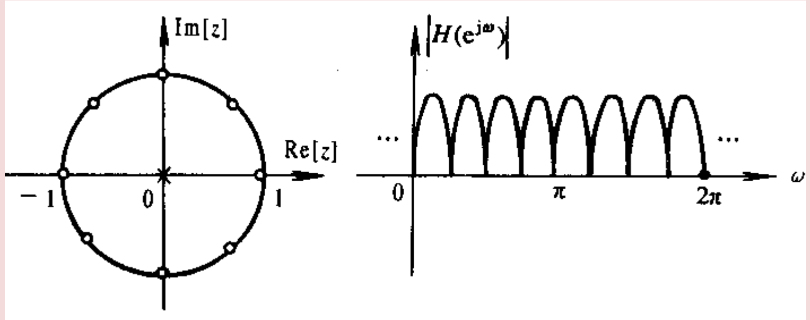


例 2.6.4 已知 $H(z) = 1-z^{-N}$，试定性画出系统的幅频特性。

解：

$$H(z)=1-z^{-N}=\frac{z^N-1}{z^N}$$

$H(z)$的极点为$z=0$，这是一个N阶极点，它不影响系统的频响。零点有N个，由分子多项式的根决定



$$z^N-1=0, z^N=e^{j2\pi k}$$

$$z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}, k=0,1,2\cdots,N-1$$

N个零点等间隔分布在单位圆上，设$N=8$，极零点分布如图2.6.5所示。当ω从零变化到2π时，每遇到一个零点，幅度为零，在两个零点的中间幅度最大，形成峰值。幅度谷值点频率为：$\omega_k=(2\pi/N)k, k=0,1,2,\ldots(N-1)$。一般将具有如图2.6.5所示的幅度特性的滤波器称为**梳状滤波器**。

- 频率抽样结构的特点：系数$H(k)$就是在 $\omega = 2\pi/N$ 处的响应，因此控制滤波器的频率响应很方便。但是结构中所乘的系数$H(k)$及W_N^{-k}都是复数，增加了乘法次数和存储量

- 子系统$1-z^{-N}$的零点为W_N^{-k}，另一个子系统的极点正好也是在$z=W_N^{-k}$上，它们位于单位圆上，并与子系统$1-z^{-N}$的零点互相抵消。这样，当系数量化时，这些极点会移动，如果移到z平面单位圆外，系统就不稳定了

- 为了克服系数量化后可能不稳定的缺点，可以将频率抽样结构做一点修正，即将所有零、极点都移到单位圆内某一靠近单位圆、半径为r（r小于或近似等于1）的圆上

$$H(z)=\frac{1-r^N z^{-N}}{N}\cdot\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H_r(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}}$$

$H_r(k)$为新抽样点上的抽样值，但是由于$r\approx 1$，因此有

$$H_r(k)=H(z)\big|_{z=rW_N^{-k}}\approx H(z)\big|_{z=W_N^{-k}}=H(k)$$

$$H(z)\approx\frac{1-r^N z^{-N}}{N}\cdot\sum_{k=0}^{N-1}\frac{H(k)}{1-rW_N^{-k}z^{-1}}$$

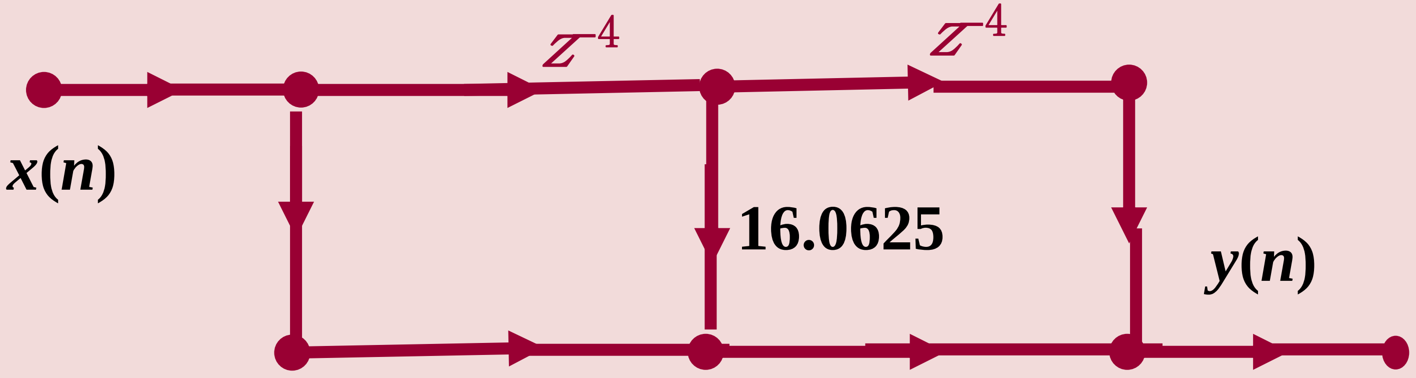
例8.3.1 设FIR滤波器的系统函数为

$$H(z)=1+\frac{17}{16}z^{-4}+z^{-8}$$

试确定其直接、线性相位和级联型结构

解：（1）直接型结构的差分方程为

$$y(n) = x(n) + 16.0675\, x(n-4) + x(n-8)$$

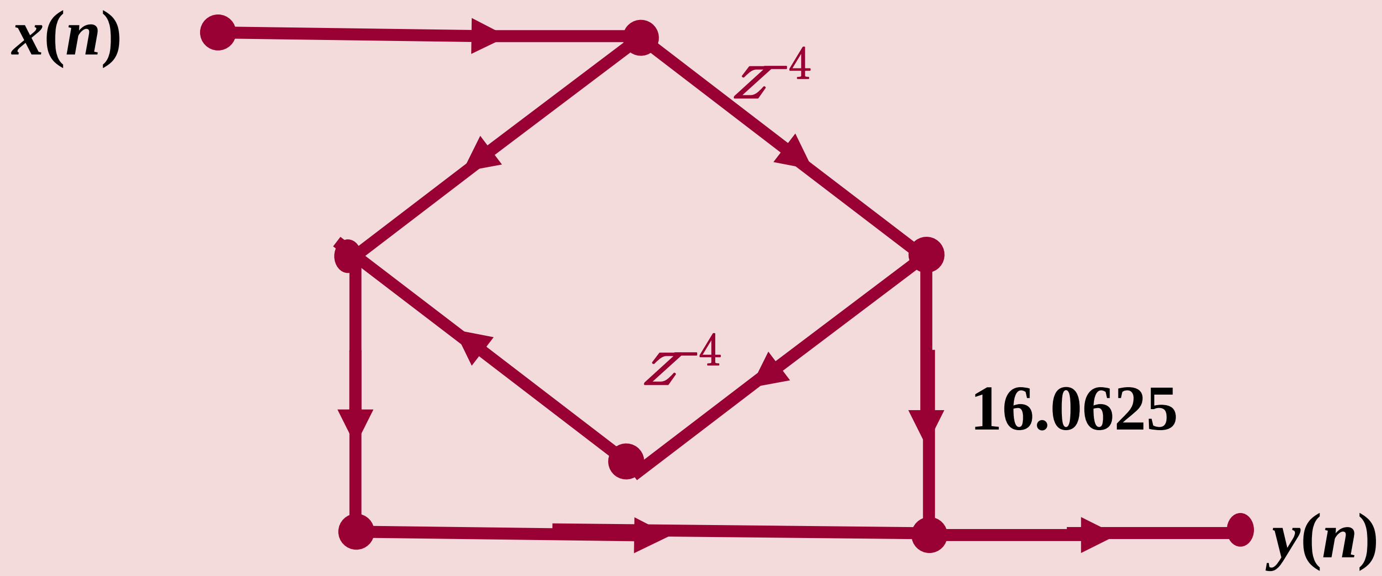


（2）线性相位结构的差分方程为

$$y(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

$$h(n)=\pm h(N-1-n)$$

$y(n)$ = [$x(n)$ + $x(n–8)$] + 16.0675 $x(n–4)$



（3）级联型结构的滤波系数可用MATLAB程序求解

$$H(z) = (1 + 2.8284 z^{-1} + 4z^{-2})(1 - 2.8284z^{-1} + 4z^{-2})$$
$$(1 + 0.7071z^{-1} + 0.25z^{-2})(1 - 0.7071z^{-1} + 0.25z^{-2})$$