

Finančni praktikum

$k$ -total rainbow domination number vs.  
domination number

Tim Resnik  
Lana Herman  
Univerza v Ljubljani

Fakulteta za matematiko in fiziko

November, 2019

# 1 Problem naloge

V projektni nalogi se bova ukvarjala z domnevo, ki se ukvarja s povezavo med "k-rainbow total domination number" (označimo z  $\gamma_{krt}(G)$ ) in "domination number" (označimo z  $\gamma(G)$ ).

ki pravi, da za graf  $G$  in  $k \geq 4$  obstaja tesna povezava  $\gamma_{krt}(G) \geq 2\gamma(G)$ . Torej se nanaša na "k-rainbow total domination number" in "domination number". V programu *Sage* bova za majhne grafe izračunala koeficient  $\frac{\gamma_{krt}(G)}{\gamma(G)}$  in poskusila najti rezultat, ki bo manjši od 2. Generizirala bova naključen graf z  $n \geq 15$  vozlišči. Nato bova z odstranjevanjem in dodajanjem povezav iskala tak graf, ki bo imel zgoraj omenjen koeficient manjši od 2. Za večje grafe bova poiskala grafe  $G$ , za katere velja enakost  $\gamma_{krt}(G) = 2\gamma(G)$ .

# 2 Razlaga pojmov

Graf  $G$  ima množico vozlišč  $V(G)$  in množico povezav  $E(G)$ . Za množico  $N_G(v)$  velja, da vsebuje vsa sosednja vozlišča  $v$ , v grafu  $G$ . Za grafa  $G$  in  $H$ , je kartezični produkt  $G \square H$  graf z množico vozlišč  $V(G) \times V(H)$ .

*Dominirana množica* grafa  $G$  je  $D \subseteq V(G)$ , taka da za vsako vozlišče  $v \in V(G)$  in  $v \notin D$  velja, da je sosed nekemu vozlišču iz  $D$ . *Dominirano število*,  $\gamma(G)$ , je velikost najmanjše dominirane množice. Če za  $\forall v \in V(G)$  velja, da je sosed vozlišču iz  $D$ , za  $D$  rečemo, da je *totalno dominirana množica* grafa  $G$ . *Totalno dominirano število*,  $\gamma_t(G)$ , je velikost najmanjše totalno dominirane množice.

Za pozitivno celo število  $k$ , je "*k-rainbow domination function*" ( $kRDF$ ) grafa  $G$  funkcija  $f$ , ki slika iz  $V(G)$  v množico  $\{1, \dots, k\}$ . Zanja velja, da za katerikoli  $v \in V(G)$  in  $f(v) = \emptyset$  velja  $\cup_{u \in N_G(v)} f(u) = [k]$ . Definiramo  $\|f\| = \sum_{v \in V(G)} |f(v)|$ .  $\|f\|$  rečemo *teža*  $f$ -a. "*k-rainbow domination number*",  $\gamma_{kr}(G)$ , grafa  $G$  je minimalna vrednost  $\|f\|$  za vse "*k-rainbow domination functions*". Po definiciji vemo, da za vse  $k \geq 1$  velja

$$\gamma_{kr}(G) = \gamma(G \square K_k).$$

Graf  $K_k$  predstavlja polni graf na  $k$  vozliščih. Nazadnje definirajmo še "*k-rainbow total domination function*" ( $kRTDF$ ), katera se od "*k-rainbow domination function*" razlikuje v dodatnem pogoju, ki zagotavlja, da če za  $\forall v \in V(G)$  velja  $f(v) = \{i\}$ , potem obstaja tak  $u \in N_G(v)$ , da je  $i \in f(u)$ . "*k-rainbow total domination number*",  $\gamma_{krt}(G)$ , grafa  $G$  je minimalna vrednost  $\|f\|$  za vse "*k-rainbow total domination functions*". Tudi tu za vse  $k \geq 1$  velja

$$\gamma_{krt}(G) = \gamma_t(G \square K_k).$$