事件,样本空间,时间间关系&运算

- 随机试验
    - 同条件可重复
    - 结果明确可知道,不止一个
    - 每次事件结果实现不知道
    - 样本空间

- 包含 : A必导致B发生, A⊂B
- 相等 (A=B) : A⊃B, A⊂B
- 积(交) : A, B 同时发生的事件 A∩B || AB → $∩\limits_{i=1}^{n} A_{i}$
- 相容 : AB$\neq$Ø
- 互斥(互不相容) : AB=Ø
- 和(并) : AB至少一个发生
- 差 : A-B
- 逆事件(对立事件) : $\bar{A}$
    - 条件 $A∪\bar{A}=Ω∧A\bar{A}=Ø$
- $A-B=A-AB=A\bar{B},~~B=\bar{A}⇔AB=Ø∧A∩B=Ω$
- 完备事件组 : $∩\limits_{i=1}^{n} A_{i}=Ω,~~A_{i}A_{j}=Ø$

(1) 交换律 $A \cup B = B \cup A,\ A \cap B = B \cap A.$

(2) 结合律 $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C,$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C.$

(3) 分配律 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$

(4) 对偶律 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B},\ \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B},$

$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i},\ \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}.$

(5) $\overline{A-B}=\bar{A}∪B$

- $AB=(AB)B$
- $两边同乘事件等式仍成立M=N→PM=PN~~PM=PN↛M=N$
- $A-B=C⇏A=B∪C$

概率

- 描述性 : A 可能性大小的度量 P(A)
- 统计性定义 : 频率 : $\frac{k}{n}$
- 公理化定义 :
    - 非负性 : P(A)⩾0
    - 规范性 : P(Ω)=1
    - 可列可加性

- 古典概型 $P(A)=\frac{k}{n}=\frac{事件A所含基本事件的个数}{基本事件总数}$
  - 有限:有限样本点
  - 等可能:样本点可能性相同
  - 方法
  - 随机分配(随机占位) (n个质点随机到N个盒)
  - 简单随机抽样 (Ω(N)随机抽样n次)
- 几何概型 $P(A)=\frac{S_{A}的几何度量}{Ω的几何度量}$
  - 与位置,形状无关
  - 与大小有关
- n重伯努利试验
  - 独立实验 : $E_{1},E_{2},\cdots,E_{n}相互独立 : 分别于各个试验相联系的任意n个事件之间相互独立$
  - 独立重复实验 : 重复 : 每个事件在各次实验中出现的概率不变
  - 伯努利试验 : 只记成功和失败两种对立结果的实验
  - n重伯努利试验 : 伯努利试验n次
- 概率的性质
  - 有界性 : $0⩽P(A)⩽1,P(Ø)=0,P(Ω)=1$
  - 单调性 : $A⊂B⇒P(B-A)=P(B)-P(A),~~P(B)⩾P(A)$
- 概率公式
  - $P(\bar{A})=P(1-A)$
  - 减法公式 $P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
  - 加法公式 $P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
  - 减法公式 $P(A-B)=P(A)-P(AB)=P(A)P(\bar{B})$

  - 条件概率 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$
  - 乘法公式 P(AB)=P(A)P(B|A)
  - 全概率 $P(A)=∑\limits_{i=1}^{n}P(B_{i})P(A|B_{i})$
  - 贝叶斯公式

- 独立 $P(AB)=P(A)P(B)$
  - $A,B独立⇔\bar{A},\bar{B}⇔A,\bar{B}⇔\bar{A},B独立$
  - 三个

- $P(A∪B)=1-P(\bar{A}\bar{B})=1-P(\bar{A})P(\bar{B})=P(A)+P(B)-P(AB)$
- $P(A-B)=P(A\bar{B})=P(A)P(\bar{B})(独立情况下)$
- $P(ABC)⩽P(AB)$
- $P(A)=P(A\bar{B})+P(AB)$
- $P(A)=1⇏ A=Ω$
- $P(A)=0⇏ A=Ø$
- $1-P(\bar{B}|\bar{A})=P(B|\bar{A})$
- $P(B\bar{A})+P(BA)=P(B)$

独立

- $⇔\frac{P(AB)}{P(A)}=P(B|A)=P(B) A发生的条件不影响B$
- $⇔P(B|A)=P(B|\bar{A})⇒无论A发不发生B概率不变⇒A不影响B的概率⇒AB独立$

设

- A_i
  - 某事第几次
  - k件优质品
- $P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$
- 概率怎样⇏事件怎样(对立,互斥...)
- $1-\cdots-P(B)=P(\bar{B})+\cdots$
- 随机抽两次(好球,坏球) $P(B_1|\bar{B_2})=\frac{好}{总-1}$
  - 随机抽→两次可以交换算

???

- $1-2-例9-评注$