

降雨系统和灰水系统的运作和设计研究

参赛队编号： 007

赛题类型代码： B

降雨系统和灰水系统的运作和设计研究

摘要:

为解决目前水资源缺乏的问题,此次对降雨系统和灰水系统的运行和设计进行研究,通过模拟在可能的范围内找出最有效的节水方式。

针对问题一:

题目中给出了一月降雨量分布的三个参数 p_1, m_1 和 λ_1 的估计值,同时给出了许多的关系式,我们根据题目中估计值的步骤,对函数进行了逼近,估计出三月降雨量分布中的三个参数 p_3, m_3 和 λ_3 分别为 $p_3 = 0.30$, $m_3 = 0.18$, $\lambda_3 = 0.034$ 。

针对问题二:

根据问题二中现给出的模拟条件,按照题中给出的步骤代入数据,确定出年降雨量、灰水的总量以及使用量、节水情况,为直观表示各种情况,便于分析,我们用表格的形式表示运算结果。

关键字: 函数逼近, 条件模拟

一 问题重述

为解决目前水资源缺乏的问题,此次对降雨系统和灰水系统的运行和设计进行研究,通过模拟在可能的范围内找出最有效的节水方式。

问题一:

在题目中给出了多个参数以及它们之间的关系式,在问题一中,给出了一月降雨量分布的三个参数 p_1, m_1 和 λ_1 的估计值,要求我们根据题目中估计值的步骤,估计出三月降雨量分布中的三个参数 p_3, m_3 和 λ_3 。

问题二:

在问题二中,给出了准确的数据,在各种因素作用下,模拟一个家庭在不变的条件下,确定出年降雨量、灰水的总量以及使用量、节水情况,以表格的形式表示出各种数值,便于分析。

问题三:

在问题二模拟的基础上,降雨系统、灰水系统分别安装水箱,水箱的容量有五种,分别是1000,2000,3000,5000和10,000升的,铺设管道(不计管道长度)的费用是1万元,装一个雨水箱增加2000元,装一个灰水箱增加5000元。在这样的条件下,需要年在节水量分别达到50000升和60000升时所花费的费用最少,研究此时对应安装水箱的方案是什么样的。

二 模型假设

1. 文中的所有数据都在误差允许的范围内准确。
2. 灰水的用处就只考虑冲洗厕所和灌溉花园,不考虑其他用途。
3. 降雨在收集后不会浪费,一直保持题目中的降雨量。

4. 在短时间的动态变化中，数据可以看为静态不变的。

三 符号说明

符号	符号说明	符号	符号说明
M_i	第 <i>i</i> 月的平均降雨天数	Q_i	第 <i>i</i> 月的平均降雨量
n_i	第 <i>i</i> 月的天数	$p_i \ m_i \ \lambda_i$	第 <i>i</i> 月的参数
q_i	第 <i>i</i> 月日均降雨量	T_i	第 <i>i</i> 月平均最大温度
w_1	屋顶面积	w_2	花园面积
y	降雨箱收集的雨水容量	x	灰水箱收集的水容量
z_1	冲洗厕所的水量	z_2	花园的用水量
t_1	沐浴器的使用次数	t_2	洗衣房洗衣的次数
t_3	冲洗厕所的次数	k_1	每次沐浴的用水量
k_2	每次洗衣物的用水量	k_3	每次冲洗器的用水量
h_i	第 <i>i</i> 月花园平均水深度		

四 问题一的解答

4.1 确定 p_3 的值

表格中给出三月平均下雨天数的数据 $M_3 = 9.4$ ，总天数是 $n_3 = 31$ ，

$N_i = \sum_{j=1}^{n_i} A_{i,j} \sim \text{binom}(n_i, p_i)$ 符合二项分布，而题设中说明平均下雨天 M_i 恰好是 N_i 的样本均值，则有

$$M_3 = n_3 p_3$$

带入数据得

$$p_3 = 0.30 \quad (1)$$

4.2 确定 λ_3 和 m_3 的关系式

题中有此式 $EY_i = n_i p_i m_i / \lambda_i$ ， $Q_3 = 50.4$ ，使用 EY_3 和平均降雨量 Q_3 可以得到 λ_3 和 m_3 的一个关系式，由

$$EY_3 = Q_3 = n_3 p_3 m_3 / \lambda_3$$

代入 (1) 可得

$$m_3 = 5.42 \lambda_3 \quad (2)$$

4.3 确定 λ_3 和 m_3 的值

4.3.1 使用观测到的分位数，题中给的关系式以及上式 (2) 的内容可以将给出的损失函数转换为一个与 λ_3 有关的函数。

4.3.2 先使 λ_3 在 1—10 内以 1 为公差大致确定得到最小值时 λ_3 的范围，再以 0.1 为公差重复上述操作，后以 0.01 为公差重复上述操作……这样逐次对 λ_3 的值进行函数逼近^[1]，直到 λ_3 出现两位有效数字即可。

4.3.3 编写程序

```

syms lamuda m

syms p n EY

p=input(' 请输入平均下雨天数');

EY=input(' 请输入平均降雨量');

n=input(' 请输入该月天数');

m=(EY/n)*lamuda/p;

d1=input(' 请输入 10%分位数');

d5=input(' 请输入 50%分位数');

d9=input(' 请输入 90%分位数');


data1=zeros(10);


syms x;

for i=1:1:10

    lamuda=i;

    m=(EY/n)*lamuda/p;

    Fd1=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d1);

    Fd5=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d5);

    Fd9=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d9);

```

```

    data1(i)=((Fd1-0.1)^2)/0.09 + ((Fd5-0.5)^2)/0.25 +
    ((Fd9-0.9)^2)/0.09;

end

data1=data1(:,1);

data1=reshape(data1,1,10);

[M1,N1]=min(data1);

data2=zeros(20);

for i=10*(N1-1+0.1):1:10*(N1+1)

    lamuda=i/10;

    m=(EY/n)*lamuda/p;

    Fd1=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x),x,0,d1);

    Fd5=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x),x,0,d5);

    Fd9=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x),x,0,d9);

    t=i-(N1-1)*10;

    data2(t)=((Fd1-0.1)^2)/0.09 + ((Fd5-0.5)^2)/0.25 +
    ((Fd9-0.9)^2)/0.09;

end

data2=data2(:,1);

data2=reshape(data2,1,20);

[M2,N2]=min(data2);

```



```

data3=zeros(20);

for i=100*( (N2-1)/10 + 0.01 ) : 1 : 100*( (N2+1)/10 )

    lamuda=i/100;

    m=(EY/n)*lamuda/p;

    Fd1=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d1);

    Fd5=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d5);

    Fd9=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d9);

    t=i-(N2-1)*10;

    data3(t)=((Fd1-0.1)^2)/0.09 + ((Fd5-0.5)^2)/0.25 +
    ((Fd9-0.9)^2)/0.09;

end

data3=data3(:,1);

data3=reshape(data3,1,20);

[M3,N3]=min(data3);

data4=zeros(20);

for i=1000*( (N3-1)/100 + 0.001 ) : 1 : 1000*( (N3+1)/100 )

    lamuda=i/1000;

    m=(EY/n)*lamuda/p;

    Fd1=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d1);

    Fd5=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x), x, 0, d5);

```

```

Fd9=int(((lamuda^m)/gamma(m))*x^(m-1)*exp(-lamuda*x),x,0,d9);

t=i-(N3-1)*10;

t=int8(t);

data4(t)=((Fd1-0.1)^2)/0.09 + ((Fd5-0.5)^2)/0.25 +
((Fd9-0.9)^2)/0.09;

end

data4=data4(:,1);

data4=reshape(data4,1,20);

[M4,N4]=min(data4);

代入数据得到

```

$$\lambda_3 = 0.034 \quad (3)$$

4.3.4 由 (2) 和 (3) 可得到

$$m_3 = 0.18 \quad (4)$$

五 问题二的解答

5.1 已知第 i 月的平均降雨量 Q_i ，第 i 月的天数 n_i ，则第 i 月的日均降雨深度 q_i 为

$$q_i = \frac{Q_i}{n_i}$$

屋顶面积为 w_1 平方米，则降雨箱收集的雨水容量为 y 升，

$$y = w_1 q_i$$

经计算和统计有下表：

表 1 降雨情况

月份	日降雨概率	月平均降雨量 (mm)	日均降雨深度 q_i (mm)	日均收集雨水 容量 y (L)
1	0.270968	47.6	1.535484	153.548387
2	0.267857	48	1.714286	171.428571
3	0.303226	50.4	1.625806	162.580645
4	0.393333	57.3	1.91	191
5	0.470968	55.8	1.8	180
6	0.513333	49	1.633333	163.333333
7	0.519355	47.5	1.532258	153.225806
8	0.519355	50	1.612903	161.290323
9	0.496667	58.1	1.936667	193.666667
10	0.458065	66.4	2.141935	214.193548
11	0.393333	60.4	2.013333	201.333333
12	0.335484	59.5	1.919355	191.935484

5.2 记沐浴器的使用次数为 t_1 ，洗衣房洗衣的次数为 t_2 ，每次沐浴的用水量为 k_1 升，每次洗衣物的用水量为 k_2 升，灰水箱收集的水容量为 x 升，则

$$x = k_1 t_1 + k_2 t_2$$

而洗衣房洗衣的次数是随机变量，服从binom(8, 0.125)分布，则

$$t_2 = 8 \times 0.125 = 1$$

代入数据可得

$$x = 175$$

5.3 记冲洗厕所的水量为 z_1 升，冲洗的次数为 t_3 ，每次冲洗器的用水量为 k_3 升，则

$$z_1 = k_3 t_3$$

而每天冲洗厕所的次数是随机的，服从 $\text{binom}(15, 0.8)$ 分布，则

$$t_3 = 15 \times 0.8 = 12$$

代入数据可得

$$z_1 = 60$$

此时节约的水量为 Δz_1 升

$$\Delta z_1 = 60$$

5.4 第 i 月花园平均需水深度为 h_i ，第 i 月平均最大温度为 T_i ，比例系数 $k = 15$ ，则

$$h_i = T_i / k$$

记花园面积为 w_2 ，花园的用水量为 z_2 ，则

$$z_2 = w_2 h_i$$

经计算和统计有下表：

表 2 花园用水情况

月份	花园日均需水深度(mm)	花园日均需水量(L)
1	1.727	345.4
2	1.72	344
3	1.593	318.6
4	1.353	270.6
5	1.113	222.6
6	0.94	188
7	0.9	180
8	1	200
9	1.147	229.4
10	1.313	262.6
11	1.467	293.4
12	1.613	322.6

5.5 上述都为日均情况，运行程序 E_1.cpp，绘制下表：

表 3 用水、节水情况

月份	用水明细				月节约水量(L)
	雨水收集量(L)	灰水收集量(L)	花园用水量(L)	冲厕用水量(L)	
1	4760	5425	10707.4	1860	10185
2	4800	4900	9632	1680	9700
3	5040	5425	9876.6	1860	10465

4	5730	5250	8118	1800	9920
5	5580	5425	6900.6	1860	8760.6
6	4900	5250	5640	1800	7440
7	4750	5425	5580	1860	7440
8	5000	5425	6200	1860	8060
9	5810	5250	6882	1800	8680
10	6640	5425	8140.6	1860	10002.6
11	6040	5250	8802	1800	10600
12	5950	5425	10000.6	1860	11375
总计	65000	63875	96479.8	21900	112628.2

六 问题三的解答

6.1 年均节约 50000 升水的最少费用

6.2 年均节约 60000 升水的最少费用

七 模型评价

7.1 模型优点

(1) 问题一中对 λ_3 在一定范围内进行逼近, 这样的方法在最小化函数时不仅具有科学性的说服力, 还在数据允许存在误差的条件下减小误差, 使其结果更加准确。

(2) 模型较为符合现实, 易于应用。

7.2 模型缺点

(1) 在问题一对 λ_3 进行逼近时, 如果所给数据范围较大, 运行时间过长。

(2) 在编程中, 没有对数据的小数位数进行约束, 导致运算结果如果不能除尽, 就会出现一系列的小数。最后, 我们采用人工方法进行较好的弥补。

八 参考文献

[1] 莫国端、刘开第, 《函数逼近论方法》, 科学出版社, 2013

附录:

程序 E_1.cpp:

```
#include <stdio.h>

int main(int argc, const char * argv[]) {
    int i;
    double sum[13]={0}, m[13]={0, 31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30
, 31}, r[13]={0}, tem[13]={0}, huishui[13], all=0;
    for(i=1; i<=12; i++)
    {
        scanf("%lf", &r[i]);
        r[i]/=m[i];
        r[i]*=100;
    }
    for(i=1; i<=12; i++)
    {
        scanf("%lf", &tem[i]);
        tem[i]/=15;
        tem[i]*=200;
    }
    for(i=1; i<=12; i++)
    {
        tem[i]-=r[i];
        tem[i]-=115;
        if(tem[i]>=0)
        {
            sum[i]+=r[i]+175;
        }
    }
}
```

```
        else
        {
            sum[i]+=r[i]+175+tem[i];
        }
        all+=sum[i]*m[i];
    }
    for(i=1;i<=12;i++)
        printf("%d月 月节约水: %lf\n", i, sum[i]*m[i]);
    printf("年节约水: %lf", all);
    return 0;
}
```