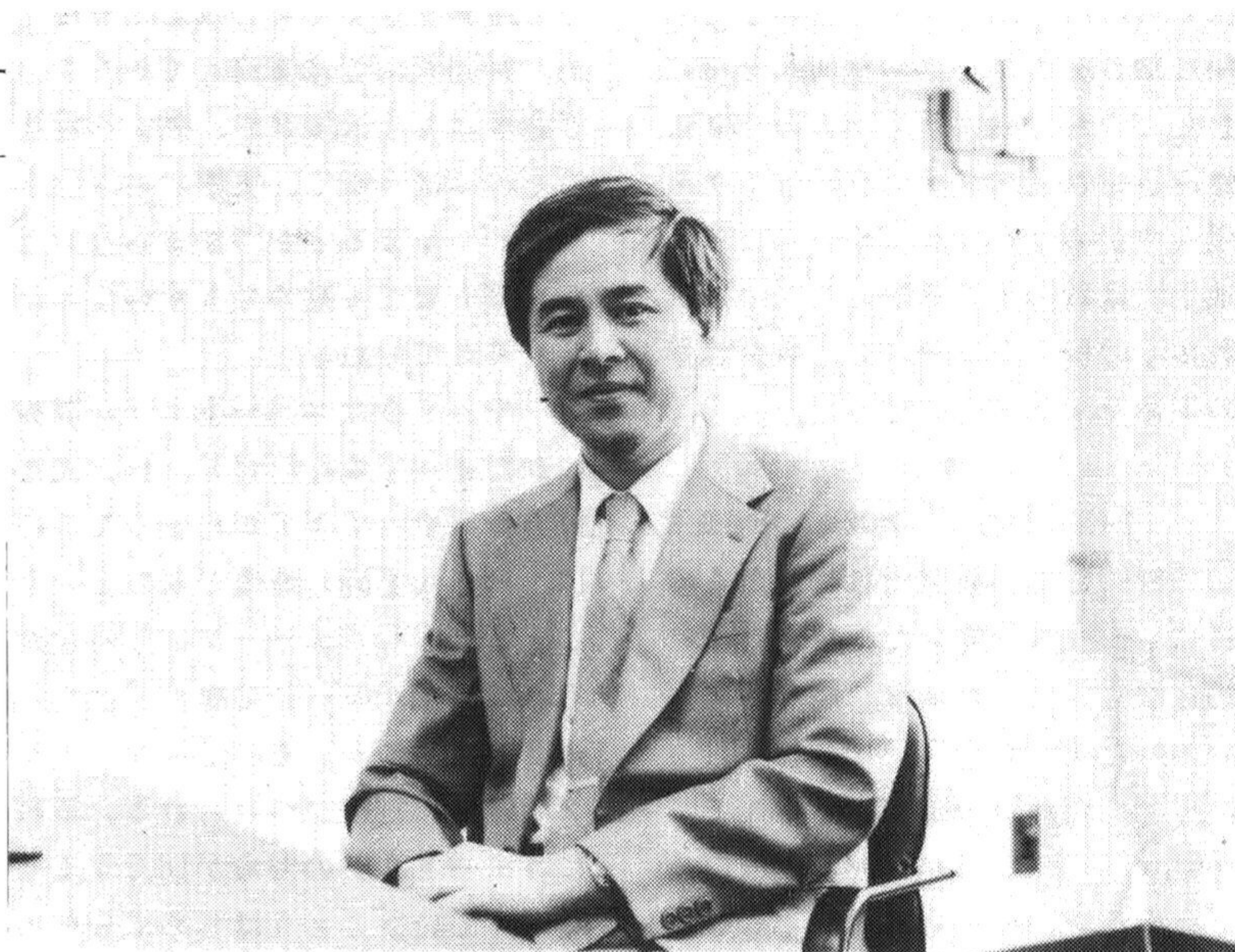


“どうすればよいか”を科学的に考える ——オペレーションズ・リサーチ——

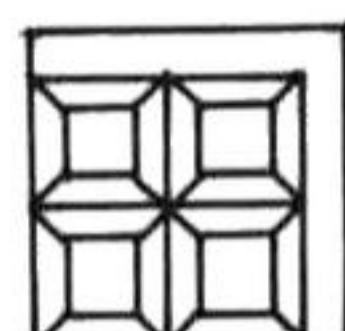
森研究室

経営工学科

オペレーションズ・リサーチの適用される問題は幅広い。その手法にはトラックの輸送問題などの費用最小問題といった線形計画法の問題、そして切符売り場などでの行列の問題といった待ち行列の問題がある。このような手法を用いて経営戦略に限らず、日常生活でいかに意志決定を行うかということを考えるのが、オペレーションズ・リサーチと言えよう。森研究室では森助教授、水野助手を中心に活発な研究が行われている。



森 雅夫助教授



プロローグ—W君の寸劇



○弁当をいかがして運びましょう

ある夏の日の夕方、雨上がりの下丸子商店街を1人の東工大生が歩いていた。彼の名はW君。経営工学科森研究室の名物男である。物語は、W君がビールを求めて騒ぎだす喉を押さえ切れず、行きつけの居酒屋に吸い込まれてしまうところから始まる。

「ううん、うまい。ゼミの後の一杯はこたえられないなあ」

満足げなW君をよそに、隣では恰幅のいい中年男がうかぬ顔で酒を煽っていた。

「おじさん、よく飲むねえ」
W君は誰にでも気楽に話しかける。

「うるせえな。俺は経営上の問題で悩んでるんだ。黙っててくれよ」

「経営上の問題？僕は経営工学科の学生なんだ。悩みを聞かせてもらえば、役に立てるかも知れないよ」

「なんだい、そのケーエー工学科というのは。よく分からねえが、減るもんじゃなし、聞かせてやろう」

「俺はこの20年、仕出し弁当一筋にやってきた。働いたかいあって今度大口の取り引き先ができた。しかし、なにせ元手が小さいから、工場といったって小さいのが3つあるだけ、運ぶにしたって小型のバンだ。何度も何度も運ぶとなりやガス代も

バカにならねえ。まるでガス代払うために儲けてるようなもんだ。かといって弁当の値段も上げられねえ。どの工場からどの取引先にいくつ運べば少しでも安く上がるのか、ここんところ頭を痛めどうしなんだ。」

そのときW君の瞳に一筋の光明がさした。

「おじさん、その悩みは解決できるよ。だってそれこそ僕が研究しているオペレーションズ・リサーチの問題なんだもの。」

「俺は横文字は嫌えなんだ。」

「うーん。オペレーションズ・リサーチは略して“OR”って言われているんだけど、強いて訳せば運営方策の研究ってところかな。どう運営するかを科学的に決める研究なんだ。」

「そしてそのORをやるときに最初にするのはモデルを作ること。“モデルを作る”っていうのはね、おじさんみたいに問題を抱えている人の状況をよくみて、どういうことを理想としているのか、その理想を阻んでいる要因は何なのかを選び出すことなんだ。」

「じゃ、おじさんの場合を考えてみるよ。おじさんの理想っていうのはガス代がなるべくかからないよう

にしたいっていうことだったね。それなら車を動かさなければいいわけだ。でもそうはいかない。作った弁当を工場から取引先まで運ばなきゃならないっていう制約がおじさんの理想を阻んでるんだ。これでおじさんの問題のモデルができたことになるんだ。」

「そのどこが科学的なんだ。」

「これからだよ。こうやって問題のモデルができたら今度はこれを数式で表せないかって考えるんだ。まずおじさんの持ってる工場と取引先を数えてよ。」

「工場は俺のやってるとこと、長男のとこと、俺の弟んこの3つ。取引先は今度新しく増えた株式会社ホーナー、キヨハラデパート、掛布自動車学校、そして原バッティングセンターの4つだ。」

「それぞれの工場でバン何台分作れるのか、それぞれの取引先にバン何台分納めるのか、次にそれを教えてよ。」

「そうだなあ、俺の工場じゃあバン16台分ってとこかなあ。長男のとは……。」

W君は男の話を表1のようにまとめた。

表1

工場	弁当量
1. 男	16
2. 長男	9
3. 弟	6

取引先

弁当量

1. 株式会社ホーナー	13
2. キヨハラデパート	8
3. 掛布自動車学校	7
4. 原バッティングセンター	3

表1. 各工場が作れる弁当の量と各取引先の弁当の需要量
(単位はバンの台数)

表2

工場／取引先	1.	2.	3.	4.
1.	20	30	40	50
2.	80	40	20	10
3.	20	50	60	20

表2. 各工場から各取引先までの所要時間(単位:分)

○ORの第一歩はモデルを作ること

「よし、それじゃあ次にガス代がどれだけかかるか考えてみよう。ガス代は運ぶのにかかる時間に比例するとしておくよ。それぞれの工場から取引先まで車でどれくらいかかるか教えて。」

「大雑把にしかわからねえが、俺んところからホーナーまでが20分てとこだなあ。長男のところだと……」W君は表2のようにまとめた。

「これで準備はできた。おじさんの問題を数式で表してみよう。簡単にするために工場に1から3まで、取引先に1から4まで番号をつけておくよ。第*i*工場から第*j*取引先ま

で運ぶ弁当の量を X_{ij} 台分としておこう。おじさんは、どの工場からどの取引先へバン何台分運べばいいのか、すなわち X_{11} から X_{34} までの値をいくつにすればよいかで悩んでいることになるんだ。この記号を使っておじさんの理想を数式化してみよう。おじさんの理想は弁当を運ぶのにかかる全体のガス代をできるだけ少なくしたいっていうことだったよね。各工場から各取引先までの所要時間はさっきまとめた通りだから、結局全体のガス代は、

$$20X_{11} + 30X_{12} + 40X_{13} + 50X_{14} + 80X_{21} + 40X_{22} + 20X_{23} + 10X_{24}$$

$+ 20X_{31} + 50X_{32} + 60X_{33} + 20X_{34}$ に比例することになるね。この値を $X = (X_{11}, X_{12}, \dots, X_{34})$ の関数という意味で $f(x)$ としよう。この $f(x)$ を最少にするような X を求めればいいわけだ。だけど X にはいくつかの制約があったよね。次にこの制約を数式にしてみよう。

「おじさんの工場ではバン16台分の弁当しか作れないわけだから、おじさんの工場から運びだす弁当の量を示す、 $X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ の合計は16を越えたらまずいよね。これを数式にすれば、

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 16$$

となる。息子さんとこと、弟さんと
 とも同様に考えれば、

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 9$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 6$$

となるね。Xについての制約はまだ
 あるんだ。各取引先に必要な量を届
 けなきゃならないから、これを数式
 にすると、

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 13$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 8$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 7$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 3$$

となる。最後に X_{11} から X_{34} までの値
 はマイナスにはならないから、

$$X_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2, 3, 4$$

という制約が必要になるね。

「結局おじさんの問題は、これら
 の制約のもとで $f(x)$ を最小化する
 ような $X = (X_{11}, \dots, X_{34})$ を求
 める問題として表せるんだ。そして
 こうやって数学的に表されるモデル
 のことを、数学モデルっていうんだ
 よ。」

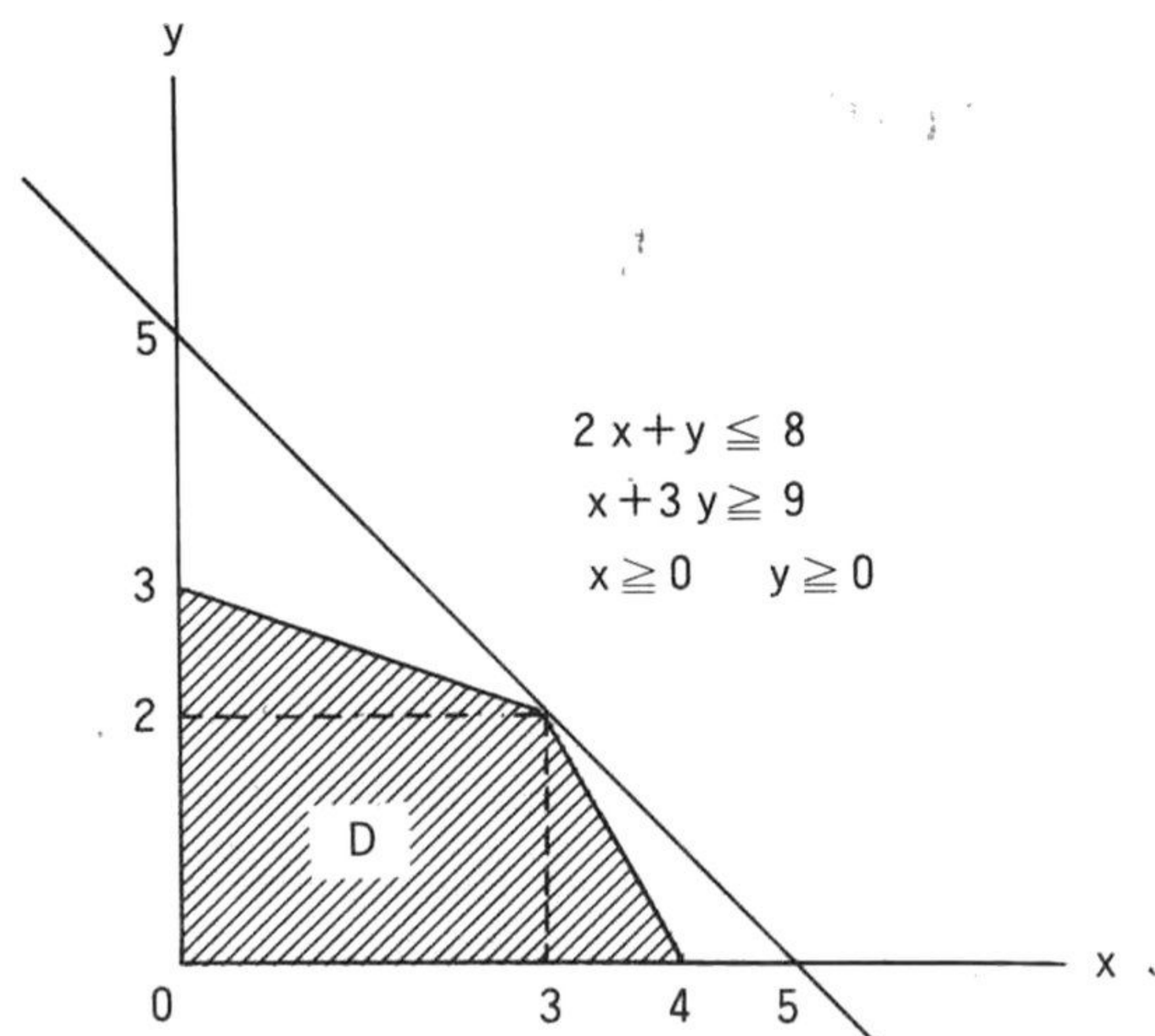
「よく分かんねえがえらく複雑に
 なっちまったなあ。一体そのXって
 のはどうすりゃ分かるんだ。」

「おじさんの問題は“線形計画問
 題”の特殊な場合で“輸送問題”っ
 て言われてるんだ。この手の問題を
 解くには、少なくとも線形代数をよ
 く勉強しないといけないんだ。」

「昔から俺は数学が苦手なんだ。
 そんな勉強しないで何とかならねえ
 かい。」

「大丈夫。幸い僕は卒業論文でこ

図1 2変数のLPの例



上記の領域D内にある点 (x, y) のうち、 $k = x + y$ を最大にす
 る点 (x, y) を求めよ。

$y = -x + k \cdots \textcircled{1}$ と変形すると、式 $\textcircled{1}$ は傾き -1 切片 k の直線を表
 す。直線 $\textcircled{1}$ を、領域Dと共有点を持たせつつ動かし、切片 k が最大
 となるとき共有点 (x, y) を求めればよい。

(答) 点 $(3, 2)$

の手の問題を効率よく解くプログラ
 ムを作ったんだ。とにかく僕の大学
 へ行こう。」

W君は思い立ったら止まらない。
 半信半疑の男の手を引いて店を出る
 と、千鳥足で目蒲線に乗り、深夜の
 東工大に潜り込んだ。研究室に着く
 やいなや、W君はPC-9801の前に
 座り、データを入力した。

「行け! TURBO PASCAL!」

W君の絶叫と共にモニターに結果
 が現われた。

$$X_{11} = 8, X_{12} = 8, X_{13} = 0, X_{14} = 0$$

$$X_{21} = 0, X_{22} = 0, X_{23} = 7, X_{24} = 2$$

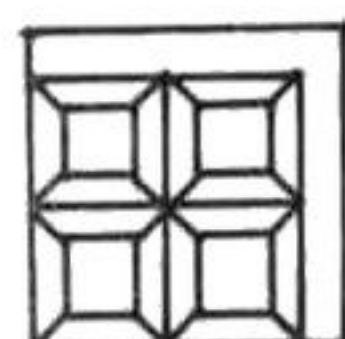
$$X_{31} = 5, X_{32} = 0, X_{33} = 0, X_{34} = 1$$

「ほら、この通りの台数で運べば
 いいんだよ。つまり、おじさんとこ
 からホーナーへは8台分、……。」

W君が説明を加えながらプリント
 アウトした結果を渡すと、さすがに
 男も顔をほころばせた。

「とにかく試してみる価値はあり
 そうだな。いやあ兄ちゃんありがと
 よ。」

男はそそくさと引きあげ、W君の
 長い1日は終わった。



「線形代数」はこんなところで使われている— “線形計画法”

やたらと長いプロローグが終わり
 やっとここから本題に入る。

すでに明らかなように、今回お伺
 いたのは経営工学科の森研究室で
 あり、先生の御専門はOR (opera-
 tions- reserch) である。ORの意味

についてはW君も解説しているが、
 先生のお言葉曰く、「対象を、まずと
 らわれない観察眼で眺め、それを綿
 密に記録し、科学的で健全な常識を
 働かせて、問題の解決に当たること」
 である。ややこしいがとにかくそう

いうものなのである。

さて、賢明なる読者諸君はすでに疑問を抱いていることであろう。W君は最適解を求めるに当たって、

「行け！TURBO PASCAL！」で済ませているが、パソコンの内部ではどのような計算が行われているのであろうか。

ORには大きく分けて、「数理計画」と「確率モデルを使った手法」の2種類がある。

W君が使ったのは、「数理計画」の代表的なもので、「LP」と呼ばれるものである。LPといってもガスでもレコードでもない、「線形計画法」(linear programming)の略である。ここまで書くと、「ああ、それなら高校でやった」と言う人も多いであろう。そう、変数が2のものに限っては高校の数学にも登場するのである。

2変数のLPは平面図形で処理できる。3変数でも空間図形でなんとかなる。しかし、弁当屋さんの例では変数は12個もある。さあ、どうするどうする。

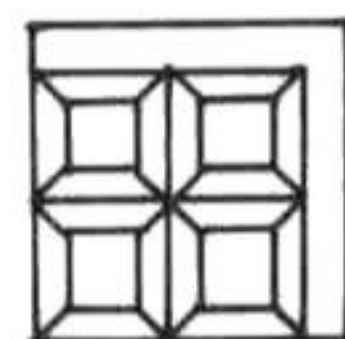
ここで力を発揮するのが、しばしば単位を脅かす「線形代数」なのである。線形代数の考え方を応用すれ

ば、百変数、千変数でも大丈夫である。実際、企業で行われているLPでは変数が数千から1万個になったりする。

ところが、LPもここまで規模が大きくなると、ただ解ければよいというものではなくなってくる。LPの問題で効率よく解を見つける方法については、今までも随分研究がなされているが、一番効率が良いと思われる方法を使っても(当然計算はコンピューター)、時間がべらぼうにかかってしまう。しかも、問題の種類によっては即断を要するものもある。

そのため、規模の大きな問題においていかに効率よく(つまり速く)解を見つけるかという研究が、LPの分野ではホットな議論をよんでいる。

森研究室には、水野先生という助手の方もいらっしゃるが、水野先生もこうした効率のよい解き方の研究に燃えていらっしゃるおひとりである。



確率的なOR—「待ち行列」とそのネットワーク

突然話は変わるが、昼食時の食堂には腹をすかせた人々が大量して押し寄せ、食券を求めて券売機に殺到する。しかし、数少ない券売機では一挙に処理することはできないから当然彼らはぞろぞろと列を成し、順番を待つことになる。

こういった状況は日常生活において極めて多く現れる。合格発表直後の公衆電話の前、昼下がりの銀行のCDコーナー、一時はやったハーゲンダッツの店の前、などなど……。

このような行列のことをORの言

葉では「待ち行列」(queue)と言い、「待ち行列」の問題は、先に触れた「確率モデルを使った手法」を用いる代表的なものである。

ただし「待ち行列」という言葉は必ずしも人間が実際に行列を作っている状態を指すものではない。電話でチケットを予約しようとしているのに、「タダイマデンワガタイヘンコミアッテオリマス」というような状態も、待ち行列の一種とみなされている。

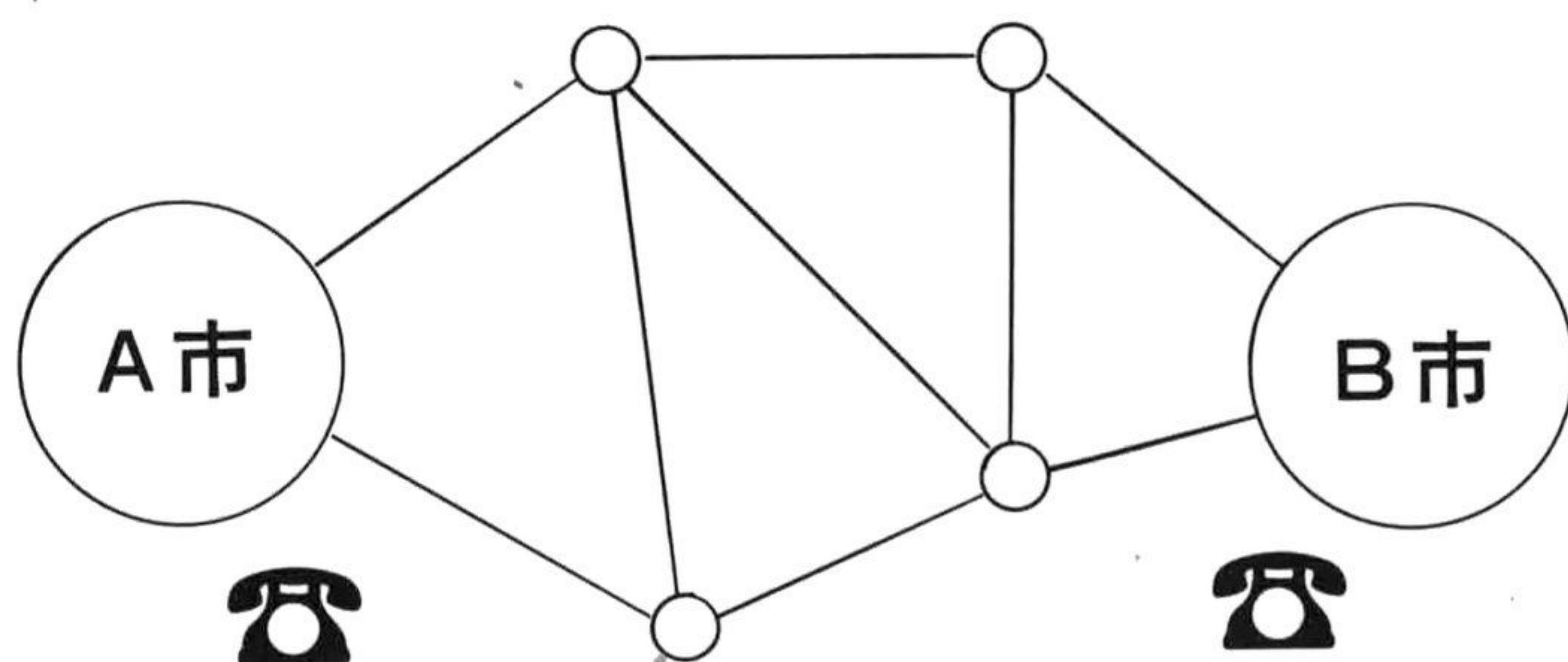
そこで、次のような問題が考えら

れる。

A市とB市の電話局の間を電話回線で結ぶ。さて、2都市間の電話が大抵つながるためには、回線は何本あれば良いであろうか。

もちろん台数分の回線があれば、電話は確実につながる。しかし、これでは電話会社の赤字は目に見えている。かといってあまり回線の数ケチると、めったに電話が繋がらなくなり利用者の苦情が殺到する。両者の中間のほどほどのところを考察しなければならない。

図2 電話局のネットワーク



実は、このような問題は、今から70年近くも前に、アーランというデンマークの電話会社の人が考えたもので、待ち行列の理論はここから発展してきたのである。

さて、上の問題では電話局は2つしかなかったが、今度は、例えば図2のように、3つ以上の電話局が、ネットワークを作っている場合を考

えよう。こうなると、A市とB市をつなぐにも複数のコースが考えられるから、「こっちのコースは混んでいるからあっちのコースを通そう」というような“制御の問題”も考える必要が出てくる。

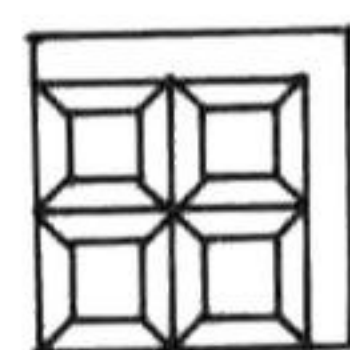
このような「待ち行列ネットワークをいかに制御して効率的に運用するか」という研究は、電話網の他、

複数の装置を用いる生産システムや電算機内部の演算処理システムなどを考える上でも重要である。

研究室の主、森助教授御自身が取り組んでいらっしゃるのは実はこの「待ち行列ネットワーク」の研究であり、先生は次のようにおっしゃっている。

「このような問題を考える場合、ORでは、コンピューターでシミュレーションを組んで実際に“お客”を流してみる、ということがよく行われます。もちろんこうしたシミュレーションは、ある程度の理論的な予測の上で行われますが、私はこの理論というものをとことん追究したいと思っています。

「近似的にでもシンプルな法則性を見つけない、というのが私がいつも思っていることですよ」



着想と工夫次第では無限に可能性がひろがる

どこの研究室を訪問しても思うことであるが、研究室には一種独特の活気がある。特に森研究室の場合、その活気が前面に出ていて、皆さんが勉強を楽しんでいる様子すら、こちらに伝わってくる。

とは言っても、真面目な数学屋さんのイメージとは全く異なっていてORの講義でスーパーで効率よく買い物をする方法をレポートした人がいたり、落としそうな2つの単位について、両方取ろうとするか、ひとつに全力を注ぐか、ORで考察する人がいたり、良い意味での“遊び心”が旺盛のようであった。

「勉強というものは、興味をもってやれば面白いものなのです。研究室に入って勉強すると、自分がやろうとしていることがはっきりしてくる。ゼミの授業もあって、自分の研究成果を発表する場面もあるから

取り組み方が能動的になる。あるいは、勉強も専門的になるから、ひとつのことを突っ込んで勉強すれば、その分野では先生より詳しくなったりする。このようなことが、学生諸君の興味を刺激し、勉強のやりがいを生んでいるのだと思いますよ」

「特にORという分野の場合、誰も取り上げたことのないテーマが身近にごろごろしていますから、着想と工夫次第では可能性がどんどん広がっていく面白さがありますね」

「もちろん、研究室に入って来る人の中には、それまであまり勉強したことのない人もいますが、そういう人でも興味をもって勉強に取り組めますから、みるみるうちに学力も伸びてきますよ」

先生はお顔をほころばせて、このようにおっしゃった。

そこで、個人的興味も込めて、ど

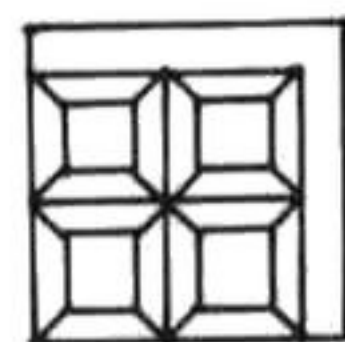
うしたら勉強が得意になるか伺って
みた。

「まず第1に、講義のときには一
番前に座ることです。第2に、ノ
ートを取ることはばかりに躍起にならず
内容をその場で理解しようとするこ
と。第3に、どんどん講義中に質問
をすることです。」

「それから、数学などについて言
えることですが、抽象的なものを抽

象的なまま理解しようとせず、例題
を作るなどして身近なものに捕え直
し、あとは実際に式を書いて“手で
覚える”ことです。」

このお答えが、御専門のORのよ
うに、科学的な解折で得られた最適
解であるかどうか定かではないが、
実にシンプルな法則性を感じさせる
お答えであった。



エピローグ——精を知って粗を用いる

所は再び下丸子商店街。

事件の数日後、W君は同じ居酒屋
で飲んでいると、例の弁当屋の男が
現われた。

「おじさん、まあ座りなよ。で、
試してみてどうだった？」

W君は高なる胸を抑えつつ尋ねた。

「どうもこうもねえや。あのやり
方は使えねえ。各工場にはバンは、
2、3台しかねえんだ。同じ取引先
と3回も4回も往復したんじゃ弁当
が腐っちまわあ。取引先ごとの納品
時間のずれってもんを頭に入れて、
工場に注文を割り振らにやあ話にな
らねえ。」

男の言う通りだった。落胆するW
君の脳裏を森先生のおっしゃってい
た言葉がよぎった。

「モデルを作るときには問題を生

じさせている要因をよく調査しなけ
ればならない。でも何もかも要因を
盛り込んででは收拾がつかない。どの
要因が重要なのかを見極め、“精を知
って粗を用いる”ことが肝心なので
す。」

W君は精を知らないまま、粗を用い
てしまったようだ。

「がっかりするこたあねえよ。そ
のORとやらがたいしたもんだって
えのは分かった。そこでだ。そのモ
デルってえのをもういっぺん作っ
てはもらえねえか。」

男もなかなかちゃっかりしている。

「よし分かった。じゃあ、バンの
数とか納品の時間とか、色々詳しく
教えてよ。」

やり始めたら最後までやるのがW君
である。

このような小規模の経営でも、よ
くよく調べていくと、モデル化は、
大変複雑で困難な作業になる。しか
し、同時にモデル化は、ORを行う
上で最も重要で最も面白いプロセス
でもあるのである。

ORに携わる者の多くがそうであ
るように、よりよいモデルを作るべ
く苦心に苦心を重ねるW君だった。

