



# 自然現象から新しい数学を築く

## —小沢研究室—

### 数学科

「大学生になるまでに、自分が本当にやりたいと思うことに出会えた人は幸福である。」ということを聞かされた人はいないだろうか。自分の将来を見だすことがいかに難しいかを示している言葉だ。では、今回訪問した研究室の数学者小沢真を生み出す端緒とはどのようなものだったのだろう。



小沢真助教授



## 思い込みが数学者の道を拓いた

中学3年のとき、地震学の専門家の講演会があった。その時、振り子の運動を解析するとテーラー展開でき、テーラー級数がだ円関数を表すという主旨の話があった。当時、岩波書店の『数学公式集』を愛読書のひとつとしていた小沢少年は、

「この級数がだ円関数である、と知っていたのはこの学校では僕だけじゃないかと思って、数学を他人よりやればできるんじゃないか、と勘違いした、勝手に思い込んだわけで

す。」

この「思い込み」を端緒として、高校に進学後は高校の図書館にある数学書を少しずつ読み始めた。数学の本をきちんと理解するまでには及ばないものの、「他の人はやっていないけれども俺はやっているんだ」という自負があった。このように自分自身で本を読むということを通して、やはり自分は数学者に向いているのではないかと「思い込んだ」ということであつた。



最近の学生はやる気がなく、受け身がちと言われて久しい。はじめから自分が何に向いているかということが分かるわけではない。自分の好

きなこと通して、ある種の思い込みをもつことから始まるのではなからうか。



## 数学の理論は自然現象にこそ潜んでいる。

### 問題

(数学)

領域  $\Omega$  中に  $m$  個のホールが存在している。ホールが半径  $\frac{1}{m}$  の球であると仮定して、 $m \rightarrow \infty$  のとき  $\Omega$  のラプラスアン固有値 ( $\Omega$  からホールを除いた場合の固有振動数) を考える。このとき、ホールの位置の関数として固有値がどのような統計分布に従うか。

(物理)

物体  $\Omega$  中に  $m$  個の半径  $\frac{1}{m}$  の球状欠損があるとして、その物体のエネルギー準位の分布状態が欠損の位置の関数として、 $m \rightarrow \infty$  のときどのようなゆらぎをしているか。

この問題は微分方程式と確率が融合していて、このような問題を発端として先生の研究は行われている。(答は“正規分布に従う”となる)

### ○物理現象を数学の記号で記述する

解析学、幾何学、代数学など数学の分野は様々である。先生の研究分野は、解析学あるいは応用解析学に属するものが主である。もう少し具体的には、微分方程式で記述されるような現象を数学的に解明していくことを主体としている。運動方程式が、

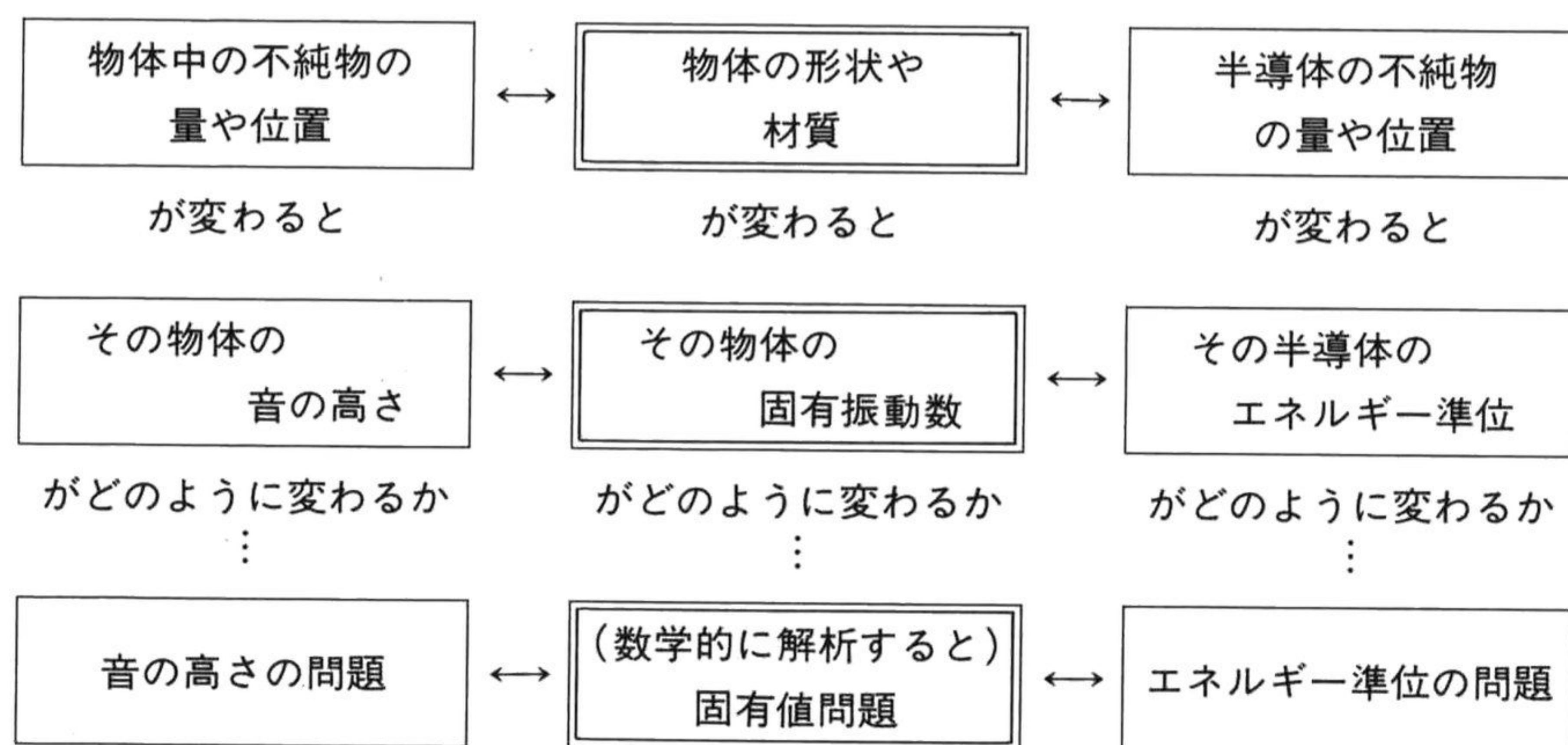
$$m \frac{dy}{dt} = F$$

と初めて記述されたように、微分方程式の研究の起こりは物理現象と深く結びついている。しかし、物理学では、多体問題や半導体中の不純物の問題は、微分方程式で記述される系にたくさんの条件がからんでいるために、それ自体の記述が非常に難しい。このようなことは数学上の大きな問題のひとつとなっている。先生はそれを研究テーマのひとつとしておられる。

先生の研究は、自然現象の中の問題から純粋な数学を生み出そうとしている、ということができる。

「数学以外の現象を素材として、それを数学にする。自然界に起こっている現象の中から数学的本質をとり出してそれを解明していくという方向で研究を進めていこうと考えているわけです。」

扱う問題そのものは純粋な数学であるが、その問題が物理の言葉でも解釈できる数学を扱っておられる。具体的には、数学でいう『固有値』が、そのまま『エネルギー準位』とも『固有振動数』とも物理学におきかえることのできるような問題である。



(↔: 対応関係)



## ○フーリエの三角級数展開

こうした先生の研究の志向を象徴する人物としてフーリエを挙げることができる。

フーリエは熱伝導の研究をするうち、実に多くの関数が次のような三角級数展開できるという純粋に数学的な発見をした。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

$$a_k = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx dx$$

$$b_k = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx dx$$

このことが更に数学的に研究されていった結果、20世紀になって、無限次元空間の理論の発端となった。その後、再び物理学の世界にもどり、無限次元空間の理論は量子力学の数学的な基礎づけにおいて用いられている。

フーリエが物理の世界から発見した数学の理論が、実際の物理現象から切り離されて、非常に綺麗な数学的体系を形成していった。先生の研究の姿勢そのものともいうことができる。

同じような数学者として、アインシュタインのブラウン運動の理論を数学的にとらえ、独自にブラウン運動の理論をつくったウィナーや、エルゴード理論で数学に貢献したロシアのシナイなどがある。このようなタイプの数学者は、世界には非常に多くいるものの、日本には比較的少ないと言われている。

## ○数学ゲームにおわらせたくない

自然は整然とした数学的論理体系をもつという信念、これこそ先生の研究姿勢を支える大きな柱である。

「ただ数学自身の中だけで論理を構築していくのは難しい。難しいというよりか、単なる数学ゲームに終わってしまう可能性もあるのです。」——物理現象には美しい数学的論理体系が隠されているに違いない——かつて、「数学をやればできると思い込んだ」少年時代の「思い込み」

と、今現在数学者として抱く信念の中に見られる「思い込み」とは、同質のものとはいえないだろうが、小沢先生の広く人生一般に対する姿勢を表すもの、といえはしないだろうか。

## ○真理を探るパイオニアスピリッツ

では、先生の研究の現状はどうであらうか。自然現象の中には題材はいくらでもある。自分がやってみたい問題は、すでに与えられたような問題ではない。そのため、いい問題か否かが容易にはわからない。この判断には既成の数学の知識を必要とする。初めは、全くの手さぐりの状態から進んでいかねばならない。だが、一旦それがいい問題とわかり、

新しい数学の理論が少しでも築かれると、それを足がかりとしてその新しい数学を開拓していくことになるのである。新しい数学の構築にまだ足を一歩か二歩踏み出したばかりといわれた。







## 数学を理解するために何をすべきか

どこの研究室においても、新しいもの、未知のものへの飽くことのない挑戦が行われている。そのような状況に身を置くことは、科学者として、理系の一大学生として本望なことである。いつかは自分も、と研究心を募らせる人も多くいることだろう。しかしその研究心も大切だが、よく言われるようにやはり基礎を身につけることが肝要だ。では、1年生などで学ぶ数学の基礎をどのようにして身につけるのがよいか、ということを個人的興味もまじえて聞いてみた。

「1年生とかにまず最初に言いたいことは、固定観念を捨ててほしいということです。高校で身につけた

数学のイメージを捨てて、自分が理解してきたことを忘れて欲しい。大学ではじめて勉強するという心構えていて欲しいと思います。教科書を読むときは新鮮な気持ちで読んでいくことです。自分はゼロから出発していることを意識すれば、わからないことがあっても恐れることはないわけです。まず、数学の論法を身につけていくことが大切なわけです。」数学の論理展開を身につけることが重要だと繰り返し繰り返し強調されていた。

「数学の理論はその人にとって不要になるかもしれないけれども、その理論の運び方・思考を学べば、後になってもものごとを論理立てて数量

化する必要があるときに役立ってくるのです。」

数学は理学のみならず工学にも深い関係を持っている。例えば、線型代数。建築では物体の変形の仕方、電気では回路の理論に用いられる。更にはコンピューターも離散的な微分方程式を解くのに線型代数を用いている。結局、

### 「1年生で習う数学で

役に立たないものはないのです。」

数学科に進み4年にもなると、研究室で行われるセミナーというものに遭遇する。学生が数学者として鍛えられる場である。先生から与えられた本や自分で探した本を学生が教師になったつもりで、先生の前で説明する。先生は説明がおかしかったり、言っている意味がわからなければ質問をし、学生は必死になって説明する。このような過程を経て、学生が本当に理解しているかどうかを確かめていくのだ。数学の本を本当に理解していくためには、事例をつくっていくことが大切だ。例のない状態から理論にみあう例を自分で計算しつくっていく努力、それが本に

は書かれていない数学の理論の意味を明らかにする。このような努力がセミナーなどで生かされるのだ。

数学科に進む人ほど深く理解する必要はないものの、数学は全ての学生が学ばなくてはならない。だが、数学の学び方で最良の方法があるわけではなく、各自が自分に合った方法を探し出すしかない。そのヒントとして、最近岩波書店から出版された小平邦彦編『数学の学び方』という本を勧めていただいた。この本は主に数学を専攻する人に書かれた本であるが、数学を専攻しない人の学び方を推してはかるべしである。





## 数学の世界で、一国一城の主に

数学は20世紀に入って、独自の発展をとげた結果、ある意味ではものごとが極めて一般的な形で述べられるようになったが、またある意味では非常に抽象的になってしまった。その中でいろいろな数学の分野が確立されてきた。ところが現在、今世紀末期において、そのような分野が

崩壊しつつある。例えば、微分方程式の研究は微分方程式だけでは発展を続けられない。確率現象や幾何学や物理学などのかかわりあいを念頭に置くことが必要となっている。20世紀に入り変貌をとげた数学が再び変わりつつある。

「そういう時にですね、必要なの

は、いろいろな分野のことを勉強して新しい世界をつくっていかうとする若い人であるわけです。非常に意欲のある人にとっては戦国時代と同じで、うまくいけば一国一城の主になれるという時代であると思っています。」



## 学生のうちこそ基礎の修得を

新しい分野を拓くことは、独創性や創造性なしに語れないことではある。しかし、独創性うんぬんを言う前に学生は基礎を確実に修得することが大切だと先生はおっしゃっている。

「自分で余暇に本を読んでいるような態度が後になって、その人の創造性・独創性につながっていくのではないかと考えています。」

そして、独創性を磨くためには、数学や物理といったある専門分野が

自分はどれくらい好きかということを実践的に確認する必要がある。実践的に確認することというのは、友人と講義以外でその学問について議論する機会をもつことや、その学問に関する専門書を講義とかかわりなく日頃から読んでいることなどであるともいわれた。



## 取材の終わりに

小沢先生は本学に昨年着任なさったばかりで、取材当時、研究室には学生はいらっしゃらなかった。だがこの春には胸を躍らせてこの研究室の扉をたたく学生が生まれていることだろう。そして、小沢先生の数学

にかける情熱と学生のバイタリテイが融合し、どのような発展をみせてくれるのか楽しみに思われる。

(佐藤)

