Lineární algebra

Jaroslav Langer *

Říjen 2020

Contents

Abstract

Definice, pojmy a znalosti z předmětu BI-LIN. Courses předmětu.

1 Kapitola 1.

Gaussova Eliminační metoda (GEM)

Horní stupňovitý tvar

2 Kapitola 2.

Základní pojmy lineární algebry

2.1 Lineární obal

Definice: Buď $(x_1, x_2, \ldots, x_3)$ soubor vektorů z V. Množinu všech lineárních kombinací $(x_1, x_2, \ldots, x_3)$ nazveme **lineární obal souboru**. Značíme ji

$$\langle x_1, x_2, \ldots, x_3 \rangle$$

Buď $\emptyset \neq M \subset V$ množinu všech lineárních kombinací všech souborů vektorů z M nazýváme **lineárním obalem množiny M** a značíme ji $\langle M \rangle$

*přednášky BI-LIN/FIT/ČVUT

3 Kapitola 3.

Hodnost matice a Frobeniova věta

3.1 Hodnost matice

Definice: Hodností matice A nazýváme dimenzi lineárního obalu souboru řádků matice a značíme ji $h(A)$

3.2 Regulární matice a maticová inverze

Definice: **Kroneckerovo delta**

Definice: **Jednotková matice**

Definice: Buď $A \in T^{n,n}$. Existuje-li matice $B \in T^{n,n}$ taková, že

$$AB = BA = E$$

matice A je **regulární** a matici B nazveme **inverzní maticí** k matici A. Značíme $B = A^{-1}$. Pokud matice A není regulární, nazýváme ji **singulární.**.

Věta: Je-li matice $A \in T^{n,n}$ regulární, pak je inverzní matice k A určena jednoznačně.

Definice: Nechť $V = T^n$ je libovolný.

- Varietu o dimenzi 0 nazýváme bod.
- Varietu o dimenzi 1 nazýváme přímka.
- Varietu o dimenzi 2 nazýváme rovina.
- Varietu o kodimenzi 1 nazýváme nadrovina.

4 Kapitola 4.

5 Kapitola 5.

5.1 Základní pojmy

Zobrazení $f : X \to Y$ je **injektivní (prosté)**, pokud

$$\forall x, y \in X f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

.

Zobrazení $f : X \to Y$ je **surjektivní (na)**, pokud

$$\forall y \in Y, \exists x \in X, f(x) = y$$

.

Zobrazení $f : X \to Y$ je **bijektivní (vzájemně jednoznačné)**, pokud je současně injektivní i surjektivní.

5.2 Hodnost, jádro a defekt zobrazení

5.2.1 Injektivita a surjektivita zobrazení

6 Kapitola 6.

Determinant matice

6.1 Permutace

Definice 6.1: Nechť $n \in \mathbb{N}, \hat{n} = \{1, 2, ..., n\}$ **permutací množiny** $\hat{n}$ nazveme libovolné zobrazení $\pi : \hat{n} \to \hat{n}$, které je bijekce.

6.1.1 Transpozice

Nyní zmíníme speciální jednoduchý druh permutací. Permutace, které odpovídají prohození právě dvou prvků v množině $\hat{n}$, budeme nazývat transpozice.

Definice: Nechť $n \in N$ a $i, j \in \hat{n}, i \neq j$. Permutaci $\tau_{ij} \in S_n$, kde

1. $\tau_{ij}(j) = i$,
2. $\tau_{ij}(i) = j$,
3. $\tau_{ij}(k) = k$, pro k 6= i, j,

nazýváme transpozicí čísel i a j.

6.2 Definice determinantu

Věta: Matice $A \in T^{n,n}$ je regulární právě tehdy když $detA \neq 0$

Vlastní čísla