

Příklady z pravděpodobnosti

Příklad 1. Máme distribuovat velkou zásilku jednorázových roušek. Každé balení má obsahovat 200 kusů roušek. Náhodnou kontrolou jsme zjistili, že třetina balení je nekompletní (tj. chybí v nich alespoň jedna rouška). Nemocnice má objednáno 90 balení roušek z této zásilky. Jaká je přibližná pravděpodobnost, že více než sedmdesát balení v dodávce nemocnici bude kompletních?

Poznámka: Netrapte své počítače náročnými výpočty, použijte raději centrální limitní větu!

Příklad 2. Rozdělení **spojité** náhodné veličiny X je dáno distribuční funkcí

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-x} + 1 & , \quad x \geq 2, \\ 0 & , \quad x < 2. \end{cases}$$

- (i) Stanovte konstantu $a \in \mathbb{R}$ tak, aby F byla skutečně distribuční funkcí spojité náhodné veličiny.
- (ii) Určete hustotu náhodné veličiny X .
- (iii) Spočítejte střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X .
- (iv) Vypočítejte
 - (*) $\mathbb{P}(X > 5)$
 - (**) $\mathbb{P}(|X - 2| \leq 1)$
 - (***) všechny kvartily náhodné veličiny X
- (v) Medián zakreslete do obrázku s grafem distribuční funkce F a v obrázku zachyťte jeho význam.
- (vi) Horní kvartil zakreslete do obrázku s grafem hustoty náhodné veličiny X a v obrázku naznačte jeho význam.

Příklad 3. Jak v supermarketu, tak v maloobchodě mají v tomto ročním období mrkev buď z Holandska, anebo z Itálie. V supermarketu mají holandskou mrkev ve třetině případů, zatímco v maloobchodě zase ve dvou třetinách případů. Ze seniorského manželského páru chodí v těchto těžkých časech na nákup pouze Oldřich, aby Boženu uchránil pohledu na prázdné regály v obchodech. Preferuje nakupování v maloobchodě, chodí tam dvakrát častěji než do supermarketu. Jednoho slunečného dne přinesl Oldřich Boženě balení mrkve.

- (M) Jaká je pravděpodobnost, že mrkev pochází z Itálie?
- (MM) Božena zjistila, že země původu na balení mrkve je Holandsko. Jaká je pravděpodobnost, že byl Oldřich v maloobchodě?

Příklad 4. Rozdělení náhodného vektoru (Y, Z) je dáno pravděpodobnostní funkcí $p_{(Y,Z)}$

Z	Y			
	0	1	2	3
0	0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	0

- (a) Jsou náhodné veličiny Y a Z nezávislé?
- (b) Spočítejte
 - (ba) střední hodnotu a kovarianční matici náhodného vektoru (Y, Z)
 - (bb) $\mathbb{P}(Y \geq 1 \wedge Z \leq 0)$
 - (bc) $\mathbb{P}(|Y - Z| = 1)$
- (c) Vypočítejte korelační koeficient náhodných veličin Y a Z a vysvětlete, co v našem případě znamená.