

Program 1

Stwórz funkcje

$$f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{3})^x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{poza tym} \end{cases}$$

oraz

$$g(x) = \begin{cases} (1+i)e^x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{poza tym} \end{cases}$$

Sprawdź, czy należą one do przestrzeni Hilberta (sprawdź, czy odpowiednie całki są skończone i na tej podstawie wyciągnij wnioski). Jeśli należą, to niech program obliczy normy $\|f\|_{L^2}$ i $\|g\|_{L^2}$ oraz iloczyn skalarny $\langle f, g \rangle$. Następnie wywnioskuj, co na podstawie należenia lub nie tych funkcji do przestrzeni Hilberta można powiedzieć o ich należeniu do przestrzeni Banacha.

Przygotuj raport w Jupyterze i załącz z rozszerzeniem IPYNB. Oprócz wniosków niech program wyświetla również obliczane wielkości. Wszystkich matematycznych wzorów użyj z wykładu I.