

C++算法

快快编程1962

快快编程
kkcoding.net

解法思路的形成 如何启发思路

A

暴力

B

简化为链

C

手算样例

解法思路的形成 如何启发思路

A

暴力

B

简化为链

C

手算样例

如何暴力枚举

暴力方法1

枚举树上所有
 n 个点中的每一个节点 x

判断 x 是否在 $[u, v]$ 路径上
判断 x 是否在 $[a, b]$ 路径上

暴力方法2

枚举路径 $[u, v]$ 上的
每一个节点 x

判断 x 是否在 $[a, b]$ 路径上

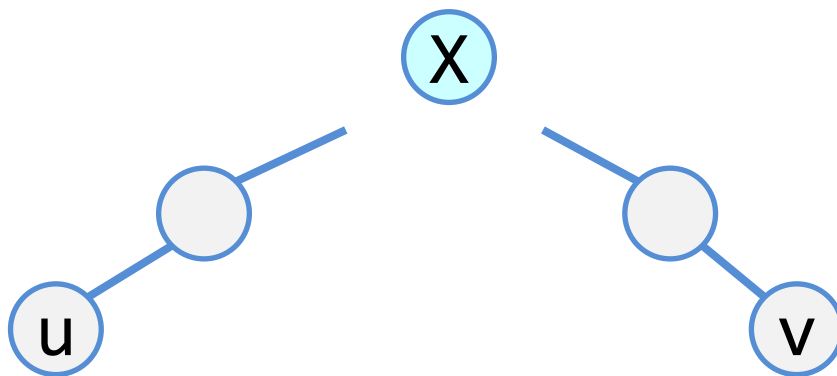
```
53 int ans=0;
54 scanf("%d",&q);
55 for(int i=1;i<=q;++i){
56     int u,v,a,b;
57     scanf("%d %d %d %d",&u,&v,&a,&b);
58     int uv=dst(u,v);
59     int ab=dst(a,b);
60     for(int x=1;x<=n;++x)
61         {
62             判断x是否在[u,v]路径上
63             判断x是否在[a,b]路径上
64             ++ans;
65             break;
66         }
67     printf("%d\n",ans);
```

暴力方法2

枚举路径 $[u, v]$ 上的
每一个节点 x

判断 x 是否在 $[a, b]$ 路径上

路径 $[u, v]$ 分为3部分
分段枚举



暴力方法2

枚举路径 $[u, v]$ 上的
每一个节点 x

判断 x 是否在 $[a, b]$ 路径上

```
scanf("%d %d %d %d",&u,&v,&a,&b);  
int uv=lca(u,v);  
int dab=dst(a,b);  
if(dab==dst(a,uv)+dst(b,uv)){++ans;continue;}  
bool OK=0;  
while(u!=uv){  
    if(dab==dst(a,u)+dst(b,u)){++ans;OK=1;break;}  
    u=p[u][0];  
}  
if(OK)continue;
```


解法思路的形成 如何启发思路

A

暴力

B

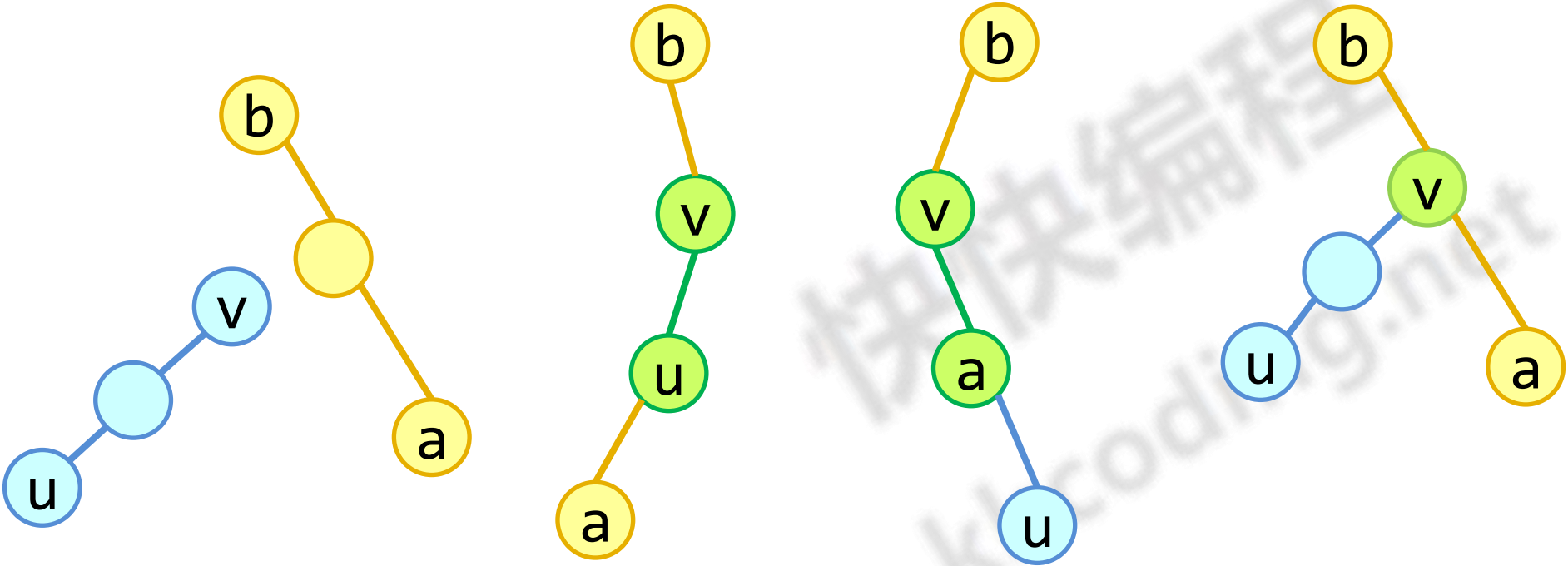
简化为链

C

手算样例

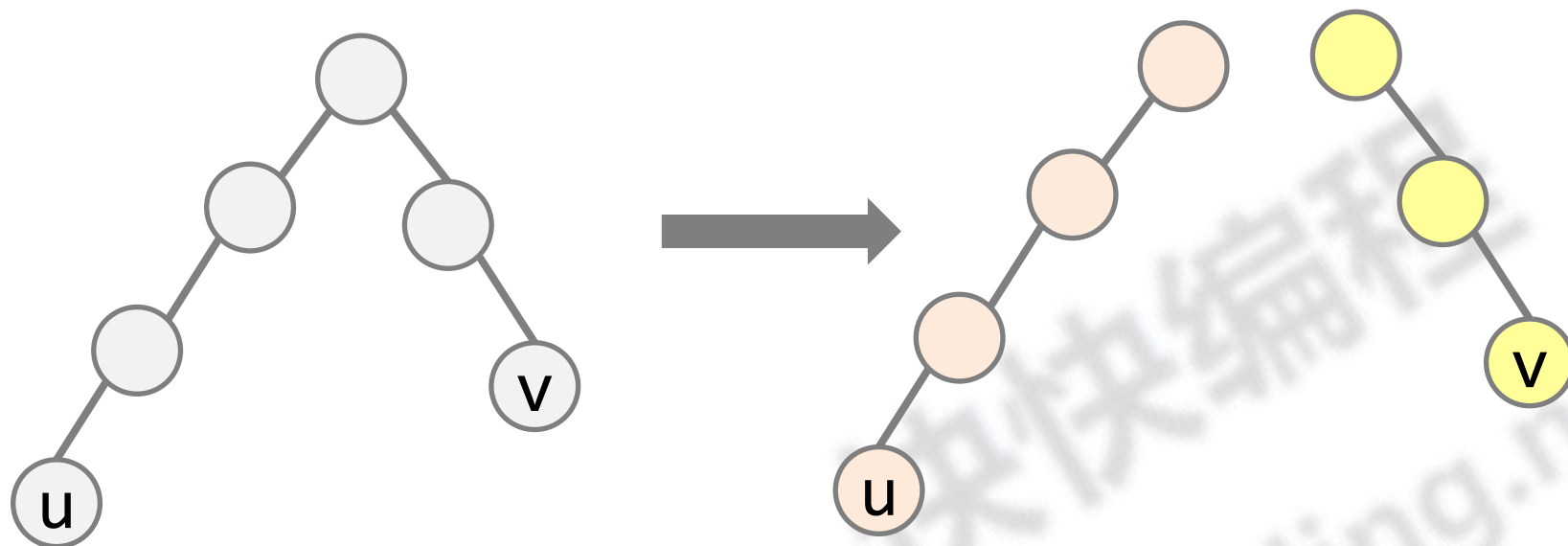
链状解法

直线链条 $[u, v]$
直线链条 $[a, b]$
几种可能关系：
分离，完全包含，部分重叠



路径拆成链

路径 $[u, v]$ 可以
分为2条直线型链条
分段处理



路径 $[a, b]$ 也可以
分为2条直线型链条

解法思路的形成 如何启发思路

A

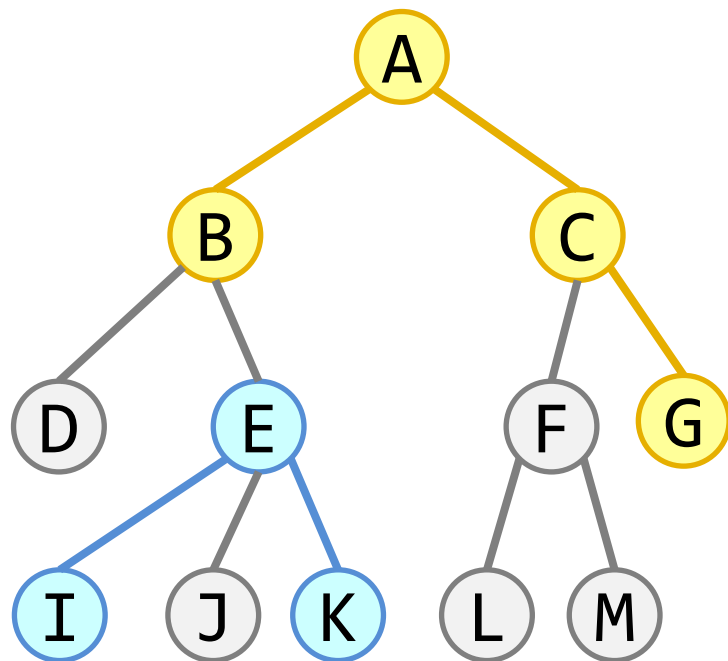
暴力

B

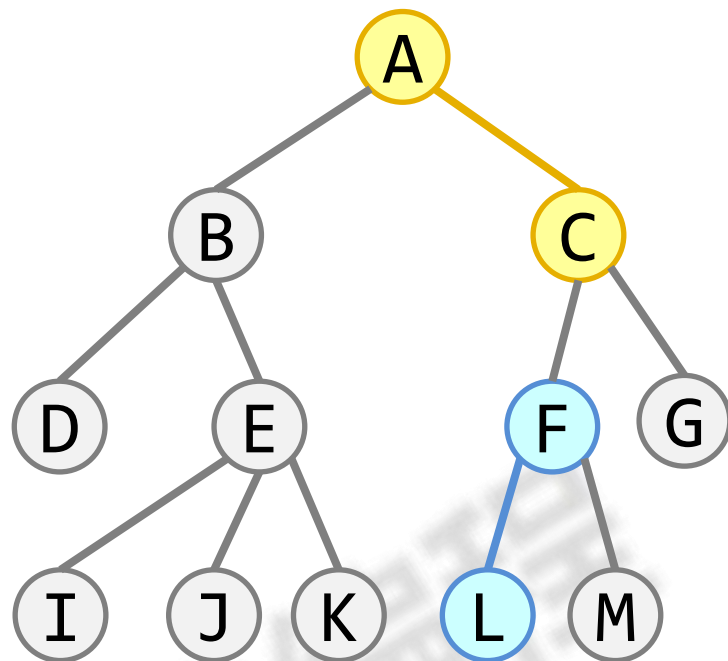
简化为链

C

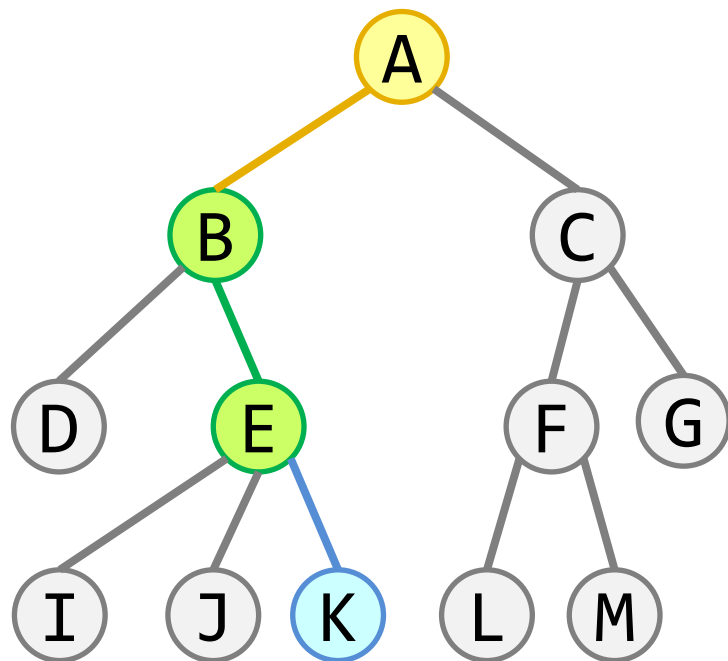
手算样例



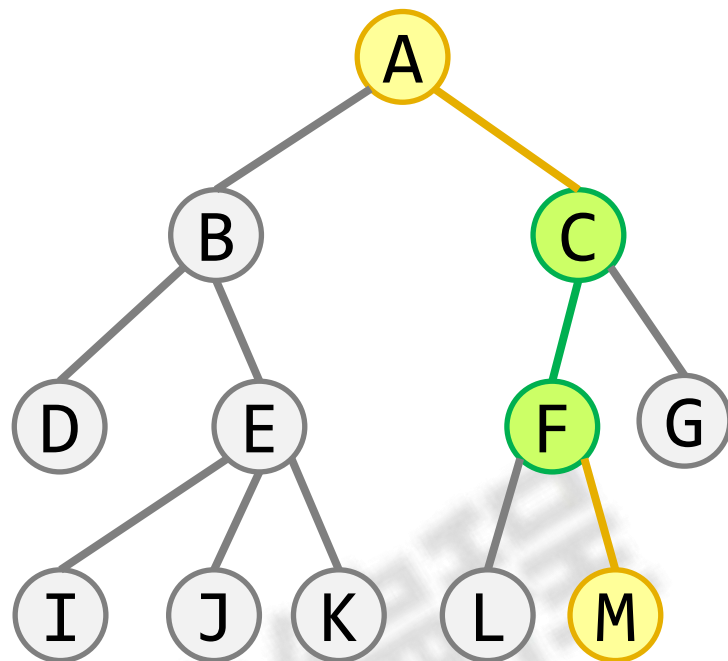
$[I, K], [B, G]$
不相交



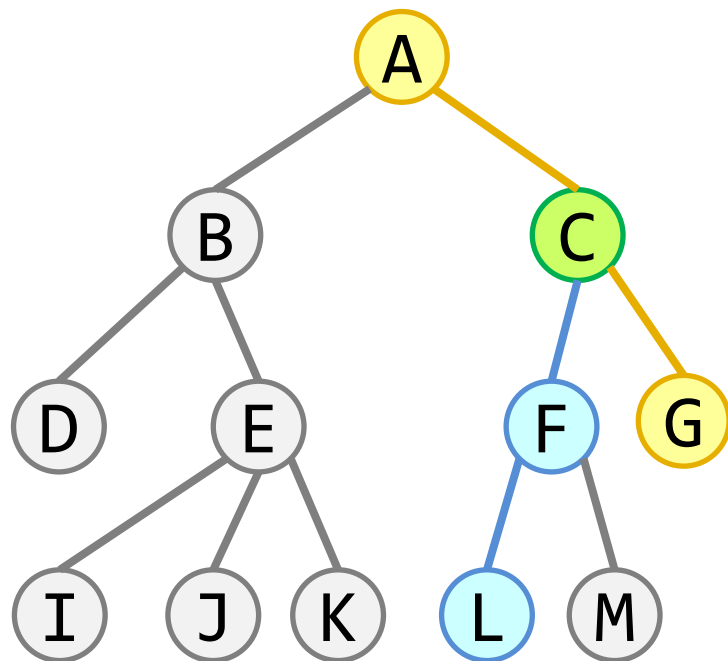
$[L, F], [A, C]$
不相交



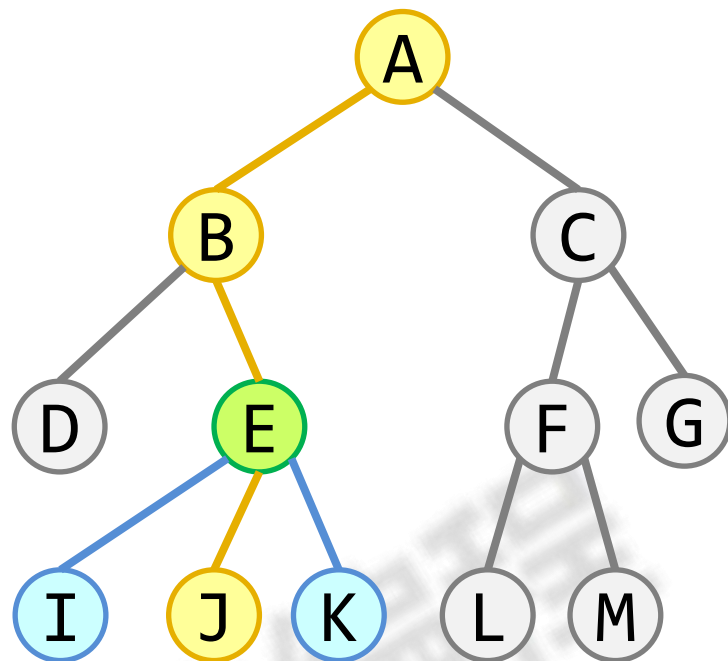
[B,K],[A,E]
相交



[C,F],[A,M]
相交



[L,C],[A,G]
相交



[I,K],[A,J]
相交

简单
类别

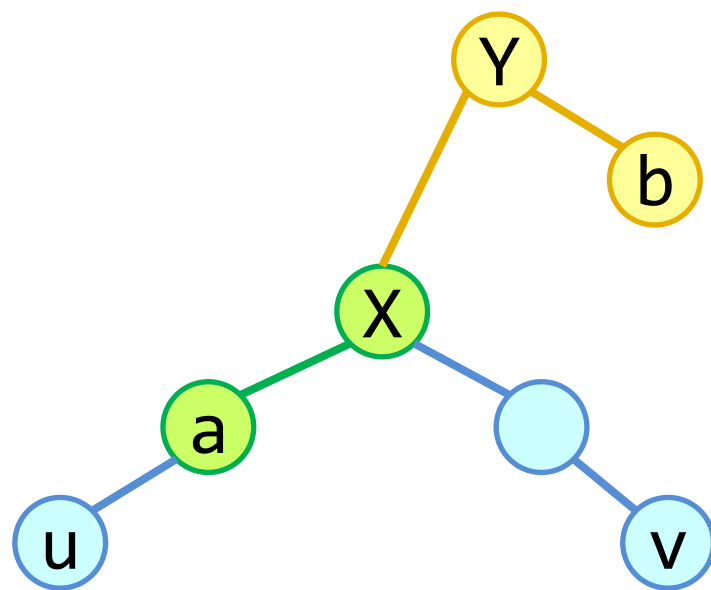
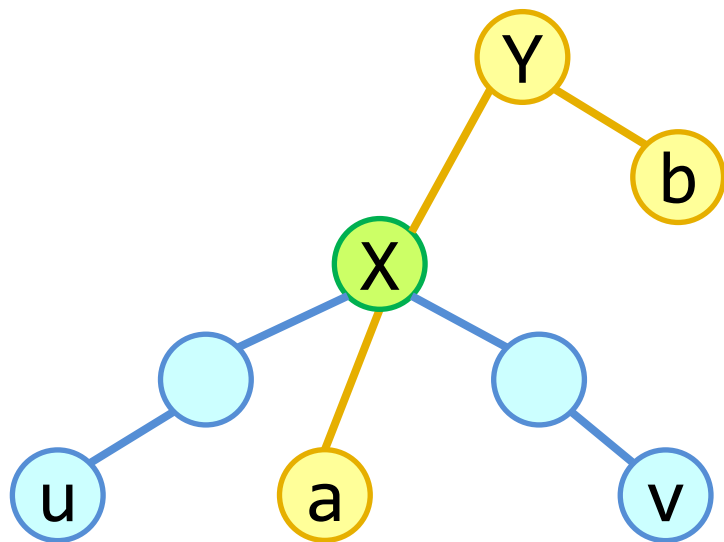
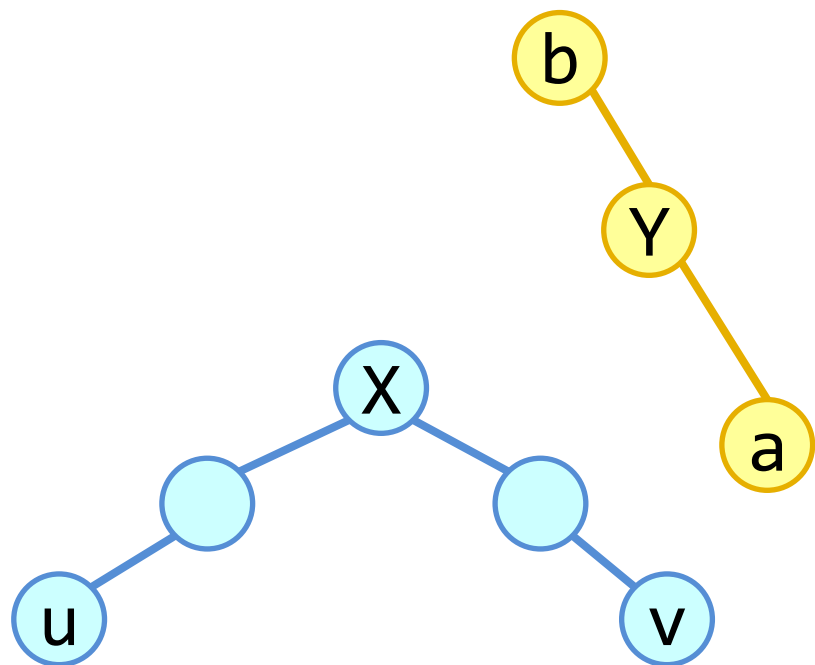
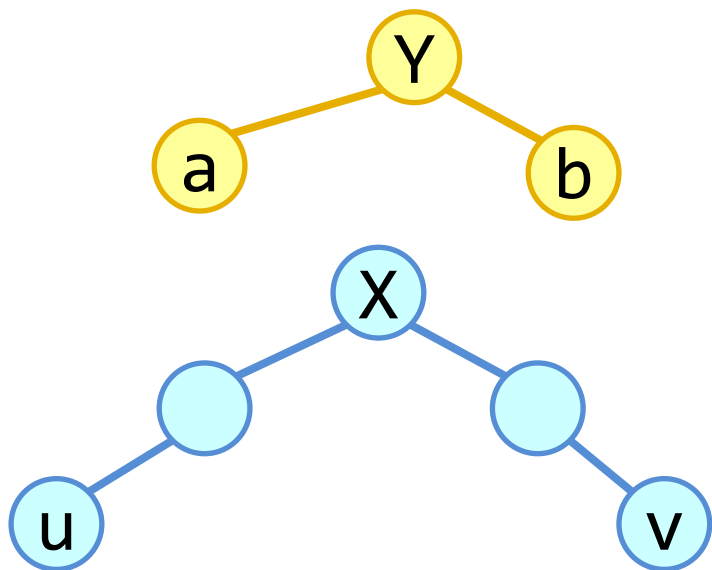
2条路径都是"直线型"

复杂
类别有1条路径是"折线型"
有1条路径是"直线型"

2条路径都是"折线型"

思考

 $LCA(u, v)$ 和 $LCA(a, b)$ 的关系不妨设 $LCA(u, v)$
不高于 $LCA(a, b)$



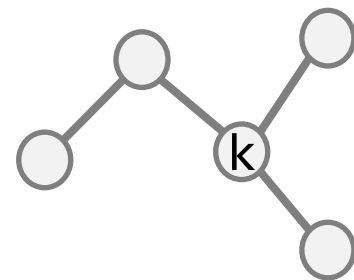
不妨设 $LCA(u, v)$
不高于 $LCA(a, b)$

重大
发现

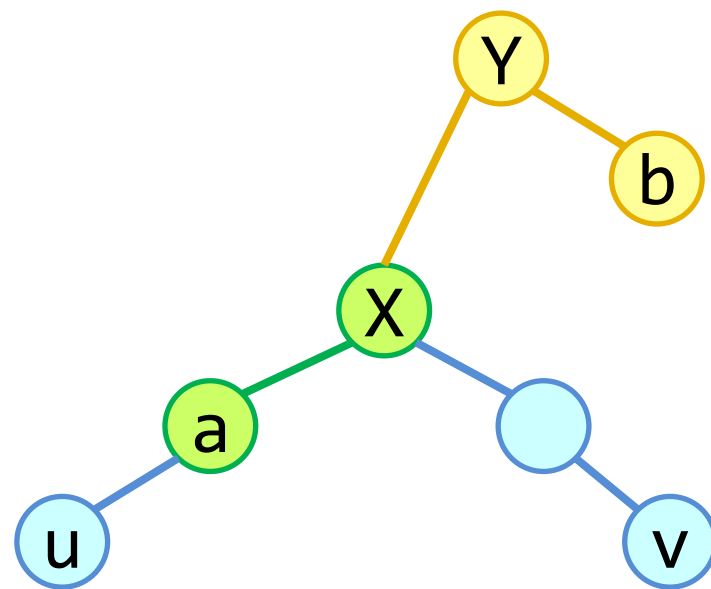
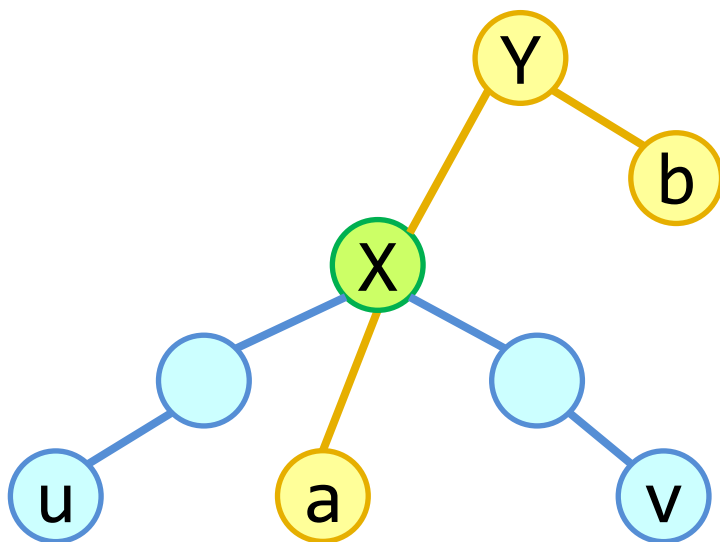
$[a, b]$ 要和 $[u, v]$ 相交
必须经过 $LCA(u, v)$

提出
猜想

若两条路径相交
必经过较低的LCA



以上图形不可能!
k最多一个父节点



```
39 bool onPath(int x,int u,int v){  
40     return dst(u,x)+dst(v,x)==dst(u,v);  
41 }
```

```
53 int ans=0;  
54 scanf("%d",&q);  
55 for(int i=1;i<=q;++i){  
56     int u,v,a,b;  
57     scanf("%d %d %d %d",&u,&v,&a,&b);  
58     int uv=lca(u,v);  
59     int ab=lca(a,b);  
60     if()  
61         ans+=  
62     else  
63         ans+=onPath(uv,a,b);  
64 }
```

树的直径

diameter

两点间最长的距离

快快编程
kkcoding.net

树的直径

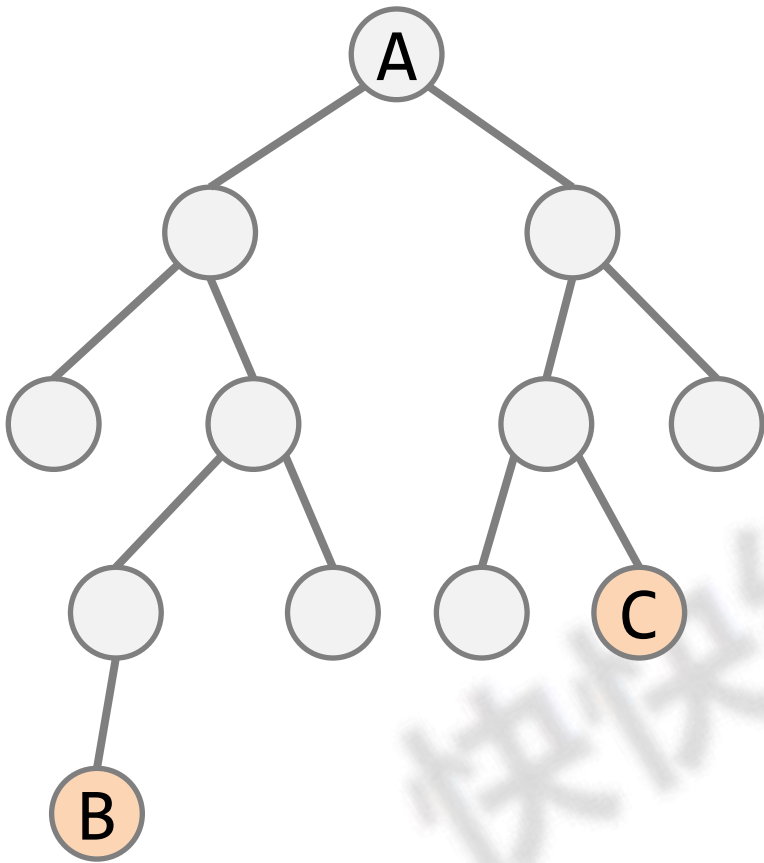
方法1

| |
|-------------------------------------------------------------|
| 枚举路径转折点u |
| 对每个节点u预计算 从u出发到其子树内 不重叠的最长路和次长路 $h[u][1], h[u][2]$ |

方法2

| | |
|-----------------------|------|
| 直径的2个端点 一定是"边缘点" | 如何证明 |
| 2次DFS/BFS 每次找出1个端点 | |

直径的2个端点
一定是"边缘点"



树直径

直径的2个端点
一定是"边缘点"

第1次DFS

以任意点A为根节点DFS
找到距离A最远的点B

一定存在直径包含B

第2次DFS

以B为根节点DFS
找到距离B最远的点C

BC一定形成直径

树直径

直径的2个端点
一定是"边缘点"

第1次DFS

```
dfs(1,0);  
int id=max_element(d+1,d+1+n)-d;
```

第2次DFS

```
dfs(id,0);  
int ans=*max_element(d+1,d+1+n)-1;  
cout<<ans<<endl;
```

快快编程
kkcoding.net

快快编程1961

快快编程
kkcoding.net

树上找到三个节点ABC

$$\max\{ \min\{\text{dst}(A,B), \text{dst}(A,C)\} + \text{dst}(B,C) \}$$

快快编程
kkcoding.net

解法思路的形成 如何启发思路

A

暴力

B

简化为链

C

手算样例

解法思路的形成

如何启发思路

解法1

枚举转折点
预计算前3长路径

解法2

直径BC+枚举A

解法1

枚举转折点
预计算前3长路径

快快编程
kkcoding.net

解法1

枚举转折点 预计算前3长路径

```
12 void dfs_h(ll u, ll fa){
13     h[u][1]=h[u][2]=h[u][3]=0;
14     for(ll i=hd[u]; i; i=e[i].nxt){
15         ll v=e[i].v, w=e[i].w;
16         if(v==fa) continue;
17         dfs_h(v, u);
18         if(h[u][3]>=h[v][1]+w) continue;
19
20
21
22
23
24     }
25 }
```

解法1

枚举转折点 预计算前3长路径

```
26 void dfs_g(ll u, ll fa){
27     for(ll i=hd[u]; i; i=e[i].nxt){
28         ll v=e[i].v, w=e[i].w;
29         if(v==fa) continue;
30         if( )
31             ;
32         else
33             g[v]=w+max(g[u], h[u][1]);
34         dfs_g(v, u);
35     }
36 }
```

解法2

直径BC+枚举A

快快编程
kkcoding.net


```
63  ll ans=0;
64  for(ll A=1;A<=n;++A){
65      ll AB=dst(A,B);
66      ll AC=dst(A,C);
67      ll cost=min(AB,AC)+dst(B,C);
68      ans=max(ans,cost);
69  }
```

快快编程作业

1685

1961

1962