



信奥算法

概率+期望

快快编程
kkcoding.net

快快编程1827

快快编程
kkcoding.net

定义
状态

A

自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

B

具体化
状态

$h[i][j]$ 表示前 i 次投后
恰好到 j 的方案数

请问哪个状态
方便解决此题?

快快编程网
kkcoding.net

A

自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

快快编程
kkcoding.net

自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$
$i=0$	1	0	0	0	0	0	0	0
$i=1$	6	6	5	4	3	2	1	0
$i=2$	36	36	36	35	33	30	26	21

$$f[2][7] = f[1][1] + f[1][2] + f[1][3] + f[1][4] + f[1][5] + f[1][6]$$

自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$
$i=0$	1	0	0	0	0	0	0	0
$i=1$	6	6	5	4	3	2	1	0
$i=2$	36	36	36	35	33	30	26	21

$$f[2][7] = f[1][0] + f[1][1] + f[1][2] + f[1][3] + f[1][4]$$

自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

```
23 f[0][0]=1;
24 for(ll i=1;i<=m;++i){
25     f[i][0]=
26     for(ll j=1;j<=n;++j)
27         for(ll k=1;k<=6;++k)
28             f[i][j]+=f[i-1][];
29 }
```


自然
状态

$f[i][j]$ 表示前 i 次投后
达到或超过 j 的方案数

```
14 ll gcd(ll a, ll b){  
15     ll r=a%b;  
16     return r?gcd(b,r):b;  
17 }
```

```
30 ll numerator=f[m][n];  
31 ll denominator=f[m][0];
```

```
32  
33  
34  
35  
36  
37
```

B

具体化
状态

$h[i][j]$ 表示前 i 次投后
恰好到 j 的方案数

具体化 状态	$h[i][j]$ 表示前 <i>i</i> 次投后 恰好到 <i>j</i> 的方案数
-----------	---

```

1  /*
2  h[i][j]表示前i次投后恰好到j的方案数
3      j=0,j=1,j=2,j=3,j=4,j=5,j=6,j=7,j=8,j=9,j=10,j=11,j=12
4  i=0  1    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
5  i=1  0    1    1    1    1    1    1    0    0    0    0    0    0
6  i=2  0    0    1    2    3    4    5    6    5    4    3    2    1
7  */

```

```

23  h[0][0]=1;
24  for(int i=1;i<=m;++i)
25      for( )
26          for(int k=1;k<=6;++k)if( )
27              h[i][j]

```

具体化 状态	$h[i][j]$ 表示前 <i>i</i> 次投后 恰好到 <i>j</i> 的方案数
-----------	---

```
14 ll gcd(ll a, ll b){  
15     ll r=a%b;  
16     return r?gcd(b,r):b;  
17 }
```

```
28     ll numerator=0;  
29     for(ll j=n;j<=m*6;++j)numerator+=h[m][j];  
30     ll denominator=1;  
31     for(ll i=1;i<=m;++i)denominator*=6;
```

32	
33	
34	
35	
36	
37	

现场挑战 快快编程1876

请同学写出题目大意
已知什么求什么

限时3分钟

快快编程
kkcoding.net

定义
状态

A

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

B

期望
状态

$f[i]$ 表示抽奖 i 次时
期望抽中种类数

请问哪个状态
方便解决此题?

A

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

拉动法
pull

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	$1/3$	$2/3$	0
$i=3$	0	$1/9$	$6/9$	$2/9$

$$p[3][1] = p[2][1] * 1/3 + p[2][0] * (3-0)/3$$

共3种+抽3次

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

拉动法
pull

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	$1/3$	$2/3$	0
$i=3$	0	$1/9$	$6/9$	$2/9$

$$p[3][2] = p[2][2] * 2/3 + p[2][1] * (3-1)/3$$

共3种+抽3次

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

拉动法
pull

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	$1/3$	$2/3$	0
$i=3$	0	$1/9$	$6/9$	$2/9$

$$p[3][3] = p[2][3] * 3/3 + p[2][2] * (3-2)/3$$

共3种+抽3次

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

拉动法
pull

```
26 p[0][0]=1;
27 for(int i=1;i<=n;++i)
28     for(int j=1;j<=m;++j)
29         p[i][j]=
```

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

拉动法
pull

```
26  p[0][0]=1;
27  for(int i=1;i<=n;++i)
28      for(int j=1;j<=m;++j)
29          p[i][j]=p[i-1][j]*j/m+p[i-1][j-1]*(m-j+1)/m;

30  lb ans=0;
31  for(int j=1;j<=m;++j)
```

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

推动法
push

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	$1/3$	$2/3$	0
$i=3$	0	$1/9$	$6/9$	$2/9$

$p[3][0]$	$+=$	$p[2][0] * 0/3$
-----------	------	-----------------

$p[3][1]$	$+=$	$p[2][0] * (3-0)/3$
-----------	------	---------------------

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

推动法
push

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	1/3	2/3	0
$i=3$	0	1/9	6/9	2/9

$p[3][1]$	$+=$	$p[2][1]*1/3$
-----------	------	---------------

$p[3][2]$	$+=$	$p[2][1]*(3-1)/3$
-----------	------	-------------------

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

推动法
push

$f[i][j]$	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=0$	1	0	0	0
$i=1$	0	1	0	0
$i=2$	0	$1/3$	$2/3$	0
$i=3$	0	$1/9$	$6/9$	$2/9$

$p[3][2]$	$+=$	$p[2][2]*2/3$
-----------	------	---------------

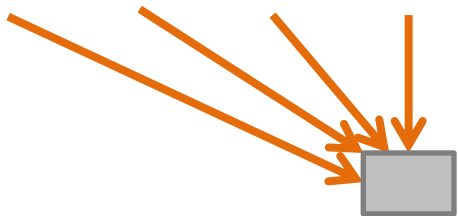
$p[3][3]$	$+=$	$p[2][2]*(3-2)/3$
-----------	------	-------------------

概率
状态

$p[i][t]$ 表示抽奖 i 次时
恰好中了 t 种的概率

推动法
push

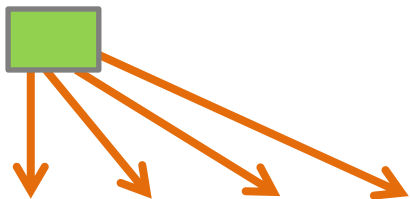
```
26 p[0][0]=1;
27 for(int i=0;i<=n-1;++i)
28     for(int j=0;j<=m;++j){
29         p[i+1][j]+=
30         p[i+1][j+1]+=
31     }
```

拉动法
pull

每一格依赖
哪些已知格

人人
为我



推动法
push

每一格影响
哪些未知格

我为
人人

B

期望
状态

$f[i]$ 表示抽奖 i 次时
期望抽中种类数

期望
状态

$f[i]$ 表示抽奖 i 次时
期望抽中种类数

例如共3种,抽5次: 21213

$$X_i=1, X_i=2, X_i=2, X_i=2, X_i=3$$

随机变量

X_i 表示抽奖 i 次时抽中种类数量

$$X_i = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_i$$

$$A_i=1, A_i=1, A_i=0, A_i=0, A_i=1$$

随机变量

A_i 表示抽奖第 i 次是否新增1种

期望
状态

$f[i]$ 表示抽奖 i 次时
期望抽中种类数

例如共3种,抽5次: 21213

$X_1=1, X_2=2, X_3=2, X_4=2, X_5=3$

随机变量

X_i 表示抽奖 i 次时抽中种类数量

$$X_i = X_{i-1} + A_i$$

$$E[X_i] = E[X_{i-1}] + E[A_i]$$

$$\begin{aligned} f[i] &= f[i-1] + \Pr(A_i=1) \\ &= f[i-1] + (m-f[i-1])/m \end{aligned}$$

快快编程1875

快快编程
kkcoding.net

请同学写出状态定义

期望
状态

$f[i][j]$ 表示剩 i 张红 j 张黑时
最优策略能赢的期望收益

期望
状态

$f[i][j]$ 表示剩 i 张红 j 张黑时
最优策略能赢的期望收益

```
1 /*
2  $f[i][j]$ 表示剩 $i$ 张红 $j$ 张黑时期望收益
3      $j=0, j=1, j=2$ 
4  $i=0$     0    0    0
5  $i=1$     1    1/2  0
6  $i=2$     2    
7 */
```

期望
状态

$f[i][j]$ 表示剩*i*张红*j*张黑时
最优策略能赢的期望收益

```
10 const double ERR=0.00000001;
```

```
11 const double OFFSET=0.0005;
```

```
17 int r,b;
```

```
18 cin>>r>>b;
```

```
19 for(int i=1;i<=r;++i){
```

```
20
```

```
21     for(int j=1;j<=b;++j){
```

```
22
```

```
23
```

```
24
```

```
25
```

```
}
```

```
}
```


期望
状态

$f[i][j]$ 表示剩*i*张红*j*张黑时
最优策略能赢的期望收益

```
10 const double ERR=0.00000001;
11 const double OFFSET=0.0005;

17 int r,b;
18 cin>>r>>b;
19 for(int i=1;i<=r;++i){
20     f[i][0]=i;
21     for(int j=1;j<=b;++j){
22         f[i][j]=(f[i-1][j]+1)*i/(i+j)+(f[i][j-1]-1)*j/(i+j);
23         f[i][j]=max(0.0,f[i][j]);
24     }
25 }
26 cout<<fixed<<setprecision(3);
27 cout<< <<endl;
```

快快编程作业

1827

1875

1876