退课

请同学简述题意
突出核心要点

已知n条线段长度，将其分为三组，围成三角形。每组线段之和即边长，求三角形面积最大值

30%数据，$1 \le k < n \le 10$；
60%数据，$1 \le k < n \le 1000$；
100%数据，$1 \le k < n \le 100000$；
$1 \le si \le 1000$；
$1 \le ci \le 1000$；

算法1

60分

贪心

假设从 n 门课程里，最多可以退 k 门课，选择怎样的策略对自己最有利呢？

策略1：退掉最低分的一门课

策略2：退掉分数和学分乘积（加权分）最低的一门

策略3：退掉最拉低平均分的一门课

为了找出最拉低平均分的这门课，我们可以枚举每门课，从去掉这门课后计算的平均分里，找到最大值。

算法1

贪心

60分

```cpp
    cin >> n >> k;
    ll ttl = 0, pt = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i ++ ) {
        cin>>s[i]>>c[i];
        ttl += s[i]*c[i];
        pt += c[i];
    }
    ll max_ttl = ttl;
    ll max_pt = pt;
    while (k--) {
        int t = 0;
        for (int i = 1; i <= n; i ++ ) {
            if (w[i]) continue;
            ll a = ttl - s[i] * c[i];
            ll b = pt - c[i];
            if (1.0 * a / b > 1.0 * max_ttl / max_pt) {
                max_ttl = a;
                max_pt = b;
                t = i;
            }
        }
        if (t == 0) break;
        ttl = max_ttl;
        pt = max_pt;
        w[t] = 1;
    }
```

a:退掉i号课后的总加权分

b:退掉i号课后的总学分

w[i]:i号课程是否已经退掉

时间复杂度?

算法1

60分

分数输出

若是一个分数，则输出格式应形如 A/B， A 和 B 分别表示分子和分母，且它们应该是既约互素的。

如何保证互素？

同除gcd最大公约数

```
ll gcd(ll x, ll y) {
    if (!y) return x;
    return gcd(y, x%y);
}
```

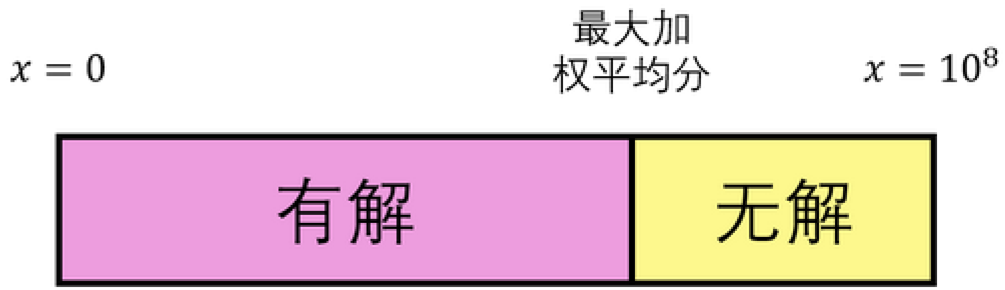
```
    if (max_ttl % max_pt == 0)
        cout << max_ttl / max_pt;
    else{
        cout << max_ttl / gcd(max_ttl, max_pt) ;
        cout<< "/" ;
        cout<< max_pt / gcd(max_ttl, max_pt);
    }
```

算法2

二分枚举

100分

是否存在加权平均分大于等于 x 的退课方法



选取 n-k个课程，其满足不等式：

$$\frac{\sum s[i]*c[i]}{\sum c[i]} \ge x$$

s[i]:i号课的分数；c[i]:i号课的学分

算法2

数学分析

100分

是否存在加权平均分大于等于 x 的退课方法

$x = 0$ 最大加权平均分 $x = 10^8$

有解	无解

$$\frac{\sum s[i] * c[i]}{\sum c[i]} \geq x$$

选取 n-k个课程，其满足：

$$\sum s[i] * c[i] \geq x \sum c[i]$$

$$\sum (s[i] - x) * c[i] \geq 0$$

$$\sum (s[i] - x) * c[i] \geq 0$$

算法2

数学分析

100分

是否存在加权平均分大于等于 x 的退课方法

选取 n−k个课程，其满足：

$$\sum(\boldsymbol{s}[\boldsymbol{i}]-\boldsymbol{x})*\boldsymbol{c}[\boldsymbol{i}]\geq \mathbf{0}$$

选取策略？

选取 最大的n-k个$(\boldsymbol{s}[\boldsymbol{i}]-\boldsymbol{x})\boldsymbol{c}[\boldsymbol{i}]$：

求出每一个课程(s[i]-x)c[i]，然后取较大的前 n−k 个求和，如果和大于等于 0，则有解，否则无解。

算法2

100分

二分枚举

求出每一个课程(s[i]-x)c[i]，然后取较大的前 n-k 个求和，如果和大于等于 0，则有解，否则无解。

```
int cal(double x){
    for(int i=1;i<=n;++i) d[i].v=1.0*d[i].b*(d[i].a-x);
    sort(d+1,d+1+n,cmp);
    double sum=0.0;
    for(int i=1;i<=n-k;++i) sum+=d[i].v;
    return (sum>=0.0);
}
```

二分答案求出来的是浮点数，但题目要求你输出分数

改进判断方法，使得其可以同时记录选择项并进行求解。

算法2

100分

二分枚举

```
void get(double x){
    for(int i=1;i<=n;++i) d[i].v=1.0*d[i].b*(d[i].a-x);
    sort(d+1,d+1+n,cmp);
    double sum=0.0;
    for(int i=1;i<=n-k;++i) zi+=d[i].a*d[i].b,mu+=d[i].b;
    g=gcd(mu,zi);
    cout<<zi/g;
    if(mu!=g) cout<<"/"<<mu/g;
}
int main(){
    cin>>n>>k;
    for(int i=1;i<=n;++i) cin>>d[i].a>>d[i].b;
    double l=0.0,r=1e13,mid;
    while(l<=r){
        mid=(l+r)/2;
        if(cal(mid)==1) l=mid+0.0001;
        else r=mid-0.0001;
    }
    get(mid);
```

会不会发生精度不够导致答案求错的情况？

把精度要求设置的高一点

放置拼块

请同学简述题意
突出核心要点

已知一个n*m的底板，上面放置了k个2*2的拼块，问有多少种方法在剩余位置上放置2*2的拼块（不放也算一种）

K=0

简化问题

已知一个n*m的底板，放置2*2的拼块有多少种造型

总共多少方案

通过左上角点的坐标可能

从(1,1)到(n-1,m-1)

每个点可放可不放

n<=8, m<=8

数据量并不大

暴力搜索

已知一个n*m的底板，有多少种方法在剩余位置上放置一个2*2的拼块

dfs(x,y)枚举决策

是否以(x,y)作为左上角放置拼块

注意放置条件，不能覆盖已有拼块

100分

```
void dfs(int x,int y)
{
    if(y == m + 1) y = 1,x++;//坐标修正
    if(x == n + 1) {
        ans++;
        return;
    }//已搜到底部，并找到一个答案。
    dfs(x,y + 1);//搜索（不放拼块）
    for(int i = -1;i <= 1;++i)
        for(int j = -1;j <= 1;++j)
            if(ma[i + x][j + y] == 1)return;//检查对应数字位置是否有放拼块的可能性
    ma[x][y] = 1;//状态更新
    dfs(x,y + 1);//搜索（放入拼块）
    ma[x][y] = 0;//状态回溯
}
```

```
    cin>>n>>m>>k;
    while(k--) cin>>x>>y,ma[x][y] = 1;//放入初始拼块
    n -= 1;m -= 1;
    dfs(1,1);
    cout<<ans<<endl;
```

income

请同学写出题目大意
已知什么求什么

给定n个正整数的序列,
请问平均数恰为A的区间有几个?

识别难点

平均数A如何处理

每个数减去平均数A

如何重述原问题?

每个数减去平均数A后
有多少区间的总和恰为0

区间和恰为0

前缀和辅助计算

```
cin>>n>>A;
for(ll i=1;i<=n;++i){
    cin>>x[i];
    x[i]-=A;
    s[i]=s[i-1]+x[i];
}
```

区间和恰为0

前缀和辅助计算
s[i]表示每个数扣除A后
前i个数的总和

如何重述原问题?

对于s[0],s[1],..,s[n]序列
两两相同的数对有几对?

方法1	map计数器
方法2	排序后“物以类聚”

```
    sort(s,s+n+1);
    ll ans=0;
    ll cnt=1;
    for(ll i=1;i<=n;++i){
        if(
            ans+=
            cnt=0;
        }
        cnt++;
    }
    ans+=cnt*(cnt-1)/2;
```

拓展问题讨论

纯随机数据的序列x[ ]一般输出是什么形态?

如何生成合适的测试数据?

随机生成原序列x[ ]很难形成合法区间

建议生成前缀和序列s[ ]
形成一组组相同数值
再推导还原出x[ ]序列

3080

three

请同学写出题目大意
已知什么求什么

无向图里，所有三元环的三个点权最值求总和

请同学阅读[数据规模和约定]
识别部分得分点

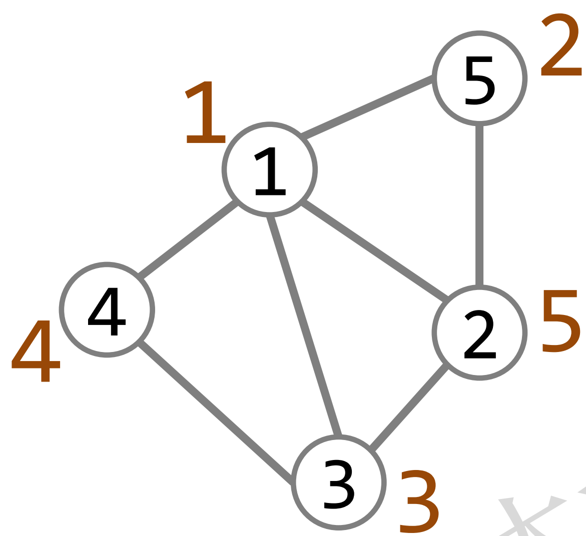
【数据规模与约定】
1号数据：n=3
2,3号数据：3<=n<=200
所有数据：3<=n<=100000，m<=250000

手算

输入	输出？

```
5 7
1 5 3 4 2
1 2
2 3
5 2
4 3
3 1
1 4
5 1
```

```
14
```



暴力枚举

枚举三个节点u,v,w

判断是否互相为邻居

如何优化?

枚举+优化

枚举u

再枚举u的邻居v

再枚举v的邻居w

判断u和w是否为邻居

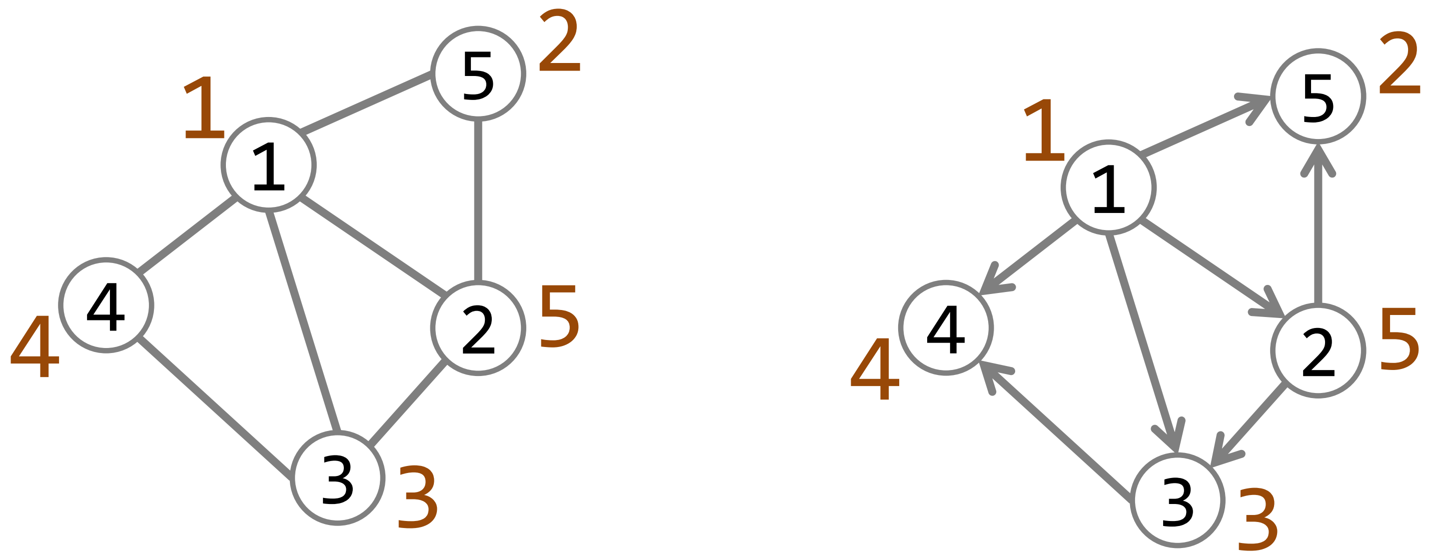
无向边变单向边

原图里对于每条无向边

原图里度数较大的点
向度数较小点连单向边

原图里度数相同时
选编号较小的点
连向编号较大的点

无向边变单向边

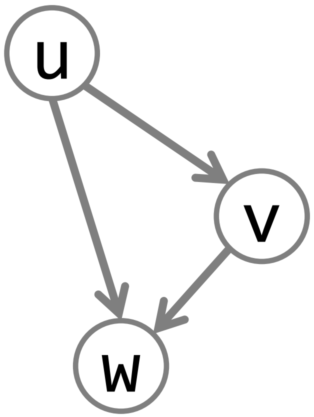


	u=1	u=2	u=3	u=4	u=5
dgr[u]=	4	3	3	2	2

```
void solve(){
    ll ans=0;
    for(int u=1;u<=n;++u){
        for(int i=hd[u];i;i=g[i].nxt)
            ok[g[i].to]=1;
        for(int i=hd[u];i;i=g[i].nxt){
            int v=g[i].to;
            int mZuv=max(z[u],z[v]);
            for(int j=hd[v];j;j=g[j].nxt){
                int w=g[j].to;
                if(!ok[w])continue;
                
            }
        }
        
        
    }
    printf("%lld\n",ans);
}
```

复杂度分析

枚举u,v,w时,计算量来自两方面



枚举u的所有邻居v	总共是O(n + m)
枚举v的所有邻居w	不超过$O(m\sqrt{m})$

v可能被多个不同的u枚举到，(v,w)边可能多次枚举

对于出度小于$\sqrt{m}$的这类v，指向v的(u,v)边最多m,
这类枚举量不超过$O(m\sqrt{m})$

对于出度大于等于$\sqrt{m}$的这类v，对应u的出度只可能更大
这样的u不会超过$\sqrt{m}$个,这类枚举量不超过$O(m\sqrt{m})$

太戈编程

2741