

信奥算法



1548.跳舞机1

跳舞机1

长度为 n 为字符串只含： o 表示成功， x 表示失败， $?$ 表示一半成功一半失败。得分为连续成功长度平方和，求得分期望值。

定义
状态

$f[i]$ 代表前 i 个的得分期望

问题
答案

$f[n]$ 代表前 n 个的得分期望

纸和笔推导转移方程

跳舞机1

长度为 n 为字符串只含： o 成功， x 失败， $?$ 一半成功一半失败。得分为连续成功长度平方和，求得分期望值。

定义
状态

$a[i]$ 代表第 i 格对得分期望的贡献

即 $a[i]=f[i]-f[i-1]$ 为差分

问题
答案

$a[1]+a[2]+\dots+a[n]$

纸和笔推导转移方程

期望分步走，一步一期望

跳舞机1

$a[i]$ 代表第 i 格对得分期望的贡献

随机变量 x_i 为用第 i 格结尾的连续长度

$g[i]$ 代表用第 i 格结尾的连续长度的期望

概率 $1-p_i$

$x_i=0$

概率 p_i

$x_i=x_{i-1}+1$

$$\begin{aligned}a[i] &= (1-p_i)*0 + p_i*(E[x_i^2] - E[x_{i-1}^2]) \\&= p_i*(E[(x_{i-1}+1)^2] - E[x_{i-1}^2]) \\&= p_i*(E[x_{i-1}^2 + 2x_{i-1} + 1] - E[x_{i-1}^2]) \\&= p_i*(2E[x_{i-1}] + 1) \\&= p_i*(2g[i-1] + 1)\end{aligned}$$

$$g[i] = p_i * E[x_{i-1} + 1] = p_i * (g[i-1] + 1)$$