

太戈编程
etiger.vip

信奥算法

长度可变的数组

vector

```
1  #include<iostream>
2  #include<vector>
3  using namespace std;
4  int main(){
5      vector<int> d;
6      d.push_back(3);
7      d.push_back(1);
8      d.push_back(4);
9      d.push_back(1);
10     d.push_back(5);
11     for(int i=0;i<d.size();i++)
12         cout<<d[i]<<" ";
13     cout<<endl;
14     return 0;
15 }
```

头文件

定义

尾部增加元素

求元素个数

数组方括号操作

```
4 vector<int> d;  
5 void print(){  
6     for(int i=0;i<d.size();i++)  
7         cout<<d[i]<<" ";  
8     cout<<"size="<<d.size()<<endl;  
9 }  
10 int main(){  
11     d.push_back(1);  
12     d.push_back(2);  
13     d.push_back(3);  
14     print();  
15     d.pop_back();  
16     print();  
17     d.clear();  
18     print();  
19     return 0;  
20 }
```

尾部增加元素

尾部删除元素

清空数组

```

5  vector<int> d[5];
6  d[1].push_back(10);
7  d[1].push_back(9);
8  d[2].push_back(8);
9  d[3].push_back(7);
10 d[3].push_back(6);
11 d[3].push_back(5);
12 for(int u=0;u<5;u++){
13     for(int i=0;i<d[u].size();i++)
14         cout<<d[u][i]<<" ";
15     cout<<endl;
16 }

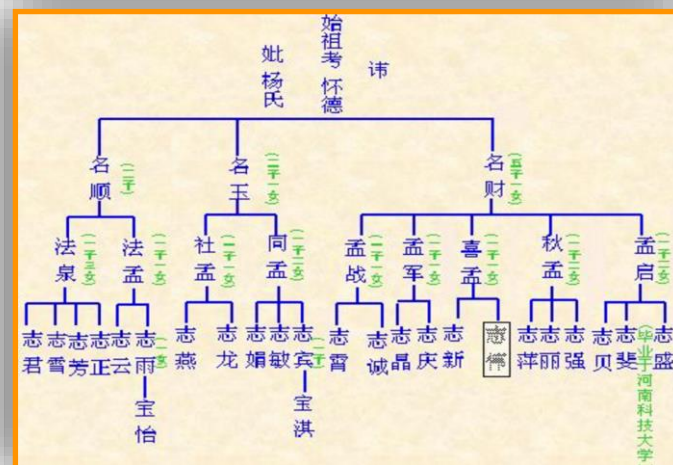
```

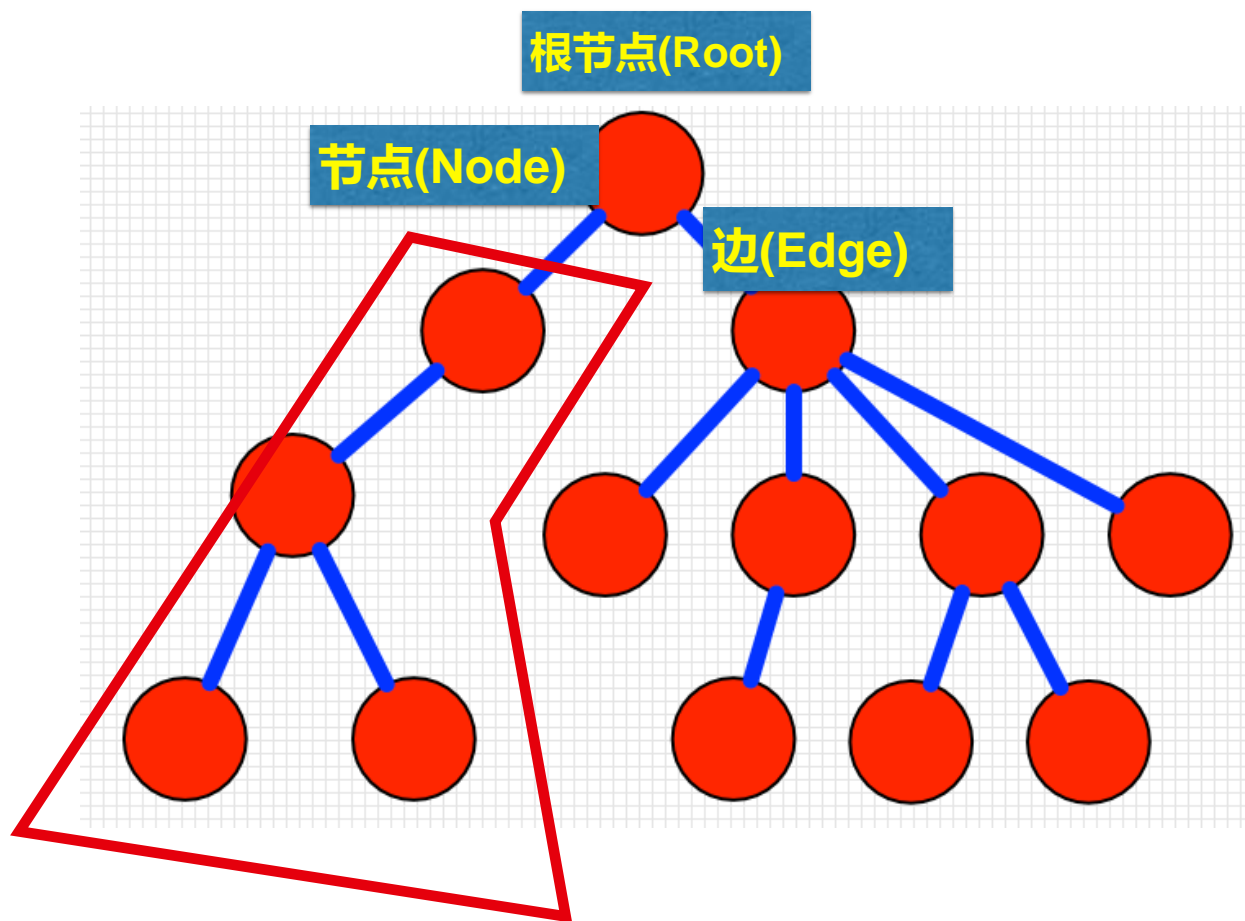
编号i	0	1	2
d[0][]			
d[1][]	10	9	
d[2][]	8		
d[3][]	7	6	5
d[4][]			

树的遍历和存储

Tree

树的起源：分支结构





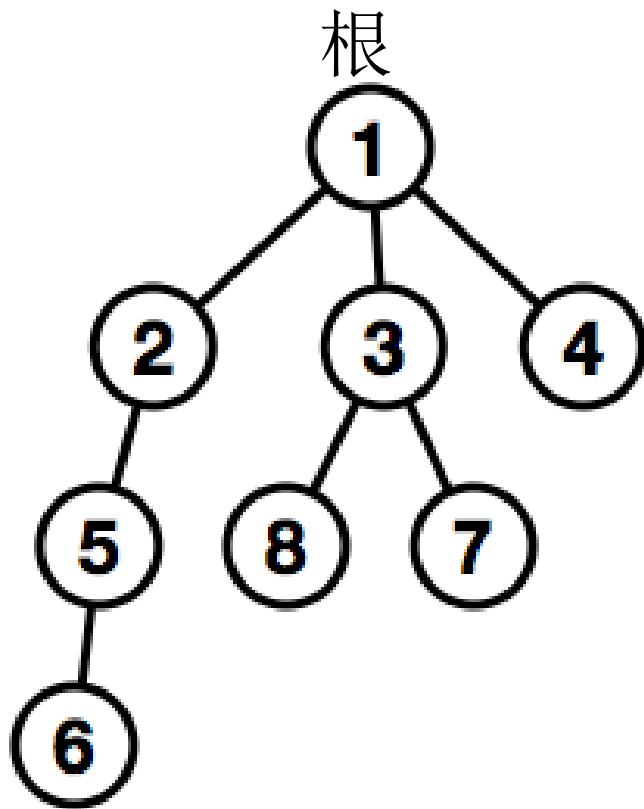
→ **树 (Tree)** 是描述分支的抽象数据结构

从**任意节点向下**，也是一棵树 (子树)

→ **树的三大基本特征**：连通、无环、 $\text{边数} = \text{节点数} - 1$

树的3种输入方式

输入所有边的端点



描述所有边的2个端点

n=

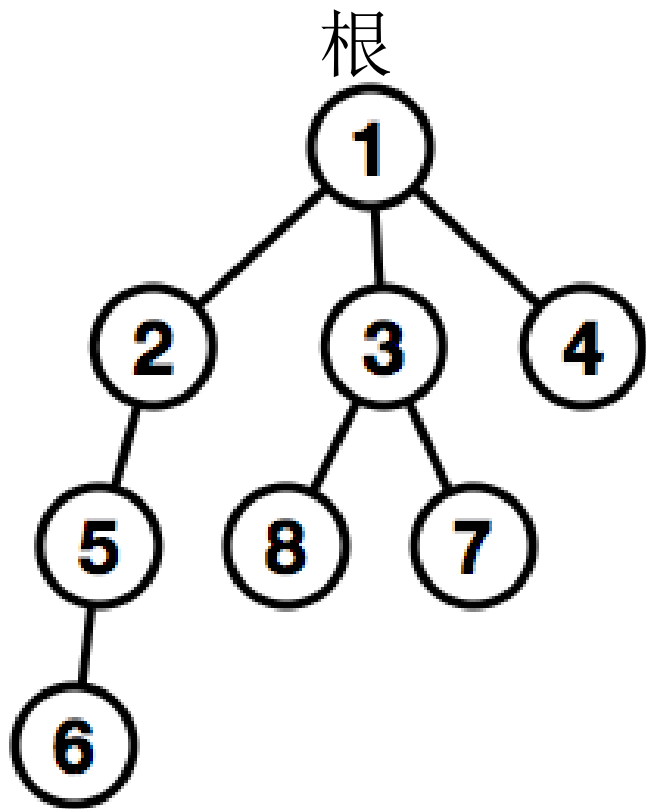
8
1 2
2 5
5 6
1 3
3 8
3 7
1 4

8
1 2
1 3
1 4
2 5
3 7
3 8
5 6

输入顺序可以打乱

边数=节点数-1

输入父节点



描述每个节点的父节点是谁

n=

8
1
1
1
2
5
3
3

1没有父节点

← 2的父节点是1

← 3的父节点是1

← 4的父节点是1

← 5的父节点是2

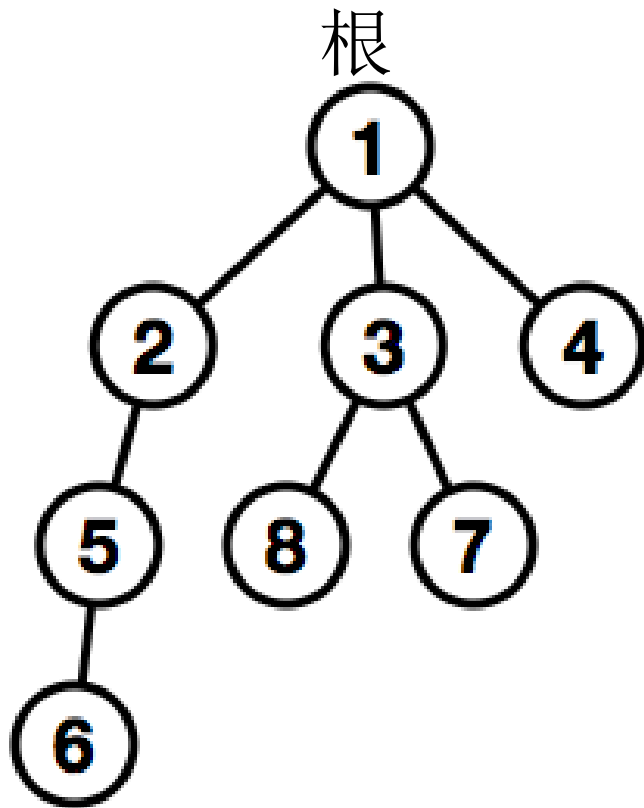
← 6的父节点是5

← 7的父节点是3

← 8的父节点是3

输入顺序不可以打乱

输入儿子列表



描述每个节点的儿子节点是谁

n=

8			
3	2	3	4
1	5		
2	8	7	
0			
1	6		
0			
0			
0			

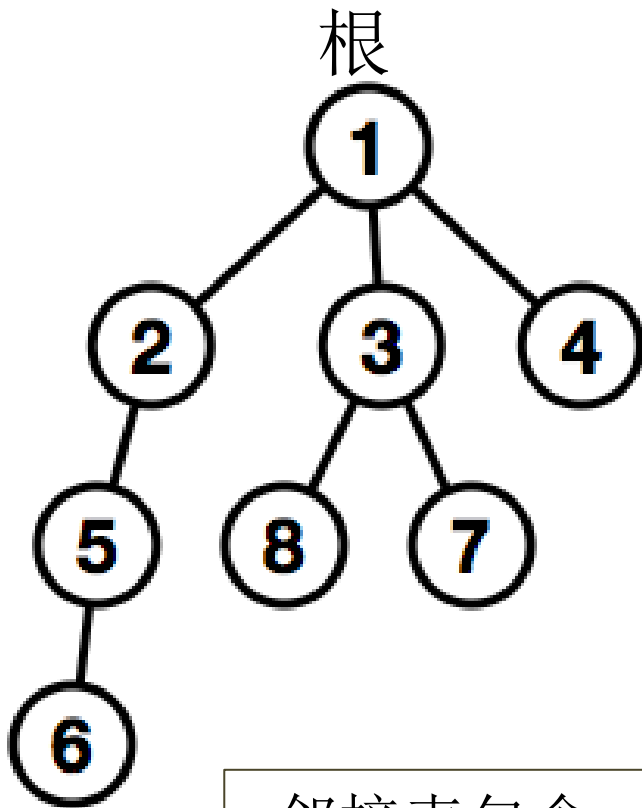
1有3个儿子
分别是2 3 4

树的储存方式

邻接表

对于每个节点
储存它的所有邻居

```
vector<int> to[N];
```



邻接表包含
父节点吗?

黄色有几格?

编号i

to[0][]

to[1][]

to[2][]

to[3][]

to[4][]

to[5][]

to[6][]

to[7][]

to[8][]

0

1

2

2

3

4

1

5

1

8

7

1

2

6

5

3

3

邻接表加边

邻接表

对于每个节点
储存它的所有邻居

```
vector<int> to[N];
```

```
6 void add(int u, int v){  
7     to[u].push_back(v);  
8     to[v].push_back(u);  
9 }
```

u的邻居数组里增加v

v的邻居数组里增加u

u, v之间连上
一条双向边

原题里是无向边
实际储存为双向边

邻接表输出

邻接表

对于每个节点
储存它的所有邻居

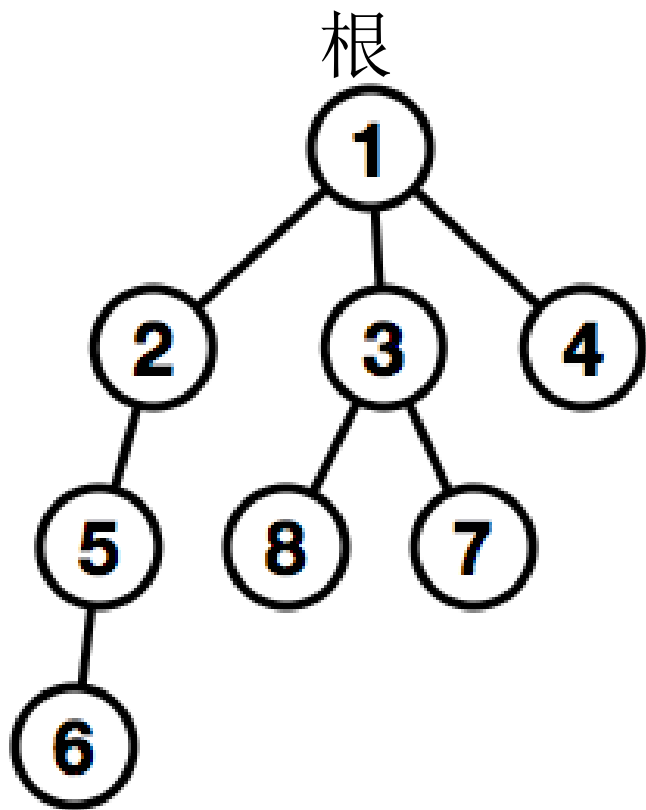
```
vector<int> to[N];
```

```
for(int u=1;u<=n;u++,cout<<endl)
    for(int i=0;i<to[u].size();i++)
        cout<<to[u][i]<<" ";
```

es[u].size()代表
节点u的邻居个数

es[u][i]代表
节点u的i号邻居

树的3种输入方式



描述一棵树的结构
要表达清楚
节点和边的连接关系

描述所有边的2个端点

描述每个节点的父节点是谁

描述每个节点的儿子节点是谁

输入所有边的端点

描述所有边的2个端点

```
6 void add(int u,int v){
7     to[u].push_back(v);
8     to[v].push_back(u);
9 }
10 void input(){
11     cin>>n;
12     for(int i=1;i<=n-1;i++){
13         int u,v;
14         cin>>u>>v;
15         add(u,v);
16     }
17 }
```

n= 8

1	2
2	5
5	6
1	3
3	8
3	7
1	4

输入父节点

$p[u]$ 表示节点 u 的父节点

```
6 void add(int u,int v){
7     to[u].push_back(v);
8     to[v].push_back(u);
9 }
10 void input(){
11     cin>>n;
12     for(int u=2;u<=n;u++){
13         cin>>p[u];
14         add(u,p[u]);
15     }
16 }
```

n=

8
1
1
1
2
5
3
3

输入儿子列表

描述每个节点的儿子节点是谁

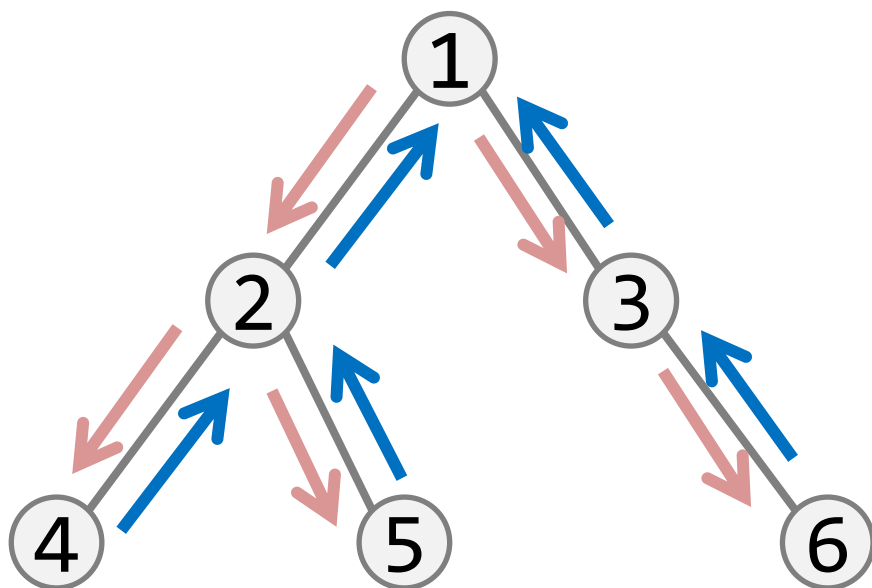
```
10 void input(){
11     cin>>n;
12     int c,v;
13     for(int u=1;u<=n;u++){
14         cin>>c;
15         for(int i=0;i<c;i++){
16             cin>>v;
17             add(u,v);
18         }
19     }
20 }
```

n= 8

3	2	3	4
1	5		
2	8	7	
0			
1	6		
0			
0			
0			

深度优先搜索DFS

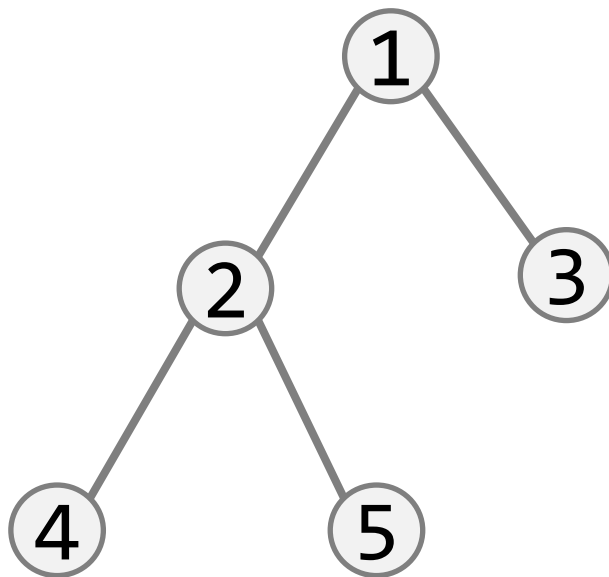
请同学写出一种
DFS访问顺序



124536

父节点p

$p[u]$ 表示节点u的父节点



计算顺序
从上往下

$p[u] =$

$u=1$	$u=2$	$u=3$	$u=4$	$u=5$
0	1	?	?	?

已知树的邻接表
求每个节点的父节点

利用DFS顺序

父节点p

father

从节点u继续深度优先搜索

fa表示u的前序节点

```
10 void dfs(int u, int fa){  
11     p[u] = fa; ←  
12     for(int i = 0; i < to[u].size(); i++){  
13         int v = to[u][i];  
14         if(v == fa) continue;  
15         dfs(v, u);  
16     }  
17 }
```

枚举u的所有邻居

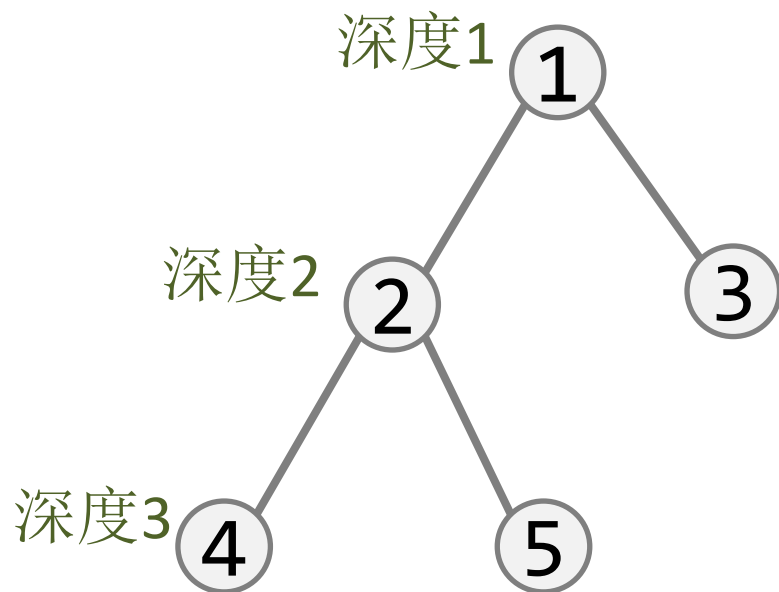
用v记录u的i号邻居

如果v是u的父节点,就忽略

从节点v继续深度优先搜索

深度d

$d[u]$ 表示节点u的深度



根的深度
约定为1

计算顺序
从上往下

	u=1	u=2	u=3	u=4	u=5
$d[u]=$	1	2	?	?	?

1号根节点作为起点到u号节点的路径长度是 $d[u]-d[1]$

已知树的邻接表
求每个节点的深度

利用DFS顺序

深度d

father

从节点u继续深度优先搜索

fa表示u的前序节点

```
10 void dfs(int u, int fa){
11     p[u] = fa;
12     d[u] = d[fa] + 1;
13     for(int i = 0; i < to[u].size(); i++){
14         int v = to[u][i];
15         if(v == fa) continue;
16         dfs(v, u);
17     }
18 }
```

枚举u的所有邻居

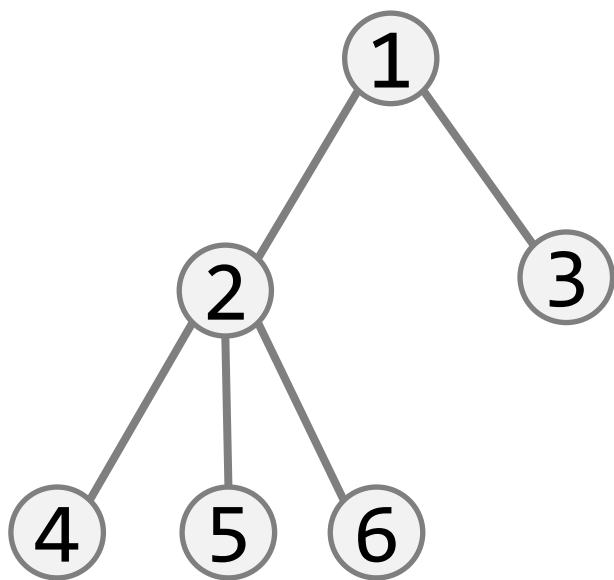
用v记录u的i号邻居

如果v是u的父节点, 就忽略

从节点v继续深度优先搜索

子树大小sz

sz[u]表示以节点u为根的子树大小



计算顺序
从下往上

sz[u] =

u=1	u=2	u=3	u=4	u=5	u=6
?	?	?	1	1	1

$$sz[u] = \sum_{v \text{ 是 } u \text{ 的子节点}} sz[v]$$

已知树的邻接表
求每个节点的深度

利用DFS回溯的顺序

子树大小sz

```
10 void dfs(int u, int fa){
11     p[u] = fa;
12     d[u] = d[fa] + 1;
13     sz[u] = 1;
14     for(int i = 0; i < to[u].size(); i++){
15         int v = to[u][i];
16         if(v == fa) continue;
17         dfs(v, u);
18         sz[u] += sz[v];
19     }
20 }
```

枚举u的所有邻居

用v记录u的i号邻居

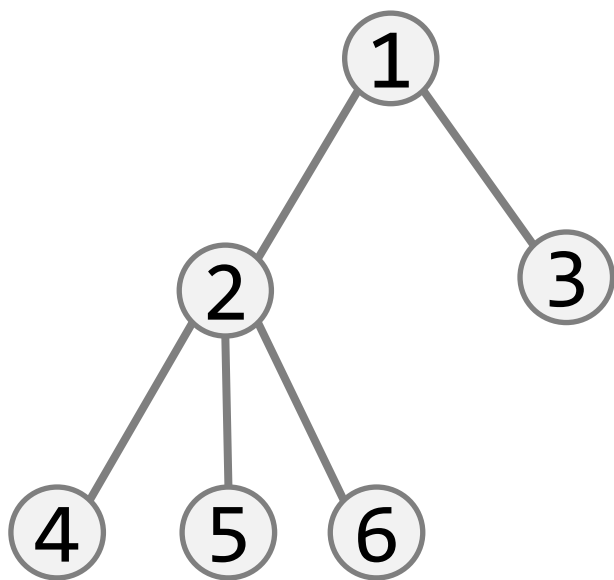
如果v是u的父节点, 就忽略

从节点v继续深度优先搜索

第17和18行能否交换顺序?

高度h

$h[u]$ 表示以节点u的高度



计算顺序
从下往上

叶节点的高度
约定为1

	u=1	u=2	u=3	u=4	u=5	u=6
$h[u]=$?	?	?	1	1	1

$$h[u] = \max \{h[v]\} + 1$$

v 是 u 的子节点

已知树的邻接表
求每个节点的高度

利用DFS回溯的顺序

```
10 void dfs(int u, int fa){
11     p[u]=fa;
12     d[u]=d[fa]+1;
13     sz[u]=1;
14     h[u]=1; ←
15     for(int i=0; i<to[u].size(); i++){
16         int v=to[u][i];
17         if(v==fa) continue;
18         dfs(v, u);
19         sz[u]+=sz[v];
20         h[u]=max(h[u], h[v]+1); ←
21     }
22 }
```


树的4种基本信息

$p[u]$ 代表什么?	节点u的父节点	自顶向下
$d[u]$ 代表什么?	节点u的深度	自顶向下
$sz[u]$ 代表什么?	以节点u为根的子树大小	自底向上
$h[u]$ 代表什么?	以节点u为根的子树高度	自底向上

太戈编程

241

1645

拓展题

861