

C++编程

面条切割1

有 n 根面条。每根面条可以切割开成为若干正整数长度小面条，但不能拼接。现在要从这些面条中切割出长度相同的小面条，每段小面条的长度是 len ，允许有剩余。请问最多能切出几条小面条？

输入第一行是正整数 n 和 len ， $n \leq 10^5$ ， $len \leq 10^6$ 。第二行是 n 个不超过 10^6 的正整数，表示每条的长度。

输出一个整数，代表最多能切出几条小面条。

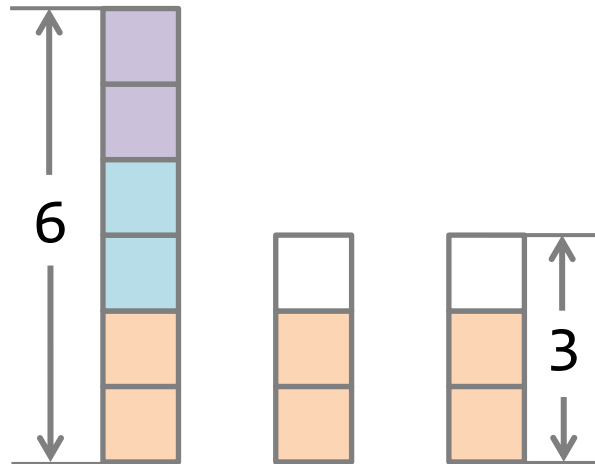
输入样例：

3 2

6 3 3

输出样例：

5



```
9      cin>>n>>len;
10     for(ll i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
11     ll cnt=0;
12     for(ll i=0;i<n;i++){
13         cnt+=
14     }
15     cout<<cnt<<endl;
```

简化版：面条切割1

有 n 根面条。每根面条可以切割开成为若干正整数长度小面条，但不能拼接。现在要从这些面条中切割出长度相同的小面条，每段小面条的长度是 len ，允许有剩余。

是非题

请问最多能切出小面条能否达到 m 根？

输入 n, len, m 已经 n 根面条长度。输出Yes或No

既然问题简化了
程序能否加速？

若已经完成 m 根切割
可以提前结束程序

```
9      cin>>n>>len>>m;
10     for(ll i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
11     ll cnt=0;
12     for(ll i=0;i<n;i++){
13         cnt+=x[i]/len;
14         if() {
15             cout<<"Yes"<<endl;
16             return 0;
17         }
18     }
19     cout<<"No"<<endl;
```

```
6 bool OK(int len){
7     int cnt=0;
8     for(int i=0;i<n;i++){
9         cnt+=x[i]/len;
10        if(cnt>=m)
11            return 1;
12    }
13    return 0;
14 }
15 int main(){
16     cin>>n>>len>>m;
17     for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
18     if(OK(len)) cout<<"Yes"<<endl;
19     else cout<<"No"<<endl;
20     return 0;
21 }
```

OK(len)返回值代表
能否切出m条
长度为len的小面条

面条切割2

有 n 根面条，每根面条可以切割成为若干正整数长度小面条，但不能拼接。要从这些面条中切割出至少 m 条长度相同的小面条，求每段小面条的最大长度是多少。允许有剩余

输入第一行是正整数 n 和 m ， $n \leq 10^5$ ， $m \leq 10^8$ 。第二行是 n 个不超过 10^6 的正整数，表示每条的长度。

输出切出小面条的最大长度，若无法切割，输出Failed。

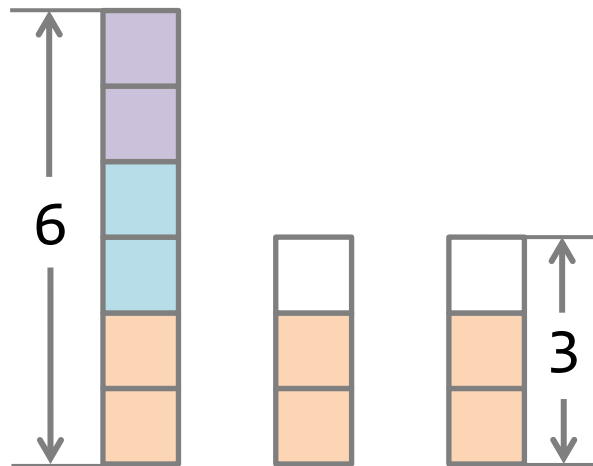
输入样例：

3 5

6 3 3

输出样例：

2



有 n 根面条,已知第 i 根面条长度 $x[i]$

面条
切割1

约束

每段小面条
的长度是 len

目标

请问最多能切出
几条小面条?

面条
切割2

约束

切割出至少 m 条长
度相同的小面条

目标

求每段小面条的
最大长度是多少?

请阐述以上两题的关联性

枚举答案
不同于
枚举决策

枚举答案

再判断可行性

最优化问题的重要解法

快快编程
kkcoding.net

有 n 根面条, 已知第 i 根面条长度 $x[i]$

面条
切割2

约束 切割出至少 m 条长度相同的小面条

目标 求每段小面条的最大长度是多少?

枚举答案 len

$1, 2, 3, \dots$ 一个个试

$OK(len)$ 返回值代表
能否切出 m 条
长度为 len 的小面条

$OK(1), OK(2), OK(3)$
一个个判断
直到发现 $OK(x)$ 返回0

答案就是 $x-1$

OK(len)返回值代表
能否切出m条长度为len的小面条

```
6 bool OK(int len){  
7     int cnt=0;  
8     for(int i=0;i<n;i++){  
9         cnt+=x[i]/len;  
10        if(cnt>=m) return true;  
11    }  
12    return false;  
13 }
```

OK(len)
时间复杂度是多少?

$O(n)$

输入

 $n=4, m=6$ 四根长度
5 6 7 8

OK(len)返回值代表
能否切出m条长度为len的小面条

len
OK(len)

1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	0	0	0	0	0

答案

每段小面条
最大长度

补全程序

r代表最大
面条长度

r代表可能的
最大答案

```
19  ll ans=0;
20  ll l=1;
21  ll r=*max_element(x,x+n);
22  for(ll len=1;len<=r;len++)
23      if() {
24          ans=len-1;
25          break;
26      }
27  if(ans==0) cout<<"Failed"<<endl;
28  else cout<<ans<<endl;
```

这个程序
时间复杂度是多少?

$O(nr)$

能否再加快速度?

有n根面条, 已知第i根面条长度x[i]

面条
切割2

约束 切割出至少m条长度相同的小面条

目标 求每段小面条的最大长度是多少?

二分枚举答案len

若OK(x)返回1就尝试更长的长度

若OK(x)返回0就尝试更短的长度

OK(len)返回值代表
能否切出m条
长度为len的小面条

快快编程
kkcoding.net

输入

$n=4, m=6$

四根长度

5 6 7 8

l 代表答案可能范围的左端点

r 代表答案可能范围的右端点

ans 代表当前最优答案

初始化

$l=1$

$r=8$

$ans=0$

取左右端点的中间点

$mid=4$

$OK(mid)$ 返回几?

0

更新

$l=1$

$r=3$

$ans=0$

取左右端点的中间点

$mid=2$

$OK(mid)$ 返回几?

1

更新

$l=3$

$r=3$

$ans=2$

取左右端点的中间点

$mid=3$

$OK(mid)$ 返回几?

1

更新

$l=4$

$r=3$

$ans=3$

OK(len)返回值代表
能否切出m条长度为len的小面条

```

6  bool OK(int len){
7      int cnt=0;
8      for(int i=0;i<n;i++){
9          cnt+=1;
10         if(cnt>len) return 1;
11     }
12     return 0;
13 }

```

OK(len)
时间复杂度是多少?

$O(n)$

l代表答案可能范围的左端点

r代表答案可能范围的右端点

ans代表当前最优答案

```
19  ll l=1;
20  ll r=*max_element(x,x+n);
21  ll ans=0;
22  while(l<=r){
23      ll mid=l+(r-l)/2;
24      if(OK(mid))ans=mid,l=mid+1;
25      else r=mid-1;
26  }
```

这个程序
时间复杂度是多少？

$O(n\log n)$

l代表答案可能范围的左端点

r代表答案可能范围的右端点

ans代表当前最优答案

```
19 11 l=  
20 11 r=  
21 11 ans=  
22 while(l<=r){  
23     11 mid=l+(r-l)/2;  
24     if(OK(mid))ans=mid,l=mid+1;  
25     else r=mid-1;  
26 }
```

l代表答案可能范围的左端点

r代表答案可能范围的右端点

ans代表当前最优答案

```
19 11 l=1;
20 11 r=*max_element(x,x+n);
21 11 ans=0;
22 while( ) {
23     11 mid=l+(r-l)/2;
24     if(OK(mid))
25     else
26 }
```

只有OK了
才更新答案

不OK时
降低要求

最优化问题



在答案范围内
二分枚举答案

标准
框架



判断可行性问题
OK()函数

最大化问题：二分整数答案框架

```
int l= 初始化左端点，即答案可能的最小值
int r= 初始化右端点，即答案可能的最大值
int ans= 初始化答案尽量小
while(l<=r){ 当还存在待查找范围
    int mid=l+(r-l)/2; 二分范围：中点为mid
    if(OK(mid)) ans=mid, l=mid+1;
    else r=mid-1;
}
```

最小化问题：二分整数答案框架

```
int l= 初始化左端点，即答案可能的最小值
int r= 初始化右端点，即答案可能的最大值
int ans= 初始化答案尽量大
while(l<=r){ 当还存在待查找范围
    int mid=l+(r-l)/2; 二分范围：中点为mid
    if(OK(mid)) ans=mid,r=mid-1;
    else l=mid+1;
}
```


最大化问题	初始化答案要小	逐步变大
-------	---------	------

最小化问题	初始化答案要大	逐步变小
-------	---------	------

臭皮匠1

共 n 个臭皮匠坐成一排，从左数第 i 个人智商为 x_i ，他们想去分组挑战聪明的诸葛亮。每组只可以安排相邻就坐的若干个臭皮匠上场挑战。为了让每组都有资格挑战诸葛亮，必须保证每一组的智商和不低于 m ，**求最多派出几组臭皮匠？**

输入第一行为正整数 n 和 m ，第二行为 n 个正整数 x_i 。 $n \leq 100$ ， $m \leq 1000, x_i \leq 500$ ，输出一个整数。

输入样例：

5 100
50 100 60 60 110

输出样例：

3

输入样例：

5 100
20 10 10 30 29

输出样例：

0

贪心法

输入样例：

5 100

50 100 60 60 110

输出样例：

3

从左向右每次安排
1个臭皮匠加入当前小组

当前小组如果凑满 m 的智商
就新开一组

50

100

60

60

110

```

1  #include<iostream>
2  using namespace std;
3  const int N=109;
4  int n,m,x[N];
5  int main(){
6      cin>>n>>m;
7      for(int i=0;i<n;i++) cin>>x[i];
8      int cnt=0,sum=0;
9      for(int i=0;i<n;i++){
10         sum+=x[i];
11         if(sum>=m){
12             sum=0;
13             cnt++;
14         }
15     }
16     cout<<cnt<<endl;
17     return 0;
18 }

```

cnt代表当前已有几个小组完成智商和不低于m的要求

sum记录当前该小组成员智商和

臭皮匠2

共 n 个臭皮匠坐成一排，第 i 个人智商为 x_i ，他们想去分组挑战聪明的诸葛亮。每一组只可以安排相邻就坐的若干个臭皮匠上场挑战。现在必须组织起 k 次挑战，为了不要让围观者看不起臭皮匠团体，**希望使各组臭皮匠智商和的最小值越大越好，请问这个数最大是多少？**

输入第一行为正整数 n 和 k ，第二行为 n 个正整数 x_i 。 $1 \leq k \leq n \leq 100$ ， $x_i \leq 500$ ，输出一个正整数。

输入样例：

5 3
50 100 60 60 110

输出样例：

110

输入样例：

3 2
20 20 30

输出样例：

30

和臭皮匠1
有啥关系

臭皮匠2

臭皮匠2算法：暴力枚举答案

从小到大枚举可能的答案: $m=0,1,2,3,\dots,50000$

对于特定的 m ,利用臭皮匠1的算法判断:保证每一组的智商和不低于 m 时,能否派出 k 组臭皮匠?

如果发现对于某个 m 无法派出 k 组臭皮匠,就停止枚举,输出答案 $m-1$

时间复杂度 $O(M*N)$

M 是答案可能的范围大小

N 是臭皮匠人数的上限

臭皮匠2

臭皮匠2算法：二分枚举答案

二分枚举可能的答案： m 范围初始化为 $[0, 50000]$ 中整数

对于特定的 m ,利用臭皮匠1的算法判断:保证每一组的智商和不低于 m 时, 能否派出 k 组臭皮匠?

不断二分缩小 m 的可能范围, 直到待查找范围为空

时间复杂度 $O(N * \log M)$
 M 是答案可能的范围大小
 N 是臭皮匠人数的上限

小结

最小值最大化问题

最大值最小化问题

常用方法
二分答案+判断可行性

OK(m)判断:
每组智商和不低于m时
能否派出k组

```

6 bool OK(int m){
7     int cnt=0,sum=0;
8     for(int i=0;i<n;i++)
9         if((sum+=x[i])>=m)sum=0,cnt++;
10    return cnt>=k;
11 }
    
```

```

15 int l=*min_element(x,x+n);
16 int r=0;
17 for(int i=0;i<n;i++)r+=x[i];
18 int ans=l;
19 while(l<=r){
20     int mid=l+(r-l)/2;
21     if(OK(mid)) ans=mid,l=mid+1;
22     else r=mid-1;
23 }
24 cout<<ans<<endl;
    
```

初始化左端点:最低智商

初始化右端点:智商总和

初始化答案

当还存在待查找范围

二分范围, 中点为mid

若mid是可行解, 就找更大可行解;
否则, 就找更小可行解

易错点

老师打开程序
“整数二分查找易错点汇总”

针对“臭皮匠2”问题

观察2分钟后
找出程序内所有错误

现场挑战

快快编程436

快快编程
kkcoding.net

```
6 cin>>n>>m;  
7 for(int i=0;i<n;i++) cin>>x[i];
```

```
8 int cnt=1;  
9 int sum=0;
```

cnt表示当前用了几辆车
sum表示当前车内智商和

```
10 int i;  
11 for(i=0;i<n;i++){  
12     if(x[i]>m)   
13     sum+=x[i];  
14     if(sum>m){  
15           
16         cnt++;  
17     }  
18 }
```

```
19 if(i<n)cout<<0<<endl;  
20 else cout<<cnt<<endl;
```

补全 程序

现场挑战

快快编程437

快快编程
kkcoding.net

437算法分析

二分枚举答案+判断可行性

$OK(x)$ 代表什么含义?

记笔记

$OK(x)$ 判断：
每组智商和不超过 x 时
能否将 n 人分组控制在 k 组以内

建议参考完成436

OK(x)判断:

每组智商和不超过x时
能否将n人分组控制在k组以内

```
5 bool OK(int m){
6     int cnt= , sum=0;
7     for(int i=0;i<n;i++){
8         if(x[i]>m)return 0;
9         sum+=x[i];
10        if( ){
11            cnt++;
12            sum=x[i];
13        }
14    }
15    return ;
16 }
```

OK(x)判断：
每组智商和不超过x时
能否将n人分组控制在k组以内

```
20 cin>>n>>k;
21 for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
22 int l=0;
23 int r=0;
24 for(int i=0;i<n;i++)r+=x[i];
25 
26 while( ) {
27     int mid=l+(r-l)/2;
28     if(OK(mid)) 
29     else 
30 }
31 cout<<ans<<endl;
```

快快编程作业

654

436

437

建议参考436

拓展题

438(参考997), 1742, 440