

# 信奥算法

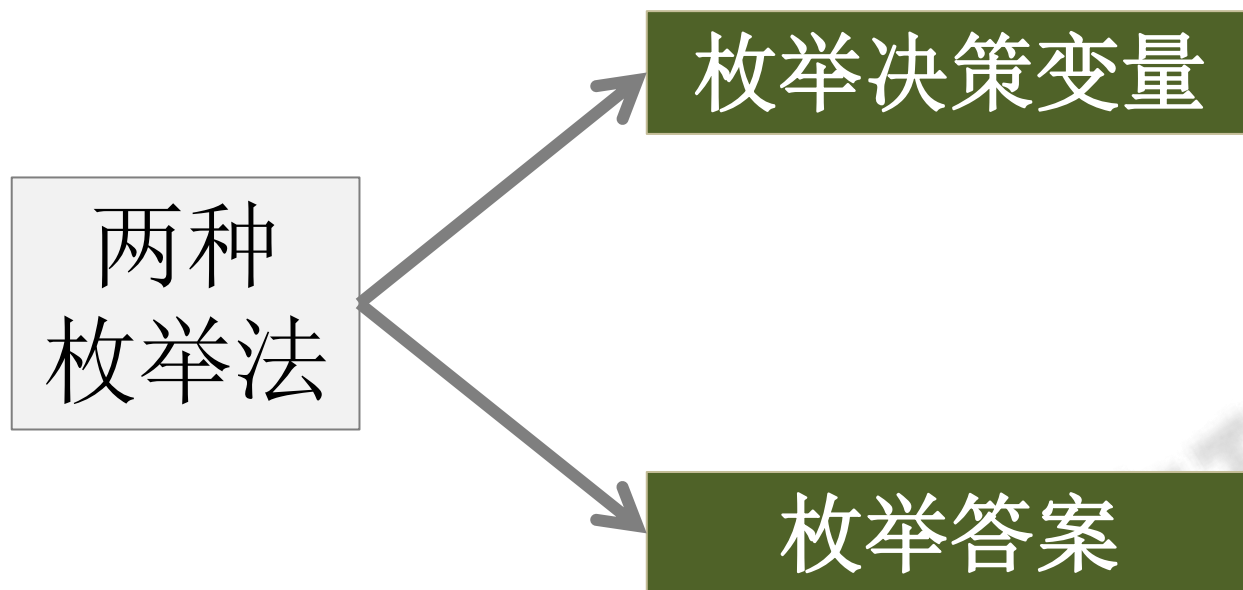
枚举

+

优化

快快编程  
kkcoding.net

# 枚举法分类



# 枚举法分类

枚举决策变量

构造可行解

枚举答案

判定可行性

有单调性时  
可二分答案

快快编程  
kkcoding.net

# 质数判断

```
3 bool isPrime(int x) {  
4     if(x<=1) return 0;  
5     for(int i=2; i<=x-1; i++)  
6         if(x%i==0) return 0;  
7     return 1;  
8 }
```

```
3 bool isPrime(int x) {  
4     if(x<=1) return 0;  
5     for(int i=2; i*i<=x; i++)  
6         if(x%i==0) return 0;  
7     return 1;  
8 }
```

枚举对象

可能的约数 $i$

枚举范围

$i \leq x-1$  对比  $i*i \leq x$

枚举顺序

从小到大 对比 从大到小

# 枚举3要素

枚举对象

枚举范围

枚举顺序

快快编程  
kkcoding.net

# 现场挑战

## 快快编程475

快快编程  
kkcoding.net

8位数字表示一个日期  
在两个日期之间，有多少个回文日期

请同学选择

枚举对象

枚举范围

A 枚举给定日期间所有日期

判断是回文吗

B 枚举所有八位数字 $x$

判断 $x$ 是范围内的回文日期吗

C 枚举所有四位数字 $y$

判断 $(y+y_{\text{反}})$ 是范围内的日期吗

D 枚举所有月 $m$ 和日 $d$

判断 $(d_{\text{反}}+m_{\text{反}}+m+d)$ 是范围内的日期吗

闰年如何处理?



# 语法基本功

```
1 #include<iostream>
2 #include<algorithm>
3 using namespace std;
4 int main(){
5     string year="2019";
6     reverse(year.begin(),year.end());
7     cout<<year<<endl;
8     int x[3]={7,8,9};
9     reverse(x,x+3);
10    cout<<x[0]<<x[1]<<x[2]<<endl;
11    return 0;
12 }
```

请预测结果

# 语法基本功

```
1 #include<iostream>
2 #include<sstream>
3 using namespace std;
4 void I2S(int x,string&str){
5     stringstream ss;
6     if(x<=9) ss<<0;
7     ss<<x; ss>>str;
8 }
9 int main(){
10     string s;
11     I2S(1,s);
12     cout<<s<<endl;
13     I2S(12,s);
14     cout<<s<<endl;
15     return 0;
16 }
```

请预测结果

```
8 int nDays[13]={0,  
9 31,29,31,30,  
10 31,30,31,31,  
11 30,31,30,31  
12 };
```

预先  
打表

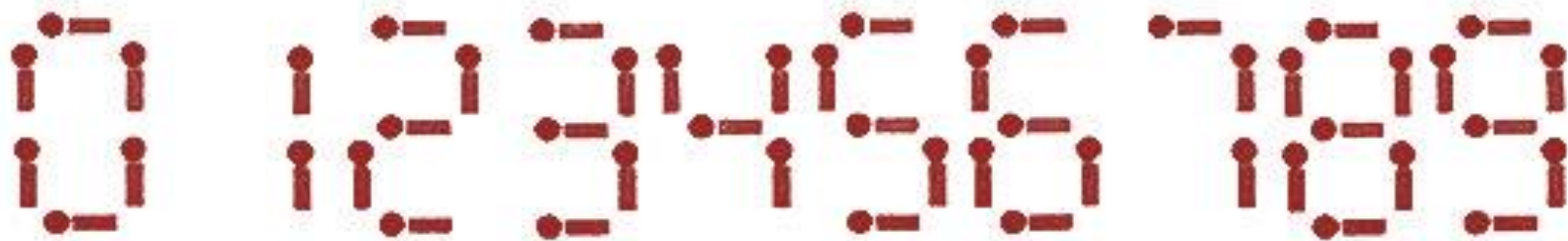
nDays[m]表示第m月  
共有几天

```
16 string date1,date2;
17 cin>>date1>>date2;
18 int ans=0;
19 for(int m=1;m<=12;m++) {
20     string month;
21     I2S(m,month);
22     for(int d=1; ;d++) {
23         string day;
24         I2S(d,day);
25         string md=month+day;
26         string year=md;
27         reverse(year.begin(),year.end());
28         string date=year+md;
29         if( )
30             ans++;
31     }
32 }
33 cout<<ans<<endl;
```

现场挑战  
快快编程**1861**

快快编程  
kkcoding.net

$n$ 根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?



```
int match[10]={6,2,5,5,4,5,6,3,7,6};
```

预处理

`match[i]`表示单个数字 $i$ 需要几根火柴  
 $i=0,1,2,3,\dots,9$

n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?

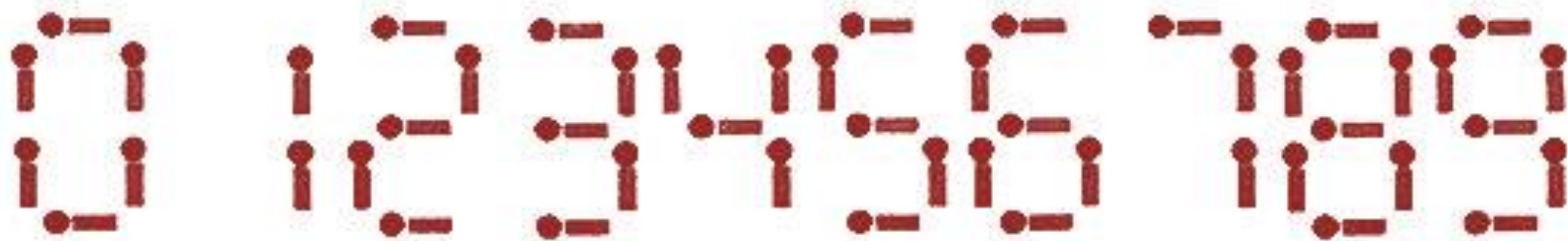
```
9  □
10
11 □
12
13
14
15
```

```
for(int x=0;x<N;x++){
    int y=x;
    do{
        cnt[x]+=match[y%10];
        y/=10;
    }while(y);
}
```

预  
处  
理

cnt[x]表示数字x需要几根火柴  
x范围从0到N-1

n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?



```
int match[10]={6,2,5,5,4,5,6,3,7,6};
```

请同学写出

枚举对象

枚举范围

哪些信息  
尚未确定



n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?

枚举对象	枚举3个对象A,B,C
枚举范围	枚举范围0到1000

```
int ans=0;
for(int A=0;A<=1000;++A)
    for(int B=0;B<=1000;++B)
        for(int C=0;C<=1000;++C)
            if(A+B==C&&cnt[A]+cnt[B]+cnt[C]+4==n)
                ans++;
cout<<ans<<endl;
```

怎么办?

对所有数据都超时  
总分0分

0分

代码1

n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?

枚举对象	枚举3个对象A,B,C
枚举范围	枚举范围0到500

```
int ans=0;
for(int A=0;A<=500;++A)
    for(int B=0;B<=500;++B)
        for(int C=0;C<=500;++C)
            if(A+B==C&&cnt[A]+cnt[B]+cnt[C]+4==n)
                ans++;
cout<<ans<<endl;
```

缩小枚举范围	对部分数据AC 对剩余数据WA
--------	--------------------

80分

代码2

n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?

枚举对象

枚举3个对象A,B,C

枚举范围

枚举范围0到1000

重大发现:  $n \leq 24$   
只有24种情况

可以提前打表  
最终提交表格

本地运行  
时间宽裕  
保证正确

```
int ans[25]={0,
0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,
1,2,8,9,6,9,
29,密,密,密,88,128
};
```

100分

代码3

可以提前打表  
最终提交表格

本地运行  
时间宽裕  
保证正确

```
int ans[25]={};
for(int n=1;n<=24;++n){
    for(int A=0;A<=1000;++A)
        for(int B=0;B<=1000;++B)
            for(int C=0;C<=1000;++C)
                if(A+B==C&&cnt[A]+cnt[B]+cnt[C]+4==n)
                    ans[n]++;
    cout<<"ans["<<n<<"]="<<ans[n]<<";"<<endl;
}
```

```
ans[1]=0;
ans[2]=0;
ans[3]=0;
ans[4]=0;
ans[5]=0;
ans[6]=0;
ans[7]=0;
ans[8]=0;
ans[9]=0;
ans[10]=0;
ans[11]=0;
ans[12]=0;
ans[13]=1;
ans[14]=2;
ans[15]=8;
ans[16]=9;
ans[17]=6;
ans[18]=9;
ans[19]=29;
ans[20]=39;
ans[21]=38;
ans[22]=65;
ans[23]=88;
ans[24]=128;
```

n根火柴棍( $n \leq 24$ ), 可以拼出几个如 $A+B=C$ 的等式?

枚举对象

枚举2个对象A, B

算出C

枚举范围

枚举范围0到1000

```
int ans=0;
for(int A=0; A<=1000; ++A)
    for(int B=0; B<=1000; ++B){
        int C=A+B;
        if(cnt[A]+cnt[B]+cnt[C]+4==n)
            ans++;
    }
cout<<ans<<endl;
```

快快编程  
kkcoding.net

100分

代码4

# 现场挑战 快快编程451

快快编程  
kkcoding.net

$n$ 个数字的序列, 求分开2段的最大子段和

请同学写出

枚举对象

哪些信息  
尚未确定

快快编程  
kkcoding.net



n个数字的序列, 求分开2段的最大子段和

请同学写出

枚举对象

算法1: 枚举4个端点  
 $1 \leq a \leq b < c \leq d \leq n$

利用前缀和做差  
求连续和

时间复杂度 $O(n^4)$

快快编程  
kkcoding.net

n个数字的序列,求分开2段的最大子段和

请同学写出

枚举对象

算法2: 枚举分割点

左右预计算

时间复杂度  
目标 $O(n)$

快快编程  
kkcoding.net

n个数字的序列,求分开2段的最大子段和

算法2: 枚举分割点

左右预计算

```
for(int i=2;i<=n-1;i++)  
    LR[i]=L[i-1]+R[i+1];  
cout<<*max_element(LR+2,LR+n)<<endl;
```

LR[i]表示分割点在i号,左右2个子段最大总和

L[i]表示在1到i号的最大子段和

R[i]表示在i到n号的最大子段和

n个数字的序列,求分开2段的最大子段和

算法2: 枚举分割点

左侧预计算

```
8   for(int i=1;i<=n;i++)
9       f[i]=max(f[i-1],0)+x[i];
10  L[1]=f[1];
11  for(int i=2;i<=n;i++)
12      L[i]=max(L[i-1],f[i]);
```

$L[i]$ 表示在1到i号的最大子段和

$f[i]$ 表示用i号结尾的最大子段和

$L[]$ 是 $f[]$ 的前缀最大值数组

n个数字的序列,求分开2段的最大子段和

算法2: 枚举分割点

右侧预计算

```
13 for(int i=n;i>=1;i--)  
14     g[i]=max(g[i+1],0)+x[i];  
15 R[n]=g[n];  
16 for( )  
17     R[i]=max( );
```

$R[i]$ 表示在*i*到n号的最大子段和

$g[i]$ 表示用*i*号开头的最大子段和

$R[]$ 是 $g[]$ 的后缀最大值数组

# 现场挑战 快快编程537

快快编程  
kkcoding.net

对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

请同学写出

枚举对象

快快编程  
kkcoding.net

对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

请同学写出

枚举对象

```
string s;  
cin>>s;  
int n=s.size();
```

枚举分割点

左右预计算

时间复杂度  
目标 $O(n)$

快快编程  
kkcoding.net



对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

枚举分割点

左右预计算

```
for(int i=1;i<=n-1;++i)  
    LR[i]=L[i]+R[i+1];
```

LR[i]表示1到i号全染黑,i+1到n号全染白所需次数

L[i]表示1到i号全染黑所需次数

R[i]表示i到n号全染白所需次数

对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

枚举分割点

左右预计算

```
int ans=n;  
for(int i=1;i<=n-1;i++)  
    ans=min(ans,LR[i]);  
cout<<ans<<endl;
```

LR[i]表示1到i号全染黑,i+1到n号全染白所需次数

L[i]表示1到i号全染黑所需次数


R[i]表示i到n号全染白所需次数

对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

枚举分割点

左侧预计算

```
11 for(int i=1;i<=n;++i)
12     b[i]=b[i-1]+(s[i-1]=='B');
13 for(int i=1;i<=n;++i)
14     L[i]=i-b[i];
```



$L[i]$ 表示1到 $i$ 号全染黑所需次数

$b[i]$ 表示1到 $i$ 号原有几个黑色

对黑白串前半段染黑后半段染白,求最少几次染色

枚举分割点

右侧预计算

15

```
for(int i=n;i>=1;--i)
```

16

```
    R[i]=
```

$R[i]$ 表示 $i$ 到 $n$ 号全染白所需次数

$b[i]$ 表示1到 $i$ 号原有几个黑色

# 枚举法小结

## 枚举对象

对象太多  
会超时

### 方法1

只枚举部分对象  
计算剩下对象

### 方法2

枚举关键对象  
如分割点

配合预计算

# 快快编程作业

475

1861

537

拓展题

481, 42, 275