

# 信奥算法

# 偶像天团1

西佳佳偶像天团共 $k$ 人，最近 $n$ 年每年有一位歌手加入。当人数超过 $k$ 人时老团员自动退团。第 $i$ 人的颜值为 $x[i]$ ，团内颜值最高者成为团长，求 $k$ 人成团后每年的团长颜值是多少。  
输入依次为 $n$ 和 $k$ ，以及每人的颜值

输入样例

6 5

1 2 3 4 5 6

输出样例

5 6

输入样例

8 5

4 3 2 1 2 3 4 5

输出样例

4 3 4 5

输入样例

9 4

4 3 2 1 2 4 5 4 6

输出样例

4 3 4 5 5 6

# 固定长度滑动窗口最大值

给出一列 $n$ 个正整数，和一个固定长度为 $k$ 的滑动窗口，从左到右在数列中滑动这个窗口，找到数列中每个窗口内的最大值。

输入样例

5 3

7 2 1 7 8

输出样例

7 7 8

输入样例

8 5

4 3 2 1 2 3 4 5

输出样例

4 3 4 5

输入样例

9 4

4 3 2 1 2 4 5 4 6

输出样例

4 3 4 5 5 6

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

# 定长滑窗的数据维护

滑窗里的数据会动态变化  
使用哪种数据结构呢？

平衡二叉  
查找树

multiset实现

$O(N\log N)$

单调  
队列

数组实现

$O(N)$

# 定长滑动数据结构1: multiset

x[0]	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]	x[7]	x[8]
------	------	------	------	------	------	------	------	------

4	3	2	1	2	4	5	4	6
4	3	2	1	2	4	5	4	6
4	3	2	1	2	4	5	4	6
4	3	2	1	2	4	5	4	6
4	3	2	1	2	4	5	4	6
4	3	2	1	3	4	5	4	6

插入x[4]删除x[0]

插入x[5]删除x[1]

插入x[6]删除x[2]

插入x[7]删除x[3]

插入x[8]删除x[4]

插入x[9]删除x[5]

蓝色数据动态  
储存在multiset里

# 定长滑动数据结构1: multiset

```
6   int n,k,x[N],ans[N];
7   cin>>n>>k;
8   for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
9   multiset<int> s;
10  for(int i=0;i<n;i++){
11      容器内插入x[i]
12      若窗口长度超过k      容器内删除x[i-k]
13      取容器内最大值
14  }
15  for(int i=k-1;i<n;i++)cout<<ans[i]<<" ";
```

单调队列
数据结构

快快编程  
kkcoding.net



# 单调队列

单调

从头到尾始终保持  
从小到大 或 从大到小

队列

数据的删除/添加操作  
只允许在队列头部或尾部进行

# 单调队列



4	3	3	2	1
---	---	---	---	---

2	5	6	8
---	---	---	---



2	3	3	2	1
---	---	---	---	---

5	3	3	2	3
---	---	---	---	---

长度固定为4

# 单调队列

$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$	$x[6]$
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

4	3	2	1	2	4	5
---	---	---	---	---	---	---

队列右端 将要添加: 值为2的 $x[4]$

删除右端: 值为1的 $x[3]$

删除右端: 值为2的 $x[2]$

因为 $x[4]$ 更大更新

$x[3], x[2]$ 都没可能  
成为窗口最大值

4	3	2	1	2	4	5	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

删除左端  
因为窗口  
长度有限

红色数据  
可能成为最大值  
储存在单调队列里

紫色数据  
不可能成为最大值  
从单调队列里删除

# 定长滑窗：单调队列

$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$	$x[6]$
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5

右删 $x[3], x[2]$  右增 $x[4]$  左删 $x[0]$

右删 $x[4], x[1]$  右增 $x[5]$

右删 $x[5]$  右增 $x[6]$

窗口中红色数据  
可能成为最大值  
储存在单调队列里

窗口中紫色数据  
不可能成为最大值  
从单调队列里删除

# 定长滑窗：单调队列

x[0]	x[1]	x[2]	x[3]	x[4]	x[5]	x[6]
------	------	------	------	------	------	------

4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5
4	3	2	1	2	4	5

右删x[3],x[2] 右增x[4] 左删x[0]

右删x[4],x[1] 右增x[5]

右删x[5] 右增x[6]

记  
笔  
记

单调队列内只记录元素的编号  
不需要记录元素数值

# 定长滑动窗口最值：单调队列

```
5 int n,k,x[N],q[N],ans[N];
6 cin>>n>>k; q[i]:单调队列i号元素在原x数组的编号
7 for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
8 int l=0,r=0;
9 for(int i=0;i<n;i++){
10     当队列非空且当前位置距离队列左端达k  删除队列左端
11     当队列非空且当前值超过队列右端值  删除队列右端
12     队列右端新增当前值
13     更新i号窗口最大值
14 }
15 for(int i=k-1;i<n;i++)cout<<ans[i]<<" ";
```

ans[i]代表以i号元素结尾的窗口里最大值

# 单调队列 讨论

为什么新元素总要考虑加入一次队列？

因为“新人”总有机会 如等“老将”退役

时间复杂度为什么是 $O(N)$ ？

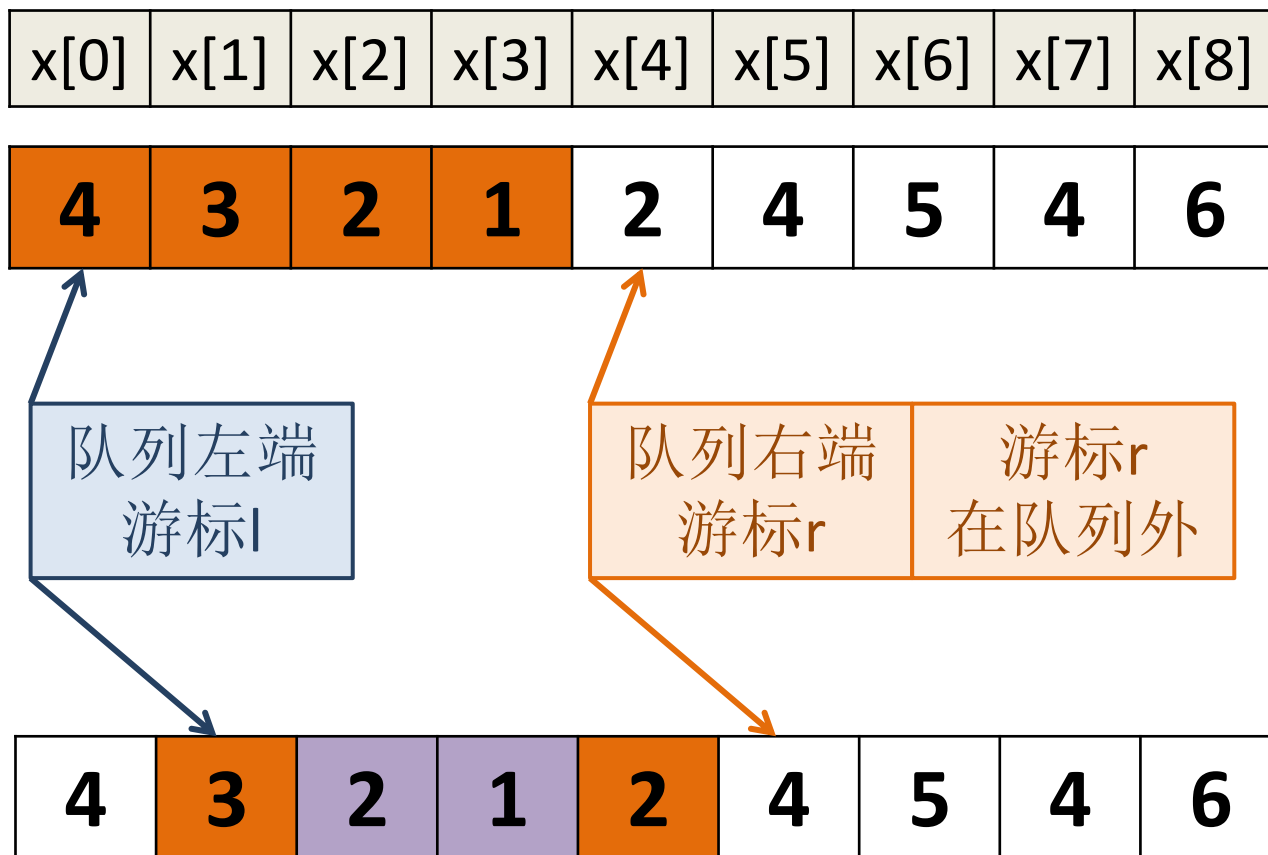
因为每个元素最多进队一次，出队一次

# 定长滑动窗口最值：单调队列

```
5  int n,k,x[N],q[N],ans[N];
6  cin>>n>>k;
7  for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
8  int l=0,r=0;
9  for(int i=0;i<n;i++){
10     while(l<r&&i-q[l]>=k)l++;
11     while(l<r&&x[i]>x[q[r-1]])r--;
12     q[r++]=i;
13     ans[i]=x[q[l]];
14 }
15 for(int i=k-1;i<n;i++)cout<<ans[i]<<" ";
```



# 左右游标位置



# 偶像天团1

固定长度的窗口  
长度为k

可能成为最大值的  
窗口里数据的**位置**  
储存在单调队列里

依次查看每个位置  
 $i$

$i$   
进  
队  
列  
前

$l++$  队列左端  
不断删除的条件

$r--$  队列右端  
不断删除的条件

队列右端新增  
当前元素位置 $i$

队列不为空

窗口长度超过k

队列不为空

$x[i]$ 比右端元素大

# 易错点

```
5   int n,k,x[N],q[N],ans[N];
6   cin>>n>>k;
7   for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
8   int l=0,r=0;
9   for(int i=0;i<n;i++){
10      while(l<r&& i-q[l]>=k)l++;
11      while(l<r&& x[i]>x[q[r-1]])r--;
12      q[r++]=i;
13      ans[i]=x[q[l]];
14  }
15  for(int i=k-1;i<n;i++)cout<<ans[i]<<" ";
```

# 错误版：定长滑窗-单调队列

```
5   int n,k,x[N],q[N],ans[N];
6   cin>>n>>k;
7   for(int i=0;i<n;i++)cin>>x[i];
8   int l=0,r=1;
9   for(int i=0;i<n;i++){
10      while(l<=r&&i-q[l]>k)l++;
11      while(l<=r&&x[i]>x[q[r]])r--;
12      q[++r]=x[i];
13      ans[i]=q[l];
14  }
15  for(int i=k-1;i<n;i++)cout<<ans[i]<<" ";
```

错在哪里

如何修改

# 单调队列 讨论

为什么队列里储存元素的位置而不是数值？

因为通过位置可以检索x数组元素的数值

右端先删还是左端先删有区别吗？

此题都可以。对特殊题会有区别。要确保左右删完是合法的窗口。

# 快快编程作业

344

1147

拓展题

1148, 543