

## 引用

别名

```
int x=1; a是x的别称
int&a=x; cout<<a<<endl; 1
x=2; cout<<a<<endl; 2
return 0;
```

```
int x=1;

int y=2;

int&a=(x>y?x:y);

cout<<a<<endl;

y*=2;

cout<<a<<endl;

y*=2;

cout<<a<<endl;

4
```

## 快快编程1887

#### 树上两种操作

**1** 点到根路径和查询

2 点更新

树的序列化 搭配数据结构



```
75
        scanf("%d %d",&n,&m);
        for(int i=1;i<=n-1;++i){</pre>
76 \( \delta\)
77
             int u,v;
78
             scanf("%d %d",&u,&v);
             addedge(u,v);
79
80
             addedge(v,u);
81
82
        dfs son(1,0);
                                             重链剖分
83
        dfs top tIO(1,0);
                              重儿子先行DFS
                                              两次DFS
        for(int i=1;i<=m;++i){</pre>
84 |
85
             int x,w;
             scanf("%d %d",&x,&w);
86
                                              点更新
             add(tI[x],w); \leftarrow
87
             cout<<query(x)<<endl;</pre>
88
                                             路径查询
89
                              tI[x]容易
                               误写成x
```

第一步

重链剖分

从下往上

算son[]

```
14 void dfs son(int u, int fa){
       d[u]=d[fa]+1;
15
16
       p[u]=fa;
                                     请同学解释
                                      变量含义
        sz[u]=1;
17
        son[u]=0;
18
19 |
        for(int i=hd[u];i;i=e[i].nxt){
20
            int v=e[i].to;
            if(v==fa) continue;
21
22
            dfs son(v,u);
23
            if(
24
25
26
27<sup>1</sup>
```

```
28 void dfs top tIO(int u,int fa){
29
       tI[u]=++timer;
30
       t0[u]=
       if(son[fa]==u)
31
32
       else top[u]=u;
       if(!son[u])return;
33
34
       for(int i=hd[u];i;i=e[i].nxt){
35∮
36
            int v=e[i].to;
37
            if(
                                   continue;
38
            dfs top tIO(v,u);
39
40<sup>1</sup>
                                   请同学解释
                                    变量含义
```

第2次DFS

从上往下

重儿子先行

算top[]

算tI[]t0[]

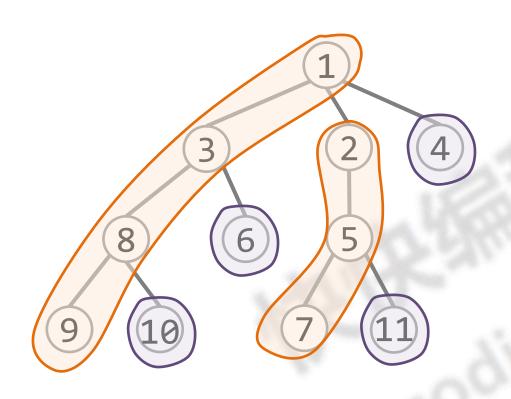
错误

```
5 void dfs top tIO(int u,int fa){
       tI[u]=++timer;
6
       if(son[fa]==u) top[u]=top[fa];
 8
       else top[u]=u;
                                           叶节点
 9
       if(!son[u])return;
                                           tO值遗漏
       dfs top tIO(son[u],u);
10
       for(int i=hd[u];i;i=e[i].nxt){
11 |
           int v=e[i].to;
12
           if(v==fa||v==son[u]) continue;
13
           dfs top tIO(v,u);
14
15
16
       t0[u]=timer;
```

第二步

## 点到根路径拆分成 O(logn)条重链

不断上跳



```
63 int query(int x){
                            区间求和问询
       int ans=0;
64
65 \models
       while(x){
            ans+=rsq(
66
67
            ans%=MOD;
68
69
70
       return ans;
71¹}
                      为什么不可以用
                 rsq(tI[x],tI[top[x]]);
         易错点
                 树序列化后区间端点左右不能混淆
```

第三步

树状数组

## 区间求和转换为 前缀和做差

```
59 int rsq(int l,int r){
60    int res=psq(r)-psq(l-1);
61    return
62 }
```

```
51 int psq(int i){
52    int sum=0;
53    while
54
55
56  }
57    return sum;
58 }
```

## 快快编程976

#### 树上两种操作



树的序列化 搭配数据结构



```
102
        scanf("%11d %11d",&n,&m);
        for(ll u=1;u<=n;++u) scanf("%lld",&x[u]);</pre>
103
        for(ll i=1;i<=n-1;++i){
104 \models
105
             11 u, v;
             scanf("%11d %11d",&u,&v);
106
             addedge(u,v);
107
                                  只记录父亲到儿子的连边
             p[v]=u;
108
109
                                                重链剖分
        dfs son(1);
110
                                重儿子先行DFS
                                                 两次DFS
111
        dfs_top_tIO(1);
                                                           易错点
112
        for(ll u=1;u<=n;++u)a[tI[u]]=x[u];</pre>
                                                新序列a[]
                                                          不能将x[]
                                                           代替a[]
113
        B=sqrt(n)+1;
        for(ll i=1;i<=n;i++)b[i]=(i-1)/B+1; 分块预处理
114
115
        for(ll i=1;i<=n;++i)bs[b[i]]=(bs[b[i]]+a[i])%MOD;</pre>
116 |
        for(ll i=1;i<=m;++i){</pre>
117
             11 \, u, v, w;
             scanf("%11d %11d %11d",&u,&v,&w);
118
119
             solve(u,v,w);
120
```

第一步

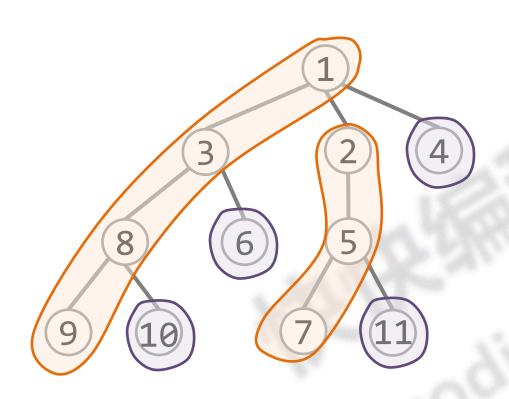
重链剖分

第二步

## 路径拆分成 O(logn)条重链

#### 分两个阶段

两端点所在重链头不同 两端点所在重链头相同



```
76 void solve(ll u,ll v,ll w){
77
       11 \text{ ans=0};
78 |
       while(top[u]!=top[v]){
            ll&x=(d[top[u]]>d[top[v]]?u:v);
79
80
            ans+=rsq(
                                              两端点所在
81
            ans%=MOD;
                                              重链头不同
82
            add(
83
84
       if(d[u]>d[v])
85
                                              两端点所在
                                              重链头相同
86
       ans+=
       ans%=MOD;
87
88
89
       cout<<ans<<end1;</pre>
90
```

i号元素的真实值

a[i]+c[b[i]]

第三步

分块

维护各个 数组信息

a[i]	序列i号元素已更新的数值	
b[i]	序列i号元素所在块号	
c[iB]	iB号块的延迟增量	
bs[iB]	iB号块的块内总和	

## 快快编程974

树上两种操作

**0**表示休息 **1**表示工作

01数值

1 路径和查询 1的个数

2 路径更新 整体修改

树的序列化 搭配数据结构



i号元素的真实值

tag[b[i]]==2?a[i]:tag[b[i]]

### 分块

维护各个 数组信息

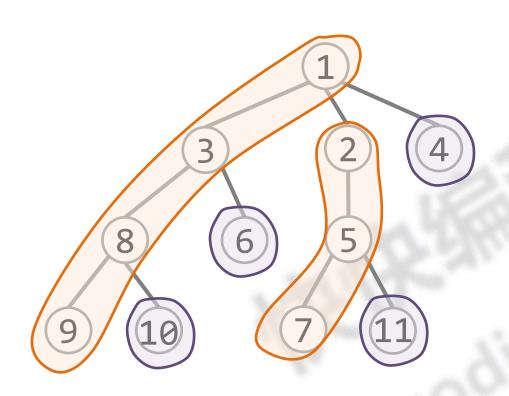
a[i]	序列i号元素已更新的数值	
b[i]	序列i号元素所在块号	
tag[iB]	iB号块的延迟修改目标	0或1或2 2表示已没有延迟修改
bs[iB]		731112

```
scanf("%11d",&n);
114
115阜
         for(11 u=2;u<=n;++u){
                                        原题编号0到n-1
116
             scanf("%11d",&p[u]);
                                           改成1到n
117
             p[u]++;
             addedge(p[u],u);
118
119
                                             重链剖分
120
         dfs son(1);
                              重儿子先行DFS
                                              两次DFS
121
         dfs top tIO(1);
         for(ll i=1;i<=n;++i)a[i]=1;</pre>
122
                                             分块预处理
123
         B=sqrt(n)+1;
         for(ll i=1;i<=n;i++)b[i]=(i-1)/B+1;
124
         for(ll i=1;i<=n;++i)bs[b[i]]+=a[i];</pre>
125
         for(ll iB=1;iB<=b[n];++iB)tag[iB]=2;</pre>
126
         scanf("%11d",&m);
127
         for(11 i=1;i<=m;++i){
128₽
129
             11 t,x;
130
             scanf("%11d %11d",&t,&x);
131
                                           编号加1
             X++;
132
             if(t==1) holiday(x);
             else work(x);
133
134
```

# 路径拆分成 O(logn)条重链

#### 分两个阶段

两端点所在重链头不同 两端点所在重链头相同



```
94 void holiday(ll x){
 95
         ll ans=0;
 96
         while(x){
 97
              ans+=
              upd(tI[top[x]],tI[x],0);
 98
 99
100
101
         cout<<ans<<endl;</pre>
102<sup>1</sup>}
```

## 分块

将延迟更新的信息落地

pushdown()

```
41 void pushdown(ll iB){
42
        if(tag[iB]==2)return;
43
        11 l=B*(iB-1)+1;
44
        11 r=min(n,B*iB);
        for(ll i=l;i<=r;i++)</pre>
45
46
             a[i]=tag[iB];
47
        tag[iB]=2;
48<sup>1</sup>}
```



```
72 | 11 rsq(11 1,11 r){
        pushdown(b[1]);
73
                             左右两端点所在块更新落地
74
        pushdown(b[r]);
75
        11 \text{ ans=0};
76∮
        if(b[1]==b[r]){
            for(ll i=l;i<=r;++i)</pre>
77
                 ans+=a[i];
78
79
             return ans;
80
81
82
83
84
85
86
87
        return ans;
88
```

### 查错方法

让分块退化成暴力: B=n

打印所有数组元素

状状划横尾 net

## 快快编程作业

1887,976,974