

信奥算法

区间模型1

最多不重叠区间

有 n 个区间，选择尽量多互相不重叠的区间

区间模型2

不重叠区间最少分组数

有 n 个区间分成若干组，求最少分组数量，
能保证每组内区间互相不重叠

区间模型3

最少区间全覆盖

有 n 个区间，选择最少的区间数，
完全覆盖某给定线段 $[S, T]$

武林秘籍

有一本武林秘籍失传已久，江湖上存有 n 本手抄本片段。每个片段 i ，抄写的是秘籍第 s_i 页到第 t_i 页。原秘籍共100页，请问至少要多少个片段能复原秘籍内容？如果无法复原输出sorry。 s_i, t_i 都是正整数。 $n \leq 100$

样例输入

4

1 19

10 50

20 100

30 60

样例输出

2

样例输入

2

1 99

1 80

样例输出

sorry

探险

你要走一条探险之路，长L公里，从来没有人走完全程。共有n个向导，每个向导i只熟悉其中第si公里到第ti公里。请问需要几个向导才能覆盖整条探险之路。如果无法覆盖输出sorry。
 $L \leq 100$, $n \leq 10$, si,ti都是浮点数

样例输入

50 4
0.0 30.5
12.2 22.2
25.5 45.5
36.2 50.0

样例输出

3

样例输入

10 3
1.0 30.5
12.2 22.2
25.5 45.5

样例输出

sorry

代课老师

这学期编程课共**16**节课，但编程老师要去拯救地球没空上第**5**到第**10**课，于是需要寻找同事来代课。共有**n**个同事，每个同事*i*可以上第**si**到**ti**节课。请问至少需要找几个代课老师？
如果无法找到代课方案，输出**-1**。 $n \leq 10$

样例输入

4
5 5
8 16
4 9
1 3

样例输出

2

样例输入

3
5 5
6 6
7 9

样例输出

-1

每个秘籍片段：抽象成一个区间

样例输入

5

1 90

10 50

20 100

30 60

每个片段对应一个区间
区间左端点为 片段起始页数
区间右端点为 片段结束页数

样例输出

2

整数
覆盖
问题

快快编程
kkcoding.net

每个向导：抽象成一个区间

样例输入

50
0.0 30.5
12.2 22.2
25.5 45.5
36.2 50.0

样例输出

3

每个向导对应一个区间

区间左端点为 向导熟悉的最近公里数

区间右端点为 向导熟悉的最远公里数

浮点数
覆盖
问题

快快编程
kkcoding.net

每个老师：抽象成一个区间

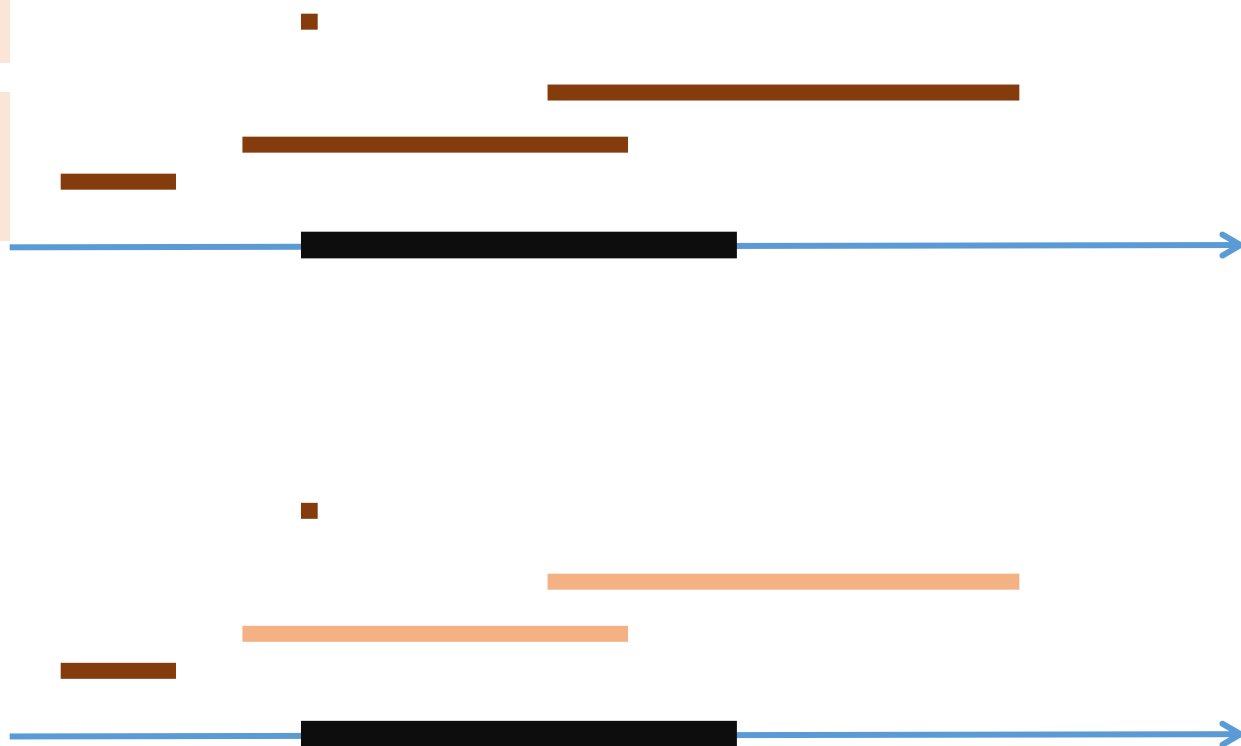
样例输入

4
5 5
8 16
4 9
1 3

样例输出

2

每个代课老师对应一个区间
区间左端点为 最早上课编号
区间右端点为 最晚上课编号



整数
覆盖
问题

现场挑战

请同学写下算法步骤和复杂度

用样例和自编数据检验算法

限时5分钟

代课老师 算法

贪心算法描述：

从需要首次代课的那一课开始，找能代那一课并且那课之后能坚持上课最久的老师。

反复这样地找老师，直到全部覆盖，或者发现无解



代课老师 算法

待覆盖区间 $[S,T]$ 初始化为 $[5,10]$

将所有区间按**左端点从小到大排序**

循环处理每个区间，直到区间被全覆盖：

整数
覆盖
记得
+1

每次选覆盖点 S 的区间中右端点最大的区间

将 S 更新为该区间的右端点位置+1



探险 算法

待覆盖区间 $[S, T]$ 初始化为 $[0, L]$

将所有区间按**左端点从小到大排序**
循环处理每个区间，直到区间被全覆盖：

每次选覆盖点 S 的区间中右端点最大的区间

将 S 更新为该区间的右端点位置

浮点数
覆盖
无需
+1



武林秘籍：整数覆盖

```
5 struct piece{int s,t};
```

定义片段类型:起始页和结束页

```
6 bool cmp(const piece& a,const piece& b){
```

```
7     return a.s<b.s||a.s==b.s&&a.t<b.t;
```

```
8 }
```

定义两个片段比较顺序

```
9 piece d[N];
```

定义d数组包含N个片段

```
14 sort(d,d+n,cmp);
```

按照片段起始页从小到大排序

```
15 int S=1,T=100,cnt=0;
```

cnt为片段总数, [S,T]为待覆盖区间

```
16 for(i=0;i<n&&S<=T;i++){
```

当还有片段并且仍有未覆盖时循环

```
17     for(j=i;j<n&&d[j].s<=S;j++){
```

寻找能覆盖S点
并且右端最大的区间

```
18         if(d[j].t>d[i].t) i=j;
```

```
19     if(d[i].s>S) break;
```

如无法覆盖, 就结束循环宣布无解

```
20     S=d[i].t+1; cnt++;
```

将S更新为该区间的右端点位置+1

```
21 }
```

```
22 if(S<=T) cout<<"sorry"<<endl;
```

```
23 else cout<<cnt<<endl;
```

探险：浮点数覆盖

```
5 struct guide{double s,t};  
6 bool cmp(const guide& a,const guide& b){  
7     return a.s<b.s||a.s==b.s&&a.t<b.t;  
8 }  
9 guide d[N];
```

定义向导类型:起始和结束公里数

定义两个向导比较顺序

定义d数组包含N个向导

cnt为向导总数，浮点数[S,T]为待覆盖区间

```
15 sort(d,d+n,cmp);  
16 for(i=0;i<n&&S<T;i++){  
17     for(j=i;j<n&&d[j].s<=S;j++)  
18         if(d[j].t>d[i].t) i=j;  
19     if(d[i].s>S) break;  
20     S=d[i].t; cnt++;  
21 }  
22 if(S<T) cout<<"sorry"<<endl;  
23 else cout<<cnt<<endl;
```

按照向导起始公里数从小到大排序

当还有向导并且仍有未覆盖时循环

寻找能覆盖S点
并且右端最大的区间

如无法覆盖，就结束循环宣布无解

将S更新为该区间的右端点位置

代码细节讨论

请观察以上代码
找出代码细节不同之处
说明区别背后的原因
并总结易错点

易错点

```
5 struct piece{int s,t};
```

定义片段类型:double还是int?

```
6 bool cmp(const piece& a,const piece& b){
```

```
7     return a.s<b.s||a.s==b.s&&a.t<b.t;
```

```
8 }
```

定义比较顺序:比左端还是右端?

```
9 piece d[N];
```

```
14 sort(d,d+n,cmp);
```

```
15 int S=1,T=100,cnt=0;
```

```
16 for(i=0;i<n&&S<=T;i++){
```

循环条件 $S \leq T$ 还是 $S < T$?

```
17     for(j=i;j<n&&d[j].s<=S;j++)
```

```
18         if(d[j].t>d[i].t) i=j;
```

```
19     if(d[i].s>S) break;
```

```
20     S=d[i].t+1; cnt++;
```

左端S更新时是否要+1?

```
21 }
```

```
22 if(S<=T) cout<<"sorry"<<endl;
```

```
23 else cout<<cnt<<endl;
```

无解条件 $S \leq T$ 还是 $S < T$?

课间任务

请观察武林秘籍代码
对不掌握部分提问

在电脑上完成武林秘籍程序
掌握最少区间全覆盖 整数版

区间模型4

区间重叠最厚层数

有 n 个区间，求最厚重叠的层数

修正带

小明写作文时，每次写错一句就马上会用修正带涂一次错误的地方。已知他错了 n 次，第 i 次错误是从第 s_i 个字错到第 t_i 个字。小明的错误罄竹难书，写着写着他发现有些地方的修正带变得越来越厚，小明想知道最厚的地方有几层修正带？

输入第一行为正整数 n ， $n \leq 1000$ ，之后 n 行每行两个正整数 s_i 和 t_i ，保证都不超过1000。输出最厚的地方有几层。

样例输入

4

1 3

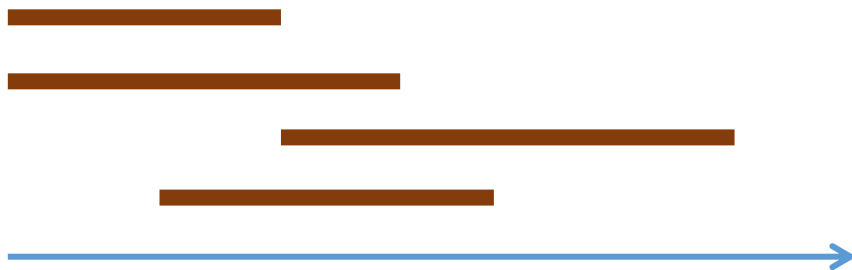
1 4

2 5

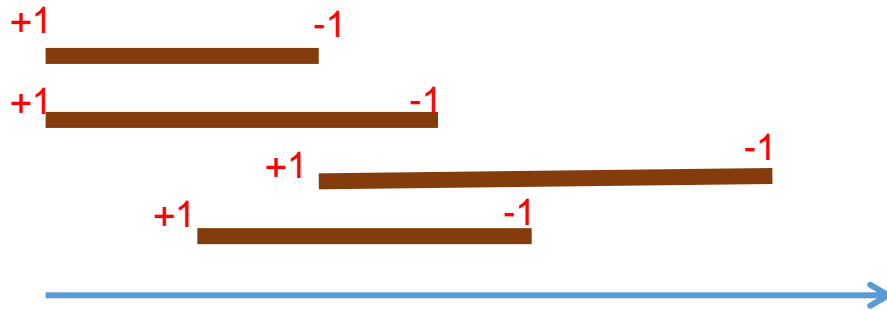
3 7

样例输出

4



扫描算法



算法：依次扫描

1. 将 n 个区间拆分成 $2n$ 个端点，每个区间左端点标记+1，右端点标记-1
2. 将 $2n$ 个端点按照从左到右依次排序（位置相同时，+1优先）
3. 从左到右扫描查看每个端点，并累计端点标记的数字（加1或减1）
4. 扫描过程中出现的最大累计值就是最厚层数

扫描算法

```
1 #include<iostream>
2 #include<algorithm>
3 #define N 2005
4 using namespace std;
5 struct point{int pos,tag;}; //tag 正负1 代表左右端点
6 bool cmp(const point&a,const point&b){
7     return a.pos<b.pos || a.pos==b.pos&&a.tag>b.tag;
8 }
9 point d[N];
```

易错点：需要 $N \geq 2n$

易错点：
位置相同，正数标记优先
每个题目要求各不相同

```
11 int n,cnt=0,ans=0;
12 cin>>n;
13 for(int i=0;i<n+n;i+=2){
14     cin>>d[i].pos>>d[i+1].pos;
15     d[i].tag=1;
16     d[i+1].tag=-1;
17 }
```

快快编程
kkcoding.net

扫描算法

```
11 int n,cnt=0,ans=0;  
12 cin>>n;  
13 for(int i=0;i<n+n;i+=2){  
14     cin>>d[i].pos>>d[i+1].pos;  
15     d[i].tag=1;  
16     d[i+1].tag=-1;  
17 }
```

```
18 sort(d,d+n+n,cmp);  
19 for(int i=0;i<n+n;i++){  
20     cnt+=d[i].tag;  
21     ans=max(ans,cnt);  
22 }  
23 cout<<ans<<endl;
```

讨论：模型2 和 模型4

区间模型2

不重叠区间最少分组数

有 n 个区间分成若干组

求最少分组数量

能保证每组内区间互相不重叠

区间模型4

区间重叠最厚层数

有 n 个区间

求最厚重叠的层数

本质是同一个问题，两种算法都可以求解

现场挑战 快快编程396

请同学写出题目大意
已知什么求什么

限时2分钟

快快编程
kkcoding.net

现场挑战 快快编程371

请同学写出题目大意
已知什么求什么

限时2分钟

快快编程
kkcoding.net

参考资料

周小博，浅谈信息学竞赛中的区间问题
2008年信息学国家集训队论文

快快编程
kkcoding.net

快快编程作业

396

399

371

拓展题

372, 397, 398