

C++算法



快快编程2172

快快编程
kkcoding.net



快快编程2264

快快编程
kkcoding.net



多包 背包

有 m 个背包,第 i 个载重为 $C[i]$

有 n 个物品,第 k 个重量为 $w[k]$

有 n 个物品,第 k 个价值为 $v[k]$

2172

$C[i]$ 均为 W

要装入所有物品,求最少几个背包

2264

$v[i]$ 均为1

求最多能装入几个物品

基于以上模型
请同学提出其他变种问题



快快编程2172

快快编程
kkcoding.net



n个物品,第i个重量为w[i]
每个背包载重W,要装入所有物品
求最少要几个背包?

n<=18, W<=10⁸

A	状压DP	猜猜多少分

B	搜索:暴力枚举分组方案

快学编程
kkcoding.net



n 个物品,第 i 个重量为 $w[i]$
每个背包载重 W ,要装入所有物品
求最少要几个背包?

$n \leq 18$, $W \leq 10^8$

B

搜索:暴力枚举分组方案

请同学设计:枚举对象和顺序

快速编程
kkcoding.net



请同学设计：枚举对象和顺序

A

枚举每个物品放在哪个背包？
可能是已有的某个背包
或者是新开的背包

B

先枚举一共几个背包？
再枚举每个物品放在哪个背包？
枚举答案+判断可行性

已有cnt个包,枚举id号及之后物品放哪个包

```
6 void dfs(int id,int cnt){
7     if(id==n+1){ans=min(ans,cnt);return;}
8     for(int p=1;p<=cnt;++p){
9         if(sw[p]+w[id]>W)continue;
10        sw[p]+=w[id];
11        dfs(id+1,cnt);
12        sw[p]-=w[id];
13    }
14
15
16
17 }
```

枚举id号物品放在p号包

新开第cnt+1号背包

如何加速?

搜索B	枚举答案	100分
-----	------	------

先枚举一共几个背包?
再枚举每个物品放在哪个背包?

```
18  cin>>n>>W;
19  for(int i=1;i<=n;++i) cin>>w[i];
20  sort(w+1,w+1+n,cmp);

21  int tot=0;
22  for(int i=1;i<=n;++i) tot+=w[i];
23  for(cnt=1;cnt<=n;++cnt){
24      if(cnt*W<tot)continue;
25      for(int p=1;p<=cnt;++p)sw[p]=0;
26      if(dfs(1))break;
27  }
28  cout<<cnt<<endl;
```

可行性预判

搜索B	枚举答案	100分
-----	------	------

先枚举一共几个背包?
再枚举每个物品放在哪个背包?

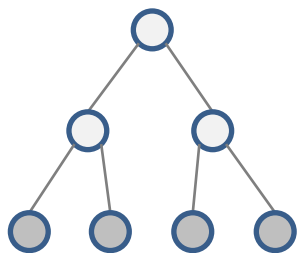
判断:用cnt个背包能否
所有物品都装入?
枚举id号及之后物品放哪里

```
6 bool dfs(int id){
7     if(id==n+1) return 1;
8     for(int p=1;p<=cnt;++p){
9         if(sw[p]+w[id]>W) continue;
10        sw[p]+=w[id];
11        
12        sw[p]-=w[id];
13    }
14    return 0;
15 }
```

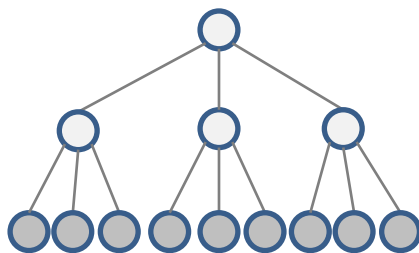
搜索B	枚举答案	100分
	先枚举一共几个背包? 再枚举每个物品放在哪个背包?	

迭代加宽	iterative widening
------	--------------------

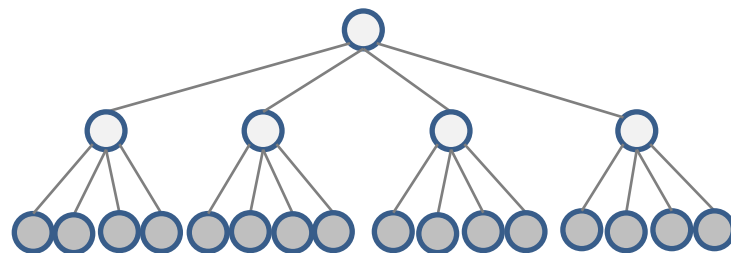
分叉数量 越来越多	搜索 树结构
--------------	-----------



2个物品
2个背包



2个物品
3个背包



2个物品
4个背包



快快编程2264

快快编程
kkcoding.net



m 个背包,第 i 个载重 $C[i]$
 n 个物品,第 k 个重量为 $w[k]$
求最多装入几个物品?

$m \leq 50$, $n \leq 1200$, 其他数字均不超过200

数据范围带来哪些启发?

n 太大无法状压DP

搜索:暴力枚举分组方案

请同学设计枚举对象和顺序



请同学设计枚举对象和顺序

先枚举要放几个物品?
再枚举每个物品放在哪个背包?

枚举答案 k +判断可行性

一定选最轻的 k 件物品
判断这 k 件物品能否都装入

判断能否将1到k号物品都装入

```
7 bool dfs(int k){
8     if(k==0) return 1;
9     for(int i=1; i<=nC; ++i){
10         if(remain[i]<w[k]) continue;
11         remain[i]-=w[k];
12         if(dfs(k-1)) return 1;
13         remain[i]+=w[k];
14     }
15     return 0;
16 }
```

remain[i]表示i号包剩余载重

```
17 bool OK(int k){
18     for(int i=1; i<=nC; ++i) remain[i]=C[i];
19     return dfs(k);
20 }
```

易错点 多次计算记得信息重置

如何再加速?



剪枝加速

可行性预判

若最轻的 k 个物品总重量
超过背包总载重

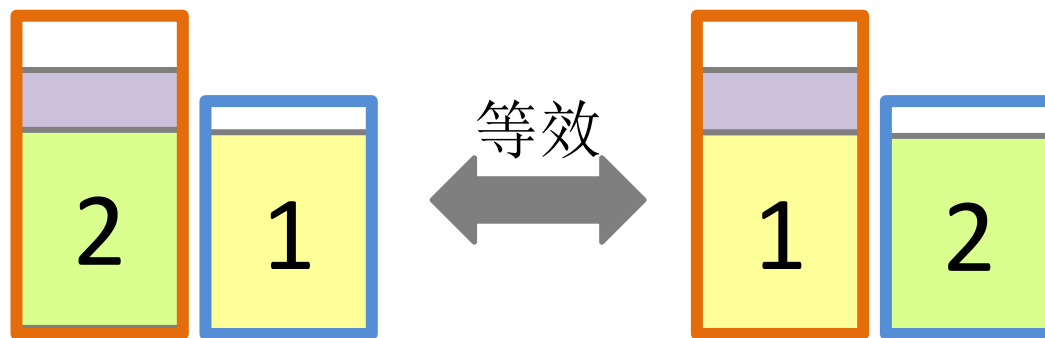
快快编程
kkcoding.net

```
17 bool OK(int k){  
18       
19     for(int i=1;i<=nC;++i) remain[i]=C[i];  
20     return dfs(k);  
21 }
```

若最轻的k个物品总重量
超过背包总载重

```
31 for(int i=1;i<=nC;++i) sC+=C[i];  
32 for(int k=1;k<=nW;++k) sW[k]=sW[k-1]+w[k];
```

如何再加速?



剪枝加速

等效性剪枝

多种等效情况
不需要重复枚举
只枚举其中**1**种作为代表

大量重复重量

$m \leq 50$, $n \leq 1200$, 其他数字均不超过200

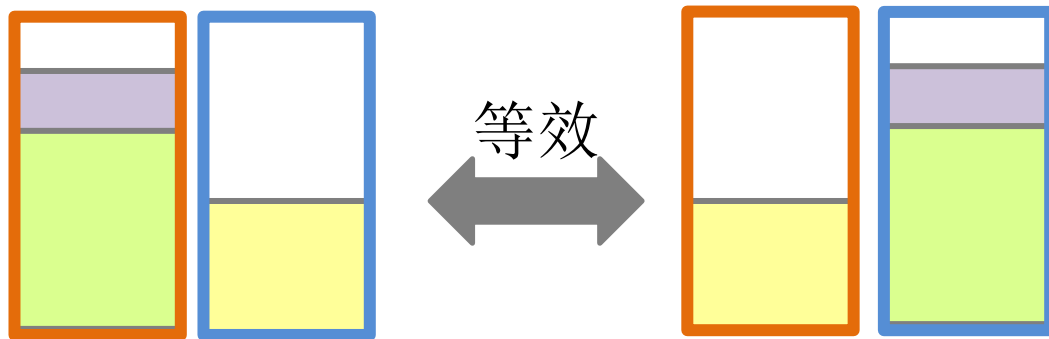
若2个物品重量相同
小号物品放入的背包编号
不可以小于
大号物品放入的背包编号

判断能否将1到k号物品都装入

k号物品可以放入
pre号及以后的背包

```
7 bool dfs(int k, int pre){
8     if(k==0) return 1;
9     if(w[k]!=w[k+1]) pre=1; ←
10    for(int i=pre; i<=nC; ++i){
11        if(remain[i]<w[k]) continue;
12        remain[i]-=w[k];
13        if(dfs(k-1, i)) return 1;
14        remain[i]+=w[k];
15    }
16    return 0;
17 }
```

如何再加速?



剪枝加速

等效性剪枝2

多种等效情况
不需要重复枚举
只枚举其中**1**种作为代表

若**2**个背包剩余载重相同
一定优先放小号背包

kkcoding.net

判断能否将1到k号物品都装入

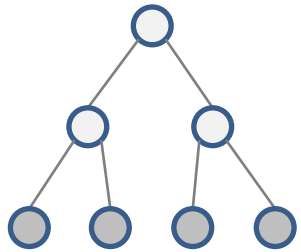
```
7 bool dfs(int k,int pre){
8     if(k==0)return 1;
9     if(w[k]!=w[k+1]) pre=1;
10    for(int i=pre;i<=nC;++i){
11        if(remain[i]<w[k])continue;
12        → if( )continue;
13        remain[i]-=w[k];
14        if(dfs(k-1,i))return 1;
15        remain[i]+=w[k];
16    }
17    return 0;
18 }
```

```
int ans=0;  
for(int k=1;k<=nW;++k)  
    if(OK(k))ans=k;  
    else break;
```

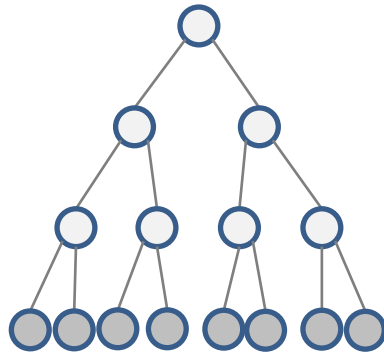
迭代
加深

iterative
deepening

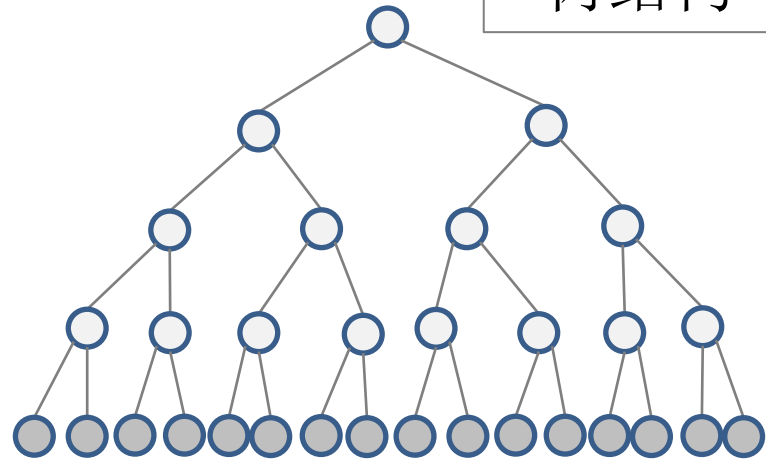
搜索
树结构



2个物品
2个背包



3个物品
2个背包



4个物品
2个背包



搜索+剪枝

可行性

最优性

启发性

等效性

快速编程
kkcoding.net



枚举排列



随机排列

快快编程
kkcoding.net



n 个物品,第 i 个重量为 $w[i]$
每个背包载重 W ,要装入所有物品
求最少要几个背包?

$n \leq 18$, $W \leq 10^8$

随机排列

总计算量 $1e7$

```
26 ans=n;
27 for(int pos=1;pos<=n;++pos)p[pos]=pos;
28 int T=1e7/n;
29 for(int t=1;t<=T;++t){
30     random_shuffle(p+1,p+1+n);
31     ans=min(ans,cntGroups());
32 }
```



m个背包,第i个载重C[i]
n个物品,第k个重量为w[k]
求最多装入几个物品?

$m \leq 50$, $n \leq 1200$, 其他数字均不超过200

数据范围带来哪些启发?

随机排列

总计算量 $1e7$

```
25 for(int k=1;k<=nW;++k) p[k]=k;
26 int ans=0;
27 int T=1e7/nW;
28 for(int t=1;t<=T;++t){
29     random_shuffle(p+1,p+1+nW);
30     ans=max(ans,cntItems());
31 }
32 cout<<ans<<endl;
```

快快编程作业

2172

2264

拓展题：529