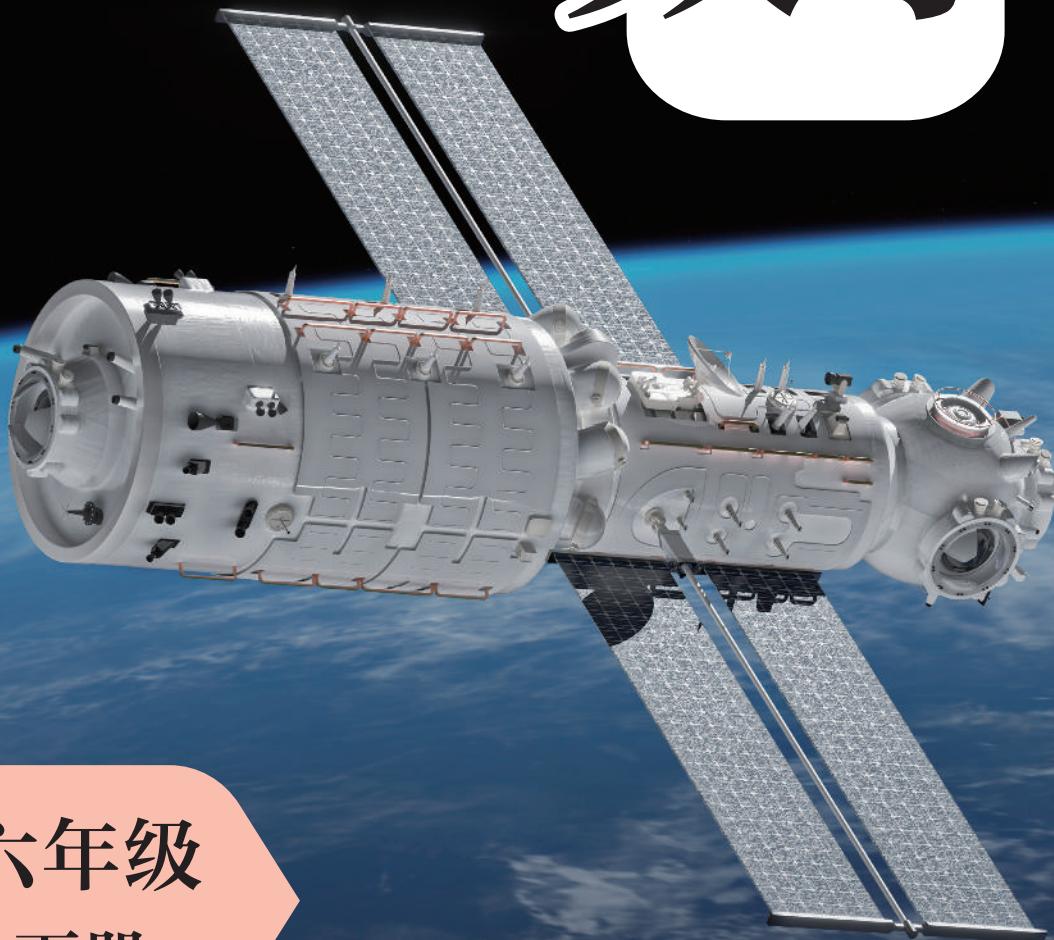




义务教育教科书

(五·四学制)

数学



六年级
下册

上海教育出版社

义务教育教科书

(五·四学制)

数学

六年级

下册

主编 李大潜

上海教育出版社

主 编：李大潜

本册主编：徐斌艳

本册编写人员：李文侠 徐晓燕 张向韵 胡 军 陈月兰 吴颖康 朱 雁

责任编辑：章佳维 张莹莹

装帧设计：王 捷 周 吉

本册教科书中的图片由视觉中国、图虫·创意等图片网站提供

义务教育教科书（五·四学制）数学 六年级下册

出 版 上海教育出版社（上海市闵行区号景路159弄C座）

发 行 上海新华书店

印 刷 上海四维数字图文有限公司

版 次 2024年12月第1版

印 次 2024年12月第1次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 9

字 数 133 千字

书 号 ISBN 978-7-5720-3210-3/G·2838

定 价 9.35 元

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或使用本产品任何部分·违者必究

如发现内容质量问题，请拨打 021-64319241

如发现印、装问题，请拨打 021-64373213，我社负责调换

价格依据文件：沪价费〔2017〕15号

声明 按照《中华人民共和国著作权法》第二十五条有关规定，我们已尽量寻找著作权人支付稿酬。著作
权人若有关于支付稿酬事宜可及时与出版社联系。

主编的话

世间的万事万物都有数和形这两个侧面，数学这门学科是忽略了事物的其他属性仅仅从数量关系和空间形式的角度来研究现实世界的。

初中的数学，介于小学数学与高中数学之间，以往偏向于直观的数学教学将开始逐步走向理性的阶段，对学生逻辑思维的训练会提出较高的要求，其认识也将不断得到深化。

数学是一门重理解和思考的学科。数学学得好，主要看三条：一是理解要深入，二是运作要熟练，三是表达要清晰。这儿所提的“运作”，泛指推理及计算。这三者中最重要的是理解，只有理解深入，才能实现运作熟练和表达清晰这样一些外在层面上的表现，才能真正掌握数学的精髓。

这些年参加了上海市的一些基础数学教科书的编写工作，常常听到一种说法：数学是绝大多数学生一生中学得最多的一门功课，不少学生对数学是喜欢和热爱的，但不太注意对数学真正的理解和感悟，花费了不少时间去刷题，学习负担虽重，却远未达到应有的收获；还有相当一部分学生觉得数学抽象、难懂、神秘，从而望而生畏，甚至避之唯恐不及。所有这些，都不是我们希望看到的。

我们希望通过教师及学生的共同努力，使数学成为一门容易为学生接受，真正喜闻乐见、可近可亲的课程；不仅负担不重而且愈学愈想学，愈学愈有趣味，愈学愈觉得数学内容丰富、奥妙无穷，深深地为其吸引和陶醉。这是我们的一个理想，并相信它是一定可以实现的。

为了实现我们的理想，我们希望这套教科书能真正抓住初中数学的真谛，用朴实无华且单刀直入的方式展现初中阶段应该学习的基本数学内容，努力给学生带来明确而清晰的印象，真正帮助他们理解与掌握有关的数学内容，使学生的数学知识随着年龄的增长逐步增进，充分体现数学学科的育人价值。

本册包含 5 章及 2 个实践活动。在“比与比例”一章中，重点学习如何处理占比问题和变化率问题。在“圆与扇形”一章中，要学习圆和扇形的面积与周长的计算。通过学习“可能性与统计图表”一章，将认识不确定事件发生的可能性，并学习使用百分数绘制扇形统计图。在“圆柱与圆锥”一章中学习圆柱和圆锥的体积及表面积的计算。在“二元一次方程组”一章中学习如何求解二元一次方程组，以及列方程解应用题。在“综合与实践”中，将从数学角度研究旋转的齿轮、讨论中国的能源生产和消费。

目 录

第 5 章

比与比例



5.1 比、比例及其性质	2
5.2 百分数	14
内容提要	26
复习题	27

第 6 章

圆与扇形



6.1 圆的周长与弧长	30
6.2 圆与扇形的面积	39
阅读材料	48
圆周率的历史	
内容提要	50
复习题	51

第 7 章

可能性与统计图表



7.1 随机现象及其结果的可能性	54
7.2 数据的收集、整理与表达	58
7.3 百分数的统计意义	70
内容提要	77
复习题	78

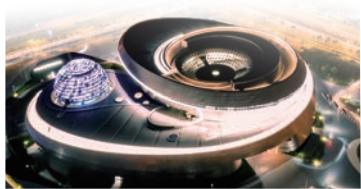
第8章



圆柱与圆锥

8.1 圆柱及其侧面展开图	83
8.2 圆锥及其侧面展开图	91
内容提要	100
复习题	101

第9章



二元一次方程组

9.1 二元一次方程组的概念	104
9.2 二元一次方程组的解法	107
9.3 二元一次方程组的应用	113
9.4 简单的三元一次方程组	120
内容提要	123
复习题	124

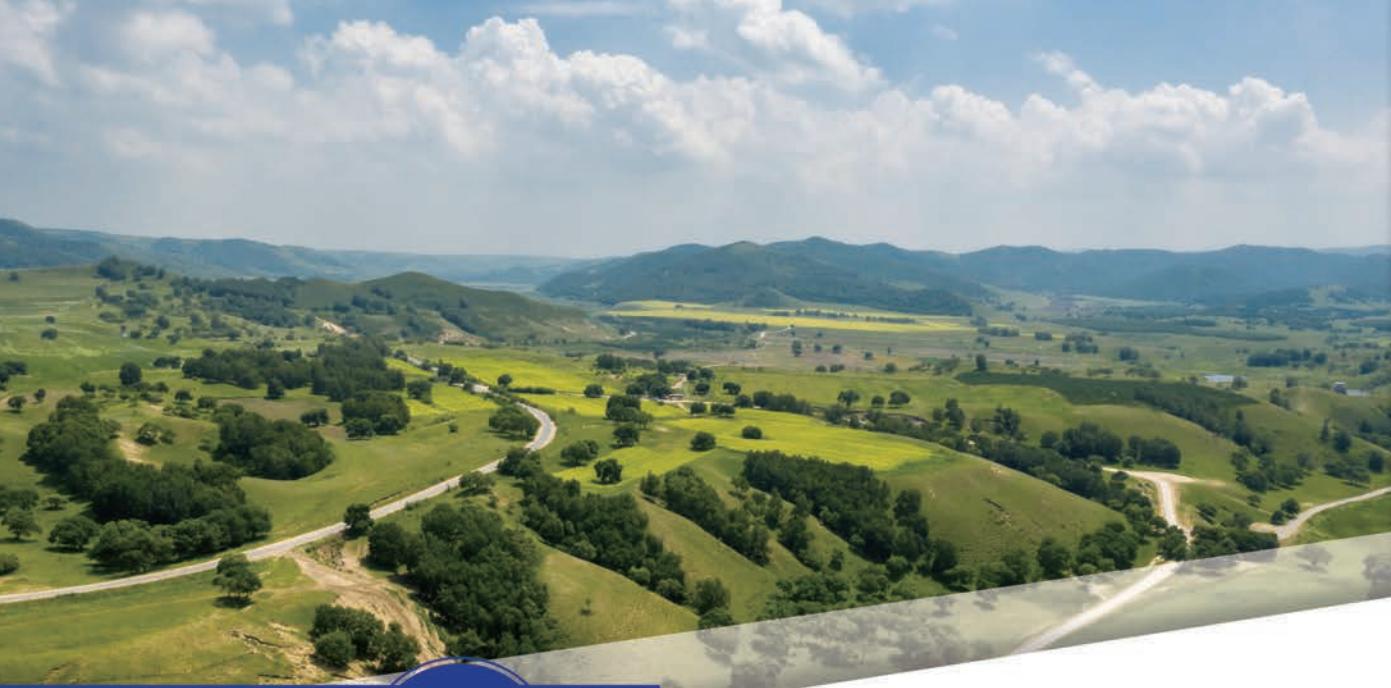


综合与实践

旋转的齿轮	127
中国的能源生产与消费	131

附录 部分中英文词汇索引

135



第 5 章

比与比例

生活中经常会遇见诸如奶粉中各种营养成分的配比、地图绘制时的比例尺、银行存款利率、商品的折扣等概念。我们将通过学习比与比例的知识来理解这些概念。

通过本章的学习，我们不仅能掌握小数、分数与百分数之间的互化，更重要的是能利用百分数解决占比问题和变化率问题。正确辨别占比问题和变化率问题中的比较基数是什么，是解决这类问题的关键。在后续课程中也将会利用比例的知识分析未知量之间的关系，从而建立相应的方程。此外，比和比例的知识在统计学与物理学中也有着极其重要的作用。

5.1 比、比例及其性质

1. 比的意义

问题 1 小海和乐乐在篮球场上定点投篮，小海投了 15 次，进球 6 次；乐乐投了 10 次，进球 5 次。就这次的成绩，谁的投篮水平更高呢？

分析 投篮水平的高低，不是简单地比较进球数，而是比较进球数和投球数这两个量的关系。我们可以用算式 $6 \div 15$ 和 $5 \div 10$ 分别表示小海和乐乐的进球数占投球数的几分之几；用算式 $15 \div 6$ 和 $10 \div 5$ 表示投球数是进球数的几倍。

$$\text{小海投进球的次数} \div \text{小海投球的总次数} = 6 \div 15 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}；$$

$$\text{乐乐投进球的次数} \div \text{乐乐投球的总次数} = 5 \div 10 = \frac{5}{10}.$$

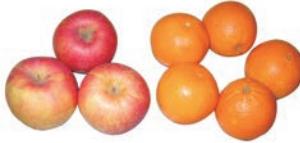
因为 $\frac{5}{10} > \frac{4}{10}$ ，所以，就这次的成绩，乐乐的投篮水平比小海高。

有时我们把小海的进球数和投球数的数量关系说成是进球数和投球数之比是 $6 : 15$ ，或投球数和进球数之比是 $15 : 6$ 。同理，乐乐进球数和投球数之比是 $5 : 10$ ，或投球数和进球数之比是 $10 : 5$ 。

再如，欢欢 10 min 快步走了 1200 m ，用算式 $1200 \div 10$ 表示欢欢平均每分钟走的路程，也可以用比来表示路程与时间的关系：路程与时间之比是 1200 比 10 。

设 a 、 b 是两个数或两个量，为了比较 a 和 b ，可将 a 与 b 相除，叫作 a 与 b 的 **比**。记作 $a : b$ ($b \neq 0$)，读作“ a 比 b ”，或“ a 与 b 的比”。其中， a 叫作比的前项， b 叫作比的后项。前项 a 除以后项 b 所得的商叫作**比值**。

$$\begin{array}{rccccc} 5 & : & 10 & = & 5 \div 10 & = 0.5 \\ | & | & | & & | & | \\ \text{前} & \text{比} & \text{后} & & \text{比} & \text{值} \\ \text{项} & \text{号} & \text{项} & & & \end{array}$$



苹果与橙子的个数之比是 $3 : 5$,

橙子与苹果的个数之比是 $5 : 3$.

国旗的长与宽之比是 $3 : 2$,

宽与长之比是 $2 : 3$.



思考

我们已经学习了分数与除法的关系，你知道比、分数和除法三者之间的关系吗？

比、分数和除法三者之间的关系是：

比的前项相当于分数的分子和除式中的被除数；

比的后项相当于分数的分母和除式中的除数；

比值相当于分数的值和除式中的商.

根据比、分数与除法间的关系，两个数的比也可以写成分数形式. 例如，

$6 : 15$ 也可以写成 $\frac{6}{15}$ ，仍读作“6 比 15”.

比：前项 : 后项 = 比值

分数： $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ = 分数的值

除法：被除数 \div 除数 = 商

例 1 求下列各个比的比值：

$$(1) 60 : 36;$$

$$(2) 1 \frac{2}{7} : 0.6;$$

$$(3) 7.5 \text{ cm} : 40 \text{ mm};$$

$$(4) 18 \text{ s} : 1.5 \text{ min}.$$

解 (1) $60 : 36 = 60 \div 36 = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$.

(2) $1 \frac{2}{7} : 0.6 = 1 \frac{2}{7} \div 0.6 = \frac{9}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{15}{7}$.

(3) $7.5 \text{ cm} : 40 \text{ mm} = 75 \text{ mm} : 40 \text{ mm} = 75 \div 40 = 1.875$.

(4) $18 \text{ s} : 1.5 \text{ min} = 18 \text{ s} : 90 \text{ s} = 18 \div 90 = 0.2$.

求两个同类量的比值时，如果单位不同，必须把这两个量化成相同的单位.

例 2 许多食物的钙含量很高，如菠菜、鲫鱼、牛奶、豆腐等。根据表 5-1 提供的信息，判断：这四种食物中，哪种食物的钙含量最高？哪种食物的钙含量最低？（在表 5-1 中，mg 表示质量单位毫克， $1\ 000\ \text{mg}=1\ \text{g}$ 。）

表 5-1

食物	菠菜	鲫鱼	牛奶	豆腐
钙含量	66 mg/100 g	16 g/20 000 g	226 mg/200 g	390 g/500 000 g

分析 由于钙含量的表达中比的前项和后项均不相同，不利于比较，可以通过比值的大小来判断每种食物的钙含量的高低。

解 $66\ \text{mg} : 100\ \text{g} = 66\ \text{mg} : 100\ 000\ \text{mg} = 66 \div 100\ 000 = 0.000\ 66$ ；

$16\ \text{g} : 20\ 000\ \text{g} = 16 \div 20\ 000 = 0.000\ 8$ ；

$226\ \text{mg} : 200\ \text{g} = 226\ \text{mg} : 200\ 000\ \text{mg} = 226 \div 200\ 000 = 0.001\ 13$ ；

$390\ \text{g} : 500\ 000\ \text{g} = 390 \div 500\ 000 = 0.000\ 78$ 。

答：因为 $0.001\ 13 > 0.000\ 8 > 0.000\ 78 > 0.000\ 66$ ，所以这四种食物中，牛奶的钙含量最高，菠菜的钙含量最低。



你还能举出一些生活中比的例子吗？

课堂练习 5.1(1)

1. 六年级(5)班有男生 15 人，女生 25 人。求下列各比的比值：

- (1) 男生人数 : 女生人数；
- (2) 男生人数 : 全班人数；
- (3) 女生人数 : 全班人数。

2. 求下列各比的比值：

- | | |
|----------------------------------------|----------------------------------------|
| (1) $1.5 : 0.5$; | (2) $75\ \text{g} : 0.5\ \text{kg}$; |
| (3) $81.5\ \text{m} : 40\ \text{dm}$; | (4) $85\ \text{h} : 160\ \text{min}$. |

3. 小海和乐乐在文具店买同样的铅笔. 小海买了 8 支, 共花了 4 元. 乐乐买了 12 支, 共花了 6 元. 小海和乐乐买的铅笔数之比是_____，比值是_____；花的钱数之比是_____，比值是_____.

2. 比的基本性质

问题 2 将 10 g 果汁粉溶解在 100 g 水中, 和将 15 g 的同类果汁粉溶解在 150 g 水中相比, 所得的两种果汁的口味是否相同? 再将 36 g 这样的果汁粉溶解在 360 g 水中, 所得的果汁的口味与前两种果汁相比呢?

因为 $10 : 100 = 0.1$, $15 : 150 = 0.1$, $36 : 360 = 0.1$, 所以

$$10 : 100 = 15 : 150 = 36 : 360.$$

因此, 这三种果汁的口味都是相同的.

根据分数的基本性质:

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a \div n}{b \div n} \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0),$$

可以得到:

比的基本性质 比的前项和后项同时乘或除以一个不为零的数, 比值不变, 即

$$a : b = am : bm = (a \div n) : (b \div n) \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

例 3 化简下列各比:

$$(1) 0.65 : 1.3;$$

$$(2) \frac{44}{121};$$

$$(3) 1 \frac{1}{5} : \frac{3}{4};$$

$$(4) 1.25 \text{ L} : 375 \text{ mL}.$$

解 (1) $0.65 : 1.3 = (0.65 \times 100) : (1.3 \times 100)$

$$= 65 : 130$$

$$=(65 \div 65) : (130 \div 65)$$

$$=1 : 2.$$

$$(2) \frac{44}{121} = \frac{44 \div 11}{121 \div 11} = \frac{4}{11}.$$

$$\begin{aligned}(3) \quad 1\frac{1}{5} : \frac{3}{4} &= \left(1\frac{1}{5} \times 20\right) : \left(\frac{3}{4} \times 20\right) \\&= 24 : 15 \\&= (24 \div 3) : (15 \div 3) \\&= 8 : 5.\end{aligned}$$

$$(4) \quad 1.25 \text{ L} : 375 \text{ mL}$$

$$= 1250 \text{ mL} : 375 \text{ mL}$$

$$= 1250 : 375$$

$$= (1250 \div 125) : (375 \div 125)$$

$$= 10 : 3.$$

最简整数比是指比的前项与后项都是整数，且它们互素。运算结果中，比一般需要化为最简整数比。

例 4 如图 5-1-1，上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离为 3.4 cm，而从上海南站至常熟路站的实际直线距离约为 6.8 km。求上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离与实际直线距离之比。

$$\text{解 } 3.4 \text{ cm} : 6.8 \text{ km}$$

$$= 3.4 \text{ cm} : 680 000 \text{ cm}$$

$$= (3.4 \times 10) : (680 000 \times 10)$$

$$= 34 : 6 800 000$$

$$= (34 \div 34) : (6 800 000 \div 34)$$

$$= 1 : 200 000.$$

答：上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离与实际直线距离之比是 1 : 200 000。

我们把图上距离和实际距离之比称为这幅图的“**比例尺**”，也就是

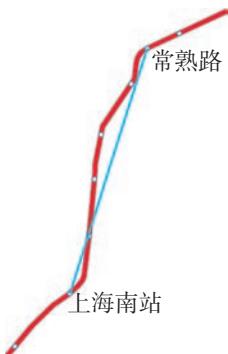


图 5-1-1

图上距离 : 实际距离 = 比例尺.

在地图、建筑设计图、房屋平面图中，经常把实际距离缩小后，再画在图纸上，通常把比例尺写成前项是 1 的比，如 $1:5000$ ；而在工业设计(零件设计)图等方面，由于机器零件比较小，需要把实际距离扩大后，再画在图纸上，通常把比例尺写成后项是 1 的比，如 $200:1$.



在例 4 中，上海轨道交通 1 号线的另外两个站点汉中路站至共康路站在图上的直线距离约为 4.3 cm ，你知道汉中路站至共康路站的实际直线距离吗？

课堂练习 5.1(2)

1. 化简下列各比：

$$(1) \frac{21}{35}; \quad (2) 2\frac{1}{2} : 0.8; \quad (3) 85\text{ g} : 0.5\text{ kg}.$$

2. 一种机械手表上的圆形螺丝直径是 3 mm ，画在设计图纸上的尺寸是 3 cm . 求这幅设计图纸的比例尺.

已知一种糕点的部分配料是低筋面粉 200 g 、鸡蛋 300 g 、细砂糖 150 g . 其中，低筋面粉与鸡蛋的比是 $200:300$ ，鸡蛋与细砂糖的比是 $300:150$. 低筋面粉、鸡蛋、细砂糖的比是 $200:300:150$. 像 $200:300:150$ 这样的比称为三项的比，其中 200 、 300 、 150 都是这个比的项.

由两项的比可以推得三项的比：

如果 $a:b=m:n$, $b:c=n:k$, 那么 $a:b:c=m:n:k$.

在生活和生产实际中，我们经常要对两个以上的数量进行比较.

例如，如果小海、小华、乐乐三人的身高分别是 1.63 m 、 1.50 m 、 1.55 m ，那么小海、小华、乐乐三人的身高的比为：

$$\begin{aligned}1.63 \text{ m} : 1.50 \text{ m} : 1.55 \text{ m} \\= 163 \text{ cm} : 150 \text{ cm} : 155 \text{ cm} \\= 163 : 150 : 155.\end{aligned}$$

两项的比的性质可以推广到三项的比的性质：

$$a : b : c = am : bm : cm = (a \div n) : (b \div n) : (c \div n)$$

$$(b \neq 0, c \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

例 5 (1) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 5$. 求 $a : b : c$;

(2) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 5$. 求 $a : b : c$.

解 (1) 因为 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 5$, 所以 $a : b : c = 2 : 3 : 5$.

(2) 因为 3 和 4 的最小公倍数是 12, 所以

$$\begin{aligned}a : b = 2 : 3 &= (2 \times 4) : (3 \times 4) = 8 : 12, \\b : c = 4 : 5 &= (4 \times 3) : (5 \times 3) = 12 : 15.\end{aligned}$$

所以, $a : b : c = 8 : 12 : 15$.

例 6 小华的妈妈今天摄入的五谷杂粮、肉类、蔬菜大约分别为 400 g、250 g、350 g. 求小华的妈妈今天五谷杂粮、肉类、蔬菜的摄入量之比.

$$\begin{aligned}400 \text{ g} : 250 \text{ g} : 350 \text{ g} \\&= 400 : 250 : 350 \\&= (400 \div 50) : (250 \div 50) : (350 \div 50) \\&= 8 : 5 : 7.\end{aligned}$$

答：小华的妈妈今天五谷杂粮、肉类、蔬菜的摄入量之比为 8 : 5 : 7.

课堂练习 5.1(3)

1. 把下列各比化为最简整数比:

- (1) 1.5 L : 720 mL;
- (2) 15 : 30 : 40;

(3) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$;

(4) 15 min : 1.5 h : 1 h 15 min.

2. 利用下列已知条件, 求 $a : b : c$:

(1) $a : b = 5 : 3$, $b : c = 2 : 3$;

(2) $a : b = 4 : 5$, $b : c = 7 : 9$.

3. 一个纸箱, 测量得到它的长为 60 cm, 宽为 40 cm, 高为 90 cm. 求它的长、宽、高之比, 并化为最简整数比.

3. 比例

《中华人民共和国国旗法》对国旗的制作有明确规定. 中华人民共和国国旗是长方形, 长与宽之比为 3 : 2, 国旗的通用尺度分 5 种规格(单位: cm):

1 号: 288×192 ; 2 号: 240×160 ; 3 号: 192×128 ;

4 号: 144×96 ; 5 号: 96×64 .

这些国旗尽管尺寸不同, 但长和宽之比都是 3 : 2. 例如, 由 1 号和 2 号国旗尺寸得到 $288 : 192 = 240 : 160$. 又如, 由 4 号和 5 号国旗尺寸得到 $144 : 96 = 96 : 64$.

在 a 、 b 、 c 、 d 四个量中, 如果 $a : b = c : d$, 那么就说 a 、 b 、 c 、 d 成比例. 特别地, 当 b 和 c 相同时, 即 $a : b = b : d$ 成立, 那么把 b 叫作 a 和 d 的比例中项. 例如, 在等式 $144 : 96 = 96 : 64$ 中, 96 叫作 144 和 64 的比例中项.

$a : b = c : d$ 也可以表示为 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 在等式两边同时乘 bd , 可以得到 $ad = bc$; 反过来, 如果 b 、 d 都不为 0 并且 $ad = bc$, 那么在等式两边同时除以 bd , 就可以得到 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 即 $a : b = c : d$.

比例的基本性质

如果 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, 那么 $ad=bc$.

反之, 如果 b 、 d 都不为 0 且 $ad=bc$, 那么 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

例 7 求下列各式中 x 的值:

(1) $4:x=\frac{3}{2}:2$;

(2) $\frac{x}{20}=\frac{11}{4}$.

解 (1) 因为 $4:x=\frac{3}{2}:2$, 所以 $\frac{3}{2}x=4\times 2$, 即 $\frac{3}{2}x=8$.

于是, 可得 $x=8\div\frac{3}{2}=\frac{16}{3}$.

(2) 因为 $\frac{x}{20}=\frac{11}{4}$, 所以 $4x=20\times 11=220$.

于是, 可得 $x=220\div 4=55$.

例 8 你能运用比例的基本性质判断 30、25、12、10 这四个数是否成比例吗? 请说明理由.

解 因为 $30\times 10=25\times 12$, 根据比例的基本性质有 $30:25=12:10$, 所以数 30、25、12、10 成比例.

课堂练习 5.1(4)

1. 判断下面哪组中的两个比可以组成等式:

- (1) $6:9$ 和 $9:12$;
- (2) $1.4:2$ 和 $28:40$;
- (3) $7.5:1.3$ 和 $5.7:3.1$.

2. 求下列各式中 x 的值:

$$(1) 2 : x = 6 : 12; \quad (2) \frac{x}{6} = \frac{7}{2};$$

$$(3) x : 0.3 = 0.4 : 0.8; \quad (4) \frac{0.75}{1.5} = \frac{x}{6}.$$

3. 12、14、15、58 这四个数成比例吗? 请说明理由.

例 9 某顾客买了 6 kg 牛肉, 付款 406.8 元. 按照如此售价, 339 元可以购买多少牛肉?

分析 牛肉的售价前后不变, 都是总价与购买的牛肉质量之比; 也可以换个角度思考, 在单价相同的情况下, 总价之比等于牛肉质量之比.

解 设 339 元可以购买牛肉 x kg. 根据题意, 可得

$$\frac{339}{x} = \frac{406.8}{6} \text{ 或 } 339 : 406.8 = x : 6.$$

由比例的基本性质, 可得:

$$406.8x = 339 \times 6.$$

$$x = 2034 \div 406.8.$$

$$x = 5.$$

答: 339 元可以购买牛肉 5 kg.

例 10 某清洁剂浓缩液可以根据需要按照不同的浓缩液与水的体积之比配制出不同浓度的稀释液. 如果浓缩液与水的体积按 1 : 4 配制一瓶 500 mL 的稀释液, 其中浓缩液和水的体积分别是多少?

分析 根据题意, 可知

浓缩液体积 : 水体积 = 1 : 4, 浓缩液体积 + 水体积 = 500 (mL).

解 方法一: 设浓缩液的体积为 x mL, 则水的体积为 $4x$ mL. 根据题意, 可得

$$x + 4x = 500.$$

$$x = 100.$$

于是, 得到 $4x = 4 \times 100 = 400$.

答: 浓缩液和水的体积分别为 100 mL 和 400 mL.

方法二: 设浓缩液的体积为 x mL, 则水的体积为 $(500-x)$ mL. 根据题意, 可得

$$x : (500 - x) = 1 : 4.$$

$$500 - x = 4x.$$

$$x = 100.$$

于是, 得到 $500 - x = 400$.

答: 浓缩液和水的体积分别为 100 mL 和 400 mL.

课堂练习 5.1(5)

1. 将 12 本相同厚度的书叠起来, 它们的高度为 30 cm. 如果将 20 本这样相同厚度的书叠起来, 那么它们的高度是多少?

2. 用电饭煲煮饭时, 某品牌的大米经过多次实验, 得到的结论是: 当米和水的质量之比是 1 : 1.2 时, 煮出米饭的软硬度比较合适. 如果有 400 g 大米, 配比多少水比较合适?

3. 用 280 cm 长的铁丝做一个长方体的框架, 其长、宽、高的比是 4 : 2 : 1. 要使铁丝恰好用完, 这个长方体的长、宽、高分别是多少? (接头处的损耗忽略不计)

习题 5.1



A

1. 街舞兴趣小组有男生 20 人、女生 5 人. 民族舞兴趣小组共有 26 人, 其中女生有 18 人.

(1) 街舞兴趣小组男女生人数的比是 _____, 比值是 _____.

(2) 民族舞兴趣小组男女生人数的比是 _____, 比值是 _____; 其中女生人数与小组总人数的比是 _____, 比值是 _____.

2. 求下面各比的比值:

$$(1) 4 : 6; \quad (2) 0.5 : 0.24; \quad (3) 21 : 91; \quad (4) 1\frac{1}{5} : 35.$$

3. 已知上海市东方明珠广播电视塔的高度是 468 m, 按照 1 : 1 000 的比例尺做的模型的高是多少?

4. 医生给乐乐测得心率是 30 s 跳 36 次. 请问: 按照乐乐目前的心率, 他的心脏 1 min 跳多少次?

5. 妈妈按消毒液与水的体积 1 : 150 的方法配制消毒水对衣物进行消毒. 她在盆里倒了 3 L 水, 问: 应该加多少消毒液?

6. 甲数与乙数的比是 2 : 3, 乙数与丙数的比是 4 : 5. 问: 甲数与丙数的比是多少?

7. 书架上有小说、诗歌、散文三种文学类图书共 20 册, 小说、诗歌和散文的册数比是 2 : 3 : 5. 问: 这三种图书分别有多少册?



8. 某果园面积共 1 200 m². 果园的 $\frac{1}{2}$ 种桃树, 剩下的按 3 : 2 的面积比种梨树和杏树. 三种果树的种植面积分别是多少?

9. 一个普通成年人, 身体内的水分约占体重的 $\frac{3}{5}$, 其中在细胞、血浆、组织间液内的水分质量之比大约是 10 : 1 : 4. 问: 体重为 70 kg 的普通成年人体内水分大约是多少? 其中在细胞、血浆、组织间液内的水分大约分别是多少?

10. 某一篮球场地是长为 28 m, 宽为 15 m 的长方形. 选用 1 : 500 比例尺画出它的平面图(只画出边界).

5.2 百分数

1. 百分数的意义

问题 1 随着科技水平的不断提高和经济社会条件的不断改善，我国的国土绿化取得了举世瞩目的成就。表 5-2 中列出了某一地区治沙实验基地不同树种的种植成活情况。根据信息，请你判断选择哪一种树种植比较好。



表 5-2

树种	栽种总棵数	成活棵数	成活棵数与栽种总棵数的比
A	20	17	$\frac{17}{20}$
B	25	23	$\frac{23}{25}$
C	50	42	$\frac{42}{50}$
D	10	8	$\frac{8}{10}$

分析 从表中不容易看出哪一种树的成活情况比较好，如果将成活棵数与栽种总棵数的比都用分母为 100 的分数表示，就可以很好地作出判断了。

$$\frac{17}{20} = \frac{17 \times 5}{20 \times 5} = \frac{85}{100}; \quad \frac{23}{25} = \frac{23 \times 4}{25 \times 4} = \frac{92}{100};$$

$$\frac{42}{50} = \frac{42 \times 2}{50 \times 2} = \frac{84}{100}; \quad \frac{8}{10} = \frac{8 \times 10}{10 \times 10} = \frac{80}{100}.$$

因为 $\frac{80}{100} < \frac{84}{100} < \frac{85}{100} < \frac{92}{100}$ ，所以选择种植树种 B 比较合理。

以上问题中，树种 A 的成活棵数与栽种总棵数的比可以表示为 $\frac{17}{20}$ ，还可以表示为 $\frac{85}{100}$ ，由此可称树种 A 的成活棵数占栽种总棵数的百分之八十五。

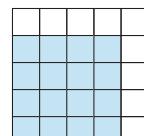
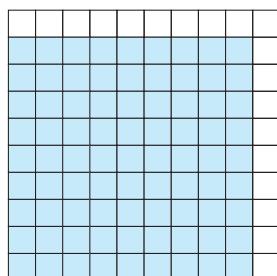
把两个数量的比值写成 $\frac{n}{100}$ 的形式，这种形式的数叫作**百分数**，也称为百分比或百分率，记作“ $n\%$ ”，读作“百分之 n ”。其中，符号“%”称为百分号。

例如， 18% 就是 $\frac{18}{100}$ ，读作“百分之十八”； 120% 就是 $\frac{120}{100}$ ，读作“百分之一百二十”； 32.5% 就是 $\frac{32.5}{100}$ ，读作“百分之三十二点五”。

百分数是分母为 100 的特殊分数，其分子可不为整数，它表示一个数是另一个数的百分之几。百分数既能直观地反映两个数量之间的关系，又便于比较，因此在工农业生产生活中运用比较广泛。例如，可以用百分数来描述上海市市区绿化状况发生的变化：绿化覆盖率从 1990 年的 12.4% 上升到 2019 年的 39.6% 。又如，空气属于混合物，它主要由氮气、氧气、稀有气体、二氧化碳以及其他物质组合而成，其中氮气约占 78% ，氧气约占 21% ，其他气体约占 1% 。



图 5-2-1 中涂色部分面积占整个图形面积的几分之几？如何用百分数表示？



$$\frac{(\quad)}{(\quad)} = (\quad) \% \qquad \frac{(\quad)}{(\quad)} = (\quad) \%$$

图 5-2-1

例 1 将下列百分数化成最简分数：

- (1) 62% ; (2) 55% ; (3) 37.5% ; (4) 125% .

解 (1) $62\% = \frac{62}{100} = \frac{31}{50}$.

(2) $55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$.

(3) $37.5\% = \frac{37.5}{100} = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$.

(4) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$.

课堂练习 5.2(1)

1. 写出下列划线部分的百分数:

(1) 截至 2020 年 11 月 1 日, 我国总人口中有将近百分之六十三的人口年龄在 15~59 岁之间;

(2) 据相关研究资料显示, 百分之十左右的感冒病例是由细菌引起的, 百分之九十左右是由病毒引起的;

(3) 某面料成分为棉占百分之六十点二、涤纶占百分之三十六点四、氨纶占百分之三点四.

2. 读一读下面的百分数, 并把它们化成最简分数:

12.5% 、 25% 、 40% 、 135% 、 210% .

$30 \div 40$ 的运算结果可以表示为:

$$30 \div 40 = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%.$$

实际生活离不开数据, 根据不同的情况还要选择数据的不同表示形式. 例如, 用 30 元买 40 支铅笔, 通常用 0.75 元表示每支铅笔的价格; 一个班级的 40 名学生中有 30 名学生喜欢数学, 这个班级中喜欢数学的学生数与学生总数的比值用 75% 或 $\frac{3}{4}$ 表示. 因此, 掌握百分数、分数和小数之间的互化是必要的.

例 2 将下列小数化成百分数:

(1) 0.47; (2) 0.028; (3) 2.73; (4) 0.3.

解 (1) $0.47 = 0.47 \times 100\% = 47\%$.

(2) $0.028 = 0.028 \times 100\% = 2.8\%$.

(3) $2.73 = 2.73 \times 100\% = 273\%$.

(4) $0.3 = 0.3 \times 100\% = 30\%$.



观察

观察例 2 中的计算过程与结果: $0.47 = 47\%$, $0.028 = 2.8\%$, $2.73 = 273\%$, $0.3 = 30\%$. 你有什么发现吗?

小数化成百分数时, 将小数点向右移两位, 同时在后面添上百分号.

例 3 将下列百分数化成小数或整数:

(1) 40.2% ; (2) 125.2% ; (3) 0.52% ; (4) 200% .

解 (1) $40.2\% = 40.2 \div 100 = 0.402$.

(2) $125.2\% = 125.2 \div 100 = 1.252$.

(3) $0.52\% = 0.52 \div 100 = 0.0052$.

(4) $200\% = 200 \div 100 = 2$.



观察

观察例 3 中的计算过程与结果: $40.2\% = 0.402$, $125.2\% = 1.252$, $0.52\% = 0.0052$, $200\% = 2$. 你有什么发现吗?

百分数化成小数时, 将百分号(%)前数的小数点向左移两位, 同时去掉后面的百分号.

例 4 将下列分数化成小数, 再化成百分数:

(1) $\frac{3}{4}$; (2) $\frac{7}{5}$; (3) $\frac{5}{6}$; (4) $1\frac{1}{8}$.

解 (1) $\frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$.

$$(2) \frac{7}{5} = 1.4 = 140\%.$$

$$(3) \frac{5}{6} \approx 0.833 = 83.3\%.$$

$$(4) 1 \frac{1}{8} = 1.125 = 112.5\%.$$

本章中，在遇到除法除不尽时，如无特别说明，一般商保留三位小数，百分数精确到0.1%.

把分数化成百分数，通常先把分数化成小数，再把小数化成百分数。

课堂练习 5.2(2)

1. 把下列各数化成百分数：

$$(1) 0.2; \quad (2) 1.15; \quad (3) \frac{3}{50}; \quad (4) 1 \frac{3}{4}.$$

2. 把下列各百分数化成小数或整数：

$$(1) 3\%; \quad (2) 80\%; \quad (3) 120\%; \quad (4) 300\%.$$

2. 百分数的应用

由于百分数表示一个数是另一个数的百分之几，因此可类比分数的方法解决有关百分数的实际问题。

(1) 占比问题

在解决经济、科技和日常生活中的许多问题时，常常需要求某个部分的量与整体的量之比，其结果通常用百分数表示，即

$$\text{占比} = \frac{\text{部分的量}}{\text{整体的量}} \times 100\%.$$

在不同的应用场景中，表示部分与整体的占比通常被称作“ $\times \times$ 率”。例如：

当整体是产品总数，部分是合格产品数时，得到的占比是这批产品的“合格率”；

“ $\times 100\%$ ”相当于 $\times 1$ ，不影响计算结果。加上这个记号，是为了强调结果记为百分数。

当整体是一个班级应出勤人数，部分是当天实际出勤人数或缺席人数时，得到的占比称为这个班级这一天的“出勤率”或“缺席率”.



你还能说出一些生活中常见的百分率吗？

例 5 在一次数学练习中，某班 48 名学生中有 45 人及格，且其中 12 人达到优秀. 问：该班的及格率和优秀率分别是多少？

解 及格率 = $\frac{\text{及格人数}}{\text{全班人数}} \times 100\% = \frac{45}{48} \times 100\% = 93.75\%.$

优秀率 = $\frac{\text{优秀人数}}{\text{全班人数}} \times 100\% = \frac{12}{48} \times 100\% = 25\%.$

答：该班的及格率、优秀率分别为 93.75% 和 25%.

每个公民和企业都有纳税的义务. 纳税是指把收入中应纳税的部分(应纳税所得额)按照一定的比率(税率)缴纳给国家. 应缴纳的税额(应纳税额)=应纳税所得额×税率.

例 6 某企业第一季度的应纳税所得额为 50 万元，如果按照 2.5% 的税率计算，这家企业第一季度应纳税额是多少万元？

解 应纳税额=应纳税所得额×税率=50×2.5%=1.25 (万元).

答：这家企业第一季度的应纳税额为 1.25 万元.

课堂练习 5.2(3)

1. 填空题：

(1) 用 2 000 kg 花生米榨出花生油 760 kg，这些花生米的出油率是_____%；

(2) 经测定，40 kg 牛肉中含 8 kg 蛋白质，则牛肉的蛋白质含量是_____%；

(3) 青少年防控近视非常重要. 某地区对 4 所小学共 3 000 名学生进行视力检查, 结果只有 66.6% 的小学生视力达标. 检查为视力不达标的学生有_____名.

2. 李阿姨的月工资是 8 500 元, 如果减去 5 000 元后的余额要按 3% 的税率缴纳个人所得税, 问: 她应缴个人所得税多少元?

(2) 变化率问题

在许多实际问题中, 数据往往会产生变化(增加或减少), 通常用“变化率”来表示变化的程度, 即

$$\text{变化率} = \frac{\text{变化量}}{\text{变化之前的量}} \times 100\% = \frac{\text{变化之后的量} - \text{变化之前的量}}{\text{变化之前的量}} \times 100\%.$$

问题 2 某企业主要产品的生产成本是 10 万元/吨, 经过技术创新后成本降为 5 万元/吨. 该企业宣传时, 宣称经过技术革新, 产品的成本降低了 100%. 该企业的宣传正确吗? 如果不正确, 为其纠正错误.

分析 该企业创新前的生产成本: 10 万元/吨, 变化量 = 5 - 10 = -5, 成本的变化率 = $\frac{-5}{10} \times 100\% = -50\%$. 所以成本降低了 50%, 而不是 100%.

例 7 某商场去年春节期间的销售额为 2 100 万元, 今年春节期间的销售额为 2 520 万元. 问: 今年春节期间销售额的增长率是多少?

解 今年春节期间销售额的增长率

$$\begin{aligned}&= \frac{\text{今年春节期间销售额} - \text{去年春节期间销售额}}{\text{去年春节期间销售额}} \times 100\% \\&= \frac{2520 - 2100}{2100} \times 100\% \\&= \frac{420}{2100} \times 100\% \\&= 20\%.\end{aligned}$$

答: 今年春节期间销售额的增长率是 20%.

例 8 某市今年第二季度的工业总产值为 100 亿元, 比第一季度增长了 6.2%, 预计第三季度的增长率在第二季度的增长率基础上将提高 1 个百分点. 第一季度的工业总产值是多少亿元(结果保留两位小数)? 第三季度的工业总产值预计是多少亿元?

分析 第二季度工业总产值比第一季度增长了 6.2%, 比较的基数是第一季度的工业总产值, 即

$$6.2\% = \frac{\text{第二季度的工业总产值} - \text{第一季度的工业总产值}}{\text{第一季度的工业总产值}} \times 100\%.$$

而 1 个百分点即为 1%, 这样第三季度的增长率是 $6.2\% + 1\% = 7.2\%$, 它是在第二季度的基础上增长的, 也就是

$$7.2\% = \frac{\text{第三季度的工业总产值} - \text{第二季度的工业总产值}}{\text{第二季度的工业总产值}} \times 100\%.$$

解 设第一季度和第三季度的工业总产值分别为 x 亿元及 y 亿元, 则由 $\frac{100-x}{x} = \frac{6.2}{100}$, 可得

$$100(100-x) = 6.2x,$$

$$x \approx 94.16.$$

由 $\frac{y-100}{100} = 7.2\%$, 可得

$$y = 100 + 100 \times 7.2\% = 107.2.$$

答: 第一季度的工业总产值约为 94.16 亿元, 第三季度的工业总产值预计是 107.2 亿元.

课堂练习 5.2(4)

- 某地原计划造林 0.12 km^2 , 实际造林 0.15 km^2 . 问: 实际造林比原计划增加了百分之几?
- 小海暑假前体重为 40 kg, 暑假结束时, 体重比放暑假前增加了 7.5%. 问: 暑假结束时小海的体重是多少?

3. 某商场前年春节期间的销售额为 2100 万元，去年春节期间的销售额增加了 20%，今年春节期间的销售额又减少了 20%，那么今年春节期间的销售额是 2100 万元吗？为什么？

例 9 某商店以每件 200 元的进价购得一批衬衫，以每件 280 元的售价卖出；以每双 300 元的进价购得一批皮鞋，以每双 390 元的售价卖出。如果设“盈利率” $=\frac{\text{售价}-\text{进价}}{\text{进价}} \times 100\%$ ，那么这家商店卖衬衫和卖皮鞋哪种商品的盈利率更高？

解 卖出一件衬衫的盈利率 $=\frac{280-200}{200} \times 100\% = 40\%$ ，

卖出一双皮鞋的盈利率 $=\frac{390-300}{300} \times 100\% = 30\%$.

答：这家商店卖衬衫的盈利率更高。

在商店里，“打折”是一种常见的降价促销方式。例如，“某商品以九折优惠价出售”，即“打九折”，是指某商品现在的售价为原价的 90%。

“几折”就是原价的百分之几十，八五折就是原价的 85%。

例 10 一件外套原价每件 480 元，降价 120 元后再出售。这件外套的售价打了几折？

解 由于

$$\begin{aligned}\frac{\text{售价}}{\text{原价}} \times 100\% &= \frac{\text{原价}-\text{降价}}{\text{原价}} \times 100\% \\ &= \frac{480-120}{480} \times 100\% = 75\%,\end{aligned}$$

因此这件外套的售价打了七五折。

问题 3 这是一张两年到期的银行存款单(图 5-2-2)，你能读懂这张存款单吗？



图 5-2-2

到银行存款，存款人可以获得利息。存放的款项称为本金。取款时多得到的钱称为利息。一定时期内，利息与本金的比率叫作利率，以一个月为一期的称为月利率，以一年为一期的称为年利率。

2023 年 6 月某银行发布的(整存整取)储蓄存款年利率见表 5-3：

表 5-3

存期	一年	二年	三年	五年
年利率	1.65%	2.05%	2.45%	2.5%

其中，“三年期定期存款，年利率 2.45%”，就是说存款约定存期是三年，计息时间段是一年，计息时间段的利率为 2.45%，即：利息 = 本金 × 利率 × 存期。

例 11 根据表 5-3 中的利率，乐乐和小华分别将 1 000 元存入该银行，准备存款两年。

(1) 如果乐乐选择定期存款两年，那么到期时乐乐可以从银行取回多少元？

(2) 如果小华选择先存一年，把利息和本金取出后再续存一年，那么两年后小华可以从银行取回多少元(结果保留两位小数)？

分析 (1) 乐乐选择定期存款两年，年利率为 2.05%，存期为 2 年。除了本金，还应加上利息，就是乐乐可取回的钱。

(2) 小华存款时间总长是两年, 因为中途取出, 所以利率是按照一年期的年利率 1.65% 计算.

解 (1) 两年的利息为

$$1000 \times 2.05\% \times 2 = 41 \text{ (元)}.$$

可取回的钱总计

$$1000 + 41 = 1041 \text{ (元)}.$$

答: 到期时乐乐可以从银行取回 1041 元.

(2) 存满一年时可取回的钱为

$$1000 \times (1 + 1.65\%) = 1000 + 16.5 = 1016.5 \text{ (元)}.$$

再续存满一年时可取回的钱为

$$1016.5 + 1016.5 \times 1.65\% = 1016.5 \times (1 + 1.65\%) \approx 1033.27 \text{ (元)}.$$

答: 两年后小华可以从银行取回约 1033.27 元.

课堂练习 5.2(5)

- 一套运动服原价每件 380 元, 如果降价 152 元后出售, 这套运动服的售价打了几折? 如果降价到 152 元后再出售, 这套运动服的售价打了几折?
- 李老师将 2000 元存入银行, 存期为 12 个月, 月利率为 0.14% .
问: 李老师到期实际获得多少利息?

习题 5.2



1. 将下列百分数和小数互化:

(1) 把百分数化成小数: 98% 、 7% 、 0.6% 、 13.5% ;

(2) 把小数化成百分数: 0.98 、 0.07 、 0.006 、 0.135 .

2. 读出下列各数: 35% 、 100% 、 180% 、 0.4% .

3. 写出下列各百分数：

百分之三十，百分之一百二十，百分之一点五.

4. 把下列各比化成后项是 100 的比：

(1) 学校种植树苗，成活的棵数与种植总棵数的比是 $49 : 50$ ；

(2) 要配制一种药水，药剂的质量与药水总质量的比是 $0.12 : 1$ ；

(3) 2020 年某企业实际产值与计划产值的比是 200 万 : 160 万.

5. 某企业第一季度的应纳税所得额是 864 000 元，如果按照 2.5% 的税率计算，应纳税额是多少元？



6. 今年植树节，学校种植了 120 棵树苗，结果死了 30 棵；随后又补种了 30 棵，结果全部存活. 问：这批树苗的成活率是百分之几？

7. 生产一种零件，现在的成本比原来的增加了 15% . 问：现在每个零件的成本相当于原来的百分之几？

◎内容提要

1. 基本概念：比，成比例，比值，百分数.

2. 比的基本性质：

$$a : b = am : bm = (a \div n) : (b \div n) \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

$$a : b : c = am : bm : cm = (a \div n) : (b \div n) : (c \div n) \quad (b \neq 0, c \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

3. 比例的基本性质：

如果 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那么 $ad = bc$.

如果 b, d 不为 0，且 $ad = bc$ ，那么 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

4. 百分数的应用：

(1) 占比问题：部分与整体的比；

(2) 变化率问题：变化量与变化前的量的比.

◎复习题



1. 求下列比的比值:

$$(1) 5 : 9; \quad (2) \frac{11}{12} : \frac{5}{24}; \quad (3) 0.5 : 2.5; \quad (4) 2.25 : 0.9.$$

2. 用 1 份蜂蜜和 9 份水冲兑蜂蜜水. 要冲兑这样一杯 200 mL 的蜂蜜水, 需要蜂蜜和水的体积各是多少?

3. 求下列各式中的 x 的值:

$$(1) \frac{9}{0.3} = \frac{3.6}{x}; \quad (2) \frac{1}{4} : \frac{1}{8} = \frac{6}{5} : (x - 2).$$

4. 学校计划栽种 70 棵树, 并将此任务按照六年级三个班的人数之比分配给各班, (1)班有 46 人, (2)班有 44 人, (3)班有 50 人. 三个班各应栽种多少棵树?

5. 某妇产医院上月新生婴儿 303 名, 男、女婴儿人数之比是 51 : 50. 问: 该医院上月新生男、女婴儿各有多少名?

6. 某企业进口一宗货物, 关税按货物价值 12% 计算, 共缴纳关税 2.94 万元. 问: 这宗货物的价值为多少万元?

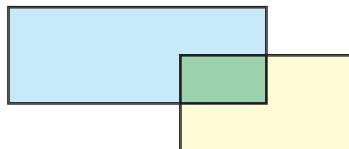
7. 孙爷爷有一笔银行存款, 定期 3 年, 按年利率 2.45% 计算, 到期时可取得利息 2 940 元. 问: 这笔存款的金额是多少元?



8. 空气中氮气、氧气及其他气体的体积比是 78 : 21 : 1, 问: 660 m^3 空气中氧气和氮气的体积各是多少?

9. 某商店八月份的自行车销售收入额是 6.8 万元, 应按 15% 的税率纳税, 但是可以扣除购入自行车零配件已纳税额 0.21 万元. 问: 该商店八月份还应缴纳税金多少万元?

10. 如图，两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的 $\frac{1}{6}$ ，相当于小长方形面积的 $\frac{1}{4}$. 大长方形与小长方形的面积之比是多少？



(第 10 题)

11. 一种电脑原价为 7 600 元，第一次降价 10%，第二次又在降价的基础上降价 10%. 问：两次降价后电脑售价为多少元？



第6章

圆与扇形

圆是非常重要的平面图形。生活中见到的钟表表盘、车辆轮胎、摩天轮等均具有圆的形状。

本章我们将认识圆与扇形，学会计算圆与扇形的周长和面积。特别地，我们将认识到圆的周长和直径的比值是一个神奇的常数（称为圆周率），并感受到，在无限次分割下“以直代曲”的数学思想方法。

6.1 圆的周长与弧长

1. 圆的周长

问题 1 如何画一个圆呢？你能想到哪些方法？

可以利用圆形的物品如杯子、盘子等直接画圆；还可以用圆规来画圆（图 6-1-1）：

- (1) 把圆规的两脚分开，使两脚间的距离等于圆的半径长度；
- (2) 把有针尖的一只脚固定在一点上，该点即为圆心位置；
- (3) 把装有铅笔芯的一只脚旋转一周，就画出一个圆。



图 6-1-1

如图 6-1-2，圆上任意一点到圆心的距离都相等。连接圆心和圆上任意给定一点的线段叫作**半径**，一般用字母 r 表示半径。经过圆心，并且两端都在圆上的线段叫作**直径**，一般用字母 d 表示直径。在同一个圆中，直径的长度是半径长度的 2 倍，即 $d=2r$ 。在不产生混淆的前提下，我们可以将半径的长度和直径的长度分别简称为半径和直径。

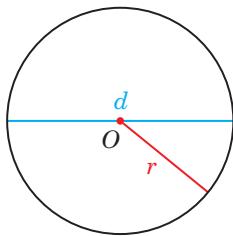


图 6-1-2

我们知道，圆是轴对称图形，过圆心的任一条直线都是圆的对称轴，如图 6-1-3 所示。

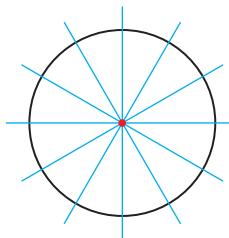
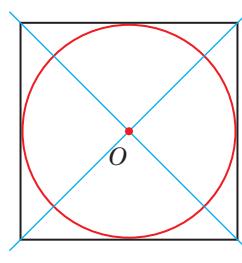
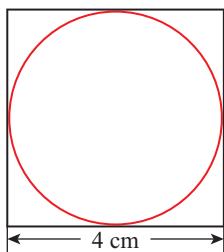
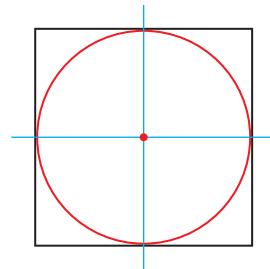


图 6-1-3

例 1 将一个正方形和圆如图 6-1-4 所示放置，你能找出图中圆的圆心，并求出它的半径和直径的长吗？



(1)



(2)

图 6-1-4

图 6-1-5

解 正方形是轴对称图形，它的对称轴有 4 条，且都是圆的对称轴。我们可以画出正方形的对称轴的交点，这个交点就是圆心，如图 6-1-5 所示。

由图 6-1-5(2)可知，圆的直径为 4 cm，半径为 2 cm。



你能解释为什么车轮要设计成圆形的吗？轮轴应该装在什么位置？



围成圆的曲线的长度叫作**圆的周长**.

问题 2 如何求一个圆的周长呢?



圆的周长随半径或直径的增大而增大.

观察图 6-1-6, 可以得到圆的周长介于直径 d 的 2 倍至 4 倍之间.

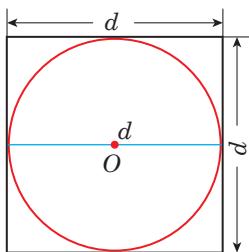


图 6-1-6



操作

如图 6-1-7, 已知一个圆形物体的直径为 10 cm. 用一根线(或纸条)绕该圆形物体一周, 剪去多余的部分, 再拉直量出它的长度, 得到该圆形物体的周长是多少?

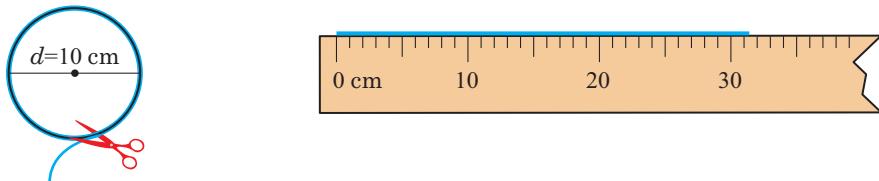


图 6-1-7

通过操作和计算, 可以进一步发现圆的周长都是直径的 3 倍多一些. 其实, 前人早就研究了圆的周长与直径的关系, 发现任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数, 这个数叫作**圆周率**, 用字母 π 来表示, π 读作 “/pai/”. 人们后来发现圆周率是一个无限不循环小数, $\pi=3.141\ 592\ 653\ 5\dots$. 但在实际应用中一般只取它的近似值.

圆的周长 : 直径 = 圆周率.

如果用字母 C 表示圆的周长, d 表示直径, r 表示半径, 那么

$$C=\pi d \text{ 或 } C=2\pi r.$$

例 2 自行车的外轮胎直径约为 60 cm, 车轮滚动一周是多少厘米 (π 取 3.14)?

解 根据题意, $d=60$ cm, 于是

$$C=\pi d=60\pi=188.4 \text{ (cm)}.$$

答: 车轮滚动一周是 188.4 cm.



例 3 把大树树干的横截面近似地看作一个圆盘. 已知一棵大树树干横截面的周长约是 157 cm, 求大树树干横截面的半径 (π 取 3.14).



解 已知圆的周长 $C=157$ cm.

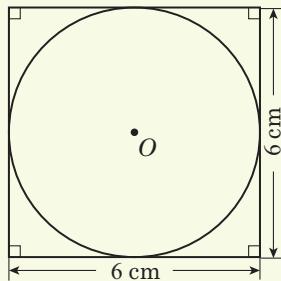
因为 $C=2\pi r$, 所以

$$r=\frac{C}{2\pi}=\frac{157}{2\times 3.14}=25 \text{ (cm)}.$$

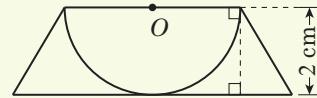
答: 大树树干横截面的半径是 25 cm.

课堂练习 6.1(1)

1. 根据图形填空:



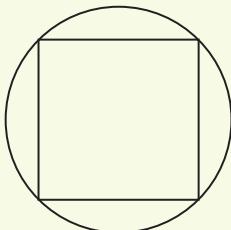
$$r= \underline{\hspace{2cm}}$$



$$d= \underline{\hspace{2cm}}$$

(第 1 题)

2. 将圆和正方形如图放置，找出图中圆的圆心。



(第 2 题)

3. 一个圆形花坛的周长是 47.1 m，求这个花坛的直径（ π 取 3.14）。

2. 弧长

圆上两点之间的部分称为**弧**，它是圆的一部分。

圆任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧，每条弧都叫作**半圆**（图 6-1-8）。我们把小于半圆的弧叫作**劣弧**，把大于半圆的弧叫作**优弧**。在图 6-1-9 中，红色部分的弧是劣弧，记作 \widehat{AB} ，读作“弧 AB ”；蓝色部分的弧是优弧，记作 \widehat{ACB} ，读作“弧 ACB ”。

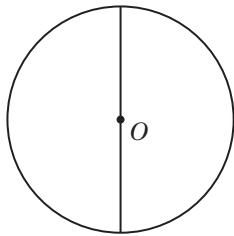


图 6-1-8

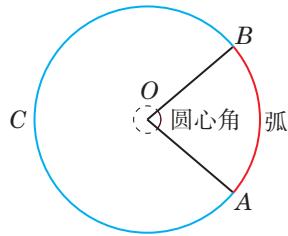


图 6-1-9

像 $\angle AOB$ 这样，顶点在圆心的角叫作**圆心角**。

如图 6-1-9，右侧小于平角的 $\angle AOB$ （小于 180° ）是 \widehat{AB} 所对的圆心角，也称 \widehat{AB} 是圆心角 $\angle AOB$ （小于 180° ）所对的弧。同理，左侧大于平角的 $\angle AOB$ （大于 180° ）是 \widehat{ACB} 所对的圆心角，也称 \widehat{ACB} 是圆心角 $\angle AOB$ （大于 180° ）所对的弧。



操作

如图 6-1-10, 缓慢打开一把折扇, 观察扇面外边缘(图中黑色轮廓线)长度与打开角度, 弧的长短与圆心角之间有什么关系?



通过操作可知, 在同一个圆中, 弧长随着圆心角的增大而增大.

图 6-1-10

如何计算图 6-1-9 中圆心角 $\angle AOB$ 所对的 \widehat{AB} 的长呢?

弧是相应的圆的一部分. 1° 的圆心角所对的弧长是圆周长的 $\frac{1}{360}$; n° 的圆心角所对的弧长是圆周长的 $\frac{n}{360}$.

如图 6-1-11, 圆心角与周角之比等于弧长与圆的周长之比.

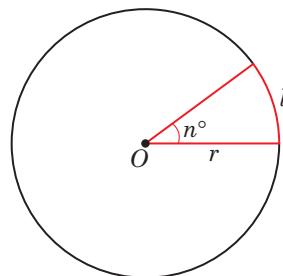


图 6-1-11

如果用 l 表示弧长, r 表示半径, 那么 n° 的圆心角所对的弧长的计算公式是

$$l = \frac{n}{360} \cdot 2\pi r = \frac{n\pi r}{180}.$$

例 4 图 6-1-12 是一段轨道弯道处的示意图，它是圆的一部分(轨道的宽度忽略不计). 求这段轨道的长度(π 取 3.14).

解 已知 $r=5$ m, $n=108$.

$$l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{108 \times \pi \times 5}{180} = 3\pi = 9.42 \text{ (m)}.$$

答：这段轨道的长度为 9.42 m.

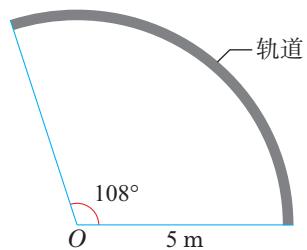
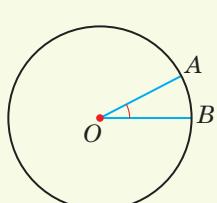


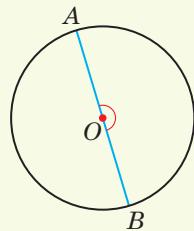
图 6-1-12

课堂练习 6.1(2)

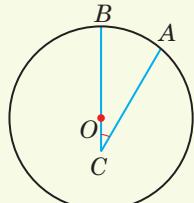
1. 下列图形中的角是圆心角的是_____。(填写图形编号)



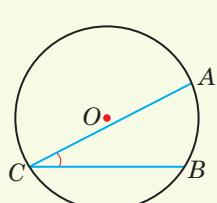
(1)



(2)



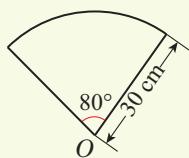
(3)



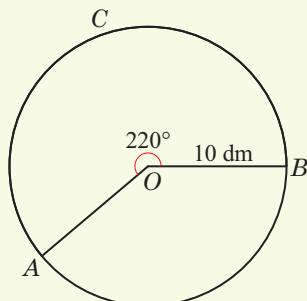
(4)

(第 1 题)

2. 求图中弧的长度(结果保留 π).



(第 2 题)



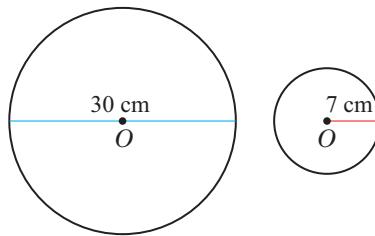
(第 3 题)

3. 分别求出图中优弧和劣弧的长度(结果保留 π).

习题 6.1



1. 求图中各圆的周长 (π 取 3.14).

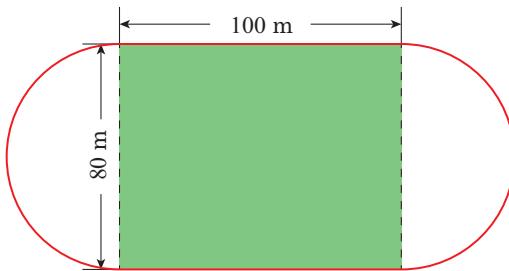


(第 1 题)

2. 在一张周长为 100 cm 的正方形纸片内，剪一个最大的圆盘. 求这个圆盘的周长 (π 取 3.14).

3. 有一奶牛场准备用铁丝围成一个半径为 120 m 的圆形牛栏，如果用铁丝围三圈，那么至少需要买多长的铁丝 (π 取 3.14，接头处忽略不计)？

4. 如图所示的操场由两个半圆和一个长方形组成，问：图中的红色跑道有多长 (π 取 3.14)？

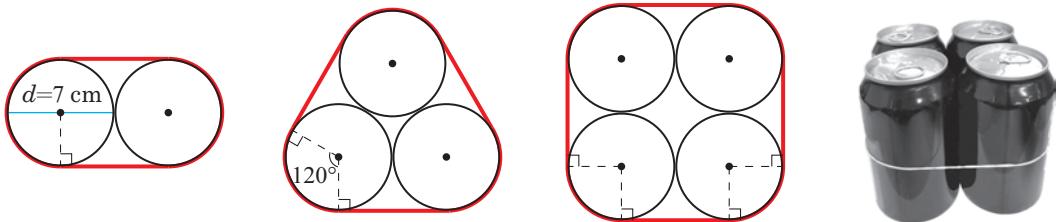


(第 4 题)

5. 在半径为 5 cm 的圆中，一个圆心角所对的弧长为 6.28 cm. 求这个圆心角的度数 (π 取 3.14).



6. 为方便销售，售货员把易拉罐饮料捆成如图的形状。下图三种捆法，每组至少需要多长的绳子(绳子只捆一圈，接头处忽略不计，结果保留 π)？绳长与易拉罐数量之间存在怎样的关系？



(第 6 题)

6.2 圆与扇形的面积

1. 圆的面积

圆所围成区域的大小叫作**圆的面积**.

问题 1 如图 6-2-1, 体育老师在足球场中心用一根长为 3 m 的绳子画圆, 该圆占地面积有多大?

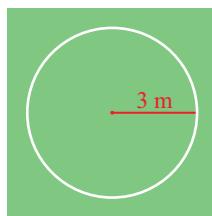


图 6-2-1



如何求圆的面积呢? 能运用学过的图形的面积来计算吗?

如图 6-2-2, 把一个圆形纸片等分成 16 份. 剪开后再把这些近似等腰三角形的小纸片按照图示方式拼合在一起, 你能发现熟悉的图形吗?

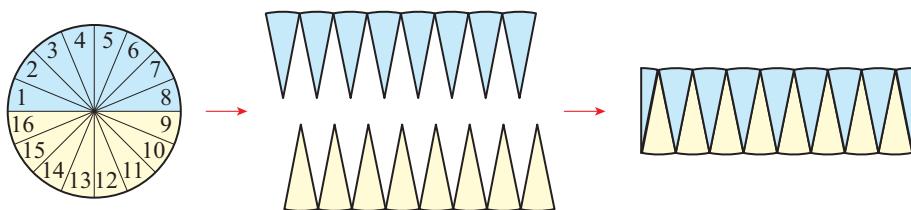


图 6-2-2

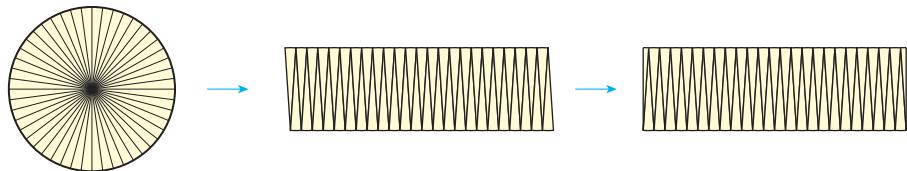


图 6-2-3

如图 6-2-3, 把圆等分的份数越多, 由一段一段弧连成的曲线越接近直线, 拼成的图形就越接近长方形, 这个长方形的面积也就越来越接近于圆的面积. 这个长方形的长相当于圆周长的一半, 这个长方形的宽相当于圆的半径 r , 即 $S_{\text{长方形}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2\pi r\right) \cdot r = \pi r^2$.

如果用 S 表示圆的面积, r 表示圆的半径, 那么圆的面积的计算公式是

$$S = \pi r^2.$$

例 1 一片王莲的叶子近似于一个圆, 它的半径约为 0.5 m. 求这片王莲叶子的面积 (π 取 3.14).

解 已知 $r = 0.5$ m.

$$S = \pi r^2 = \pi \times (0.5)^2 = 0.25\pi = 0.785 (\text{m}^2).$$

答: 这片王莲叶子的面积是 0.785 m^2 .



课堂练习 6.2(1)

- 已知一个圆形花坛的直径是 20 m, 求它的面积 (π 取 3.14).
- 一只小狗被它的主人用一根长为 1.5 m 的绳子拴在草地上, 小狗在草地上能活动的范围有多大 (π 取 3.14)?

例 2 草地上一个自动旋转喷灌装置的射程是 10 m, 求它的最大喷灌面积 (π 取 3.14).

解 它的最大喷灌区域是一个半径 $r = 10$ m 的圆所围成的区域, 相应的面积

$$S = \pi r^2 = 100\pi = 314 (\text{m}^2).$$

答: 自动旋转喷灌装置的最大喷灌面积是 314 m^2 .



例 3 上海锦江乐园的摩天轮大转盘的外形可以看成直径约 100 m 的圆，它相应的圆面积是多少？游客乘坐这个大转盘，旋转一周经过的路线有多长（ π 取 3.14）？



解 根据题意，摩天轮的圆盘半径 $r=50$ m，于是，相应的面积

$$S=\pi r^2=2500\pi=7850 \text{ (m}^2\text{)},$$

相应的周长

$$C=2\pi r=100\pi=314 \text{ (m)}.$$

答：大转盘的圆面积是 7850 m^2 。游客乘坐转盘旋转一周的路线长是 314 m。

例 4 如图 6-2-4，光盘的金属面是一个外圆直径为 12 cm、内圆直径为 4 cm 的圆环。求该圆环的面积（ π 取 3.14）。

解 根据题意，可知外圆半径 $R=6$ cm，内圆半径 $r=2$ cm，于是圆环面积

$$\begin{aligned} S &= S_{\text{外圆}} - S_{\text{内圆}} \\ &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= 32\pi = 100.48 \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

答：该圆环的面积是 100.48 cm^2 。

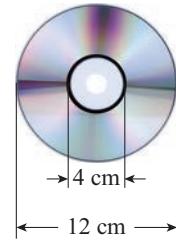


图 6-2-4

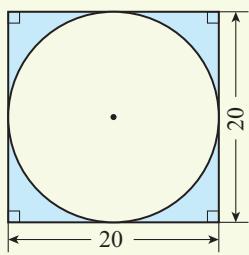
课堂练习 6.2(2)

- 如图是直径分别为 30 cm、10 cm 的圆形剪纸窗花，分别求两个窗花所在的圆的面积（ π 取 3.14）。

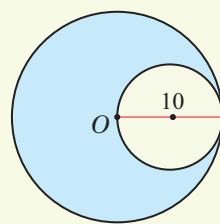


(第 1 题)

2. 求各图中涂色部分图形的面积(结果保留 π).



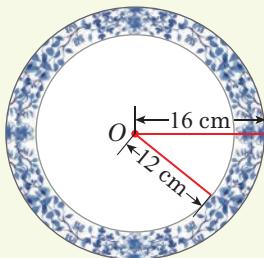
(1)



(2)

(第2题)

3. 如图是设计师设计的圆形餐盘的手稿,求有花纹图案的圆环部分的面积(π 取3.14).



(第3题)

2. 扇形的面积

问题2 如图6-2-5,将生日蛋糕平均分成8份,如果把蛋糕横截面看作圆,切下的一块蛋糕的横截面是什么形状?

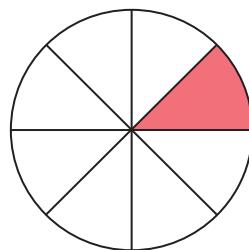


图6-2-5

如图 6-2-6, 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形叫作**扇形**.

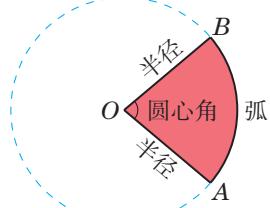


图 6-2-6

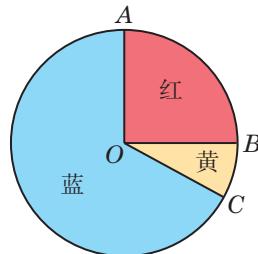


图 6-2-7

如图 6-2-7, 将红色、黄色、蓝色部分图形分别记作: 扇形 AOB 、扇形 BOC 、扇形 AOC ($\angle AOC$ 大于 180°).

扇形和三角形、四边形、圆等几何图形一样, 也是一种基本的几何图形.



如何求扇形的面积呢?

扇形的面积是圆面积的一部分. 圆心角为 1° 的扇形面积是圆面积的 $\frac{1}{360}$; 圆心角为 n° 的扇形面积是圆面积的 $\frac{n}{360}$. 所以, 圆心角与周角之比等于对应的扇形面积与圆的面积之比.

如果用 S 表示扇形的面积, r 表示半径, 那么圆心角为 n° 的扇形面积的计算公式是

$$S = \frac{n}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{n\pi r^2}{360}.$$

例 5 求图 6-2-8 中涂色部分图形的面积 (结果保留 π).

解 涂色部分的图形为扇形, 其中半径 $r=15\text{ cm}$, 圆心角为 $360^\circ - 72^\circ = 288^\circ$, 即 $n=288$, 则它的面积

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{288 \times \pi \times 15^2}{360} = 180\pi (\text{cm}^2).$$

答: 涂色部分图形的面积为 $180\pi \text{ cm}^2$.

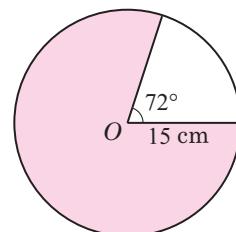
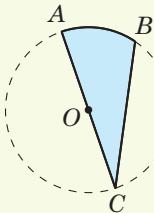


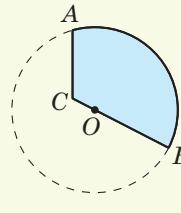
图 6-2-8

课堂练习 6.2(3)

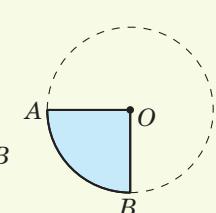
1. 下列哪些图形是扇形？为什么？



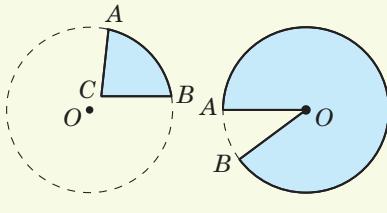
(1)



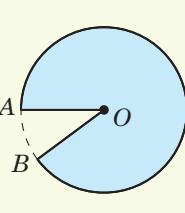
(2)



(3)



(4)



(5)

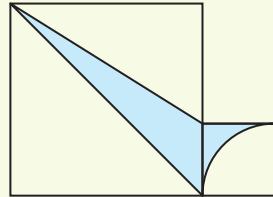
(第 1 题)

2. 根据给出的半径和圆心角的度数，求扇形的面积(结果保留 π)。

(1) 半径为 12 cm，圆心角为 120° ；

(2) 半径为 10 cm，圆心角为 225° 。

3. 已知图中两个正方形的边长分别是 8 cm、3 cm，求涂色部分图形的面积(结果保留 π)。



(第 3 题)

例 6 汽车上有电动雨刷装置，雨刷刮过的区域是如图 6-2-9 所示的涂色部分，雨刷呈扇形摆动的圆心角是 108° 。求雨刷刮过的区域的面积(π 取 3.14)。

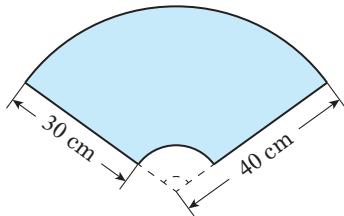


图 6-2-9

解 雨刷刮过的区域实际上是大扇形面积减去小扇形面积，其中扇形的圆心角为 108° ，即 $n=108$ ，大扇形的半径 $R=40$ cm，小扇形的半径 $r=40-30=10$ cm。于是雨刷刮过的区域的面积

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{n\pi R^2}{360} - \frac{n\pi r^2}{360} \\
 &= \frac{108 \times \pi \times 40^2}{360} - \frac{108 \times \pi \times 10^2}{360} \\
 &= 480\pi - 30\pi \\
 &= 450\pi \\
 &= 1413 (\text{cm}^2).
 \end{aligned}$$

答：雨刷刮过的区域的面积约是 1413 cm^2 .

例 7 如图 6-2-10，小海家有一把折扇和一把圆形团扇，已知折扇的骨柄 OA 与团扇的直径都是 20 cm ，折扇展开的角度为 120° ，折扇扇面部分的宽度 AB 是骨柄长的一半。请比较这两把扇子扇面部分(涂色部分)图形的面积大小。

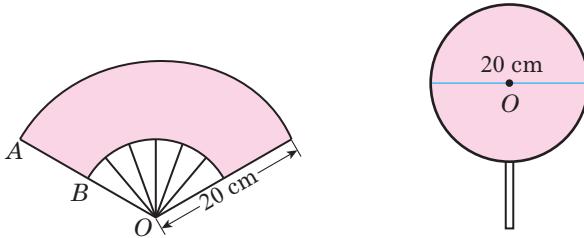


图 6-2-10

解 根据题意，折扇的扇面部分是圆环的一部分，其中 $n = 120$ ，半径 $r_1 = 20 \text{ cm}$ ，半径 $r_2 = 20 - 10 = 10 \text{ cm}$ 。圆形团扇的半径 $r = 20 \div 2 = 10 \text{ cm}$ 。于是可得

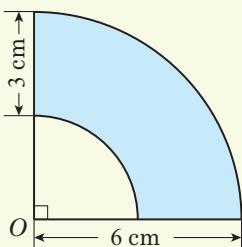
$$\begin{aligned}
 S_{\text{折扇}} &= \frac{n}{360}\pi r_1^2 - \frac{n}{360}\pi r_2^2 \\
 &= \frac{120}{360} \times \pi \times (20^2 - 10^2) \\
 &= 100\pi (\text{cm}^2), \\
 S_{\text{团扇}} &= \pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi (\text{cm}^2).
 \end{aligned}$$

所以， $S_{\text{折扇}} = S_{\text{团扇}}$ 。

答：两把扇子扇面部分图形的面积一样大。

课堂练习 6.2(4)

- 已知扇形的圆心角是 150° , 弧长是 62.8 cm . 求扇形的面积(π 取 3.14).
- 求图中涂色部分图形的面积(结果保留 π).



(第 2 题)

习题 6.2



A

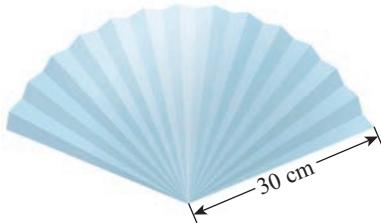
- 如图, 上海外滩海关大楼上的每个钟面的直径都是 5.4 m , 求每个钟面的面积 (π 取 3.14).



(第 1 题)

- 如果一个扇形的圆心角是 72° , 那么它的面积相当于同半径的圆面积的_____ %.

3. 如图是一面手工折纸扇子(近似看成扇形), 扇子的圆心角是 135° , 扇子的一边长是 30 cm. 求这把扇子所占的面积 (π 取 3.14).



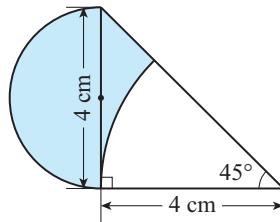
(第 3 题)

4. 已知一个扇形的半径是 6 cm, 圆心角是 120° , 求此扇形的面积和周长 (结果保留 π).



5. 一个闹钟的时针长是 8 cm, 从上午 10 时到下午 5 时, 时针所扫过的面积是多少 (结果保留 π)?

6. 如图, 在半圆和直角三角形的组合图形中挖去一个扇形, 求剩余图形的面积 (结果保留 π).



(第 6 题)

◎阅读材料

圆周率的历史

刘徽，魏晋时期杰出的数学家，在详细整理我国古代数学名著《九章算术》时，他采取了把正多边形的边数逐渐增加去逼近圆周的方法（称为割圆术）。通过图形（图1），我们可以看到，随着分割份数的增加，多边形的周长越接近圆的周长。这就是“以直代曲”，用多边形的周长去估计圆的周长。刘徽求得的圆周率 π 的近似值是3.1416，这是当时世界上精确度最高的 π 的近似值。

两百多年后，南北朝的杰出数学家祖冲之将圆等分成24576段，用同样的方法，求得圆周率的值介于3.1415926和3.1415927之间。为了便于应用，他用两个分数 $\frac{22}{7}$ 和 $\frac{355}{113}$ 代替 π 的近似值，这些结果比西方早了一千多年。 $\frac{22}{7}$ 称为约率， $\frac{355}{113}$ 称为密率。为纪念祖冲之，也把 $\frac{355}{113}$ 称为祖率。

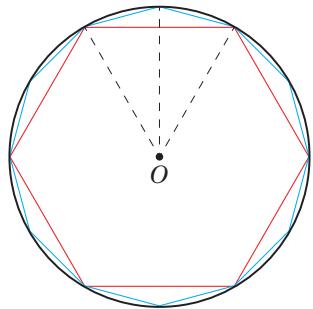


图1



刘徽(约225—约295)



祖冲之(429—500)

图2

1596 年，荷兰的数学家鲁道夫(Ludolph van Ceulen)将 π 的值精确计算到了小数点后第 20 位，后又精确计算到小数点后第 35 位。这个 π 的 35 位近似值被称为鲁道夫数。

20 世纪 40 年代后期，英国和美国的两位数学家将 π 的值计算到 808 位小数，成为人工计算 π 值的最高纪录。

电子计算机发明以后， π 值的计算得到飞速的发展。运用计算机计算， π 值的精细估计现在已可以达到小数点后的几十万亿位。

20 世纪末，3 月 14 日曾被称为“圆周率日”或“ π 日”。2019 年 11 月 26 日，联合国教科文组织第 40 届大会上正式宣布将每年 3 月 14 日定为国际数学日。

◎内容提要

1. 基本概念：圆，半径，直径，弧，扇形。
2. 圆上每一点到圆心的距离都相等。这个距离就是半径长。
3. 圆的周长与弧长：

如果用字母 C 表示圆的周长， d 表示直径， r 表示半径，那么圆的周长的计算公式是

$$C = \pi d \text{ 或 } C = 2\pi r.$$

如果用 l 表示弧长， r 表示半径，那么 n° 的圆心角所对的弧长的计算公式是

$$l = \frac{n}{360} \cdot 2\pi r = \frac{n\pi r}{180}.$$

4. 圆的面积与扇形的面积：

如果用 S 表示圆的面积， r 表示圆的半径，那么圆的面积的计算公式是

$$S = \pi r^2.$$

如果用 S 表示扇形的面积， r 表示半径，那么圆心角为 n° 的扇形面积的计算公式是

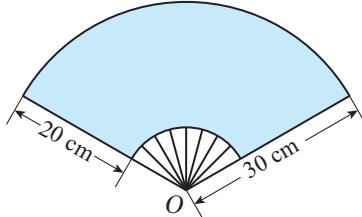
$$S = \frac{n}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{n\pi r^2}{360}.$$

◎复习题



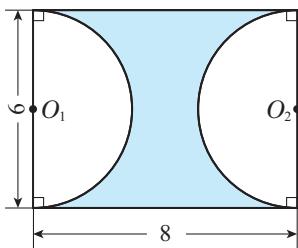
A

- 已知某品牌汽车的圆形方向盘外圈的直径是 40 cm，求外圈的周长 (π 取 3.14).
- 乐乐爸爸用一根 3.6 m 长的塑料管做了一个呼啦圈(接头处损耗忽略不计)，求呼啦圈的半径 (π 取 3.14，结果保留两位小数).
- 如图，一把展开的扇子的圆心角是 135° ，扇子的骨柄长是 30 cm，扇面宽度 20 cm. 求这把扇子完全展开后扇面所占的面积 (π 取 3.14).

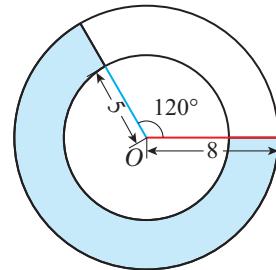


(第 3 题)

- 求各图中涂色部分图形的面积 (结果保留 π).



(1)



(2)

(第 4 题)

- “孔雀开屏”是美丽的动物界景观，我们把如图所示的形状看成是一个圆心角为 240° ，半径为 120 cm 的扇形. 求此扇形的面积 (π 取 3.14).



(第 5 题)



6. 一张圆形餐桌的直径是 2 m，它的周长是多少米 (π 取 3.14)？如果一个人需要弧长为 0.5 m 的位置就餐，这张餐桌最多能坐多少人？
7. 独轮车走钢丝是杂技演员表演的经典节目。已知车轮的直径为 40 cm，钢丝长度为 50 m，那么车轮至少转动多少周才能走完钢丝 (π 取 3.14，结果保留整数)？



(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图是儿童乐园的旋转木马示意图，木马旋转区域的地面是直径为 8 m 的圆形，周边还要留出 1 m 宽的环形区域。求这块场地的占地面积 (π 取 3.14)。



第 7 章

可能性与统计图表

生活中有各种现象，有的是确定的，其结果是可以预测的；有的是不确定的，其结果是不可预测的。后面这样的现象通常称为随机现象。

本章我们将初步认识随机现象，了解并感悟其中不确定事件发生的可能性及其大小，这对于科学地决策具有重要的意义。在实践中，事件发生的可能性大小通常通过收集数据并加以分析的方法进行估计。本章也将介绍数据收集与整理的相关知识。在条形统计图、折线统计图的基础上，我们将进一步学习如何利用百分数来绘制扇形统计图，并进而理解百分数的统计意义。本章学习的知识将为后续学习概率及统计打下基础。

7.1

随机现象及其结果的可能性

生活中有许多现象是确定的，如地球一直自转，早晨太阳从东方升起等。也有许多现象是不确定的，如下周三的天气，某位同学的身体状况等，这种现象通常称为随机现象。数学上把可能出现的现象与结果统称为事件。显然，有的事件确定会发生，有的事件确定不会发生，有的事件可能发生也可能不发生。

问题 以下事件中，哪些确定会发生，哪些确定不会发生，哪些可能发生也可能不发生？

- (1) 自然状态下，河水从低处往高处流；
- (2) 13个人中至少有两个人的生日是同一个月份；
- (3) 拨打电话给同学时，对方正好占线；
- (4) 马路上接连驶过两辆汽车，它们的牌照尾号相同；
- (5) 任意一个三角形的内角和是 180° ；
- (6) 蜡烛在真空中燃烧。

上面列举的事件中，(2)(5)是确定会发生的，(1)(6)是确定不会发生的，(3)(4)可能发生也可能不发生。

确定会发生的事件和确定不会发生的事件称为确定事件，可能发生也可能不发生的事件称为不确定事件。

本节后面，我们主要学习如抛掷硬币、掷骰子、摸球、抽签这样简单的随机现象中的事件发生的可能性。例如，“掷一颗骰子”是一个随机现象；“得到的点数小于3”与“得到的点数大于4”是事件，它们是不确定事件。

例1 掷一颗质地均匀的骰子，列出所有可能得到的点数，并回答：下列事件中，哪些是确定的，哪些是不确定的？

- (1) 得到的点数是1；
- (2) 得到的点数是偶数；
- (3) 得到的点数小于7；

(4) 得到的点数是 10.

解 所有可能得到的点数是 1、2、3、4、5、6. 以上事件中, (1)(2)是不确定事件; (3)(4)是确定事件, 其中(3)是确定会发生的, (4)是确定不会发生的.



是否有的不确定事件比另外的不确定事件更大可能或者更小可能发生?

1. 在例 1 中的不确定事件的可能性是否相同?

2. 在掷一颗质地均匀的骰子时, 得到不同点数的可能性是否相同?

例 2 布袋中有 3 个白球、2 个黑球、1 个黄球(它们除颜色外均相同), 从袋中任意摸出 1 个球. 下列三个事件中, 哪个事件发生的可能性最大? 哪个事件发生的可能性最小? 为什么?

(1) 摸出的是白球;

(2) 摸出的是黑球;

(3) 摸出的是黄球.

解 布袋中白球的个数最多, 黄球的个数最少, 所以摸出白球的可能性最大, 摸出黄球的可能性最小. 因此, 事件(1)发生的可能性最大, 事件(3)发生的可能性最小.

例 3 如图 7-1-1, 有四个被平均分割成八个扇形的转盘. 对于事件“指针落在‘▲’所在的扇形区域内(边界忽略不计)”, 它在哪个转盘中发生的可能性最大, 在哪个转盘中发生的可能性最小? 如果是对于事件“指针落在‘●’所在的扇形区域内(边界忽略不计)”呢? 为什么?

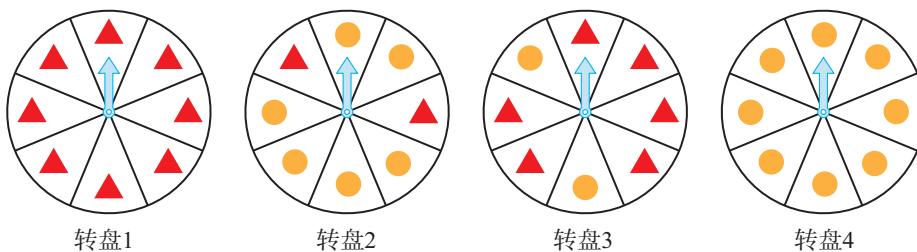


图 7-1-1

解 “指针落在‘▲’所在的扇形区域内”这一事件发生的可能性从大到小依次是转盘1、转盘3、转盘2、转盘4. 在转盘1中该事件确定会发生，在转盘4中该事件确定不会发生. 因此，该事件在转盘1中发生的可能性最大，在转盘4中发生的可能性最小.

同理，“指针落在‘●’所在的扇形区域内”这一事件发生的可能性从大到小依次是转盘4、转盘2、转盘3、转盘1. 在转盘4中该事件确定会发生，在转盘1中该事件确定不会发生. 因此，该事件在转盘4中发生的可能性最大，在转盘1中发生的可能性最小.



思考

如图7-1-2是一个没有涂色的转盘(平均分割成八个一样的扇形)，给转盘的每一格涂上红、黄、蓝三种颜色中的一种，如果转盘停止转动后指针停在蓝色区域的可能性最大，且停在红色区域的可能性最小，那么可以怎样涂色呢？

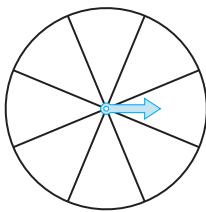


图7-1-2

课堂练习 7.1

- 下列事件中，哪些是确定事件？哪些是不确定事件？
 - 在地球上，从地面往上抛出的篮球会落下；
 - 小华过马路时正好遇到消防车演习；
 - 抛掷一枚硬币，落地后正面朝上；
 - 在一副扑克牌中任意抽10张牌，其中有5张“2”.

2. 下列哪些事件是确定事件？哪些事件是不确定事件？

- (1) 标准大气压下温度低于 -5°C 时，纯净水结成了冰；
- (2) 小海定向投篮，前面3次均投中，第4次也投中；
- (3) 将长度分别为2 cm、3 cm、6 cm的三根小木条作为三条边，能围成一个三角形；
- (4) 泡沫块沉在水底。

3. 小海、小华和李老师一起玩抽卡片游戏。盒子里有大小、形状、质地完全一样的5张卡片，卡片上分别写着1、2、3、4、5这五个数字。由李老师从盒子里任意抽出一张卡片，如果卡片上的数字是奇数，那么小海胜，否则就是小华胜。你认为这个规则公平吗？如果公平，请说明理由；如果不公平，那么怎样修改规则才能保证公平？



(第3题)

7.2

数据的收集、整理与表达

在实际生活中，我们常常通过调查收集数据，通过对数据的整理、描述和分析发现规律，作出合理的推断。

问题 1 六年级(1)班班主任要了解班中 40 名学生日常来校的交通方式，准备把这个任务交给班长。如果你是班长，你会怎么做？

分析 为解决这个问题，要先进行调查、数据的收集与统计。

调查问卷	
时间：_____年_____月_____日	
(只能选一项) 你日常来校的交通方式是 _____ ()	
A. 乘公共汽车；	B. 乘地铁；
D. 家长开车接送；	E. 其他。
填完后请将问卷交给班长。	

图 7-2-1

利用问卷调查(图 7-2-1)，可以收集到全班每名学生日常来校的交通方式的编号(字母)，我们把它们称为数据。例如，班长经调查，得到如下 40 个数据：

E A C A A B A B C B A D D A A B A A D C
A C B C B B B C E C C D B D C D C C C D

用字母代替来校的交通方式，方便数据的统计。

为了清楚地了解这些数据所反映的信息和规律，需要对数据进行分类整理。例如，编号为 A 的交通方式划记为“正正”，对应的人数是 10。我们可以运用表格对上述数据进行统计整理，如表 7-1 所示：

表 7-1 六年级(1)班 40 名学生日常来校的交通方式统计表

交通方式	乘公共汽车	乘地铁	步行	家长开车接送	其他	合计
划记	正正	正正	正正丅	正丅	丅	40
人数	10	9	12	7	2	40

为了更直观地看出表 7-1 中的信息，还可以用条形统计图（图 7-2-2）来描述数据。从图表中，我们知道：步行来校的学生最多，为 12 人。

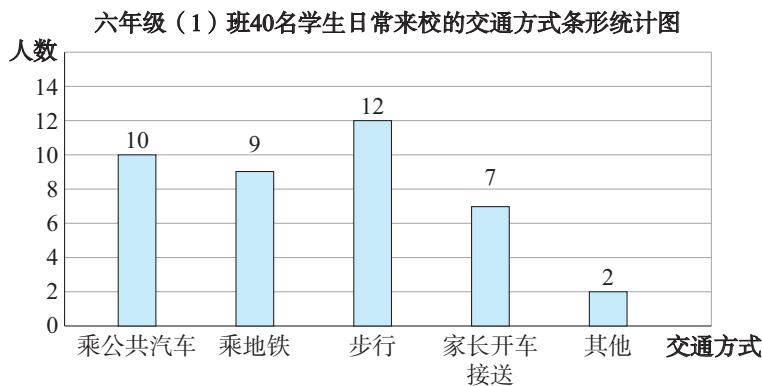


图 7-2-2

用调查法收集数据主要有两种方式：全面调查和抽查。全面调查要考察全体调查对象，而抽查只考察部分调查对象。

全面调查的优点是得到的结果比较准确。但当调查对象量较大时，比较费时，还有些情况不适合用全面调查的形式。抽查的优点是调查范围小，节省时间、人力、物力和财力，但其调查结果往往不如全面调查得到的结果准确。为了弥补这个缺陷，抽查时要注意抽查对象的代表性和广泛性。在设计抽查方案时，尽量使得每一个调查对象被抽到的机会相等。除了抽查方法要合理外，为了使被抽查的对象能比较客观地反映调查对象的整体情况，还要考虑抽查的数量的大小，以免以偏概全。

例 1 要调查下面的问题，你认为采用什么调查方式比较合理？为什么？

- (1) 调查六年级(2)班学生的身高；
- (2) 调查某种灯泡的使用寿命；
- (3) 在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率。

解 (1) 涉及调查对象的范围比较小，一般采用全面调查的方式。

(2) 调查某种灯泡的使用寿命，如果采用全面调查，灯泡就会全部报废，所以应采用抽查的方式。

- (3) 一个市的人口众多，全面调查不合适，一般采用抽查的方式。

例 2 为了引导学生形成健康的生活习惯，学校决定调查了解学校的学生是否吃早餐，下列这些调查的方式是否合适？为什么？

- (1) 选择六年级(3)班全体学生进行调查；
- (2) 对全校所有学生通过问卷进行全面调查.

分析 抽查时要关注调查对象的代表性和广泛性，既要考虑抽查的数量的多少，又要考虑抽查对象的各种情况和构成.

解 (1) 不合适. 因为选择六年级(3)班全体学生进行调查，都是低年级学生，不具备广泛性和代表性，可以随机抽查各年级的部分学生.

(2) 合适. 因为对这种情况进行全面调查，操作具有可行性，获得的数据全面、准确.



你能分别举几个生活中适合全面调查和抽查的例子吗？

课堂练习 7.2(1)

1. 为了完成下列任务，采用什么调查方式更合适？

- (1) 了解某班学生周末参加的运动项目；
- (2) 了解一批圆珠笔笔芯的使用寿命；
- (3) 了解某市六年级学生的视力情况.

2. 李老师设计调查问卷对全班学生喜爱的电视节目进行调查，经调查得到如下 40 个数据：

调查问卷				
在下面五类电视节目中，你最喜爱的一项是				
A. 新闻；	B. 娱乐；	C. 音乐；	D. 体育；	E. 科普.
时间：_____年____月____日 ()				

A E D C E A B D A B C A E E D B A C B E
A D C A E D C A D B E B D C A A B A E D

对上述数据进行整理，并用条形统计图表示出该班学生喜爱的各类电视节目的分布情况。

问题 2 六年级(4)班的体育老师对全班 40 名学生进行了全面调查，了解全班学生最喜欢的运动项目(只能选一项)，得到的调查数据如统计表 7-2 所示：

表 7-2 六年级(4)班学生最喜欢的运动项目统计表

运动项目	游泳	篮球	跳绳	乒乓球	其他	合计
划记	正	正下	正正丁	正一	正正	40
人数	5	8	12	6	9	40

如何直观地表示调查结果中学生最喜欢的运动项目的占比情况呢？

一般我们用扇形统计图直观地表达各部分数据占整体的百分比情况。圆代表整体，扇形代表整体中的不同部分。扇形的大小反映部分占整体的百分比。

如图 7-2-3，用圆表示整体“1”，扇形 A 的面积占圆面积的四分之一，表示扇形 A 占整体的 25%。同理，扇形 B 占整体的 35%，扇形 C 占整体的 40%。

在扇形统计图中，每部分面积占整体面积的百分比也等于该部分所对应的扇形圆心角(n°)与 360° 的比，即百分比 = $\frac{n}{360} \times 100\%$ 。

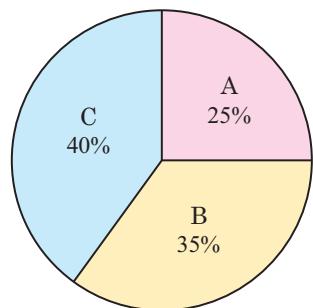


图 7-2-3

如果一个扇形的圆心角是 90° ，那么该扇形的面积占圆面积的百分比为 $\frac{90}{360} \times 100\% = 25\%$ 。反之，如果知道百分比大小，也可以求出相应扇形的圆心角大小。例如，图 7-2-3 中扇形 C 所占百分比为 40%，于是它的圆心角(n°)为 $360^\circ \times 40\% = 144^\circ$ 。

我们可以运用百分比先求出问题 2 中喜欢游泳、篮球、跳绳、乒乓球以

及其他运动项目的人数占总人数的百分比依次为 12.5%、20%、30%、15%、22.5%，再运用“百分比 $=\frac{n}{360} \times 100\%$ ”求出在扇形统计图中对应的各个扇形的圆心角分别为 45° 、 72° 、 108° 、 54° 、 81° ，这样就可以画出如图 7-2-4 所示的扇形统计图.

六年级（4）班学生最喜欢的运动项目的人数情况扇形统计图

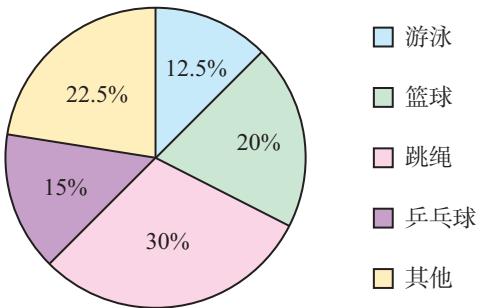


图 7-2-4

绘制扇形统计图的一般步骤：

1. 制作统计表. 把调查的数据按项目整理成表.
2. 计算各部分占总数的百分比. 先计算总数，再计算各部分占总数的百分比.
3. 计算各个扇形的圆心角. 用 360° 乘各部分占总数的百分比，即可得到各扇形的圆心角.
4. 画圆. 画一个大小合适的圆作为整体(总数).
5. 画扇形. 先画一条半径，把量角器的中心放在圆心，零刻度放在画的半径上，找到对应的角度画个点，再和圆心连起来，得到一个扇形. 用同样的方法画出其他扇形.
6. 标名称和百分比. 分别在各个扇形中标出对应部分的名称和百分比.

例 3 某学校为了解学生对垃圾能否正确分类的情况，从可回收垃圾、厨余垃圾、有害垃圾和其他垃圾四种垃圾类别中各自选了一种容易混淆的垃圾让学生们辨别，并将调查数据整理后绘制成如图 7-2-5 所示的两幅不完整的统计图. 请根据图中信息解决下列问题：

- (1) 求出只能将两种垃圾正确分类的人数，并补充完整条形统计图；
(2) 求扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角.

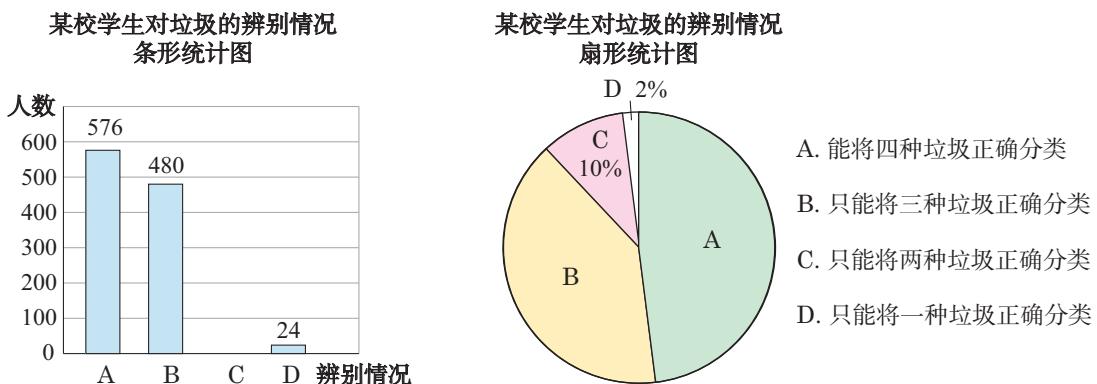


图 7-2-5

分析 综合两幅统计图，可以得到只能将一种垃圾正确分类的人数为 24，占到被调查总人数的 2%.

解 (1) 因为只能将一种垃圾正确分类的人数为 24，占总人数的 2%，所以总人数为

$$24 \div 2\% = 1200.$$

只能将两种垃圾正确分类的人数占总人数的 10%，所以人数为

$$1200 \times 10\% = 120.$$

条形统计图补充如下：

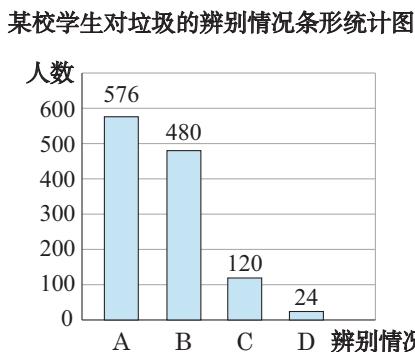


图 7-2-6

答：只能将两种垃圾正确分类的人数为 120，完整的条形统计图如图 7-2-6 所示.

(2) 扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角为

$$360^\circ \times \frac{480}{1200} = 144^\circ.$$

答：扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角为 144° .

例 4 某加工厂 2018 年至 2020 年总支出情况如图 7-2-7 所示.

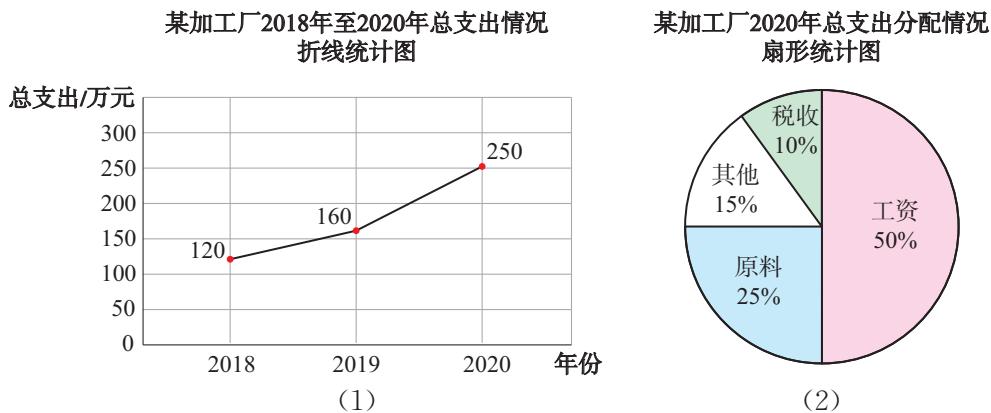


图 7-2-7

(1) 2020 年该加工厂原料与工资的支出金额分别是多少?

(2) 2018 年该加工厂的工资支出占总支出的 60% ，2020 年与 2018 年相比，该加工厂在工资方面的支出金额的增长率是多少(结果精确到 0.1%)?

分析 根据图 7-2-7(1)，2018 年和 2020 年该加工厂的总支出金额分别为 120 万元及 250 万元. 根据图 7-2-7(2)，2020 年原料和工资的支出金额分别占总支出金额的 25% 和 50% .

解 (1) $250 \times 25\% = 62.5$ (万元), $250 \times 50\% = 125$ (万元).

答：2020 年该加工厂原料的支出金额是 62.5 万元，工资的支出金额是 125 万元.

(2) $120 \times 60\% = 72$ (万元).

$$(125 - 72) \div 72 = 53 \div 72 \approx 73.6\%.$$

答：2020 年与 2018 年相比，该加工厂在工资方面的支出金额的增长率约为 73.6% .



思考

条形统计图、折线统计图、扇形统计图各有什么特点?

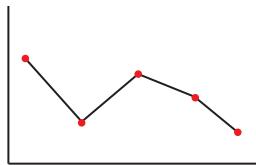
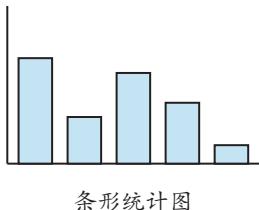


图 7-2-8

不同的统计图从不同侧面描述了数据的特点：条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目；折线统计图能清楚地反映数据的变化情况与趋势；扇形统计图能清楚地表示出各部分在整体中的占比.

课堂练习 7.2(2)

1. 为了解某地区 4 万名学生平均每天锻炼的时间，请将下述的主要统计步骤进行排序：

- ① 得出结论，提出建议；
- ② 分析数据；
- ③ 从 4 万名学生中随机抽取 400 名学生，调查他们平均每天锻炼的时间；
- ④ 利用统计图表将收集的数据整理和表示.

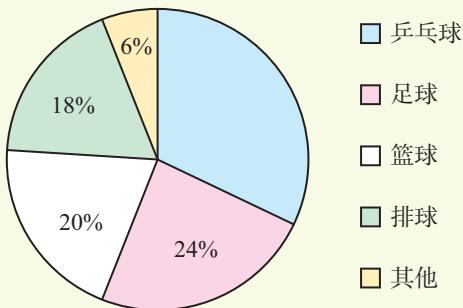
合理的排序是

()

- A. ③②④①； B. ③④②①；
C. ③④①②； D. ②③④①.

2. 乐乐准备组织全班同学观看一场球类比赛. 为了吸引更多的同学参与，他做了一个问卷调查，让每名同学选择两项最想看的球类比赛，统计情况如图所示. 根据图上信息，乐乐应组织同学观看什么比赛？

同学们最想看的球类比赛情况扇形统计图

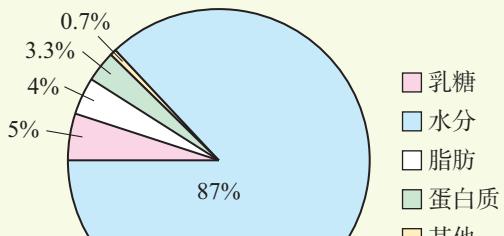


(第 2 题)

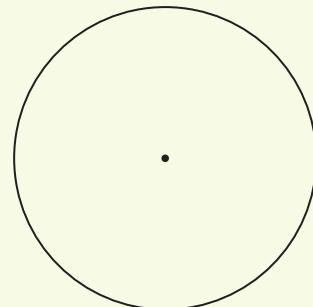
3. 如图是某品牌牛奶中各种成分所占百分比扇形统计图.

- (1) 其中, _____(成分)占比最大.
- (2) 一袋该品牌的牛奶重 250 g. 按图所示的百分比计算, 其中的蛋白质有 _____g, 脂肪有 _____g, 乳糖有 _____g.

某品牌牛奶中各种成分所占百分比扇形统计图



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 某养禽场今年养鸡 44 000 只, 养鸭 20 000 只, 养鹅 16 000 只. 鸡、鸭、鹅各占养禽场家禽总数的百分之几? 请补全扇形统计图.

习题 7.1—7.2



1. 下列事件中确定事件是 ()

- A. 下雨后有彩虹;
- B. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 数字面向上;
- C. 明天太阳从西边升起;
- D. 随意翻开一本书, 正好翻到第 20 页.

2. 用抽签决定表演的节目(其中:“讲故事”2 张、“唱歌”9 张、“跳舞”3 张、“魔术”1 张). 如果小华在这些签中任意抽一张, 根据可能性大小判断, 最有可能抽到 ()

- A. 讲故事; B. 唱歌; C. 跳舞; D. 魔术.

3. 在日常生活中, 我们经常使用一些词语来形容事情发生的可能性的大小. 给出下列三个词语: ①十拿九稳; ②百发百中; ③希望渺茫. 按可能性从大到小的顺序排列为 _____ (填序号).

4. 以下调查方式比较合适的是 ()

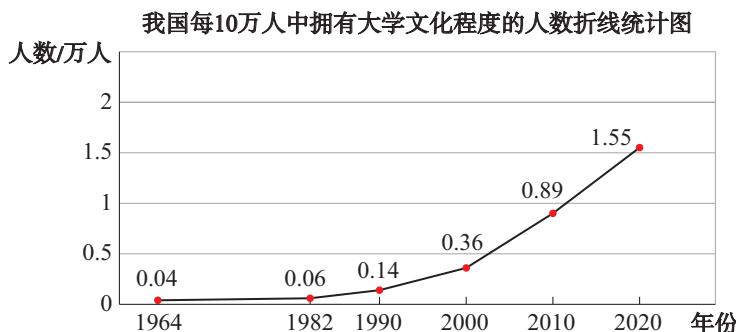
- A. 为了解一沓钞票中有没有假钞, 采用抽查的方式;
- B. 为了解全区六年级学生节约用水的情况, 采用抽查的方式;
- C. 为了解某省中学生爱好足球的情况, 采用全面调查的方式;
- D. 为了解某市市民每天丢弃塑料袋数量的情况, 采用全面调查的方式.

5. 一个盒子里有除颜色外都相同的黑球 4 个、白球 6 个、绿球 3 个. 想一想: 如果任意摸出一个球, 那么摸出哪种颜色的球的可能性最大, 哪种可能性最小?

6. 有 5 张背面外观一样的卡片, 正面分别写着 1、2、3、4、5 这 5 个数字, 从中任意摸出 1 张卡片:

- (1) 卡片上的数字大于 2 的可能性大还是小于 2 的可能性大?
- (2) 卡片上的数字大于 3 的可能性大还是小于 3 的可能性大?
- (3) 卡片上的数字是奇数的可能性大还是偶数的可能性大?

7. 中华人民共和国从 1953 年到 2020 年共进行了 7 次人口普查，根据第二次至第七次人口普查的结果制作了每 10 万人中拥有大学文化(指大专及以上)程度的人数的折线统计图，如下图所示。问：每 10 万人中拥有大学文化程度的人数，2020 年的数据与 2010 年的数据相比，增长率为多少(结果精确到 0.1%)？



注：图中数据未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

(第 7 题)

8. 欢欢和乐乐下五子棋，用下列方式决定谁先走。公平吗？为什么？

方法 1：抛掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上欢欢先走，反面朝上乐乐先走；

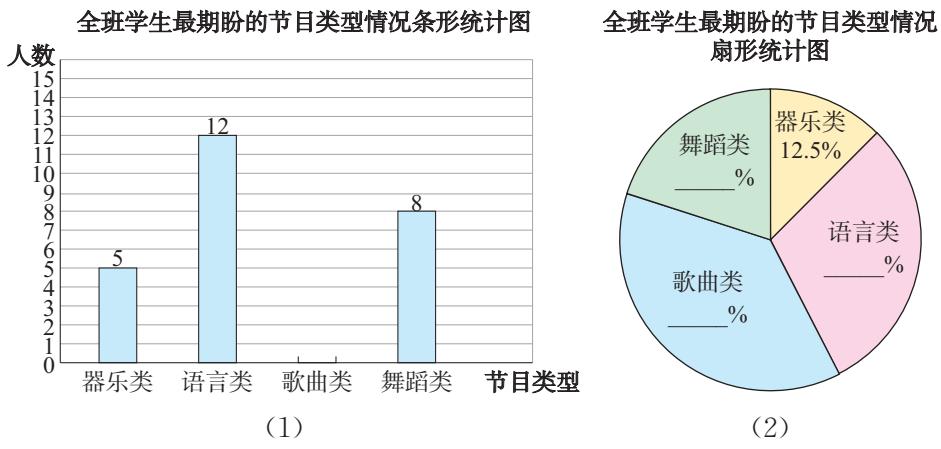
方法 2：掷一颗质地均匀的骰子，点数大于 3 欢欢先走，点数小于 3 乐乐先走。



9. 某校六年级(1)班的班委为了更好地组织班级的元旦活动，调查了全班学生最期盼的节目类型(全班每名学生都必须选且只能从器乐类、语言类、歌曲类、舞蹈类四类节目中选一类)，并根据统计结果绘制了图(1)和图(2)两幅不完整的统计图。

请根据图中提供的信息完成以下问题：

- (1) 该班共有学生_____名；
- (2) 扇形统计图中语言类对应的圆心角是_____°；
- (3) 补全条形统计图和扇形统计图。



(第 9 题)

10. 小海所在年级的 500 名学生参加“志愿上海”活动。现有以下 5 个志愿服务项目：A. 纪念馆志愿讲解员；B. 书香社区图书整理；C. 学编中国结及义卖；D. 家风讲解员；E. 校内志愿服务。每名学生都从中选择一个项目参加。为了解这 500 名学生选择这 5 个志愿服务项目的情况，小海随机抽取其中的 40 名学生，对他们选择的志愿服务项目进行了调查，过程如下：

设计调查问卷收集数据，收集到如下的数据（志愿服务项目的编号，用字母代号表示）：

B E B A E C C C B B A C E D B A B E C A
D D B B C C A A E B C B D C A C C A C E

将数据整理并绘制统计表如下：

志愿服务项目	划记	人数
A. 纪念馆志愿讲解员	正下	_____
B. 书香社区图书整理	_____	_____
C. 学编中国结及义卖	正正丁	12
D. 家风讲解员	_____	_____
E. 校内志愿服务	正一	6
合计	40	40

- (1) 请补全统计表，并画出扇形统计图；
(2) 请你根据小海收集到的数据，估计这 500 名学生中选择校内志愿服务项目 D 的学生人数。

7.3 百分数的统计意义

百分数既可以表示占比，也可以表示不确定事件发生的可能性大小.

例 1 为了丰富学生的课外活动，学校开展“套圈游戏”比赛. 为了选拔出水平较高的学生代表班级参赛，班主任选择了四名呼声较高的学生进行第一次试投，得到的数据如表 7-3 所示. 根据这次的数据，你觉得派哪一名学生代表班级参赛比较合适？请说明理由.

表 7-3

学生编号	1	2	3	4
套中次数	9	5	6	12
套圈总次数	20	10	15	25

解 1 号学生套圈总次数为 20，套中 9 次，套中率为 $\frac{9}{20}=45\%$. 同理，我们可以得到 2 号学生、3 号学生和 4 号学生的套中率分别为 $\frac{5}{10}=50\%$, $\frac{6}{15}=40\%$ 和 $\frac{12}{25}=48\%$.

因为 $40\% < 45\% < 48\% < 50\%$ ，所以就目前的数据统计来看，2 号学生的套中率最高，派 2 号学生代表班级参赛比较合适.



如果这四名学生再进行一次套圈选拔，套中率最高的一定是 2 号学生吗？

例 2 某校对 400 名学生周末参加体育锻炼时间的情况作抽查，结果如图 7-3-1 所示. 请回答下列问题：

(1) 在被抽查的学生中，周末每人平均参加体育锻炼的时间是多少小时？

(2) 锻炼时间为 2 h 及以下的学生中，男生、女生的占比分别是多少(结果精确到 0.1%)?

(3) 根据抽查结果，估计该校学生周末参加体育锻炼的时间为 3 h 及以上的人数.

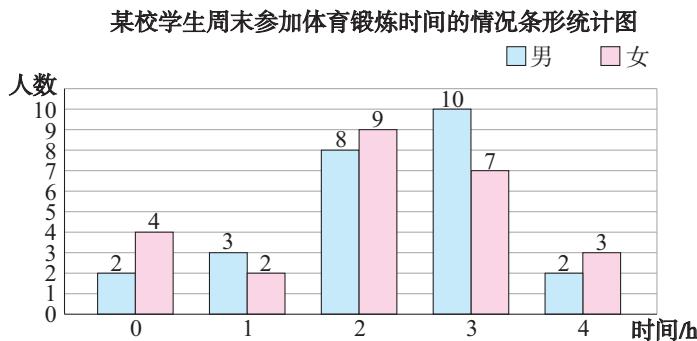


图 7-3-1

解 (1) 被抽查的学生总人数为

$$2+4+3+2+8+9+10+7+2+3=50.$$

周末每人平均参加体育锻炼的时间为

$$\frac{0 \times (2+4) + 1 \times (3+2) + 2 \times (8+9) + 3 \times (10+7) + 4 \times (2+3)}{50} = 2.2(\text{h}).$$

答：周末每人平均参加体育锻炼的时间是 2.2 h.

(2) 锻炼时间为 2 h 及以下的总人数为 $2+4+3+2+8+9=28$ ，其中男生人数为 $2+3+8=13$ ，女生人数为 $4+2+9=15$.

$$13 \div 28 = \frac{13}{28} \approx 46.4\%, \quad 15 \div 28 = \frac{15}{28} \approx 53.6\%.$$

答：锻炼时间为 2 h 及以下的学生中，男生、女生的占比分别是 46.4%、53.6%.

(3) 通过条形统计图，得出锻炼 3 h 及以上的人数为 $10+7+2+3=22$ ，被抽查的总人数为 50，可得

$$22 \div 50 = \frac{22}{50} = 44\%, \quad 400 \times 44\% = 176.$$

答：根据抽查结果，估计该校学生周末参加体育锻炼的时间为 3 h 及以上的人数为 176.

问题 为了促进学校体育活动的开展，某校六年级学生决定开展冬季跳绳活动。现在需要确定六年级学生跳绳的达标线，请你设计一个方案解决这个问题。

某学生从体育老师那里拿到了全年级学生1分钟跳绳个数的数据，从中抽取了100名学生的数据，并将其按从小到大的顺序进行排列，如表7-4所示。那么，达标线该如何确定呢？

表7-4

92	108	108	108	109	109	113	115	116	116
116	116	118	118	118	118	120	120	122	122
125	125	125	126	126	130	131	132	132	134
134	135	136	136	137	139	140	140	142	142
143	145	145	149	149	150	150	150	151	151
152	152	153	153	153	153	154	154	155	156
156	156	159	160	160	160	160	162	165	166
167	168	168	170	173	173	173	173	174	174
174	174	175	175	175	176	178	179	180	180
180	180	180	180	181	182	190	198	202	205

从平均数的角度来看，所有成绩的平均数约为149个/分。

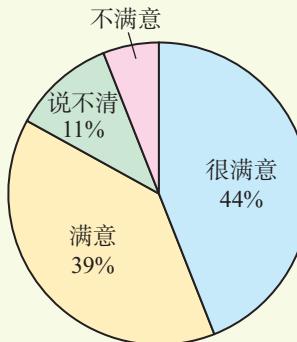
按从小到大的顺序看，第25个数据为126，说明有至少25%的学生跳绳个数小于等于126，同时有至少75%的学生跳绳个数大于等于126。100个数据中间的数据为151.5，说明有50%的学生跳绳个数小于151.5，同时有50%的学生跳绳个数大于151.5。

根据某校的情况，选择第25名学生的成绩(即126个/分)作为达标线比较合适。这样的话，现阶段75%的学生都能达标，而25%没有达标的学生再经过努力争取达标。

课堂练习 7.3

1. 某商场为了解本商场的服务质量，抽查了 100 名顾客，抽查的结果如图所示。根据图中给出的信息，这 100 名顾客中对该商场的服务质量表示“不满意”的有 _____ 名。

顾客对某商场的服务质量满意度情况扇形统计图

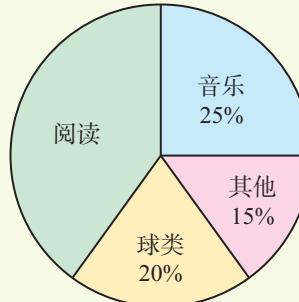


(第 1 题)

2. 李老师对本班学生的兴趣爱好进行了一次调查（全班每名学生都必须选且只能从音乐、阅读、球类、其他这四项中选一项），并根据采集到的数据绘制了扇形统计图，结果如图所示。请回答下列问题：

- (1) 爱好“阅读”的人数占本班学生人数的百分之几？
- (2) 如果爱好“球类”的有 8 人，那么爱好“阅读”的有几人？
- (3) 爱好“音乐”的人数比爱好“球类”的人数多百分之几？

学生们的兴趣爱好情况扇形统计图



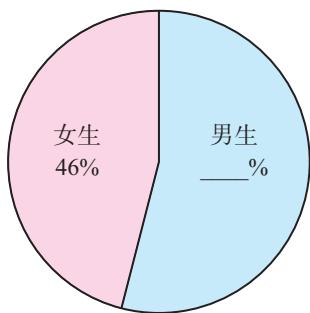
(第 2 题)

习题 7.3

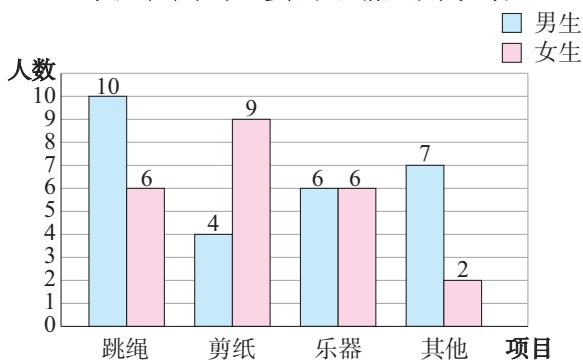


1. 六年级(2)班学生参加各种社团的数据用扇形统计图和条形统计图表示如下：

六年级(2)班参加社团的男、女生人数
扇形统计图



六年级(2)班学生参加社团情况条形统计图



(第1题)

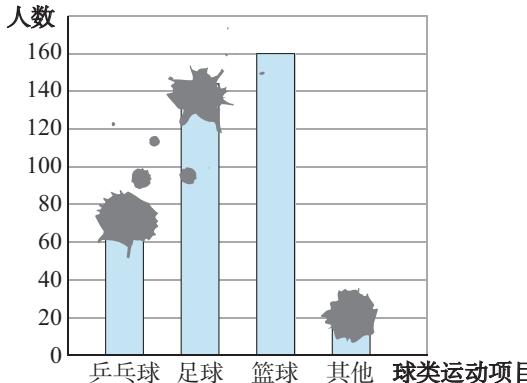
请回答下列问题：

(1) 根据相关信息，把扇形统计图补充完整.

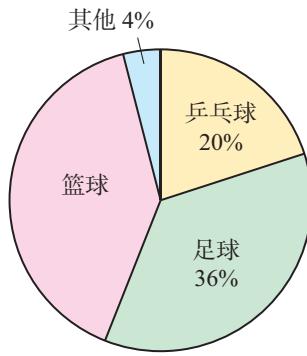
(2) 参加_____社团的男、女生人数相等；参加跳绳社团的女生比男生少_____人；参加剪纸社团的女生比男生多_____%.

2. 某中学开展冬季“阳光体育活动”. 体育老师用两种统计图表示出学生参加各项球类运动的情况，统计图有些地方被污渍遮盖. 请你根据统计图中的信息解决问题.

某中学学生参加各项球类运动情况条形统计图



某中学学生参加各项球类运动情况扇形统计图



(第2题)

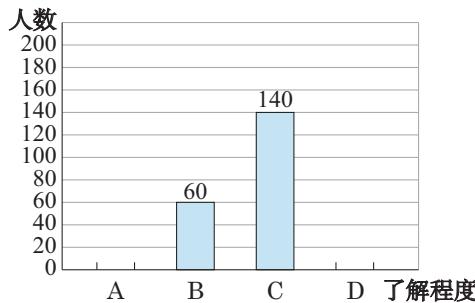
- (1) 参加各项球类运动的学生共有多少人?
 (2) 参加足球运动的学生比参加乒乓球运动的学生多多少人?



3. 为调查学生对茶叶品种和产地等知识的了解程度, 某校组织了一次抽查, 将抽查情况分为 A、B、C、D 四个等级, 并根据抽查结果绘制了如下的统计图表(不完整).

了解程度	百分比
A. 非常了解	5%
B. 比较了解	m
C. 基本了解	35%
D. 不了解	n

学生对茶叶品种和产地等知识的了解程度条形统计图



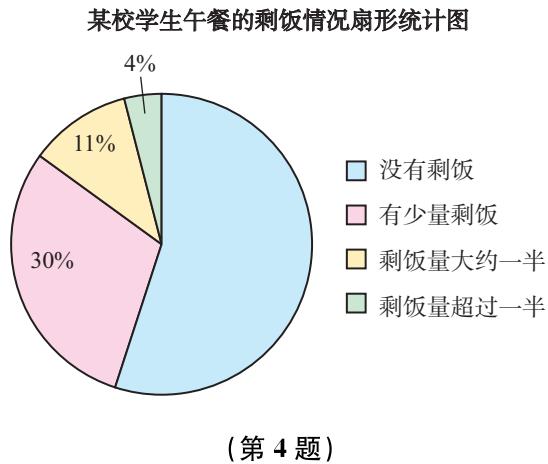
(第 3 题)

请根据统计图表回答下面问题.

- (1) 表格中: $m=$ _____ , $n=$ _____ ;
 (2) 在条形统计图中分别表示出 A、D 等级的人数.

4. 践行“光盘行动”, 杜绝“舌尖上的浪费”要从小抓起. 某学校对学生午餐的剩饭情况进行抽查, 如图所示的扇形统计图表示了抽查的结果.

- (1) 没有剩饭的人数占调查总人数的百分之几?
- (2) 在这次抽查中, 剩饭量大约一半和剩饭量超过一半的共有 45 人. 问: 这次抽查的总人数是多少?
- (3) 根据抽查结果, 估计全校 2 000 名学生中大约有多少人没有剩饭.



◎内容提要

1. 基本概念：随机现象，确定事件，不确定事件，可能性。
确定事件是确定会发生或确定不会发生的事件. 不确定事件是可能发生也可能不发生的事件.
2. 用调查法收集数据的两种方法：全面调查与抽查.
3. 数据的整理与表达：折线统计图、条形统计图、扇形统计图.
4. 扇形统计图的特点：能显现部分在整体中所占的百分比.
5. 百分数的统计意义：可以表示不确定事件发生的可能性大小，利用百分数可以认识现实中的随机现象，作出判断，制订预案，确立标准.

◎复习题



A

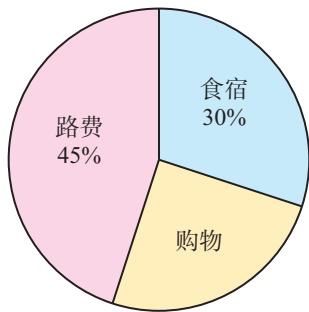
1. “黄河入海流”“东边日出西边雨”“清明时节雨纷纷”这些语句描述的现象或事件是否一定出现?

2. 下列调查中, 应当采用全面调查方式的是 ()

- A. 调查市场上酸奶的质量情况;
- B. 调查某品牌圆珠笔笔芯的使用寿命;
- C. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品;
- D. 调查某市市民对北京冬奥会吉祥物的知晓情况.

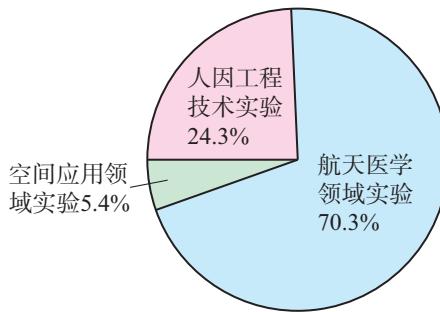
3. 小海一家三口外出旅游, 旅途的费用支出情况如图所示. 若他们共支出了 4 800 元, 则在购物上用了 _____ 元.

小海家外出旅游的费用支出情况
扇形统计图



(第 3 题)

神舟十三号航天员乘组完成各领域科学实验的项数情况扇形统计图



(第 4 题)

4. 2022 年 4 月 16 日, 神舟十三号载人飞船返回舱在东风着陆场成功着陆, 飞行任务取得圆满成功. “出差”太空半年的神舟十三号航天员乘组顺利完成既定全部任务, 共完成 37 项空间科学实验. 如图是完成各领域科学实验项数的扇形统计图, 下列说法中错误的是 ()

- A. 完成航天医学领域实验项数最多;
- B. 完成空间应用领域实验 5 项;

- C. 完成人因工程技术实验项数比空间应用领域实验项数多；
D. 完成人因工程技术实验项数占空间科学实验总项数的 24.3%.



5. 为了解全班学生对新闻 (A)、体育 (B)、动画 (C)、科技 (D) 四类电视节目的喜爱情况，李老师利用问卷进行全面调查，收集到全班每名学生最喜爱的节目类型的情况如下：

C A D A A B A B B B A C C A A B A A C D
B A B C D D C A B C A D A D A A D B B A

对上述数据进行整理，可以获得的信息是 ()

- A. 该班学生喜爱动画类节目的人数比喜爱科技类的人数多；
B. 该班学生喜爱新闻类节目的人数最多；
C. 喜爱体育类和动画类节目的总人数刚好占该班学生的一半；
D. 喜爱体育类节目的人数仅次于喜爱动画类节目的人数。

6. 欢欢以问卷的形式随机调查了 40 名学生活动课的选课情况(每人只能选一项)，并统计如下：

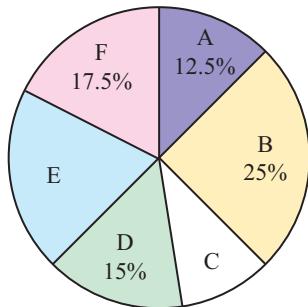
科目	篮球	围棋	剪纸	舞台剧	茶艺	武术	其他课
划记	正正	丁	正	正下	正	正一	正一

- (1) 请将上表中的结果用条形统计图表示出来；
(2) 该校共有 500 名学生，请估计选修篮球课的人数，并说明估计的理由。

7. 学习了数据的收集、整理与表达之后，某小组学生对本校开设的 A、B、C、D、E、F 六门自主选修活动课的选课情况感兴趣，以问卷形式随机调查了若干名学生的选课情况(每人只能选一门课)，并将调查结果绘制成如下统计图表(不完整)：

学校自主选修活动课的选课情况扇形统计图

选修课	A	B	C	D	E	F
人数			20	30		



(第 7 题)

根据图表提供的信息, 下列结论中错误的是 ()

- A. 被调查的学生总人数为 200;
- B. 被调查的学生中选 B 课程的人数为 55;
- C. 被调查的学生中选 F 课程的人数为 35;
- D. 被调查的学生中选 E 课程的人数占被调查的总人数的 20%.

8. 某企业准备购买一批运动鞋在献爱心活动中捐献给某学校六年级学生。该学校在六年级学生中随机抽查了 40 名学生的鞋号, 具体数据如下:

35	37	36	35	37	36	37	38	36	37
37	35	35	34	34	35	35	36	37	36
38	39	37	35	36	35	36	37	33	34
40	36	35	34	35	36	37	36	38	40

整理上面的数据, 选择合适的图表进行表示. 请你据此对该企业购鞋提出建议.

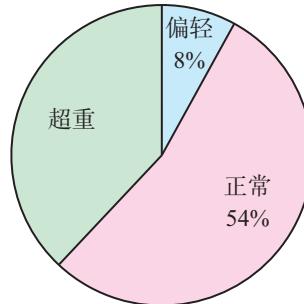
9. 我们可以用“BMI 指数 (body mass index)”来表示一个人的胖瘦情况。“BMI 指数”是用体重(单位: kg)除以身高(单位: m)的平方, 即 $BMI \text{ 指数} = \frac{\text{体重(kg)}}{[\text{身高(m)}]^2}$. 根据分类标准, BMI 指数小于 18.5 的人偏轻, BMI 指数在 $18.5 \sim 23.9$ 的人属于正常体重, BMI 指数在 $24.0 \sim 27.9$ 的人属于超重, BMI 指数大于或等于 28.0 的人就属于肥胖(BMI 指数的计算结果保留一位小数).

(1) 小海的叔叔身高 180 cm, 体重 80 kg, 试利用 BMI 指数判断小海的叔叔的胖瘦情况.

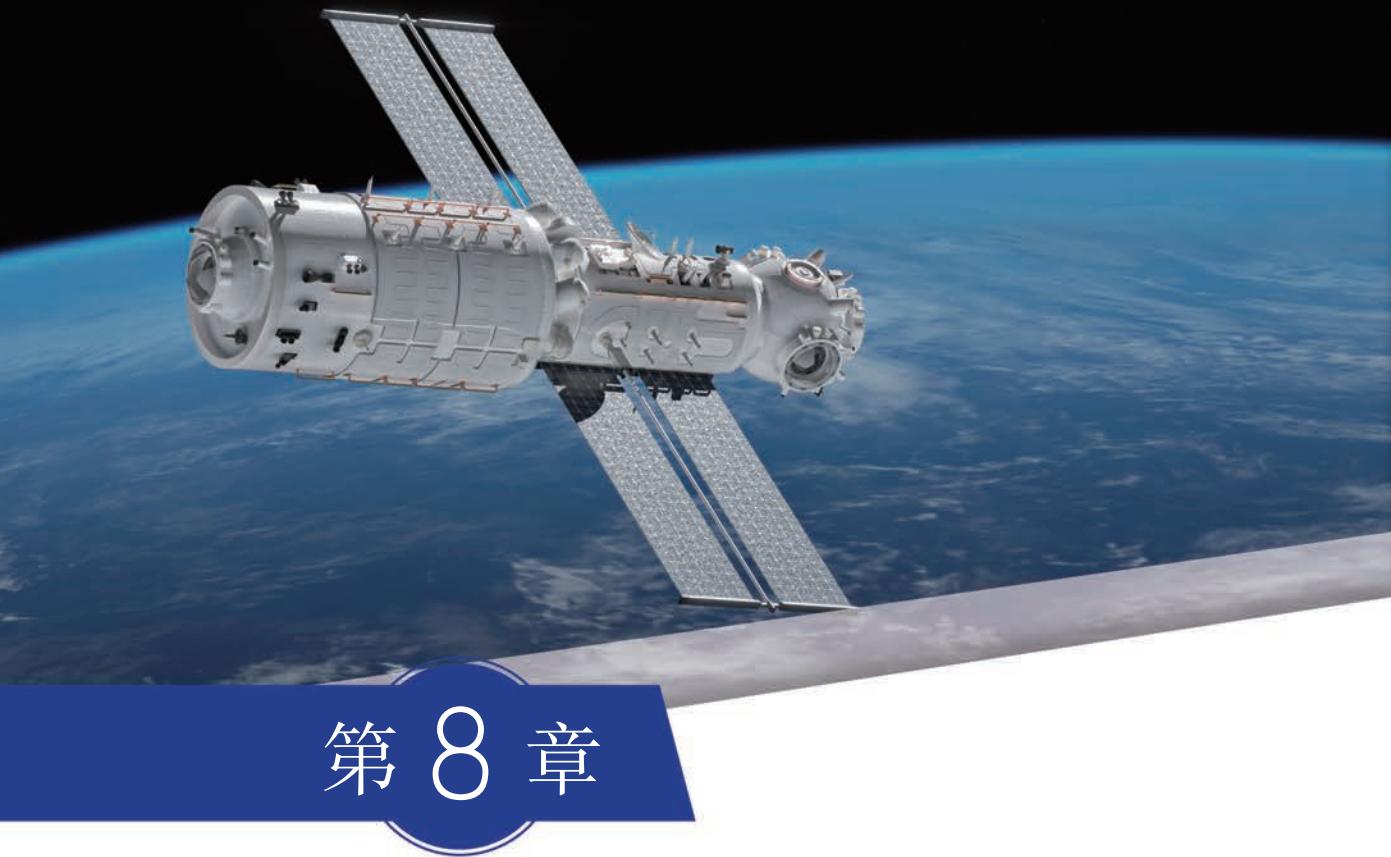
(2) 某校为全体教职工组织了体检, 下面是体检后得到的体重正常、偏轻和超重的结果统计图. 已知体重偏轻的有 24 人. 问:

- ① 该校全体教职工有多少人?
- ② 体重超重的教职工占体检总人数的百分之几? 有多少人?
- ③ 根据数据, 你会提出什么建议?

某校全体教职工的胖瘦情况扇形统计图



(第 9 题)



第8章

圆柱与圆锥

在小学阶段，我们已经学习了长方体和正方体。在日常生活中，我们还常常会遇见地铁站里的柱子、漏斗等圆柱和圆锥形物体。圆柱和圆锥也是最基本的空间几何图形。

在本章中，我们将通过侧面展开的方法，把这些图形的侧面转化成平面图形，进而求出它们的侧面积；学习如何通过“以直代曲”的数学思想方法得到圆柱的体积，学习如何通过实验的方法得到圆锥的体积。

领会上述处理方法及提升空间想象能力是学习本章的重点。此外，本章所学习的知识将为我们今后学习立体几何打下基础。

8.1 圆柱及其侧面展开图

在日常生活中，除了长方体和正方体，我们还会看到地铁站里的柱子、不锈钢桶、笔筒、木块等(图 8-1-1)，这些物体都给我们呈现了如图 8-1-2 所示的立体图形的形象.



图 8-1-1

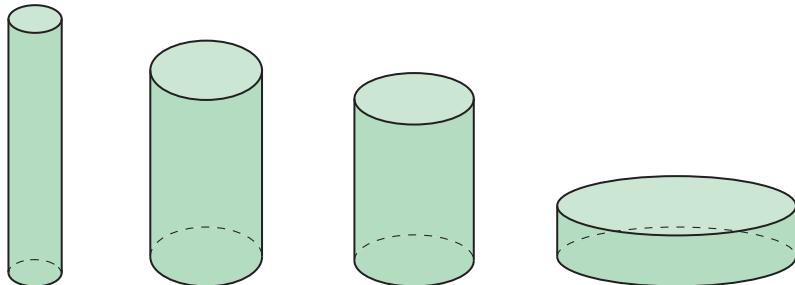


图 8-1-2



操作

如图 8-1-3，将长方形 $OAA'O'$ 以它的一条边 OO' 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成怎样的立体图形？

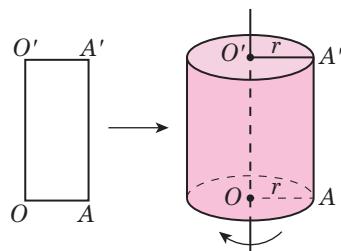


图 8-1-3

我们发现，按上述操作，所得到的立体图形与图 8-1-2 的立体图形一样。我们把像这样的立体图形叫作**圆柱体**，简称**圆柱**。因此，圆柱也可以看成是以长方形的一条边所在的直线为轴旋转一周而成的立体图形。

如图 8-1-4，在圆柱中，我们把上、下两个圆形叫作**圆柱的底面**，夹在两个底面之间的曲面叫作**圆柱的侧面**。两个底面圆心 O 、 O' 之间的距离叫作**圆柱的高**，有时也把线段 OO' 称为圆柱的高。

如图 8-1-3，长方形的边 OA 、 $O'A'$ 旋转形成圆柱的两个底面，它们是两个半径相等的圆形。长方形的边 AA' 旋转形成圆柱的侧面。线段 AA' 叫作**圆柱的母线**，它转动到任何位置，都是圆柱的母线，易知母线的长等于圆柱的高。

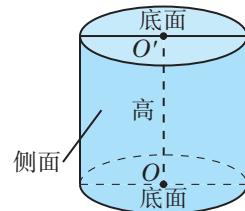
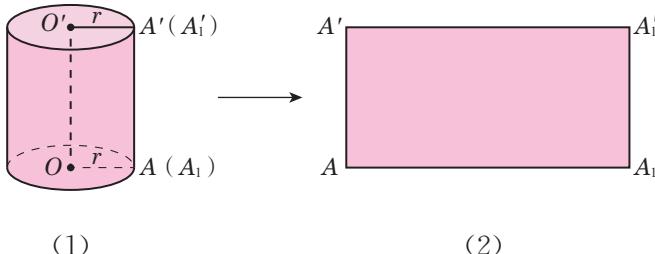


图 8-1-4



操作

沿着圆柱的任意一条母线把圆柱的侧面剪开，然后铺在平面上，可以得到一个怎样的图形？得到的这个图形的面积与圆柱的底面、母线之间会有怎样的关系呢？



(1)

(2)

图 8-1-5

我们发现，将一个圆柱的侧面按上述操作（沿母线 AA' 剪开）得到的图形是一个长方形，如图 8-1-5 所示。我们把它称为圆柱的侧面展开图。长方形的边 AA' 是圆柱的母线，它的长度等于圆柱的高；边 AA_1 的长度等于底面的周长。圆柱的侧面积可以从它的侧面展开图得出，这就得到结论：圆柱的侧面积等于它的底面周长和母线长的乘积，即

$$S_{\text{侧}} = Cl = 2\pi rl = 2\pi rh.$$

其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆柱的侧面积, r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高.

例 1 如图 8-1-6, 以长方形 $ABCD$ 的一边所在的直线为轴旋转一周, 得到了圆柱 1 和圆柱 2. 回答下列问题:

- (1) 分别指出圆柱 1、圆柱 2 是以该长方形的哪一条边所在的直线为轴旋转而成的;
- (2) 根据图中的已知数据, 分别求圆柱 1、圆柱 2 的侧面积 (π 取 3.14, 结果精确到 0.1 cm^2).

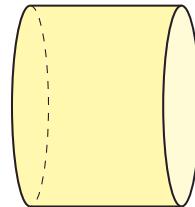
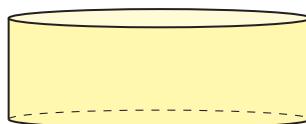
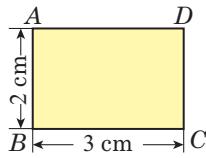


图 8-1-6

解 (1) 圆柱 1 是长方形 $ABCD$ 以边 AB 或边 CD 所在的直线为轴旋转一周得到的, 圆柱 2 是长方形 $ABCD$ 以边 AD 或边 BC 所在的直线为轴旋转一周得到的.

(2) 根据题意, 圆柱 1 的母线长为 2 cm , 它的底面半径为 3 cm ; 圆柱 2 的母线长为 3 cm , 它的底面半径为 2 cm .

所以, 圆柱 1 的侧面积

$$S_{\text{侧}} = 2\pi rl = 2\pi \times 3 \times 2 = 12\pi \approx 37.7 (\text{cm}^2).$$

同样地, 圆柱 2 的侧面积

$$S_{\text{侧}} = 2\pi rl = 2\pi \times 2 \times 3 = 12\pi \approx 37.7 (\text{cm}^2).$$

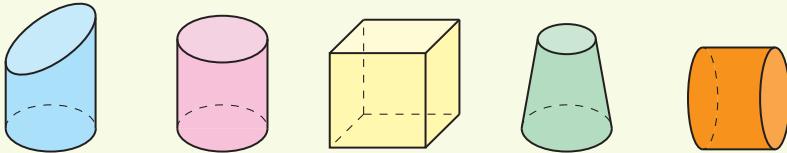


思考

分别以长方形的两邻边所在的直线为轴, 旋转一周得到的两个圆柱, 它们的侧面积是否相等? 为什么?

课堂练习 8.1(1)

1. 已知下图中有两个圆柱，试找出它们。



(第 1 题)

2. 已知圆柱的侧面积为 $36\pi \text{ cm}^2$ ，母线长为 6 cm。求它的底面半径。
3. 将一张长 10 cm、宽 8 cm 的长方形纸卷成一个圆柱的侧面，求这个圆柱的侧面积与底面半径(结果保留 π)。

与长方体的表面积、体积一样，圆柱所有面的面积之和叫作**圆柱的表面积**，圆柱所占空间的大小叫作**圆柱的体积**。

在日常生活和生产中，也经常需要计算一些圆柱的表面积和体积。



思考

如何求一个圆柱的表面积？

圆柱的表面由它的侧面和两个底面组成。因此，圆柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi rh + 2\pi r^2.$$

其中， $S_{\text{表}}$ 、 $S_{\text{侧}}$ 和 $S_{\text{底}}$ 分别表示圆柱的表面积、侧面积和底面积， r 和 h 分别表示它的底面半径和高。

例 2 如图 8-1-7，这是一个用新型合金片制作的空心圆柱形工件。已知该工件的底面直径 $d = 10 \text{ cm}$ ，高 $h = 15 \text{ cm}$ 。请确定制作这样一个工件所需合金片的面积(π 取 3.14)。

解 根据题意，制作这样一个工件所需合金片的面积即为该圆柱的表面积。



图 8-1-7

因为 $S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \pi dh + 2\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$,

得
$$\begin{aligned} S_{\text{表}} &= \pi \times 10 \times 15 + 2\pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \\ &= 200\pi \\ &= 628 (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

答：制作这样一个工件所需合金片的面积约为 628 cm^2 .



如何求一个圆柱的体积？

回顾前面圆的面积计算公式的探究过程：将一个圆等分成越多的扇形，然后按照一定方式拼接起来，生成的平面图形将越接近一个长方形。

现在能否类比圆的面积计算公式的探究过程，将求一个圆柱的体积转化为求一个长方体的体积呢？

如图 8-1-8，我们可以将圆柱的底面等分为许多扇形，然后沿着扇形的半径将圆柱切开，并重新拼接起来，最终得到一个近似的长方体。如果将圆柱的底面划分得更细，即扇形的数量更多，那么拼接得到的立体图形就会越接近一个真正的长方体。

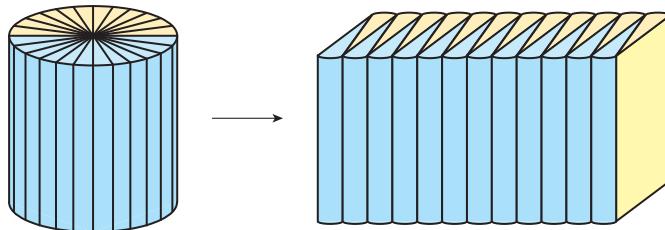


图 8-1-8

由于体积没有发生变化，因此可以通过求切拼后的长方体的体积来求圆柱的体积。切拼后得到的长方体的底面积等于圆柱的底面积，长方体的高等于圆柱的高。于是可以得出结论：圆柱的体积等于其底面积与高的乘积，即

$$V = S_{\text{底}} h.$$

其中， V 表示圆柱的体积， $S_{\text{底}}$ 表示它的底面积， h 表示它的高。

例 3 把一个长、宽、高分别是 15 cm、10 cm、6 cm 的长方体金属块和一个棱长为 8 cm 的正方体金属块熔铸成一个圆柱体金属块，使这个圆柱的底面直径为 12 cm. 求该圆柱体金属块的高(π 取 3.14，结果精确到 0.1 cm).

解 因为圆柱体金属块的体积等于长方体金属块与正方体金属块的体积之和，所以圆柱体金属块的体积

$$V=15\times10\times6+8\times8\times8=1\,412 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

又因为圆柱的底面直径为 12 cm，所以圆柱的底面积

$$S_{\text{底}}=\pi r^2=\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2=36\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

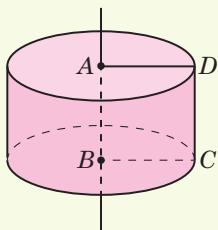
又因为圆柱的体积 $V=S_{\text{底}} h$ ，所以圆柱体金属块的高

$$h=\frac{V}{S_{\text{底}}}=\frac{1\,412}{36\pi}\approx12.5 \text{ (cm)}.$$

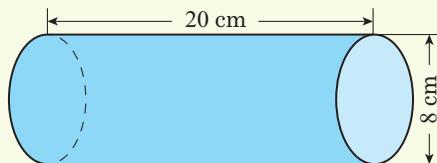
答：该圆柱体金属块的高约为 12.5 cm.

课堂练习 8.1(2)

1. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 3 cm，以直线 AB 为轴，将正方形旋转一周，所得圆柱的表面积是多少(结果保留 π)？



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，已知一个圆柱形的布艺笔袋的长是 20 cm，底面直径是 8 cm.

(1) 做这个笔袋至少需要多少布料(π 取 3.14，结果精确到 1 cm²)？

(2) 求这个笔袋的体积(π 取 3.14，结果精确到 1 cm³).

3. 如图, 已知一个圆柱形实心工件长 2 m, 现把它截成了 4 段, 每段均为圆柱, 这些工件的表面积之和比原来这个工件的表面积增加了 18.84 dm^2 . 求原来这个工件的体积(π 取 3.14).

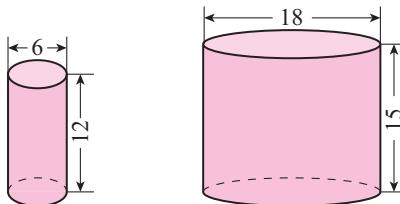


(第 3 题)

习题 8.1



1. 如图, 根据图中的已知数据, 求下面各圆柱的表面积和体积(结果保留 π).



(第 1 题)

2. 一个圆柱的体积是 $16\pi \text{ cm}^3$, 且该圆柱的高为 4 cm. 求这个圆柱的底面半径.

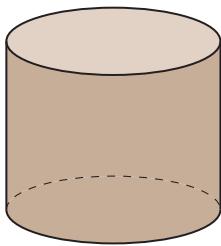
3. 圆柱形铁皮桶的高为 1.5 m, 底面直径为 0.8 m. 现要将 100 个这种铁皮桶的外侧面刷上防锈漆, 已知每平方米的费用是 8 元, 试求这样刷上防锈漆的总费用(π 取 3.14, 结果精确到 1 元).

4. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 8 和 20π 的长方形, 求这个圆柱的体积(结果保留 π).



5. 如图, 已知一个圆柱形容器的容积为 314 cm^3 , 它的底面直径为 10 cm (π 取 3.14).

- (1) 求这个圆柱形容器的高;
- (2) 若这个圆柱形容器的两个底面与侧面都是用铁皮制作的, 则制作这个圆柱形容器至少需要多少铁皮(不计损耗)?



(第 5 题)

8.2

圆锥及其侧面展开图

在日常生活中，我们可以看到斗笠、灯罩、亭子的顶等(图 8-2-1)，这些物体都给我们呈现了如图 8-2-2 所示的立体图形的形象.



图 8-2-1

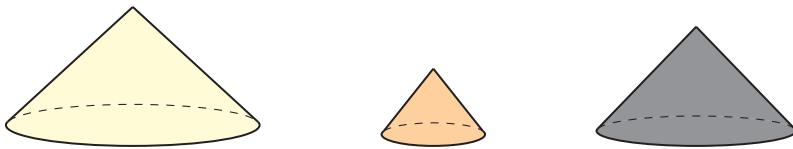


图 8-2-2



操作

如图 8-2-3，将直角三角形 ABC ($\angle C$ 为直角) 以它的一条直角边 AC 所在直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成怎样的立体图形？

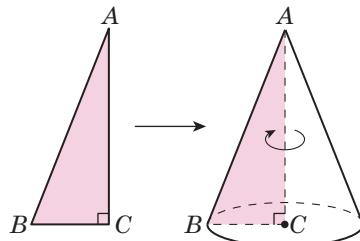


图 8-2-3

我们发现，按上述操作，所得到的立体图形与图 8-2-2 的立体图形一样，我们把像这样的立体图形叫作**圆锥**.

如图 8-2-4，在圆锥中，我们把这个圆形的面叫作**圆锥的底面**， P 叫作**圆锥的顶点**，夹在顶点和底面之间的曲面叫作**圆锥的侧面**. 顶点 P 与底面圆心

O 的距离叫作**圆锥的高**, 有时也把线段 PO 称为圆锥的高. 连接圆锥顶点与底面圆上任意一点的线段都叫作**圆锥的母线**, 如 PA 是母线. 与圆柱相比可见, 圆锥的底面也是圆形, 两者的差异在于圆锥是由一个点、一个圆形和一个曲面围成, 而圆柱是由两个完全一样的圆形和一个曲面围成.

圆锥是以直角三角形的一条直角边所在的直线为轴, 将其旋转一周而成的立体图形. 如图 8-2-5, 以直角三角形 ACB 的一条直角边 AC 所在的直线为轴, 将直角三角形 ACB 旋转一周, 边 BC 、 AB 旋转所成的面就围成了一个圆锥. 直角边 AC 就是圆锥的高, 直角边 BC 旋转形成圆锥的底面, 斜边 AB 旋转形成圆锥的侧面. 斜边 AB 不论转动到哪一个位置都是圆锥的母线.

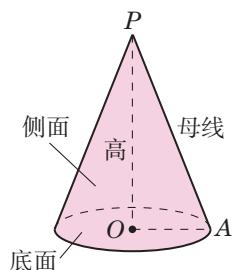


图 8-2-4

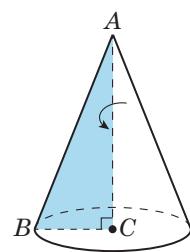


图 8-2-5



操作

如图 8-2-6, 沿着圆锥的任意一条母线(AB)把它的侧面剪开, 然后铺在平面上, 可以得到一个怎样的图形? 得到的这个图形与圆锥的底面周长、母线之间有怎样的关系呢?

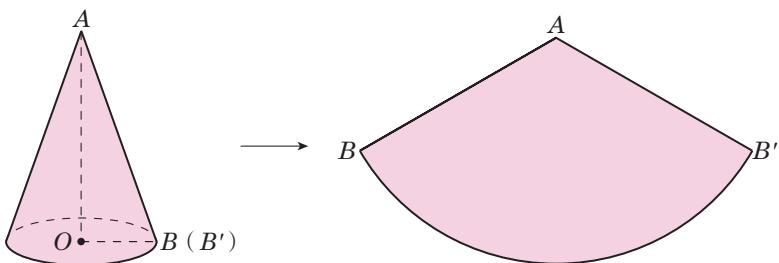


图 8-2-6

我们发现, 按上述操作得到的平面图形是一个扇形. 这样的平面图形叫作**圆锥的侧面展开图**.

圆锥的侧面展开图是一个以圆锥的顶点为圆心、以圆锥的母线为半径的扇形, 该扇形的弧长是圆锥的底面周长.

圆锥的侧面积可以从它的侧面展开图得出. 不妨设圆锥底面半径为 r , 母线长为 l , 侧面展开图的圆心角为 n° , 则 $\frac{n\pi l}{180} = 2\pi r$, 可得 $n = 360 \cdot \frac{r}{l}$. 所以

$$\text{圆锥的侧面积 } S_{\text{侧}} = \text{圆锥侧面展开图的面积 } S_{\text{扇形}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{360} \cdot \pi \cdot l^2 = 360 \cdot \frac{r}{l} \cdot \frac{\pi l^2}{360} \\ &= \pi r l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r l. \end{aligned}$$

这就得到结论: 圆锥的侧面积等于它的底面周长和母线长的乘积的一半, 即

$$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} Cl = \pi r l.$$

其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆锥的侧面积, C 、 r 和 l 分别表示它的底面周长、底面半径和母线长.

例 1 如图 8-2-7, 已知一个圆锥形环保纸杯的侧面展开图是圆心角为 108° 的扇形, 母线长 $l = 10 \text{ cm}$.

- (1) 求该圆锥形环保纸杯的底面直径 d ;
- (2) 求该圆锥形环保纸杯的侧面积(结果保留 π).

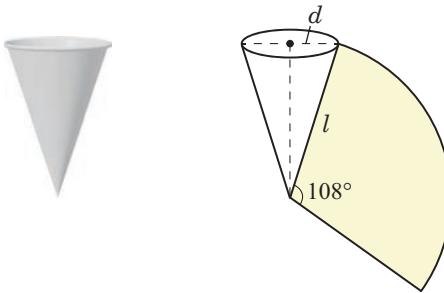


图 8-2-7

解 (1) 因为圆锥的侧面展开图的弧长=圆锥的底面周长, 即 $\frac{108}{180} \cdot \pi l = \pi d$, 所以

$$d = \frac{108}{180} l = \frac{108}{180} \times 10 = 6 \text{ (cm)}.$$

答：该圆锥形环保纸杯的底面直径 d 为 6 cm.

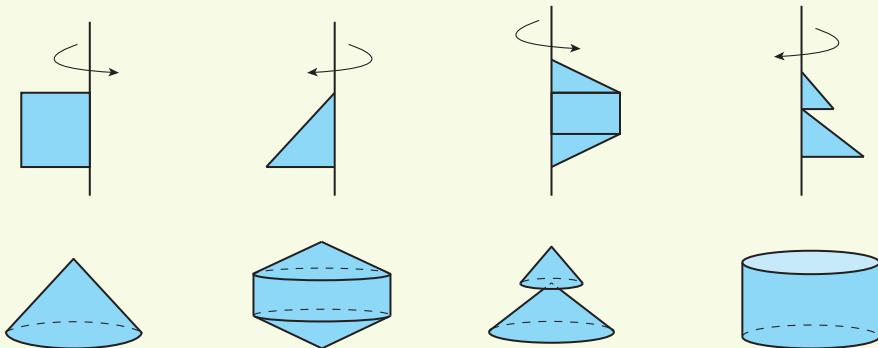
(2) 该圆锥形环保纸杯的侧面积

$$S_{\text{侧}} = \pi r l = \frac{\pi \times 6 \times 10}{2} = 30\pi \text{ (cm}^2\text{).}$$

答：该圆锥形环保纸杯的侧面积为 $30\pi \text{ cm}^2$.

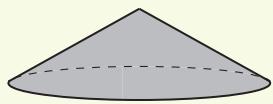
课堂练习 8.2(1)

1. 如图，第一行中的图形以直线为轴旋转一周后，会形成第二行中的哪个立体图形？连一连。



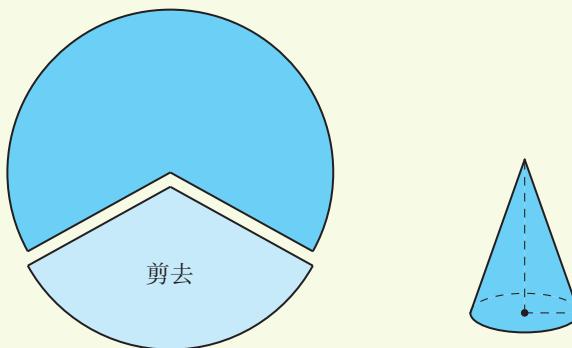
(第 1 题)

2. 如图，张师傅用一张半径为 80 cm 的扇形铁皮做一个圆锥形烟囱帽（不含底面，接缝忽略不计）。如果做成的圆锥形烟囱帽的底面半径为 70 cm，求这张扇形铁皮的面积（ π 取 3.14，结果精确到 0.1 m²）。



(第 2 题)

3. 如图，从半径为 9 cm 的圆形纸片上剪去一个 $\frac{1}{3}$ 圆周的扇形，将留下的扇形围成一个圆锥（接缝处不重叠）。求这个圆锥的底面半径。



(第3题)

与长方体、正方体、圆柱的表面积、体积一样，圆锥所有面的面积之和叫作**圆锥的表面积**，圆锥所占空间的大小叫作**圆锥的体积**.

在日常生活和生产中，也经常需要计算一些圆锥的表面积和体积.



如何求一个圆锥的表面积？

圆锥的表面由它的侧面和底面组成. 因此，圆锥的表面积等于它的侧面积与底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \frac{1}{2}Cl + \pi r^2 = \pi rl + \pi r^2.$$

其中， $S_{\text{表}}$ 、 $S_{\text{侧}}$ 和 $S_{\text{底}}$ 分别表示圆锥的表面积、侧面积和底面积， r 、 C 和 l 分别表示它的底面半径、底面周长和母线长.

例2 如图 8-2-8，已知圆锥形石膏像的底面直径 $d = 20 \text{ cm}$ ，母线长 $l = 30 \text{ cm}$. 求它的表面积和侧面展开图的圆心角(π 取 3.14).

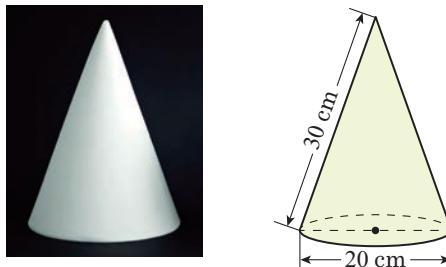


图 8-2-8

解 根据题意, 圆锥的底面半径 $r = \frac{d}{2} = 10$ cm, 母线长 $l = 30$ cm, 所以

圆锥形石膏像的表面积

$$\begin{aligned} S_{\text{表}} &= S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \pi r l + \pi r^2 \\ &= 10 \times 30\pi + 10^2\pi \\ &= 400\pi \\ &= 1256 (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{r}{l} \cdot 360^\circ = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$.

答: 圆锥形石膏像的表面积约 1256 cm^2 , 它的侧面展开图的圆心角为 120° .



观察

如图 8-2-9, 分别观察(1)(2)两组中的圆锥, 它们之间有什么相同点或联系? 每组中哪个圆锥的体积更大, 哪个更小? 请说明圆锥体积的大小与哪些因素有关.

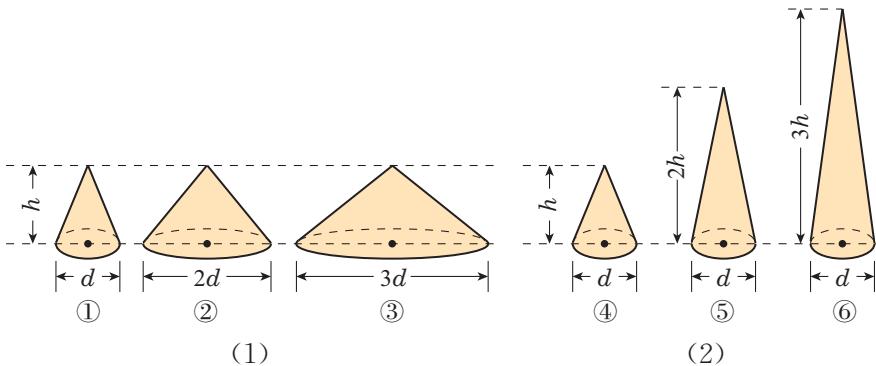


图 8-2-9

观察第(1)组中的三个圆锥①②③, 发现它们的高相等, 但底面积不同. 底面积越大, 圆锥的体积也越大. 观察第(2)组中的三个圆锥④⑤⑥, 发现它们的底面积相同, 但高不同. 高越长, 圆锥的体积也越大. 由此可知, 圆锥体积的大小受到底面积与高的影响.



思考

圆锥底面积和高都是直接影响其体积大小的因素，那么怎样求圆锥的体积呢？

我们知道，圆柱的体积也是由它的底面积和高决定的，可以考虑将圆锥与圆柱的体积作比较。下面通过实验，我们探究圆锥和圆柱体积之间的关系。

如图 8-2-10，如果将装满一个圆锥的沙子倒入等底等高的一个圆柱容器，发现倒三次恰好可以注满。

通过上面的实验，我们发现一个圆锥的体积是与它等底等高的一个圆柱的体积的 $\frac{1}{3}$ 。这就得到结论：圆锥的体积等于它的底面积与高的乘积的 $\frac{1}{3}$ ，即

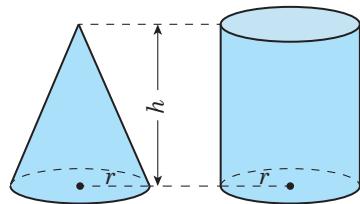


图 8-2-10

此结论将在高中
予以证明。

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{底}} h.$$

其中， V 表示圆锥的体积， $S_{\text{底}}$ 表示它的底面积， h 表示它的高。

例 3 如图 8-2-11，某工地一个水泥仓可看作是一个上半部是圆柱形，下半部是圆锥形的立体图形。已知其底面半径 $r=1.5$ m，高 $h_1=9$ m，上方圆柱的母线长 $h_2=6$ m。求该工地一个水泥仓的容积（ π 取 3.14，结果精确到 $0.1 m^3$ ）。

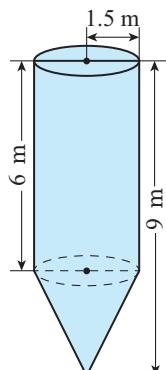


图 8-2-11

解 根据题意，该水泥仓的容积是上半部的圆柱与下半部的圆锥的容积之和.

$$V_{\text{圆柱}} = S_{\text{底}} \cdot h = \pi r^2 h = \pi r^2 h_2 = \pi \times 1.5^2 \times 6 = 13.5\pi (\text{m}^3).$$

$$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} S_{\text{底}} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 (h_1 - h_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 1.5^2 \times (9 - 6) = 2.25\pi (\text{m}^3).$$

$$\text{所以, } V_{\text{圆柱}} + V_{\text{圆锥}} = 13.5\pi + 2.25\pi = 15.75\pi \approx 49.5 (\text{m}^3).$$

答：该工地一个水泥仓的容积约为 49.5 m^3 .

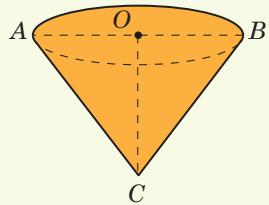
课堂练习 8.2(2)

1. 已知一个圆锥形零件的底面积是 20 cm^2 ，高是 18 cm . 求这个零件的体积.

2. 如图，小海用纸板制作了一个圆锥形漏斗模型(不含底面)，它的底面半径 $OB = 3 \text{ cm}$ ，高 $OC = 4 \text{ cm}$ ，母线 $AC = 5 \text{ cm}$.

(1) 求该圆锥形漏斗的表面积(结果保留 π)；

(2) 求该圆锥形漏斗的容积(结果保留 π).

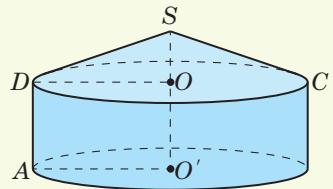


(第 2 题)

3. 如图，一顶帆布帐篷的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形. 已知圆柱的底面积为 28.26 m^2 ，母线 $AD = 2 \text{ m}$ ，圆锥的高 $SO = 1 \text{ m}$ ，母线 $SD = 3.16 \text{ m}$.

(1) 制作一顶这样的帐篷(接缝忽略不计)

至少需要多少帆布(帐篷的底面不用帆布， π 取 3.14 ，结果精确到 0.1 m^2)？



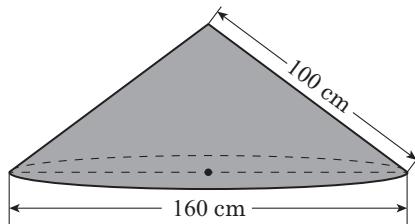
(第 3 题)

(2) 帐篷的容积大约是多少(π 取 3.14 ，结果精确到 0.1 m^3)？

习题 8.2



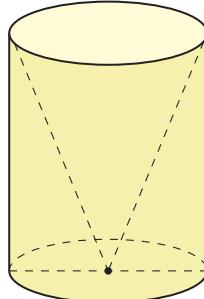
- 已知圆锥的母线长为 13 cm, 底面半径为 4 cm. 求这个圆锥的侧面积和表面积(π 取 3.14, 结果精确到 0.1 cm^2).
- 如果圆锥的底面周长是 20π , 侧面展开后所得的扇形的圆心角为 120° . 求该圆锥的侧面积和表面积(结果保留 π).
- 已知一个圆锥的底面半径为 6 cm, 它的侧面展开图是圆心角为 240° 的扇形. 求这个圆锥的表面积(结果保留 π).
- 如图, 这是一个用铁皮制作的圆锥形容器盖(不含底面). 求这个容器盖所需铁皮的面积(结果保留 π), 并求制作容器盖的扇形的圆心角.



(第 4 题)



- 如图, 一个立体图形是从高为 12 cm, 底面直径为 10 cm 的圆柱中挖掉一个圆锥后得到的, 圆锥的底面就是圆柱的上底面, 圆锥的顶点在圆柱下底面的圆心上, 圆锥的母线长为 13 cm. 求该立体图形的表面积(结果保留 π).



(第 5 题)

◎内容提要

1. 基本概念：圆柱，圆锥。

2. 圆柱：

侧面积 $S_{\text{侧}} = Cl = 2\pi rl = 2\pi rh$ ，其中， r 、 C 、 l 和 h 分别表示圆柱的底面半径、底面周长、母线长和高。

表面积 $S_{\text{表}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ ，其中， r 、 h 分别表示圆柱的底面半径和高。

体积 $V = S_{\text{底}} h$ ，其中， $S_{\text{底}}$ 、 h 分别表示圆柱的底面积和高。

3. 圆锥：

侧面积 $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2}Cl = \pi rl$ ，其中， C 、 r 、 l 分别表示圆锥的底面周长、底面半径和母线长。

表面积 $S_{\text{表}} = \pi rl + \pi r^2$ ，其中， r 、 l 分别表示圆锥的底面半径和母线长。

体积 $V = \frac{1}{3}S_{\text{底}} h$ ，其中， $S_{\text{底}}$ 、 h 分别表示圆锥的底面积和高。

◎复习题



A

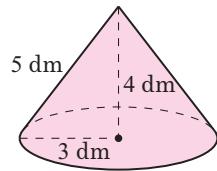
1. 选择题：

(1) 一个底面半径为 2 cm , 高为 3 cm 的圆柱的表面积是 ()

- A. $8\pi\text{ cm}^2$; B. $12\pi\text{ cm}^2$; C. $16\pi\text{ cm}^2$; D. $20\pi\text{ cm}^2$.

(2) 如图, 某学生需要用扇形薄纸板制作成底面半径为 3 dm , 高为 4 dm , 母线长为 5 dm 的圆锥形生日帽, 则该扇形薄纸板的圆心角为 ()

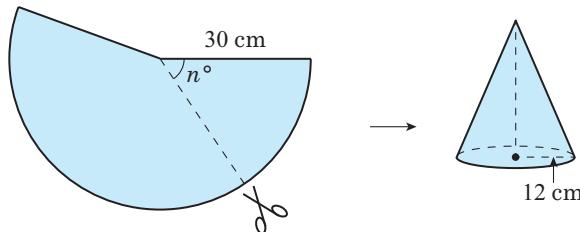
- A. 54° ; B. 108° ; C. 136° ; D. 216° .



(第 1(2)题)

2. 现有一个长为 7 cm , 宽为 3 cm 的长方形, 将该长方形绕着它的宽所在的直线旋转一周, 得到的圆柱的表面积和体积分别是多少(结果保留 π)?

3. 如图, 现有一张圆心角为 200° , 半径为 30 cm 的扇形纸片. 小海剪去圆心角大小为 n° 的部分扇形纸片后, 将剩下的纸片制作成一个底面半径为 12 cm 的圆锥形纸帽(接缝处不重叠). 求剪去的扇形纸片的圆心角.

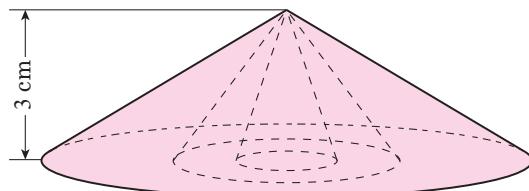


(第 3 题)

4. 如图, 圆锥的高是 3 cm , 当圆锥的底面半径由小到大变化时, 圆锥的体积也随之发生了变化.

(1) 如果圆锥底面半径为 $r\text{ cm}$, 那么请用含字母 r 的代数式表示圆锥的体积 V ;

(2) 当底面半径由 1 cm 变化到 5 cm 时, 圆锥体积的变化是多少(结果保留 π)?



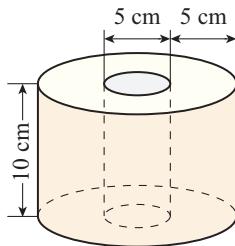
(第 4 题)



5. 如图, 某品牌卷筒纸的高度为 10 cm , 中间空心硬纸轴的直径是 5 cm .

(1) 制作中间的纸轴至少需要多大的硬纸板(结果保留 π)?

(2) 如果围成的纸张厚度为 5 cm , 请问: 能将 1 卷新的卷筒纸放入一个长 15 cm , 宽 15 cm , 高 10 cm 的长方体纸盒中吗? 请用本章所学习的知识进行分析、判断.



(第 5 题)



第9章

二元一次方程组

中国古代的《孙子算经》下卷第 31 题记载了一个有趣的鸡兔同笼问题：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足。问鸡、兔各几何。”根据已经学过的知识，我们可以利用算术方法和一元一次方程的方法分别解决这个问题。而在本章中，我们将通过设置两个未知数建立相应的二元一次方程组，得到一个更加简洁且更易于理解的方法来解决这个问题。

对于二元一次方程组，我们将重点学习利用“消元法”将其转化成一元一次方程来处理，这种消元的方法也适合于处理未知量更多的方程组问题。本章学习的知识可用于解决一些相关的实际问题，也将在后续课程中出现的待定系数法中得到应用。

9.1 二元一次方程组的概念

问题 今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足。问鸡、兔各几何。

分析 根据“上有三十五头”可得：鸡的数量+兔的数量=35；再根据“下有九十四足”可得：鸡脚的总数+兔脚的总数=94。

方法一 假设笼子里全都是鸡，则脚应有 $2 \times 35 = 70$ (只)，比已知的 94 只减少了 24 只。当一只兔被假设成一只鸡后，脚的数量会减少两只，所以共有 $24 \div 2 = 12$ (只) 兔被假设成了鸡，即兔有 12 只，鸡有 $35 - 12 = 23$ (只)。

方法一采用算术法直接列式，关于“鸡兔同笼”问题还有其他精彩的算术解法。

方法二 设笼中有鸡 x 只。根据“头”的条件，可知兔有 $(35-x)$ 只。

再根据“脚”的条件，可列出方程

$$2x + 4(35-x) = 94.$$

解得

$$x = 23.$$

所以

$$35 - x = 12.$$

答：鸡、兔分别有 23 只、12 只。

方法二设一个未知量，先根据一个已知条件用代数式表示另一个未知量，再由另一个已知条件列出方程求解，这比方法一在解题思路上要直接很多。

方法三 设笼中有鸡 x 只、兔 y 只。根据题意，可得方程

$$x + y = 35, \quad ①$$

$$2x + 4y = 94. \quad ②$$

则鸡的数量 x 只和兔的数量 y 只必须同时满足①和②两个方程。

方法三设两个未知量，就可以由两个已知条件直接列出符合条件的两个方程，在思路上更直截了当。

方法三中的两个方程都是含有两个未知数的一次方程，像这样的方程叫作**二元一次方程**。

方法三中包含了两个必须同时满足的条件，也就是未知数 x 、 y 必须同时满足 $x+y=35$ 和 $2x+4y=94$ 。我们可以把这两个方程写成

$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases}$$

由几个方程组成的一组方程叫作**方程组**. 如果方程组中含有两个未知数, 且含未知数的项都是一次项, 这样的方程组就叫作**二元一次方程组**.

利用方法一和方法二, 我们已经求得鸡、兔分别有 23 只、12 只. 对于方法三, 我们发现 $x=23$, $y=12$ 既满足方程①, 即 $23+12=35$; 又满足方程②, 即 $2\times 23+4\times 12=94$. 所以, $x=23$, $y=12$ 是二元一次方程组
$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94 \end{cases}$$
 的解, 记作 $\begin{cases} x=23, \\ y=12. \end{cases}$

一般地, 在二元一次方程组中, 使每个方程的左右两边的值都相等的两个未知数的值, 叫作此**二元一次方程组的解**.

你能判断 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x=\frac{8}{3}, \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$ 是否为二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=6, \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解吗?



思考

小海购买羽毛球和乒乓球若干, 所购买的羽毛球数量是乒乓球数量的 2 倍, 每只羽毛球的价格是 5 元, 每只乒乓球的价格是 2 元, 小海共花费 24 元. 小海购买羽毛球、乒乓球的数量各是多少? 你能列出符合题意的方程组吗?

设小海购买羽毛球 x 只、乒乓球 y 只. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} x=2y, \\ 5x+2y=24. \end{cases}$$

课堂练习 9.1

1. 下列方程组中，哪些是二元一次方程组？

$$(1) \begin{cases} 5x+6y=21, \\ xy=-2; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 14x=-9y+76, \\ y=-8; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x^2-4y=\frac{44}{3}, \\ 3y-9x=-5; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{3}{4}x-5y=1.2, \\ 22x-11y=-5.5. \end{cases}$$

2. 判断下列三组值是否为二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x-y=2 \end{cases}$ 的解：

$$(1) \begin{cases} x=5, \\ y=5; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x=3, \\ y=4; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=4, \\ y=6. \end{cases}$$

9.2 二元一次方程组的解法



思考

如何求第 9.1 节最后提出的方程组

$$\begin{cases} x=2y, \\ 5x+2y=24 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{①} \\ \text{②} \end{array}$$

的解?

分析 由①可知, x 与 $2y$ 相等, 将方程②中的 x 用 $2y$ 代替, 得到关于 y 的一元一次方程, 就可以来解了.

$$5x+2y=24 \xrightarrow{\text{用 } x=2y \text{ 代入}} 5\times 2y+2y=24$$



$$\text{解得 } x=4 \xleftarrow{\text{用 } y=2 \text{ 代入到 } x=2y} \text{解得 } y=2$$

解 把①代入②, 得 $5\times 2y+2y=24$.

解得 $y=2$.

把 $y=2$ 代入①, 得 $x=4$.

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

因此, 小海花 24 元买了 4 只羽毛球、2 只乒乓球.

上面的分析提供了一种求二元一次方程组解的方法, 即通过消去一个未知数将其化为一元一次方程进行求解. 求方程组解的过程叫作**解方程组**. 现在, 我们来解第 9.1 节中“鸡兔同笼”问题中的方程组.

例 1 解方程组: $\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{①} \\ \text{②} \end{array}$

解 由①, 得 $x=35-y$. ③

把③代入②, 得 $2(35-y)+4y=94$.

解得 $y=12$.

把 $y=12$ 代入③, 得 $x=23$.

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=23, \\ y=12. \end{cases}$



思考

你能用其他方法解上述例 1 中的方程组吗?

在解二元一次方程组的过程中, 用适当的方法消去一个未知数, 将二元一次方程组转化为一元一次方程, 这种方法叫作**消元法**.

例 2 解方程组: $\begin{cases} 2x-3y=5, \\ 3x-4y=8. \end{cases}$ ① ②

解 由①, 得 $x=\frac{5+3y}{2}$. ③

把③代入②, 得 $3\times\frac{5+3y}{2}-4y=8.$

解得 $y=1.$

把 $y=1$ 代入③, 得 $x=\frac{5+3\times1}{2}.$

解得 $x=4.$

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

上述解法, 是将二元一次方程组中的一个方程进行适当变形, 把一个未知数用另一个未知数表示, 就可以用“代入”的方法实现消元, 进而求得这个二元一次方程组的解.

课堂练习 9.2(1)

1. 把下列方程变形为用含一个未知数的式子表示另一个未知数的形式:

(1) $5y-x=11$; (2) $36x-4y=56$.

2. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} 7x - 3y = 52, \\ y = -2x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 2y = 10; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 4x + 5y = 7; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x + 4y = 9, \\ 3x - 5y = 8. \end{cases}$$



思考

观察课堂练习 9.2(1) 中 2(2) 的方程组

$$\begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 2y = 10, \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

除了用“代入”的方法消元，你还有其他消元的方法吗？

分析 两个方程中 y 的系数互为相反数，将方程组中的两个方程相加可以消去 y ，得到一个关于 x 的一元一次方程。

解 ①+②，得 $4x = 16$.

解得 $x = 4$.

把 $x = 4$ 代入①，得 $4 - 2y = 6$.

解得 $y = -1$.

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x = 4, \\ y = -1. \end{cases}$

通过将两个方程相加（或相减）消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这也是一种消元法。

例 3 解方程组: $\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 4x + 5y = 7. \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$

分析 直接加减这两个方程并不能消去其中任意一个未知数，观察到方程②中 x 的系数是方程①中 x 系数的 2 倍，因此可以对方程①进行适当变形，使两个方程中 x 的系数相等，从而消去 x 。

解 ① $\times 2$, 得 $4x+6y=12.$ ③

③—②, 得 $y=5.$

把 $y=5$ 代入①, 得 $2x+3\times 5=6.$

解得 $x=-\frac{9}{2}.$

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=-\frac{9}{2}, \\ y=5. \end{cases}$

例 4 解方程组: $\begin{cases} 2x+4y=9, \\ 3x-5y=8. \end{cases}$ ① ②

分析 这两个方程中的同一个未知数的系数没有了例 3 中的倍数关系, 可以考虑对两个方程都进行适当变形, 使两个方程中同一个未知数的系数相等或互为相反数.

解 ① $\times 5$, ② $\times 4$, 得

$$\begin{cases} 10x+20y=45, \\ 12x-20y=32. \end{cases}$$
 ③ ④

③+④, 得 $22x=77.$

解得 $x=\frac{7}{2}.$

把 $x=\frac{7}{2}$ 代入①, 得 $2\times\frac{7}{2}+4y=9.$

解得 $y=\frac{1}{2}.$

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

上述解法, 是将二元一次方程组中的方程进行适当变形, 使两个方程中有一个未知数的系数相等或互为相反数, 就可以用“加减”的方法实现消元, 进而求得这个二元一次方程组的解.

课堂练习 9.2(2)

1. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} x - 3y = 26, \\ 2x + 3y = -5; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 9x - 3y = 16, \\ 9x + 11y = -12; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x + 5y = 7, \\ 6x - 2y = -10; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x - 3y = 12, \\ 3x + 4y = -8. \end{cases}$$

习题 9.1—9.2



1. 在① $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1, \end{cases}$ ② $\begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = \frac{1}{2}, \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x = \frac{1}{3}, \\ y = 0 \end{cases}$ 这三组数值中, _____ 是

方程组 $\begin{cases} 2y - 3x = -1, \\ \frac{3}{2}x + 3y = \frac{1}{2} \end{cases}$ 的解. (填序号)

2. 把下列方程变形为用含有 x 的式子表示 y 的形式:

$$(1) 6x + 5y = -10;$$

$$(2) \frac{2(x-1)}{3} = \frac{y+3}{5}.$$

3. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{4}x - 3y = 8, \\ y - 2x = 5; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x - 2y = 3, \\ 3x + 2y = -8; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 4y = 6, \\ 4x + 9y = 9; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x - 4y - 9 = 0, \\ 3y + 4x = 1. \end{cases}$$



B

4. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 4(x+2)=1-5y, \\ \frac{y+3}{2}=1-\frac{x}{3}; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 8(x-y)-5(x+y)=21, \\ (x-y)+5(x+y)=-3. \end{cases}$$

5. 已知关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=8, \\ 2ax-3by=6 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$ 求 a 、 b 的值.

9.3 二元一次方程组的应用

我们已经学习了二元一次方程组及其解法，在本节中，我们将利用二元一次方程组解决一些实际问题.

例 1 某科技馆的成人票、学生票的票价分别为 60 元、45 元. 某一天，科技馆售出成人票、学生票共 1 万张，票务收入为 57 万元. 问：该天这两种票各售出多少万张？

分析 从题目信息中我们可以得知：成人票张数 + 学生票张数 = 1 万张，且 60 元/张 × 成人票张数 + 45 元/张 × 学生票张数 = 57 万元.

解 设该天售出成人票 x 万张、学生票 y 万张. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 60x+45y=57. \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

由①，得

$$y=1-x. \quad (3)$$

将③代入②，得

$$60x+45(1-x)=57.$$

解得

$$x=0.8.$$

把 $x=0.8$ 代入③，解得

$$y=0.2.$$

所以，这个方程组的解是 $\begin{cases} x=0.8, \\ y=0.2. \end{cases}$

答：该天售出成人票 0.8 万张、学生票 0.2 万张.



对于例 1，可以设一个未知量求解吗？

对于这道题目，如果设一个未知量得到一元一次方程，解方程较为简便，但列方程前要先搞清楚另一个未知量与所设未知量的关系；如果设两个未知量，可以直截了当地列出方程组，但需求解一个二元一次方程组.

两种方法都可行，列方程解应用题时可根据题目灵活选择未知数的个数. 本章重点强调的是后一种方法.

例 2 某学校举办学生足球比赛，规定胜一场得 3 分，平一场得 1 分，输一场得 0 分。六年级(5)班共参加 9 场比赛，没有输过，最后共得 23 分。问：该班级共胜多少场？平多少场？

分析 根据题意，可以得到

$$\text{该班级胜的场数} + \text{平的场数} = 9；$$

$$\text{该班级胜场的总得分} + \text{平场的总得分} = 23.$$

解 设六年级(5)班共胜 x 场，平 y 场。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=9, \\ 3x+y=23. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=7, \\ y=2. \end{cases}$$

答：六年级(5)班共胜 7 场，平 2 场。

课堂练习 9.3(1)

1. 班委会花 100 元购买了笔记本和中性笔共 22 件作为班级奖品，如果每本笔记本的价格是 7 元，每支中性笔的价格是 2.5 元，那么班委会购买了多少本笔记本？购买了多少支中性笔？

2. 请尝试解决《九章算术》中的一个问题：“今有甲、乙二人持钱不知其数。甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十，问甲、乙持钱各几何。”（其大意是：今有甲、乙两人各自带了一些钱，若乙把其一半的钱给甲，则甲的钱数为 50；若甲把其三分之二的钱给乙，则乙的钱数也为 50。问：甲、乙各有多少钱？）

例 3 六年级(1)班、(2)班各有 44 人，两个班都有一些学生参加课外天文小组，(1)班参加天文小组的人数恰好是(2)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{3}$ ，(2)班参加天文小组的人数恰好是(1)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{4}$ 。

问：六年级(1)班、(2)班没有参加天文小组的各有多少人？

分析 根据题意，可以得到

$$(1) \text{班参加天文小组的人数} = \frac{1}{3} \times (2) \text{班没有参加天文小组的人数};$$

$$(2) \text{班参加天文小组的人数} = \frac{1}{4} \times (1) \text{班没有参加天文小组的人数}.$$

解 设六年级(1)班没有参加天文小组的有 x 人，(2)班没有参加天文小组的有 y 人. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} 44-x=\frac{1}{3}y, \\ 44-y=\frac{1}{4}x. \end{cases} \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array}$$

由①，得

$$x=44-\frac{1}{3}y. \quad (3)$$

把③代入②，解得 $y=36$.

把 $y=36$ 代入③，解得 $x=32$.

所以，这个方程组的解是 $\begin{cases} x=32, \\ y=36. \end{cases}$

答：六年级(1)班没有参加天文小组的有 32 人，(2)班没有参加天文小组的有 36 人.

例 4 甲、乙两车分别从相距 400 km 的 A、B 两地出发，匀速相向而行. 如果甲、乙两车同时出发，那么行驶 4 h 后两车相遇；如果甲车比乙车先出发 5 h，那么在乙车出发 2 h 后两车相遇. 求甲、乙两车的速度.

分析 可以设甲车的速度为 x km/h，乙车的速度为 y km/h. 根据题意，画出示意图(图 9-3-1)：

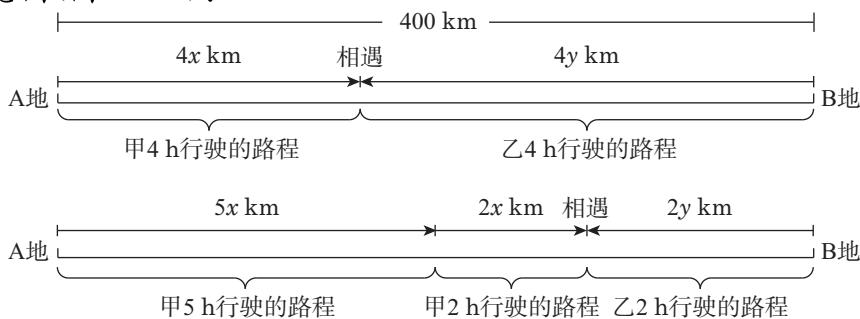


图 9-3-1

解 设甲车的速度为 x km/h, 乙车的速度为 y km/h. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 4x+4y=400, \\ 5x+2(x+y)=400. \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\begin{cases} 4x+4y=400, \\ 5x+2(x+y)=400. \end{cases} \quad \text{②}$$

由①, 得 $y=100-x$. ③

把③代入②, 得 $7x+2(100-x)=400$.

解得 $x=40$.

把 $x=40$ 代入③, 解得 $y=60$.

所以, 这个方程组的解是 $\begin{cases} x=40, \\ y=60. \end{cases}$

答: 甲车的速度为 40 km/h, 乙车的速度为 60 km/h.

课堂练习 9.3(2)

1. 甲、乙两车分别从相距 42 km 的 A、B 两地同时出发. 如果匀速同向而行, 那么甲车 2.8 h 后追上乙车; 如果匀速相向而行, 那么两车在 0.4 h 后相遇. 求甲、乙两车的速度.

2. 甲、乙两油桶, 甲桶有油 400 kg, 乙桶有油 300 kg. 现从甲、乙两桶分别倒出一部分油, 甲桶倒出的油量是乙桶剩余油量的 $\frac{2}{3}$, 乙桶倒出的油量是甲桶剩余油量的 $\frac{1}{2}$. 问: 甲、乙两桶各倒出了多少油?

例 5 小海家使用的是分时电表, 按

平时段(6:00~22:00)和谷时段(22:00~次日 6:00)分别计费, 且电费的单价谷时段比平时段便宜 0.31 元. 某月小海家平时段的用电量是 283 千瓦时, 谷时段的用电量是 127 千瓦时, 电费金额共计 210.73 元. 求分时电表平时段、谷时段每千瓦时的价格.

市电力公司		发票联		No.F 084964
本月抄表	日	户号	_____	工商注册号 3100001000333
下月抄表	日	户名	_____	供电营业厅
邮政编码	地址	_____	_____	机房号 5811
抄表员	联系人	_____	_____	_____
本月抄见数 1341 671	本月抄见数 1624 798	倍 率 1 1	用电量(千瓦时) 283 127	单 价(元/千瓦时)
本月电费金额 210.73	本月结转零头 0.00			
本月应付电费 210.73				

分析 根据题意，可列表如下：

表 9-1

时段	用电量/千瓦时	单价/元	金额/元
平时段	283	x	$283x$
谷时段	127	y	$127y$

由单价差额及总金额这两个已知量，可以列出相应的二元一次方程组.

解 设分时电表平时段每千瓦时的价格是 x 元，谷时段每千瓦时的价格是 y 元. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x - y = 0.31, \\ 283x + 127y = 210.73. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

由①，得 $x = y + 0.31$. ③

把③代入②，解得 $y = 0.3$.

把 $y = 0.3$ 代入③，解得 $x = 0.61$.

所以，这个方程组的解是 $\begin{cases} x = 0.61, \\ y = 0.3. \end{cases}$

答：分时电表平时段每千瓦时的价格是 0.61 元，谷时段每千瓦时的价格是 0.3 元.

例 6 小海 10 月份在一家超市买了 4 瓶橙汁和 8 包饼干，共花了 114 元. 11 月份，超市打折促销，一瓶橙汁的价格比 10 月份降低了 40%，一包饼干的价格比 10 月份降低了 20%. 如果小海 11 月份以 53.1 元的价格购买了 3 瓶橙汁和 5 包饼干，求 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格.

分析 根据题意，可以得到

10 月份：橙汁的单价 \times 购买橙汁的数量 + 饼干的单价 \times 购买饼干的数量 = 114；

11 月份：橙汁的单价 \times 购买橙汁的数量 + 饼干的单价 \times 购买饼干的数量 = 53.1.

设 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 x 元和 y 元，则 11 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 $(1 - 40\%)x$ 元和 $(1 - 20\%)y$ 元. 根据题意，可列出相应的二元一次方程组.

解 设 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 x 元和 y 元. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 4x + 8y = 114, \\ 3 \times (1 - 40\%)x + 5 \times (1 - 20\%)y = 53.1. \end{cases} \quad \begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}$$

化简, 得 $\begin{cases} 2x + 4y = 57, \\ 1.8x + 4y = 53.1. \end{cases} \quad \begin{matrix} ③ \\ ④ \end{matrix}$

③—④, 得 $0.2x = 3.9.$

解得 $x = 19.5.$

把 $x = 19.5$ 代入③, 解得 $y = 4.5.$

所以, 这个方程组的解是 $\begin{cases} x = 19.5, \\ y = 4.5. \end{cases}$

答: 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 19.5 元和 4.5 元.

课堂练习 9.3(3)

1. 一个两位数, 减去它各个数位上的数字之和的四倍, 等于 33. 如果把它的个位数字和十位数字交换位置, 得到的新的数比原数小 18. 求原来的两位数.

2. 电信公司现有 600 部已申请电话待装, 此外每天另有新申请电话待装. 设每天新申请的电话数相同, 如果安排 3 个装机小组, 60 天恰好完工; 如果安排 5 个装机小组, 20 天恰好完工. 问: 每天新申请装机电话多少部? 每个装机小组每天安装电话多少部?

习题 9.3



1. 某校课外活动小组购买了 4 副象棋和 6 副围棋, 共计 692 元. 已知一副围棋比一副象棋贵 22 元, 问: 一副象棋和一副围棋的价格各是多少元?

2. 甲、乙两人合作加工一批零件，这批零件的总数量为 430 个。如果甲先做 4 天后乙加入工作，两人合作再做 3 天可以完成；如果乙先做 5 天后甲加入工作，两人合作再做 2 天可以完成。问：甲、乙两人每天各加工零件多少个？
3. 已知一个两位数，十位上的数字与个位上的数字之和为 9，若在它的个位与十位之间插入一个“0”，所得的三位数是原两位数的 6 倍。求原来的两位数。
4. 学生课桌装配车间共有 9 位工人，每位工人一天能装配双人课桌 4 张或单人椅 10 把。怎样分配工作能使一天装配的课桌椅配套？



5. 一位店主希望将每千克 90 元的腰果和每千克 24 元的花生混合在一起，以获得每千克 63.6 元的坚果混合物 700 g。问：要获得这种坚果，应该将腰果与花生如何混合？
6. 已知用 3 辆 A 型车和 2 辆 B 型车装满货物一次可以运 17 t；用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车装满货物一次可以运 18 t。某公司现有一批货物，如果同时租用 4 辆 A 型车和 5 辆 B 型车，每辆车装满货物可刚好一次运完。如果每吨货物的运费为 371 元，问：该公司应付运费多少元？

9.4

简单的三元一次方程组

如果方程组中含有三个未知数，且含未知数的项都是一次项，这样的方程组就叫作**三元一次方程组**.

例如，方程组 $\begin{cases} z=4, \\ x+y+z=5, \\ 4x-2y+z=-4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 6x-y-z=3, \\ 2x-4y+8z=5, \\ 3x-6y-z=10 \end{cases}$ 都是三元一次方程组.

解三元一次方程组的基本方法是：

三元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 二元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 一元一次方程

例 1 解方程组： $\begin{cases} z=4, \\ x+y+z=5, \\ 4x-2y+z=-4. \end{cases}$ ① ② ③

解 将①分别代入②和③，整理得

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 4x-2y=-8. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=-1, \\ y=2. \end{cases}$$

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2, \\ z=4. \end{cases}$

例 2 解方程组： $\begin{cases} x-y+z=0, \\ x+y+z=-4, \\ 9x+3y+z=0. \end{cases}$ ① ② ③

解 ②-①，得 $2y=-4.$

解得 $y=-2.$

将 $y=-2$ 分别代入①和③，整理得

$$\begin{cases} x+z=-2, \\ 9x+z=6. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=1, \\ z=-3. \end{cases}$$

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-2, \\ z=-3. \end{cases}$

例 3 解方程组： $\begin{cases} x+y=-14, \\ y+z=-7, \\ x+z=19. \end{cases}$

解 ①-②，得 $x-z=-7.$

③与④组成方程组，得 $\begin{cases} x+z=19, \\ x-z=-7. \end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=6, \\ z=13. \end{cases}$

把 $x=6$ 代入①，解得 $y=-20.$

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x=6, \\ y=-20, \\ z=13. \end{cases}$

课堂练习 9.4

1. 下列方程组中，哪些是三元一次方程组？

(1) $\begin{cases} 11x-3y+6z=1, \\ 2x+4y=7z, \\ 9y-3z=0; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 4x-y+5z=2, \\ 5x+6yz=-8, \\ 2x-7y=15; \end{cases}$

$$(3) \begin{cases} \frac{8}{9}x - \frac{5}{9}y + 2z = \frac{2}{3}, \\ 3y - 9x + 18z = -5. \end{cases}$$

2. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} x = 5, \\ x + 5y - 2z = -4, \\ 4x - 3y + 2z = 1; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x + y = 22, \\ x + z = -27, \\ y + z = 13. \end{cases}$$

习题 9.4



1. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} x - y = 3, \\ x + z = 7, \\ y - z = 6; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - z = -2, \\ x + z = 2, \\ x - y + 3z = 4; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y + 2z = -2, \\ 3x - 4z = 1, \\ 2x - y + 2z = 6. \end{cases}$$



$$2. \text{解方程组: } \begin{cases} x + y - z = 5, \\ 3x + 2y + z = 2, \\ 2x - 2y + z = -3. \end{cases}$$

◎内容提要

1. 基本概念：二元一次方程，二元一次方程组，三元一次方程组。
含有两个未知数，且含未知数的项都是一次项的方程组叫作二元一次方程组。
2. 消元法：用适当的方法消去一个未知数，将二元一次方程组转化为一元一次方程进行求解。
3. 二元一次方程组可以用于解决一些实际问题。用两个未知数分别代表问题中的两个量，再根据这两个量之间的数量关系列出方程组进行求解。
4. 三元一次方程组可以通过消元化为二元一次方程组求解。

◎复习题



A

1. 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=4, \\ 5x-3y=16 \end{cases}$ 的解为 ()

A. $\begin{cases} x=2, \\ y=2; \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=4, \\ y=\frac{4}{3}; \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}; \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=\frac{7}{2}. \end{cases}$

2. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases} 3x-y=8, \\ 2x+3y=5; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 9x-7y=11, \\ 12x-7y=8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+3y=8, \\ 3x+4y=11; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=-2, \\ x+3y-2z=-1, \\ 3x-y+4z=7. \end{cases}$

3. 某个周末, 乐乐在滨江步道运动了 1 h. 他先以平均 10 km/h 的速度慢跑, 然后以平均 4 km/h 的速度散步, 总路程为 8 km. 问: 他分别花了多少时间慢跑和散步?

4. 请尝试解决《九章算术》中的一个问题: “今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四. 问人数、物价各几何?”(其大意是: 几个人一起去购买物品, 如果每人出 8 钱, 那么剩余 3 钱; 如果每人出 7 钱, 那么差 4 钱. 问: 有多少人? 物品的价格是多少?)



B

5. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} \frac{m+n}{3} - \frac{m-n}{4} = 1, \\ \frac{m+n}{3} + \frac{m-n}{4} = -3; \end{cases}$$

$$(2) 5x - 4y = 3x + 2y = 33;$$

$$(3) \begin{cases} 2x + y + z = 11, \\ 3x + 2y + 3z = 24, \\ x + 3y + 2z = 19. \end{cases}$$

6. 一家航空公司的飞机从上海飞往三亚。该航班共有 124 名乘客(不包括机组人员)，商务舱和经济舱的入座率分别为 50% 和 75%。商务舱的票价是每张 2 150 元，经济舱的票价是每张 800 元，收取的总票价是 104 600 元。问：商务舱和经济舱的座位数分别是多少？

7. 请以你的校园生活为背景，编写一道可以用二元一次方程组解决的应用题，并求解该问题。

综合 与 实践



旋转的齿轮



中国的能源生产与消费



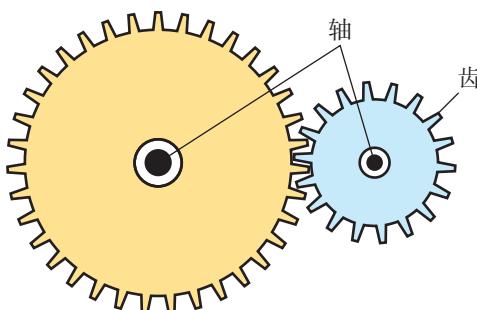
旋转的齿轮

外滩的海关大楼发出的报时钟声是上海的一个标志性城市符号，让这个城市符号准点唱响的是大钟内部成百上千个齿轮的相互驱动。齿轮不仅是机械钟表的主要零件，随着科技的发展，在自行车变速、洗衣机调速，乃至汽车变速箱、风力发电机等许多机械零部件中也发挥了关键作用。



活动 1 齿轮的齿数与转速

齿轮是一种有齿的机械构件，它们通常以两个或多个为一组。如果两个齿轮不同轴，一个轴上的齿轮的齿与另一个轴上的齿轮的齿啮合，当一个齿轮旋转时，会带动另一个齿轮旋转，如图 1 所示。



啮合是指两个机械构件间的一种传动关系。

图 1

操作并记录

请将两个齿数不同的齿轮(图 1)组装在一起.

操作 1：顺时针转动大齿轮，观察大、小齿轮的旋转方向及速度，并填写表 1.

操作 2：顺时针转动小齿轮，观察大、小齿轮的旋转方向及速度，并填写表 1.

表 1

	齿轮	齿数 (NG)	齿数比	方向 (填“顺时针” 或“逆时针”)	速度 (填“快” 或“慢”)
操作 1	大齿轮 A		$NG_A : NG_B =$		
	小齿轮 B				
操作 2	小齿轮 B		$NG_B : NG_A =$		
	大齿轮 A				

思考并计算

观察表 1，比较操作 1 中的大、小齿数比与操作 2 中相应的齿数比，你有怎样的发现？比较操作 1 中的大、小齿轮的转速比与操作 2 中相应的转速比，你又有怎样的发现？

现有一个齿数为 35 的小齿轮要配一个合适齿数的大齿轮，使得这个齿轮组合可使小齿轮的转速从 3 600 圈/分降为 1 000 圈/分. 计算出大齿轮的齿数.

问题 一般来说，不同齿轮相啮合，它们的齿间距需要保持一致. 这样一来，齿轮的齿数越多，直径就会越大. 在实际应用中，大多数设备都会受到空间的限制，增大齿轮尺寸并不是很理想的做法. 要解决这个问题，你有什么建议吗？

齿间距是指齿轮上两个齿的距离.

活动 2 惰轮

由活动 1 可见，小齿轮带动大齿轮的齿轮组合有减速的效果，那么三个齿轮啮合在一起是否会有更大的减速效果呢？

操作并记录

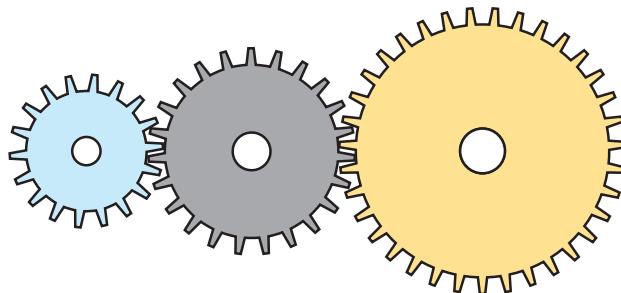


图 2

在图 1 的蓝色小齿轮和黄色大齿轮之间放置一个灰色齿轮(图 2)，原有的大、小齿轮的转速比会有怎样的影响(可利用表 2 进行推断，并比较表 1)？

表 2

	齿数	转速比	方向(填“顺时针”或“逆时针”)	速度(按从快到慢排序)
蓝色	顺时针		顺时针	
灰色				
黄色				

问题 在小齿轮带动大齿轮的情况下，比较图 1 和图 2 中的大齿轮的转动方向，请说明你的发现和理由。

图 2 中间的灰色齿轮称为“惰轮”。单纯增加一个或多个这样的惰轮，无法进一步降速，但可能改变大齿轮的转动方向。根据活动 1 和活动 2 的结论，对不同大小的齿轮做怎样的组合可以使尾端的齿轮(如图 2 中的黄色齿轮)减速，同时还能与起始的齿轮(如图 2 中的蓝色齿轮)有相同的转动方向呢？

○ 拓展活动 复合轮系

观察图 3 中间的那个齿轮，这是一种新的齿轮设计，不妨称之为“复合轮系”。它由 60 齿的齿轮 B 和 18 齿的齿轮 C 叠接而成。另两个齿轮，分别是 32 齿的齿轮 A 和 42 齿的齿轮 D。观察可知，齿轮 A 的转动可带

叠接是将连接的构件相互重叠连接成整体的方式。

动齿轮 B 的旋转，而齿轮 C 的转动则可带动齿轮 D 的旋转。

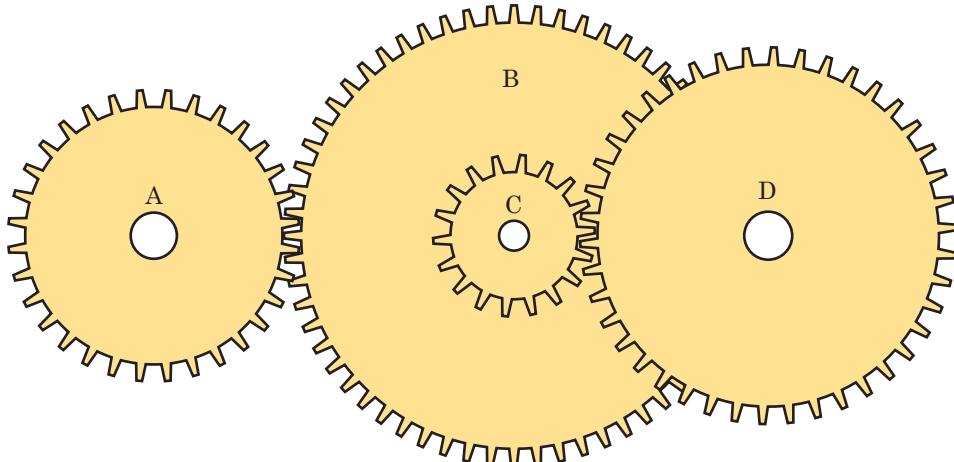


图 3

请研究图 3 的齿轮组合中齿轮 A 和齿轮 D 的转速比。如果齿轮 A 的转速为 7 000 圈/分，通过这个齿轮组合，齿轮 D 的转速是多少？降速率为多少
(提示：降速率 = $\frac{\text{小齿轮的转速} - \text{大齿轮的转速}}{\text{小齿轮的转速}} \times 100\%$)？

问题 请使用图 4 中的四个不同齿数的齿轮设计出尽可能多的具有不同转速比的齿轮组合，绘制出你们的设计图，并说明首尾齿轮的转速比。

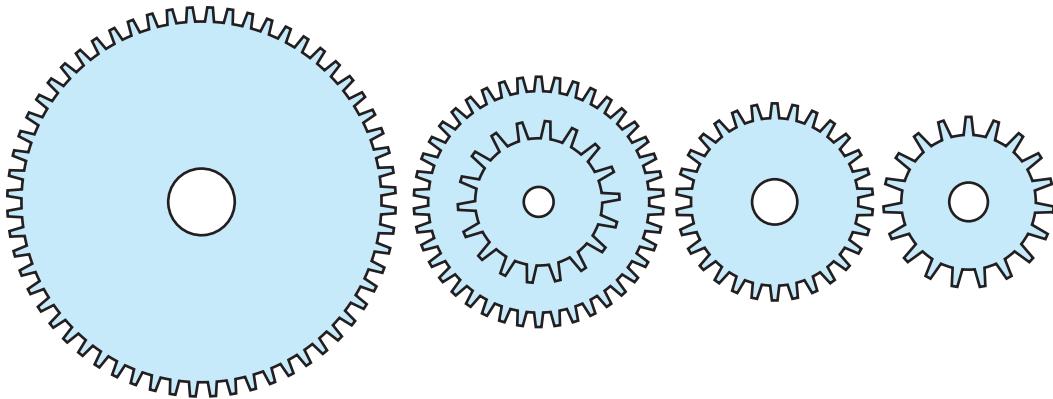


图 4



中国的能源生产与消费

能源是经济社会发展的重要物质基础。我国既是世界上最大的能源生产国，也是最大的能源消费国，节能降耗，势在必行。

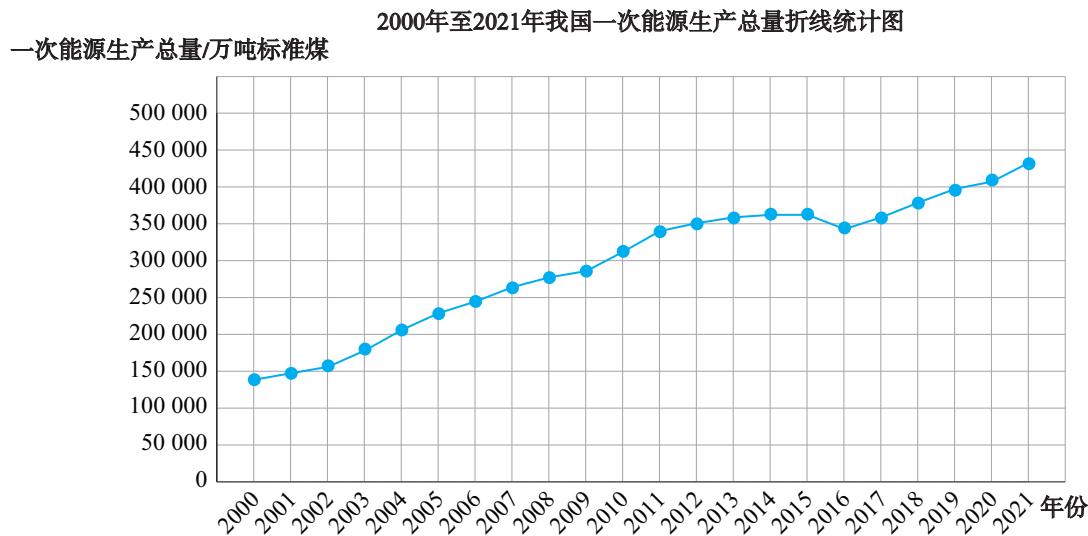
活动 1 能源生产总量与人均能源生产量

图 1 和图 2 是根据国家统计局 2022 年发布的我国一次能源生产总量与人均能源生产量数据所绘制的折线统计图。其中，一次能源生产总量指的是一定时期内，全国原煤、原油、天然气、水电、核能及其他动力能(如风能、地热能等)发电量等折合成标准煤当量的总和。人均能源生产量则是按年平均人口数计算而得。

问题 1 图 1 和图 2 的计量单位是什么？是否相同？为什么？

问题 2 图 1 和图 2 中数据的地域范围和年份跨度分别是什么？

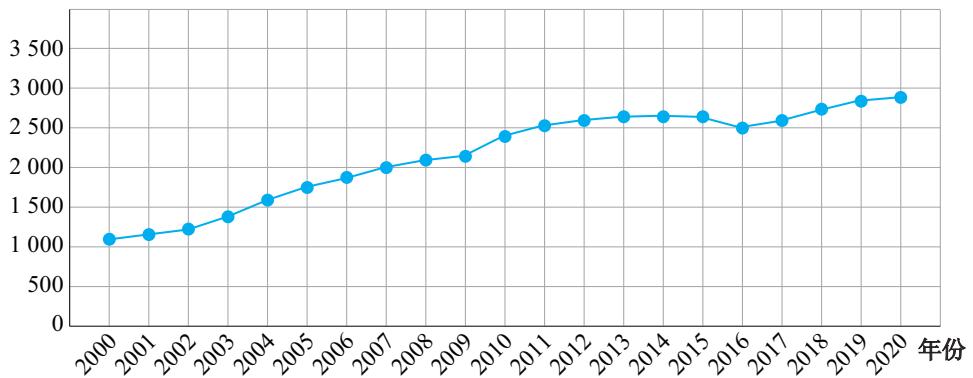
问题 3 比较图 1 和图 2，你认为哪幅图能更好地反映我国能源的生产情况？为什么？



注：图中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

图 1

2000年至2020年我国人均能源生产量折线统计图
人均能源生产量/千克标准煤



注：图中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

图 2

活动 2 我国的能源消费

表 1 给出了国家统计局 2022 年发布的我国一次能源生产总量、人均能源生产量和人均能源消费量的数据。

表 1 2000 年至 2021 年我国的能源生产与能源消费统计表

年份	一次能源生产总量 /万吨标准煤	人均能源生产量 /千克标准煤	人均能源消费量 /千克标准煤
2000	138 570	1 097.0	1 156.0
2001	147 425	1 159.0	1 223.0
2002	156 277	1 221.0	1 324.0
2003	178 299	1 384.0	1 530.0
2004	206 108	1 590.0	1 777.0
2005	229 037	1 757.0	2 005.0
2006	244 763	1 867.0	2 185.0
2007	264 173	2 005.0	2 363.0
2008	277 419	2 094.0	2 420.0
2009	286 092	2 149.0	2 525.0

(续表)

年份	一次能源生产总量 /万吨标准煤	人均能源生产量 /千克标准煤	人均能源消费量 /千克标准煤
2010	312 125	2 399.0	2 696.0
2011	340 178	2 531.0	2 880.0
2012	351 041	2 599.0	2 977.0
2013	358 784	2 643.0	3 071.0
2014	362 212	2 655.0	3 140.0
2015	362 193	2 641.0	3 166.0
2016	345 954	2 509.0	3 202.0
2017	358 867	2 588.0	3 288.0
2018	378 859	2 720.0	3 388.0
2019	397 317	2 843.0	3 488.0
2020	407 295	2 886.0	3 531.0
2021	433 000	—	—

注：表中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

问题1 请根据表1，计算2000年至2020年我国一次能源生产总量和人均能源消费量的增长率。比较这两个值，你发现了什么？

问题2 请根据表1，选择适当的统计图，比较2000年至2021年我国能源的生产与消费，并解释它们之间的关系。

活动3 我国的能源消费结构

根据一次性能源的构成，表2是国家统计局2022年发布的各类能源消费占比的数据。

表2 2000年至2021年我国各类能源的消费占比

年份	煤炭消费占比	石油消费占比	天然气消费占比	其他能源消费占比
2000	68.5%	22.0%	2.2%	7.3%
2001	68.0%	21.2%	2.4%	8.4%

(续表)

年份	煤炭消费占比	石油消费占比	天然气消费占比	其他能源消费占比
2002	68.5%	21.0%	2.3%	8.2%
2003	70.2%	20.1%	2.3%	7.4%
2004	70.2%	19.9%	2.3%	7.6%
2005	72.4%	17.8%	2.4%	7.4%
2006	72.4%	17.5%	2.7%	7.4%
2007	72.5%	17.0%	3.0%	7.5%
2008	71.5%	16.7%	3.4%	8.4%
2009	71.6%	16.4%	3.5%	8.5%
2010	69.2%	17.4%	4.0%	9.4%
2011	70.2%	16.8%	4.6%	8.4%
2012	68.5%	17.0%	4.8%	9.7%
2013	67.4%	17.1%	5.3%	10.2%
2014	65.8%	17.3%	5.6%	11.3%
2015	63.8%	18.4%	5.8%	12.0%
2016	62.2%	18.7%	6.1%	13.0%
2017	60.6%	18.9%	6.9%	13.6%
2018	59.0%	18.9%	7.6%	14.5%
2019	57.7%	19.0%	8.0%	15.3%
2020	56.9%	18.8%	8.4%	15.9%
2021	56.0%	18.5%	8.9%	16.6%

注：1. 表中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

2. 其他能源包括水电、核电和风电等类能源。

问题 请选用适当的统计图呈现 2000 年至 2021 年我国各类能源消费占比的整体水平。根据 2000 年至 2021 年我国各类能源消费占比的变化，思考我们可以采取哪些措施来节能减排。

附录

部分中英文词汇索引

5. 比与比例

比	ratio	2
比值	value of ratio	2
百分数	percentage	15

6. 圆与扇形

半径	radius	30
直径	diameter	30
圆的周长	circumference	32
弧	arc	34
半圆	semi-circle	34
圆心角	central angle	34
圆的面积	area of circle	39
扇形	sector	43

8. 圆柱与圆锥

圆柱(体)	cylinder	84
圆锥	cone	91

9. 二元一次方程组

二元一次方程	linear equation with two unknowns	104
消元法	Gauss elimination	108

后记

本套教科书根据教育部颁布的《义务教育数学课程标准(2022年版)》编写。

本册教科书是六年级下册。在主编李大潜的主持下，由徐斌艳任本册主编，编写人员分别为：

徐晓燕、张向韵、李文侠(第5章)，徐晓燕、张向韵、李文侠(第6章)，
徐晓燕、张向韵、李文侠(第7章)，胡军、陈月兰、朱雁(第8章)，高洁、吴颖康、
李文侠(第9章)，朱雁(综合与实践)。

感谢编写团队的团结协作和不懈努力，并对王建磐教授的协助表示衷心的
谢忱。

编写过程中，上海市课程教育教学研究基地(中小学课程方案基地)、上海市心理教育教学研究基地、上海基础教育教材建设重点研究基地、两个上海市数学教育教学研究基地(分别设在复旦大学和华东师范大学)等上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地对教科书编写工作给予了大力支持，在此表示衷心的感谢。

我们要感谢一直支持、关心和帮助我们工作的同志和朋友们。大家的热忱
指导和帮助，我们定会铭记于心，并化为我们的工作动力。

欢迎广大师生来电来函提出宝贵意见。

联系电话：021-64319241(内容) 021-64373213(印刷或装订)

电子邮箱：jcjy@seph.com.cn

地 址：上海市闵行区号景路159弄C座上海教育出版社(201101)



SHUXUE

数学
六年级 下册



绿色印刷产品

ISBN 978-7-5720-3210-3

9 787572 032103 >

定 价： 9.35 元