



九年义务教育课本

九年级 第一学期
(试用本)

上海教育出版社

SHUXUE

数学

练习部分

LIANXI
BUFEN

学校 _____

班级 _____

姓名 _____

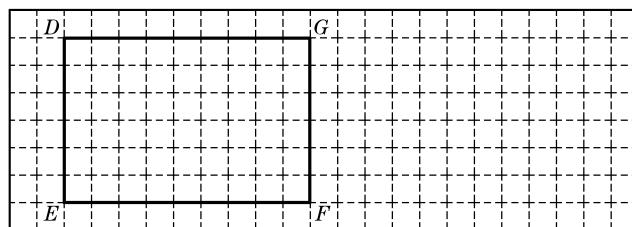
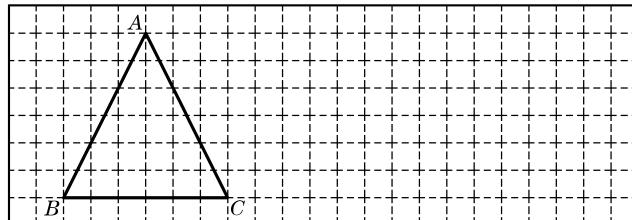
学号 _____



第二十四章 相似三角形

习题 24.1

1. 在下列方格图中, 分别画出一个与 $\triangle ABC$ 、四边形 $DEFG$ 相似的图形.



2. 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似, 并且点 A 与点 A' 、点 B 与点 B' 、点 C 与点 C' 是对应顶点, 其中 AB 、 BC 、 CA 的长分别为 6 厘米、8 厘米、10 厘米, $A'B'$ 的长为 4 厘米, 求 $B'C'$ 、 $C'A'$ 的长.

3. (1) 四个内角都对应相等的两个四边形一定相似吗? 为什么?
(2) 所有的等边三角形都一定相似吗? 所有的菱形呢? 为什么?

习 题 24.2(1)

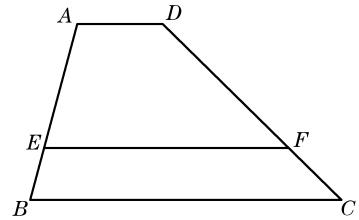
1. A 、 B 两地的实际距离 $AB=250$ 米, 画在地图上的距离 $A'B'=5$ 厘米. 求地图上的距离与实际距离的比.

2. 已知 a 、 b 、 c 、 d 是比例线段, 其中 $a=12$ 厘米, $b=3$ 厘米, $c=4$ 厘米, 求线段 d 的长.

3. 已知: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, 求证: $\frac{b-a}{b}=\frac{d-c}{d}$.

4. 已知:如图,点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上, $\frac{AE}{EB} = \frac{DF}{FC}$.

求证:(1) $\frac{AB}{EB} = \frac{DC}{FC}$. (2) $\frac{AB}{AE} = \frac{DC}{DF}$.



5. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{2}{3}$, 且 $A'B' + B'C' + C'A' = 24$ 厘米, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

习 题 24.2(2)

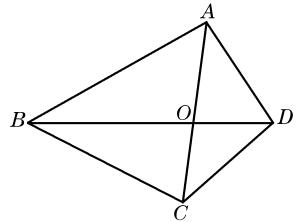
1. 填空：

(1) 已知点 P 是线段 AB 上的黄金分割点, $AP > PB$, $AB = 4$ 厘米, 那么线段 AP 、 PB 的长分别是 _____ 厘米和 _____ 厘米.

(2) 已知点 P 是线段 AB 上的黄金分割点, 被分得的较长的线段 $PB = 4$ 厘米, 那么较短的线段 $PA =$ _____ 厘米, $AB =$ _____ 厘米.

2. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O .

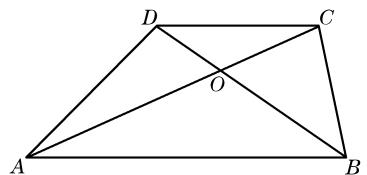
求证: $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOD}} = \frac{S_{\triangle COB}}{S_{\triangle COD}}$.



3. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\triangle AOB$ 的面积等于 9 平方厘米, $\triangle AOD$ 的面积等于 6 平方厘米.

(1) 求 $\triangle BOC$ 的面积.

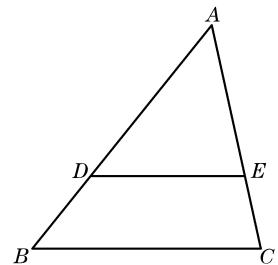
(2) 求 $\frac{DO}{OB}$ 和 $\frac{CO}{OA}$ 的值.



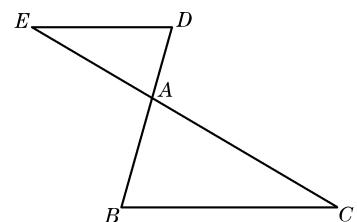
习 题 24.3(1)

1. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$,点 D,E 分别在边 AB,AC 上.

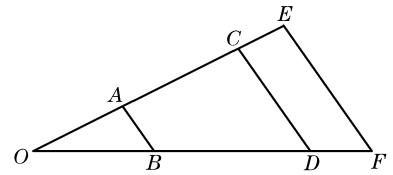
- (1) 如果 $AD=5, DB=3, AE=4$,求 EC 的长.
- (2) 如果 $AB=9, AD=6, AE=4$,求 AC 的长.
- (3) 如果 $AC=12, EC=4, DB=5$,求 AB 的长.



2. 如图,已知 BD 与 CE 相交于点 $A, ED \parallel BC, AB=8, AC=12, AD=6$,求 AE 的长.

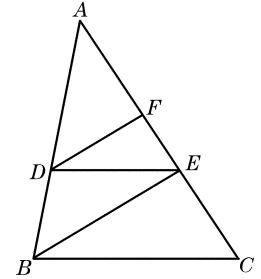


3. 如图,已知 $AB//CD//EF$, $OB=16$, $BD=20$, $AC=15$, $CE=6$,求 OA 、 DF 的长.



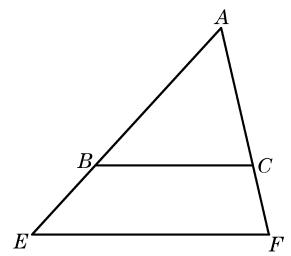
4. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 AB 上,点 E 、 F 在边 AC 上,且 $DE//BC$, $DF//BE$.

求证: $\frac{AF}{AE}=\frac{AE}{AC}$.



习题 24.3(2)

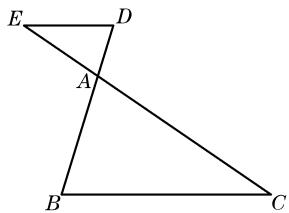
1. 如图,已知 $\triangle ABC$, $BC//EF$,点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 的延长线上, $AB=6$, $BC=4$, $BE=3$, $CF=2$. 求 AC 、 EF 的长.



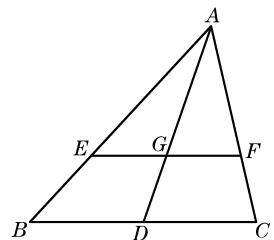
2. 如图,已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BA 、 CA 的延长线上,且 $DE \parallel BC$.

(1) 如果 $AD=3$, $AB=6$, $DE=4$, 求 BC 的长.

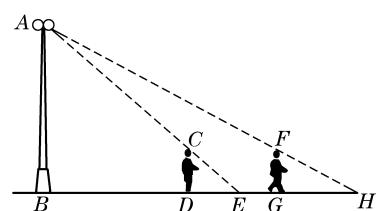
(2) 如果 $\frac{DE}{BC}=\frac{2}{5}$, $CE=14$, 求 AE 的长.



3. 如图,已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, EF 过点 G 且平行于 BC ,分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F . 求 $AF : FC$ 和 $EF : BC$ 的值.



4. 如图,花丛中一根灯杆 AB 上有一盏路灯 A . 灯光下,小明在 D 点处的影长 $DE=3$ 米,沿 BD 方向走到点 G , $DG=5$ 米,这时小明的影长 $GH=4$ 米. 如果小明的身高为 1.7 米,求路灯 A 离地面的高度.



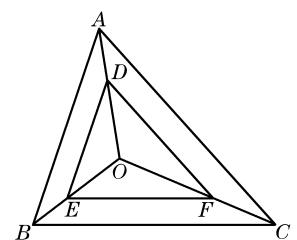
习 题 24.3(3)

1. 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, $AD=3$ 厘米, $DB=4$ 厘米, $AE=1.8$ 厘米, $CE=2.4$ 厘米. 那么 DE 与 BC 是否平行?

2. 已知: 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 的延长线上, $BD=2AB$, $CE=2AC$.
求证: $DE \parallel BC$.

3. 已知: 如图, 点 O 在 $\triangle ABC$ 内部, 点 D 、 E 、 F 分别在线段 OA 、 OB 、 OC 上, 且 $DE \parallel AB$, $EF \parallel BC$.

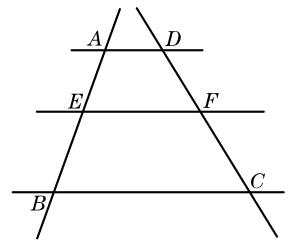
求证: $DF \parallel AC$.



习 题 24.3(4)

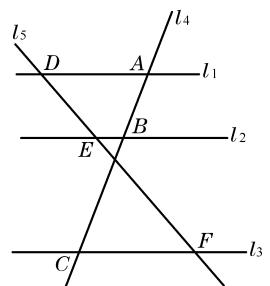
1. 如图,已知 $AD \parallel EF \parallel BC$.

- (1) 如果 $AE=4, DF=5, EB=6$,求 FC 的长.
- (2) 如果 $AE : EB = 2 : 3, FC=6$,求 DF 的值.



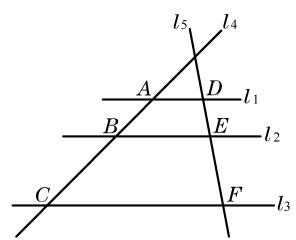
2. 如图,已知直线 l_1, l_2, l_3 分别截直线 l_4 于点 A, B, C ,截直线 l_5 于点 D, E, F ,且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$.

- (1) 如果 $AB=4, BC=8, DE=6$,求 EF 的长.
- (2) 如果 $DE : EF = 2 : 3, AC=15$,求 AB 的长.

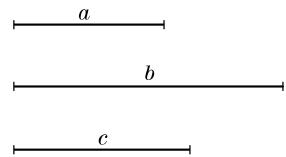


3. 已知:如图,直线 l_1, l_2, l_3 分别截直线 l_4 于点 A, B, C ,截直线 l_5 于点 D, E, F ,且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$.

求证: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$.

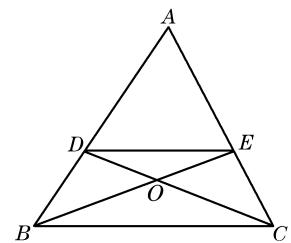


4. 已知线段 a 、 b 、 c . 求作线段 x , 使 $ab=cx$.



习 题 24.4(1)

1. 如图,已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, CD 与 BE 相交于点 O . 那么,图中有哪几对三角形是相似三角形?



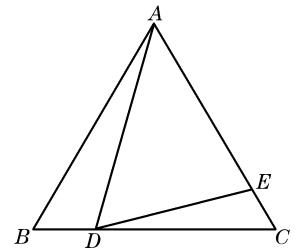
2. 求证:底角对应相等的两个等腰三角形相似.

3. 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的高.

求证: $\triangle ACD \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$.

4. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D, E 分别在边 BC, AC 上, $\angle ADE=60^\circ$.

求证: $\triangle ABD \sim \triangle DCE$.



习题 24.4(2)

1. 根据下列条件判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似, 如果相似, 请用符号表示出来.

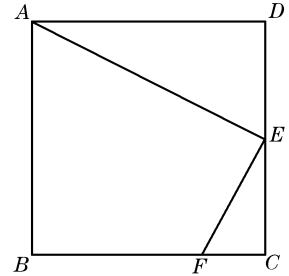
(1) $\angle A=\angle D, AB=12$ 厘米, $AC=15$ 厘米, $DE=4$ 厘米, $DF=5$ 厘米.

(2) $\angle A=\angle E, AB=12$ 厘米, $AC=15$ 厘米, $ED=20$ 厘米, $EF=16$ 厘米.

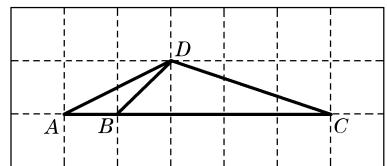
(3) $\angle A=\angle E, AB=12$ 厘米, $AC=15$ 厘米, $DE=4$ 厘米, $DF=5$ 厘米.

2. 两个等腰三角形一定相似吗？顶角对应相等的两个等腰三角形相似吗？为什么？

3. 已知：如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 CD 的中点，点 F 在边 BC 上，且 $BC=4CF$.
求证： $\triangle ADE \sim \triangle ECF$.



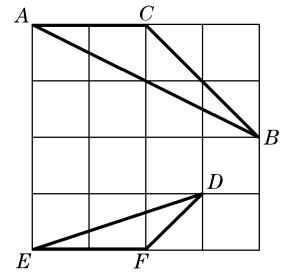
4. 如图，方格纸上各方格的边长为 1 个单位，点 A, B, C, D 在小正方形顶点的位置上，试判断 $\triangle ADB$ 与 $\triangle ACD$ 是否相似，并说明理由.



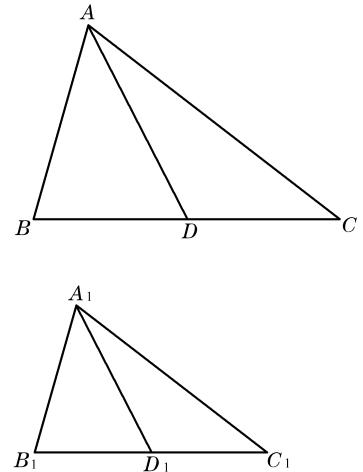
习题 24.4(3)

1. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AB=2$ 厘米， $BC=3$ 厘米， $CA=4$ 厘米， $DE=7.5$ 厘米， $EF=10$ 厘米， $FD=5$ 厘米. 这两个三角形相似吗？为什么？

2. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 在 4×4 的正方形网格中, 它们的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点位置. 试判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是否相似, 并证明你的结论.

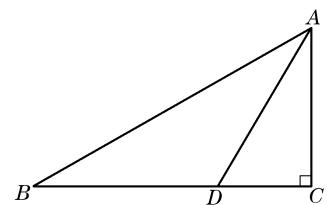


3. 已知: 如图, AD 、 A_1D_1 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中线, 且 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.
求证: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.



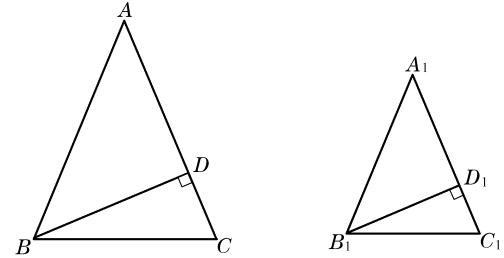
习题 24.4(4)

1. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在边 BC 上, 且 $\frac{AB}{DA} = \frac{BC}{AC}$.
求证: $\angle B = \angle DAC$.

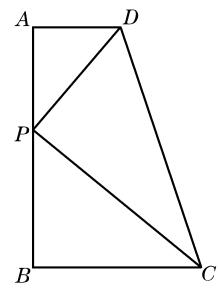


2. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC,A_1B_1=A_1C_1,BD \perp AC,B_1D_1 \perp A_1C_1$,垂足分别为点 D,D_1 ,且 $\frac{BD}{B_1D_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$.

求证: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.



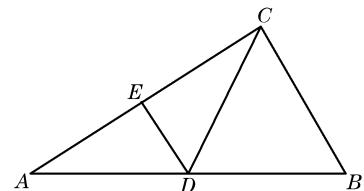
3. 如图,已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC,\angle A=90^\circ,AD=2,BC=3,AB=7,P$ 是边 AB 上的一点.当点 P 在何处时, $\triangle APD$ 与 $\triangle BPC$ 相似?



习题 24.4(5)

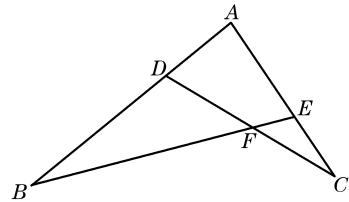
1. 已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ,D,E$ 分别是边 AB,AC 的中点.

求证: $\triangle ABC \sim \triangle CDE$.

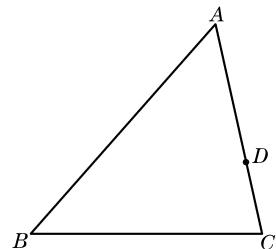


2. 已知:如图,点 D 、 E 分别在线段 AB 和 AC 上, $AD \cdot AB = AE \cdot AC$, 点 F 是 BE 与 CD 的交点.

求证: $\triangle FDB \sim \triangle FEC$.



3. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中,点 D 在边 AC 上, $AB=12$ 厘米, $AC=8$ 厘米, $AD=6$ 厘米. 当点 P 在边 AB 上的什么位置时, $\triangle ADP$ 与 $\triangle ABC$ 相似?



习题 24.5(1)

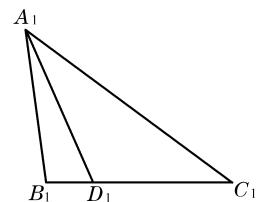
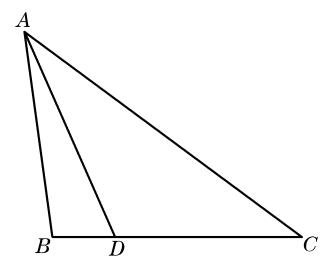
1. 已知一个三角形的三边之比为 $2:3:4$, 与它相似的另一个三角形的最大边长为 20 厘米, 那么另一个三角形其他两边的长分别是 _____ 厘米和 _____ 厘米.

2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 顶点 A, B, C 分别与 A_1, B_1, C_1 对应, $AC=12$ 厘米, $A_1C_1=8$ 厘米, $\triangle ABC$ 的高 AD 为6厘米. 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 的高 A_1D_1 .

3. 求证: 相似三角形对应中线的比等于相似比.

4. 已知: 如图, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 顶点 A, B, C 分别与 A_1, B_1, C_1 对应, 点 D, D_1 分别在边 BC, B_1C_1 上, 且 $BD=\frac{1}{3}DC, B_1D_1=\frac{1}{3}D_1C_1$.

求证: $\frac{AD}{A_1D_1}=\frac{AB}{A_1B_1}$.

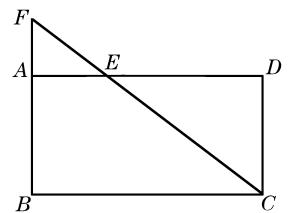


习 题 24.5(2)

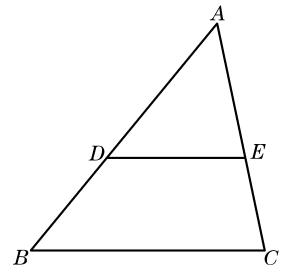
1. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 顶点 A, B, C 分别与 A_1, B_1, C_1 对应, 它们的周长分别为 30 厘米和 36 厘米, 且 $BC=10$ 厘米, $A_1C_1=9$ 厘米. 求 AC, B_1C_1 的长.

2. 已知 $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$, 顶点 A, B, C 分别与 A', B', C' 对应, $AB=6$ 厘米, $BC=9$ 厘米, $CA=12$ 厘米, $\triangle A'B'C'$ 的周长为 81 厘米. 求 $\triangle A'B'C'$ 的各边长.

3. 如图, 已知 E 是矩形 $ABCD$ 的边 AD 上的点, $AE : ED = 1 : 2$, CE 与 BA 的延长线交于点 F . 求 $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle FBC}}$ 的值.



4. 如图,已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上, $DE \parallel BC$, $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 } DBCE} = 1 : 2$. 求 $AD : DB$.



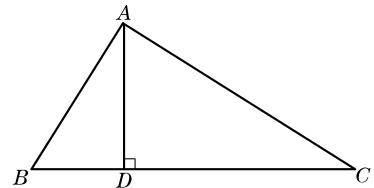
习题 24.5(3)

1. 已知两个相似三角形的一组对应边长分别是 35 厘米和 14 厘米.

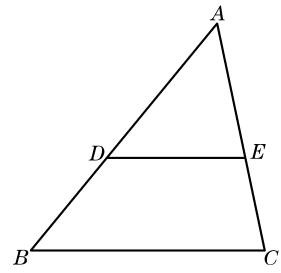
(1) 如果它们的周长相差 60 厘米,求这两个三角形的周长.

(2) 如果它们的面积相差 420 平方厘米,求这两个三角形的面积.

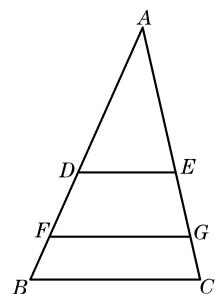
2. 如图,已知 AD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 BC 上的高, $AC=20$, $AB=15$. 求 AD 、 BD 、 CD 的长.



3. 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上, $DE \parallel BC$, $\triangle ABC$ 的面积为 S , $BC = a$, $\triangle ADE$ 的面积为 S_1 . 求 DE 的长(用字母 S 、 S_1 、 a 的代数式表示).



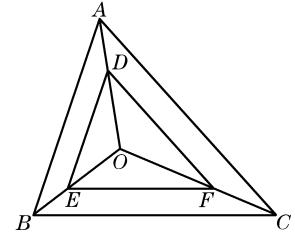
4. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 F 在边 AB 上,点 E 、 G 在边 AC 上,平行于 BC 的直线 DE 和 FG 将 $\triangle ABC$ 的面积分成相等的三部分, $BC=15$ 厘米. 求 DE 、 FG 的长.



习题 24.5(4)

1. 把同一个三角形地块按不同的比例尺画成甲乙两个图. 设甲图的比例尺为 $1:200$, 乙图的比例尺为 $1:1000$, 求甲图与乙图的相似比和面积比.

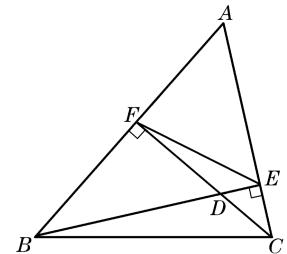
2. 已知:如图,点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部,点 D, E, F 分别在线段 OA, OB, OC 上, $\frac{OD}{OA} = \frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OC}$.
求证: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



3. 已知:如图, BE, CF 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC, AB 上的高, BE 与 CF 相交于点 D .

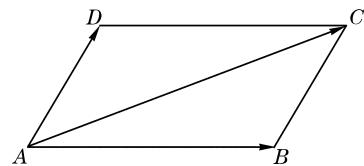
(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle AEF$.

(2) 如果 $\angle A = 60^\circ$, 求 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.



习题 24.6(1)

1. 如图,已知平行四边形 $ABCD$,设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}$,在图中画出向量 $\frac{2}{3}\vec{a}, -\frac{1}{2}\vec{b}, \frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$.



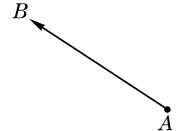
2. 判断下列语句是否正确,如果不正确,请改正.

(1) 如果 m, n 为实数, \vec{a} 是非零向量,那么 $m\vec{a}, n\vec{a}, m\vec{a} + n\vec{a}$ 都是向量.

(2) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\frac{1}{3}\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a})$.

(3) 如果平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$.

3. 已知向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, 求作向量 $\overrightarrow{OC} = -2\vec{a}, \overrightarrow{PQ} = \frac{2}{3}\vec{a}$.



4. 如果实数 m, n 都不为零,且 $m \neq n, \vec{a}$ 是非零向量,那么向量 $m\vec{a}$ 与 $n\vec{a}$ 是否平行? 为什么?

习 题 24.6(2)

1. 已知 $\triangle ABC$ 中, BC 、 CA 、 AB 的中点分别为 D 、 E 、 F , 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$.

(1) 用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 分别表示向量 \overrightarrow{AD} 、 \overrightarrow{BE} 、 \overrightarrow{CF} .

(2) 求 $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$.

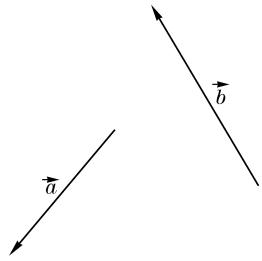
2. 计算:

$$(1) 2(-2\vec{a} + 3\vec{b}) + (\vec{a} - 2\vec{b}).$$

$$(2) (\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}) - 2(3\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}) - \vec{b}.$$

$$(3) \frac{3}{2}(\vec{b} + 2\vec{a} - \vec{c}) + \frac{2}{3}(3\vec{a} + 6\vec{b} - \vec{c}) - \frac{1}{2}\vec{c}.$$

3. 如图,已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} ,求作 $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$.



4. 已知向量关系式 $2\vec{a}+6(\vec{b}-\vec{x})=\vec{0}$,试用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示向量 \vec{x} .

习 题 24.6(3)

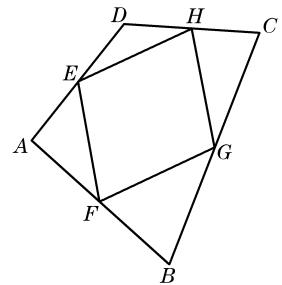
1. 已知一个单位向量 \vec{e} ,设 \vec{a} 、 \vec{b} 是非零向量,则下列等式中正确的是 ()
- (A) $|\vec{a}|\vec{e}=\vec{a}$; (B) $|\vec{e}|\vec{b}=\vec{b}$;
- (C) $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\vec{e}$; (D) $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$.
2. 已知 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$,且 \vec{b} 与 \vec{a} 反向,试用向量 \vec{b} 表示向量 \vec{a} .

3. 已知 $2\vec{a} + \vec{b} = -2\vec{c}$, $3\vec{a} - 5\vec{b} = 2\vec{c}$, 那么向量 \vec{a} 与 \vec{b} 是否平行?

4. 设 \vec{a} 与 \vec{b} 是两个不平行的向量, 用几何作图方法验证: $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$.

5. 如图, 已知四边形 $ABCD$, E, F, G, H 分别为各边的中点.

- (1) 用向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 表示向量 \overrightarrow{EF} , 用向量 $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}$ 表示向量 \overrightarrow{HG} .
- (2) 由 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB}$, 可推出向量 \overrightarrow{EF} 与 \overrightarrow{HG} 相等吗? 可知四边形 $EFGH$ 是平行四边形吗? 说明你的结论及理由.



习 题 24.7(1)

1. 已知矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\overrightarrow{BC}=5\vec{a}$, $\overrightarrow{DC}=3\vec{b}$, 那么 ()

(A) $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}(5\vec{a}-3\vec{b})$; (B) $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}(5\vec{a}+3\vec{b})$;

(C) $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}(3\vec{b}-5\vec{a})$; (D) $\overrightarrow{BO}=(5\vec{a}-3\vec{b})$.

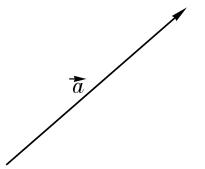
2. 已知点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上, 且 $DE \parallel BC$, $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, 试用向量 \vec{a}, \vec{b} 表示向量 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{EC}$.

3. 已知向量关系式 $\frac{1}{3}(\vec{a}-\vec{x})=2\vec{b}+6\vec{x}$, 试用向量 \vec{a}, \vec{b} 表示向量 \vec{x} .

4. 如图, 已知向量 \vec{a}, \vec{b} , 求作向量:

(1) $\left(\frac{3}{2}\vec{a}-\vec{b}\right)+3\vec{b}$.

(2) $\left(\frac{3}{2}\vec{a}-2\vec{b}\right)-2\left(\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}\right)$.



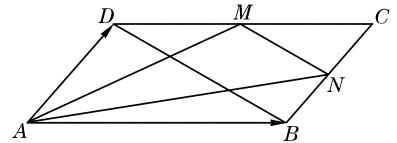
习 题 24.7(2)

1. 填空：

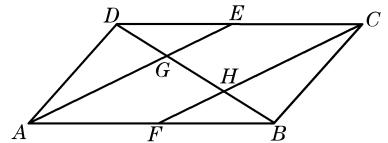
(1) 已知非零向量 \vec{a} , 向量 $\vec{b} = -5\vec{a}$, 那么向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的方向是 _____, 它们的关系是 _____.

(2) 已知 \vec{a}, \vec{b} 是两个不平行的向量, $\vec{c} = -\vec{a} + 5\vec{b}$, 那么向量 \vec{c} 在 \vec{a}, \vec{b} 方向上的分向量分别是 _____.

2. 如图, 已知平行四边形 ABCD 中, 点 M、N 分别是边 DC、BC 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 求向量 \overrightarrow{MN} 、 \overrightarrow{BD} 分别在 \vec{a}, \vec{b} 方向上的分向量.



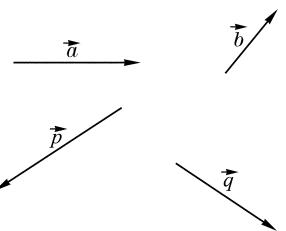
3. 如图, 已知平行四边形 ABCD 中, E、F 分别是边 DC、AB 的中点, AE、CF 分别与对角线 BD 相交于点 G、H, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 分别求向量 \overrightarrow{GE} 、 \overrightarrow{CH} 关于 \vec{a}, \vec{b} 的分解式.



4. 如图, 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 和 \vec{p}, \vec{q} , 求作:

(1) 向量 \vec{p} 分别在 \vec{a}, \vec{b} 方向上的分向量.

(2) 向量 \vec{q} 分别在 \vec{a}, \vec{b} 方向上的分向量.



复习题

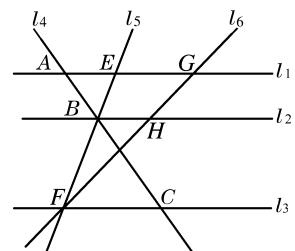
A 组

1. 已知点 P 在线段 AB 上, 且 $AP : PB = 2 : 5$, 那么 $AB : PB = \underline{\hspace{2cm}}$, $AP : AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

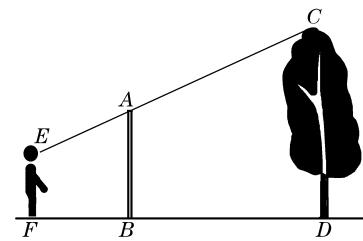
2. 求等边三角形的高与边长的比值.

3. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{3}{5}$, 且 $A'B' + B'C' + C'A' = 30$ 厘米, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

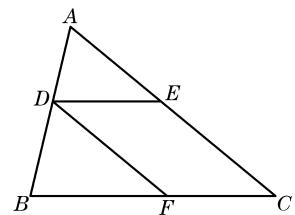
4. 如图, 已知, 直线 l_1 、 l_2 、 l_3 依次截直线 l_4 于点 A 、 B 、 C , 截直线 l_5 于点 E 、 F 、 G , 截直线 l_6 于点 H 、 I 、 J , 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $BE = 2$, $BF = 4$, $AB = 2.5$, $FG = 9$. 求 BC 、 FH 、 GH 的长.



5. 如图,竖立在点 B 处的标杆 $AB=2.5$ 米,某观察者站立在点 F 处,从点 E 处看到杆顶 A 、树顶 C 在一直线上(点 F 、 B 、 D 也在一直线上).已知 $BD=4.4$ 米, $FB=2.2$ 米,人的眼睛离地面的距离 $EF=1.5$ 米,求树高.

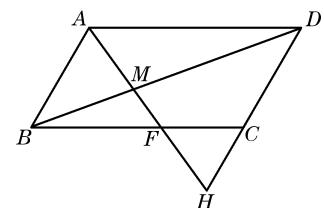


6. 如图,已知点 D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 、 BC 上, $DE \parallel BC$ 、 $DF \parallel AC$, $AE=6$, $CE=8$. 求 $BF : FC$ 的值.

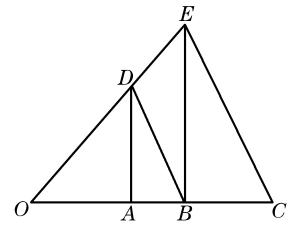


7. 已知:如图, M 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点,射线 AM 与 BC 交于点 F ,与 DC 的延长线交于点 H .

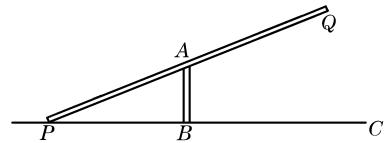
求证: $AM^2 = MF \cdot MH$.



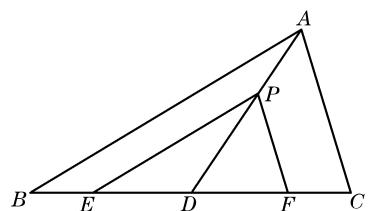
8. 已知:如图,在 $\triangle OCE$ 中,点A、B在边OC上,点D在边OE上, $OB^2=OA \cdot OC$, $AD \parallel BE$.
求证: $DB \parallel EC$.



9. 跷跷板PQ的直立支柱AB的高度为0.4米,直线BC表示地面.
(1) 当支点A为跷跷板PQ的中点时,跷跷板的一端Q可达到的最大高度是多少米?
(2) 平移支柱AB的位置,使跷跷板的一端Q的最大高度达到1.0米,这时支点A分PQ所成两段中较长一段与较短一段的长度的比值是多少?

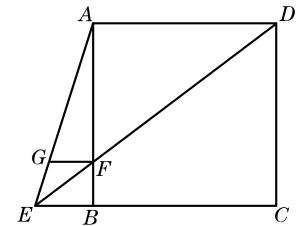


10. 已知:P是 $\triangle ABC$ 的中线AD上的一点, $PE \parallel AB$, $PF \parallel AC$, PE 、 PF 分别与BC相交于点E、F.
求证: $BE=CF$.

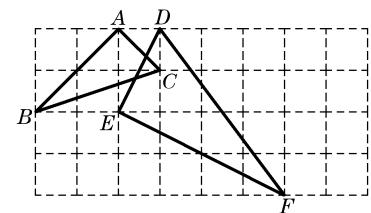


11. 已知:如图,点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CB 的延长线上, DE 与边 AB 相交于点 F , $FG \parallel BE$, FG 与 AE 相交于点 G .

求证: $GF = BF$.

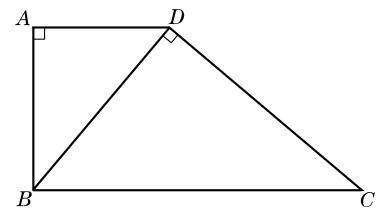


12. 如图,方格纸上的方格为边长为 1 个单位, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在方格的格点位置. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似吗? 若相似请证明;若不相似,请说明理由.



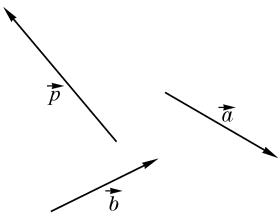
13. 已知:如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $BD \perp DC$.

求证:(1) $\triangle ABD \sim \triangle DCB$. (2) $BD^2 = AD \cdot BC$.



14. 如图,已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 和 \vec{p} ,求作:

- (1) 向量 $-3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.
- (2) 向量 \vec{p} 分别在 \vec{a} 、 \vec{b} 方向上的分向量.



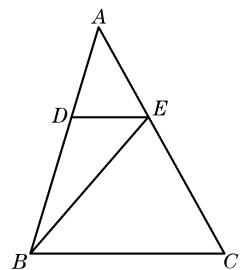
15. 计算:

$$(1) -\frac{2}{3}(2\vec{a}+3\vec{b})-\frac{1}{3}\left(-\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}\right). \quad (2) 2(-2\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c})+(\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{c}).$$

B 组

1. 如图,已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上.

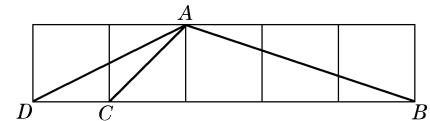
- (1) 如果 $DE \parallel BC$, 且 $S_{\triangle ADE} = 4$, $S_{\triangle BCE} = 24$, 求 $S_{\triangle BDE}$.
- (2) 如果 $S_{\triangle ADE} = S_1$, $S_{\triangle BDE} = S_2$, 那么当 $S_{\triangle BCE}$ 与 S_1 、 S_2 满足什么等量关系时, DE 与 BC 一定平行?



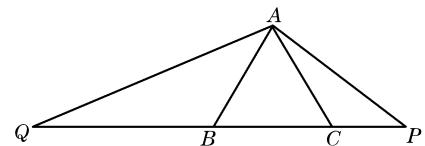
2. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为20厘米、50厘米、60厘米,现要利用长度分别为30厘米和60厘米的细木条各一根,做一个与 $\triangle ABC$ 相似的三角形木架,要求以其中一根为一边,将另一根截成两段(允许有余料)作为另外两边,那么另外两边的长(单位:厘米)的所有可能情况是 ()

- (A) 10,25; (B) 10,36 或 12,36;
 (C) 12,36; (D) 10,25 或 12,36.

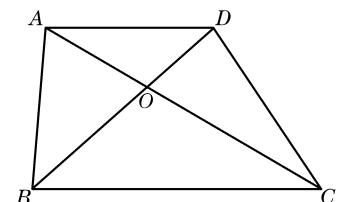
3. 如图,5个同样大小的正方形拼成一个长方形,求 $\angle ABC+\angle ADC+\angle ACB$ 的度数.



4. 如图,已知点P在等边三角形ABC的边BC的延长线上, $\angle PAQ=120^\circ$,射线AQ与CB的延长线交于点Q.那么 $\triangle ABQ$ 与 $\triangle PCA$ 是否相似?为什么?



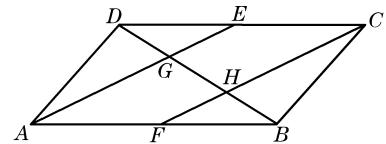
5. 如图,已知梯形ABCD中, $AD \parallel BC$,对角线AC与BD相交于点O, $S_{\triangle AOD}=9$, $S_{\triangle BOC}=16$.求 $S_{\text{梯形}ABCD}$.



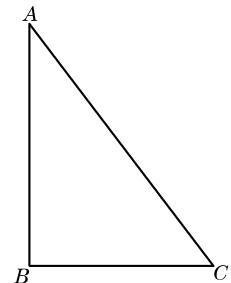
6. 如图,已知平行四边形 $ABCD$ 中,点 E, F 分别是边 DC, AB 的中点, AE, CF 与对角线 BD 分别交于点 G, H ,设 $\overrightarrow{AF}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}$.

(1) 试用 \vec{a}, \vec{b} 分别表示向量 $\overrightarrow{GH}, \overrightarrow{GE}$.

(2) 作出向量 \overrightarrow{DH} 分别在 \vec{a}, \vec{b} 方向上的分向量.



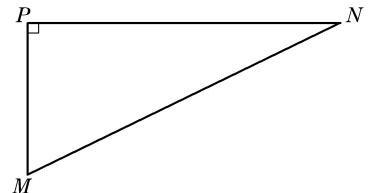
7. 如图, $\triangle ABC$ 表示一块直角三角形空地, $\angle ABC=90^\circ$, 边 $AB=80$ 分米, $BC=60$ 分米. 现要在空地内划出一个正方形区域建造水池, 这个正方形的四个顶点必须在 $\triangle ABC$ 的边上. 请你在图中画出一个符合要求的正方形, 并求这个正方形的面积. 再想一想, 怎样设计才能使划出的正方形区域的面积最大?



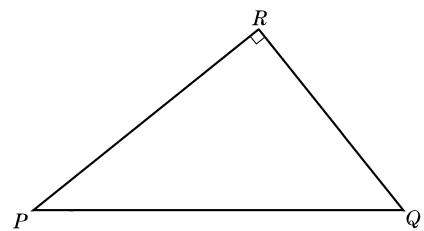
第二十五章 锐角的三角比

习 题 25.1(1)

1. 如图,已知 $\triangle MNP$ 中, $\angle P=90^\circ$, $MP=1$, $NP=2$. 求 $\tan M$ 、 $\tan N$ 、 $\cot M$ 、 $\cot N$ 的值.

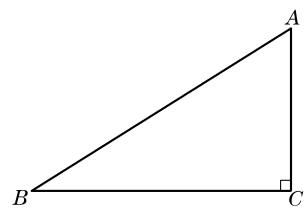


2. 如图,已知 $\triangle PQR$ 中, $\angle R=90^\circ$, $PR=8$, $PQ=10$. 求 $\tan P$ 、 $\cot P$ 的值.



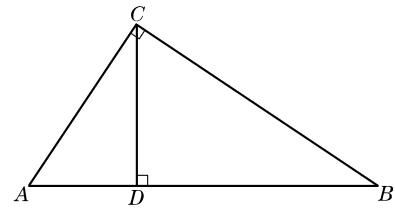
3. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$. 设 $AC=a(a>0)$, $\angle A=\alpha$, $\angle B=\beta$.

- (1) 用含 a 和 α 的式子表示 BC 的长.
(2) 用含 a 和 β 的式子表示 BC 的长.

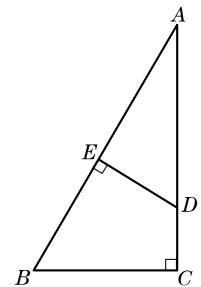


4. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , $AD=4$, $BD=9$.

- (1) 求 CD 的长.
- (2) 求 $\cot A$ 、 $\tan \angle BCD$ 的值.



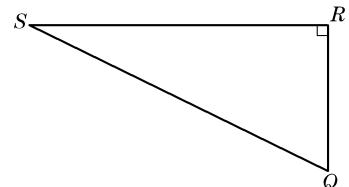
5. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=2$, 点 D 在边 AC 上, $DE \perp AB$, 垂足为点 E , 求 $\tan \angle ADE$ 的值. 能用两种不同的方法求解吗?



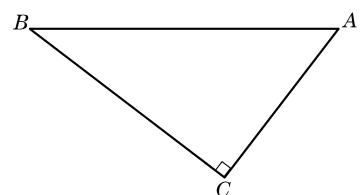
习题 25.1(2)

1. 如图,已知 $\triangle SQR$ 中, $\angle R=90^\circ$, $SR=2$, $QR=1$.

- (1) 求 SQ 的长.
- (2) 求 $\sin S$ 、 $\cos S$ 、 $\sin Q$ 、 $\cos Q$ 的值.



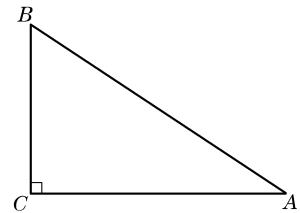
2. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=3$. 求 $\tan A$ 、 $\cot A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 的值.



3. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=t(t>0)$, $\angle A=\alpha$, $\angle B=\beta$.

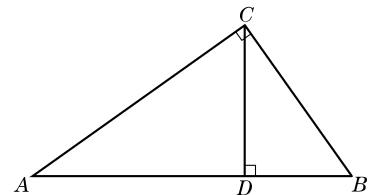
(1) 用 t 和 α 的三角比分别表示 AC 、 BC 的长.

(2) 用 t 和 β 的三角比分别表示 AC 、 BC 的长.



4. 在直角坐标平面内,已知点 $P(4,1)$,点 P 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 α . 求 $\tan\alpha$ 、 $\cot\alpha$ 、 $\sin\alpha$ 、 $\cos\alpha$ 的值.

5. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , 求 $\sin\angle ACD$ 的值. 能用两种不同的方法求解吗?



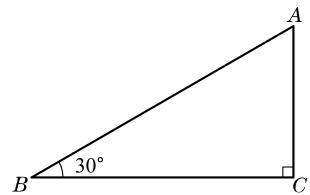
习 题 25.2(1)

1. 填空:

(1) 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $AC=1$. 那么

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, BC = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}, \cot 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}},$$



$$\sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\tan 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \cot 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}},$$

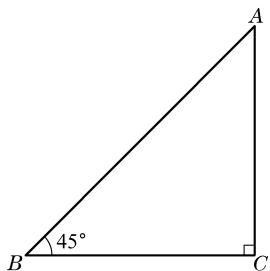
$$\sin 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=45^\circ$, $AC=1$, 那么

$$BC = \underline{\hspace{2cm}}, AB = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\tan 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \cot 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



2. 求下列各式的值:

$$(1) \tan 30^\circ \cdot \cot 60^\circ + \sin^2 45^\circ.$$

$$(2) 6\tan^2 30^\circ - \sqrt{3}\sin 60^\circ - 2\cos 45^\circ.$$

$$(3) \cos^2 45^\circ - \frac{\tan 30^\circ}{2\sin 60^\circ} + \cot^2 30^\circ.$$

$$(4) \frac{\tan 45^\circ + \cot 45^\circ}{\sin 60^\circ + \sin 45^\circ}.$$



3. 如果用含特殊锐角的三角比的式子表示下列数值,那么

$$\frac{\sqrt{2}}{3} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

习 题 25.2(2)

1. 用计算器求下列各三角比的值(精确到 0.000 1):

(1) $\tan 85^{\circ}36' \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $\cot 73^{\circ}21' \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\sin 15^{\circ}27'59'' \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $\cos 66^{\circ}9'38'' \approx \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知锐角 α 的三角比的值,用计算器求锐角 α (精确到 1"):

(1) $\tan \alpha = 13.25$.

(2) $\cot \alpha = 0.1025$.

(3) $\sin \alpha = 0.9231$.

(4) $\cos \alpha = 0.7258$.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^{\circ}$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c .

(1) 已知 $a = 3.25$, $\angle A = 33^{\circ}15'$, 求 b (精确到 0.1).

(2) 已知 $c = 7.43$, $\angle B = 54^{\circ}36'$, 求 a (精确到 0.1).

(3) 已知 $a=3.2, b=4.4$, 求 $\angle B$ (精确到 $1''$).

(4) 已知 $b=2.56, c=3.08$, 求 $\angle A$ (精确到 $1''$).

习题 25.3(1)

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$. 根据下列条件解直角三角形(边长保留四个有效数字, 角度精确到 $1'$. 以后如不加说明, 都如此):

(1) $\angle B=45^\circ, a=4$ (结果保留根号). (2) $\angle A=53^\circ 37', c=5$.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$. 根据下列条件解直角三角形:

(1) $a=3.05, b=2.76$. (2) $b=4.56, c=6.28$.

习 题 25.3(2)

1. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=56^{\circ}24'$, $BC=6.36$. 求:

- (1) AB 的长. (2) $S_{\triangle ABC}$.

2. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=7.24$, $BC=10.56$. 求:

- (1) $\angle A$, $\angle B$. (2) $S_{\triangle ABC}$.

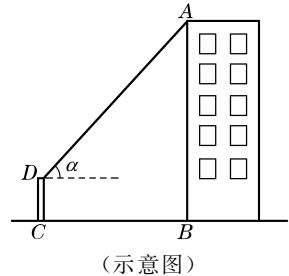
3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=8$, $\cos B=\frac{4}{5}$. 求 $S_{\triangle ABC}$.

4. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=57^{\circ}$, $\angle B=74^{\circ}$, $AC=10$. 求:

- (1) BC 边上的高(精确到 0.1). (2) BC 的长(精确到 0.1).

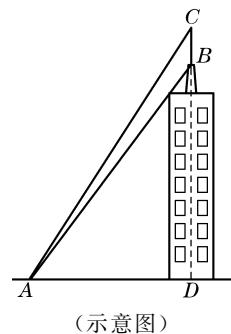
习 题 25.4(1)

1. 为了测量学校教学大楼的高,在操场的点 C 处架起测角仪. 测角仪的高 $CD=1.4$ 米,从点 D 测得教学大楼顶端 A 的仰角 $\alpha=42^{\circ}15'$, 测角仪底部 C 到大楼底部 B 的距离 $CB=22.5$ 米. 求教学大楼的高(精确到 0.1 米).



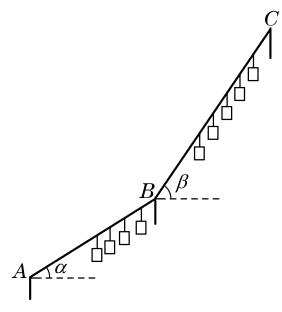
(示意图)

2. 为了测量大楼顶上(居中)避雷针 BC 的长度,在地面上点 A 处测得避雷针底部 B 和顶部 C 的仰角分别为 $55^{\circ}58'$ 和 57° . 已知点 A 与楼底中间部位 D 的距离约为 80 米. 求避雷针 BC 的长度(精确到 0.1 米).



(示意图)

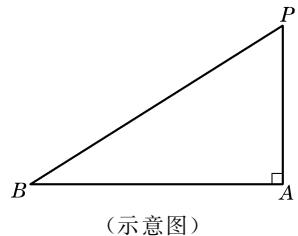
3. 登山缆车从山脚 A 到达山顶 C ,中间要经过 B 处. 从 A 处看点 B 处的仰角 $\alpha=28^{\circ}$, A 、 B 间的缆绳长 250 米;从 B 处看 C 处的仰角 $\beta=42^{\circ}$, B 、 C 间的缆绳长 342 米. 求山顶 C 和山脚 A 的高度差(精确到 1 米).



(示意图)

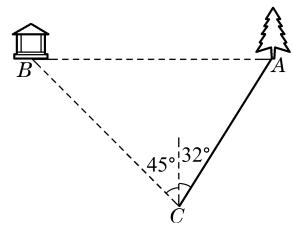
习 题 25.4(2)

1. 如图,飞机 P 在目标 A 的正上方 1100 米处,飞行员测得目标 B 的俯角为 30° ,求地面对目标 A 、 B 之间的距离(结果保留根号).



(示意图)

2. 如图,湖心岛上有一凉亭 B ,在凉亭 B 的正东湖边有一棵大树 A . 在湖边的 C 处测得 B 在北偏西 45° 方向上,测得 A 在北偏东 32° 方向上,又测得 A 、 C 之间的距离为 100 米. 求 A 、 B 之间的距离(精确到 1 米).

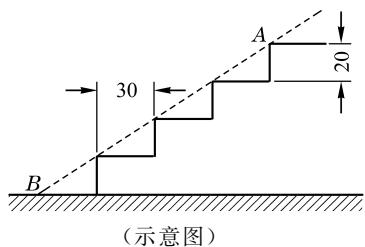


(示意图)

习题 25.4(3)

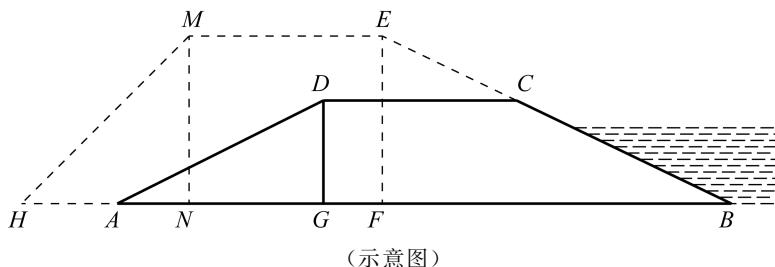
1. 如图,某幢楼的楼梯每一级台阶的高度为 20 厘米,宽度为 30 厘米.

(1) 求斜面 AB 的坡度.



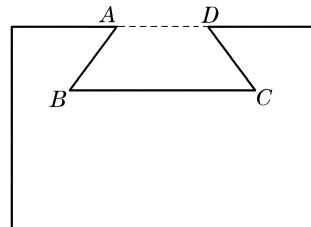
(2) 求斜面 AB 的坡角.

2. 如图,拦水坝的横断面为梯形 ABCD,坝顶宽 DC 为 6 米,坝高 DG 为 3.2 米,迎水坡 BC 的坡角为 $25^{\circ}38'$. 为了提高拦水坝的能力,需要将水坝加高 2 米,并且保持坝顶宽度、迎水坡 BC 的坡度不变,但是背水坡的坡度由原来的 $i=1:2$ 变为 $i'=1:1$. 求加高后坝底 HB 的长度(精确到 0.1 米).



习 题 25.4(4)

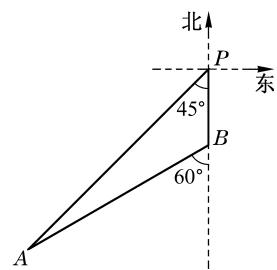
1. 如图,燕尾槽的横断面是等腰梯形 $ABCD$, 其中燕尾角 $\angle B=55^\circ$, 外口宽 $AD=180$ 毫米, 燕尾槽深度是 70 毫米, 求它的里口宽 BC (精确到 1 毫米).



(示意图)

2. 一个杂技演员荡秋千, 秋千绳子的长度为 3.2 米, 当秋千向两边摆动的摆角恰好为 60° 时(摆动时两边的最高点与地面的距离相同), 求摆动过程中最高点与最低点的高度差(精确到 0.1 米).

3. 如图, 小岛 A 在港口 P 的南偏西 45° 方向上, 一艘船从港口 P 沿正南方向以每小时 12 海里的速度航行, 1 小时 30 分后到达 B 处, 在 B 处测得小岛 A 在它的南偏西 60° 的方向上. 小岛 A 离港口 P 有多少海里(精确到 0.1 海里)?



(示意图)

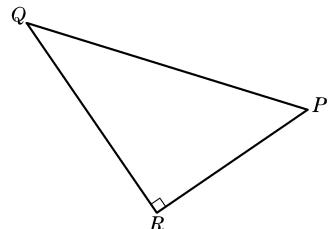
复 习 题

A 组

1. 如图,已知 $\triangle PQR$ 中, $\angle R=90^\circ$. 填空:

$$(1) \frac{QR}{PR} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}}; \text{(用含三角比的式子表示)}$$

(示)

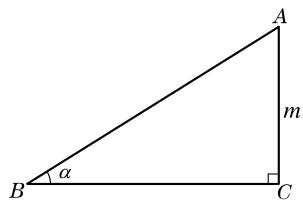


$$(2) \frac{PR}{PQ} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}} = \frac{\text{_____}}{\text{_____}}. \text{(用含三角比的式子表示)}$$

(示)

2. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=\alpha$, $AC=m$.

(1) 用含 α 和 m 的式子表示 BC .(用两种方法)



(2) 用含 α 和 m 的式子表示 AB .

3. 求下列各式的值(结果保留根号):

$$(1) \cot^2 30^\circ - \frac{\cos 45^\circ}{\tan 45^\circ + \sin 45^\circ}.$$

$$(2) \sqrt{\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ} + \frac{\sin 60^\circ}{\tan 60^\circ}.$$

4. 用计算器求下列各三角比的值(精确到 0.000 1):

(1) $\sin 30^\circ 9'$.

(2) $\cos 56^\circ 25'$.

(3) $\tan 73^\circ 26'$.

(4) $\cot 55^\circ 15'$.

5. 已知锐角 α 的三角比的值,用计算器求锐角 α (精确到 1''):

(1) $\cos \alpha = 0.3264$.

(2) $\cot \alpha = 1.3260$.

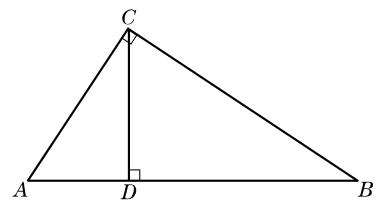
6. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 根据下列条件解直角三角形:

(1) $\angle A = 30^\circ$, $b = 3$ (结果保留根号).

(2) $a = 3.245$, $c = 4.876$.

7. 如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$,垂足为 D , $CD=4$, $\cos A=\frac{3}{5}$. 求:

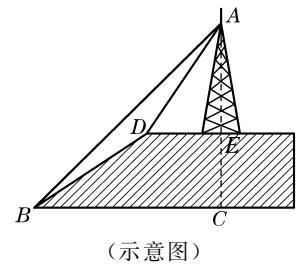
(1) AC 的长. (2) $\tan B$.



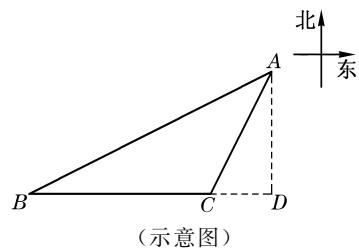
8. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=10$, $S_{\triangle ABC}=60$. 求:

(1) AB 的长. (2) $\angle A$ (精确到 $1'$).

9. 如图,小山的顶部是一块平地,在这块平地上有一高压输电线的铁架. 小山斜坡 BD 的坡度 $i=1:\sqrt{3}$,坡长为50米. 在山坡的坡底 B 处测得铁架顶端 A 的仰角为 45° ,在山坡的坡顶 D 处测得铁架顶端 A 的仰角为 60° . 求铁架的高度 AE (精确到0.1米).



10. 如图,海中有一个小岛 A ,该岛四周10海里范围内有暗礁. 有一货轮在海面上由西向东航行,到达 B 处时它在小岛南偏西 55° 的方向上,再往东行驶20海里后到达小岛的南偏西 25° 方向上的 C 处. 如果货轮继续向东航行,是否会有触礁的危险?



B 组

1. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\tan A=\frac{4}{3}$. 你能否求出 $\sin A$ 和 $\cos B$ 的值?

2. 如图, 图中提供了一种求 $\tan 15^\circ$ 的方法. 阅读并填空:

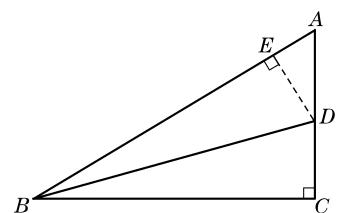
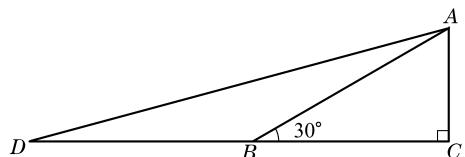
先作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 其中 $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$; 然后延长 CB 到点 D , 使 $BD=AB$, 联结 AD .

$$(1) \angle D = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 设 $AC=t$, 那么 $BC=\underline{\hspace{2cm}}$ (用 t 的代数式表示, 以下同), $BD=\underline{\hspace{2cm}}$.

$$(3) \tan 15^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 求 $\tan 15^\circ$ 的值. (提示: 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为点 E .)





4. (1) 阅读:

当 $\angle\alpha$ 在 0° 到 90° (α 不等于 0° 或 90°)的范围内增大时, $\sin\alpha$ 的值如何变化?

由锐角三角比的定义知, $\sin\alpha = \frac{\angle\alpha \text{ 的对边}}{\angle\alpha \text{ 的斜边}}$,

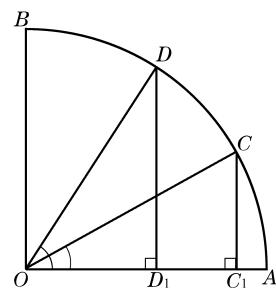
当 $\angle\alpha$ 变化时,一般来说,“ $\angle\alpha$ 的对边”和“ $\angle\alpha$ 的斜边”都可以变化.为讨论问题方便起见,我们可把“ $\angle\alpha$ 的斜边”的长度固定,让 $\angle\alpha$ 变化,这时 $\angle\alpha$ 的对边的长度随着变化.通过分析 $\angle\alpha$ 的对边长度的变化情况,可知 $\sin\alpha$ 的值的变化情况.

如图,作一个圆心角为 90° 的扇形 OAB ,将扇形的半径 OC 作为直角三角形的斜边,构造 $Rt\triangle OC_1C$,设 $\angle COC_1 = \alpha_1$,则 $\sin\alpha_1 = \frac{CC_1}{OC}$.当 $\angle\alpha$ 增大时,如设 $\angle DOD_1 = \alpha_2$, $\alpha_2 > \alpha_1$,则 $\sin\alpha_2 = \frac{DD_1}{OD}$.由于 $OC = OD$, $DD_1 > CC_1$,可知 $\sin\alpha_2 > \sin\alpha_1$.所以,当 $\angle\alpha$ 在 0° 到 90° 的范围内增大时, $\sin\alpha$ 的值也增大.

当问题中出现两个变量时,设法固定其中一个变量,通过研究另一个变量的变化情况来寻找问题的结论,这样的方法称为固定变量法.

(2) 探究:

用固定变量法研究,当 $\angle\alpha$ 在 0° 到 90° (α 不等于 0° 或 90°)的范围内增大时, $\tan\alpha$ 值如何变化.



第二十六章 二 次 函 数

习 题 26.1

1. 已知函数 $y=ax^2+bx+c$.

(1) 当 $a=0, b \neq 0$ 时, $y=$ _____, y 是 x 的 _____ 函数.

(2) 当 $a=0, b=0$ 时, $y=$ _____, y 是 x 的 _____ 函数.

2. 观察下列 y 关于 x 的函数:

① $y=2x^2-7x;$

② $y=\frac{1}{x^2}+1;$

③ $y=(x+1)(x-1)-(x+2)^2;$

④ $y=(x+3)^2-9;$

⑤ $y=(k-1)x^2+kx+3.$

其中, 二次函数是 _____ (填函数的序号).

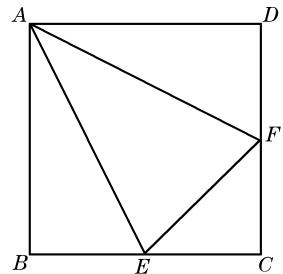
3. 已知二次函数 $y=2x^2-3x-4$, 分别求 $x=2, -\frac{1}{2}$ 时的函数值.

4. 当 m 为何值时, 函数 $y=(m^2-1)x^2+(m-1)x+3$ 是二次函数? 当 m 为何值时, 这个函数是一次函数?

5. 某印刷厂一月份印书 50 万册, 如果第一季度从 2 月份起, 每月印书量的增长率都为 x , 三月份的印书量为 y 万册, 写出 y 关于 x 的函数解析式.



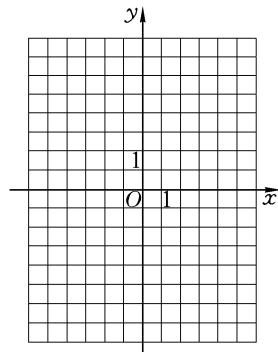
6. 如图,已知正方形 $ABCD$ 中, $AB=4$, 点 E 在边 BC 上(E 与 B 、 C 不重合), 点 F 在边 CD 上, $AE=AF$. 设 $\triangle AEF$ 的面积为 y , EC 的长为 x , 求 y 关于 x 的函数解析式及函数的定义域.



习题 26.2(1)

1. 二次函数 $y=-3x^2$ 的图像的对称轴是_____，顶点坐标是_____，开口方向_____.

2. 在同一直角坐标系中,画出函数 $y=2x^2$ 和 $y=-2x^2$ 的图像.



3. (1) 如果抛物线 $y=ax^2$ 的开口向下,那么常数 a 的取值范围是_____.

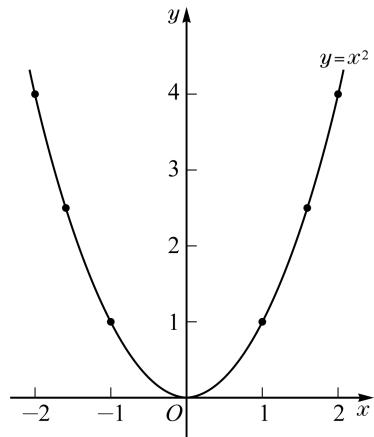
(2) 抛物线 $y=-5x^2$ 有最_____点(填“高”“低”).

4. 已知二次函数 $y=ax^2$ 的图像经过点 $A\left(-1,-\frac{1}{4}\right)$, 求 a 的值, 并写出这个函数的解析式.



5. 已知函数 $y=x^2$ 的图像如图所示，
利用图像上点的坐标求值(精确到 0.1)，
并用计算器加以检验：

(1) $1.2^2, (-2.3)^2$.



(2) $\sqrt{2}, \sqrt{7}$.

习题 26.2(2)

1. 填空：

(1) 二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 的图像的对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____,

开口方向 _____.

(2) 如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 关于 y 轴对称, 那么 $b=$ _____.

2. 填表：

函 数	$y=3x^2$	$y=3x^2+2$	$y=3x^2-2$	$y=3x^2+k$
抛物线的开口方向				
抛物线的对称轴				
抛物线的顶点坐标				

3. 写出抛物线 $y=2x^2-3$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标, 并画出它的图像.

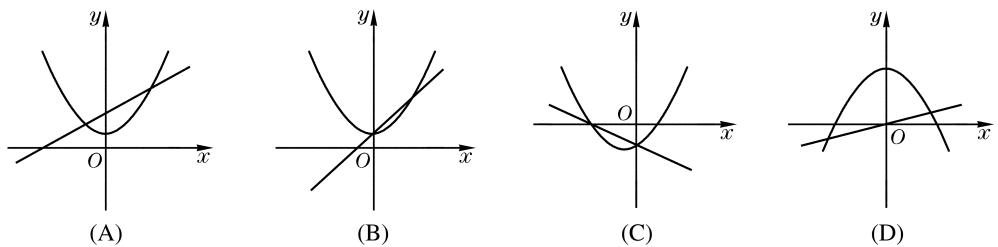
4. (1) 将抛物线 $y=2x^2+4$ 向下平移 5 个单位,写出所得新抛物线的表达式.

(2) 平移抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$, 把它的顶点移到点 $A(0, -3)$ 的位置,写出所得新抛物线的表达式.

5. 抛物线 $y=ax^2+k$ 经过 $A(1, 2)$ 、 $B(2, -4)$ 两点,求抛物线的表达式,并指出抛物线的开口方向和顶点的坐标.



6. 在同一坐标系中,画出直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=kx^2+b$,这个图形可能是 ()



习 题 26.2(3)

1. 二次函数 $y = -2(x-1)^2$ 的图像的对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____, 开口方向是 _____.

2. 填表:

函 数	$y = -3x^2$	$y = -3(x+2)^2$	$y = -3(x-2)^2$	$y = -3(x+m)^2$
抛物线的开口方向				
抛物线的对称轴				
抛物线的顶点坐标				

3. 画函数 $y = 3(x-1)^2$ 的图像, 并写出图像的开口方向、对称轴和顶点坐标.

4. (1) 把抛物线 $y = 2(x-1)^2$ 向左平移 4 个单位, 求所得新抛物线的表达式, 并指出新抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标.

(2) 把抛物线 $y = -3(x+2)^2$ 向右平移 3 个单位, 求所得新抛物线的表达式, 并指出新抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标.

5. 已知抛物线 $y=a(x-3)^2$ 经过点 $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

(1) 指出抛物线的对称轴,并写出抛物线的表达式.

(2) 求与点 $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 关于该抛物线的对称轴对称的点 A' 的坐标.

6. 已知抛物线 $y=a(x+m)^2$ 的对称轴是直线 $x=2$, 抛物线与 y 轴的交点是 $(0, 8)$, 求 a, m 的值.

习 题 26.3(1)

1. 指出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标:

(1) $y = (x+3)^2 - 2.$

(2) $y = -2(x+1)^2 + 5.$

(3) $y = 3(x-2)^2 - 7.$

(4) $y = -4(x-5)^2 + 6.$

2. 分别指出抛物线 $y = -3x^2$ 和抛物线 $y = -3(x+4)^2 - 2$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标;再指出将抛物线 $y = -3x^2$ 怎样平移,可以使它与抛物线 $y = -3(x+4)^2 - 2$ 重合.

3. 将抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 进行如下运动,写出所得新抛物线的表达式:

(1) 向下平移 5 个单位.

(2) 向左平移 2 个单位.

(3) 先向上平移 1 个单位,再向右平移 1 个单位.

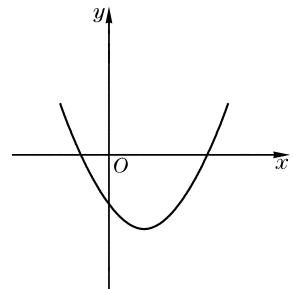
(4) 先向右平移 3 个单位,再向下平移 2 个单位.

4. 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的图像的顶点坐标为 $(3,0)$, 这个图像可由抛物线 $y=-4x^2$ 平移得到, 写出这个函数的解析式.

5. 已知抛物线的开口向上, 顶点是 $(2,3)$, 写出两个有这些图像特征的二次函数的解析式.



6. 二次函数 $y=a(x+m)^2+k$ 的大致图像如图所示, 则 $a ___ 0$,
 $m ___ 0$, $k ___ 0$ (填“ $>$ ”或“ $<$ ”符号).



习题 26.3(2)

1. 平移抛物线 $y=-3x^2$, 使它的顶点与点 $P(2,4)$ 重合, 写出所得新抛物线的表达式.

2. 指出抛物线 $y=(x-3)^2+1$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标，并画出这条抛物线。

3. 填空：

(1) 二次函数 $y=3-(x+1)^2$ 的图像的开口方向是_____，对称轴是_____，顶点坐标是_____。

(2) 抛物线 $y=3-(x+1)^2$ 可以由抛物线 $y=-x^2$ 先向_____平移_____个单位，再向_____平移_____个单位得到。

(3) 将抛物线 $y=3-(x+1)^2$ 进行上下或左右两次平移，使它的顶点移到点 $M(3, -1)$ 的位置，平移的方法可以是_____。

4. 抛物线 $y=-2(x-3)^2+4$ 的对称轴是_____；沿着 x 轴正方向看，在对称轴_____侧的部分上升，在对称轴_____侧的部分下降；它的最_____点的坐标是_____。

5. 如果一个二次函数的图像的对称轴是直线 $x=2$ ，这个图像经过平移后能与抛物线 $y=-4x^2$ 重合，那么这个二次函数的解析式可以是_____（只要写出一个）。

习题 26.3(3)

1. 用配方法把下列函数解析式改写成 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式，然后指出函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标。

(1) $y=x^2-4x.$

(2) $y=x^2+3x+2.$

(3) $y=-x^2+6x-1.$

(4) $y=1-4x-2x^2.$

$$(5) \quad y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3.$$

$$(6) \quad y = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x^2 - 2x.$$

2. 指出抛物线 $y = 2x^2 - 8x + 5$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标，并画出图形。

3. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + (5-m)x + m - 3$ 的对称轴是 y 轴，求抛物线的顶点坐标。

4. 已知抛物线 $y = x^2 + x + m - 2$ 的顶点在第三象限，求 m 的取值范围。

习 题 26.3(4)

1. 填表:

函 数	$y=x^2$	$y=x^2+6x$	$y=x^2+6x+12$
抛物线的开口方向			
抛物线的对称轴			
抛物线的顶点坐标			

2. 画出函数 $y=x^2+4x+3$ 的图像, 并指出函数图像的特征.

3. 填空:

- (1) 二次函数 $y=-2x^2-8x+3$ 的图像的顶点在第_____象限.
- (2) 如果二次函数 $y=-3x^2-x+m-1$ 的图像经过原点, 那么 $m=$ _____.
- (3) 如果抛物线 $y=x^2-8x+c$ 的顶点在 x 轴上, 那么 $c=$ _____.

4. 已知二次函数 $y=(m-2)x^2-mx$ 的图像的对称轴是直线 $x=1$, 求图像的顶点坐标.



5. 已知二次函数 $y=f(x)$ 的图像是开口向上的抛物线, $f(-5)$ 、 $f(-1)$ 、 $f(4)$ 、 $f(7)$ 这四个函数值中有且只有一个值不大于 0. 画草图分析这样的抛物线的位置特征, 并写出满足已知条件的一个函数解析式, 你还能写出其他的解析式吗?

习题 26.3(5)

1. 指出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标:

(1) $y=(2-x)(2x+1)$.

(2) $y=x^2+2kx+1$.

2. 已知抛物线 $y=x^2+mx+m$ 的顶点在直线 $y=-x$ 上, 求 m 的值.

3. 已知二次函数图像上 A 、 B 、 C 三点的坐标,求这个函数的解析式:

(1) $A(1,0), B(2,0), C(3,4).$

(2) $A(0,1), B(-1,3), C(2,3).$

(3) $A(1,0), B(2,-2), C(-2,-6).$

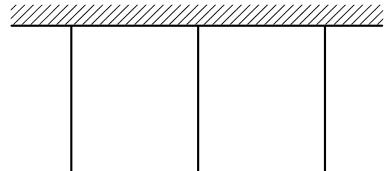
4. 已知点 $A(1,2)$ 和 $B(0,3)$, 点 C 在 x 轴负半轴上,线段 BC 的长为 $\sqrt{10}$.

(1) 求点 C 的坐标.

(2) 如果一个二次函数的图像经过 A 、 B 、 C 三点,求这个二次函数的解析式.

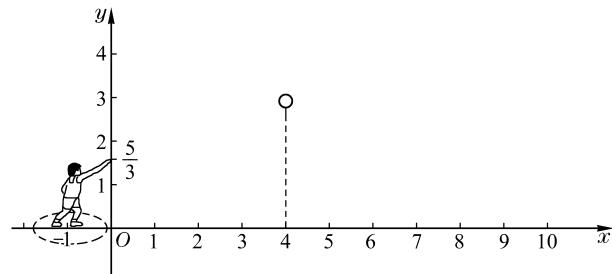
习 题 26.3(6)

1. 如图是一个矩形养鸡场的平面图. 养鸡场由一堵旧墙(旧墙的长度不小于 l 米)和总长为 l 米的篱笆围成, 中间用篱笆分隔成两个小矩形. 设大矩形的垂直于旧墙的一边长为 x 米, 面积为 s 平方米, 求 s 关于 x 的函数解析式, 并写出这个函数的定义域.

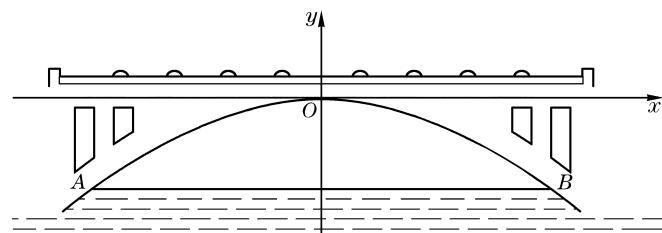


2. 小李推铅球, 铅球运动过程中的高度 y (米)关于水平距离 x (米)的函数的解析式是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$.

- (1) 求这个函数的定义域.
- (2) 画出函数的图像, 并求出铅球运动过程中的最高点的坐标.
- (3) 根据图像, 说出小李推铅球的成绩.

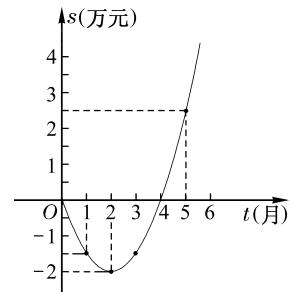


3. 有一座抛物线形拱桥, 在正常水位时, 水面 AB 宽 20 米, 拱桥的最高点 O 到水面 AB 的距离为 4 米, 如图建立直角坐标平面 xOy , 求抛物线的表达式.





4. 某公司推出新产品,年初上市后,公司经历了从亏损到盈利的过程.下图中二次函数图像上横坐标 t 为不大于 12 的正整数的这些点,表达了公司年初以来累积利润(即前 t 个月的利润总和) s (万元)与销售时间 t (月)之间的关系.根据图像提供的信息,写出累积利润 s (万元)关于销售时间 t (月)的函数解析式,并求前 8 个月公司所获得的累积利润.



复习题

A 组

1. 填表：

抛物线	开口方向	对称轴	顶点的坐标
$y=ax^2 (a<0)$			
$y=ax^2+k (a>0)$			
$y=a(x+m)^2 (a<0)$			
$y=a(x+m)^2+k (a>0)$			

2. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是 _____, 对称轴是直线 _____ . 沿着 x 轴的正方向看抛物线的升降情况：

当 $a>0$ 时, 抛物线在对称轴左侧的部分 _____, 在对称轴右侧的部分 _____, 顶点是最 _____ 点;

当 $a<0$ 时, 抛物线在对称轴左侧的部分 _____, 在对称轴右侧的部分 _____, 顶点是最 _____ 点.

3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$.

如果函数图像顶点在原点, 那么 $b=$ _____, $c=$ _____;

如果函数图像经过原点, 那么 $c=$ _____.

4. (1) 抛物线 $y=3x^2-7x-2$ 与 y 轴的交点的坐标是 _____.

(2) 如果抛物线 $y=x^2-x+c$ 的顶点在 x 轴上, 那么 $c=$ _____.

5. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{5}{2}$ 向右平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位, 求平移后所得新抛物线的表达式.

6. 指出下列抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标：

(1) $y=3x^2-2x+1$.

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$.

7. 已知二次函数的图像上 A、B、C 三点的坐标,求这个函数的解析式:

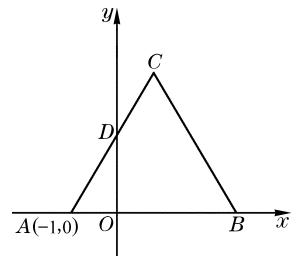
(1) $A(1, -1), B(-1, 7), C(2, 1)$.

(2) $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), B(0, 2), C(1, -5)$.

8. 已知等边三角形 ABC 的边长为 4, 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, 点 B 在 x 轴正半轴上, 点 C 在第一象限, 边 AC 与 y 轴交于点 D .

(1) 求 B 、 C 、 D 三点的坐标.

(2) 求图像经过 B 、 C 、 D 三点的二次函数的解析式.



9. 将抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 先向左平移 5 个单位, 再向下平移 4 个单位, 得到新抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2-3$, 求原抛物线的表达式.

B 组

1. 关于 x 的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像有下列命题：

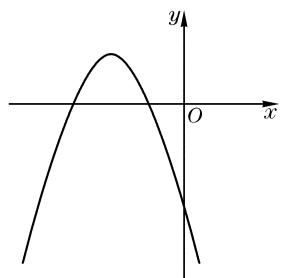
- ① 当 $c=0$ 时, 函数的图像经过原点 O ;
- ② 当 $c<0$ 时, 函数的图像开口向下;
- ③ 函数图像的最高点的纵坐标是 $\frac{4ac-b^2}{4a}$;
- ④ 当 $b=0$ 时, 函数的图像关于 y 轴对称.

其中, 正确命题的序号是_____.

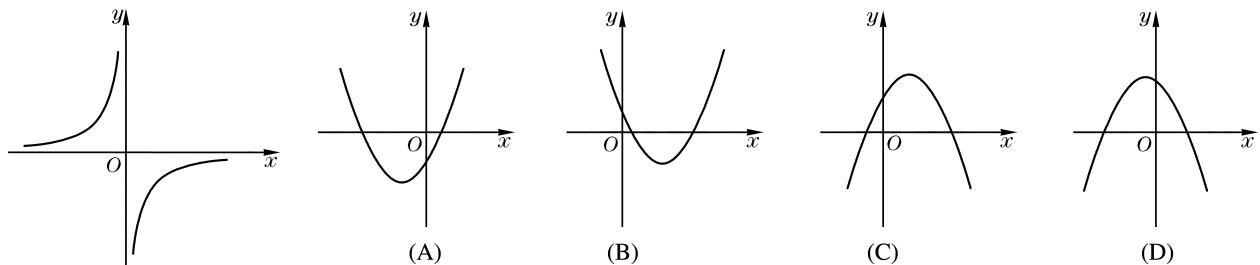
2. 选择题:

(1) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 如图所示, 那么 a 、 b 、 c 的取值范围是 ()

- (A) $a<0, b>0, c>0$;
- (B) $a<0, b<0, c>0$;
- (C) $a<0, b>0, c<0$;
- (D) $a<0, b<0, c<0$.



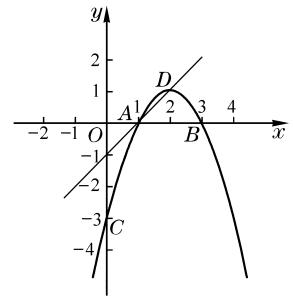
(2) 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像如下左图所示, 那么二次函数 $y=2kx^2-x+k^2$ 的图像可能是 ()



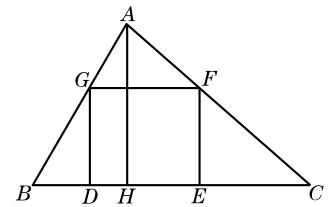
3. 如果抛物线 $y=-x^2-2x+p$ 的顶点在直线 $y=\frac{x}{2}-1$ 上, 求 p 的值; 再把抛物线的表达式改写成 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式.

4. 已知一个二次函数的图像经过 $A(1,0), B(3,0), C(0,-3)$ 三点, 顶点为 D .

- (1) 求这个二次函数的解析式.
- (2) 求经过 A, D 两点的直线的表达式.



5. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $BC=a$, BC 边上的高 $AH=h$; 矩形 $DEFG$ 的顶点 D, E 在边 BC 上, 顶点 G, F 分别在边 AB, AC 上. 设矩形的边 DE 的长为 x , 面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并指出这个函数的定义域.



说 明

本册教材根据上海市中小学(幼儿园)课程改革委员会制定的课程方案和《上海市中小学数学课程标准(试行稿)》编写,供九年义务教育九年级第一学期试用.

本教材由上海师范大学主持编写,经上海市中小学教材审查委员会审查准予试用.

本册教材的编写人员有:

主编:邱万作 分册主编:蔡则彪

特约撰稿人:(按姓氏笔画为序)王 华 史荣铨 邵世开 章 健

2019年教材修订组成员:叶锦义 邵世开 沈 洁

陆海兵 徐晓燕 顾跃平

欢迎广大师生来电来函指出教材的差错和不足,提出宝贵意见.出版社电话:021-64319241.

本册教材图片提供信息:

图虫网(封面一幅图)

插图绘制:黄国荣、顾云明、张惠卿、刘铁彬等.

声明 按照《中华人民共和国著作权法》第二十五条有关规定,我们已尽量寻找著作权人支付报酬.著作权人如有关于支付报酬事宜可及时与出版社联系.



经上海市中小学教材审查委员会审查
准予试用 准用号 -CB-2019010

责任编辑 缴 麟

九年义务教育课本

数学练习部分

九年级第一学期

(试用本)

上海市中小学(幼儿园)课程改革委员会

上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社出版

(上海市闵行区号景路159弄C座 邮政编码:201101)

上海新华书店发行 上海中华印刷有限公司印刷

开本 890×1240 1/16 印张 4.5

2019年7月第1版 2025年6月第7次印刷

ISBN 978-7-5444-9342-0/G·7703

定价:3.75元

价格依据文件:沪价费〔2017〕15号

此书如有印、装质量问题,请向本社调换 上海教育出版社电话:021-64373213



绿色印刷产品

ISBN 978-7-5444-9342-0

9 787544 493420 >