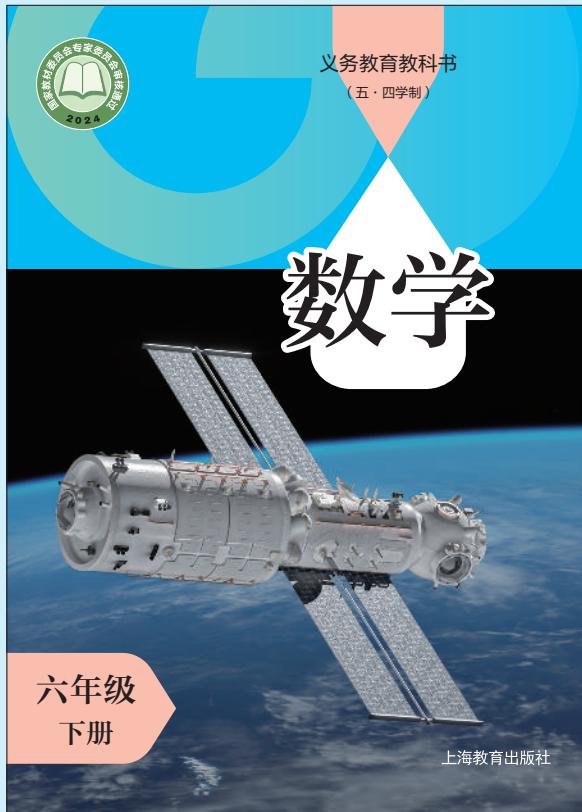


义务教育教科书

(五·四学制)

数学

教学参考资料



六年级
下册

上海教育出版社

义务教育教科书

(五·四学制)

数学

教学参考资料

六年级

下册

主编 李大潜

上海教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

义务教育教科书 (五·四学制) 数学教学参考资料。
六年级下册 / 李大潜主编。— 上海：上海教育出版社，
2024.12. — ISBN 978-7-5720-3337-7
I. G623.503
中国国家版本馆CIP数据核字第2024VB9810号

主 编：李大潜

本册主编：徐斌艳

本册编写人员：李文侠 徐晓燕 胡 军 高 洁 吴颖康 陆立强 朱 雁

责任编辑：章佳维 周贊昊

装帧设计：王 捷 周 吉

义务教育教科书 (五·四学制) 数学教学参考资料 六年级 下册

出 版 上海教育出版社（上海市闵行区号景路159弄C座）

发 行 上海新华书店

印 刷 上海四维数字图文有限公司

版 次 2025年1月第1版

印 次 2025年1月第1次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 13.5

字 数 320 千字

书 号 ISBN 978-7-5720-3337-7/G·2974

定 价 42.50 元

版权所有 · 未经许可不得采用任何方式擅自复制或使用本产品任何部分 · 违者必究

如发现内容质量问题，请拨打 021-64319241

如发现印、装问题，请拨打 021-64373213，我社负责调换

声明 按照《中华人民共和国著作权法》第二十五条有关规定，我们已尽量寻找著作权人支付稿酬。著作
权人若有关于支付稿酬事宜可及时与出版社联系。

目 录

绪论	1
第5章 比与比例	11
一、本章概述	11
二、教科书分析与教学建议	14
第6章 圆与扇形	53
一、本章概述	53
二、教科书分析与教学建议	56
第7章 可能性与统计图表	84
一、本章概述	84
二、教科书分析与教学建议	87
第8章 圆柱与圆锥	118
一、本章概述	118
二、教科书分析与教学建议	121
三、参考资料	145
第9章 二元一次方程组	146
一、本章概述	146
二、教科书分析与教学建议	149
综合与实践	179
附录 《练习部分》参考答案与提示	199

绪 论

本套《数学教学参考资料》与李大潜主编的《义务教育教科书(五·四学制)数学》(六年级至九年级)(以下简称“本套教科书”)配套使用。本套教科书依据教育部制定并颁布实施的《义务教育数学课程标准(2022年版)》(以下简称《课标2022年版》)编制，并经国家教材委员会专家委员会审核通过。

一、本套教科书的总体结构框架

1. 教科书结构体系

根据“五四”学制特点，义务教育初中阶段包括六年级至九年级，每个年级两个学期，简述为上、下学期，因此本套教科书包括六年级至九年级的教科书，每个年级分上、下两册，共计八册。

本套教科书依据《课标2022年版》的要求，将教学内容按照主题进行划分并依次呈现，突出数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个领域，这四个领域也贯穿了整套教科书。对于每个领域的内容编排，将整个领域视为一个整体，有序地呈现相应知识点，并兼顾知识点之间的有机联系，按照知识发生发展的规律和学生的认知水平循序渐进、逐次展开。本套教科书的结构体系如表一所示。

表一 教科书结构体系

年级/册次	数与代数	图形与几何	统计与概率	综合与实践
六年级 上册	第1章 有理数			• 你的膳食健康吗? • 上海一日游计划制订
	第2章 简单的代数式			
	第3章 一元一次方程			
	第4章 线段与角			
六年级 下册	第5章 比与比例			• 旋转的齿轮 • 中国的能源生产与消费
		第6章 圆与扇形		
			第7章 可能性与统计图表	
		第8章 圆柱与圆锥		
	第9章 二元一次方程组			

(续表)

年级/册次	数与代数	图形与几何	统计与概率	综合与实践
七年级上册	第 10 章 整式的加减			<ul style="list-style-type: none"> • 从传统连续纹样到现代镶嵌图案 • 制订“阅读之星”评选方案
	第 11 章 整式的乘除			
	第 12 章 因式分解			
	第 13 章 分式			
		第 14 章 图形的运动		
七年级下册	第 15 章 一元一次不等式			<ul style="list-style-type: none"> • 积木可以叠多远? • 田径比赛中的数学
		第 16 章 相交线与平行线		
		第 17 章 三角形		
		第 18 章 等腰三角形		
八年级上册	第 19 章 实数			<ul style="list-style-type: none"> • 理财小课堂 • “勾股定理”证明中的中国智慧
	第 20 章 二次根式			
	第 21 章 一元二次方程			
		第 22 章 直角三角形		
八年级下册		第 23 章 四边形		<ul style="list-style-type: none"> • 折纸与数学 • 神奇的密码
		第 24 章 平面直角坐标系		
	第 25 章 一次函数			
	第 26 章 反比例函数			
九年级上册	第 27 章 二次函数			<ul style="list-style-type: none"> • 探寻测量高度的方法 • 城市原点
		第 28 章 相似三角形		
		第 29 章 三角初步		
		第 30 章 投影与视图		
九年级下册		第 31 章 圆		<ul style="list-style-type: none"> • 碳足迹——无所不在的二氧化碳排放 • 血型的秘密
			第 32 章 抽样与数据分析	
			第 33 章 概率初步	

2. 教科书的基本体例

本套教科书的基本体例采用单元(章)结构，每个单元呈现一个完整的知识模块。在以数学核心内容为主的数与代数、图形与几何、统计与概率领域，相应章节的编写结构层次为：章—节—课时，以课时为基本单位。在每个基本单位中有固定的栏目[如概念(定义、性质、定理、法则等)、问题、例题、课堂练习、节习题]，特色小栏目(观察、操作、思考、探究、讨

论、归纳). 在每一章又设计章的固有栏目(如章首图、章首语、阅读材料、内容提要、复习题).

在培养学生综合运用所学知识和方法解决实际问题的综合与实践领域, 每册有 2 个实践活动, 以活动为基本单位. 在每个基本单位中有针对主题的问题情境引入语、活动串(任务串、问题串)、拓展反思等栏目, 其中每个活动串包含活动任务要求或问题、学生活动要求等内容.

3. 栏目功能定位及编写说明

本套教科书呈现上大致可分为基本栏目板块、特色小栏目板块以及各章固有栏目板块. 教科书在栏目设置上一方面借鉴了上海“二期课改”教科书中具有较高使用价值的栏目, 修改、提升和进一步完善其具体内容的设计; 另一方面结合《课标 2022 年版》要求, 增设若干特色小栏目, 以满足义务教育阶段数学课程改革的需求.

(1) 基本栏目板块

概念 (定义、性质、定理、法则等) 以文字叙述的形式呈现一节课要求学生必须掌握的核心内容, 包括概念、定义、性质、公理、定理、法则、公式、原理等, 帮助学生准确把握本节课的核心知识. 该板块内容一般安排在例题之前或者例题之间. 六、七年级教科书多以描述性语言的形式表述, 而八、九年级教科书的表述逐步强调严谨性.

例题 为学生及时巩固理解数学概念(定义、性质、定理、法则等)提供平台, 加强概念在数学或实际问题中的运用. 学生通过参与分析和解答典型题目, 及时加深对概念(定义、性质、定理、法则等)的理解和运用, 经历理解问题、分析问题、解决问题、拓展性思考问题的过程, 要求学生能够在教师的引导与讲解下, 深度参与题目的分析、解答和讨论.

课堂练习 旨在通过适度(兼顾难度和时间)的练习题, 巩固学生对新知的掌握, 并对学生的学习效果进行检测. 学生通过完成课堂练习获得及时巩固所学知识的机会, 深化对知识的理解. 习题选编与课堂例题的题型、难度基本匹配, 从而满足学生对本课时新授内容的基本训练需求.

(2) 特色小栏目板块

针对《课标 2022 年版》提出的课程目标, 即培养学生数学素养, 会用数学的眼光观察现实世界(主要表现为抽象能力、几何直观、空间观念与创新意识), 会用数学的思维思考现实世界(主要表现为运算能力、推理意识或推理能力), 会用数学的语言表达现实世界(主要表现为数据意识或数据观念、模型观念、应用意识), 对上海“二期课改”教科书上的小栏目进行补充和优化, 本套教科书中的小栏目定位见表二.

表二 小栏目功能定位及编写说明

栏目名称	功能定位与编写说明
观察	本栏目作为数学活动的一种形式体现, 为后续知识的引入、介绍或应用等奠定基础. 要求学生通过观察图形或现象等, 发现其中蕴含的共同点或不同点、特征和性质等, 从而归纳推理得出合适的数学结论. 教师引导学生在观察的过程中深入理解知识要点, 体会数学思想和方法. 本栏目要帮助学生“会用数学的眼光观察现实世界”, 基于观察学会发现客观世界或现象中的数学关系或特征.

(续表)

栏目名称	功能定位与编写说明
操作	本栏目为学生直观感知并理解数学结论提供实践操作的机会，有助于提高学生的动手实践能力。学生根据操作的步骤流程及相应要求，通过实验、绘图等方式探究数学规律或验证数学性质、定理等，并基于具体操作抽象出数学知识。本栏目要求学生能够切实动手操作，以激发学生在现实世界中亲自实践的兴趣，从而引导学生通过具体操作活动感知如何从数学的角度发现问题，逐渐尝试“会用数学的眼光观察现实世界”。
思考	本栏目是以问题或问题串的形式为结论的推出搭建合适的脚手架。学生通过思考简短且指向性明确(即指向某个具体细节或关键点)的问题(串)，或引发对新知的感悟，或拓展数学思维。本栏目以问题适时启发学生思考，引导学生“会用数学的思维思考现实世界”。
探究	本栏目是以问题或活动的形式为学生经历数学知识内容的“再发现”过程提供探索的机会。学生通过参与探究活动，尝试学会问题解决的策略、思想和方法，获得对数学概念、性质、定理等的理解。本栏目旨在让学生“会用数学的思维思考现实世界”，要求学生更多地参与且经历相对独立的思考过程，从而发现数学事实及规律。
讨论	本栏目作为学生合作学习的载体，为学生沟通交流对数学知识内容的理解与感悟创设平台，旨在激发学生的求知欲和表达欲。学生通过对问题素材的思考与分析，参与小组交流、班级交流等形式的同伴讨论，在互相沟通表达的过程中拓宽知识内容的广度和深度，领悟数学思想方法。本栏目要求学生深度参与数学语言的表达与交流活动，在参与中“会用数学的语言表达现实世界”，发展数学表达与交流能力。
归纳	本栏目是为学生提炼、概括并表达数学结论提供机会。学生在观察和操作等实践活动基础上，对经猜想验证的数学结论或知识进行提炼总结，并使用数学的语言表述为严谨的数学概念、性质或规则等。本栏目要求学生“会用数学的语言表达现实世界”，在总结归纳数学知识的过程中逐渐养成用数学语言表达的习惯，能逐渐用严谨的数学语言陈述自己得到的结论，解释结论的合理性等，提升总结提炼能力。

(3) 各章固有栏目板块

章首 以图文相结合的形式作为每一单元(章)的开头部分，旨在引导学生带着探究的热情进入新知的学习。文字性表述围绕本章内容在数学中的地位和意义，与其他章的关联，以及学习重点展开。章首图的设计和选用，结合单元内容特点，有机融入重大主题的教育内容，力图展现在党的领导下，我国现代化建设在各个领域取得的伟大成就。

提示 以解释性文字、拓展性介绍或启发性思考内容的形式对正文内容进行补充，为学生进一步理解正文内容提供支持与帮助。学生通过栏目的内容延伸，深化对知识内容的认识，拓宽知识视野。以书页的样式伴文排列，在内容上除了可以是对数学知识的进一步补充，还可以体现一些学科的拓展和现实情境的延伸等。

内容提要 通过概念梳理，系统回顾并概括本章学习内容，列出本章重要的知识点、结论与公式，帮助学生整理复习数学知识，建构自身的数学内容体系。

阅读材料 以图文并茂的形式提供史料、背景材料、知识应用及课外活动题材等阅读材料，供学生选择阅读或使用，开阔数学视野。主要呈现数学文化、数学史、数学趣题、科普知识、中华优秀传统文化等，旨在提高学生的科学文化素养，集中体现数学课程的育人价值。

二、本套教科书的编写思想和主要特点

在教科书编写过程中，我们始终坚持正确的政治方向和育人为本的价值导向，全面贯彻党的教育方针和政策，围绕立德树人根本任务，努力实现义务教育阶段的培养目标，在提高数学学习质量的同时，落实学科核心素养，使得人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。我们希望编写一套经得起历史和实践检验的优秀教科书，将教科书作为推进教学改革的载体，通过教科书改变教学，通过教科书引导考试，让数学成为广大师生喜闻乐见的一门课程。

在编写过程中，我们注重吸收上海两期课改（“一期课改”和“二期课改”）的经验，同时依据《课标 2022 年版》科学地处理教学内容的编排。本套教科书结构严谨、体例活泼、特色鲜明，体现了理性精神和人文情怀，有望促进学生数学核心素养的发展、创新意识的提高和社会责任感的增强。

本套教科书的编写思想和主要特点，具体体现在如下几个方面。

（1）遵循课程标准，吸取课改经验。我们努力遵循国家课程标准的基本精神及指导思想，参照国家课程标准中的具体安排与建议，吸收上海在“五四”学制课程教材研究与实践中的有益经验，将已有的初中数学教科书作为本次编写的迭代初始值，在可能的范围内有的放矢地调整、提升与改进。

（2）内容削枝强干、提质减负，表述简明扼要、单刀直入。教科书内容应该掌握到怎样的程度，是教科书的编写者及讲课的教师必须面临且迫切需要解决的一个问题。对初中阶段的教科书，我们尽可能对内容精准定位、降低难度，关注数学的本质内容、内在发展和数学的应用，避免片面地追求严格化；用朴实无华且单刀直入的方式加以呈现，增加亲和力。既提高质量，帮助学生打好必要的基础，又把时间和自由留给学生，切实减轻学生的负担，实现双赢的目标。

（3）整体架构科学合理，重视衔接和交叉。根据《课标 2022 年版》中“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”这三大知识领域内的逻辑关系和知识链条，相对集中地安排各领域内容。各分册兼顾了不同领域，精心设计领域交叉或承上启下的章节。例如，为更充分地发挥平面几何在培养逻辑推理中的独特作用，从七年级下册开始，将“相交线与平行线”“三角形”“等腰三角形”“直角三角形”“四边形”“相似三角形”“圆”等与几何推理密切相关的內容，以 3 至 4 章为一个小板块，相对集中进行教学。又如，根据八、九年级的学习要求，结合学生认知的特点和能力，在八年级上册依次呈现实数、二次根式、一元二次方程、直角三角形（含勾股定理），联系紧密，八年级下册有平面直角坐标系、一次函数、反比例函数，紧接着在九年级上册将二次函数作为初中函数的收官。与高中关系密切的三角初步、圆、投影与视图、抽样与数据分析、概率初步依次安排在九年级上册和九年级下册。

（4）小初高整体设计，前后呼应且顺畅。按照《课标 2022 年版》对小学和初中数学课程的一体化标准，强调小学与初中的衔接。充分考虑到上海教育的实际情况和“五四”学制的特殊性，在学段内容划分及与小学、高中数学教科书的有效衔接上，做了精细设计。例如，在六年

级上册的“第1章有理数”中，首先巩固了小学分数和有限小数的四则运算和互相转化。在介绍有理数的同时回顾和整理了小学中对数的认识，并顺势过渡到“第2章简单的代数式”，作为初中代数学习的开端。在“一元一次方程”中，在引入一元一次方程、二元一次方程组解决实际问题时，与小学的算术解法作对比，以体现方程解法的优越性。例如，在“一元二次方程”中，出现涉及可化为一元二次方程的分式方程的应用，为新编高中教科书中求解可化为一元二次不等式的分式不等式作铺垫，体现了从初中到高中递进的学习规律。

(5) 加强逻辑推理，提升几何和代数推理能力。针对初中阶段学生的数学认识将从以感性与直观为主上升到以理性与推理为主的特点和要求，加强对学生逻辑思维、推理能力、论证表达的培养。例如，突出初中几何在培养逻辑思维中的关键作用，加强几何论证的学习。在“相交线与平行线”中，从简单命题的证明开始，给出逻辑清晰、推理严格的证明示范。在每个例题中，都力求论证逻辑思路清晰，表达清楚，随着知识的深入，循序渐进地逐步提高论证的要求，让学生在潜移默化之中学会推理论证的思想方法。又如，在“整式乘除的性质”“负整数指数幂的乘法性质”“二次根式的乘法性质”“根式运算性质的推导”等知识点中，都增加了代数推理的内容。

(6) 科学界定重要概念的内涵，调整重要结论的定位与分层。坚持科学性、适宜性和一致性，同时考虑学生的理解、接受程度和使用的便利性，重新界定一部分概念和性质。调整了一些重要结论的定位和分层。例如，明确一些重要概念：整式也称多项式，单项式是特殊的多项式；分式也称有理式，整式是特殊的分式；梯形是一组对边平行的四边形，平行四边形是特殊的梯形。又如，调整一些结论的定位：“垂线段最短”由基本事实(公理)改为定理，在“直角三角形”中作为定理加以证明；“平行线分线段成比例”，由基本事实(公理)改为定理，在“相似三角形”中作为定理加以证明；“一个内角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形”由定理改为例题；“直角三角形中的 30° 角所对直角边是斜边的一半”由定理改为例题。

(7) “综合与实践”的内容情境丰富、跨学科特征鲜明。按照《课标2022年版》对“综合与实践”的要求，灵活采用“主题式学习”和“项目式学习”两种“综合与实践”的呈现方式。例如，六年级上册的“你的膳食健康吗？”是主题式活动，“上海一日游计划制订”是主题式与项目式相结合的学习活动。这同时实现了从小学到初中对“综合与实践”不同要求的过渡。情境设计丰富，有跨学科特征，活动意图明确，任务清晰，具有可操作性。例如，为“综合与实践”设计丰富的任务情境，包括社会生活(如“理财小课堂”)、科学技术(如“旋转的齿轮”)和数学文化(如“勾股定理”证明中的中国智慧”)等。同时还兼顾跨学科内容的设计，包括营养学(如“你的膳食健康吗？”)、物理学(如“积木可以叠多远？”)、金融学(如“理财小课堂”)、工程学(如“旋转的齿轮”)、艺术(如“从传统连续纹样到现代镶嵌图案”)等。

三、本套教学参考资料的编写意图与结构

本套教学参考资料编撰的目的是使教师理解教科书编制所依据的《课标2022年版》，体会教科书的编制特色和主要思想，把握教科书所包含的数学知识的体系和脉络，掌握教学过程的关键，从而很好地完成从课程标准和教科书所描述的“期望课程”“可实施课程”到教学过程

的“实施课程”和学生习得的“获得课程”的转变。教学参考资料侧重给出编写者的思想及体会，明确各章的定位，剖析重点和难点，厘清容易混淆的地方，帮助教师把握《课标 2022 年版》的基本理念和目标要求，强调数学核心素养的落实，从而开拓教师思维，优化教学方法。从这个角度讲，教学参考资料又是对教科书内容的深化和补充，成为教科书(可实施课程)到教学(实施课程)的中介和桥梁。

在任何情况下，教科书都要基于《课标 2022 年版》，贯彻“少而精”“简而明”的原则。精心选择与组织教科书内容，抓住本质，返璞归真，尽可能给学生以明快、清新的感受，使学生能更深入地领会数学的真谛，让数学成为广大学生喜闻乐见的一门课程。这是本套教科书坚持的基本特色。教科书的许多特色隐含在内容的选取、编排和行文中。教学参考资料将揭示和突出教科书的基本特色以及教科书编制过程落实这个特色所采取的具体措施和处理方式，并充分注意同一主题内前置和后续内容的衔接以及一个主题的内容与其他主题甚至其他学科内容的关联。这种衔接和关联在章首语、内容提要以及在相关知识内容阐述中有明确的交代。这样做的目的是让教师更加深刻地体会整个初中阶段数学是一个知识的网络，并在教学中把这种认知传递给学生。

本套教学参考资料与教科书的分册和章节安排一致，即教学参考资料的分册和章节目录均与教科书一致。每册教学参考资料由四个主要部分组成：绪论部分、总论部分、分论部分和附录部分，具体结构如下：

(1) 绪论部分

主要介绍整套教科书的总体结构框架、编写理念，以及本册教科书的编写说明和特色等。

(2) 总论部分

针对《义务教育教科书(五·四学制)数学》的每一章内容，教学参考资料从“总体要求”“课时安排建议”“内容编排与特色”“教学提示”“评价建议”5 个方面，对各章的内容进行细致的阐述和说明。其中，在“总体要求”中，该部分强调每一章内容的重要性及与前后章节的联系，明确课程内容要求和素养目标，与课程标准对应，指引教师把握教学方向。在“课时安排建议”中，根据章节内容，提供课时分配建议，包括章末小结和阶段性习题课等环节，确保教学完整性和节奏合理性。在“内容编排与特色”中，阐述章节内容的编排思路和特色，提炼教科书编写特点，帮助教师理解整体框架和逻辑。在“教学提示”中，基于课程标准，为每一章教学提供具体提示和建议，涉及内容顺序、问题情境、核心概念把握及信息技术运用，优化教学方法。在“评价建议”中，结合章节内容，从知识、素养、数学思想文化等方面提出评价建议，关注数学过程、概念本质、思维表达及应用，为课程评价提供指导。

(3) 分论部分

为了帮助教师更好地理解和把握教科书内容，本部分将按照“章—节—课时”的形式，对教科书进行细致的解析。其中，包含了以节为单位的“本节教学目标”和以课时为单位的“本课教学重点”“本课教学建议”“本课内容分析”栏目。

“本节教学目标”中明确提出学生通过本节学习后应达到的具体预期效果。这些目标的设定，紧密围绕《课标 2022 年版》的内容要求和学业要求展开，强调学生对知识点的掌握，关注对其素养、能力的培养和提升。

“本课教学重点”中指出本节课教学中需要特别强调和关注的内容。这些重点通常是教学中的核心知识点或关键能力，对于实现教学目标具有重要意义。

“本课教学建议”为教师使用本套教科书进行教学，提供具体的教学方法和策略指导。这些建议基于课程标准、教材内容和学生实际情况，旨在帮助教师更有效地组织课堂教学活动。

“本课内容分析”深入解读本节课的教科书内容，旨在帮助教师全面把握教材编排，包括说明概念表述、例题设计、思考观察等栏目的教学建议，以及教学过程中可能存在的难点和教学注意事项等。

(4) 附录部分

本次教材的编制包括了三个品种：教科书(课本)、教学参考资料、练习部分(练习册)。其中，教科书中的课堂练习、节习题、章复习题与练习部分中的习题，形成了一个完整的习题训练和检测系统。而这些习题的答案或解答提示都呈现在教学参考资料中，以便教师能完整全面地检测和评价教学效果。

四、教科书特色小栏目和固有栏目的教学建议

根据教科书特色小栏目板块的功能定位，在教学中可以参照如下建议使用小栏目：

观察 教师组织学生关注这个栏目呈现的表达式、图形或问题等，通过直观或者归纳等发现数学性质、特征或者数学结论等。

操作 教师组织学生参考这个栏目给出的步骤流程，进行实验、绘图等实践活动，感受和探究数学规律或验证数学性质、定理等。

思考 教师组织学生对栏目给出的内容进行思考、分析或解答，其目的是对之前所学内容的延伸，或者通过问题引出后续进一步学习的内容。

探究 教师组织学生对这个栏目给出的内容进行探索，其目的是加深学生对数学概念、性质、定理等的理解，让学生经历独立思考过程。本栏目的内容在深度、综合性、开放性方面要求很高，有些属于初高衔接内容，教师不一定在课堂上给出答案，可以鼓励学生在课后进一步思考。

讨论 教师组织学生针对这个栏目提出的问题，进行全班集体的交流和讨论，或者学生在小组中展开数学交流。

归纳 教师组织学生根据之前学习的内容，让学生提炼概括出可能的数学概念、性质或者定理，并进行表达。教师应对学生的表达进行规范化，必要时给予纠正。

本教科书的各章有若干相对固有的栏目，在教学中可以灵活处理。

章首语 教师可以在每章开始时，组织学生阅读并讨论章首语，让学生初步了解每章要学习的内容，为每章学习做好准备。在每章结束时，再回顾章首页进一步体会。

提示 教师组织学生结合教科书正文阅读或浏览提示部分的说明，拓展学生对所学内容的理解。

内容提要 教师组织学生在每章结束时，阅读内容提要，复习每章所学的概念、性质、定理等。需要特别指出的是，几何章节中内容提要里出现的性质和定理，是进行几何推理的起

点，可以直接使用。

阅读材料 教师在完成课时内容学习以后，鼓励学生使用阅读材料，了解数学文化和数学史，或者见识数学趣题，开阔数学视野，帮助学生提高文化素养、陶冶道德情操。

五、六年级下册教科书编写特色

我们根据《课标 2022 年版》共编写了初中(六年级至九年级)数学教科书八册。六年级下册由“比与比例”“圆与扇形”“可能性与统计图表”“圆柱与圆锥”“二元一次方程组”及“综合与实践”6 个单元(章)组成。

第 5 章与第 9 章属于“数与代数”领域，第 6 章与第 8 章属于“图形与几何”领域，而第 7 章属于“统计与概率”领域。“比与比例”和“圆与扇形”的部分内容直接构成了“可能性与统计图表”的前期基础，这种安排构成了内容之间逻辑上的统一和自然延续，也体现了代数、几何及统计与概率之间的内在联系。“第 8 章圆柱与圆锥”介绍了两种常见的立体图形，为九年级学习“投影与视图”提供了一些必要的素材，也为高中阶段学习立体几何做一定的铺垫。“二元一次方程组”是六年级上册“一元一次方程”的自然延续。

第 5 章 比与比例

本章的特色是“削枝强干，提质增效”。通过真实的“投篮水平”问题与情境激发学生学习的兴趣和内驱力，让学生了解比较投篮水平不能简单比较各自“进球数”的多少(即比较数量的大小关系)，而是要比较各自的“进球数”与“投球数”这两个数量之间的关系，实现从数量的大小比较到数量之间关系比较的跨越。教科书中删减了比例中的第一比例项、第二比例项等非重点概念，完善了比的意义。从数量关系的本质重构了百分数应用题的结构，把实际问题归结为部分与整体的“占比问题”和运动变化过程中的“变化率问题”，淡化类型和套路，有利于学生抓住问题的本质属性，提升思辨能力。

第 6 章 圆与扇形

本章在讲解圆周率时删减了上海“二期课改”教科书中的实验操作活动，通过圆的外切正方形让学生初步认识到圆的周长介于直径的 2 倍至 4 倍之间，再通过简单的操作进一步认识到是 3 倍多一些，让学生的认识不断深化。在“比与比例”的基础上，运用 1° 为计数单位，从部分与整体的视角，得到弧长公式和扇形的面积公式。让学生认识到弧长与周长之比等于扇形面积与圆面积之比，等于圆心角与周角之比，这一处理方式体现了数学内容与方法的连贯性与一致性。采用“无限逼近，以直代曲”的数学思想方法，将圆的面积转化为三角形或四边形等“直线型”图形的面积，从而推导出圆的面积公式。

第 7 章 可能性与统计图表

本章内容的设置主要是考虑“统计与概率”部分在小学阶段和九年级的衔接，一方面完善三大基本统计图，另一方面在学习对象上完成从“确定性”到“不确定性”的跨越，通过熟悉的现实情境引导学生初步体验如何使用调查法收集数据，了解“由部分推断整体”的统计方法，体会使用百分数表达“不确定事件”发生可能性大小的方法，帮助学生初步形成数据观念，理解统计的意义。

第8章 圆柱与圆锥

与上海“二期课改”教科书相比，本章是新增的内容，也为九年级学习“投影与视图”做一些前期铺垫。通过操作活动让学生认识圆柱、圆锥的侧面展开图，探索它们的侧面积、表面积和体积的计算方法，建立立体图形与其侧面展开图之间的联系，提升空间观念。本章的特色是关注了圆柱与圆锥在结构上的一致性，即它们的底面均为圆形，侧面均为线段绕直线旋转得到，这两类立体图形的侧面均可以展开为平面图形——矩形与扇形，后者即为第5章的研究对象。在导出圆柱与圆锥的体积时，一方面强化了“以直代曲”的数学手段，另一方面也展示了实验的方法，让学生认识到数学研究方法的多样性。

第9章 二元一次方程组

本章删去了上海“二期课改”教科书中“二元一次方程的解及解集”的概念，削枝强干，突出核心概念。同时，改用我国古代数学著作《孙子算经》中经典的“鸡兔同笼”问题作为引入，将知识的学习与情境相融合，通过对比较术的方法、列一元一次方程及列二元一次方程组的方法，让学生感受二元一次方程组可以直截了当地解决这个问题，突出学习二元一次方程组的必要性。在“二元一次方程组的解法”中，强调消元法，弱化了以往解决具体问题过程中模式化的处理方式。

本章的最大特色是凸显了学习二元一次方程组这一数学模型的必要性，在模型建立、解法研究、实际应用的过程中提高学生的应用意识，发展模型观念。

此外，三元一次方程组是《课标2022年版》中标记为星号的内容，但本章仍将其设置为必修，一方面考虑到后续“用待定系数法求二次函数表达式”“求三角形内切圆的半径”等问题会涉及三元一次方程组的解法，另一方面希望学生通过解简单的三元一次方程组，进一步掌握消元法。

综合与实践

本册的“综合与实践”安排了两个内容：“旋转的齿轮”和“中国的能源生产与消费”，旨在发展学生的实践和创新能力，帮助学生养成思考的习惯，加深对数学知识的理解与感悟，拓宽知识面。

齿轮是生活中常见的机械部件，在“旋转的齿轮”中，设计了3个活动内容，让学生了解齿轮的基本功能及齿轮实现增速及降速的基本原理。引导学生利用“比与比例”所学的知识理解并求解两个齿轮的转速比。在“中国的能源生产与消费”中，以折线统计图、条形统计图及统计表等形式呈现了国家统计局发布的历年各类能源生产与消费的数据，引导学生利用“可能性与统计图表”所学的知识正确读取相关数据，求解增长率，使用扇形统计图整理相关数据等。

本册“综合与实践”的最大特色是内容的选取与所学的知识密切相关，让学生充分体会数学在生活中的广泛应用，初步感知数学建模的基本过程，形成模型观念。

第 5 章 比与比例

一、本章概述

1. 总体要求

小学阶段研究了两个数(量)的大小关系或者两个数(量)是否具有整除关系，本章通过比和比例的学习，研究两个数(量)之间的倍数(倍分)关系的比较。

本章的学习中，应从实际生活的情境中感受学习比和比例的必要性；理解比的有关概念，了解比和百分比的意义，理解比例的意义，掌握比例的基本性质，了解比例尺，能解决简单的比例应用问题；掌握小数、分数与百分数之间的互化，并利用百分数解决“占比问题”和“变化率问题”。

比与比例的知识不仅在日常生活中有着广泛的应用，在后续方程的学习中也会用到比例有关知识。学好比与比例对培养学生的运算能力和应用意识非常重要。

2. 课时安排建议

本章共 14 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
5.1 比、比例及其性质	5	比的意义 1 课时
		比的基本性质 2 课时
		比例 2 课时
习题课	1	
5.2 百分数	5	百分数的意义 2 课时
		百分数的应用 3 课时
习题课	1	
复习与小结	2	

3. 内容编排与特色

学生在小学阶段学习“数的整除”时，是从运算视角研究两个数(量)是否具备整除关系，

本章学习的视角转换到研究两个数(量)之间倍数(倍分)关系的比较. 本章内容分为两节, 分别是“5.1 比、比例及其性质”和“5.2 百分数”.

在“5.1 比、比例及其性质”一节, 教科书设置“定点投篮”情境, 通过提出“比较投篮水平”的问题, 让学生认识到投篮水平的比较不能简单比较“进球数”的多少[即比较数(量)的大小关系], 而是要比较“投球数”与“进球数”这两个数(量)之间的倍数(倍分)关系, 实现从比较数(量)的大小到比较数(量)与数(量)之比的跨越. 又通过不同规格国旗的长宽之比都是 $3:2$ 的实例, 促使学生更好地感受学习比例的必要性. 同时, 删减了一些与比例相关但并非重要的概念, 如第一比例项、第二比例项等.

与上海“二期课改”教科书相比, 本套教科书中的“比”既可以是两个同类量的比, 也可以是两个不同类量的比, 如路程与时间之比是速度. 这样做是为今后学习正比例函数等知识打下基础. 但是, 由于学生对“比”的认识需要经验的积累才能逐渐深化, 因此教师在授课时不要过分强调这一意义.

在“5.2 百分数”一节中讨论的百分数(百分比)是一种特殊的分数, 由于方便比较, 因此它在生产生活中有着广泛的应用. 百分比是两个数(量)倍数(倍分)关系的表达, 既可以表达确定事件中的确定数据, 如果汁饮料中某种成分的占比, 银行存款的利率和商品销售的折扣等, 也可以刻画随机现象中的随机数据. 教科书中列举了许多使用百分数的生活场景与相关问题, 涉及工业、经济、商业等不同领域, 旨在导出常见的以百分数形式呈现的不同数据对象, 如增长率、利率、盈利率等.

本章淡化应用题的类型, 突出数(量)之间的关系, 把实际问题归结为“占比问题”和“变化率问题”; 聚焦对实际问题中信息的读取和提炼, 分析问题中的量与量之间的关系, 明确比较量、基准量、百分比分别是什么.

本章通过真实问题与情境激发学生学习的兴趣和内驱力, 删减了比例中的非重点概念, 完善了比的意义, 从数量关系的视角重构了百分数应用题的结构, 淡化类型和套路, 在例题和问题中重视分析问题的过程, 提升学生的思辨能力和思维品质.

4. 教学提示

从学生已有的认知经验出发进行新知识的学习. 鼓励学生利用有关分数的学习经验类比学习比和比例的知识, 类比分数的应用题学习百分数的应用题. 在学习比的有关概念时, 应联系分数的有关知识, 如研究比的基本性质时可以利用比和分数的关系与分数的基本性质进行类比推理获得. 引导学生理解除法是一种运算, 分数表示一个数值, 而比描述的是两个数(量)的倍数(倍分)关系, 要注意引导学生关注它们的区别和联系. 在学习三项的比以及它的性质时, 要注意引导学生类比两项的比进行学习, 同时对这两者作对比分析, 引导学生正确进行三项之比和两项之比的相互转化.

通过实际问题的解决培养学生的应用意识, 提升学生的模型观念. 数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学. 要充分运用日常生活中丰富的实例, 例如, 通过比较食物中的钙

含量、认识生活中的比例尺、解决树种选择和商品折扣等问题，让学生认识到数学的研究对象来源于生活和大自然，鼓励学生关心现实生活中蕴含的数学模型，尝试用所学的知识解决一些简单的实际问题。

基于课程标准，切实把握好教学难度。教师应正确掌握教学的尺度，控制有关比和比例计算的难度。比例的性质的字母表示比较抽象，不要求学生记忆，但要会运用比例的基本性质解决简单的方程问题。百分数既可以表达确定数据间的倍数(倍分)关系，如利率、合格率、盈利率等；也可以表达随机数据间的倍数(倍分)关系，如定点投篮命中率等。在本章注意不要过分强调后者，等到第7章学习了随机现象后再回顾，并进行阐述。教科书中列举了许多运用百分数的实例，由于涉及工业、经济、商业等领域，因此对学生的阅读理解能力有一定要求，教师应耐心指导，做好必要的解释和说明。

5. 评价建议

关注学生对基本概念的理解，关注学生应用意识和能力的提升。关注学生对比和比例概念的理解，知道比是两个数(量)间倍数(倍分)关系的表达，而比例则是两个倍数(倍分)关系的相等关系。关注学生能否应用比和比例的知识解决生活中简单的配比问题和按比例分配问题；关注在实际情境中，是否能按给定比例进行图上距离与实际距离的换算。关注学生能否熟练进行分数、百分数和小数之间的互化；在运用百分数解决实际问题的过程中，关注学生是否能明确“折扣”“利率”等问题中的比较量、基准量和对应的百分数；关注学生能否恰当运用数学模型解决问题。

重视学生在探索过程中的思维与表达。在学生利用分数与除法的知识的迁移归纳比和比例的基本性质时，关注学生归纳、总结、语言表达的能力。在探索生活中的百分数应用题的活动中，关注学生能否指出问题中的比较量、基准量和对应的百分比，能否确定问题中蕴含的数量关系。在分析问题的基础上，关注学生的独立思考、自主探究的能力及与他人合作与交流的意识。

二、教科书分析与教学建议

5.1 比与比例

本节教学目标

- (1) 理解比、比值的意义，会求比和比值，理解比与除法、分数的联系与区别.
- (2) 理解比的基本性质，掌握把比化简为最简整数比的方法.
- (3) 理解三项之比的概念，并会运用三项之比的性质解决简单的实际问题.
- (4) 理解比例的意义，并能运用比例的性质进行有关运算，解决简单的实际问题.
- (5) 经历在实际情境中抽象出比和比例的概念并解决简单的实际问题的过程，形成抽象能力和初步的应用意识.

(以下分析对应课本第2~5页)

本课教学重点

在实际问题情境中理解比的意义.

本课教学建议

(1) 结合具体情境讨论问题，引导学生正确理解“比的意义”. 通过对学生熟悉的定点投篮情境与问题的讨论，让学生知道生活中有的比较问题是比较两个数(量)的大小关系，还有的比较问题需要比较两个数(量)的倍数(倍分)关系，体会学习比的必要性，理解比是两个数(量)相除所得的一种倍数(倍分)关系，而且比的意义与顺序有关，交换比的前项与后项得到的一般是不同的比.

(2) 关注学生已有认知经验，引导学生分析比与除法、分数的区别与联系. 引导学生利用分数与除法的知识归纳比的意义，但同时要注意引导学生关注它们的区别和联系，即除法是一种运算，分数表示一个数值，而比是表示两个数(量)的倍数(倍分)关系. 在教学过程中注意引导学生归纳、总结，提升数学的表达能力.

5.1 比、比例及其性质

1. 比的意义

问题 1 小海和乐乐在篮球场上定点投篮，小海投了 15 次，进球 6 次；乐乐投了 10 次，进球 5 次。就这次的成绩，谁的投篮水平更高呢？

分析 投篮水平的高低，不是简单地比较进球数，而是比较进球数和投球数这两个量的关系。我们可以用算式 $6 \div 15$ 和 $5 \div 10$ 分别表示小海和乐乐的进球数占投球数的几分之几；用算式 $15 \div 6$ 和 $10 \div 5$ 表示投球数是进球数的几倍。

$$\text{小海进球的次数} \div \text{小海投球的总次数} = 6 \div 15 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10};$$

$$\text{乐乐进球的次数} \div \text{乐乐投球的总次数} = 5 \div 10 = \frac{5}{10}.$$

因为 $\frac{5}{10} > \frac{4}{10}$ ，所以，就这次的成绩，乐乐的投篮水平比小海高。

有时我们把小海的进球数和投球数的数量关系说成是进球数和投球数之比是 $6 : 15$ ，或投球数和进球数之比是 $15 : 6$ 。同理，乐乐进球数和投球数之比是 $5 : 10$ ，或投球数和进球数之比是 $10 : 5$ 。

再如，欢欢 10 min 快步走了 1 200 m，用算式 $1200 \div 10$ 表示欢欢平均每分钟走的路程，也可以用比来表示路程与时间的关系：路程与时间之比是 1 200 比 10。

设 a 、 b 是两个数或两个量，为了比较 a 和 b ，可将 a 与 b 相除，叫作 a 与 b 的比。记作 $a:b$ ($b \neq 0$)，读作“ a 比 b ”，或“ a 与 b 的比”。其中， a 叫作比的前项， b 叫作比的后项。前项 a 除以后项 b 所得的商叫作比值。

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & : & 10 & = & 5 \div 10 & = & 0.5 \\ | & | & | & & | & & | \\ \text{前} & \text{比} & \text{后} & & \text{比} & & \text{值} \\ \text{项} & \text{号} & \text{项} & & & & \end{array}$$

本课内容分析

通过问题 1 让学生知道有些问题不能简单比较两个数(量)的大小关系，很多时候是需要比较两个数(量)的倍数(倍分)关系。

为方便后续研究正比例函数，在本章中，比可以是同类量的比，也可以是不同类量的比。在这里只是简单提及，不作过多要求。

通过实例让学生注意区别比中的前项与后项.

除法是一种运算，分数表示一个数值，而比表示的是两个数(量)的倍数(倍分)关系。要注意引导学生关注它们的区别和联系。

注意引导学生规范表达，并注意在求两个同类量的比值时，要保证它们的单位是一致的。



苹果与橙子的个数之比是 $3:5$ ，国旗的长与宽之比是 $3:2$ ，
橙子与苹果的个数之比是 $5:3$ ，宽与长之比是 $2:3$ 。



我们已经学习了分数与除法的关系，你知道比、分数和除法三者之间的关系吗？

比、分数和除法三者之间的关系是：

比的前项相当于分数的分子和除式中的被除数；

比的后项相当于分数的分母和除式中的除数；

比值相当于分数的值和除式中的商。

根据比、分数与除法间的关系，两个数的比也可以写成分数形式。例如，

$6:15$ 也可以写成 $\frac{6}{15}$ ，仍读作“6 比 15”。

例 1 求下列各个比的比值：

(1) $60 : 36$;

(2) $1\frac{2}{7} : 0.6$;

(3) $7.5 \text{ cm} : 40 \text{ mm}$;

(4) $18 \text{ s} : 1.5 \text{ min}$.

解 (1) $60 : 36 = 60 \div 36 = \frac{60}{36} = \frac{5}{3}$.

(2) $1\frac{2}{7} : 0.6 = 1\frac{2}{7} \div 0.6 = \frac{9}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{15}{7}$.

(3) $7.5 \text{ cm} : 40 \text{ mm} = 75 \text{ mm} : 40 \text{ mm} = 75 \div 40 = 1.875$.

(4) $18 \text{ s} : 1.5 \text{ min} = 18 \text{ s} : 90 \text{ s} = 18 \div 90 = 0.2$.

求两个同类型的比值时，如果单位不同，必须把这两个量化成相同的单位。

例 2 许多食物的钙含量很高, 如菠菜、鲫鱼、牛奶、豆腐等。根据表 5-1 提供的信息, 判断: 这四种食物中, 哪种食物的钙含量最高? 哪种食物的钙含量最低? (在表 5-1 中, mg 表示质量单位毫克, $1\,000\text{ mg}=1\text{ g}$.)

表 5-1

食物	菠菜	鲫鱼	牛奶	豆腐
钙含量	66 mg/100 g	16 g/20 000 g	226 mg/200 g	390 g/500 000 g

分析 由于钙含量的表达中比的前项和后项均不相同, 不利于比较, 可以通过比值的大小来判断每种食物的钙含量的高低。

$$\text{解 } 66 \text{ mg : } 100 \text{ g} = 66 \text{ mg : } 100\,000 \text{ mg} = 66 \div 100\,000 = 0.000\,66;$$

$$16 \text{ g : } 20\,000 \text{ g} = 16 \div 20\,000 = 0.000\,8;$$

$$226 \text{ mg : } 200 \text{ g} = 226 \text{ mg : } 200\,000 \text{ mg} = 226 \div 200\,000 = 0.001\,13;$$

$$390 \text{ g : } 500\,000 \text{ g} = 390 \div 500\,000 = 0.000\,78.$$

答: 因为 $0.001\,13 > 0.000\,8 > 0.000\,78 > 0.000\,66$, 所以这四种食物中, 牛奶的钙含量最高, 菠菜的钙含量最低。



讨论 你还能举出一些生活中比的例子吗?

课堂练习 5.1(1)

1. 六年级(5)班有男生 15 人, 女生 25 人, 求下列各比的比值:

- (1) 男生人数 : 女生人数;
- (2) 男生人数 : 全班人数;
- (3) 女生人数 : 全班人数。

2. 求下列各比的比值:

- | | |
|---|---|
| (1) $1.5 : 0.5$; | (2) $75 \text{ g : } 0.5 \text{ kg}$; |
| (3) $81.5 \text{ m : } 40 \text{ dm}$; | (4) $85 \text{ h : } 160 \text{ min}$. |

例 2 呼应问题 1, 引导学生理解比的本质是比较两个数(量)的倍数(倍分)关系, 可以通过比较比值大小来实现。同时, 例 2 也可以在下节课再次教学, 通过比的基本性质, 将四组数据分别化成后项为 100 的比, 再进行比较。

课堂练习 5.1(1)

1. (1) 0.6.

(2) 0.375.

(3) 0.625.

2. (1) 3.

(2) 0.15.

(3) 20.375.

(4) 31.875.

3. $8 : 12$; $\frac{2}{3}$; $4 : 6$; $\frac{2}{3}$.

(以下分析对应课本第 5~7 页)

本课教学重点

理解比的基本性质，运用比的基本性质解决简单的计算问题.

本课教学建议

通过溶液的浓度问题促进学生对比的性质的理解，回顾除法运算的“商不变性质”与“分数的基本性质”，引导学生在此基础上归纳、总结“比的基本性质”，提升用数学语言表达的能力.

3. 小海和乐乐在文具店买同样的铅笔。小海买了8支，共花了4元。乐乐买了12支，共花了6元。小海和乐乐买的铅笔数之比是_____，比值是_____；花的钱数之比是_____，比值是_____。

2. 比的基本性质

问题2 将10 g果汁粉溶解在100 g水中，和将15 g的同类果汁粉溶解在150 g水中相比，所得的两种果汁的口味是否相同？再将36 g这样的果汁粉溶解在360 g水中，所得的果汁的口味与前两种果汁相比呢？

因为 $10 : 100 = 0.1$, $15 : 150 = 0.1$, $36 : 360 = 0.1$, 所以

$$10 : 100 = 15 : 150 = 36 : 360.$$

因此，这三种果汁的口味都是相同的。

根据分数的基本性质：

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} = \frac{a \div n}{b \div n} \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0),$$

可以得到：

比的基本性质 比的前项和后项同时乘或除以一个不为零的数，比值不变，即

$$a : b = am : bm = (a \div n) : (b \div n) \quad (b \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).$$

例3 化简下列各比：

(1) $0.65 : 1.3$;

(2) $\frac{44}{121}$;

(3) $1\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$;

(4) $1.25 \text{ L} : 375 \text{ mL}$.

解 (1) $0.65 : 1.3 = (0.65 \times 100) : (1.3 \times 100)$
 $= 65 : 130$

本课内容分析

通过果汁浓度问题，引出果汁粉质量与水质量之间的倍数(倍分)关系的大小比较；通过计算发现比值相等，从而得到等式，观察等式前后变化，初步归纳结论；再通过除法运算具有的“商不变性质”以及“分数的基本性质”进行合情推理。进一步引导学生概括“比的基本性质”，用符号语言和文字语言规范表达。

运用比的基本性质化简比时，引导学生规范表达每一步的过程并指出每一步的依据。

类比分数运算结果要化简为“最简分数”，让学生归纳：化简比的目标是将其化为“最简整数比”。

例 4，介绍“比例尺”。生活中常常需要按照恰当的比例尺对实际物体进行缩小或放大后，再记录在图纸上，并相应地把使用的“比例尺”的比记作“前项为 1”或者“后项为 1”的形式。

$$= (65 \div 65) : (130 \div 65) \\ = 1 : 2.$$

$$(2) \frac{44}{121} = \frac{44 \div 11}{121 \div 11} = \frac{4}{11}.$$

$$(3) 1\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = \left(1\frac{1}{5} \times 20\right) : \left(\frac{3}{4} \times 20\right) \\ = 24 : 15 \\ = (24 \div 3) : (15 \div 3) \\ = 8 : 5.$$

$$(4) 1.25 \text{ L} : 375 \text{ mL}$$

$$= 1250 \text{ mL} : 375 \text{ mL}$$

$$= 1250 : 375$$

$$= (1250 \div 125) : (375 \div 125)$$

$$= 10 : 3.$$

最简整数比是指比的前项与后项都是整数，且它们互素。运算结果中，比一般需要化为最简整数比。

例 4 如图 5-1-1，上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离为 3.4 cm，而从上海南站至常熟路站的实际直线距离约为 6.8 km。求上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离与实际直线距离之比。

$$\begin{aligned} \text{解 } & 3.4 \text{ cm} : 6.8 \text{ km} \\ & = 3.4 \text{ cm} : 680 000 \text{ cm} \\ & = (3.4 \times 10) : (680 000 \times 10) \\ & = 34 : 6 800 000 \\ & = (34 \div 34) : (6 800 000 \div 34) \\ & = 1 : 200 000. \end{aligned}$$

答：上海轨道交通 1 号线从上海南站至常熟路站在图上的直线距离与实际直线距离之比是 1 : 200 000。

我们把图上距离和实际距离之比称为这幅图的“比例尺”，也就是



图 5-1-1

图上距离 : 实际距离 = 比例尺.

在地图、建筑设计图、房屋平面图中，经常把实际距离缩小后，再画在图纸上，通常把比例尺写成前项是 1 的比，如 $1:5000$ ；而在工业设计(零件设计)图等方面，由于机器零件比较小，需要把实际距离扩大后，再画在图纸上，通常把比例尺写成后项是 1 的比，如 $200:1$.



在例 4 中，上海轨道交通 1 号线的另外两个站点汉中路站至共康路站在图上的直线距离约为 4.3 cm ，你知道汉中路站至共康路站的实际直线距离吗？

课堂练习 5.1(2)

1. 化简下列各比：

(1) $\frac{21}{35}$; (2) $2\frac{1}{2} : 0.8$; (3) $85\text{ g} : 0.5\text{ kg}$.

2. 一种机械手表上的圆形螺丝直径是 3 mm ，画在设计图纸上的尺寸是 3 cm . 求这幅设计图纸的比例尺.

已知一种糕点的部分配料是低筋面粉 200 g 、鸡蛋 300 g 、细砂糖 150 g . 其中，低筋面粉与鸡蛋的比是 $200:300$ ，鸡蛋与细砂糖的比是 $300:150$. 低筋面粉、鸡蛋、细砂糖的比是 $200:300:150$. 像 $200:300:150$ 这样的比称为三项的比，其中 $200, 300, 150$ 都是这个比的项.

由两项的比可以推得三项的比：

如果 $a:b=m:n$, $b:c=n:k$, 那么 $a:b:c=m:n:k$.

在生活和生产实际中，我们经常要对两个以上的数量进行比较.

例如，如果小海、小华、乐乐三人的身高分别是 1.63 m 、 1.50 m 、 1.55 m ，那么小海、小华、乐乐三人的身高的比为：

课堂练习 5.1(2)

1. (1) $\frac{3}{5}$.

(2) $25:8$.

(3) $17:100$.

2. 这幅设计图纸的比例尺是 $10:1$.

(以下分析对应课本第 7~9 页)

本课教学重点

理解三项之比的意义和性质，能进行三项之比和两项之比的互相转换.

本课教学建议

通过学生熟悉的情境与问题，引导学生感受三项之比在实际生活中的广泛应用，体会学习三项之比的必要性；类比“两项之比”的学习经验引导学生自主学习“三项之比”的意义和性质，引导学生归纳、总结它们的区别和联系.

图上距离 : 实际距离 = 比例尺.

在地图、建筑设计图、房屋平面图中，经常把实际距离缩小后，再画在图纸上，通常把比例尺写成前项是 1 的比，如 $1:5000$ ；而在工业设计(零件设计)图等方面，由于机器零件比较小，需要把实际距离扩大后，再画在图纸上，通常把比例尺写成后项是 1 的比，如 $200:1$.



在例 4 中，上海轨道交通 1 号线的另外两个站点汉中路站至共康路站在图上的直线距离约为 4.3 cm ，你知道汉中路站至共康路站的实际直线距离吗？

课堂练习 5.1(2)

1. 化简下列各比：

(1) $\frac{21}{35}$; (2) $2\frac{1}{2} : 0.8$; (3) $85\text{ g} : 0.5\text{ kg}$.

2. 一种机械手表上的圆形螺丝直径是 3 mm ，画在设计图纸上的尺寸是 3 cm 。求这幅设计图纸的比例尺。

已知一种糕点的部分配料是低筋面粉 200 g 、鸡蛋 300 g 、细砂糖 150 g 。其中，低筋面粉与鸡蛋的比是 $200:300$ ，鸡蛋与细砂糖的比是 $300:150$ 。低筋面粉、鸡蛋、细砂糖的比是 $200:300:150$ 。像 $200:300:150$ 这样的比称为三项的比，其中 $200, 300, 150$ 都是这个比的项。

由两项的比可以推得三项的比：

如果 $a:b=m:n$, $b:c=n:k$ ，那么 $a:b:c=m:n:k$.

在生活和生产实际中，我们经常要对两个以上的数量进行比较。

例如，如果小海、小华、乐乐三人的身高分别是 1.63 m 、 1.50 m 、 1.55 m ，那么小海、小华、乐乐三人的身高的比为：

本课内容分析

可以引导学生列举生活中常见的三项之比，感受三项之比的普遍存在性和学习的必要性。

$$\begin{aligned}1.63 \text{ m} : 1.50 \text{ m} : 1.55 \text{ m} \\=163 \text{ cm} : 150 \text{ cm} : 155 \text{ cm} \\=163 : 150 : 155.\end{aligned}$$

两项的比的性质可以推广到三项的比的性质：

$$\begin{aligned}a : b : c = am : bm : cm &= (a \div n) : (b \div n) : (c \div n) \\(b \neq 0, c \neq 0, m \neq 0, n \neq 0).\end{aligned}$$

例 5 是将两个两项的比联结成三项的比，注意引导学生观察相同意义的量在两个不同比中的数值，进一步确定恰当的值，利用比的基本性质变形。

例 6，注意引导学生理解这个问题是在同种计数(量)单位下比较三个数(量)的大小关系。还要注意引导学生，不能将 $a : b : c$ 理解成 $a \div b \div c$ ，后者的运算结果为一个数。

课堂练习 5.1(3)

1. (1) $25 : 12$.

(2) $3 : 6 : 8$.

(3) $6 : 3 : 2$.

(4) $1 : 6 : 5$.

2. (1) $10 : 6 : 9$.

(2) $28 : 35 : 45$.

3. 它的长、宽、高之比为 $60 : 40 : 90$ ，化为最简整数比后是 $6 : 4 : 9$ 。

例 5 (1) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 5$. 求 $a : b : c$;

(2) 已知 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 5$. 求 $a : b : c$.

解 (1) 因为 $a : b = 2 : 3$, $b : c = 3 : 5$, 所以 $a : b : c = 2 : 3 : 5$.

(2) 因为 3 和 4 的最小公倍数是 12, 所以

$$\begin{aligned}a : b = 2 : 3 &= (2 \times 4) : (3 \times 4) = 8 : 12, \\b : c = 4 : 5 &= (4 \times 3) : (5 \times 3) = 12 : 15.\end{aligned}$$

所以, $a : b : c = 8 : 12 : 15$.

例 6 小华的妈妈今天摄入的五谷杂粮、肉类、蔬菜大约分别为 400 g , 250 g , 350 g . 求小华的妈妈今天五谷杂粮、肉类、蔬菜的摄入量之比.

解 $400 \text{ g} : 250 \text{ g} : 350 \text{ g}$

$$\begin{aligned}&= 400 : 250 : 350 \\&= (400 \div 50) : (250 \div 50) : (350 \div 50) \\&= 8 : 5 : 7.\end{aligned}$$

答：小华的妈妈今天五谷杂粮、肉类、蔬菜的摄入量之比为 $8 : 5 : 7$.

课堂练习 5.1(3)

1. 把下列各比化为最简整数比:

(1) $1.5 \text{ L} : 720 \text{ mL}$;

(2) $15 : 30 : 40$;

(以下分析对应课本第9~11页)

本课教学重点

理解比例的意义，能运用比例的基本性质解方程。

本课教学建议

通过对学生熟悉情境与问题的讨论，激发学生学习的兴趣，让学生感受学习比例的必要性。引导学生从对比例概念的数学表达式的形式化理解过渡到“比例是四个数(量)的一种数量关系”的理解。

(3) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$;

(4) 15 min : 1.5 h : 1 h 15 min.

2. 利用下列已知条件, 求 $a : b : c$:

(1) $a : b = 5 : 3$, $b : c = 2 : 3$;

(2) $a : b = 4 : 5$, $b : c = 7 : 9$.

3. 一个纸箱, 测量得到它的长为 60 cm, 宽为 40 cm, 高为 90 cm. 求它的长、宽、高之比, 并化为最简整数比.

本课内容分析

通过长宽之比均为 $3 : 2$ 的不同规格的国旗, 促进学生理解比例是表示两个比[两个数(量)之间倍数(倍分)关系]相等的关系, 有时也称“比例关系”. 教师可以增加一些实例, 促进学生对概念的理解.

3. 比例

《中华人民共和国国旗法》对国旗的制作有明确规定. 中华人民共和国国旗是长方形, 长与宽之比为 $3 : 2$, 国旗的通用尺度分 5 种规格(单位: cm):

1 号: 288×192 ; 2 号: 240×160 ; 3 号: 192×128 ;

4 号: 144×96 ; 5 号: 96×64 .

这些国旗尽管尺寸不同, 但长和宽之比都是 $3 : 2$. 例如, 由 1 号和 2 号国旗尺寸得到 $288 : 192 = 240 : 160$. 又如, 由 4 号和 5 号国旗尺寸得到 $144 : 96 = 96 : 64$.

在 a 、 b 、 c 、 d 四个量中, 如果 $a : b = c : d$, 那么就说 a 、 b 、 c 、 d 成比例. 特别地, 当 b 和 c 相同时, 即 $a : b = b : d$ 成立, 那么把 b 叫作 a 和 d 的比例中项. 例如, 在等式 $144 : 96 = 96 : 64$ 中, 96 叫作 144 和 64 的比例中项.

$a : b = c : d$ 也可以表示为 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 在等式两边同时乘 bd , 可以得到 $ad = bc$;

反过来, 如果 b 、 d 都不为 0 并且 $ad = bc$, 那么在等式两边同时除以 bd , 就可以得到 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 即 $a : b = c : d$.

比例的基本性质

如果 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, 那么 $ad=bc$.

反之, 如果 b, d 都不为 0 且 $ad=bc$, 那么 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

例 7 求下列各式中 x 的值:

(1) $4:x=\frac{3}{2}:2$;

(2) $\frac{x}{20}=\frac{11}{4}$.

解 (1) 因为 $4:x=\frac{3}{2}:2$, 所以 $\frac{3}{2}x=4\times 2$, 即 $\frac{3}{2}x=8$.

于是, 可得 $x=8\div\frac{3}{2}=\frac{16}{3}$.

(2) 因为 $\frac{x}{20}=\frac{11}{4}$, 所以 $4x=20\times 11=220$.

于是, 可得 $x=220\div 4=55$.

例 8 你能运用比例的基本性质判断 30、25、12、10 这四个数是否成比例吗? 请说明理由.

解 因为 $30\times 10=25\times 12$, 根据比例的基本性质有 $30:25=12:10$, 所以数 30、25、12、10 成比例.

课堂练习 5.1(4)

1. 判断下面哪组中的两个比可以组成等式:

- (1) 6:9 和 9:12;
- (2) 1.4:2 和 28:40;
- (3) 7.5:1.3 和 5.7:3.1.

从等式变形的角度看, 比例的基本性质陈述了从两个比相等到两个积相等的变形.

例 8 有很多种解决方法, 可以从比例本身的意义着手, 也可以用比例的基本性质逆向思考. 教师在安排课堂思考和讨论活动中要给足学生时间, 支持和引导学生对不同方法进行比较.

课堂练习 5.1(4)

1. (2) 可以.

2. (1) $x=4$.

(2) $x=21$.

(3) $x=0.15$.

(4) $x=3$.

3. 数 12、14、15、58 不成比例. 判断的方法不唯一, 可以运用比例的意义或比例的基本性质进行判断.

(以下分析对应课本第 11~12 页)

本课教学重点

能解决简单的比例和按比例分配的实际问题.

本课教学建议

引导学生用多种视角、多种方法解决有关比例的实际问题，支持和引导学生通过表达与交流，理解比例既表示两个比之间的相等关系，同时也是四个数(量)间的一种数量关系的表达.

2. 求下列各式中 x 的值:

$$(1) 2 : x = 6 : 12; \quad (2) \frac{x}{6} = \frac{7}{2};$$

$$(3) x : 0.3 = 0.4 : 0.8; \quad (4) \frac{0.75}{1.5} = \frac{x}{6};$$

3. 12、14、15、58 这四个数成比例吗? 请说明理由.

例 9 某顾客买了 6 kg 牛肉, 付款 406.8 元. 按照如此售价, 339 元可以购买多少牛肉?

分析 牛肉的售价前后不变, 都是总价与购买的牛肉质量之比; 也可以换个角度思考, 在单价相同的情况下, 总价之比等于牛肉质量之比.

解 设 339 元可以购买牛肉 x kg. 根据题意, 可得

$$\frac{339}{x} = \frac{406.8}{6} \text{ 或 } 339 : 406.8 = x : 6.$$

由比例的基本性质, 可得:

$$\begin{aligned} 406.8x &= 339 \times 6. \\ x &= 2034 \div 406.8. \\ x &= 5. \end{aligned}$$

答: 339 元可以购买牛肉 5 kg.

例 10 某清洁剂浓缩液可以根据需要按照不同的浓缩液与水的体积之比配制出不同浓度的稀释液. 如果浓缩液与水的体积按 1 : 4 配制一瓶 500 mL 的稀释液, 其中浓缩液和水的体积分别是多少?

分析 根据题意, 可知

浓缩液体积 : 水体积 = 1 : 4, 浓缩液体积 + 水体积 = 500 (mL).

解 方法一: 设浓缩液的体积为 x mL, 则水的体积为 $4x$ mL. 根据题意, 可得

$$\begin{aligned} x + 4x &= 500. \\ x &= 100. \end{aligned}$$

本课内容分析

例 9 可以先求出单价, 再进行计算; 也可以像教科书中的解法, 寻找相等的比, 即寻找成比例的关系.

例 10 的求解方法很多, 可以用算术方法, 也可以用方程方法. 本例实质是按比例分配问题. 教学的关键是分析其中的数量关系, 寻找等量关系建立方程求解, 引导学生体会方程思想.

于是, 得到 $4x = 4 \times 100 = 400$.

答: 浓缩液和水的体积分别为 100 mL 和 400 mL.

方法二: 设浓缩液的体积为 x mL, 则水的体积为 $(500-x)$ mL. 根据题意, 可得

$$x : (500 - x) = 1 : 4.$$

$$500 - x = 4x.$$

$$x = 100.$$

于是, 得到 $500 - x = 400$.

答: 浓缩液和水的体积分别为 100 mL 和 400 mL.

课堂练习 5.1(5)

1. 将 12 本相同厚度的书叠起来, 它们的高度为 30 cm. 如果将 20 本这样相同厚度的书叠起来, 那么它们的高度是多少?

2. 用电饭煲煮饭时, 某品牌的大米经过多次实验, 得到的结论是: 当米和水的质量之比是 1 : 1.2 时, 煮出米饭的软硬度比较合适. 如果有 400 g 大米, 配比多少水比较合适?

3. 用 280 cm 长的铁丝做一个长方体的框架, 其长、宽、高的比是 4 : 2 : 1. 要使铁丝恰好用完, 这个长方体的长、宽、高分别是多少? (接头处的损耗忽略不计)

习题 5.1



1. (1) $4 : 1$; 4.

(2) $4 : 9$; $\frac{4}{9}$; $9 : 13$; $\frac{9}{13}$.

1. 街舞兴趣小组有男生 20 人、女生 5 人. 民族舞兴趣小组共有 26 人, 其中女生有 18 人.

(1) 街舞兴趣小组男女生人数的比是_____，比值是_____.

(2) 民族舞兴趣小组男女生人数的比是_____，比值是_____；其中女生人数与小组总人数的比是_____，比值是_____.

2. 求下面各比的比值:

(1) $4 : 6$; (2) $0.5 : 0.24$; (3) $21 : 91$; (4) $1\frac{1}{5} : 35$.

3. 已知上海市东方明珠广播电视塔的高度是 468 m, 按照 $1 : 1000$ 的比例尺做的模型的高是多少?

4. 医生给乐乐测得心率是 30 s 跳 36 次. 请问: 按照乐乐目前的心率, 他的心脏 1 min 跳多少次?

5. 妈妈按消毒液与水的体积 $1 : 150$ 的方法配制消毒水对衣物进行消毒. 她在盆里倒了 3 L 水, 问: 应该加多少消毒液?

6. 甲数与乙数的比是 $2 : 3$, 乙数与丙数的比是 $4 : 5$. 问: 甲数与丙数的比是多少?

7. 书架上有小说、诗歌、散文三种文学类图书共 20 册, 小说、诗歌和散文的册数比是 $2 : 3 : 5$. 问: 这三种图书分别有多少册?



8. 某果园面积共 1200 m^2 . 果园的 $\frac{1}{2}$ 种桃树, 剩下的按 $3 : 2$ 的面积比种梨树和杏树. 三种果树的种植面积分别是多少?

9. 一个普通成年人, 身体内的水分约占体重的 $\frac{3}{5}$, 其中在细胞、血浆、组织间液内的水分质量之比大约是 $10 : 1 : 4$. 问: 体重为 70 kg 的普通成年人体内水分大约是多少? 其中在细胞、血浆、组织间液内的水分大约分别是多少?

10. 某一篮球场地是长为 28 m, 宽为 15 m 的长方形. 选用 $1 : 500$ 比例尺画出它的平面图(只画出边界).

2. (1) $\frac{2}{3}$.

(2) $\frac{25}{12}$.

(3) $\frac{3}{13}$.

(4) $\frac{6}{175}$.

3. 按照 $1 : 1000$ 的比例尺做的模型的高是 46.8 cm.

4. 他的心脏 1 min 跳 72 次.

5. 应该加 20 mL 消毒液.

6. 甲数与丙数的比是 $8 : 15$.

7. 小说、诗歌和散文三种图书分别有 4 册、6 册、10 册.

8. 桃树、梨树和杏树的种植面积分别是 600 m^2 、 360 m^2 、 240 m^2 .

9. 体重为 70 kg 的普通成年人体内水分大约是 42 kg, 其中在细胞、血浆、组织间液内的水分大约分别是 28 kg、2.8 kg、11.2 kg.

10. 该长方形平面图的长、宽分别为 5.6 cm 和 3 cm, 图略.

5.2 百分数

本节教学目标

- (1) 理解百分数的意义，认识百分数的表示方法.
- (2) 能进行百分数与小数、分数的互化与简单计算.
- (3) 了解百分数在生产生活中的应用，会解决有关百分数的简单问题.
- (4) 在解决百分数问题的过程中，增强爱国主义信念，树立勤俭节约等观念.

(以下分析对应课本第 14~16 页)

本课教学重点

理解百分数的意义，能进行分数与百分数的互化.

本课教学建议

注意引导学生列举在生活、工作、生产中使用百分数的例子，让学生在广泛的应用场景中感受百分数的意义和学习百分数的必要性.

5.2 百分数

1. 百分数的意义

问题 1 随着科技水平的不断提高和经济社
会条件的不断改善，我国的国土绿化取得了举世
瞩目的成就。表 5-2 中列出了某一地区治沙实验
基地不同树种的种植成活情况。根据信息，请你
判断选择哪一种树种植比较好。



表 5-2

树种	栽种总棵数	成活棵数	成活棵数与栽种总棵数的比
A	20	17	$\frac{17}{20}$
B	25	23	$\frac{23}{25}$
C	50	42	$\frac{42}{50}$
D	10	8	$\frac{8}{10}$

分析 从表中不容易看出哪一种树的成活情况比较好，如果将成活棵数与栽种总棵数的比都用分母为 100 的分数表示，就可以很好地作出判断了。

$$\frac{17}{20} = \frac{17 \times 5}{20 \times 5} = \frac{85}{100}; \quad \frac{23}{25} = \frac{23 \times 4}{25 \times 4} = \frac{92}{100};$$

$$\frac{42}{50} = \frac{42 \times 2}{50 \times 2} = \frac{84}{100}; \quad \frac{8}{10} = \frac{8 \times 10}{10 \times 10} = \frac{80}{100}.$$

因为 $\frac{80}{100} < \frac{84}{100} < \frac{85}{100} < \frac{92}{100}$ ，所以选择种植树种 B 比较合理。

以上问题中，树种 A 的成活棵数与栽种总棵数的比可以表示为 $\frac{17}{20}$ ，还可
以表示为 $\frac{85}{100}$ ，由此可称树种 A 的成活棵数占栽种总棵数的百分之八十五。

本课内容分析

通过对问题 1 的讨论，引
导学生将几种树种成活棵数与
栽树总棵数的比均化为后项为
100 的比，体现百分数在进行
大小比较时的优势，让学生感
受到学习百分数的必要性，同
时渗透环保意识。

问题 1 中的植树问题还体
现了用部分推断整体的统计思
想，对学有余力的学生，教师
可简单提及这一点。

教学中要指出，从运算的角度来说，百分数是一种特殊的分数，它的分母是 100。百分数的写法也很特殊，写成分母为 100 的形式后，去掉分数线和分母，在分子后面加上“%”。% 的圆圈要写得小一些，以免和数字 0 混淆。

可让学生自己列举或教师补充生产生活中常用到的百分数，加深对百分数的认识，提高学习百分数的积极性。

把两个数量的比值写成 $\frac{n}{100}$ 的形式，这种形式的数叫作百分数，也称为百分比或百分率，记作“n%”，读作“百分之 n”。其中，符号“%”称为百分号。

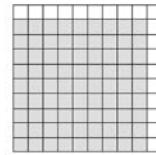
例如，18% 就是 $\frac{18}{100}$ ，读作“百分之十八”；120% 就是 $\frac{120}{100}$ ，读作“百分之一百二十”；32.5% 就是 $\frac{32.5}{100}$ ，读作“百分之三十二点五”。

百分数是分母为 100 的特殊分数，其分子可不为整数，它表示一个数是另一个数的百分之几。百分数既能直观地反映两个数量之间的关系，又便于比较，因此在工农业生产和生活中运用比较广泛。例如，可以用百分数来描述上海市市区绿化状况发生的变化：绿化覆盖率从 1990 年的 12.4% 上升到 2019 年的 39.6%。又如，空气属于混合物，它主要由氮气、氧气、稀有气体、二氧化碳以及其他物质组合而成，其中氮气约占 78%，氧气约占 21%，其他气体约占 1%。



思考

图 5-2-1 中涂色部分面积占整个图形面积的几分之几？如何用百分数表示？



$$\frac{(\quad)}{(\quad)} = (\quad)\%$$



$$\frac{(\quad)}{(\quad)} = (\quad)\%$$

图 5-2-1

例 1 将下列百分数化成最简分数：

- (1) 62%； (2) 55%； (3) 37.5%； (4) 125%。

解 (1) $62\% = \frac{62}{100} = \frac{31}{50}$.

(2) $55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$.

(3) $37.5\% = \frac{37.5}{100} = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$.

(4) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$.

课堂练习 5.2(1)

1. 写出下列划线部分的百分数:

(1) 截至 2020 年 11 月 1 日, 我国总人口中有将近百分之六十三的人口年龄在 15~59 岁之间;

(2) 据相关研究资料显示, 百分之十左右的感冒病例是由细菌引起的, 百分之九十左右是由病毒引起的;

(3) 某面料成分为棉占百分之六十点二、涤纶占百分之三十六点四、氯纶占百分之三点四.

2. 读一读下面的百分数, 并把它们化成最简分数:

12.5% 、 25% 、 40% 、 135% 、 210% .

$30 \div 40$ 的运算结果可以表示为:

$$30 \div 40 = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%.$$

实际生活离不开数据, 根据不同的情况还要选择数据的不同表示形式. 例如, 用 30 元买 40 支铅笔, 通常用 0.75 元表示每支铅笔的价格; 一个班级的 40 名学生中有 30 名学生喜欢数学, 这个班级中喜欢数学的学生数与学生总数的比值用 75% 或 $\frac{3}{4}$ 表示. 因此, 掌握百分数、分数和小数之间的互化是必要的.

课堂练习 5.2(1)

1. (1) 63% .

(2) 10% ; 90% .

(3) 60.2% ; 36.4% ; 3.4% .

2. 分别读作百分之十二点五、百分之二十五、百分之四十、百分之一百三十五、百分之二百一十. 所化成的最简分数分别为 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{27}{20}$ 、 $\frac{21}{10}$.

(以下分析对应课本第 16~18 页)

本课教学重点

能进行百分数、小数、分数的互化.

本课教学建议

让学生感受，现实世界中人们表达数据时会根据不同的目标和场景采用不同的表示形式，感悟分数、小数、百分数互化的必要性。在学习分数、小数、百分数互化的过程中，让学生运用已有的运算经验自主思考，通过计算活动自主发现规律，并引导学生归纳三者相互转化的方法与规律。

解 (1) $62\% = \frac{62}{100} = \frac{31}{50}$.

(2) $55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$.

(3) $37.5\% = \frac{37.5}{100} = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$.

(4) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$.

课堂练习 5.2(1)

1. 写出下列划线部分的百分数:

(1) 截至 2020 年 11 月 1 日, 我国总人口中有将近百分之六十三的人口年龄在 15~59 岁之间;

(2) 据相关研究资料显示, 百分之十左右的感冒病例是由细菌引起的, 百分之九十左右是由病毒引起的;

(3) 某面料成分为棉占百分之六十点二、涤纶占百分之三十六点四、氯纶占百分之三点四.

2. 读一读下面的百分数, 并把它们化成最简分数:

12.5%、25%、40%、135%、210%.

$30 \div 40$ 的运算结果可以表示为:

$$30 \div 40 = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%.$$

实际生活离不开数据, 根据不同的情况还要选择数据的不同表示形式. 例如, 用 30 元买 40 支铅笔, 通常用 0.75 元表示每支铅笔的价格; 一个班级的 40 名学生中有 30 名学生喜欢数学, 这个班级中喜欢数学的学生数与学生总数的比值用 75% 或 $\frac{3}{4}$ 表示. 因此, 掌握百分数、分数和小数之间的互化是必要的.

本课内容分析

让学生感受现实世界中数据表示形式的丰富性. 可以让学生自己再举些例子, 感悟百分数、分数与小数之间互化的必要性.

例2 与例3，在明确“%”的意义的基础上，让学生先计算，再在观察活动后归纳表达转化的规律。

例2 将下列小数化成百分数：

(1) 0.47; (2) 0.028; (3) 2.73; (4) 0.3.

解 (1) $0.47=0.47\times100\%=47\%$.

(2) $0.028=0.028\times100\%=2.8\%$.

(3) $2.73=2.73\times100\%=273\%$.

(4) $0.3=0.3\times100\%=30\%$.



观察

观察例2中的计算过程与结果： $0.47=47\%$, $0.028=2.8\%$, $2.73=273\%$, $0.3=30\%$. 你有什么发现吗？

小数化成百分数时，将小数点向右移两位，同时在后面添上百分号。

例3 将下列百分数化成小数或整数：

(1) 40.2%; (2) 125.2%; (3) 0.52%; (4) 200%.

解 (1) $40.2\%=40.2\div100=0.402$.

(2) $125.2\%=125.2\div100=1.252$.

(3) $0.52\%=0.52\div100=0.0052$.

(4) $200\%=200\div100=2$.



观察

观察例3中的计算过程与结果： $40.2\%=0.402$, $125.2\%=1.252$, $0.52\%=0.0052$, $200\%=2$. 你有什么发现吗？

百分数化成小数时，将百分号(%)前数的小数点向左移两位，同时去掉后面的百分号。

例4 将下列分数化成小数，再化成百分数：

(1) $\frac{3}{4}$; (2) $\frac{7}{5}$; (3) $\frac{5}{6}$; (4) $1\frac{1}{8}$.

解 (1) $\frac{3}{4}=0.75=75\%$.

$$(2) \frac{7}{5} = 1.4 = 140\%.$$

$$(3) \frac{5}{6} \approx 0.833 = 83.3\%.$$

$$(4) 1 \frac{1}{8} = 1.125 = 112.5\%.$$

本章中，在遇到除法除不尽时，如无特别说明，一般商保留三位小数，百分数精确到0.1%。

把分数化成百分数，通常先把分数化成小数，再把小数化成百分数。

课堂练习 5.2(2)

1. 把下列各数化成百分数：

$$(1) 0.2; \quad (2) 1.15; \quad (3) \frac{3}{50}; \quad (4) 1 \frac{3}{4}.$$

2. 把下列各百分数化成小数或整数：

$$(1) 3\%; \quad (2) 80\%; \quad (3) 120\%; \quad (4) 300\%.$$

2. 百分数的应用

由于百分数表示一个数是另一个数的百分之几，因此可类比分数的方法解决有关百分数的实际问题。

(1) 占比问题

在解决经济、科技和日常生活中的许多问题时，常常需要求某个部分的量与整体的量之比，其结果通常用百分数表示，即

$$\text{占比} = \frac{\text{部分的量}}{\text{整体的量}} \times 100\%.$$

在不同的应用场景中，表示部分与整体的占比通常被称作“ \times 率”。例如：

当整体是产品总数，部分是合格产品数时，得到的占比是这批产品的“合格率”；

“ $\times 100\%$ ”相当于 $\times 1$ ，不影响计算结果。加上这个记号，是为了强调结果记为百分数。

课堂练习 5.2(2)

1. (1) 20%.

(2) 115%.

(3) 6%.

(4) 175%.

2. (1) 0.03.

(2) 0.8.

(3) 1.2.

(4) 3.

(以下分析对应课本第 18~20 页)

本课教学重点

理解占比的意义，能求解常见的占比问题.

本课教学建议

在处理简单的占比问题时，应让学生充分地表达交流，分析问题中的部分量、整体量以及占比。引导学生理解，在部分与整体的关系中占比的最大值为 100%。注意在具体问题中引导学生理解这样的数量关系：像出勤率与缺席率这样的一组占比，其和为 1。

$$(2) \frac{7}{5} = 1.4 = 140\%.$$

$$(3) \frac{5}{6} \approx 0.833 = 83.3\%.$$

$$(4) 1 \frac{1}{8} = 1.125 = 112.5\%.$$

本章中，在遇到除法除不尽时，如无特别说明，一般商保留三位小数，百分数精确到0.1%。

把分数化成百分数，通常先把分数化成小数，再把小数化成百分数。

课堂练习 5.2(2)

1. 把下列各数化成百分数：

$$(1) 0.2; \quad (2) 1.15; \quad (3) \frac{3}{50}; \quad (4) 1 \frac{3}{4}.$$

2. 把下列各百分数化成小数或整数：

$$(1) 3\%; \quad (2) 80\%; \quad (3) 120\%; \quad (4) 300\%.$$

2. 百分数的应用

由于百分数表示一个数是另一个数的百分之几，因此可类比分数的方法解决有关百分数的实际问题。

(1) 占比问题

在解决经济、科技和日常生活中的许多问题时，常常需要求某个部分的量与整体的量之比，其结果通常用百分数表示，即

$$\text{占比} = \frac{\text{部分的量}}{\text{整体的量}} \times 100\%.$$

在不同的应用场景中，表示部分与整体的占比通常被称作“ $\times\%$ 率”。例如：

“ $\times 100\%$ ”相当于 $\times 1$ ，不影响计算结果。加上这个记号，是为了强调结果记为百分数。

当整体是产品总数，部分是合格产品数时，得到的占比是这批产品的“合格率”；

本课内容分析

例5是学生比较熟悉的情境，对问题的讨论可引申到求不及格率，让学生知道及格率+不及格率=1，如果没有不及格的学生，那么及格率就是100%。这可推广到其他相类似的占比问题的计算。

例6中的情境是学生比较陌生的，注意引导学生区分哪个是整体量，哪个是部分量，并适当引导学生了解依法纳税的重要性和逃税漏税的严重性，适当进行法治教育。

课堂练习 5.2(3)

1. (1) 38.
(2) 20.
(3) 1 002.
2. 她应缴个人所得税 105 元。

当整体是一个班级应出勤人数，部分是当天实际出勤人数或缺席人数时，得到的占比称为这个班级这一天的“出勤率”或“缺席率”。



你还能说出一些生活中常见的百分率吗？

例5 在一次数学练习中，某班48名学生中有45人及格，且其中12人达到优秀。问：该班的及格率和优秀率分别是多少？

$$\text{解} \quad \text{及格率} = \frac{\text{及格人数}}{\text{全班人数}} \times 100\% = \frac{45}{48} \times 100\% = 93.75\%.$$

$$\text{优秀率} = \frac{\text{优秀人数}}{\text{全班人数}} \times 100\% = \frac{12}{48} \times 100\% = 25\%.$$

答：该班的及格率、优秀率分别为93.75%和25%。

每个公民和企业都有纳税的义务。纳税是指把收入中应纳税的部分（应纳税所得额）按照一定的比率（税率）缴纳给国家。应缴纳的税额（应纳税额）=应纳税所得额×税率。

例6 某企业第一季度的应纳税所得额为50万元，如果按照2.5%的税率计算，这家企业第一季度应纳税额是多少万元？

$$\text{解} \quad \text{应纳税额} = \text{应纳税所得额} \times \text{税率} = 50 \times 2.5\% = 1.25 \text{ (万元)}.$$

答：这家企业第一季度的应纳税额为1.25万元。

课堂练习 5.2(3)

1. 填空题：

(1) 用2 000 kg花生米榨出花生油760 kg，这些花生米的出油率是_____%；

(2) 经测定，40 kg牛肉中含8 kg蛋白质，则牛肉的蛋白质含量是_____%；

(以下分析对应课本第 20~22 页)

本课教学重点

理解变化率的意义，能求解简单的变化率问题.

本课教学建议

变化率问题在实际问题中以多种形态存在，关键要引导学生分析具体问题，找准实际情境中的基准量、变化量和变化率. 由于一些问题取材自真实情境，因此计算中数据比较复杂，可以使用计算器. 在本章中如果没有特殊要求，百分数求解近似计算一般精确到 0.1%.

本课内容分析

问题 2, 变化率问题的关键是找准“变化量”和变化之前作为比较标准的“基准量”.

例 7, 注意引导学生分析, 本题中的变化量是今年与去年的销售额之差, 而基准量是变化之前的销售额, 即“去年春节期间的销售额”.

(3) 青少年防控近视非常重要. 某地区对 4 所小学共 3 000 名学生进行视力检查, 结果只有 66.6% 的小学生视力达标. 检查为视力不达标的学生有_____名.

2. 李阿姨的月工资是 8 500 元, 如果减去 5 000 元后的余额要按 3% 的税率缴纳个人所得税, 问: 她应缴个人所得税多少元?

(2) 变化率问题

在许多实际问题中, 数据往往会产生变化(增加或减少), 通常用“变化率”来表示变化的程度, 即

$$\text{变化率} = \frac{\text{变化量}}{\text{变化之前的量}} \times 100\% = \frac{\text{变化之后的量} - \text{变化之前的量}}{\text{变化之前的量}} \times 100\%.$$

问题 2 某企业主要产品的生产成本是 10 万元/吨, 经过技术创新后成本降为 5 万元/吨. 该企业宣传时, 宣称经过技术革新, 产品的成本降低了 100%. 该企业的宣传正确吗? 如果不正确, 为其纠正错误.

分析 该企业创新前的生产成本: 10 万元/吨, 变化量 = $5 - 10 = -5$, 成本的变化率 = $\frac{-5}{10} \times 100\% = -50\%$, 所以成本降低了 50%, 而不是 100%.

例 7 某商场去年春节期间的销售额为 2 100 万元, 今年春节期间的销售额为 2 520 万元. 问: 今年春节期间销售额的增长率是多少?

解 今年春节期间销售额的增长率

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{今年春节期间销售额} - \text{去年春节期间销售额}}{\text{去年春节期间销售额}} \times 100\% \\ &= \frac{2520 - 2100}{2100} \times 100\% \\ &= \frac{420}{2100} \times 100\% \\ &= 20\%. \end{aligned}$$

答: 今年春节期间销售额的增长率是 20%.

例 8 某市今年第二季度的工业总产值为 100 亿元, 比第一季度增长了 6.2%, 预计第三季度的增长率在第二季度的增长率基础上将提高 1 个百分点. 第一季度的工业总产值是多少亿元(结果保留两位小数)? 第三季度的工业总产值预计是多少亿元?

分析 第二季度工业总产值比第一季度增长了 6.2%, 比较的基数是第一季度的工业总产值, 即

$$6.2\% = \frac{\text{第二季度的工业总产值} - \text{第一季度的工业总产值}}{\text{第一季度的工业总产值}} \times 100\%.$$

而 1 个百分点即为 1%, 这样第三季度的增长率是 $6.2\% + 1\% = 7.2\%$, 它是在第二季度的基础上增长的, 也就是

$$7.2\% = \frac{\text{第三季度的工业总产值} - \text{第二季度的工业总产值}}{\text{第二季度的工业总产值}} \times 100\%.$$

解 设第一季度和第三季度的工业总产值分别为 x 亿元及 y 亿元, 则由 $\frac{100-x}{x} = \frac{6.2}{100}$, 可得

$$\begin{aligned} 100(100-x) &= 6.2x, \\ x &\approx 94.16. \end{aligned}$$

由 $\frac{y-100}{100} = 7.2\%$, 可得

$$y = 100 + 100 \times 7.2\% = 107.2.$$

答: 第一季度的工业总产值约为 94.16 亿元, 第三季度的工业总产值预计是 107.2 亿元.

课堂练习 5.2(4)

1. 某地原计划造林 0.12 km^2 , 实际造林 0.15 km^2 . 问: 实际造林比原计划增加了百分之几?
2. 小海暑假前体重为 40 kg , 暑假结束时, 体重比放暑假前增加了 7.5% . 问: 暑假结束时小海的体重是多少?

3. 不是. 去年的销售额为 $2100 + 2100 \times 20\% = 2520$ (万元), 今年的销售额为 $2520 - 2520 \times 20\% = 2016$ (万元). 虽然增加和减少的百分比都是 20% , 但是它们的基准量不同, 分别是 2100 万元和 2520 万元.

例 8, 在工业总产值变化的情境下找准“变化量”和变化之前的“基准量”, 这里有两次变化, 第一次变化的基准量是第一季度工业生产总值, 第二次变化的基准量是第二季度工业生产总值, 要注意找准每次变化中与变化量相对应的变化基准量.

教学时注意方程思想的渗透.

课堂练习 5.2(4)

1. $(0.15 - 0.12) \div 0.12 \times 100\% = 25\%$. 实际造林比原计划增加了 25% .

2. 增加的 7.5% 的基准量是暑假前的体重 40 kg , 所以 $40 \times 7.5\% = 3(\text{kg})$. $40 + 3 = 43(\text{kg})$. 暑假结束时小海的体重是 43 kg .

(以下分析对应课本第 22~24 页)

本课教学重点

理解商品销售的打折、银行存款的利率等问题中常见名词的意义，能求解有关的变化率问题.

本课教学建议

注意引导学生正确理解常见名词的意义，在实际问题中准确识别出其中的基准量、变化量和相应的变化率. 如果计算中数据比较复杂，可以使用计算器；在本章中如果没有特殊要求，百分数求解近似计算一般精确到 0.1%.

3. 某商场前年春节期间的销售额为 2100 万元, 去年春节期间的销售额增加了 20%, 今年春节期间的销售额又减少了 20%, 那么今年春节期间的销售额是 2100 万元吗? 为什么?

例 9 某商店以每件 200 元的进价购得一批衬衫, 以每件 280 元的售价卖出; 以每双 300 元的进价购得一批皮鞋, 以每双 390 元的售价卖出. 如果设“盈利率” $=\frac{\text{售价}-\text{进价}}{\text{进价}} \times 100\%$, 那么这家商店卖衬衫和卖皮鞋哪种商品的盈利率更高?

解 卖出一件衬衫的盈利率 $=\frac{280-200}{200} \times 100\% = 40\%$,

卖出一双皮鞋的盈利率 $=\frac{390-300}{300} \times 100\% = 30\%$.

答: 这家商店卖衬衫的盈利率更高.

在商店里, “打折”是一种常见的降价促销方式. 例如, “某商品以九折优惠出售”, 即“打九折”, 是指某商品现在的售价为原价的 90%.

“几折”就是原价的百分之几十, 八五折就是原价的 85%.

例 10 一件外套原价每件 480 元, 降价 120 元后再出售. 这件外套的售价打了几折?

解 由于

$$\begin{aligned}\frac{\text{售价}}{\text{原价}} \times 100\% &= \frac{\text{原价}-\text{降价}}{\text{原价}} \times 100\% \\ &= \frac{480-120}{480} \times 100\% = 75\%,\end{aligned}$$

因此这件外套的售价打了七五折.

问题 3 这是一张两年到期的银行存款单(图 5-2-2), 你能读懂这张存款单吗?

本课内容分析

例 9, 盈利问题是以进价或成本为基准量、盈利为变化量的问题.“盈利率”是一个百分数, 是盈利与成本的比. 这里专用名词较多, 要引导学生理解其意义.

例 10, 打折问题是以原价为基准量的问题.“几折”是一个百分数, 是现价与原价的比, “几折”不是变化率, 它反映的是 1 和变化率之差, 比较容易混淆, 要引导学生注意区分.

问题3，银行存款问题中，变化量是“利息”，基准量是“本金”，“利率”就是变化率。在银行存款中，变化率比较复杂，有年利率和月利率之分，要注意引导学生读懂并了解银行有关年利率与存期的规则和约定，掌握利息的计算方法。

教师可向学生介绍储蓄的有关知识，培养正确消费观念的同时养成良好的储蓄习惯，并渗透勤俭节约、量入为出的意识。

户名	账号	存款种类 随存随取			
金额(大写)	壹仟元整				
开户行名称		银行签章 小写: 1,000.00			
存入日期	存入金额(小写)	存期 年利率%	起息日	到期日	支取方式
2023/06/20	1,000.00	二年 2.05%	2023/06/20	2025/06/20	无

图 5-2-2

到银行存款，存款人可以获得利息。存放的款项称为本金，取款时多得到的钱称为利息。一定时期内，利息与本金的比率叫作利率，以一个月为一期的称为月利率，以一年为一期的称为年利率。

2023年6月某银行发布的(整存整取)储蓄存款年利率见表5-3。

表 5-3

存期	一年	二年	三年	五年
年利率	1.65%	2.05%	2.45%	2.5%

其中，“三年期定期存款，年利率2.45%”，就是说存款约定存期是三年，计息时间段是一年，计息时间段的利率为2.45%，即：利息=本金×利率×存期。

例 11 根据表5-3中的利率，乐乐和小华分别将1000元存入该银行，准备存款两年。

(1) 如果乐乐选择定期存款两年，那么到期时乐乐可以从银行取回多少元？

(2) 如果小华选择先存一年，把利息和本金取出后再续存一年，那么两年后小华可以从银行取回多少元(结果保留两位小数)？

分析 (1) 乐乐选择定期存款两年，年利率为2.05%，存期为2年，除了本金，还应加上利息，就是乐乐可收回的钱。

(2) 小华存款时间总长是两年, 因为中途取出, 所以利率是按照一年期的年利率 1.65% 计算.

解 (1) 两年的利息为

$$1000 \times 2.05\% \times 2 = 41 \text{ (元)}.$$

可取回的钱总计

$$1000 + 41 = 1041 \text{ (元)}.$$

答: 到期时乐乐可以从银行取回 1041 元.

(2) 存满一年时可取回的钱为

$$1000 \times (1+1.65\%) = 1000 + 16.5 = 1016.5 \text{ (元)}.$$

再续存满一年时可取回的钱为

$$1016.5 + 1016.5 \times 1.65\% = 1016.5 \times (1+1.65\%) \approx 1033.27 \text{ (元)}.$$

答: 两年后小华可以从银行取回约 1033.27 元.

课堂练习 5.2(5)

1. 一套运动服原价每件 380 元, 如果降价 152 元后出售, 这套运动服的售价打了几折? 如果降价到 152 元后再出售, 这套运动服的售价打了几折?

2. 李老师将 2000 元存入银行, 存期为 12 个月, 月利率为 0.14%. 问: 李老师到期实际获得多少利息?

习题 5.2



A

1. 将下列百分数和小数互化:

(1) 把百分数化成小数: 98%、7%、0.6%、13.5%;

(2) 把小数化成百分数: 0.98、0.07、0.006、0.135.

2. 读出下列各数: 35%、100%、180%、0.4%.

24

第5章 比与比例

习题 5.2

1. (1) 0.98; 0.07; 0.006; 0.135.

(2) 98%; 7%; 0.6%; 13.5%.

2. 百分之三十五; 百分之一百(或百分之百); 百分之一百八十; 百分之零点四.

例 11, 为了让学生认识银行有关年利率与存期的规则和约定, 设置两种不同的整存整取方法进行比较, 让学生理解一般单次存期越长, 利率越高, 在本金相同的情况下拿到的利息越多.

课堂练习 5.2(5)

1. 降价 152 元后, 可得 $\frac{380-152}{380} \times 100\% = 60\%$. 这套运动服的售价打了六折. 如果降价到 152 元后再出售, 那么 $152 \div 380 = 40\%$. 这套运动服打了四折.

2. $2000 \times 0.14\% \times 12 = 28.8$ (元). 李老师到期实际获得 28.8 元利息.

3. 30% , 120% , 1.5% .

4. (1) $98 : 100$.

(2) $12 : 100$.

(3) $125 : 100$.

5. $864\,000 \times 2.5\% = 21\,600$

(元). 应纳税额是 $21\,600$ 元.

6. $\frac{120 - 30 + 30}{120 + 30} \times 100\% =$

80% . 这批树苗的成活率是 80% .

7. 设原来每个零件的成本为 x , 那么现在每个零件的成本为 $x + 15\%x = 115\%x$. 所以, 现在每个零件的成本相当于原来的 115% .

3. 写出下列各百分数:

百分之三十, 百分之一百二十, 百分之一点五.

4. 把下列各比化成后项是 100 的比:

(1) 学校种植树苗, 成活的棵数与种植总棵数的比是 $49 : 50$;

(2) 要配制一种药水, 药剂的质量与药水总质量的比是 $0.12 : 1$;

(3) 2020 年某企业实际产值与计划产值的比是 200 万 : 160 万.

5. 某企业第一季度的应纳税所得额是 $864\,000$ 元, 如果按照 2.5% 的税率计算, 应纳税额是多少元?



6. 今年植树节, 学校种植了 120 棵树苗, 结果死了 30 棵; 随后又补种了 30 棵, 结果全部存活. 问: 这批树苗的成活率是百分之几?

7. 生产一种零件, 现在的成本比原来的增加了 15% . 问: 现在每个零件的成本相当于原来的百分之几?

◎复习题



1. 求下列比的比值:

(1) $5 : 9$; (2) $\frac{11}{12} : \frac{5}{24}$; (3) $0.5 : 2.5$; (4) $2.25 : 0.9$.

2. 用1份蜂蜜和9份水冲兑蜂蜜水. 要冲兑这样一杯200 mL的蜂蜜水, 需要蜂蜜和水的体积各是多少?

3. 求下列各式中的 x 的值:

(1) $\frac{9}{0.3} = \frac{3.6}{x}$; (2) $\frac{1}{4} : \frac{1}{8} = \frac{6}{5} : (x-2)$.

4. 学校计划栽种70棵树, 并将此任务按照六年级三个班的人数之比分配给各班, (1)班有46人, (2)班有44人, (3)班有50人. 三个班各应栽种多少棵树?

5. 某妇产医院上月新生婴儿303名, 男、女婴儿人数之比是51:50. 问: 该医院上月新生男、女婴儿各有多少名?

6. 某企业进口一宗货物, 关税按货物价值12%计算, 共缴纳关税2.94万元. 问: 这宗货物的价值为多少万元?

7. 孙爷爷有一笔银行存款, 定期3年, 按年利率2.45%计算, 到期时可取得利息2940元. 问: 这笔存款的金额是多少元?



8. 空气中氮气、氧气及其他气体的体积比是78:21:1, 问: 660 m^3 空气中氧气和氮气的体积各是多少?

9. 某商店八月份的自行车销售收入额是6.8万元, 应按15%的税率纳税, 但是可以扣除购入自行车零配件已纳税额0.21万元. 问: 该商店八月份还应缴纳税金多少万元?

8. $660 \times \frac{21}{78+21+1} = 138.6\text{ m}^3$; $660 \times \frac{78}{78+21+1} = 514.8\text{ m}^3$. 660 m^3 空气中氧气的体积为 138.6 m^3 ; 氮气的体积为 514.8 m^3 .

9. $6.8 \times 15\% - 0.21 = 0.81$ (万元). 该商店八月份还应缴纳税金0.81万元.

复习题

1. (1) $\frac{5}{9}$.

(2) 4.4.

(3) 0.2.

(4) 2.5.

2. 20 mL 和 180 mL.

3. (1) $x=0.12$.

(2) $x=2.6$.

4. (1)(2)(3)班应分别栽种23棵、22棵和25棵树.

5. 该医院上月新生男、女婴儿分别有153名和150名.

6. $2.94 \div 12\% = 24.5$ (万元). 这宗货物的价值为24.5万元.

7. 设本金为 x 元, 则有 $x \times 2.45\% \times 3 = 2940$, 解得 $x=40000$. 因此, 这笔存款的金额是40000元.

10. 设大长方形面积与小长方形面积分别为 x 、 y ，那么 $\frac{1}{6}x = \frac{1}{4}y$ ，可得 $x : y = 3 : 2$. 因此，大长方形与小长方形的面积之比是 $3 : 2$.

11. $7600 - 7600 \times 10\% = 6840$ (元)， $6840 - 6840 \times 10\% = 6156$ (元). 两次降价后电脑售价为 6156 元.

10. 如图，两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的 $\frac{1}{6}$ ，相当于小长方形面积的 $\frac{1}{4}$. 大长方形与小长方形的面积之比是多少？



(第 10 题)

11. 一种电脑原价为 7600 元，第一次降价 10%，第二次又在降价的基础上降价 10%. 问：两次降价后电脑售价为多少元？

第6章 圆与扇形

一、本章概述

1. 总体要求

圆是一种非常重要的平面图形。生活中处处能见到具有圆形特征的物体，如钟表表盘、汽车轮胎和日常用的盘子等。实际生活和工业生产中许多圆形物体的制造与圆的面积和周长计算都有关系。

在小学阶段，学生对圆已有初步认识，对圆的基本构成要素如圆心、半径和直径等名称并不陌生，也知道可以用圆规画圆。但学生对圆的认识一般停留在直观、感性的层面：学生能通过直觉辨认圆形，但不能清晰表达“什么是圆”；学生能描述圆的一些特征，但无法建立这些特征间的联系，也没有学习与圆有关的计算问题。

本章的任务是通过用圆规画圆等活动进一步认识圆的特征，理解圆、弧、扇形等概念；通过观察、操作、思考、归纳等活动，对圆的周长和面积公式进行探究，了解圆的周长与其直径之比是一个定值，从而认识圆周率；用部分与整体的关系探究弧长公式与扇形面积公式，并能熟练运用圆的周长与面积公式、弧长与扇形面积公式解决简单的实际问题，进一步提升学生的应用意识，提升学生的模型观念。

本章是学生第一次面对与圆有关的度量问题。通过操作实验等活动，体会圆的度量问题与三角形、四边形的度量问题的区别与联系，体会近似计算与精确计算的数学方法，感悟“无限逼近”和“以直代曲”的数学思想。

2. 课时安排建议

本章共9课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
6.1 圆的周长与弧长	2	圆的周长 1课时
		弧长 1课时
习题课	1	
6.2 圆与扇形的面积	4	圆的面积 2课时
		扇形的面积 2课时
复习与小结	2	

3. 内容编排与特色

本章内容分为两节，分别是“6.1 圆的周长与弧长”和“6.2 圆与扇形的面积”。

“6.1 圆的周长与弧长”一节，在对圆的周长公式的处理上，与上海“二期课改”教科书相比，本教科书删去了测量各种圆形物体的周长和直径再计算得到圆周率的操作活动，取而代之的是设计“观察、思考”的活动过程，让学生基于正方形周长的学习经验，思考圆的周长与直径的数量关系，通过观察得到圆的周长在直径的 2 倍到 4 倍之间，然后直接告知圆的周长与直径的比值是个定值，就是圆周率。而对于“测量—计算—验证”的过程，可以适当介绍探究的方法，放在课后处理。

在对弧长公式的处理上，删除了上海“二期课改”教科书中由特殊到一般，观察、归纳得出弧长公式的方法。采用将圆周平均分割成 360 等份，得到圆心角为 1° 的弧长等于圆周长的 $\frac{1}{360}$ ，从而得到弧长的求解公式。运用比例的知识，理解弧长与圆周长之比等于圆心角与周角之比。

“6.2 圆与扇形的面积”一节，采用“无限逼近”“以直代曲”的数学思想方法，将圆的面积转化为三角形或四边形的面积，从而推导出圆的面积公式。对于扇形的面积公式，和弧长公式的处理方法一样，得到圆心角为 1° 的扇形的面积等于圆面积的 $\frac{1}{360}$ ，从而得到扇形的面积公式，引导学生类比推理扇形面积与圆面积之比等于圆心角与周角之比。

初中生的学习方式逐步从感性直观过渡到理性推理，鉴于这一特点，本章删减了一定的实验操作活动，改为运用比和比例的知识，由部分与整体的关系得到弧长公式和扇形的面积公式。弧长与周长之比等于扇形面积与圆面积之比，都等于圆心角与周角之比，这一处理方式体现了数学内容与方法的连贯性与一致性。同时，本章的例题和习题的背景源自生活中的实际问题，体现数学与生活的联系，让学生体会到数学是有趣的，也是有用的。

4. 教学提示

重视活动设计，合理衔接从直观感性到理性推理的认知方式。教师在教学中，一方面要注意联系实际，加强直观，在学生原有知识和生活经验的基础上恰当地引入概念；另一方面要充分考虑学生的认知特点和水平，设计有针对性的教学活动，让学生积累观察、操作实验、判断思考、归纳概括、合情说理等丰富的基本活动经验，鼓励学生用确切、简明的数学语言表述概念和计算公式，引导学生逐步从感性认识过渡到理性认识。具体活动可按照课本中“操作”“观察”等栏目开展，也可从实际出发另行设计。

重视过程分析，有序提升推理能力。教材中蕴含了丰富的推理活动。例如，观察“扇子的展开”，演示弧长(和扇形的面积)随着圆心角的增大而增大的过程，让学生归纳推理得出弧长(和扇形的面积)与圆心角大小有关。再如，基于正方形的周长是其边长的 4 倍的学习经验，分

析圆的周长与直径之间的数量关系. 又如, 本章中研究弧长时, 由 1° 的圆心角所对应的弧长等于圆周长的 $\frac{1}{360}$, 得到 n° 的圆心角所对应的弧长是圆周长的 $\frac{n}{360}$; 在研究扇形面积时, 类比弧长公式, 推理得到扇形面积的计算公式. 在教学中, 要关注这些推理过程的分析, 提升学生的推理能力.

规范数学表达, 夯实运算能力. 在计算中, 要让学生知算理、明算法, 正确计算、合理计算. 首先要培养学生良好的表达习惯, 先陈述必要的已知条件, 再展示要使用的计算公式, 然后代入计算; 其次要提高学生运用公式计算时的灵活性, 计算时先约分后计算, 过程中先保留 π , 最后代入数值进行计算. 对于计算较繁的问题, 可允许学生使用计算器.

5. 评价建议

关注学生对众多公式间关系的理解, 以及是否能正确合理运用公式. 在本章中, 应关注学生对这些计算公式的理解是否具有系统性与整体性. 从几何图形的度量层面看, 周长是从一维的角度反映圆的大小, 面积是从二维的角度反映圆的大小; 而弧长与扇形面积分别是圆周长与圆面积的一部分, 它们的比值都是 $\frac{n}{360}$ (假设对应的圆心角为 n°). 在评价时, 可以从学习习惯的角度关注学生是否机械地记忆公式, 也可以从知识运用的角度观察学生能否在解决问题时灵活选用公式.

关注学习活动中学生的参与态度、思维水平和归纳能力. 在从现实世界的物体抽象为数学概念的过程中, 关注学生参与的积极性. 学生首先应敢于用自己的语言进行归纳, 然后随着活动经验的积累逐步利用数学语言表达. 在探究圆的周长和面积、弧长与扇形的面积等公式的活动中, 关注学生能否从数学的角度进行思考, 了解学生对背后蕴含的数学思想方法的体会, 重视学生与他人合作、交流的意识.

二、教科书分析与教学建议

6.1 圆的周长与弧长

本节教学目标

- (1) 通过观察、操作活动，进一步认识圆的特征，理解圆、弧的相关概念。经历探究圆的周长与直径的数量关系的过程，认识圆周率，掌握圆的周长公式并能运用公式进行简单度量问题的计算。
- (2) 通过圆的周长公式的探究活动，了解以直代曲的方法，了解中国古代数学家的成就，体验中华优秀传统数学文化。
- (3) 经历由部分与整体的关系分析推理得到弧长公式的过程，能运用弧长公式进行简单度量问题的计算。
- (4) 通过操作、实验、归纳等活动，发展合作意识和运用数学语言表达与交流的能力。

(以下分析对应课本第 30~34 页)

本课教学重点

借助操作探究圆的周长与直径之间的数量关系，了解以直代曲的方法。

本课教学建议

在教学时应把握好有关圆的知识的过渡与衔接。让学生类比以往学习正方形的周长的经验，探索和认识圆的周长公式，初步经历科学探究的过程。在教学中引导学生积极主动参与操作互动，指导学生正确的操作方法，引导学生体会“以直代曲”的数学思想方法，发展合作、交流的意识。

本教科书里删减了上海“二期课改”教科书中对于各种圆形物体测量计算周长和直径的操作环节。之所以这样处理，是因为课堂操作活动环节耗时且不能解决 π 的精确值的问题，不利于学生理解 π 是一个定值。

6.1 圆的周长与弧长

1. 圆的周长

问题 1 如何画一个圆呢？你能想到哪些方法？

可以利用圆形的物品如杯子、盘子等直接画圆；还可以用圆规来画圆（图 6-1-1）：

- (1) 把圆规的两脚分开，使两脚间的距离等于圆的半径长度；
- (2) 把有针尖的一只脚固定在一点上，该点即为圆心位置；
- (3) 把装有铅笔芯的一只脚旋转一周，就画出一个圆。

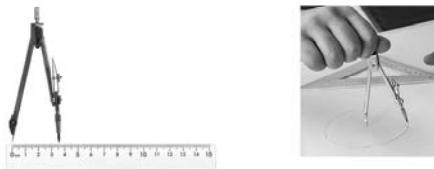


图 6-1-1

如图 6-1-2，圆上任意一点到圆心的距离都相等。连接圆心和圆上任意给定一点的线段叫作半径，一般用字母 r 表示半径。经过圆心，并且两端都在圆上的线段叫作直径，一般用字母 d 表示直径。在同一个圆中，直径的长度是半径长度的 2 倍，即 $d=2r$ 。在不产生混淆的前提下，我们可以将半径的长度和直径的长度分别简称为半径和直径。

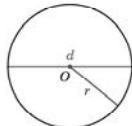


图 6-1-2

本课内容分析

在用圆规画圆的过程中，要引导学生观察“点的运动过程中两点间距离保持不变”。在此基础上进一步归纳圆的特征（圆上任意一点到圆心的距离都相等）。

对“如何画一个圆”的问题，除了引导学生利用现有圆形物体或圆规之外，还可以让学生列举其他画圆的方法，以此进一步体会圆的基本特征。

这里可以设计“对折圆形纸片”或“画出圆的对称轴”的活动，引导学生理解圆的对称性。

例1 将正方形和圆如图6-1-4所示放置，目的是让学生运用正方形对称性来寻找圆心，同时这个图形也为探究圆的周长公式打下基础。

思考 一方面体现圆广泛应用于日常生活，另一方面也让学生从运动的视角进一步认识圆的本质特征。

我们知道，圆是轴对称图形，过圆心的任一条直线都是圆的对称轴，如图6-1-3所示。

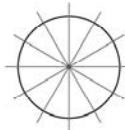


图 6-1-3

例1 将一个正方形和圆如图6-1-4所示放置，你能找出图中圆的圆心，并求出它的半径和直径的长吗？

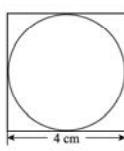


图 6-1-4

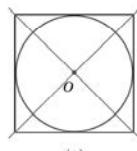


图 6-1-5

解 正方形是轴对称图形，它的对称轴有4条，且都是圆的对称轴。我们可以画出正方形的对称轴的交点，这个交点就是圆心，如图6-1-5所示。

由图6-1-5(2)可知，圆的直径为4 cm，半径为2 cm。



思考

你能解释为什么车轮要设计成圆形的吗？轮轴应该装在什么位置？



围成圆的曲线的长度叫作圆的周长。

问题 2 如何求一个圆的周长呢?



圆的周长随半径或直径的增大而增大。

观察图 6-1-6, 可以得到圆的周长介于直径 d 的 2 倍至 4 倍之间。

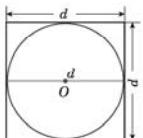


图 6-1-6



操作

如图 6-1-7, 已知一个圆形物体的直径为 10 cm, 用一根线(或纸条)绕该圆形物体一周, 剪去多余的部分, 再拉直量出它的长度, 得到该圆形物体的周长是多少?



图 6-1-7

通过操作和计算, 可以进一步发现圆的周长都是直径的 3 倍多一些。其实, 前人早就研究了圆的周长与直径的关系, 发现任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数, 这个数叫作圆周率, 用字母 π 来表示, π 读作 “/pai/”。人们后来发现圆周率是一个无限不循环小数, $\pi=3.141\ 592\ 653\ 5\dots$ 但在实际应用中一般只取它的近似值。

圆的周长 : 直径 = 圆周率。

可以类比三角形和四边形的周长, 让学生自主尝试给圆的周长下定义。

引导学生基于正方形周长学习的基本经验, 猜想圆的周长有可能也是直径的几倍, 引发测量圆的周长与直径并计算两者之间数量关系进行验证的必要性。

重点关注探究导出公式过程中的观察、思考、猜想等思维过程。可以考虑将测量圆的周长和直径及计算二者间的数据关系放在课后进行。

例2 和例3 呈现了如何运用周长公式解决简单实际问题，注意引导学生进行规范表达，先写已知条件，再写要使用的公式，最后代入计算。

在本章中，当题目中明确给出“ π 取 3.14”的条件时，在计算过程中直接用等号表示。

课堂练习 6.1(1)

1. (1) 3 cm.

(2) 4 cm.

2. 略。提示：连接正方形的对角线，交点就是圆心；也可以分别连接正方形对边的两个中点，其交点就是圆心。

3. 这个花坛的直径是 15 m.

如果用字母 C 表示圆的周长， d 表示直径， r 表示半径，那么

$$C=\pi d \text{ 或 } C=2\pi r.$$

例2 自行车的外轮胎直径约为 60 cm，车轮滚动一周是多少厘米 (π 取 3.14)？

解 根据题意， $d=60$ cm，于是

$$C=\pi d=60\pi=188.4 \text{ (cm)}.$$

答：车轮滚动一周是 188.4 cm。



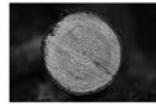
例3 把大树树干的横截面近似地看作一个圆盘。已知一棵大树树干横截面的周长约是 157 cm，求大树树干横截面的半径 (π 取 3.14)。

解 已知圆的周长 $C=157$ cm。

因为 $C=2\pi r$ ，所以

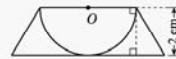
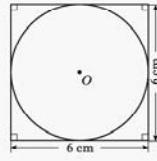
$$r=\frac{C}{2\pi}=\frac{157}{2\times 3.14}=25 \text{ (cm)}.$$

答：大树树干横截面的半径是 25 cm。



课堂练习 6.1(1)

1. 根据图形填空：



(第1题)

(以下分析对应课本第 34~36 页)

本课教学重点

从部分与整体的关系探究弧长公式，能运用公式解决简单的实际问题.

本课教学建议

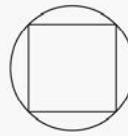
设计观察、思考、操作实验、归纳概括、合情说理等活动让学生探究弧长公式. 在得出公式的过程中，引导学生观察 1° 的圆心角所对应的弧长与圆周长的关系. 将此弧长（即 $\frac{1}{360}C_{\text{圆}}$ ）视为一个单位，把 n° 的圆心角所对应的弧长看作该单位的累加(或 n 倍)以得到弧长公式 $l = \frac{n}{360}C_{\text{圆}}$. 再从比例的视角阐释该数量关系，引导学生体会并归纳，圆心角所对的弧长与圆周长之比等于该圆心角与周角之比. 过程中适时请学生进行合情说理，提升推理能力.

本课内容分析

引入优弧、劣弧的概念是为了体现弧与圆心角的对应关系，同时也为九年级进一步学习圆的知识打好基础。

在教学时要引导学生注意优弧和劣弧在表示方式上的不同：一般劣弧用两个字母表示，而优弧用三个字母表示。

2. 将圆和正方形如图放置，找出图中的圆心。



(第2题)

3. 一个圆形花坛的周长是 47.1 m，求这个花坛的直径 (π 取 3.14)。

2. 弧长

圆上两点之间的部分称为弧，它是圆的一部分。

圆任意一条直径的两个端点把圆分成两条弧，每条弧都叫作半圆(图 6-1-8)。我们把小于半圆的弧叫作劣弧，把大于半圆的弧叫作优弧。在图 6-1-9 中，红色部分的弧是劣弧，记作 \widehat{AB} ，读作“弧 AB ”；蓝色部分的弧是优弧，记作 \widehat{ACB} ，读作“弧 ACB ”。

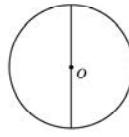


图 6-1-8

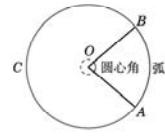


图 6-1-9

像 $\angle AOB$ 这样，顶点在圆心的角叫作圆心角。

如图 6-1-9，右侧小于平角的 $\angle AOB$ (小于 180°) 是 \widehat{AB} 所对的圆心角，也称 \widehat{AB} 是圆心角 $\angle AOB$ (小于 180°) 所对的弧。同理，左侧大于平角的 $\angle AOB$ (大于 180°) 是 \widehat{ACB} 所对的圆心角，也称 \widehat{ACB} 是圆心角 $\angle AOB$ (大于 180°) 所对的弧。



操作

如图 6-1-10, 缓慢打开一把折扇, 观察扇面外边缘(图中黑色轮廓线)长度与打开角度, 弧的长短与圆心角之间有什么关系?



图 6-1-10

通过操作可知, 在同一个圆中, 弧长随着圆心角的增大而增大.

如何计算图 6-1-9 中圆心角 $\angle AOB$ 所对的 \widehat{AB} 的长呢?

弧是相应的圆的一部分. 1° 的圆心角所对的弧长是圆周长的 $\frac{1}{360}$; n° 的圆心角所对的弧长是圆周长的 $\frac{n}{360}$.

如图 6-1-11, 圆心角与周角之比等于弧长与圆的周长之比.

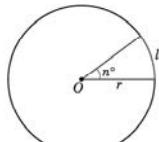


图 6-1-11

如果用 l 表示弧长, r 表示半径, 那么 n° 的圆心角所对的弧长的计算公式是

$$l = \frac{n}{360} \cdot 2\pi r = \frac{n\pi r}{180}.$$

教科书设计扇子展开的操作与观察, 目的是让学生感知弧长与圆心角之间的关系, 教学时教师可以进行其他的创新设计.

运用部分与整体的关系, 引导学生从比例的角度理解弧长与周长之比等于圆心角与周角之比.

注意提醒学生不要机械地记忆弧长公式, 应引导学生感受部分与整体的关系, 与周长公式进行关联的记忆.

例4是简单实际问题情境下的计算问题. 教师应注意学生的表达规范. 必要时提示学生关注自己的运算策略, 例如能约分时先约分, 运算过程中保留 π 直到最后一步再代入计算等.

课堂练习 6.1(2)

1. (1)(2).
2. $\frac{40}{3}\pi$ cm.
3. $\frac{110}{9}\pi$ dm, $\frac{70}{9}\pi$ dm.

例4 图6-1-12是一段轨道弯道处的示意图, 它是圆的一部分(轨道的宽度忽略不计). 求这段轨道的长度(π 取3.14).

解 已知 $r=5$ m, $n=108$.

$$l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{108 \times \pi \times 5}{180} = 3\pi = 9.42 \text{ (m)}.$$

答: 这段轨道的长度为9.42 m.

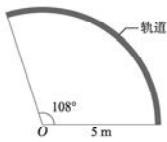
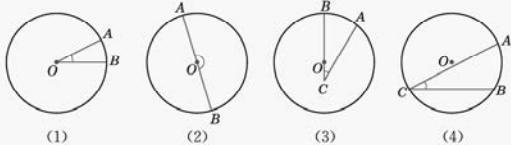


图6-1-12

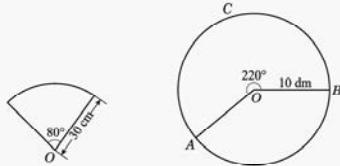
课堂练习 6.1(2)

1. 下列图形中的角是圆心角的是_____。(填写图形编号)

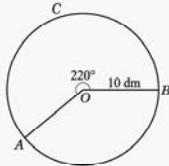


(第1题)

2. 求图中弧的长度(结果保留 π).



(第2题)



(第3题)

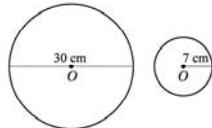
3. 分别求出图中优弧和劣弧的长度(结果保留 π).

习题 6.1



A

1. 求图中各圆的周长 (π 取 3.14).

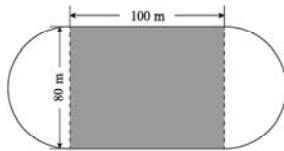


(第 1 题)

2. 在一张周长为 100 cm 的正方形纸片内，剪一个最大的圆盘。求这个圆盘的周长 (π 取 3.14)。

3. 有一奶牛场准备用铁丝围成一个半径为 120 m 的圆形牛栏，如果用铁丝围三圈，那么至少需要多长的铁丝 (π 取 3.14，接头处忽略不计)？

4. 如图所示的操场由两个半圆和一个长方形组成，问：图中的红色跑道有多长 (π 取 3.14)？



(第 4 题)

5. 在半径为 5 cm 的圆中，一个圆心角所对的弧长为 6.28 cm。求这个圆心角的度数 (π 取 3.14)。

习题 6.1

1. 图中各圆的周长分别为 (从左到右)：94.2 cm；43.96 cm。

2. 这个圆盘的周长是 78.5 cm。

3. 至少需要买 2 260.8 m 铁丝。

4. 图中的红色跑道长 451.2 m。

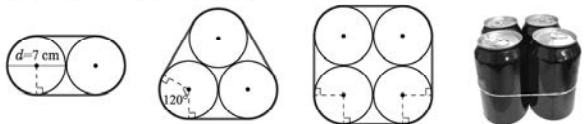
5. 这个圆心角是 72° 。

6. 2个一捆的捆法需要 $(14+7\pi)$ cm, 3个一捆的捆法需要 $(21+7\pi)$ cm, 4个一捆的捆法需要 $(28+7\pi)$ cm. 设绳长为 l cm, 易拉罐的数量为 n . 绳长与易拉罐数量之间的关系可以表示为 $l=7(n+\pi)$.



B

6. 为方便销售, 售货员把易拉罐饮料捆成如图的形状. 下图三种捆法, 每组至少需要多长的绳子(绳子只捆一圈, 接头处忽略不计, 结果保留 π)? 绳长与易拉罐数量之间存在怎样的关系?



(第6题)

6.2 圆与扇形的面积

本节教学目标

(1) 理解圆的面积的定义，经历操作、观察、实验、归纳等活动探究圆的面积的过程，掌握圆的面积公式，能运用圆的面积公式解决简单的实际问题，体会“无限逼近”和“以直代曲”(化归)的数学思想方法.

(2) 通过观察、操作实验，认识扇形的特征；类比弧长公式的学习过程，探究扇形的面积公式，能运用扇形面积公式解决简单的实际问题，发展空间观念和抽象能力.

(以下分析对应课本第 39~40 页)

本课教学重点

探究圆的面积公式，体会“无限逼近”“以直代曲”的数学思想方法.

本课教学建议

在探究圆的面积公式时，教师要运用好信息技术，展现图形分割和重新拼合的过程，引导学生体会“无限逼近”“以直代曲”的数学思想方法，将圆的面积转化为若干个等腰三角形面积之和或者四边形的面积，感悟化归思想.

6.2

圆与扇形的面积

本课内容分析

通过问题 1，引导学生体会学习圆的面积的必要性，并有意识地引导学生把求圆面积的问题转化为学习过的求三角形或四边形的面积。

注意通过信息技术演示，随着平均分割份数的增加，分割而成的图形越来越接近等腰三角形，拼合而成的图形越来越接近四边形，引导学生体会“无限逼近”和“以直代曲”的数学思想方法。

1. 圆的面积

圆所围成区域的大小叫作圆的面积。

问题 1 如图 6-2-1，体育老师在足球场中心用一根长为 3 m 的绳子画圆，该圆占地面积有多大？



图 6-2-1



如何求圆的面积呢？能运用学过的图形的面积来计算吗？

如图 6-2-2，把一个圆形纸片等分成 16 份。剪开后再把这些近似等腰三角形的小纸片按照图示方式拼合在一起，你能发现熟悉的图形吗？

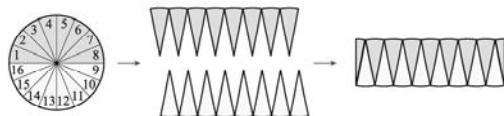


图 6-2-2

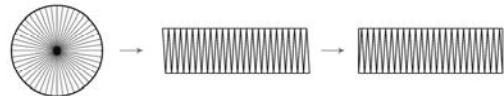


图 6-2-3

如图 6-2-3, 把圆等分的份数越多, 由一段一段弧连成的曲线越接近直线, 拼成的图形就越接近长方形, 这个长方形的面积也就越来越接近于圆的面积. 这个长方形的长相当于圆周长的一半, 这个长方形的宽相当于圆的半径 r , 即 $S_{\text{长方形}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2\pi r\right) \cdot r = \pi r^2$.

如果用 S 表示圆的面积, r 表示圆的半径, 那么圆的面积的计算公式是

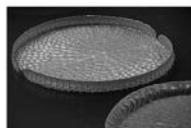
$$S = \pi r^2.$$

例 1 一片王莲的叶子近似于一个圆, 它的半径约为 0.5 m. 求这片王莲叶子的面积 (π 取 3.14).

解 已知 $r = 0.5$ m.

$$S = \pi r^2 = \pi \times (0.5)^2 = 0.25\pi = 0.785 (\text{m}^2).$$

答: 这片王莲叶子的面积是 0.785 m^2 .



课堂练习 6.2(1)

1. 已知一个圆形花坛的直径是 20 m, 求它的面积 (π 取 3.14).

2. 一只小狗被它的主人用一根长为 1.5 m 的绳子拴在草地上, 小狗在草地上能活动的范围有多大 (π 取 3.14)?

例 2 草地上一个自动旋转喷灌装置的射程是 10 m, 求它的最大喷灌面积 (π 取 3.14).

解 它的最大喷灌区域是一个半径 $r = 10$ m 的圆所围成的区域, 相应的面积

$$S = \pi r^2 = 100\pi = 314 (\text{m}^2).$$

答: 自动旋转喷灌装置的最大喷灌面积是 314 m^2 .



对学有余力的学生, 教师也可以介绍以下方法: 从图 6-2-3 可知, 可以把圆的面积近似地看成若干个等腰三角形的面积之和, 当分割数增加时, 这些小等腰三角形的高会逼近圆的半径 r , 它们的底的和会逼近圆的周长 C , 从而得到

$$S = \frac{1}{2}C \cdot r = \pi r^2.$$

例 1 是实际背景下圆的面积公式的简单应用. 教师除了要引导学生关注表达规范和计算的正确性, 还要让学生体会圆是自然界中常见的几何模型.

课堂练习 6.2(1)

1. 它的面积是 314 m^2 .

2. 小狗在草地上能活动的范围有 7.065 m^2 .

(以下分析对应课本第 40~41 页)

本课教学重点

能运用圆的面积公式解决简单的实际问题，发展模型观念.

本课教学建议

在解决实际问题时，教师应引导学生通过审题、分析，正确地找出圆的模型，确定圆心和半径，发展模型观念；在有关圆的计算中引导学生规范表达、正确计算，提高计算能力.

如图 6-2-3, 把圆等分的份数越多, 由一段一段弧连成的曲线越接近直线, 拼成的图形就越接近长方形, 这个长方形的面积也就越来越接近于圆的面积. 这个长方形的长相当于圆周长的一半, 这个长方形的宽相当于圆的半径 r , 即 $S_{\text{长方形}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 2\pi r\right) \cdot r = \pi r^2$.

如果用 S 表示圆的面积, r 表示圆的半径, 那么圆的面积的计算公式是

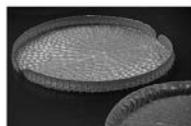
$$S = \pi r^2.$$

例 1 一片王莲的叶子近似于一个圆, 它的半径约为 0.5 m. 求这片王莲叶子的面积 (π 取 3.14).

解 已知 $r = 0.5$ m.

$$S = \pi r^2 = \pi \times (0.5)^2 = 0.25\pi = 0.785 (\text{m}^2).$$

答: 这片王莲叶子的面积是 0.785 m^2 .



课堂练习 6.2(1)

- 已知一个圆形花坛的直径是 20 m, 求它的面积 (π 取 3.14).
- 一只小狗被它的主人用一根长为 1.5 m 的绳子拴在草地上, 小狗在草地上能活动的范围有多大 (π 取 3.14)?

例 2 草地上一个自动旋转喷灌装置的射程是 10 m, 求它的最大喷灌面积 (π 取 3.14).

解 它的最大喷灌区域是一个半径 $r = 10$ m 的圆所围成的区域, 相应的面积

$$S = \pi r^2 = 100\pi = 314 (\text{m}^2).$$

答: 自动旋转喷灌装置的最大喷灌面积是 314 m^2 .



本课内容分析

例 2, 注意引导学生分析最大喷灌面积实际是一个圆的面积, 从实际情境中抽象出圆形并找出其半径大小.

例4 是两个圆的面积的组合计算，可以让学生自主选择计算方式，或分步计算，或综合列式计算，但都要引导学生最后代入 π 以减少运算量。

课堂练习 6.2(2)

1. 两个窗花所在的圆的面积分别为 706.5 cm^2 和 78.5 cm^2 .
2. (1) $400 - 100\pi$.
(2) 75π .
3. 有花纹图案的圆环部分的面积为 351.68 cm^2 .

例3 上海锦江乐园的摩天轮大转盘的外形可以看成直径约 100 m 的圆，它相应的圆面积是多少？游客乘坐这个大转盘，旋转一周经过的路线有多长（ π 取 3.14）？



解 根据题意，摩天轮的圆盘半径 $r = 50 \text{ m}$ ，于是，相应的面积

$$S = \pi r^2 = 2500\pi = 7850 (\text{m}^2),$$

相应的周长

$$C = 2\pi r = 100\pi = 314 (\text{m}).$$

答：大转盘的圆面积是 7850 m^2 。游客乘坐转盘旋转一周的路线长是 314 m。

例4 如图 6-2-4，光盘的金属面是一个外圆直径为 12 cm、内圆直径为 4 cm 的圆环。求该圆环的面积（ π 取 3.14）。

解 根据题意，可知外圆半径 $R = 6 \text{ cm}$ ，内圆半径 $r = 2 \text{ cm}$ ，于是圆环面积

$$\begin{aligned} S &= S_{\text{外圆}} - S_{\text{内圆}} \\ &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= 32\pi = 100.48 (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

答：该圆环的面积是 100.48 cm^2 。



图 6-2-4

课堂练习 6.2(2)

1. 如图是直径分别为 30 cm、10 cm 的圆形剪纸窗花，分别求两个窗花所在的圆的面积（ π 取 3.14）。



(第1题)

(以下分析对应课本第 42~44 页)

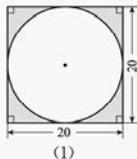
本课教学重点

理解扇形有关概念，探究并掌握扇形的面积公式.

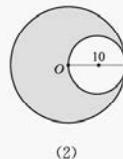
本课教学建议

类比弧长公式的学习过程，设计观察、思考、操作实验、归纳概括、合情说理等活动让学生探究扇形面积公式. 从部分与整体的关系，运用比例的知识，引导学生体会扇形面积与圆面积之比等于圆心角与周角之比，提升推理能力.

2. 求各图中涂色部分图形的面积(结果保留 π).



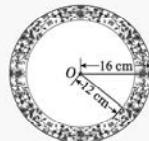
(1)



(2)

(第2题)

3. 如图是设计师设计的圆形餐盘的手稿,求有花纹图案的圆环部分的面积(π 取3.14).



(第3题)

2. 扇形的面积

通过生活中的实际问题引入扇形概念,体会学习研究扇形的必要性.可以适当让学生用数学语言描述扇形.

问题2 如图6-2-5,将生日蛋糕平均分成8份,如果把蛋糕横截面看作圆,切下的一块蛋糕的横截面是什么形状?

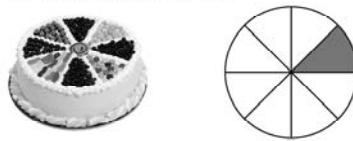


图6-2-5

如图 6-2-6, 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形叫作扇形.

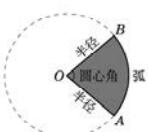


图 6-2-6

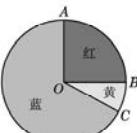


图 6-2-7

如图 6-2-7, 将红色、黄色、蓝色部分图形分别记作: 扇形 AOB 、扇形 BOC 、扇形 AOC ($\angle AOC$ 大于 180°).

扇形和三角形、四边形、圆等几何图形一样, 也是一种基本的几何图形.



如何求扇形的面积呢?

扇形的面积是圆面积的一部分. 圆心角为 1° 的扇形面积是圆面积的 $\frac{1}{360}$; 圆心角为 n° 的扇形面积是圆面积的 $\frac{n}{360}$, 所以, 圆心角与周角之比等于对应的扇形面积与圆的面积之比.

如果用 S 表示扇形的面积, r 表示半径, 那么圆心角为 n° 的扇形面积的计算公式是

$$S = \frac{n}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{n\pi r^2}{360}.$$

例 5 求图 6-2-8 中涂色部分图形的面积(结果保留 π).

解 涂色部分的图形为扇形, 其中半径 $r=15\text{ cm}$, 圆心角为 $360^\circ - 72^\circ = 288^\circ$, 即 $n=288$, 则它的面积

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{288 \times \pi \times 15^2}{360} = 180\pi (\text{cm}^2).$$

答: 涂色部分图形的面积为 $180\pi \text{ cm}^2$.

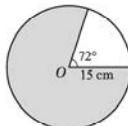


图 6-2-8

教师应引导学生从部分与整体的关系入手, 结合比与比例的知识, 理解扇形的面积公式的推导过程. 避免学生机械地记忆公式.

例 5, 教师要注意引导学生正确得到扇形所对应的圆心角的度数, 并注意表达规范.

课堂练习 6.2(3)

课堂练习 6.2(3)

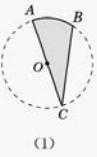
1. (3)(5)是扇形. 理由略.

2. (1) $48\pi \text{ cm}^2$.

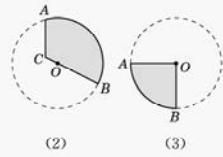
(2) $\frac{125}{2}\pi \text{ cm}^2$.

3. $\left(21 - \frac{9}{4}\pi\right) \text{ cm}^2$.

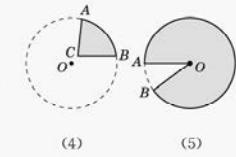
1. 下列哪些图形是扇形? 为什么?



(1)



(2)



(4)

(5)

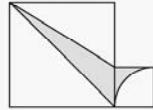
(第 1 题)

2. 根据给出的半径和圆心角的度数, 求扇形的面积(结果保留 π).

(1) 半径为 12 cm, 圆心角为 120° ;

(2) 半径为 10 cm, 圆心角为 225° .

3. 已知图中两个正方形的边长分别是 8 cm、3 cm, 求涂色部分图形的面积(结果保留 π).



(第 3 题)

例 6 汽车上有电动雨刷装置, 雨刷刮过的区域是如图 6-2-9 所示的涂色部分, 雨刷呈扇形摆动的圆心角是 108° , 求雨刷刮过的区域的面积(π 取 3.14).

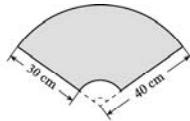


图 6-2-9

解 雨刷刮过的区域实际上是大扇形面积减去小扇形面积, 其中扇形的圆心角为 108° , 即 $n=108$, 大扇形的半径 $R=40 \text{ cm}$, 小扇形的半径 $r=40-30=10 \text{ cm}$. 于是雨刷刮过的区域的面积

(以下分析对应课本第 44~46 页)

本课教学重点

能运用扇形的面积公式，解决简单的实际问题，发展模型观念.

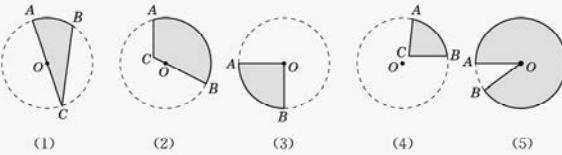
本课教学建议

在解决实际问题的过程中，教师应引导学生通过审题与分析，正确地找出扇形的半径和圆心角，正确计算、规范表达，发展模型观念.

注重学生运算能力的培养，知算理、明算法，正确计算、合理计算. 培养学生良好的表达习惯，先写已知条件，再写计算公式，最后代入计算；引导学生灵活合理运用公式进行计算，先约分后计算，计算过程中先保留 π ，最后代入进行计算.

课堂练习 6.2(3)

1. 下列哪些图形是扇形？为什么？

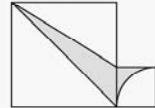


(第 1 题)

2. 根据给出的半径和圆心角的度数，求扇形的面积(结果保留 π)。

- (1) 半径为 12 cm，圆心角为 120° ；
- (2) 半径为 10 cm，圆心角为 225° 。

3. 已知图中两个正方形的边长分别是 8 cm、3 cm，求涂色部分图形的面积(结果保留 π)。



(第 3 题)

例 6 汽车上有电动雨刷装置，雨刷刮过的区域是如图 6-2-9 所示的涂色部分，雨刷呈扇形摆动的圆心角是 108° ，求雨刷刮过的区域的面积(π 取 3.14)。

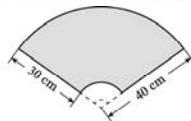


图 6-2-9

解 雨刷刮过的区域实际上是大扇形面积减去小扇形面积，其中扇形的圆心角为 108° ，即 $n=108$ ，大扇形的半径 $R=40$ cm，小扇形的半径 $r=40-30=10$ cm。于是雨刷刮过的区域的面积

本课内容分析

例 6，教师在教学中可以呈现生活中的真实图片，以此引导学生理解雨刷刮过的区域(即图中的涂色部分)是大扇形的面积减去小扇形的面积，且这两个扇形圆心角相等、圆心相同。让学生正确找出题中两个扇形的半径与圆心角，渗透模型观念。

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{n\pi R^2}{360} - \frac{n\pi r^2}{360} \\
 &= \frac{108 \times \pi \times 40^2}{360} - \frac{108 \times \pi \times 10^2}{360} \\
 &= 480\pi - 30\pi \\
 &= 450\pi \\
 &= 1413 (\text{cm}^2).
 \end{aligned}$$

答：雨刷刮过的区域的面积约是 1413 cm^2 .

例 7 如图 6-2-10, 小海家有一把折扇和一把圆形团扇, 已知折扇的骨柄 OA 与团扇的直径都是 20 cm , 折扇展开的角度为 120° , 折扇扇面部分的宽度 AB 是骨柄长的一半. 请比较这两把扇子扇面部分(涂色部分)图形的面积大小.

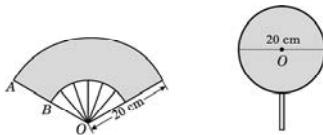


图 6-2-10

解 根据题意, 折扇的扇面部分是圆环的一部分, 其中 $n=120$, 半径 $r_1=20 \text{ cm}$, 半径 $r_2=20-10=10 \text{ cm}$. 圆形团扇的半径 $r=20 \div 2=10 \text{ cm}$. 于是可得

$$\begin{aligned}
 S_{\text{折扇}} &= \frac{n}{360}\pi r_1^2 - \frac{n}{360}\pi r_2^2 \\
 &= \frac{120}{360} \times \pi \times (20^2 - 10^2) \\
 &= 100\pi (\text{cm}^2),
 \end{aligned}$$

$$S_{\text{团扇}} = \pi r^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi (\text{cm}^2).$$

所以, $S_{\text{折扇}} = S_{\text{团扇}}$.

答: 两把扇子扇面部分图形的面积一样大.

例 7, 在教学处理中, 可以设计让学生先进行直觉判断, 再进行精确计算的活动.

课堂练习 6.2(4)

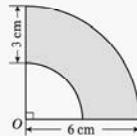
1. 753.6 cm^2 .

2. $\frac{27}{4}\pi \text{ cm}^2$.

课堂练习 6.2(4)

1. 已知扇形的圆心角是 150° , 弧长是 62.8 cm . 求扇形的面积(π 取 3.14).

2. 求图中涂色部分图形的面积(结果保留 π).



(第 2 题)

习题 6.2

1. 每个钟面的面积为 22.8906 m^2 . (可用计算器)

2. 20.

习题 6.2



1. 如图, 上海外滩海关大楼上的每个钟面的直径都是 5.4 m , 求每个钟面的面积 (π 取 3.14).



(第 1 题)

2. 如果一个扇形的圆心角是 72° , 那么它的面积相当于同半径的圆面积的_____ %.

3. 如图是一面手工折纸扇子(近似看成扇形), 扇子的圆心角是 135° , 扇子的一边长是30 cm. 求这把扇子所占的面积(π 取3.14).



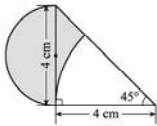
(第3题)

4. 已知一个扇形的半径是6 cm, 圆心角是 120° , 求此扇形的面积和周长(结果保留 π).



5. 一个闹钟的时针长是8 cm, 从上午10时到下午5时, 时针所扫过的面积是多少(结果保留 π)?

6. 如图, 在半圆和直角三角形的组合图形中挖去一个扇形, 求剩余图形的面积(结果保留 π).



(第6题)

3. 这把扇子所占的面积是 $1\ 059.75\text{ cm}^2$.

4. 此扇形的面积为 $12\pi\text{ cm}^2$, 周长为 $(4\pi+12)\text{ cm}$.

5. 时针扫过的面积为 $\frac{112}{3}\pi\text{ cm}^2$.

6. 8 cm^2 .

复习题

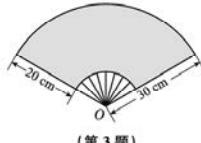
1. 外圈的周长是 125.6 cm.
2. 呼啦圈的半径约为 0.57 m.
3. 这把扇子完全展开后扇面所占的面积是 942 cm^2 .
4. (1) $48 - 9\pi$.
(2) 26π . 提示: 图中涂色部分图形的面积等于两个扇形面积之差. 这两个扇形的圆心角均为 240° , 半径分别为 5 和 8.
5. 此扇形的面积是 30144 cm^2 .

◎复习题



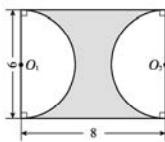
A

1. 已知某品牌汽车的圆形方向盘外圈的直径是 40 cm, 求外圈的周长 (π 取 3.14).
2. 乐乐爸爸用一根 3.6 m 长的塑料管做了一个呼啦圈 (接头处损耗忽略不计), 求呼啦圈的半径 (π 取 3.14, 结果保留两位小数).
3. 如图, 一把展开的扇子的圆心角是 135° , 扇子的骨柄长是 30 cm, 扇面宽度 20 cm. 求这把扇子完全展开后扇面所占的面积 (π 取 3.14).

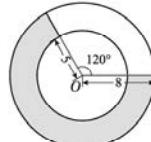


(第 3 题)

4. 求各图中涂色部分图形的面积 (结果保留 π).



(1)



(2)

(第 4 题)

5. “孔雀开屏”是美丽的动物界景观, 我们把如图所示的形状看成是一个圆心角为 240° , 半径为 120 cm 的扇形. 求此扇形的面积 (π 取 3.14).



(第 5 题)

6. 一张圆形餐桌的直径是 2 m, 它的周长是多少米 (π 取 3.14)? 如果一个人需要弧长为 0.5 m 的位置就餐, 这张餐桌最多能坐多少人?

7. 独轮车走钢丝是杂技演员表演的经典节目. 已知车轮的直径为 40 cm, 钢丝长度为 50 m, 那么车轮至少转动多少周才能走完钢丝 (π 取 3.14, 结果保留整数)?



(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图是儿童乐园的旋转木马示意图, 木马旋转区域的地面是直径为 8 m 的圆形, 周边还要留出 1 m 宽的环形区域. 求这块场地的占地总面积 (π 取 3.14).

6. 它的周长是 6.28 m. 这张餐桌最多能坐 12 人.

7. 车轮至少转动 40 周才能走完钢丝.

8. 这块场地的占地总面积是 78.5 m^2 .

第7章 可能性与统计图表

一、本章概述

1. 总体要求

在概率部分，学习对象从“确定性问题”延伸到“不确定性问题”，通过“抛掷硬币”“掷骰子”等熟悉场景初步认识“随机现象”“事件”等概念。要求学生能正确区分确定事件与不确定事件，能定性感知不确定事件发生的可能性有大小的区别，能初步判断和比较不确定事件发生的可能性大小。

在统计部分，要求学生经历数据收集、整理与分析的完整过程，能根据问题的要求绘制统计图，感悟用部分数据呈现的特征推断整体数据规律的思想；能体会并初步理解百分数的统计意义，初步形成数据意识、几何直观和应用意识。

在小学阶段已经学习了条形统计图、折线统计图的基础上，本章继续学习如何利用百分数绘制扇形统计图来整理和表达数据。在第5章中，百分数表达的是两个“确定数据”之间的关系，体现为“占比问题”和“变化率问题”。本章中百分数表示随机现象中的“随机数据”。要求学生能在实际问题中体会到百分数能刻画不确定事件发生的可能性大小，从而初步理解百分数的统计意义。

2. 课时安排建议

本章共7课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
7.1 随机现象及其结果的可能性	1	随机现象及其结果的可能性 1课时
7.2 数据的收集、整理与表达	2	数据的收集、整理与表达 2课时
习题课	1	
7.3 百分数的统计意义	1	百分数的统计意义 1课时
习题课	1	
复习与小结	1	

3. 内容编排与特色

本章内容分为三节，分别是“7.1 随机现象及其结果的可能性”“7.2 数据的收集、整理与表达”“7.3 百分数的统计意义”。

关于随机现象及其结果的可能性，教科书中通过大量的实例让学生感受简单的随机现象，帮助学生理解随机现象和事件的区别与联系，从中引导学生正确区分实际情境中的确定事件与不确定事件；教科书中还安排了学生熟悉的“掷骰子”“摸球”和“转盘”游戏，目的是让学生对一些简单随机现象中的某个事件发生可能性的大小作出定性描述。

关于数据的收集、整理与表达，教科书设计了“了解学生日常来校的交通方式”的真实情境，让学生经历设计调查问卷、收集数据、整理和分析数据的全过程，能初步了解调查方式及其合理性，能合理解释或说明数据分析的结论。在小学认识了折线统计图、条形统计图的基础上，教科书安排了扇形统计图的学习，要求学生能根据需要选择恰当的统计图呈现相关数据，并解释其表达的意义；能读懂简单统计图表，从中获得所需要的数据和信息，进行计算、判断或解释。

关于百分数的统计意义，在第5章中百分数表达的是两个“确定数据”之间的关系，体现为“占比问题”和“变化率问题”。本章我们再次利用百分数表达部分数据在整体数据中的占比。在教材中，设计了对“套圈游戏”“锻炼时间”“跳绳达标线制订”三个问题的讨论，由浅入深，让学生体验数据的收集、整理、表达、分析以及通过数据判断并制订标准的全过程活动，让学生感受百分数的统计意义。

本章内容的设置主要是考虑《课标2022年版》“统计与概率”部分在本学段的要求，一方面在学习了第6章“圆与扇形”的基础上进一步学习扇形统计图，完善对三大基本统计图的认识，另一方面从“确定性问题”延伸到“不确定性问题”，通过熟悉的现实情境引导学生初步体验如何使用调查法获取数据，了解“部分推断整体”的统计方法，体会使用百分数表达“不确定事件”发生可能性大小的方法，帮助学生初步形成数据观念和统计意识。

4. 教学提示

结合学生熟悉的情境促进概念理解，实现从“确定性”到“不确定性”的认知扩充。首先，通过丰富的生活实例，引导学生感受简单的随机现象，让学生知道随机现象普遍存在于现实世界；其次，让学生初步感知随机现象的基本特征：结果是不确定的（会有多种不同的结果，每一种结果可能发生也可能不发生，不同结果发生的可能性大小可以不同），一些结果发生的可能性的大小是可以估计的。

在引导学生理解百分数的统计意义时，应通过实际问题和情境，引导学生理解百分数表达的是部分在整体中的占比，这些“部分数据”和“整体数据”可以是随机现象中的“不确定数据”。

在教学过程中要结合具体例子，让学生初步领会到百分数可以用于刻画不确定事件发生的可能性大小，感受百分数的统计意义，为后续学习打下基础。

在真实情境中体验数据收集、整理、表达、推断全过程，发展数据观念和统计意识。通过实际情境和真实问题的解决，设计“课前—课中—课后”学习活动，引导学生真实地经历“基于目标选择合理的调查方式，设计调查问卷，收集、整理、分析与表达数据，作出简单的判断与决策”的全过程，引导学生了解数据的随机性，初步感知统计学基于合理性的价值判断准则，形成初步的数据观念和应用意识。

恰当运用信息技术支持教学，切实提高学习效能。引导学生根据问题的需要，运用信息技术从报纸、杂志、电视、互联网等媒体上获取数据，或者通过其他合适的方式获取数据，再运用计算机的快速计算和图表统计等功能进行数据处理，并把数据整理成条形统计图、折线统计图或扇形统计图。

5. 评价建议

重视学生对随机现象概念的真正理解。本章要引入描述不确定性的数学对象，所以应关注学生能否列举生活中的随机现象，能否指出简单随机现象中所有可能发生的结果，是否初步了解随机现象与事件的区别。关注学生能否判断简单随机现象中事件发生的可能性的大小及能否正确将事件按其发生的可能性大小排序。

关注学生是否初步形成数据观念、统计意识。关注学生能否根据问题的需要，从报纸、杂志、电视、互联网等媒体或通过调查等方式获取数据，能否把数据整理成条形统计图、折线统计图或扇形统计图。了解学生是否知道条形统计图、折线统计图和扇形统计图的功能，能否解释统计图表达的意义，能否根据结果作出简单的判断和预测。关注学生能否在真实情境中理解百分数的统计意义，解决与百分数有关的简单问题。关注学生能否在认识及应用统计图表和百分数的过程中，形成数据观念，发展应用意识。

关注学生在操作探索过程中的参与态度、思维水平和归纳能力。关注学生在问卷调查、数据统计与表达、分析与决策等过程中与他人合作与交流的意识及运用数学语言进行表达的能力，关注新时代学生在计算机和信息技术使用方面的意识和能力，评价学生是否了解“统计与概率”部分内容与以往学习内容在分析问题和解决问题的思维方式上的不同，初步发展统计意识和数据观念。

二、教科书分析与教学建议

7.1 随机现象及其结果的可能性

本节教学目标

- (1) 通过实例感受简单的随机现象及其结果发生的不确定性，能正确区别确定事件与不确定事件，感知现实世界中随机现象的普遍存在性.
- (2) 在实际情境中，能对简单随机现象中事件发生可能性的大小作出定性描述.

(以下分析对应课本第 54~57 页)

本课教学重点

了解随机现象，定性描述随机现象中事件发生的可能性大小.

本课教学建议

(1) 重视有关知识与生活实际的联系，增强应用意识. 要结合生动有趣的实例让学生体会到生活中充满了随机现象，各类不确定事件发生的可能性有大有小，激发学生的学习兴趣；要联系生活实际，让学生通过实例来学习有关随机现象的初步知识，帮助学生增强应用意识.

(2) 关注学生的认知基础，切实把握教学难度水平. 学生以往学习的数学中，主要是研究确定性问题. 本章学生第一次接触不确定性问题，虽只是初步的、体验性的研究，但由于学生面临着认知对象、数学观念、思考方法等的改变，学生一下子不适应. 因此，教师必须严格控制内容的难度，通过生活中学生熟悉的典型案例，如摸牌、摸球、掷骰子等，引导学生定性描述事件发生的可能性大小，不涉及定量计算.

本课内容分析

通过具体的实例揭示“不确定性”在现实世界中的普遍存在性，激发学习兴趣，让学生感受学习“随机现象”的必要性。

在学生熟悉的情境中定性描述，把事件分为“不确定”和“确定”两大类，归纳形成概念。

注意引导学生正确了解“随机现象”和“事件”两个概念的区别与联系。

例1 引入学生熟悉的“掷骰子游戏”来辨别“不确定事件”和“确定事件”。

7.1

随机现象及其结果的可能性

生活中有许多现象是确定的，如地球一直自转，早晨太阳从东方升起等。也有许多现象是不确定的，如下周三的天气，某位同学的身体状况等，这种现象通常称为随机现象。数学上把可能出现的现象与结果统称为事件。显然，有的事件确定会发生，有的事件确定不会发生，有的事件可能发生也可能不发生。

问题 以下事件中，哪些确定会发生，哪些确定不会发生，哪些可能发生也可能不发生？

- (1) 自然状态下，河水从低处往高处流；
- (2) 13个人中至少有两个人的生日是同一个月份；
- (3) 拨打电话给同学时，对方正好占线；
- (4) 马路上接连驶过两辆汽车，它们的牌照尾号相同；
- (5) 任意一个三角形的内角和是 180° ；
- (6) 蜡烛在真空中燃烧。

上面列举的事件中，(2)(5)是确定会发生的，(1)(6)是确定不会发生的，(3)(4)可能发生也可能不发生。

确定会发生的事件和确定不会发生的事件称为确定事件，可能发生也可能不发生的事件称为不确定事件。

本节后面，我们主要学习如抛掷硬币、掷骰子、摸球、抽签这样简单的随机现象中的事件发生的可能性。例如，“掷一颗骰子”是一个随机现象；“得到的点数小于3”与“得到的点数大于4”是事件，它们是不确定事件。

例1 掷一颗质地均匀的骰子，列出所有可能得到的点数，并回答：下列事件中，哪些是确定的，哪些是不确定的？

- (1) 得到的点数是1；
- (2) 得到的点数是偶数；
- (3) 得到的点数小于7；

(4) 得到的点数是 10.

解 所有可能得到的点数是 1、2、3、4、5、6。以上事件中，(1)(2)是不确定事件；(3)(4)是确定事件，其中(3)是确定会发生的，(4)是确定不会发生的。

讨论

是否有的不确定事件比另外的不确定事件更大可能或者更小可能发生？

1. 在例 1 中的不确定事件的可能性是否相同？
2. 在掷一颗质地均匀的骰子时，得到不同点数的可能性是否相同？

例 2 布袋中有 3 个白球、2 个黑球、1 个黄球（它们除颜色外均相同），从袋中任意摸出 1 个球。下列三个事件中，哪个事件发生的可能性最大？哪个事件发生的可能性最小？为什么？

- (1) 摸出的是白球；
- (2) 摸出的是黑球；
- (3) 摸出的是黄球。

解 布袋中白球的个数最多，黄球的个数最少，所以摸出白球的可能性最大，摸出黄球的可能性最小。因此，事件(1)发生的可能性最大，事件(3)发生的可能性最小。

例 3 如图 7-1-1，有四个被平均分割成八个扇形的转盘。对于事件“指针落在‘▲’所在的扇形区域内（边界忽略不计）”，它在哪个转盘中发生的可能性最大，在哪个转盘中发生的可能性最小？如果是对于事件“指针落在‘●’所在的扇形区域内（边界忽略不计）”呢？为什么？

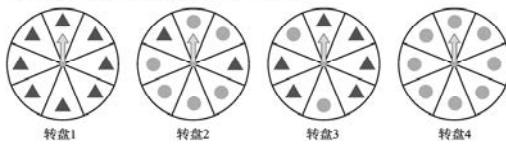


图 7-1-1

通过“讨论”环节，让学生充分表达和交流，感知“不确定事件”的结果是不确定的；在交流过程中，逐步引导学生定性地描述结果发生的可能性大小。

例 2，通过学生熟悉的“摸球游戏”，感受结果的不确定性，并初步比较事件发生的可能性大小。

例 3，通过学生熟悉的“转盘游戏”，对事件发生的可能性大小进行排序。要注意控制难度，只需定性的直观感知，无须定量计算。有的学生可能会用部分在整体中的占比定量描述事件发生的可能性大小，建议教师进行鼓励性评价。

思考 结果不唯一，要引导学生感知随机事件发生的可能性大小是可以量化的，通过充分表达与交流，达成共识。

课堂练习 7.1

1. (1)(4) 是确定事件，
(2)(3)是不确定事件。

解 “指针落在‘▲’所在的扇形区域内”这一事件发生的可能性从大到小依次是转盘1、转盘3、转盘2、转盘4。在转盘1中该事件确定会发生，在转盘4中该事件确定不会发生。因此，该事件在转盘1中发生的可能性最大，在转盘4中发生的可能性最小。

同理，“指针落在‘●’所在的扇形区域内”这一事件发生的可能性从大到小依次是转盘4、转盘2、转盘3、转盘1。在转盘4中该事件确定会发生，在转盘1中该事件确定不会发生。因此，该事件在转盘4中发生的可能性最大，在转盘1中发生的可能性最小。



思考

如图7-1-2是一个没有涂色的转盘(平均分割成八个一样的扇形)，给转盘的每一格涂上红、黄、蓝三种颜色中的一种，如果转盘停止转动后指针停在蓝色区域的可能性最大，且停在红色区域的可能性最小，那么可以怎样涂色呢？

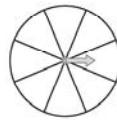


图 7-1-2

课堂练习 7.1

1. 下列事件中，哪些是确定事件？哪些是不确定事件？
 - (1) 在地球上，从地面上往上抛出的篮球会落下；
 - (2) 小华过马路时正好遇到消防车演习；
 - (3) 抛掷一枚硬币，落地后正面朝上；
 - (4) 在一副扑克牌中任意抽10张牌，其中有5张“2”。

2. 下列哪些事件是确定事件？哪些事件是不确定事件？
- (1) 标准大气压下温度低于 -5°C 时，纯净水结成了冰；
 - (2) 小海定向投篮，前面3次均投中，第4次也投中；
 - (3) 将长度分别为2 cm、3 cm、6 cm的三根小木条作为三条边，能围成一个三角形；
 - (4) 泡沫块沉在水底。

3. 小海、小华和李老师一起玩抽卡片游戏。盒子里有大小、形状、质地完全一样的5张卡片，卡片上分别写着1、2、3、4、5这五个数字。由李老师从盒子里任意抽出一张卡片，如果卡片上的数字是奇数，那么小海胜，否则就是小华胜。你认为这个规则公平吗？如果公平，请说明理由；如果不公平，那么怎样修改规则才能保证公平？



(第3题)

2. (1)(3)(4)是确定事件；
(2)是不确定事件。

3. 规则不公平，因为五张卡片中有三张卡片上的数字是奇数，写着奇数的卡片比写着偶数的卡片多，所以抽到奇数的可能性更大。修改规则的方法不唯一，例如可以改为：任意抽出一张卡片，如果卡片上的数字比3大，那么小华胜；如果比3小，那么小海胜。

7.2 数据的收集、整理与表达

本节教学目标

- (1) 能根据实际问题的特点，采取全面调查或抽查的调查方式，经历数据收集、整理和分析的过程，能根据数据处理的结果进行合理的解释、判断或预测，初步了解用部分推断整体的统计思想.
- (2) 会绘制扇形统计图，了解它与条形统计图、折线统计图的区别和联系，能读懂简单统计图呈现的相关数据，解释它们所表达的意义，并进行简单实际问题的计算.

(以下分析对应课本第 58~61 页)

本课教学重点

初步了解调查法的意义，了解全面调查与抽查的区别，能结合具体情境选择恰当的调查方式.

本课教学建议

基于学生已有的认知基础，运用熟悉的情境引导学生归纳“数理收集、整理”的步骤，注意引导学生理解“调查”背后“用部分推断整体”的统计思想.

针对课堂练习 7.2(1)的问题 1(3)，可以让学生从该任务(即了解视力情况)的目的、六年级学生的人数多少和信息技术的使用等方面进行多角度的讨论与思考，灵活选择调查方式.

7.2

数据的收集、整理与表达

在实际生活中，我们常常通过调查收集数据，通过对数据的整理、描述和分析发现规律，作出合理的推断。

问题 1 六年级(1)班班主任要了解班中 40 名学日常来校的交通方式，准备把这个任务交给班长。如果你是班长，你会怎么做？

分析 为解决这个问题，要先进行调查、数据的收集与统计。

调查问卷					
时间：_____年_____月_____日					
(只能选一项) 你日常来校的交通方式是 ()					
A. 乘公共汽车；	B. 乘地铁；	C. 步行；	D. 家长开车接送；	E. 其他。	
填完后请将问卷交给班长。					

图 7-2-1

利用问卷调查(图 7-2-1)，可以收集到全班每名学日常来校的交通方式的编号(字母)，我们把它们称为数据。例如，班长经调查，得到如下 40 个数据：

E A C A A B A B C B A D D A A B A A D C
A C B C B B B C E C C D B D C D C C C D

用字母代替来校的交通方式，方便数据的统计。

为了清楚地了解这些数据所反映的信息和规律，需要对数据进行分类整理。例如，编号为 A 的交通方式划记为“正正”，对应的人数是 10。我们可以运用表格对上述数据进行统计整理，如表 7-1 所示：

表 7-1 六年级(1)班 40 名学日常来校的交通方式统计表

交通方式	乘公共汽车	乘地铁	步行	家长开车接送	其他	合计
划记	正正	正正	正正丅	正丅	丅	40
人数	10	9	12	7	2	40

本课内容分析

通过开篇和问题 1 让学生初步了解统计的意义，在小学的基础上回顾数据收集与整理的全过程。

注意结合问题 1，引导学生体会问卷调查是收集数据的重要方法之一。

注意引导学生用字母编号、“划正字”计数、列表等方式整理数据，然后用统计图直观表示出来。这些是整理与表达数据的常用方式。

为了更直观地看出表 7-1 中的信息，还可以用条形统计图（图 7-2-2）来描述数据。从图表中，我们知道：步行来校的学生最多，为 12 人。

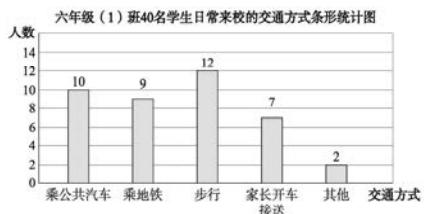


图 7-2-2

用调查法收集数据主要有两种方式：全面调查和抽查。全面调查要考察全体调查对象，而抽查只考察部分调查对象。

全面调查的优点是得到的结果比较准确。但当调查对象量较大时，比较费时，还有些情况不适合用全面调查的形式。抽查的优点是调查范围小，节省时间、人力、物力和财力，但其调查结果往往不如全面调查得到的结果准确。为了弥补这个缺陷，抽查时要注意抽查对象的代表性和广泛性。在设计抽查方案时，尽量使得每一个调查对象被抽到的机会相等。除了抽查方法要合理外，为了使被抽查的对象能比较客观地反映调查对象的整体情况，还要考虑抽查的数量的大小，以免以偏概全。

例 1 要调查下面的问题，你认为采用什么调查方式比较合理？为什么？

- (1) 调查六年级(2)班学生的身高；
- (2) 调查某种灯泡的使用寿命；
- (3) 在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率。
解 (1) 涉及调查对象的范围比较小，一般采用全面调查的方式。
(2) 调查某种灯泡的使用寿命，如果采用全面调查，灯泡就会全部报废，所以应采用抽查的方式。
(3) 一个市的人口众多，全面调查不合适，一般采用抽查的方式。

例 2 为了引导学生形成健康的生活习惯，学校决定调查了解学校的学生是否吃早餐，下列这些调查的方式是否合适？为什么？

- (1) 选择六年级(3)班全体学生进行调查；
- (2) 对全校所有学生通过问卷进行全面调查。

分析 抽查时要关注调查对象的代表性和广泛性，既要考虑抽查的数量的多少，又要考虑抽查对象的各种情况和构成。

解 (1) 不合适。因为选择六年级(3)班全体学生进行调查，都是低年级学生，不具备广泛性和代表性，可以随机抽查各年级的部分学生。

(2) 合适。因为对这种情况进行全面调查，操作具有可行性，获得的数据全面、准确。



你能分别举几个生活中适合全面调查和抽查的例子吗？

课堂练习 7.2(1)

1. 为了完成下列任务，采用什么调查方式更合适？
 - (1) 了解某班学生周末参加的运动项目；
 - (2) 了解一批圆珠笔笔芯的使用寿命；
 - (3) 了解某市六年级学生的视力情况。
2. 李老师设计调查问卷对全班学生喜爱的电视节目进行调查，经调查得到如下 40 个数据：

调查问卷					时间：_____年____月____日 ()
在下面五类电视节目中，你最喜爱的一项是					
A. 新闻； B. 娱乐； C. 音乐； D. 体育； E. 科普.					

A E D C E A B D A B C A E E D B A C B E
A D C A E D C A D B E B D C A A B A E D

课堂练习 7.2(1)

1. (1) 全面调查。
(2) 抽查。
(3) 全面调查或者抽查。
2. 略。

(以下分析对应课本第 61~66 页)

本课教学重点

会绘制扇形统计图，能读懂统计图背后的数据和信息.

本课教学建议

引导学生综合运用“比与比例”和“圆与扇形”的有关知识，正确理解“扇形面积与圆面积之比”等于“圆心角与周角之比”，等于抽查获得的“部分数据量与整体数据量之比”. 引导学生进一步体会数据收集、整理的过程，体会“用部分推断整体”的统计思想，理解百分数的统计意义.

对上述数据进行整理，并用条形统计图表示出该班学生喜爱的各类电视节目的分布情况。

问题 2 六年级(4)班的体育老师对全班 40 名学生进行了全面调查，了解全班学生最喜欢的运动项目(只能选一项)，得到的调查数据如统计表 7-2 所示：

表 7-2 六年级(4)班学生最喜欢的运动项目统计表

运动项目	游泳	篮球	跳绳	乒乓球	其他	合计
划记	正	正正	正正一	正一	正正	40
人数	5	8	12	6	9	40

如何直观地表示调查结果中学生最喜欢的运动项目的占比情况呢？

一般我们用扇形统计图直观地表达各部分数据占整体的百分比情况。圆代表整体，扇形代表整体中的不同部分。扇形的大小反映部分占整体的百分比。

如图 7-2-3，用圆表示整体“1”，扇形 A 的面积占圆面积的四分之一，表示扇形 A 占整体的 25%。同理，扇形 B 占整体的 35%，扇形 C 占整体的 40%。

在扇形统计图中，每部分面积占整体面积的百分比也等于该部分所对应的扇形圆心角(n°)与 360° 的比，即百分比 $= \frac{n}{360} \times 100\%$ 。

如果一个扇形的圆心角是 90° ，那么该扇形的面积占圆面积的百分比为 $\frac{90}{360} \times 100\% = 25\%$ 。反之，如果知道百分比大小，也可以求出相应扇形的圆心角大小。例如，图 7-2-3 中扇形 C 所占百分比为 40%，于是它的圆心角(n°)为 $360^\circ \times 40\% = 144^\circ$ 。

我们可以运用百分比先求出问题 2 中喜欢游泳、篮球、跳绳、乒乓球以

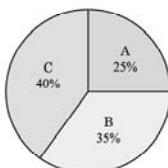


图 7-2-3

本课内容分析

问题 2 以通过全面调查获得的数据为例，具体展示如何对数据进行统计、整理，在计算的基础上绘制扇形统计图，并归纳具体步骤。

教学中注意引导学生理解“扇形面积与圆面积之比”等于“圆心角与周角之比”，等于“部分数据量与整体数据量之比”。

及其他运动项目的人数占总人数的百分比依次为 12.5%、20%、30%、15%、22.5%，再运用“百分比 = $\frac{n}{360} \times 100\%$ ”求出在扇形统计图中对应的各个扇形的圆心角分别为 45° 、 72° 、 108° 、 54° 、 81° ，这样就可以画出如图 7-2-4 所示的扇形统计图。

六年级（4）班学生最喜欢的运动项目的人数情况扇形统计图

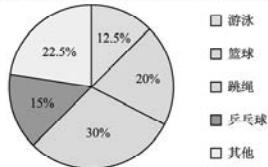


图 7-2-4

绘制扇形统计图的一般步骤：

1. 制作统计表。把调查的数据按项目整理成表。
2. 计算各部分占总数的百分比。先计算总数，再计算各部分占总数的百分比。
3. 计算各个扇形的圆心角。用 360° 乘各部分占总数的百分比，即可得到各扇形的圆心角。
4. 画圆。画一个大小合适的圆作为整体(总数)。
5. 画扇形。先画一条半径，把量角器的中心放在圆心，零刻度放在画的半径上，找到对应的角度画个点，再和圆心连起来，得到一个扇形。用同样的方法画出其他扇形。
6. 标名称和百分比。分别在各个扇形中标出对应部分的名称和百分比。

例 3 某学校为了解学生对垃圾能否正确分类的情况，从可回收垃圾、厨余垃圾、有害垃圾和其他垃圾四种垃圾类别中各自选了一种容易混淆的垃圾让学生们辨别，并将调查数据整理后绘制成如图 7-2-5 所示的两幅不完整的统计图。请根据图中信息解决下列问题：

(1) 求出只能将两种垃圾正确分类的人数，并补充完整条形统计图；

(2) 求扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角。

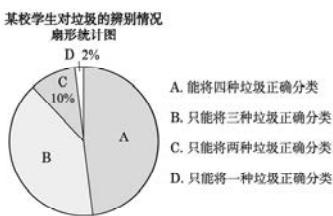
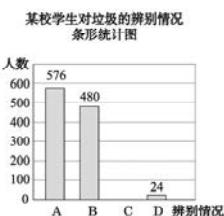


图 7-2-5

分析 综合两幅统计图，可以得到只能将一种垃圾正确分类的人数为 24，占到被调查总人数的 2%。

解 (1) 因为只能将一种垃圾正确分类的人数为 24，占总人数的 2%，所以总人数为

$$24 \div 2\% = 1200.$$

只能将两种垃圾正确分类的人数占总人数的 10%，所以人数为

$$1200 \times 10\% = 120.$$

条形统计图补充如下：

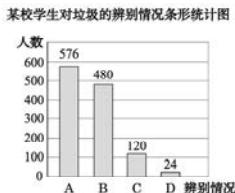


图 7-2-6

答：只能将两种垃圾正确分类的人数为 120，完整的条形统计图如图 7-2-6 所示。

例 3 用条形统计图展示 A、B、C、D 四种类型的人数，用扇形图统计图展示 A、B、C、D 四种类型人数在总人数中的占比。教学中引导学生从两类图表中读取信息，明确部分、整体、占比三者之间哪些已知、哪些未知、哪些可求，引导学生有条理地读取信息、处理信息。

(2) 扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角为

$$360^\circ \times \frac{480}{1200} = 144^\circ.$$

答：扇形统计图中表示“B”的扇形的圆心角为 144° .

例 4 某加工厂 2018 年至 2020 年总支出情况如图 7-2-7 所示.

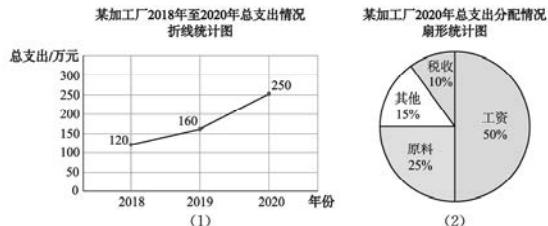


图 7-2-7

(1) 2020 年该加工厂原料与工资的支出金额分别是多少?

(2) 2018 年该加工厂的工资支出占总支出的 60%，2020 年与 2018 年相比，该加工厂在工资方面的支出金额的增长率是多少(结果精确到 0.1%)?

分析 根据图 7-2-7(1)，2018 年和 2020 年该加工厂的总支出金额分别为 120 万元及 250 万元。根据图 7-2-7(2)，2020 年原料和工资的支出金额分别占总支出金额的 25% 和 50%。

解 (1) $250 \times 25\% = 62.5$ (万元), $250 \times 50\% = 125$ (万元).

答：2020 年该加工厂原料的支出金额是 62.5 万元，工资的支出金额是 125 万元。

(2) $120 \times 60\% = 72$ (万元).

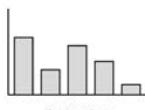
$(125 - 72) \div 72 = 53 \div 72 \approx 73.6\%$.

答：2020 年与 2018 年相比，该加工厂在工资方面的支出金额的增长率约为 73.6%.



思考

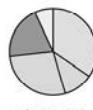
条形统计图、折线统计图、扇形统计图各有什么特点?



条形统计图



折线统计图



扇形统计图

图 7-2-8

不同的统计图从不同侧面描述了数据的特点: 条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目; 折线统计图能清楚地反映数据的变化情况与趋势; 扇形统计图能清楚地表示出各部分在整体中的占比.

课堂练习 7.2(2)

1. 为了解某地区 4 万名学生平均每天锻炼的时间, 请将下述的主要统计步骤进行排序:

- ① 得出结论, 提出建议;
- ② 分析数据;
- ③ 从 4 万名学生中随机抽取 400 名学生, 调查他们平均每天锻炼的时间;
- ④ 利用统计图表将收集的数据整理和表示.

合理的排序是 ()

- A. ③②④①; B. ③④②①;
C. ③④①②; D. ②③④①.

2. 乐乐准备组织全班同学观看一场球类比赛. 为了吸引更多的同学参与, 他做了一个问卷调查, 让每名同学选择两项最想看的球类比赛, 统计情况如图所示. 根据图上信息, 乐乐应组织同学观看什么比赛?

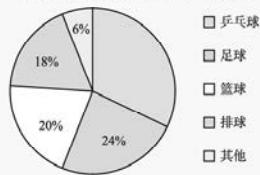
注意引导学生充分表达交流, 理解三类统计图表的区别与联系.

课堂练习 7.2(2)

1. B.

2. 乒乓球. 根据扇形统计图中的数据可知喜欢观看乒乓球比赛的同学占全班同学的 32%, 该占比最大.

同学们最想看的球类比赛情况扇形统计图



(第2题)

3. (1) 水分.

(2) 8.25; 10; 12.5.

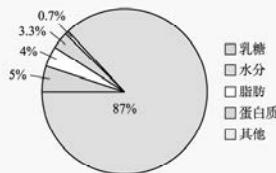
4. 鸡、鸭、鹅分别占家禽总数的 55%、25%、20%. 扇形统计图中表示鸡、鸭、鹅的扇形所对应的圆心角分别为 198° 、 90° 、 72° . 统计图的标题可以是“某养禽场今年家禽养殖情况扇形统计图”，统计图略.

3. 如图是某品牌牛奶中各种成分所占百分比扇形统计图.

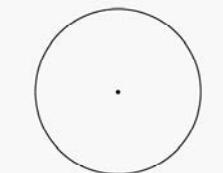
(1) 其中，_____ (成分) 占比最大.

(2) 一袋该品牌的牛奶重 250 g. 按图所示的百分比计算，其中的蛋白质有 _____ g，脂肪有 _____ g，乳糖有 _____ g.

某品牌牛奶中各种成分所占百分比扇形统计图



(第3题)



(第4题)

4. 某养禽场今年养鸡 44 000 只，养鸭 20 000 只，养鹅 16 000 只. 鸡、鸭、鹅各占养禽场家禽总数的百分之几？请补全扇形统计图.

习题 7.1—7.2



A

1. 下列事件中确定事件是 ()
A. 下雨后有彩虹;
B. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 数字面向上;
C. 明天太阳从西边升起;
D. 随意翻开一本书, 正好翻到第 20 页.
2. 用抽签决定表演的节目(其中:“讲故事”2 张、“唱歌”9 张、“跳舞”3 张、“魔术”1 张). 如果小华在这些签中任意抽一张, 根据可能性大小判断, 最有可能抽到 ()
A. 讲故事; B. 唱歌; C. 跳舞; D. 魔术.
3. 在日常生活中, 我们经常使用一些词语来形容事情发生的可能性的大小. 给出下列三个词语: ①十拿九稳; ②百发百中; ③希望渺茫. 按可能性从大到小的顺序排列为_____ (填序号).
4. 以下调查方式比较合适的是 ()
A. 为了解一沓钞票中有没有假钞, 采用抽查的方式;
B. 为了解全区六年级学生节约用水的情况, 采用抽查的方式;
C. 为了解某省中学生爱好足球的情况, 采用全面调查的方式;
D. 为了解某市市民每天丢弃塑料袋数量的情况, 采用全面调查的方式.
5. 一个盒子里有除颜色外都相同的黑球 4 个、白球 6 个、绿球 3 个. 想一想: 如果任意摸出一个球, 那么摸出哪种颜色的球的可能性最大, 哪种可能性最小?
6. 有 5 张背面外观一样的卡片, 正面分别写着 1、2、3、4、5 这 5 个数字, 从中任意摸出 1 张卡片:
 - (1) 卡片上的数字大于 2 的可能性大还是小于 2 的可能性大?
 - (2) 卡片上的数字大于 3 的可能性大还是小于 3 的可能性大?
 - (3) 卡片上的数字是奇数的可能性大还是偶数的可能性大?

习题 7.1—7.2

1. C.

2. B.

3. ②①③.

4. B.

5. 摸出白球的可能性最大, 摸出绿球的可能性最小.

6. (1) 卡片上的数字大于 2 的可能性大.

(2) 卡片上的数字大于 3 的可能性和卡片上的数字小于 3 的可能性一样大.

(3) 卡片上的数字是奇数的可能性大.

7. $(1.55 - 0.89) \div 0.89 \approx 74.2\%$, 增长率为 74.2% .

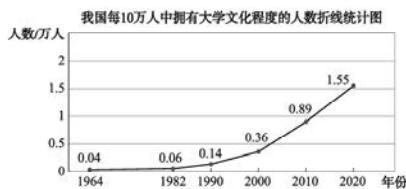
8. 方法 1 是公平的. 方法 2 是不公平的, 因为小于 3 的结果有 1、2 两种, 而大于 3 的结果有 4、5、6 三种.

9. (1) 40.

(2) 108.

(3) 条形统计图中选择歌曲类的人数为 15 人. 扇形统计图中语言类、歌曲类、舞蹈类所占的百分比分别为 30% 、 37.5% 、 20% . 图略.

7. 中华人民共和国从 1953 年到 2020 年共进行了 7 次人口普查, 根据第二次至第七次人口普查的结果制作了每 10 万人中拥有大学文化(指大专及以上)程度的人数的折线统计图, 如下图所示. 问: 每 10 万人中拥有大学文化程度的人数, 2020 年的数据与 2010 年的数据相比, 增长率为多少(结果精确到 0.1%)?



注: 图中数据未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据.

(第 7 题)

8. 欢欢和乐乐下五子棋, 用下列方式决定谁先走. 公平吗? 为什么?

方法 1: 抛掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上欢欢先走, 反面朝上乐乐先走;

方法 2: 掷一颗质地均匀的骰子, 点数大于 3 欢欢先走, 点数小于 3 乐乐先走.



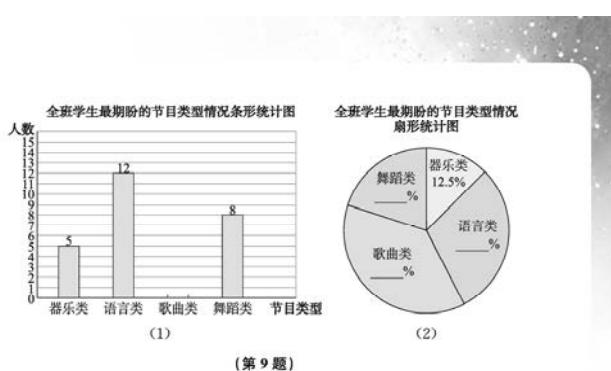
9. 某校六年级(1)班的班委为了更好地组织班级的元旦活动, 调查了全班学生最期盼的节目类型(全班每名学生都必须选且只能从器乐类、语言类、歌曲类、舞蹈类四类节目中选一类), 并根据统计结果绘制了图(1)和图(2)两幅不完整的统计图.

请根据图中提供的信息完成以下问题:

(1) 该班共有学生_____名;

(2) 扇形统计图中语言类对应的圆心角是_____°;

(3) 补全条形统计图和扇形统计图.



(第 9 题)

10. 小海所在年级的 500 名学生参加“志愿上海”活动。现有以下 5 个志愿服务项目：A. 纪念馆志愿讲解员；B. 书香社区图书整理；C. 学编中国结及义卖；D. 家风讲解员；E. 校内志愿服务。每名学生都从中选择一个项目参加。为了了解这 500 名学生选择这 5 个志愿服务项目的情况，小海随机抽取其中的 40 名学生，对他们选择的志愿服务项目进行了调查，过程如下：

设计调查问卷收集数据，收集到如下的数据（志愿服务项目的编号，用字母代号表示）：

B E B A E C C C B B A C E D B A B E C A
D D B B C C A A E B C B D C A C C A C E

将数据整理并绘制统计表如下：

志愿服务项目	划记	人数
A. 纪念馆志愿讲解员	正	
B. 书香社区图书整理		
C. 学编中国结及义卖	正正丁	12
D. 家风讲解员		
E. 校内志愿服务	正一	6
合计	40	40

- (1) 请补全统计表，并画出扇形统计图；
(2) 请你根据小海收集到的数据，估计这 500 名学生中选择校内志愿服务项目 D 的学生人数。

10. (1) 略。提示：选择志愿服务项目 A、B、C、D、E 的人数分别为 8、10、12、4、6。在扇形统计图中表示选择 A、B、C、D、E 项目的学生数的扇形所对应的圆心角分别为 72° 、 90° 、 108° 、 36° 、 54° ，所占百分比分别为 20%、25%、30%、10%、15%。

- (2) 这 500 名学生中选择校内志愿服务项目 D 的学生估计有 50 人。

7.3 百分数的统计意义

本节教学目标

- (1) 通过对实际问题中不确定事件发生的可能性大小的学习，进一步理解百分数可以表示可能性大小，感受百分数的统计意义。
- (2) 应用统计图表或百分数解决简单的实际问题，形成数据意识和初步的应用意识，初步运用百分数预测随机现象的结果，作出判断、制订标准。

(以下分析对应课本第 70~73 页)

本课教学重点

通过“跳绳达标线的确定”认识百分数可以表达事件发生的可能性大小，并合理作出判断、制订标准。

本课教学建议

通过“跳绳达标线的确定”认识百分数可以表达事件发生的可能性大小，并合理作出判断、制订标准，这对于第一次接触这一内容的学生来说，是有一定难度的。教学中要让学生充分表达交流，促进理解，并适当借助信息技术以减少计算量。

7.3 百分数的统计意义

百分数既可以表示占比，也可以表示不确定事件发生的可能性大小。

例1 为了丰富学生的课外活动，学校开展“套圈游戏”比赛。为了选拔出水平较高的学生代表班级参赛，班主任选择了四名呼声较高的学生进行第一次试投，得到的数据如表7-3所示。根据这次的数据，你觉得派哪一名学生代表班级参赛比较合适？请说明理由。

表7-3

学生编号	1	2	3	4
套中次数	9	5	6	12
套圈总次数	20	10	15	25

解 1号学生套圈总次数为20，套中9次，套中率为 $\frac{9}{20}=45\%$ 。同理，我们可以得到2号学生、3号学生和4号学生的套中率分别为 $\frac{5}{10}=50\%$ ， $\frac{6}{15}=40\%$ 和 $\frac{12}{25}=48\%$ 。

因为 $40\% < 45\% < 48\% < 50\%$ ，所以就目前的数据统计来看，2号学生的套中率最高，派2号学生代表班级参赛比较合适。

讨论

如果这四名学生再进行一次套圈选拔，套中率最高的一定是2号学生吗？

例2 某校对400名学生周末参加体育锻炼时间的情况作抽查，结果如图7-3-1所示。请回答下列问题：

(1) 在被抽查的学生中，周末每人平均参加体育锻炼的时间是多少小时？

本课内容分析

通过例1，教师需要让学生理解百分数不仅可以表示部分与整体的占比，还可以表示事件发生的可能性大小。引导学生注意体会“套圈游戏”中套圈是随机现象，每一次套圈的结果都不确定，所以套中次数也是不确定的。

讨论 引导学生理解每名学生每次套圈结果的不确定性，以及在稳定发挥的前提下命中率的整体稳定性。在活动中，可以补充讨论教科书第5章5.1节问题1和5.2节问题1，让学生进一步感受百分数的统计意义。

例2, 学生在小学里没有接触过条形统计图中有两类数据的情况, 在这里进行补充。要注意引导学生按照类别有序地观察图表, 获取信息。在第(3)小题的处理中, 除了运用比例的知识进行解释之外, 还要注意引导学生体会“用部分推断整体, 用已知数据推断未知数据”的统计思想。

(2) 锻炼时间为2 h及以下的学生中, 男生、女生的占比分别是(结果精确到0.1%)?

(3) 根据抽查结果, 估计该校学生周末参加体育锻炼的时间为3 h及以上的人数。

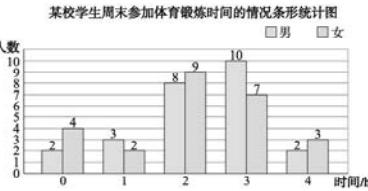


图7-3-1

解 (1) 被抽查的学生总人数为

$$2+4+3+2+8+9+10+7+2+3=50.$$

周末每人平均参加体育锻炼的时间为

$$\frac{0 \times (2+4) + 1 \times (3+2) + 2 \times (8+9) + 3 \times (10+7) + 4 \times (2+3)}{50} = 2.2(\text{h}).$$

答: 周末每人平均参加体育锻炼的时间是2.2 h。

(2) 锻炼时间为2 h及以下的总人数为 $2+4+3+2+8=21$, 其中男生人数为 $2+3+8=13$, 女生人数为 $4+2+9=15$ 。

$$13 \div 28 = \frac{13}{28} \approx 46.4\%, \quad 15 \div 28 = \frac{15}{28} \approx 53.6\%.$$

答: 锻炼时间为2 h及以下的学生中, 男生、女生的占比分别是46.4%、53.6%。

(3) 通过条形统计图, 得出锻炼3 h及以上的人数为 $10+7+2+3=22$, 被抽查的总人数为50, 可得

$$22 \div 50 = \frac{22}{50} = 44\%, \quad 400 \times 44\% = 176.$$

答: 根据抽查结果, 估计该校学生周末参加体育锻炼的时间为3 h及以上的人数为176。

问题 为了促进学校体育活动的开展,某校六年级学生决定开展冬季跳绳活动。现在需要确定六年级学生跳绳的达标线,请你设计一个方案解决这个问题。

某学生从体育老师那里拿到了全年级学生1分钟跳绳个数的数据,从中抽取了100名学生的数据,并将其按从小到大的顺序进行排列,如表7-4所示。那么,达标线该如何确定呢?

表7-4

92	108	108	108	109	109	113	115	116	116
116	116	118	118	118	118	120	120	122	122
125	125	125	126	126	130	131	132	132	134
134	135	136	136	137	139	140	140	142	142
143	145	145	149	149	150	150	150	151	151
152	152	153	153	153	153	154	154	155	156
156	156	159	160	160	160	160	162	165	166
167	168	168	170	173	173	173	173	174	174
174	174	175	175	175	176	178	179	180	180
180	180	180	180	181	182	190	198	202	205

从平均数的角度来看,所有成绩的平均数约为149个/分。

按从小到大的顺序看,第25个数据为126,说明有至少25%的学生跳绳个数小于等于126,同时有至少75%的学生跳绳个数大于等于126。100个数据中间的数据为151.5,说明有50%的学生跳绳个数小于151.5,同时有50%的学生跳绳个数大于151.5。

根据某校的情况,选择第25名学生的成绩(即126个/分)作为达标线比较合适。这样的话,现阶段75%的学生都能达标,而25%没有达标的学生再经过努力争取达标。

一方面,在进行问题解决的过程中引导学生运用信息技术减少计算量,关注解决问题的思路。

另一方面,学生第一次接触完整的统计推断和决策的全过程,有一定的难度,要让学生充分交流,促进理解。

课堂练习 7.3

1. 6.

2. (1) 爱好“阅读”的人数占本班学生人数的 40%.

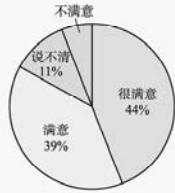
(2) 爱好“阅读”的学生有 16 人. 提示：参与调查的学生共有 40 人.

(3) 爱好“音乐”的人数占全班学生人数的 25%；爱好“球类”的人数占全班总人数的 20%. 因此，爱好“音乐”的人数比爱好“球类”的人数多 25%. 提示：这里可以设本班学生人数为“1”，则有 $(25\% \times 1 - 20\% \times 1) \div (20\% \times 1) = 25\%$.

课堂练习 7.3

1. 某商场为了解本商场的服务质量，抽查了 100 名顾客，抽查的结果如图所示. 根据图中给出的信息，这 100 名顾客中对该商场的服务质量表示“不满意”的有_____名.

顾客对某商场的服务质量满意度情况扇形统计图



(第 1 题)

2. 李老师对本班学生的兴趣爱好进行了一次调查(全班每名学生都必须选且只能从音乐、阅读、球类、其他这四项中选一项)，并根据采集到的数据绘制了扇形统计图，结果如图所示. 请回答下列问题：

- (1) 爱好“阅读”的人数占本班学生人数的百分之几？
- (2) 如果爱好“球类”的有 8 人，那么爱好“阅读”的有几人？
- (3) 爱好“音乐”的人数比爱好“球类”的人数多百分之几？

学生们兴趣爱好情况扇形统计图



(第 2 题)

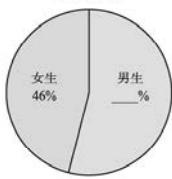
习题 7.3



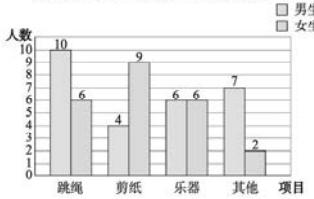
A

1. 六年级(2)班学生参加各种社团的数据用扇形统计图和条形统计图表示如下:

六年级(2)班参加社团的男、女生人数
扇形统计图



六年级(2)班学生参加社团情况条形统计图



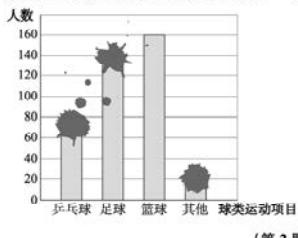
(第1题)

请回答下列问题:

- (1) 根据相关信息, 把扇形统计图补充完整.
(2) 参加_____社团的男、女生人数相等; 参加跳绳社团的女生比男生少_____人; 参加剪纸社团的女生比男生多_____%.

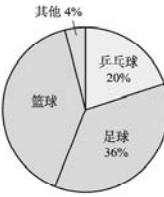
2. 某中学开展冬季“阳光体育活动”. 体育老师用两种统计图表示出学生参加各项球类运动的情况, 统计图有些地方被污渍遮盖. 请你根据统计图中的信息解决问题.

某中学学生参加各项球类运动情况条形统计图



(第2题)

某中学学生参加各项球类运动情况扇形统计图



习题 7.3

1. (1) 在左边的扇形统计图中, 男生占比为 54%.

(2) 乐器; 4; 125.

2. (1) 参加各项球类运动的学生共有 400 人.

- (2) 参加足球运动的学生比参加乒乓球运动的学生多 64 人.

(1) 参加各项球类运动的学生共有多少人?

(2) 参加足球运动的学生比参加乒乓球运动的学生多多少人?



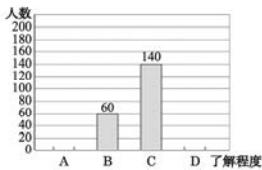
B

3. (1) 15% ; 45% .
(2) A 等级的人数为 20 人, D 等级的人数为 180 人.
图略.
4. (1) 没有剩饭的人数占调查总人数的 55% .
(2) 这次抽查的总人数是 300.
(3) 全校 2 000 名学生中估计大约有 1 100 人没有剩饭.

3. 为调查学生对茶叶品种和产地等知识的了解程度, 某校组织了一次抽查, 将抽查情况分为 A、B、C、D 四个等级, 并根据抽查结果绘制了如下的统计图表(不完整).

了解程度	百分比
A. 非常了解	5%
B. 比较了解	m
C. 基本了解	35%
D. 不了解	n

学生对茶叶品种和产地等知识的了解程度条形统计图



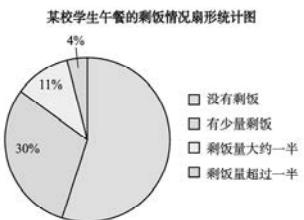
(第 3 题)

请根据统计图表回答下面问题.

- (1) 表格中: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
(2) 在条形统计图中分别表示出 A、D 等级的人数.

4. 践行“光盘行动”, 杜绝“舌尖上的浪费”要从小抓起. 某学校对学生午餐的剩饭情况进行抽查, 如图所示的扇形统计图表示了抽查的结果.

- (1) 没有剩饭的人数占调查总人数的百分之几?
(2) 在这次抽查中, 剩饭量大约一半和剩饭量超过一半的共有 45 人. 问:
这次抽查的总人数是多少?
(3) 根据抽查结果, 估计全校 2 000 名学生中大约有多少人没有剩饭.



(第 4 题)

复习题

1. “黄河入海流”一定出现；“东边日出西边雨”“清明时节雨纷纷”不一定出现.
2. C.
3. 1 200.
4. B.

◎复习题



A

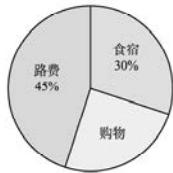
1. “黄河入海流”“东边日出西边雨”“清明时节雨纷纷”这些语句描述的现象或事件是否一定出现?

2. 下列调查中，应当采用全面调查方式的是 ()

- A. 调查市场上酸奶的质量情况；
- B. 调查某品牌圆珠笔笔芯的使用寿命；
- C. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品；
- D. 调查某市市民对北京冬奥会吉祥物的知晓情况.

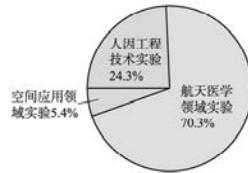
3. 小海一家三口外出旅游，旅途的费用支出情况如图所示. 若他们共支出了4 800元，则在购物上用了_____元.

小海家外出旅游的费用支出情况
扇形统计图



(第3题)

神舟十三号航天员乘组完成各领域科学实验的
项数情况扇形统计图



(第4题)

4. 2022年4月16日，神舟十三号载人飞船返回舱在东风着陆场成功着陆，飞行任务取得圆满成功.“出差”太空半年的神舟十三号航天员乘组顺利完成既定全部任务，共完成37项空间科学实验. 如图是完成各领域科学实验项数的扇形统计图，下列说法中错误的是 ()

- A. 完成航天医学领域实验项数最多；
- B. 完成空间应用领域实验5项；

- C. 完成人因工程技术实验项数比空间应用领域实验项数多；
D. 完成人因工程技术实验项数占空间科学实验总项数的 24.3%.



5. 为了解全班学生对新闻 (A)、体育 (B)、动画 (C)、科技 (D) 四类电视节目的喜爱情况，李老师利用问卷进行全面调查，收集到全班每名学生最喜爱的节目类型的情况如下：

C A D A A B A B B B A C C A A B A A C D
B A B C D D C A B C A D A D A A D B B A

对上述数据进行整理，可以获得的信息是 ()

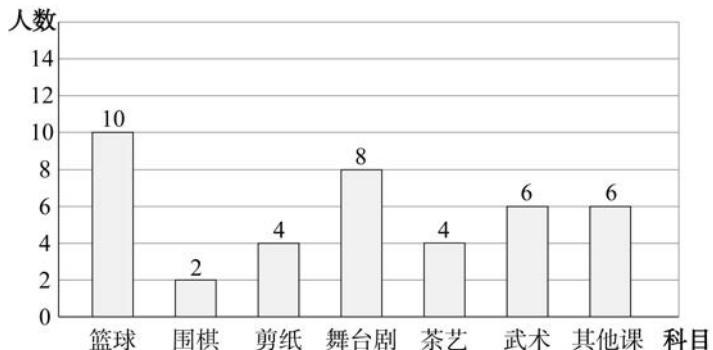
- A. 该班学生喜爱动画类节目的人数比喜爱科技类的人数多；
B. 该班学生喜爱新闻类节目的人数最多；
C. 喜爱体育类和动画类节目的总人数刚好占该班学生的一半；
D. 喜爱体育类节目的人数仅次于喜爱动画类节目的人数。

6. 欢欢以问卷的形式随机调查了 40 名学生活动课的选课情况(每人只能选一项)，并统计如下：

科目	篮球	围棋	剪纸	舞台剧	茶艺	武术	其他课
划记	正正	丁	正	正丁	正	正一	正一

- (1) 请将上表中的结果用条形统计图表示出来；
(2) 该校共有 500 名学生，请估计选修篮球课的人数，并说明估计的理由。
7. 学习了数据的收集、整理与表达之后，某小组学生对本校开设的 A、B、C、D、E、F 六门自主选修活动课的选课情况感兴趣，以问卷形式随机调查了若干名学生的选课情况(每人只能选一门课)，并将调查结果绘制如下的统计图表(不完整)：

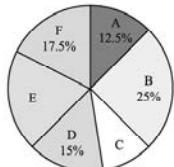
某校 40 名学生活动课选课情况条形统计图



(第 6 题)

学校自主选修活动课的选课情况扇形统计图

选修课	A	B	C	D	E	F
人数			20	30		



(第7题)

根据图表提供的信息，下列结论中错误的是

- A. 被调查的学生总人数为 200；
- B. 被调查的学生中选 B 课程的人数为 55；
- C. 被调查的学生中选 F 课程的人数为 35；
- D. 被调查的学生中选 E 课程的人数占被调查的总人数的 20%.

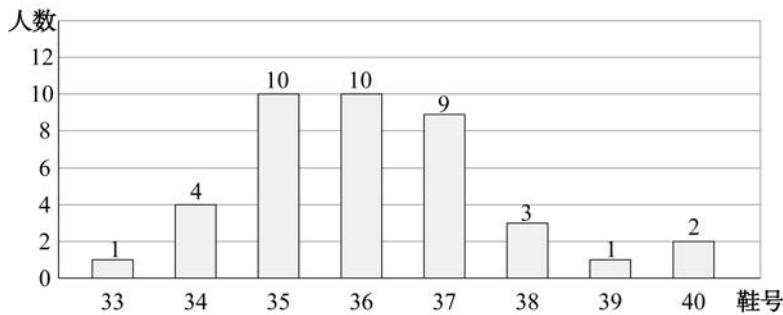
8. 某企业准备购买一批运动鞋在献爱心活动中捐献给某学校六年级学生。该学校在六年级学生中随机抽查了 40 名学生的鞋号，具体数据如下：

35	37	36	35	37	36	37	38	36	37
37	35	35	34	34	35	35	36	37	36
38	39	37	35	36	35	36	37	33	34
40	36	35	34	35	36	37	36	38	40

整理上面的数据，选择合适的图表进行表示。请你据此对该企业购鞋提出建议。

9. 我们可以用“BMI 指数(body mass index)”来表示一个人的胖瘦情况。“BMI 指数”是用体重(单位：kg)除以身高(单位：m)的平方，即 $BMI = \frac{\text{体重}(\text{kg})}{\text{身高}(\text{m})^2}$ 。根据分类标准，BMI 指数小于 18.5 的人偏轻，BMI 指数在 18.5~23.9 的人属于正常体重，BMI 指数在 24.0~27.9 的人属于超重，BMI 指数大于或等于 28.0 的人就属于肥胖(BMI 指数的计算结果保留一位小数)。

某校40名学生鞋号的条形统计图



(第8题)

(1) 小海的叔叔身高 180 cm, 体重 80 kg, 试利用 BMI 指数判断小海的叔叔的胖瘦情况.

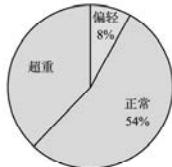
(2) 某校为全体教职工组织了体检, 下面是体检后得到的体重正常、偏轻和超重的结果统计图. 已知体重偏轻的有 24 人. 问:

① 该校全体教职工有多少人?

② 体重超重的教职工占体检总人数的百分之几? 有多少人?

③ 根据数据, 你会提出什么建议?

某校全体教职工的胖瘦情况扇形统计图



(第 9 题)

9. (1) $\frac{80}{1.8^2} \approx 24.7$, 小海的叔叔属于超重.

(2) ① 该校全体教职工有 300 人.

② 体重超重的教职工占体检总人数的 38%, 有 114 人.

③ 该校教职工超重人员较多, 建议这部分教职工合理膳食、加强运动.

第8章 圆柱与圆锥

一、本章概述

1. 总体要求

圆柱与圆锥是两种常见的立体图形。圆柱的形状常见于柱子、不锈钢桶、笔筒等实际物体，圆锥的形状则常见于斗笠、灯罩、亭子的顶等实际物体。这些立体图形在日常生活和工程实践中有广泛的应用。本章的学习能帮助学生建立数学与生活的联系，丰富学生观察、操作、想象、交流等数学活动经验。认识这些立体图形的特征，并掌握它们的侧面积、表面积及体积的计算公式，可以帮助学生更好地理解和解决生活与生产中的问题，也为后续学习投影与视图以及高中的立体几何奠定基础。

本章之前，学生对长方体、圆、扇形等图形已有初步认识，并对长方体的表面积和体积、圆与扇形的周长和面积的度量与计算等已有初步体验。本章是对圆柱与圆锥的系统认识，要引导学生在图形运动的观点下认识圆柱与圆锥，了解这些立体图形的侧面展开图，探索并掌握它们的侧面积、表面积和体积的计算公式，能用这些公式解决简单的实际问题。在对它们的侧面积、表面积和体积计算过程中，从度量的角度加深对图形的认识，理解图形的关系，进一步增强空间观念、量感和几何直观。

2. 课时安排建议

本章共7课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
8.1 圆柱及其侧面展开图	2	圆柱及其侧面展开图 2课时
习题课	1	
8.2 圆锥及其侧面展开图	2	圆锥及其侧面展开图 2课时
习题课	1	
复习与小结	1	

3. 内容编排与特色

本章内容分为两节，分别是“8.1 圆柱及其侧面展开图”和“8.2 圆锥及其侧面展开图”。

关于圆柱，教科书引导学生从实物中抽象出概念，通过操作、观察归纳出圆柱的特征，并能辨认圆柱的侧面展开图，通过“以直代曲”的数学思想方法得到圆柱的体积计算公式。

在学习了圆柱的相关内容，积累了一些具体的立体图形学习经验之后，“圆锥及其侧面展开图”这一节继续引导学生从实物中抽象出概念，通过操作、观察归纳出圆锥的特征，并能辨认圆锥的侧面展开图，通过实验的方法得到圆锥的体积计算公式。

与上海“二期课改”教科书相比，本章是新增的内容。本章借助实际生活中的实物，引导学生通过观察、操作等活动，认识圆柱、圆锥的特征，增强几何直观。通过操作活动认识圆柱、圆锥的侧面展开图，探索它们的侧面积和体积的计算方法，建立立体图形与其侧面展开图之间的联系，提升空间观念。圆柱与圆锥均可以看成由一个平面图形绕其一边所在的直线旋转得到，这是它们的共同点；圆柱的母线与旋转轴平行，而圆锥的母线与旋转轴相交，从而圆柱的侧面展开图是一个矩形，圆锥的侧面展开图是一个扇形，这是它们的不同点。

本章的特色是关注了圆柱与圆锥在研究方法上的一致性。同时，本章还注重圆柱与圆锥在侧面积、体积等计算方法上的统一性，突出了在立体图形度量计算上的特点与要求。

4. 教学提示

重视概念的形成过程。充分利用现实情境及实物进行教学。圆柱与圆锥由于其图形直观、应用广泛，对学生有着强烈的吸引力，但学习这些图形需要具备空间想象力，对学生也有一定的挑战性。因此，对于圆柱与圆锥概念的引入，要通过丰富的具体实例或立体图形相关教具引导学生观察、操作、比较，让学生直观感受，鼓励学生从现实世界中“发现”图形。

操作实践中把握核心知识内容。教学时，应遵循从具体到抽象的原则，提供丰富的实物、模型，或利用计算机软件呈现空间几何体；在动手操作中让学生了解圆柱、圆锥的侧面展开图，帮助学生在立体图形与平面图形之间进行相互转换，直观理解空间几何体的结构特征；要注意发展学生的看图和运算能力，在根据展开图想象或制作实物模型的过程中，帮助发展学生的空间观念，感受数学与生活的联系，增强应用意识。

规范使用图形语言、符号语言。教师应规范地使用数学语言，同时引导学生建立图形、文字、符号之间的联系，并根据需要进行实物、模型、图形、符号、文字之间的表征转换。首先是帮助学生看懂图形所代表的几何特征，如引导学生观察圆锥侧面展开图中圆心角的大小以及圆锥底面周长、底面半径和母线长之间的数量关系；其次是帮助学生发展运用数学语言描述图形和问题的能力，形成空间观念。

5. 评价建议

关注学生对概念的理解. 评价时要关注学生是否能从不同的立体图形中识别出圆柱与圆锥, 能否描述圆柱与圆锥的特征, 能否识别这些图形的侧面展开图.

关注学生空间观念的形成. 在教学中, 教师可以观察学生能否从现实情境中抽象出圆柱与圆锥, 也可以关注学生能否根据圆柱、圆锥提供相应的实例进行分析与交流. 几何直观与空间观念的发展依赖于数学活动, 评价时要关注学生在操作活动中的思维发展水平, 如能否由圆柱、圆锥想象出相应的侧面展开图等. 同时, 还要关注学生能否实现从对圆柱、圆锥的实物观察和具体操作到对立体图形抽象思考的学习方式的过渡.

关注学生运算能力的提高. 评价时要关注学生是否能够计算圆柱及圆锥的侧面积、表面积及体积, 并能用相应公式解决简单的实际问题, 形成初步的应用意识.

二、教科书分析与教学建议

8.1 圆柱及其侧面展开图

■ 本节教学目标

- (1) 通过观察、操作具体实例，认识圆柱的特征.
- (2) 通过圆柱侧面展开的方法，理解圆柱的侧面积、表面积及它们计算公式的推导过程.
- (3) 在将圆柱的体积转化为长方体的体积的过程中，掌握圆柱的体积公式，感悟“以直代曲”的数学思想方法.
- (4) 在观察、操作及运用圆柱相关公式解决简单的实际问题过程中，形成空间观念和应用意识.

(以下分析对应课本第 83~86 页)

本课教学重点

通过观察具体实例认识圆柱，通过圆柱侧面展开的方法，求出圆柱的侧面积，初步发展空间观念.

本课教学建议

- (1) 教科书中呈现了生活中的一些立体图形，引导学生能从中发现圆柱这一立体图形的典型特征. 教师可以根据实际情况，选择其他实物或图片进行教学，也可以鼓励学生说出生活中常见的圆柱体形象.
- (2) 学生在运用圆柱的侧面积公式解决简单的实际问题时，可能存在从立体图形转化为平面图形的认知困难，因此教师应鼓励学生动手操作，将圆柱的侧面展开，观察展开后的图形，并思考如何计算其面积. 通过这样的实际操作，学生可以更加直观地理解圆柱侧面积的计算方法，同时也可发展他们的空间观念和动手能力.

本课内容分析

学生之前已经学习了长方体和正方体。在日常生活中，学生常会遇见圆柱形物体。我们在这一节呈现实际生活中常见的圆柱形立体图形的形象，并让学生通过动手操作得到圆柱体，这样做是为了让学生从实例中抽象出圆柱，并让学生对圆柱有直观认识。

教师要引导学生在运动的观点下，认识长方形与其旋转一周而成的圆柱的各概念之间的内在联系，并体会“点动成线，线动成面，面动成体”的过程。

这里的圆柱概念是从具体的图形或实例中抽象出来的，属于描述性定义。

8.1

圆柱及其侧面展开图

在日常生活中，除了长方体和正方体，我们还会看到地铁站里的柱子、不锈钢桶、笔筒、木块等(图 8-1-1)，这些物体都给我们呈现了如图 8-1-2 所示的立体图形的形象。



图 8-1-1

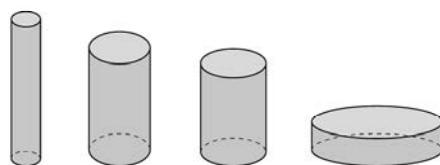


图 8-1-2



操作

如图 8-1-3，将长方形 $OAA'O'$ 以它的一条边 OO' 所在的直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成怎样的立体图形？

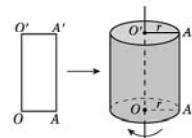


图 8-1-3

我们发现，按上述操作，所得到的立体图形与图 8-1-2 的立体图形一样。我们把像这样的立体图形叫作圆柱体，简称圆柱。因此，圆柱也可以看成是以长方形的一条边所在的直线为轴旋转一周而成的立体图形。

如图 8-1-4，在圆柱中，我们把上、下两个圆形叫作圆柱的底面，夹在两个底面之间的曲面叫作圆柱的侧面。两个底面圆心 O 、 O' 之间的距离叫作圆柱的高，有时也把线段 OO' 称为圆柱的高。

如图 8-1-3，长方形的边 OA 、 $O'A'$ 旋转形成圆柱的两个底面，它们是两个半径相等的圆形。长方形的边

AA' 旋转形成圆柱的侧面。线段 AA' 叫作圆柱的母线，它转动到任何位置，都是圆柱的母线，易知母线的长等于圆柱的高。



操作

沿着圆柱的任意一条母线把圆柱的侧面剪开，然后铺在平面上，可以得到一个怎样的图形？得到的这个图形的面积与圆柱的底面、母线之间会有怎样的关系呢？

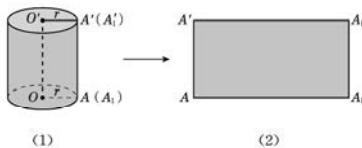


图 8-1-5

我们发现，将一个圆柱的侧面按上述操作（沿母线 AA' 剪开）得到的图形是一个长方形，如图 8-1-5 所示。我们把它称为圆柱的侧面展开图。长方形的边 AA' 是圆柱的母线，它的长度等于圆柱的高；边 AA_1 的长度等于底面的周长。圆柱的侧面积可以从它的侧面展开图得出，这就得到结论：圆柱的侧面积等于它的底面周长和母线长的乘积，即

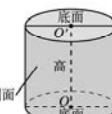


图 8-1-4

在圆柱概念的基础上，介绍圆柱的底面、侧面、高和母线等相关概念的内涵。

通过侧面展开的方法，把圆柱的侧面转化成平面图形，进而得出圆柱的侧面积公式。

$$S_{\text{侧}} = Cl = 2\pi rl = 2\pi rh.$$

其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆柱的侧面积, r 、 C 、 l 和 h 分别表示它的底面半径、底面周长、母线长和高.

例 1 是对圆柱的概念和侧面积公式的基本运用. 例题给出了几何计算的过程示范.

例 1 如图 8-1-6, 以长方形 $ABCD$ 的一边所在的直线为轴旋转一周, 得到了圆柱 1 和圆柱 2. 回答下列问题:

(1) 分别指出圆柱 1、圆柱 2 是以该长方形的哪一条边所在的直线为轴旋转而成的;

(2) 根据图中的已知数据, 分别求圆柱 1、圆柱 2 的侧面积 (π 取 3.14, 结果精确到 0.1 cm^2).

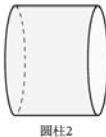
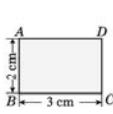


图 8-1-6

解 (1) 圆柱 1 是长方形 $ABCD$ 以边 AB 或边 CD 所在的直线为轴旋转一周得到的, 圆柱 2 是长方形 $ABCD$ 以边 AD 或边 BC 所在的直线为轴旋转一周得到的.

(2) 根据题意, 圆柱 1 的母线长为 2 cm, 它的底面半径为 3 cm; 圆柱 2 的母线长为 3 cm, 它的底面半径为 2 cm.

所以, 圆柱 1 的侧面积

$$S_{\text{侧}} = 2\pi rl = 2\pi \times 3 \times 2 = 12\pi \approx 37.7 (\text{cm}^2).$$

同样地, 圆柱 2 的侧面积

$$S_{\text{侧}} = 2\pi rl = 2\pi \times 2 \times 3 = 12\pi \approx 37.7 (\text{cm}^2).$$



思考

分别以长方形的两邻边所在的直线为轴, 旋转一周得到的两个圆柱, 它们的侧面积是否相等? 为什么?

思考 这是对例 1 由特殊到一般的推广. 根据圆柱侧面积公式及乘法交换律可知, 这两个圆柱的侧面积相等.

课堂练习 8.1(1)

1. 已知下图中有两个圆柱，试找出它们。



(第 1 题)

2. 已知圆柱的侧面积为 $36\pi \text{ cm}^2$ ，母线长为 6 cm。求它的底面半径。

3. 将一张长 10 cm、宽 8 cm 的长方形纸卷成一个圆柱的侧面，求这个圆柱的侧面积与底面半径(结果保留 π)。

与长方体的表面积、体积一样，圆柱所有面的面积之和叫作圆柱的表面积，圆柱所占空间的大小叫作圆柱的体积。

在日常生活和生产中，也经常需要计算一些圆柱的表面积和体积。



思考

如何求一个圆柱的表面积？

圆柱的表面由它的侧面和两个底面组成。因此，圆柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi rh + 2\pi r^2.$$

其中， $S_{\text{表}}$ 、 $S_{\text{侧}}$ 和 $S_{\text{底}}$ 分别表示圆柱的表面积、侧面积和底面积， r 和 h 分别表示它的底面半径和高。

例 2 如图 8-1-7，这是一个用新型合金片制作的空心圆柱形工件。已知该工件的底面直径 $d=10 \text{ cm}$ ，高 $h=15 \text{ cm}$ 。请确定制作这样一个工件所需合金片的面积(π 取 3.14)。

解 根据题意，制作这样一个工件所需合金片的面积即为该圆柱的表面积。



图 8-1-7

课堂练习 8.1(1)

1. 第 2 个和第 5 个立体图形为圆柱。

2. 3 cm。

3. 圆柱的侧面积：

$$S_{\text{侧}} = 8 \times 10 = 80 (\text{cm}^2);$$

圆柱的底面半径：

$$r = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi} (\text{cm}) \text{ 或 } r = \frac{8}{2\pi} =$$

$$\frac{4}{\pi} (\text{cm}).$$

(以下分析对应课本第 86~89 页)

本课教学重点

了解圆柱的表面积和体积的概念，掌握圆柱的表面积和体积的计算公式，了解“以直代曲”的数学思想方法.

本课教学建议

(1) 本课内容是在学生已经掌握圆柱的侧面积公式的基础上进一步探究圆柱的表面积、体积的计算公式. 教师应给学生独立思考与合作探究的时间和空间.

(2) 引导学生类比圆的面积计算公式的推导方法，探究圆柱的体积计算公式. 在圆柱的体积与长方体的体积的转化过程中，学生可能会遇到一定困难，教师可以借助合理的信息技术手段，呈现将求圆柱的体积转化为求长方体的体积的动态过程，让学生感悟“以直代曲”“无限逼近”的数学思想方法.

课堂练习 8.1(1)

1. 已知下图中有两个圆柱，试找出它们。



(第 1 题)

2. 已知圆柱的侧面积为 $36\pi \text{ cm}^2$ ，母线长为 6 cm。求它的底面半径。

3. 将一张长 10 cm、宽 8 cm 的长方形纸卷成一个圆柱的侧面，求这个圆柱的侧面积与底面半径(结果保留 π)。

与长方体的表面积、体积一样，圆柱所有面的面积之和叫作圆柱的表面积，圆柱所占空间的大小叫作圆柱的体积。

在日常生活和生产中，也经常需要计算一些圆柱的表面积和体积。



思考

如何求一个圆柱的表面积？

圆柱的表面由它的侧面和两个底面组成。因此，圆柱的表面积等于它的侧面积与两个底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi rh + 2\pi r^2.$$

其中， $S_{\text{表}}$ 、 $S_{\text{侧}}$ 和 $S_{\text{底}}$ 分别表示圆柱的表面积、侧面积和底面积， r 和 h 分别表示它的底面半径和高。

例 2 如图 8-1-7，这是一个用新型合金片制作的空心圆柱形工件。已知该工件的底面直径 $d=10 \text{ cm}$ ，高 $h=15 \text{ cm}$ 。请确定制作这样一个工件所需合金片的面积(π 取 3.14)。

解 根据题意，制作这样一个工件所需合金片的面积即为该圆柱的表面积。



图 8-1-7

本课内容分析

引进圆柱的表面积和体积的概念，让学生认识到计算圆柱的表面积和体积也是日常生活和生产的需要。

思考 此问题可让学生基于圆柱的侧面积计算公式独立完成，得出圆柱的表面积计算公式。

例 2 是对圆柱表面积计算公式的运用，同时可让学生感悟数学与生活的联系。

因为 $S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = \pi dh + 2\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$,

得 $S_{\text{表}} = \pi \times 10 \times 15 + 2\pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2$

$= 200\pi$

$= 628 (\text{cm}^2)$.

答：制作这样一个工件所需合金片的面积约为 628 cm^2 .



思考

如何求一个圆柱的体积？

回顾前面圆的面积计算公式的探究过程：将一个圆等分成越多的扇形，然后按照一定方式拼接起来，生成的平面图形将越接近一个长方形。

现在能否类比圆的面积计算公式的探究过程，将求一个圆柱的体积转化为求一个长方体的体积呢？

如图 8-1-8，我们可以将圆柱的底面等分为许多扇形，然后沿着扇形的半径将圆柱切开，并重新拼接起来，最终得到一个近似的长方体。如果将圆柱的底面划分得更细，即扇形的数量更多，那么拼接得到的立体图形就会越接近一个真正的长方体。

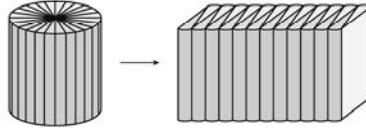


图 8-1-8

由于体积没有发生变化，因此可以通过求切拼后的长方体的体积来求圆柱的体积。切拼后得到的长方体的底面积等于圆柱的底面积，长方体的高等于圆柱的高。于是可以得出结论：圆柱的体积等于其底面积与高的乘积，即

$$V = S_{\text{底}} h.$$

其中， V 表示圆柱的体积， $S_{\text{底}}$ 表示它的底面积， h 表示它的高。

例3 把一个长、宽、高分别是15 cm、10 cm、6 cm的长方体金属块和一个棱长为8 cm的正方体金属块熔铸成一个圆柱体金属块，使这个圆柱的底面直径为12 cm。求该圆柱体金属块的高(π取3.14，结果精确到0.1 cm)。

解 因为圆柱体金属块的体积等于长方体金属块与正方体金属块的体积之和，所以圆柱体金属块的体积

$$V=15 \times 10 \times 6 + 8 \times 8 \times 8 = 1412 (\text{cm}^3).$$

又因为圆柱的底面直径为12 cm，所以圆柱的底面积

$$S_{\text{底}} = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36\pi (\text{cm}^2).$$

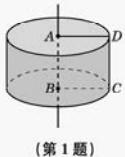
又因为圆柱的体积 $V=S_{\text{底}} h$ ，所以圆柱体金属块的高

$$h = \frac{V}{S_{\text{底}}} = \frac{1412}{36\pi} \approx 12.5 (\text{cm}).$$

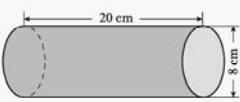
答：该圆柱体金属块的高约为12.5 cm。

课堂练习 8.1(2)

1. 如图，正方形ABCD的边长为3 cm，以直线AB为轴，将正方形旋转一周，所得圆柱的表面积是多少(结果保留π)？



(第1题)



(第2题)

2. 如图，已知一个圆柱形的布艺笔袋的长是20 cm，底面直径是8 cm。

- (1) 做这个笔袋至少需要多少布料(π取3.14，结果精确到1 cm²)？
(2) 求这个笔袋的体积(π取3.14，结果精确到1 cm³)。

例3 是对圆柱体积计算公式的实际运用。教学中，教师要注重引导学生养成规范的书写表达。

课堂练习 8.1(2)

1. $36\pi \text{ cm}^2$.
2. (1) 做这个笔袋至少需要的布料面积为 $2\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 + \pi \times 8 \times 20 = 192\pi = 602.88 \approx 603(\text{cm}^2)$.

- (2) 这个笔袋的体积 $V = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 20 = 320\pi = 1004.8 \approx 1005(\text{cm}^3)$.

3. 原来这个工件的体积为 62.8 dm^3 . 提示: 先求圆柱底面面积 $S_{\text{底}} = 18.84 \div 6 = 3.14 (\text{dm}^2)$, 再计算圆柱体积. 计算时注意单位的统一.

习题 8.1

1. 左边圆柱的表面积为 90π , 体积为 108π .

右边圆柱的表面积为 432π , 体积为 1215π .

2. 2 cm .

3. 1 个这种铁皮桶的侧面积 $S_{\text{侧}} = \pi \times 0.8 \times 1.5 = 1.2\pi (\text{cm}^2)$.

因此, 这样刷上防锈漆的总费用为 $1.2\pi \times 100 \times 8 \approx 3014 (\text{元})$.

4. 这个圆柱的体积是 800π 或 320 .

3. 如图, 已知一个圆柱形实心工件长 2 m , 现把它截成了 4 段, 每段均为圆柱, 这些工件的表面积之和比原来这个工件的表面积增加了 18.84 dm^2 . 求原来这个工件的体积(π 取 3.14).

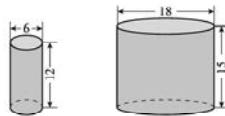


(第 3 题)

习题 8.1



1. 如图, 根据图中的已知数据, 求下面各圆柱的表面积和体积(结果保留 π).



(第 1 题)

2. 一个圆柱的体积是 $16\pi \text{ cm}^3$, 且该圆柱的高为 4 cm . 求这个圆柱的底面半径.

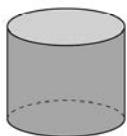
3. 圆柱形铁皮桶的高为 1.5 m , 底面直径为 0.8 m . 现要将 100 个这种铁皮桶的外侧面刷上防锈漆. 已知每平方米的费用是 8 元 , 试求这样刷上防锈漆的总费用(π 取 3.14 , 结果精确到 1 元).

4. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 8 和 20π 的长方形, 求这个圆柱的体积(结果保留 π).



5. 如图, 已知一个圆柱形容器的容积为 314 cm^3 , 它的底面直径为 10 cm (π 取 3.14).

- (1) 求这个圆柱形容器的高;
- (2) 若这个圆柱形容器的两个底面与侧面都是用铁皮制作的, 则制作这个圆柱形容器至少需要多少铁皮(不计损耗)?



(第 5 题)

5. (1) 这个圆柱形容器的高为 4 cm .

(2) 制作这个圆柱形容器至少需要 282.6 cm^2 的铁皮.

提示: 此问即求圆柱形容器的表面积.

8.2 圆锥及其侧面展开图

本节教学目标

- (1) 通过观察、操作具体实例，认识圆锥的特征.
- (2) 通过圆锥侧面展开的方法，理解圆锥的侧面积、表面积及其计算公式的推导过程.
- (3) 通过实验的方法，得到圆锥的体积公式，会计算圆锥的体积.
- (4) 在观察、操作及运用圆锥相关公式解决简单的实际问题过程中，形成空间观念和初步的应用意识.

(以下分析对应课本第 91~95 页)

本课教学重点

通过观察具体实例认识圆锥，通过圆锥侧面展开的方法，求出圆锥的侧面积，初步发展空间观念.

本课教学建议

(1) 教科书中呈现了生活中的一些立体图形，要求学生能从中认识圆锥. 教师可以根据实际情况，选择其他实物或图片进行教学，也可以鼓励学生说出生活中常见的圆锥形象. 此外，教师可引导学生比较圆柱和圆锥的相同点和不同点，增强学生的空间想象能力.

(2) 在将圆锥的侧面转化成平面图形的过程中，学生仍然可能存在从立体图形到平面图形转化的认知困难，特别是在建立圆锥侧面展开图的弧长和圆锥底面周长之间的关系时，可能存在理解上的困难，因此教师应鼓励学生动手操作，将圆锥的侧面展开，观察展开后的图形，并思考圆锥与其侧面展开图、底面各概念间的联系，理解圆锥的侧面积公式及其推导过程. 同时，教师可引导学生回顾扇形的弧长与面积计算公式.

8.2

圆锥及其侧面展开图

在日常生活中，我们可以看到斗笠、灯罩、亭子的顶等(图 8-2-1)，这些物体都给我们呈现了如图 8-2-2 所示的立体图形的形象。



图 8-2-1



图 8-2-2



操作

如图 8-2-3，将直角三角形 ABC ($\angle C$ 为直角) 以它的一条直角边 AC 所在直线为轴顺时针(或逆时针)方向旋转一周，形成怎样的立体图形？

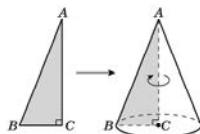


图 8-2-3

我们发现，按上述操作，所得到的立体图形与图 8-2-2 的立体图形一样，我们把像这样的立体图形叫作圆锥。

如图 8-2-4，在圆锥中，我们把这个圆形的面叫作圆锥的底面，P 叫作圆锥的顶点，夹在顶点和底面之间的曲面叫作圆锥的侧面。顶点 P 与底面圆心

本课内容分析

学生在本章已经学习了圆柱。在日常生活中，学生还会遇见圆锥形物体。我们在这一节呈现实际生活中常见的圆锥形立体图形的形象，并让学生通过动手操作得到圆锥体，这样做是为了让学生从实例中抽象出圆锥，并让学生对圆锥有直观认识。

在圆锥概念的基础上，介绍圆锥的底面、顶点、侧面、高和母线等相关概念的内涵。

教师要指导学生在运动的观点下，认识直角三角形与其旋转一周而成的圆锥间各概念的内在联系，并进一步体会“点动成线，线动成面，面动成体”的思想。

操作 把圆锥的侧面转化成平面图形，认识圆锥的侧面展开图。

O 的距离叫作圆锥的高，有时也把线段 PO 称为圆锥的高。连接圆锥顶点与底面上任意一点的线段都叫作圆锥的母线，如 PA 是母线。与圆柱相比可见，圆锥的底面也是圆形，两者的差异在于圆锥是由一个点、一个圆形和一个曲面围成，而圆柱是由两个完全一样的圆形和一个曲面围成。

圆锥是以直角三角形的一条直角边所在的直线为轴，将其旋转一周而成的立体图形。如图 8-2-5，以直角三角形 ACB 的一条直角边 AC 所在的直线为轴，将直角三角形 ACB 旋转一周，边 BC 、 AB 旋转所成的面就围成了一个圆锥。直角边 AC 就是圆锥的高，直角边 BC 旋转形成圆锥的底面，斜边 AB 旋转形成圆锥的侧面。斜边 AB 不论转动到哪个位置都是圆锥的母线。

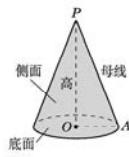


图 8-2-4

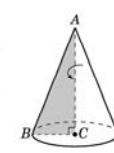


图 8-2-5



操作

如图 8-2-6，沿着圆锥的任意一条母线(AB)把它的侧面剪开，然后铺在平面上，可以得到一个怎样的图形？得到的这个图形与圆锥的底面周长、母线之间有怎样的关系呢？

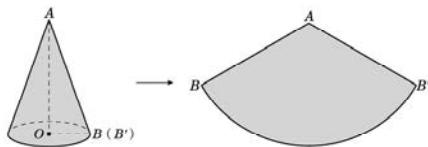


图 8-2-6

我们发现，按上述操作得到的平面图形是一个扇形。这样的平面图形叫作圆锥的侧面展开图。

圆锥的侧面展开图是一个以圆锥的顶点为圆心、以圆锥的母线为半径的扇形，该扇形的弧长是圆锥的底面周长。

圆锥的侧面积可以从它的侧面展开图得出。不妨设圆锥底面半径为 r , 母线长为 l , 侧面展开图的圆心角为 n° , 则 $\frac{n\pi l}{180} = 2\pi r$, 可得 $n = 360 \cdot \frac{r}{l}$. 所以

$$\begin{aligned}\text{圆锥的侧面积 } S_{\text{侧}} &= \text{圆锥侧面展开图的面积 } S_{\text{扇形}} \\ &= \frac{n}{360} \cdot \pi \cdot l^2 = 360 \cdot \frac{r}{l} \cdot \frac{\pi l^2}{360} \\ &= \pi r l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r l.\end{aligned}$$

这就得到结论: 圆锥的侧面积等于它的底面周长和母线长的乘积的一半, 即

$$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} Cl = \pi r l.$$

其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆锥的侧面积, C 、 r 和 l 分别表示它的底面周长、底面半径和母线长。

例 1 如图 8-2-7, 已知一个圆锥形环保纸杯的侧面展开图是圆心角为 108° 的扇形, 母线长 $l=10\text{ cm}$.

- (1) 求该圆锥形环保纸杯的底面直径 d ;
- (2) 求该圆锥形环保纸杯的侧面积(结果保留 π).

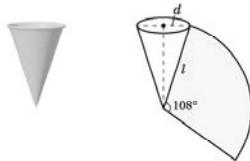


图 8-2-7

解 (1) 因为圆锥的侧面展开图的弧长=圆锥的底面周长, 即 $\frac{108}{180} \cdot \pi l = \pi d$, 所以

通过侧面展开的方法, 把圆锥的侧面转化成平面图形扇形, 进而得出圆锥的侧面积计算公式.

例 1 是对圆锥侧面积计算公式的基本运用. 例题给出了几何计算的过程示范. 教师要帮助学生理解圆锥底面直径与圆锥侧面展开图的圆心角、母线之间的关系.

$$d = \frac{108}{180} l = \frac{108}{180} \times 10 = 6 \text{ cm}.$$

答：该圆锥形环保纸杯的底面直径 d 为 6 cm.

(2) 该圆锥形环保纸杯的侧面积

$$S_{\text{侧}} = \pi r l = \frac{\pi d l}{2} = \frac{\pi \times 6 \times 10}{2} = 30\pi \text{ cm}^2.$$

答：该圆锥形环保纸杯的侧面积为 $30\pi \text{ cm}^2$.

课堂练习 8.2(1)

1. 略.

2. 这张扇形铁皮的面积即为圆锥的侧面积：

$$S_{\text{侧}} = \pi \times 70 \times 80$$

$$= 17584 \text{ cm}^2.$$

$$17584 \text{ cm}^2 = 1.7584 \text{ m}^2 \approx$$

$$1.8 \text{ m}^2.$$

因此，这张扇形铁皮的面积约 1.8 m^2 .

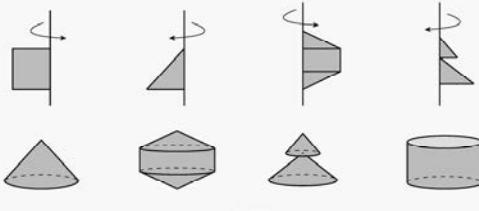
3. 这个圆锥的底面半径为 6 cm. 提示：设这个圆锥的底面半径为 r cm. 该圆锥的侧面积等于留下的扇形面

$$\text{积，即 } \pi \times r \times 9 = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \pi \times$$

$$9^2, \text{ 得 } r = 6.$$

课堂练习 8.2(1)

1. 如图，第一行中的图形以直线为轴旋转一周后，会形成第二行中的哪个立体图形？连一连。



(第 1 题)

2. 如图，张师傅用一张半径为 80 cm 的扇形铁皮做一个圆锥形烟囱帽（不含底面，接缝忽略不计）。如果做成的圆锥形烟囱帽的底面半径为 70 cm，求这张扇形铁皮的面积（ π 取 3.14，结果精确到 0.1 m^2 ）。



(第 2 题)

3. 如图，从半径为 9 cm 的圆形纸片上剪去一个 $\frac{1}{3}$ 圆周的扇形，将留下的扇形围成一个圆锥（接缝处不重叠）。求这个圆锥的底面半径。

(以下分析对应课本第 95~98 页)

本课教学重点

了解圆锥的表面积和体积的概念，会用圆锥的表面积和体积的计算公式进行计算，形成空间观念和初步的应用意识。

本课教学建议

(1) 本课内容是在学生已经掌握圆锥的侧面积计算公式的基础上进一步探究圆锥的表面积、体积的计算公式。教师应给学生独立思考与合作探究的时间和空间。

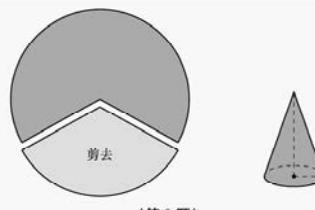
(2) 学生在例 2 计算圆锥形石膏像侧面展开图的圆心角的过程中可能会遇到困难，教师可引导学生回顾圆锥侧面展开图的弧长与圆锥底面周长之间的关系，及圆锥侧面展开图的圆心角与圆锥母线长、底面半径之间的等量关系。

本课内容分析

引进圆锥的表面积和体积的概念，让学生认识到计算圆锥表面积和体积也是日常生活和生产的需求。

思考 此问题可让学生通过类比圆柱表面积计算公式的推导过程，推导出圆锥的表面积计算公式。

例 2 是对圆锥表面积计算公式的运用，同时可让学生感悟数学与生活的联系。



(第 3 题)

与长方体、正方体、圆柱的表面积、体积一样，圆锥所有面的面积之和叫作圆锥的表面积，圆锥所占空间的大小叫作圆锥的体积。

在日常生活和生产中，也经常需要计算一些圆锥的表面积和体积。



思考

如何求一个圆锥的表面积？

圆锥的表面由它的侧面和底面组成。因此，圆锥的表面积等于它的侧面积与底面积的和，即

$$S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \frac{1}{2}Cl + \pi r^2 = \pi r l + \pi r^2.$$

其中， $S_{\text{表}}$ 、 $S_{\text{侧}}$ 和 $S_{\text{底}}$ 分别表示圆锥的表面积、侧面积和底面积， r 、 C 和 l 分别表示它的底面半径、底面周长和母线长。

例 2 如图 8~2~8，已知圆锥形石膏像的底面直径 $d = 20 \text{ cm}$ ，母线长 $l = 30 \text{ cm}$ 。求它的表面积和侧面展开图的圆心角（ π 取 3.14）。

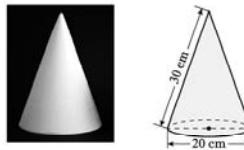


图 8~2~8

解 根据题意, 圆锥的底面半径 $r = \frac{d}{2} = 10$ cm, 母线长 $l = 30$ cm, 所以

圆锥形石膏像的表面积

$$\begin{aligned} S_{\text{表}} &= S_{\text{侧}} + S_{\text{底}} = \pi r l + \pi r^2 \\ &= 10 \times 30\pi + 10^2\pi \\ &= 400\pi \\ &= 1256 (\text{cm}^2). \end{aligned}$$

圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{r}{l} \cdot 360^\circ = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$.

答: 圆锥形石膏像的表面积约 1256 cm^2 , 它的侧面展开图的圆心角为 120° .



观察

如图 8-2-9, 分别观察(1)(2)两组中的圆锥, 它们之间有什么相同点或联系? 每组中哪个圆锥的体积更大, 哪个更小? 请说明圆锥体积的大小与哪些因素有关.

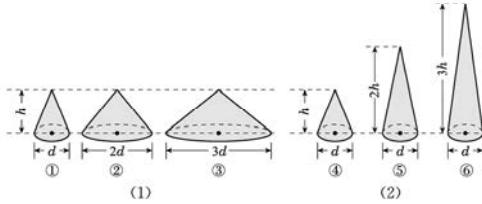


图 8-2-9

观察第(1)组中的三个圆锥①②③, 发现它们的高相等, 但底面积不同. 底面积越大, 圆锥的体积也越大. 观察第(2)组中的三个圆锥④⑤⑥, 发现它们的底面积相同, 但高不同. 高越长, 圆锥的体积也越大. 由此可知, 圆锥体积的大小受到底面积与高的影响.

观察 引导学生归纳圆锥体积的大小受到底面积与高的影响.

思考 通过以上观察，学生已经知道圆锥体积的大小受到底面积与高的影响。此思考自然引发学生探究圆锥的体积计算公式的兴趣。

通过实验的方法，探究等底等高的圆柱与圆锥的体积关系，进而得到圆锥的体积计算公式。此结论将在高中运用祖暅原理予以证明。

例3 是对圆柱与圆锥体积公式的综合运用，帮助学生建立数学与实际生活的联系，形成应用意识。



圆锥底面积和高都是直接影响其体积大小的因素，那么怎样求圆锥的体积呢？

我们知道，圆柱的体积也是由它的底面积和高决定的，可以考虑将圆锥与圆柱的体积作比较。下面通过实验，我们探究圆锥和圆柱体积之间的关系。

如图 8-2-10，如果将装满一个圆锥的沙子倒入等底等高的一个圆柱容器，发现倒三次恰好可以注满。

通过上面的实验，我们发现一个圆锥的体积是与它等底等高的一个圆柱的体积的 $\frac{1}{3}$ ，这就得到结论：圆锥的体积等于它的底面积与高的乘积的 $\frac{1}{3}$ ，即

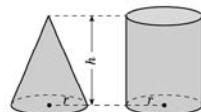


图 8-2-10

此结论将在高中予以证明。

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{底}} h.$$

其中， V 表示圆锥的体积， $S_{\text{底}}$ 表示它的底面积， h 表示它的高。

例3 如图 8-2-11，某工地一个水泥仓可看作是一个上半部是圆柱形，下半部是圆锥形的立体图形。已知其底面半径 $r=1.5$ m，高 $h_1=9$ m，上方圆柱的母线长 $h_2=6$ m，求该工地一个水泥仓的容积（ π 取 3.14，结果精确到 0.1 m³）。



图 8-2-11

解 根据题意，该水泥仓的容积是上半部的圆柱与下半部的圆锥的容积之和。

$$V_{\text{圆柱}} = S_{\text{底}} h = \pi r^2 h = \pi r^2 h_2 = \pi \times 1.5^2 \times 6 = 13.5\pi (\text{m}^3).$$

$$\begin{aligned} V_{\text{圆锥}} &= \frac{1}{3} S_{\text{底}} h = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 (h_1 - h_2) \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 1.5^2 \times (9 - 6) = 2.25\pi (\text{m}^3). \end{aligned}$$

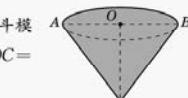
$$\text{所以, } V_{\text{圆柱}} + V_{\text{圆锥}} = 13.5\pi + 2.25\pi = 15.75\pi \approx 49.5 (\text{m}^3).$$

答：该工地一个水泥仓的容积约为 49.5 m^3 。

课堂练习 8.2(2)

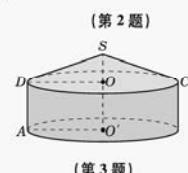
1. 已知一个圆锥形零件的底面积是 20 cm^2 ，高是 18 cm 。求这个零件的体积。

2. 如图，小海用纸板制作了一个圆锥形漏斗模型（不含底面），它的底面半径 $OB = 3 \text{ cm}$ ，高 $OC = 4 \text{ cm}$ ，母线 $AC = 5 \text{ cm}$ 。



- (1) 求该圆锥形漏斗的表面积（结果保留 π ）；
(2) 求该圆锥形漏斗的容积（结果保留 π ）。

3. 如图，一顶帆布帐篷的上半部是圆锥形，下半部是圆柱形。已知圆柱的底面积为 28.26 m^2 ，母线 $AD = 2 \text{ m}$ ，圆锥的高 $SO = 1 \text{ m}$ ，母线 $SD = 3.16 \text{ m}$ 。



- (1) 制作一顶这样的帐篷（接缝忽略不计）至少需要多少帆布（帐篷的底面不用帆布， π 取 3.14 ，结果精确到 0.1 m^2 ）？
(2) 帐篷的容积大约是多少（ π 取 3.14 ，结果精确到 0.1 m^3 ）？

课堂练习 8.2(2)

1. 这个零件的体积为 $\frac{1}{3} \times 20 \times 18 = 120 (\text{cm}^3)$ 。

2. (1) 不含底面，所以表面积 = 侧面积，该圆锥形漏斗的表面积为 $\pi \times 3 \times 5 = 15\pi (\text{cm}^2)$ 。

- (2) 该圆锥形漏斗的容积为 $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi (\text{cm}^3)$ 。

3. (1) $28.26 \div 3.14 = 9 (\text{m}^2)$ ，即得圆柱与圆锥的底面半径为 3 m 。

- $2 \times \pi \times 3 \times 2 + \pi \times 3 \times 3.16 \approx 67.4 (\text{m}^2)$ 。制作一顶这样的帐篷至少需要约 67.4 m^2 的帆布。

- (2) $28.26 \times 2 + \frac{1}{3} \times 28.26 \times 1 \approx 65.9 (\text{m}^3)$ 。帐篷的容积大约是 65.9 m^3 。

习题 8.2

1. 这个圆锥的侧面积约
为 163.3 cm^2 , 表面积约
 213.5 cm^2 .

2. 该圆锥的侧面积为
 300π , 表面积为 400π .

3. 根据题意, 由 $\frac{240\pi l}{180} = \pi \times 2 \times 6$, 可得圆锥的母线长
 $l = \frac{2 \times 6 \times 180}{240} = 9(\text{cm})$.

由此可求得这个圆锥的表
面积 $S_{\text{表}} = \pi \times 6 \times 9 + \pi \times 6^2 = 90\pi(\text{cm}^2)$.

4. 这个容器盖所需铁皮
的面积为 $8000\pi \text{ cm}^2$; 制作容
器盖的扇形的圆心角为 288° .
提示: 制作容器盖的扇形的
圆心角度数 $n = \frac{360r}{l} =$

$$\frac{360 \times (160 \div 2)}{100} = 288.$$

5. 该立体图形的表面积

$$S_{\text{表}} = \pi \times 10 \times 12 + \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 + \pi \times \frac{10}{2} \times 13 = 210\pi(\text{cm}^2).$$

习题 8.2



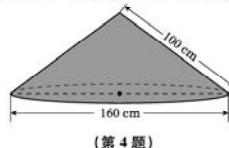
A

1. 已知圆锥的母线长为 13 cm , 底面半径为 4 cm . 求这个圆锥的侧面积和表面积(π 取 3.14 , 结果精确到 0.1 cm^2).

2. 如果圆锥的底面周长是 20π , 侧面展开后所得的扇形的圆心角为 120° . 求该圆锥的侧面积和表面积(结果保留 π).

3. 已知一个圆锥的底面半径为 6 cm , 它的侧面展开图是圆心角为 240° 的扇形. 求这个圆锥的表面积(结果保留 π).

4. 如图, 这是一个用铁皮制作的圆锥形容器盖(不含底面). 求这个容器盖所需铁皮的面积(结果保留 π), 并求制作容器盖的扇形的圆心角.

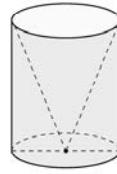


(第 4 题)



B

5. 如图, 一个立体图形是从高为 12 cm , 底面直径为 10 cm 的圆柱中挖掉一个圆锥后得到的, 圆锥的底面就是圆柱的上底面, 圆锥的顶点在圆柱下底面的圆心上, 圆锥的母线长为 13 cm . 求该立体图形的表面积(结果保留 π).



(第 5 题)

◎复习题

A

1. 选择题:

(1) 一个底面半径为 2 cm, 高为 3 cm 的圆柱的表面积是 ()

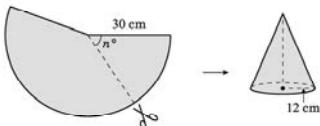
- A. $8\pi \text{ cm}^2$; B. $12\pi \text{ cm}^2$; C. $16\pi \text{ cm}^2$; D. $20\pi \text{ cm}^2$.

(2) 如图, 某学生需要用扇形薄纸板制作成底面半径为 3 dm, 高为 4 dm, 母线长为 5 dm 的圆锥形生日帽, 则该扇形薄纸板的圆心角为 ()

- A. 54° ; B. 108° ; C. 136° ; D. 216° .

2. 现有一个长为 7 cm, 宽为 3 cm 的长方形, 将该长方形绕着它的宽所在的直线旋转一周, 得到的圆柱的表面积和体积分别是多少(结果保留 π)?

3. 如图, 现有一张圆心角为 200° , 半径为 30 cm 的扇形纸片. 小海剪去圆心角大小为 n° 的部分扇形纸片后, 将剩下的纸片制作成一个底面半径为 12 cm 的圆锥形纸帽(接缝处不重叠). 求剪去的扇形纸片的圆心角.



(第 3 题)

4. 如图, 圆锥的高是 3 cm, 当圆锥的底面半径由小到大变化时, 圆锥的体积也随之发生了变化.

(1) 如果圆锥底面半径为 r cm, 那么请用含字母 r 的代数式表示圆锥的体积 V ;

复习题

1. (1) D.

(2) D.

2. 圆柱的表面积为 $140\pi \text{ cm}^2$, 体积为 $147\pi \text{ cm}^3$.

3. 根据题意, 可得

$$\frac{200-n}{360} \times 2\pi \times 30 = 2\pi \times 12.$$

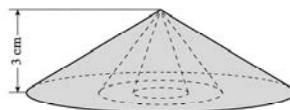
解得 $n=56$.

所以, 剪去的扇形纸片的圆心角为 56° .

4. (1) 圆锥的体积 V 为 $\pi r^2 \text{ cm}^3$.

(2) 圆锥的体积增加 $24\pi \text{ cm}^3$.

(2) 当底面半径由 1 cm 变化到 5 cm 时, 圆锥体积的变化是多少(结果保留 π)?



(第 4 题)



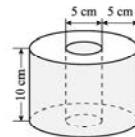
5. (1) 制作中间的纸轴至少需要 $50\pi\text{ cm}^2$ 的硬纸板.

(2) 根据题意, 1 卷新的卷筒纸的底面直径为 $5 \times 2 + 5 = 15(\text{cm})$, 因此卷筒纸的底面正好可以放入长方体盒子的底面, 又因为卷筒纸的高与长方体盒子的高相等, 所以 1 卷新的卷筒纸可以放入该长方体纸盒中.

5. 如图, 某品牌卷筒纸的高度为 10 cm , 中间空心硬纸轴的直径是 5 cm .

(1) 制作中间的纸轴至少需要多大的硬纸板(结果保留 π)?

(2) 如果围成的纸张厚度为 5 cm , 请问: 能将 1 卷新的卷筒纸放入一个长 15 cm , 宽 15 cm , 高 10 cm 的长方体纸盒中吗? 请用本章所学习的知识进行分析、判断.

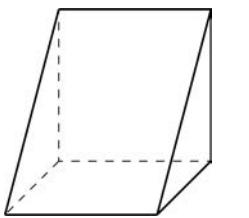


(第 5 题)

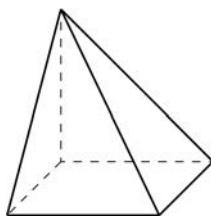
三、参考资料

圆柱与圆锥是生活中常见且具有典型特征和代表性的立体几何图形，对它们的探索和研究可以追溯到遥远的古代。在中国古代，立体几何的研究主要集中在建筑、河防、粮食储藏、天文等领域。《九章算术》中的“堑堵”“阳马”“鳖臑”等几何体就是一些特殊的柱体和锥体。在公元前3世纪的古希腊，数学家阿基米德研究了曲线图形和曲面体所围成的面积、体积，其中包括了圆柱和圆锥的几何特征，并讨论了圆柱、圆锥和半球之间的关系。

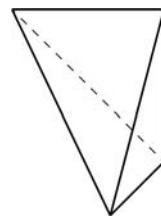
早在公元5世纪，我国数学家祖暅在求球的体积时，就创造性地提出了一个原理：“幂势既同，则积不容异。”这里，“幂”是截面积，“势”是几何体的高。祖暅原理的意思是两个同高的几何体，若在任意给定的等高处的截面积相等，则体积相等。这就是后世所称的祖暅原理。利用祖暅原理可以证明任一棱锥的体积都是与它同底等高的柱体的体积的三分之一，从而可以得出圆锥的体积公式。



堑堵



阳马



鳖臑

第9章 二元一次方程组

一、本章概述

1. 总体要求

方程是刻画现实世界数量之间相等关系的重要模型，是一类应用广泛的数学工具。在学习本章之前，学生已经在“一元一次方程”一章中理解了方程的意义，能根据具体问题列出方程，并能根据等式的基本性质求解一元一次方程，初步体会了方程在生活中的广泛应用，并初步形成模型观念。本章从经典的“鸡兔同笼”问题出发，利用算术的方法和一元一次方程的方法虽然可以解决这个问题，但通过设置两个未知数建立相应的二元一次方程组，可以得到一个更加简洁且更易于理解的方法。

本章要求学生能认识到学习二元一次方程组的必要性，了解二元一次方程组的有关概念，掌握消元法，能解二元一次方程组，能利用二元一次方程组的模型解决简单的应用问题，能解简单的三元一次方程组。

对于二元一次方程组的解法，应重点突出利用消元法将其转化为一元一次方程，体会化归的数学思想。在求解多元方程组的过程中，消元的方法和化归思想同样适用。掌握消元法之后，解决以二元一次方程组为模型的实际应用问题，感受其应用的广泛性，提高应用意识，发展模型观念。

2. 课时安排建议

本章共 9 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
9.1 二元一次方程组的概念	1	二元一次方程组的概念 1 课时
9.2 二元一次方程组的解法	2	二元一次方程组的解法 2 课时
习题课	1	
9.3 二元一次方程组的应用	3	二元一次方程组的应用 3 课时
9.4 简单的三元一次方程组	1	简单的三元一次方程组 1 课时
复习与小结	1	

3. 内容编排与特色

本章内容分为四节，分别是“9.1 二元一次方程组的概念”“9.2 二元一次方程组的解法”“9.3 二元一次方程组的应用”“9.4 简单的三元一次方程组”。

“9.1 二元一次方程组的概念”，删去了上海“二期课改”教科书中“二元一次方程的解及解集”的概念，突出核心概念。同时，改用我国古代数学著作《孙子算经》中有名的“鸡兔同笼”问题引入，将知识的学习与情境相融合。一方面，通过对算术的方法、列一元一次方程的方法及列二元一次方程组的方法，让学生感受二元一次方程组可以直截了当地解决这个问题，突出学习二元一次方程组的必要性；另一方面，可以借助这一问题，展示中国传统数学经典著作中运用方程组解决含有多个未知数问题的历史，增强民族自豪感，体现数学学科育人价值。

“9.2 二元一次方程组的解法”，通过对二元一次方程组解法的探索，关注步骤实施背后的目的和依据，突出解方程组过程中蕴含的化归思想和消元的方法，为后续解三元以及多元方程组提供了方法指引，即可以通过逐步减少未知数的个数，将方程组化归为一元方程。本节不特意规定用“代入”还是“加减”的方法消元，可以引导学生根据题目特征灵活选择消元的方法。

“9.3 二元一次方程组的应用”共 3 课时，由浅入深地安排了 6 道例题，在例题的选择上关注了情境的实际性、趣味性和科学性，体现了二元一次方程组是刻画现实世界的有效数学模型，有利于学生感受其应用的广泛性，发展应用意识和模型观念。

“9.4 简单的三元一次方程组”，作为《课标 2022 年版》中加星号的选学内容，在本册教科书中仍将其设置为必修内容。一方面考虑到后续“用待定系数法求二次函数表达式”“求三角形内切圆的半径”等问题会涉及三元一次方程组的解法；另一方面希望学生通过解简单的三元一次方程组，进一步了解消元法和化归思想。需注意，本节中的三元一次方程组是较为简单的，不涉及繁难的计算。

本章的最大特色是凸显二元一次方程组这一数学模型的必要性，在模型建立、解法研究、实际应用的过程中发展学生的应用意识和模型观念。

4. 教学提示

引导学生在解决问题的过程中自主探索、合作交流。问题解决需要激发学生已有的知识和经验，解决问题的方向需要学生自主探索，解决方案可以多元化。例如，本章讲二元一次方程组，从“鸡兔同笼”讲起。这是我国古代有名的数学问题，很多学生在小学阶段已经有过接触，对这道题的讨论应该让学生充分发表想法，不同认知基础的学生有不同层次的见解，通过充分的思考、交流和表达调动学生的积极性；通过算术的方法与列方程方法的对比，体会方程是刻画现实世界的有效数学模型；通过对比一元、二元的做法，体会二元一次方程组能更为直截了当地建立所要求解的数学模型。例如，对二元一次方程组解法的探索和实际应用问题，也应留给学生自主探索的时间，通过充分的交流与表达，加深学生对知识的理解，积累基本活动经验。

注重化归思想的引导. 在探索二元一次方程组的解法时, 可以先让学生回忆一元一次方程的求解, 思考如何把“二元”这一新问题转化为已经解决的问题, 从而引出消元法. 解三元及多元方程组的基本策略方法也是“消元”, 即通过逐步减少未知数的个数, 将方程组化归为一元方程. 有了二元一次方程组的求解经验, 可以尝试让学生自主进行简单的三元一次方程组的求解, 在这个过程中帮助学生不断加深对上述思想方法的领悟. 二元一次方程组的求解应避免繁难的计算, 不要死记硬背求解步骤, 也无须硬性规定采用哪种消元方法, 应该把重心放在思想方法的引导上, 让求解变成一个自然的过程.

注重发展模型观念和应用意识. 《课标 2022 年版》中指明, 数学课程要培养学生的核心素养之一是会用数学的语言表达现实世界, 而模型观念和应用意识是义务教育阶段数学语言的重要表现. 本章在运用数学模型解决实际问题的过程中, 应先让学生经历对实际问题中量的分析, 将未知量和已知量符号化, 再通过建立方程组获得实际问题中等量关系的数学表达, 将等量关系方程化. 在应用部分教学的初始阶段, 可以提出类似“题目中有哪些量?”“已知量是什么?”“未知量是什么?”“它们之间存在怎样的等量关系?”等问题帮助学生更好地经历上述过程. 对应用问题的求解, 不要急于给出方案, 不要代替学生思考, 应留给学生充分的自主探索和合作交流的时间. 如果学生没有选择二元一次方程组的方法, 也不应否定, 可以借机进行不同方法的对比、总结与归纳, 引导学生进一步体会二元一次方程组对于解决含有两个未知量的问题, 在数学模型的建立上更为直截了当.

5. 评价建议

关注学生求解二元一次方程组的运算能力. 一方面, 关注学生能否合理运算、准确运算. 例如, 能否根据方程组的具体特征选择合理的方法实现消元, 能否较为清晰、准确地书写求解过程等. 另一方面, 对二元一次方程组的求解的评价不应只关注结果, 还应关注学生是否知算理、明算法. 对三元一次方程组的求解应避免繁难的计算, 借助简单的题目进一步感悟思想方法即可.

关注学生思考、交流、表达的意愿和能力. 除了对解法的探索, 本章还有很多实际问题, 情境多彩、方法多样, 容易激发学生的数学学习兴趣. 评价时应关注学生课堂活动参与的积极性、思考的独立性、表达的准确性, 以及是否能有效地倾听他人意见, 是否有合作交流的意愿等.

关注学生的模型观念和应用意识. 本章通过简单的数学应用问题, 使学生初步形成模型观念. 在评价时, 应关注学生的方法选择, 判断其是否意识到二元一次方程组是解决含两个未知量问题的重要数学模型. 在具体的实施方面, 关注学生能否通过对信息的读取、分析和提炼, 用二元一次方程组的模型表达实际问题中的等量关系.

二、教科书分析与教学建议

9.1 二元一次方程组的概念

本节教学目标

- (1) 通过对“鸡兔同笼”问题不同解法的分析与对比，初步体会学习二元一次方程组的必要性.
- (2) 类比一元一次方程，经历二元一次方程组概念的学习过程，了解二元一次方程、方程组，理解二元一次方程组及其解的概念，会判断一对数是不是二元一次方程组的解.
- (3) 经历由实际问题抽象为方程组的过程，发展抽象能力.

(以下分析对应课本第 104~106 页)

本课教学重点

通过对“鸡兔同笼”问题不同解法的分析与对比，初步体会学习二元一次方程组的优越性，了解二元一次方程组的有关概念.

本课教学建议

(1) “鸡兔同笼”是我国古代有名的数学问题，不能因为部分学生在小学已经有过接触就操之过急，应给学生充分的思考、交流和表达的时间. 不同认知基础的学生可能会给出不同层次的见解，让学生经历交流分享的过程，再通过对不同解法的分析与对比，体会学习二元一次方程组的必要性. 对于算术的方法，不同的学生可能有不同的做法，但难度系数都是相当高的，过去是小学公认的难题. 如果设一个未知量，那么需利用题目条件，写出另一个未知量与此未知量的关系，再利用题中的另一个条件，得到一元一次方程并求解. 这样的处理比算术方法要方便得多，比较程序化，但在列方程时要先弄清两个未知量间的关系，在思路上稍显曲折，然而，所得到的一元一次方程是易于求解的. 如果设两个未知量，利用题中的两个条件可列出两个方程，从而直截了当地得到要求解的数学模型. 这样做，等于将原有的问题用符号语言另外写了一遍，完全程序性，原则上是没有任何困难的，剩下的只是如何求解二元一次方程组这一纯数学问题. 这里可以先告知学生，在本章学习了二元一次方程组的求解方法后，就可以程序化地解决这一类问题，激发学生对二元一次方程组探究的兴趣. 通过对以上三种方法的比较，解释清楚为什么要学习二元一次方程组. 否则，学生只会盲目地跟着教师走，不了解学习的目的性.

(2) “鸡兔同笼”问题是我国古代数学著作《孙子算经》中有名的数学问题，教师可以借助这一问题的引入，向学生介绍中华优秀传统数学文化中人们运用方程组解决含有多个未知数问题的历史，使学生感受中华优秀传统数学文化的熏陶，体现数学学科育人价值.

9.1

二元一次方程组的概念

“鸡兔同笼”问题作为我国古代经典的数学问题，部分学生在小学可能已经有过接触，但多为算术的方法，且不限于方法一的“假设法”。对该问题的讨论可以让学生畅所欲言，最后对不同方法进行比较讨论，感受方法三在思路上的直截了当，体会二元一次方程组学习的必要性，从而顺理成章地引出二元一次方程组的有关概念。

问题 今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足。问鸡、兔各几何。

分析 根据“上有三十五头”可得：鸡的数量+兔的数量=35；再根据“下有九十四足”可得：鸡脚的总数+兔脚的总数=94。

方法一 假设笼子里全都是鸡，则脚应有 $2 \times 35 = 70$ （只），比已知的94只减少了24只。当一只兔被假设成一只鸡后，脚的数量会减少两只，所以共有 $24 \div 2 = 12$ （只）兔被假设成了鸡，即兔有12只，鸡有 $35 - 12 = 23$ （只）。

方法二 采用算术法直接列式，关于“鸡兔同笼”问题还有其他精彩的算术解法。

方法二 设笼中有鸡 x 只。根据“头”的条件，可知兔有 $(35-x)$ 只。

再根据“脚”的条件，可列出方程

$$2x + 4(35-x) = 94.$$

解得

$$x = 23.$$

所以

$$35-x = 12.$$

答：鸡、兔分别有23只、12只。

方法二 设一个未知量，先根据一个已知条件用代数式表示另一个未知量，再由另一个已知条件列出方程求解，这比方法一在解题思路上要直接很多。

方法三 设笼中有鸡 x 只、兔 y 只。根据题意，可得方程

$$x+y=35, \quad ①$$

$$2x+4y=94. \quad ②$$

则鸡的数量 x 只和兔的数量 y 只必须同时满足①和②两个方程。

方法三 设两个未知量，就可以由两个已知条件直接列出符合条件的两个方程，在思路上更直截了当。

方法三 中的两个方程都是含有两个未知数的一次方程，像这样的方程叫作二元一次方程。

方法三 中包含了两个必须同时满足的条件，也就是未知数 x 、 y 必须同时满足 $x+y=35$ 和 $2x+4y=94$ 。我们可以把这两个方程写成

$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases}$$

由几个方程组成的一组方程叫作方程组。如果方程组中含有两个未知数，且含未知数的项都是一次项，这样的方程组就叫作二元一次方程组。

利用方法一和方法二，我们已经求得鸡、兔分别有 23 只、12 只。对于方法三，我们发现 $x=23$, $y=12$ 既满足方程①，即 $23+12=35$ ；又满足方程②，即 $2\times 23+4\times 12=94$ 。所以， $x=23$, $y=12$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94 \end{cases}$ 的解，记作 $\begin{cases} x=23, \\ y=12. \end{cases}$

一般地，在二元一次方程组中，使每个方程的左右两边的值都相等的两个未知数的值，叫作此二元一次方程组的解。

你能判断 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x=\frac{8}{3}, \\ y=\frac{5}{3} \end{cases}$ 是否为二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=6, \\ x-y=1 \end{cases}$ 的解吗？



思考 小海购买羽毛球和乒乓球若干，所购买的羽毛球数量是乒乓球数量的 2 倍，每只羽毛球的价格是 5 元，每只乒乓球的价格是 2 元，小海共花费 24 元。小海购买羽毛球、乒乓球的数量各是多少？你能列出符合题意的方程组吗？

设小海购买羽毛球 x 只、乒乓球 y 只，根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x=2y, \\ 5x+2y=24. \end{cases}$$

相较于上海“二期课改”教科书，本教科书删除了“二元一次方程的解及解集”的概念，只提二元一次方程组及其解。

以六年级上册“第 2 章简单的代数式”为基础，根据一次项概念，定义二元一次方程组中含有未知数的项都是一次项。借助鸡兔同笼问题中方法一和方法二获得的答案，给出二元一次方程组的解的定义。

对二元一次方程组概念的理解，需注意“方程组中含有两个未知数”的表述。

思考 该问题只要求学生根据题意引入未知数，列出方程组即可。

课堂练习 9.1

1. (2)(4)是二元一次方程组.

2. (3)是二元一次方程组
 $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x-y=2 \end{cases}$ 的解; (1)(2)
不是.

课堂练习 9.1

1. 下列方程组中, 哪些是二元一次方程组?

(1) $\begin{cases} 5x+6y=21, \\ xy=-2; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 14x=-9y+76, \\ y=-8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2-4y=\frac{44}{3}, \\ 3y-9x=-5; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{3}{4}x-5y=1.2, \\ 22x-11y=-5.5. \end{cases}$

2. 判断下列三组值是否为二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x-y=2 \end{cases}$ 的解:

(1) $\begin{cases} x=5, \\ y=5; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=3, \\ y=4; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=4, \\ y=6. \end{cases}$

9.2 二元一次方程组的解法

本节教学目标

- (1) 经历解二元一次方程组的过程，知道解二元一次方程组的基本方法是消元，体会化归的数学思想。
- (2) 掌握消元法，能根据二元一次方程组的特征，选择适当的方法进行消元来解二元一次方程组。

(以下分析对应课本第 107~109 页)

本课教学重点

经历用“代入”的方法实现消元，进而求得二元一次方程组解的过程，初步体会化归思想。

本课教学建议

(1) 对于“思考”栏目和例 1，学生可能会很自然地想到用“代入”的方法消元，但未必清楚这背后的算理。教师可以通过问题的设计引发学生思考。例如，把一个未知数用含另一个未知数的式子表示后，代入哪个方程？代入的目的是什么？依据是什么？求出一个未知数的值以后，代回到哪个方程求另一个未知数的值？这些问题有利于学生知算理、明算法，可以加深学生对二元一次方程组的解的认识，也为将来三元一次方程组、二元二次方程组的求解埋下伏笔。

(2) 本节课设计由易到难，从特殊到一般。教师在例题的处理上应留给学生充分探索、尝试、交流的时间，让学生体会解二元一次方程组的关键是转化。而学生实现转化的方式可以是多样的。例 2 无须要求学生必须采用“代入”的方法消元，如果有学生采用“加减”的方法实现消元，也应予以肯定，把重心放在思想方法的引导上，让求解变成一个自然的过程。

本课内容分析

本节课从“思考”到例1再到例2，逐步从易到难，从特殊到一般。

思考 这是上节课最后列出的方程组，顺理成章地引出如何求二元一次方程组的解的问题。

引导学生关注步骤实施的目的和依据：将①代入②的目的是将二元转化为一元，依据是等量代换。

求得 y 的值以后，把它代入方程①或②都能得到 x 的值，但代入①更为简单。

例1，教师应先留给学生足够的时间探索、尝试、交流，让学生在这个过程中体会解二元一次方程组的关键是转化，而学生实现转化的方式可以是多样的，教学中不必强求解法的一致性，也不宜急于向学生灌输自己的解题经验。类似前面的思考，教师可以向学生提出这样的问题：把③代入②的依据是什么？把③代入①可以吗？为什么？求出一个未知数的值之后，把它代入哪个方程可以求得另一个未知数的值？你会如何选择？

9.2

二元一次方程组的解法



如何求第9.1节最后提出的方程组

$$\begin{cases} x=2y, \\ 5x+2y=24 \end{cases}$$

①

②

的解？

分析 由①可知， x 与 $2y$ 相等，将方程②中的 x 用 $2y$ 代替，得到关于 y 的一元一次方程，就可以来解了。

$$5x+2y=24 \xrightarrow{\text{用 } x=2y \text{ 代入}} 5\times 2y+2y=24$$



$$\text{解得 } x=4 \xleftarrow{\text{用 } y=2 \text{ 代入到 } x=2y} \text{解得 } y=2$$

解 把①代入②，得 $5\times 2y+2y=24$.

解得 $y=2$.

把 $y=2$ 代入①，得 $x=4$.

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

因此，小海花 24 元买了 4 只羽毛球、2 只乒乓球。

上面的分析提供了一种求二元一次方程组解的方法，即通过消去一个未知数将其化为一元一次方程进行求解。求方程组解的过程叫作解方程组。现在，我们来解第9.1节中“鸡兔同笼”问题中的方程组。

例1 解方程组：
$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases}$$

①

②

解 由①，得 $x=35-y$.

③

把③代入②，得 $2(35-y)+4y=94$.

④

解得 $y=12$.

把 $y=12$ 代入③, 得 $x=23$.

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=23, \\ y=12. \end{cases}$



你能用其他方法解上述例 1 中的方程组吗?

在解二元一次方程组的过程中, 用适当的方法消去一个未知数, 将二元一次方程组转化为一元一次方程, 这种方法叫作消元法.

例 2 解方程组: $\begin{cases} 2x-3y=5. & ① \\ 3x-4y=8. & ② \end{cases}$

解 由①, 得 $x=\frac{5+3y}{2}$. ③

把③代入②, 得 $3\times\frac{5+3y}{2}-4y=8$.

解得 $y=1$.

把 $y=1$ 代入③, 得 $x=\frac{5+3\times1}{2}$.

解得 $x=4$.

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

上述解法, 是将二元一次方程组中的一个方程进行适当变形, 把一个未知数用另一个未知数表示, 就可以用“代入”的方法实现消元, 进而求得这个二元一次方程组的解.

课堂练习 9.2(1)

1. 把下列方程变形为用含一个未知数的式子表示另一个未知数的形式:

(1) $5y-x=11$; (2) $36x-4y=56$.

2. (1) $\begin{cases} x=4, \\ y=-8. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=4, \\ y=-1. \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=-\frac{9}{2}, \\ y=5. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

可对比前面两题方程组的特征, 发现例 2 的方程组更具一般性. 教师仍可以先让学生自主尝试, 方法可以多样, 最后由教师选择一种“代入”的方法消元并板书解题过程, 为学生提供书写示范.

在本节课的最后, 可以引导学生归纳、提炼解二元一次方程组这个新问题的方法. 利用消元法把它转化为已经解决的问题——解一元一次方程, 从而得以解决. 本节课主要是通过“代入”的方法实现消元.

课堂练习 9.2(1)

1. (1) $x = 5y - 11$ 或

$$y = \frac{11+x}{5}.$$

(2) $y = 9x - 14$ 或

$$x = \frac{14+y}{9}.$$

(以下分析对应课本第 109~111 页)

本课教学重点

经历用“加减”的方法实现消元，进而求得二元一次方程组解的过程，进一步体会化归思想。

本课教学建议

(1) 本节课的设计仍是由易到难，从特殊到一般。教学时，应引导学生观察方程中各项的系数特征，如果两个方程中同一未知数的系数相等或互为相反数，则可以直接通过加减实现消元；否则，可以通过对方程进行适当的变形，转化为上述情形，让学生体会其中所蕴含的化归思想。

(2) 和上节课一样，仍需引导学生关注步骤实施的目的和依据。通过本节课的学习，引导学生进一步体会解二元一次方程组的关键是将其转化为一元一次方程，实现转化的方法是消元，除了“代入”的方法，还可以用“加减”的方法消元，在具体题目中，应根据方程组的特征，灵活选择消元方法。

本课内容分析

思考 承接上一课时，以课堂练习中的一个方程组为例。根据上节课的经验，注意到方程①的特征，学生自然会想到用“代入”的方法实现消元；如果注意到两个方程中 y 的系数互为相反数，也不难联想到可以将两个方程相加实现消元。

2. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 7x - 3y = 52, \\ y = -2x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 2y = 10; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 4x + 5y = 7; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x + 4y = 9, \\ 3x - 5y = 8. \end{cases}$$



思考

观察课堂练习 9.2(1) 中 2(2) 的方程组

$$\begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 2y = 10, \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

除了用“代入”的方法消元，你还有其他消元的方法吗？

分析 两个方程中 y 的系数互为相反数，将方程组中的两个方程相加可以消去 y ，得到一个关于 x 的一元一次方程。

解 ①+②，得 $4x = 16$.

解得 $x = 4$.

把 $x = 4$ 代入①，得 $4 - 2y = 6$.

解得 $y = -1$.

所以，原方程组的解为 $\begin{cases} x = 4, \\ y = -1. \end{cases}$

通过将两个方程相加（或相减）消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这也是一种消元法。

例 3 解方程组：
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 4x + 5y = 7. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

分析 直接加减这两个方程并不能消去其中任意一个未知数，观察到方程②中 x 的系数是方程①中 x 系数的2倍，因此可以对方程①进行适当变形，使两个方程中 x 的系数相等，从而消去 x 。

等，将例3转化为类似于“思考”栏目中的方程组，体会化归思想。

例3也可以将 $2x$ 看作一个整体，由①得 $2x = 6 - 3y$ ，将其整体代入方程②实现消元。

同上节课一样，应引导学生关注步骤实施的目的和依据：①+②的目的是消去未知数 y ，依据是等式性质。求得 x 的值以后，把它代入方程①或②都能得到 y 的值，通常选取一个求解较为简单的方程代入。

例3、例4的教学应注意追问学生方法选择的原因。

例3，通过对方程①的变形使两个方程中 x 的系数相

解 ① $\times 2$, 得 $4x+6y=12$. ③

③-②, 得 $y=5$.

把 $y=5$ 代入①, 得 $2x+3\times 5=6$.

解得 $x=-\frac{9}{2}$.

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=-\frac{9}{2}, \\ y=5. \end{cases}$

例 4 解方程组: $\begin{cases} 2x+4y=9, \\ 3x-5y=8. \end{cases}$ ① ②

分析 这两个方程中的同一个未知数的系数没有了例 3 中的倍数关系, 可以考虑对两个方程都进行适当变形, 使两个方程中同一个未知数的系数相等或互为相反数.

解 ① $\times 5$, ② $\times 4$, 得

$$\begin{cases} 10x+20y=45, \\ 12x-20y=32. \end{cases}$$
 ③ ④

③+④, 得 $22x=77$.

解得 $x=\frac{7}{2}$.

把 $x=\frac{7}{2}$ 代入①, 得 $2\times\frac{7}{2}+4y=9$.

解得 $y=\frac{1}{2}$.

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

上述解法, 是将二元一次方程组中的方程进行适当变形, 使两个方程中有一个未知数的系数相等或互为相反数, 就可以用“加减”的方法实现消元, 进而求得这个二元一次方程组的解.

例 4 的方程组更具一般性. 因为两个方程中同一未知数的系数没有了例 3 中的倍数关系. 因此, 可以考虑对两个方程都进行适当变形, 使同一未知数在两个方程中的系数互为相反数或相等. 先消哪个未知数都可以, 结果是一致的.

对本题而言, 消元的方法是多样的, 学生也可以用“代入”的方法实现消元. 教学中, 应先让学生自主尝试, 再由教师选择一种“加减”的方法消元并板书解题过程, 为学生提供书写示范.

在本节的最后, 可以引导学生归纳、总结, 解二元一次方程组的关键是将其转化为一元一次方程, 实现转化的方法是消元, 除了“代入”的方法, 还可以用“加减”的方法消元, 在具体题目中, 应根据方程组的特征, 灵活选择消元方法.

课堂练习 9.2(2)

1. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} x-3y=26, \\ 2x+3y=-5; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 9x-3y=16, \\ 9x+11y=-12; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x+5y=7, \\ 6x-2y=-10; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x-3y=12, \\ 3x+4y=-8. \end{cases}$$

习题 9.1—9.2



A

1. 在① $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=\frac{2}{3}, \\ y=\frac{1}{2}, \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=0 \end{cases}$ 这三组数值中, _____是方程组 $\begin{cases} 2y-3x=-1, \\ \frac{3}{2}x+3y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 的解。(填序号)

2. 把下列方程变形为用含有 x 的式子表示 y 的形式:

$$(1) 6x+5y=-10;$$

$$(2) \frac{2(x-1)}{3} = \frac{y+3}{5}.$$

3. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{4}x-3y=8, \\ y-2x=5; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x-2y=3, \\ 3x+2y=-8; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x+4y=6, \\ 4x+9y=9; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 5x-4y-9=0, \\ 3y+4x=1. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=9, \\ y=-3. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases}$$

课堂练习 9.2(2)

$$1. (1) \begin{cases} x=7, \\ y=-\frac{19}{3}. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x=\frac{10}{9}, \\ y=-2. \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=-1, \\ y=2. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=\frac{24}{29}, \\ y=-\frac{76}{29}. \end{cases}$$

习题 9.1—9.2

1. ③.

$$2. (1) y=-\frac{6}{5}x-2.$$

$$(2) y=\frac{10}{3}x-\frac{19}{3}.$$

$$3. (1) \begin{cases} x=-4, \\ y=-3. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x=-\frac{1}{2}, \\ y=-\frac{13}{4}. \end{cases}$$

4. (1) $\begin{cases} x = -3, \\ y = 1. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

5. 根据题意, 可得

$$\begin{cases} 2a + b = 8, \\ 4a - 3b = 6. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a = 3, \\ b = 2. \end{cases}$

因此, a 、 b 的值分别为

3、2.



4. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases} 4(x+2) = 1 - 5y, \\ \frac{y+3}{2} = 1 - \frac{x}{3}; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 8(x-y) - 5(x+y) = 21, \\ (x-y) + 5(x+y) = -3. \end{cases}$

5. 已知关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax + by = 8, \\ 2ax - 3by = 6 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1, \end{cases}$ 求 a 、 b 的值.

9.3 二元一次方程组的应用

本节教学目标

- (1) 经历列二元一次方程组解决实际问题的过程，体会二元一次方程组是刻画现实世界的有效数学模型，发展应用意识和模型观念.
- (2) 能通过对信息的读取、分析和提炼，用二元一次方程组的模型表达实际问题中的等量关系.
- (3) 能根据具体问题的实际意义，检验方程组解的合理性.

(以下分析对应课本第 113~114 页)

本课教学重点

经历列二元一次方程组解决实际问题的过程，体会一元一次方程和二元一次方程组模型在解决实际问题中的联系和区别.

本课教学建议

(1) 本课是二元一次方程组应用的第一课时，可以提出类似“题目中有哪些量？”“已知量是什么？”“未知量是什么？”“它们之间存在怎样的等量关系？”等问题帮助学生更好地实现对量的分析，将未知量和已知量符号化，将等量关系方程化. 在后续的课时中，学生可以模仿老师进行提问，形成解决实际问题的一般性策略.

(2) 本课的两道例题较为简单，无须规定必须列二元一次方程组解决问题，有的学生可能会列一元一次方程解决问题. 可以通过不同做法的对比引发讨论，用一元一次方程的方法解方程简便，但列方程前要先搞清楚另一个未知量与所设未知量的关系；用二元一次方程组的方法可以直截了当地列出方程，但需要解决二元一次方程组的求解问题.

9.3

二元一次方程组的应用

本课内容分析

对例1的解答，学生如果把等量关系“成人票、学生票共1万张”用于未知量之间数量关系的表示，也可以列一元一次方程求解。

教学时，可以引导学生比较两种方法的联系和区别。

我们已经学习了二元一次方程组及其解法，在本节中，我们将利用二元一次方程组解决一些实际问题。

例1 某科技馆的成人票、学生票的票价分别为60元、45元。某一天，科技馆售出成人票、学生票共1万张，票务收入为57万元。问：该天这两种票各售出多少万张？

分析 从题目信息中我们可以得知：成人票张数+学生票张数=1万张，且60元/张×成人票张数+45元/张×学生票张数=57万元。

解 设该天售出成人票 x 万张、学生票 y 万张。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 60x+45y=57. \end{cases} \quad \begin{matrix} ① \\ ② \end{matrix}$$

由①，得

$$y=1-x. \quad ③$$

将③代入②，得

$$60x+45(1-x)=57.$$

解得

$$x=0.8.$$

把 $x=0.8$ 代入③，解得

$$y=0.2.$$

所以，这个方程组的解是 $\begin{cases} x=0.8, \\ y=0.2. \end{cases}$

答：该天售出成人票0.8万张、学生票0.2万张。



对于例1，可以设一个未知量求解吗？

对于这道题目，如果设一个未知量得到一元一次方程，解方程较为简便，但列方程前要先搞清楚另一个未知量与所设未知量的关系；如果设两个未知量，可以直截了当地列出方程组，但需求解一个二元一次方程组。

两种方法都可行，列方程解应用题时可根据题目灵活选择未知数的个数。本章重点强调的是后一种方法。

例 2 某学校举办学生足球比赛，规定胜一场得 3 分，平一场得 1 分，输一场得 0 分。六年级(5)班共参加 9 场比赛，没有输过，最后共得 23 分。问：该班级共胜多少场？平多少场？

分析 根据题意，可以得到

$$\begin{cases} \text{该班级胜的场数} + \text{平的场数} = 9; \\ \text{该班级胜场的总得分} + \text{平场的总得分} = 23. \end{cases}$$

解 设六年级(5)班共胜 x 场，平 y 场。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x + y = 9, \\ 3x + y = 23. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 7, \\ y = 2. \end{cases}$$

答：六年级(5)班共胜 7 场，平 2 场。

课堂练习 9.3(1)

1. 班委会花 100 元购买了笔记本和中性笔共 22 件作为班级奖品，如果每本笔记本的价格是 7 元，每支中性笔的价格是 2.5 元，那么班委会购买了多少本笔记本？购买了多少支中性笔？

2. 请尝试解决《九章算术》中的一个问题：“今有甲、乙二人持钱不知其数。甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十，问甲、乙持钱各几何。”（其大意是：今有甲、乙两人各自带了一些钱，若乙把其一半的钱给甲，则甲的钱数为 50；若甲把其三分之二的钱给乙，则乙的钱数也为 50。问：甲、乙各有多少钱？）

例 3 六年级(1)班、(2)班各有 44 人，两个班都有一些学生参加课外天文小组，(1)班参加天文小组的人数恰好是(2)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{3}$ ，(2)班参加天文小组的人数恰好是(1)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{4}$ 。问：六年级(1)班、(2)班没有参加天文小组的各有多少人？

课堂练习 9.3(1)

1. 设班委会购买了 x 本笔记本， y 支中性笔。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x + y = 22, \\ 7x + 2.5y = 100. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 10, \\ y = 12. \end{cases}$$

答：班委会购买了 10 本笔记本，12 支中性笔。

2. 设甲的钱数为 x ，乙的钱数为 y 。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ \frac{2}{3}x + y = 50. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 37.5, \\ y = 25. \end{cases}$$

答：甲的钱数为 37.5，乙的钱数为 25。

(以下分析对应课本第 114~116 页)

本课教学重点

进一步经历列二元一次方程组解决实际问题的过程，体会学习二元一次方程组的必要性。

本课教学建议

- (1) 本课是二元一次方程组应用的第二课时，以例 3 为例，如果只引入一元，第二个未知量与所设未知量的关系不像例 1、例 2 那么容易直接表示，而选择引入两元则可以直接根据两个等量关系列出二元一次方程组。教学中应该以例 3 为契机，突出学习建立二元一次方程组模型的必要性。
- (2) 可以引导学生借助文字语言翻译的等式、示意图等方式，梳理题目中的各个量和等量关系。

例 2 某学校举办学生足球比赛，规定胜一场得 3 分，平一场得 1 分，输一场得 0 分。六年级(5)班共参加 9 场比赛，没有输过，最后共得 23 分。问：该班级共胜多少场？平多少场？

分析 根据题意，可以得到

$$\text{该班级胜的场数} + \text{平的场数} = 9；$$

$$\text{该班级胜场的总得分} + \text{平场的总得分} = 23。$$

解 设六年级(5)班共胜 x 场，平 y 场。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x + y = 9, \\ 3x + y = 23. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 7, \\ y = 2. \end{cases}$$

答：六年级(5)班共胜 7 场，平 2 场。

课堂练习 9.3(1)

1. 班委会花 100 元购买了笔记本和中性笔共 22 件作为班级奖品，如果每本笔记本的价格是 7 元，每支中性笔的价格是 2.5 元，那么班委会购买了多少本笔记本？购买了多少支中性笔？

2. 请尝试解决《九章算术》中的一个问题：“今有甲、乙二人持钱不知其数。甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十，问甲、乙持钱各几何。”（其大意是：今有甲、乙两人各自带了一些钱，若乙把其一半的钱给甲，则甲的钱数为 50；若甲把其三分之二的钱给乙，则乙的钱数也为 50。问：甲、乙各有多少钱？）

例 3 六年级(1)班、(2)班各有 44 人，两个班都有一些学生参加课外天文小组，(1)班参加天文小组的人数恰好是(2)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{3}$ ，(2)班参加天文小组的人数恰好是(1)班没有参加天文小组的人数的 $\frac{1}{4}$ 。问：六年级(1)班、(2)班没有参加天文小组的各有多少人？

本课内容分析

例 1 和例 2 都比较容易借助一个等量关系表示出两个未知量间的数量关系，因此学生可能会因为解法的便利选择列一元一次方程，但例 3 想用一个未知量表示另一个未知量不再那么直接，所以教师可以通过对这道例题的分析让学生体会，二元一次方程组对于解决含有两个未知量的问题和在数学模型的建立上都更为直截了当。

分析 根据题意，可以得到

$$(1) \text{班参加天文小组的人数} = \frac{1}{3} \times (2) \text{班没有参加天文小组的人数};$$

$$(2) \text{班参加天文小组的人数} = \frac{1}{4} \times (1) \text{班没有参加天文小组的人数}.$$

解 设六年级(1)班没有参加天文小组的有 x 人，(2)班没有参加天文小组的有 y 人。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} 44-x=\frac{1}{3}y, \\ 44-y=\frac{1}{4}x. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{①} \\ \text{②} \end{array}$$

$$\text{由①, 得 } x=44-\frac{1}{3}y. \quad \text{③}$$

$$\text{把③代入②, 解得 } y=36.$$

$$\text{把 } y=36 \text{ 代入③, 解得 } x=32.$$

$$\text{所以, 这个方程组的解是 } \begin{cases} x=32, \\ y=36. \end{cases}$$

答：六年级(1)班没有参加天文小组的有 32 人，(2)班没有参加天文小组的有 36 人。

例 4 的教学应关注审题，理解行程问题中“相向而行”和“同向而行”的含义。可以借助示意图，帮助学生获得题目中蕴含的等量关系。

二元一次方程组的模型建立之后，教师还应关注学生能否求该方程组的解。本题可先将 $4x + 4y = 400$ 利用等式性质化简为 $x + y = 100$ ，然后利用“代入”的方法消元即可完成求解。

例 4 甲、乙两车分别从相距 400 km 的 A、B 两地出发，匀速相向而行。如果甲、乙两车同时出发，那么行驶 4 h 后两车相遇；如果甲车比乙车先出发 5 h，那么在乙车出发 2 h 后两车相遇。求甲、乙两车的速度。

分析 可以设甲车的速度为 x km/h，乙车的速度为 y km/h。根据题意，画出示意图(图 9-3-1)：

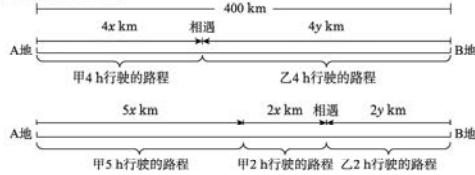


图 9-3-1

解 设甲车的速度为 x km/h, 乙车的速度为 y km/h. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 4x+4y=400, \\ 5x+2(x+y)=400. \end{cases}$$

由①, 得

$$y=100-x. \quad ③$$

把③代入②, 得

$$7x+2(100-x)=400.$$

解得

$$x=40.$$

把 $x=40$ 代入③, 解得

$$y=60.$$

所以, 这个方程组的解是 $\begin{cases} x=40, \\ y=60. \end{cases}$

答: 甲车的速度为 40 km/h, 乙车的速度为 60 km/h.

课堂练习 9.3(2)

1. 甲、乙两车分别从相距 42 km 的 A、B 两地同时出发. 如果匀速同向而行, 那么甲车 2.8 h 后追上乙车; 如果匀速相向而行, 那么两车在 0.4 h 后相遇. 求甲、乙两车的速度.

2. 甲、乙两油桶, 甲桶有油 400 kg, 乙桶有油 300 kg. 现从甲、乙两桶分别倒出一部分油, 甲桶倒出的油量是乙桶剩余油量的 $\frac{2}{3}$, 乙桶倒出的油量是甲桶剩余油量的 $\frac{1}{2}$. 问: 甲、乙两桶各倒出了多少油?

例 5 小海家使用的是分时电表, 按平时段(6:00~22:00)和谷时段(22:00~次日 6:00)分别计费, 且电费的单价谷时段比平时段便宜 0.31 元. 某月小海家平时段的用电量是 283 千瓦时, 谷时段的用电量是 127 千瓦时, 电费金额共计 210.73 元. 求分时电表平时段、谷时段每千瓦时的价格.



2. 设甲桶倒出油 x kg, 乙桶倒出油 y kg. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} x=\frac{2}{3}(300-y), \\ y=\frac{1}{2}(400-x). \end{cases}$$

解这个方程组, 得 $\begin{cases} x=100, \\ y=150. \end{cases}$

答: 甲桶倒出油 100 kg, 乙桶倒出油 150 kg.

课堂练习 9.3(2)

1. 设甲车的速度为 x km/h, 乙车的速度为 y km/h. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 2.8(x-y)=42, \\ 0.4(x+y)=42. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} x=60, \\ y=45. \end{cases}$$

答: 甲车的速度为 60 km/h, 乙车的速度为 45 km/h.

(以下分析对应课本第 116~118 页)

本课教学重点

进一步经历列二元一次方程组解决实际问题的过程，能根据具体问题的实际意义，检验方程组解的合理性.

本课教学建议

(1) 本课是二元一次方程组应用的第三课时，学生已经有了一定的利用二元一次方程组模型解决实际问题的经验，可以放手让学生尝试. 除了前面提到的画示意图等方式，本课还可以通过例 5 介绍借助表格梳理题目中各个量和等量关系的方法.

(2) 在教学中不应只关注学生能否根据题意列出方程组，还应关注学生解方程组的过程，引导学生根据具体问题的实际意义来检验方程组解的合理性.

(3) 作为二元一次方程组应用的最后一课时，在结尾时可以引导学生总结并归纳用二元一次方程组解决实际问题的过程：在读题环节，可以借助示意图、表格等帮助读取、分析和提炼信息；在解题环节，先用符号语言表达未知量，再用二元一次方程组表达等量关系. 体会二元一次方程组是刻画现实世界的有效数学模型.

解 设甲车的速度为 x km/h, 乙车的速度为 y km/h. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 4x+4y=400, \\ 5x+2(x+y)=400. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

由①, 得

$$y=100-x. \quad ③$$

把③代入②, 得

$$7x+2(100-x)=400.$$

解得

$$x=40.$$

把 $x=40$ 代入③, 解得

$$y=60.$$

所以, 这个方程组的解是 $\begin{cases} x=40, \\ y=60. \end{cases}$

答: 甲车的速度为 40 km/h, 乙车的速度为 60 km/h.

课堂练习 9.3(2)

1. 甲、乙两车分别从相距 42 km 的 A、B 两地同时出发. 如果匀速同向而行, 那么甲车 2.8 h 后追上乙车; 如果匀速相向而行, 那么两车在 0.4 h 后相遇. 求甲、乙两车的速度.

2. 甲、乙两油桶, 甲桶有油 400 kg, 乙桶有油 300 kg. 现从甲、乙两桶分别倒出一部分油, 甲桶倒出的油量是乙桶剩余油量的 $\frac{2}{3}$, 乙桶倒出的油量是甲桶剩余油量的 $\frac{1}{2}$. 问: 甲、乙两桶各倒出了多少油?

例 5 小海家使用的是分时电表, 按平时段(6:00~22:00)和谷时段(22:00~次日 6:00)分别计费, 且电费的单价谷时段比平时段便宜 0.31 元. 某月小海家平时段的用电量是 283 千瓦时, 谷时段的用电量是 127 千瓦时, 电费金额共计 210.73 元. 求分时电表平时段、谷时段每千瓦时的价格.



本课内容分析

例 5, 先引导学生理解题意, 明白“平时段”“谷时段”的意思, 知道“总价 = 单价 \times 数量”是本题中隐含的基本等量关系. 在此基础上, 可以引导学生借助表格梳理题目中的已知量和未知量, 最后根据“谷时段单价比平时段单价便宜 0.31 元”及“平时段和谷时段电费金额共计 210.73 元”这两个等量关系即可列出二元一次方程组.

分析 根据题意，可列表如下：

表 9-1

时段	用电量/千瓦时	单价/元	金额/元
平时段	283	x	$283x$
谷时段	127	y	$127y$

由单价差额及总金额这两个已知量，可以列出相应的二元一次方程组。

解 设分时电表平时段每千瓦时的价格是 x 元，谷时段每千瓦时的价格是 y 元。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x-y=0.31, \\ 283x+127y=210.73. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

由①，得 $x=y+0.31$. ③

把③代入②，解得 $y=0.3$.

把 $y=0.3$ 代入③，解得 $x=0.61$.

所以，这个方程组的解是 $\begin{cases} x=0.61, \\ y=0.3. \end{cases}$

答：分时电表平时段每千瓦时的价格是 0.61 元，谷时段每千瓦时的价格是 0.3 元。

例 6 小海 10 月份在一家超市买了 4 瓶橙汁和 8 包饼干，共花了 114 元。11 月份，超市打折促销，一瓶橙汁的价格比 10 月份降低了 40%，一包饼干的价格比 10 月份降低了 20%。如果小海 11 月份以 53.1 元的价格购买了 3 瓶橙汁和 5 包饼干，求 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格。

分析 根据题意，可以得到

10 月份：橙汁的单价 \times 购买橙汁的数量 + 饼干的单价 \times 购买饼干的数量 = 114；

11 月份：橙汁的单价 \times 购买橙汁的数量 + 饼干的单价 \times 购买饼干的数量 = 53.1。

设 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 x 元和 y 元，则 11 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 $(1-40\%)x$ 元和 $(1-20\%)y$ 元。根据题意，可列出相应的二元一次方程组。

例 5 和例 6 的数据来源于生活，涉及电费、购物等实际问题。在教学中不应只关注学生能否根据题意列出方程组，还应关注学生解方程组的过程。例如，例 6 可以先对方程组中的两个方程进行适当化简，得到由③、④组成的方程组后就可以直接利用“加减”的方法实现消元。

在教学中应引导学生根据具体问题的实际意义检验方程组解的合理性。

解 设 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 x 元和 y 元. 根据题意,
可得方程组

$$\begin{cases} 4x + 8y = 114, \\ 3 \times (1 - 40\%)x + 5 \times (1 - 20\%)y = 53.1. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ① \\ ② \end{array}$$

化简, 得 $\begin{cases} 2x + 4y = 57, \\ 1.8x + 4y = 53.1. \end{cases} \quad \begin{array}{l} ③ \\ ④ \end{array}$

③ - ④, 得 $0.2x = 3.9.$

解得 $x = 19.5.$

把 $x = 19.5$ 代入 ③, 解得 $y = 4.5.$

所以, 这个方程组的解是 $\begin{cases} x = 19.5, \\ y = 4.5. \end{cases}$

答: 10 月份一瓶橙汁和一包饼干的价格分别为 19.5 元和 4.5 元.

课堂练习 9.3(3)

1. 一个两位数, 减去它各个数位上的数字之和的四倍, 等于 33. 如果把它的个位数字和十位数字交换位置, 得到的新数比原数小 18. 求原来的两位数.

2. 电信公司现有 600 部已申请电话待装, 此外每天另有新申请电话待装. 设每天新申请的电话数相同, 如果安排 3 个装机小组, 60 天恰好完工; 如果安排 5 个装机小组, 20 天恰好完工. 问: 每天新申请装机电话多少部? 每个装机小组每天安装电话多少部?

习题 9.3



A

1. 某校课外活动小组购买了 4 副象棋和 6 副围棋, 共计 692 元. 已知一副围棋比一副象棋贵 22 元, 问: 一副象棋和一副围棋的价格各是多少元?

习题 9.3

1. 一副象棋的价格是 56 元, 一副围棋的价格是 78 元.

课堂练习 9.3(3)

1. 原来的两位数是 97.

2. 设每天新申请装机电话 x 部, 每个装机小组每天安装电话 y 部. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 600 + 60x = 60 \times 3y, \\ 600 + 20x = 20 \times 5y. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} x = 20, \\ y = 10. \end{cases}$$

答: 每天新申请装机电话 20 部, 每个装机小组每天安装电话 10 部.

2. 甲每天加工零件 40 个，乙每天加工零件 50 个.

3. 原来的两位数是 18.

4. 设 x 名工人装配双人课桌， y 名工人装配单人椅，可使一天装配的课桌椅配套. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=9, \\ 2 \times 4x=10y. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=5, \\ y=4. \end{cases}$$

答：5 名工人装配双人课桌，4 名工人装配单人椅，可使一天装配的课桌椅配套.

5. 设这 700 g 坚果混合物中有腰果 x kg，花生 y kg. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=\frac{700}{1000}, \\ 90x+24y=63.6 \times \frac{700}{1000}. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=0.42, \\ y=0.28. \end{cases}$$

答：这 700 g 坚果混合物中有腰果 0.42 kg，花生 0.28 kg.

6. 设每辆 A 型车、B 型车都装满货物一次可以分别运货 x t、 y t. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} 3x+2y=17, \\ 2x+3y=18. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$$

因此， $(4 \times 3 + 5 \times 4) \times 371 = 11872$ (元).

答：该公司应付运费 11872 元.

2. 甲、乙两人合作加工一批零件，这批零件的总数量为 430 个. 如果甲先做 4 天后乙加入工作，两人合作再做 3 天可以完成；如果乙先做 5 天后甲加入工作，两人合作再做 2 天可以完成. 问：甲、乙两人每天各加工零件多少个？

3. 已知一个两位数，十位上的数字与个位上的数字之和为 9，若在它的个位与十位之间插入一个“0”，所得的三位数是原两位数的 6 倍. 求原来的两位数.

4. 学生课桌装配车间共有 9 位工人，每位工人一天能装配双人课桌 4 张或单人椅 10 把. 怎样分配工作能使一天装配的课桌椅配套？



5. 一位店主希望将每千克 90 元的腰果和每千克 24 元的花生混合在一起，以获得每千克 63.6 元的坚果混合物 700 g. 问：要获得这种坚果，应该将腰果与花生如何混合？

6. 已知用 3 辆 A 型车和 2 辆 B 型车装满货物一次可以运 17 t；用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车装满货物一次可以运 18 t. 某公司现有一批货物，如果同时租用 4 辆 A 型车和 5 辆 B 型车，每辆车装满货物可刚好一次运完. 如果每吨货物的运费为 371 元，问：该公司应付运费多少元？

9.4 简单的三元一次方程组

本节教学目标

- (1) 了解三元一次方程组的概念，会解简单的三元一次方程组.
- (2) 经历解三元一次方程组的过程，进一步体会化归思想.

(以下分析对应课本第 120~122 页)

本课教学重点

简单的三元一次方程组的解法.

本课教学建议

- (1) 本课可以类比二元一次方程组的学习经验，让学生自主探索，解决方案可以多元化，而非有指向性的“标准答案”. 教学时应以化归思想为支点进行结构化的处理，通过逐步减少未知数的个数，将方程组化归为一元方程. 在这个过程中，进一步加深学生对消元法和化归思想的认识.
- (2) 三元一次方程组是《课标 2022 年版》中标记为星号的选学内容，但考虑到后续“用待定系数法求二次函数表达式”“求三角形内切圆的半径”等问题会涉及三元一次方程组的解法，教科书将本节设为必修，其目的在于帮助学生进一步理解消元法，并为后续内容作铺垫. 在教学过程中，应避免涉及繁难的计算.

9.4 简单的三元一次方程组

本课内容分析

类比二元一次方程组，给出三元一次方程组的概念。

类比二元一次方程组的求解，尝试让学生自主探索解三元一次方程组。本节课例题仍需关注步骤实施的目的和依据。

例 2 可以有不同的消元方法。首先，可以请学生讲清楚方法选择的原因，即观察到了方程组中三个方程系数的什么特点，由此决定先消哪个未知数，采用何种方式消元。然后，对不同做法进行对比。最后，选择一种适当的方法由教师板书解题过程，为学生提供书写示范。

如果方程组中含有三个未知数，且含未知数的项都是一次项，这样的方程组就叫作三元一次方程组。

例如，方程组 $\begin{cases} z=4, \\ x+y+z=5, \\ 4x-2y+z=-4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 6x-y-z=3, \\ 2x-4y+8z=5, \\ 3x-6y-z=10 \end{cases}$ 都是三元一次方程组。

解三元一次方程组的基本方法是：

三元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 二元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 一元一次方程

例 1 解方程组： $\begin{cases} z=4, \\ x+y+z=5, \\ 4x-2y+z=-4. \end{cases}$ ①
②
③

解 将①分别代入②和③，整理得

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 4x-2y=-8. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2. \end{cases}$

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2, \\ z=4. \end{cases}$

例 2 解方程组： $\begin{cases} x-y+z=0, \\ x+y+z=-4, \\ 9x+3y+z=0. \end{cases}$ ①
②
③

解 ②-①，得 $2y=-4.$

解得 $y=-2.$

将 $y=-2$ 分别代入①和③，整理得

$$\begin{cases} x+z=-2, \\ 9x+z=6. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} x=1, \\ z=-3. \end{cases}$$

所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-2, \\ z=-3. \end{cases}$

$$\text{例 3} \quad \begin{cases} x+y=-14, \\ y+z=-7, \\ x+z=19. \end{cases}$$

解 ①-②, 得 $x-z=-7.$

$$\text{③与④组成方程组, 得 } \begin{cases} x+z=19, \\ x-z=-7. \end{cases}$$

$$\text{解这个方程组, 得 } \begin{cases} x=6, \\ z=13. \end{cases}$$

把 $x=6$ 代入①, 解得 $y=-20.$

$$\text{所以, 原方程组的解为 } \begin{cases} x=6, \\ y=-20, \\ z=13. \end{cases}$$

课堂练习 9.4

1. 下列方程组中, 哪些是三元一次方程组?

$$(1) \begin{cases} 11x-3y+6z=1, \\ 2x+4y=7z, \\ 9y-3z=0; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 4x-y+5z=2, \\ 5x+6yz=-8, \\ 2x-7y=15; \end{cases}$$

同例 2 一样, 对于例 3 的解决, 仍应先让学生充分地交流方法, 再通过对比形成评价。学生可能将三个方程相加, 整理得 $x+y+z=-1$ ④, 然后由 ④-①, ④-②, ④-③可以分别得到 z 、 x 、 y 的值; 也可能由①+②-③, 消掉 x 和 z , 解得 $y=-20$ 进而求解, 同理也可先求得 x 或 z 的值。

在本节的最后, 可以引导学生归纳、总结经验, 解三元一次方程组的基本方法仍是“消元”, 即通过消元, 把三元一次方程组转化为二元一次方程组, 进而转化为一元一次方程。对于先消哪个元, 怎么实现消元, 是需要结合方程组的特征认真考虑的。

课堂练习 9.4

1. (1)和(3)是三元一次方程组。

2. (1)
$$\begin{cases} x=5, \\ y=-14, \\ z=-\frac{61}{2}. \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x=-9, \\ y=31, \\ z=-18. \end{cases}$$

习题 9.4

1. (1)
$$\begin{cases} x=8, \\ y=5, \\ z=-1. \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x=0, \\ y=2, \\ z=2. \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x=1, \\ y=-3, \\ z=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x=1, \\ y=1, \\ z=-3. \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} \frac{8}{9}x - \frac{5}{9}y + 2z = \frac{2}{3}, \\ 3y - 9x + 18z = -5. \end{cases}$$

2. 解下列方程组:

(1)
$$\begin{cases} x=5, \\ x+5y-2z=-4, \\ 4x-3y+2z=1; \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x+y=22, \\ x+z=-27, \\ y+z=13. \end{cases}$$

习题 9.4



1. 解下列方程组:

(1)
$$\begin{cases} x-y=3, \\ x+z=7, \\ y-z=6; \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x-z=-2, \\ x+z=2, \\ x-y+3z=4; \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} y+2z=-2, \\ 3x-4z=1, \\ 2x-y+2z=6. \end{cases}$$



2. 解方程组:
$$\begin{cases} x+y-z=5, \\ 3x+2y+z=2, \\ 2x-2y+z=-3. \end{cases}$$

◎复习题



A

1. 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=4, \\ 5x-3y=16 \end{cases}$ 的解为 ()

A. $\begin{cases} x=2, \\ y=2; \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=4, \\ y=\frac{4}{3}; \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}; \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=\frac{7}{2}. \end{cases}$

2. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases} 3x-y=8, \\ 2x+3y=5; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 9x-7y=11, \\ 12x-7y=8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+3y=8, \\ 3x+4y=11; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=-2, \\ x+3y-2z=-1, \\ 3x-y+4z=7. \end{cases}$

3. 某个周末, 乐乐在滨江步道运动了 1 h. 他先以平均 10 km/h 的速度慢跑, 然后以平均 4 km/h 的速度散步, 总路程为 8 km. 问: 他分别花了多少时间慢跑和散步?

4. 请尝试解决《九章算术》中的一个问题: “今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四. 问人数、物价各几何?”(其大意是: 几个人一起去购买物品, 如果每人出 8 钱, 那么剩余 3 钱; 如果每人出 7 钱, 那么差 4 钱. 问: 有多少人? 物品的价格是多少?)

答: 有 7 人; 物品的价格是 53 钱.

复习题

1. C.

2. (1) $\begin{cases} x=\frac{29}{11}, \\ y=-\frac{1}{11}. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=-1, \\ y=-\frac{20}{7}. \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=-2, \\ y=3, \\ z=4. \end{cases}$

3. 乐乐慢跑了 $\frac{2}{3}$ h, 散步

了 $\frac{1}{3}$ h.

4. 设有 x 人, 物品的价格是 y 钱. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} 8x-3=y, \\ 7x+4=y. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} x=7, \\ y=53. \end{cases}$$

5. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} \frac{m+n}{3} - \frac{m-n}{4} = 1, \\ \frac{m+n}{3} + \frac{m-n}{4} = -3; \end{cases}$$

$$(2) 5x - 4y = 3x + 2y = 33;$$

$$(3) \begin{cases} 2x + y + z = 11, \\ 3x + 2y + 3z = 24, \\ x + 3y + 2z = 19. \end{cases}$$

6. 一家航空公司的飞机从上海飞往三亚。该航班共有 124 名乘客(不包括机组人员)，商务舱和经济舱的入座率分别为 50% 和 75%，商务舱的票价是每张 2 150 元，经济舱的票价是每张 800 元，收取的总票价是 104 600 元。问：商务舱和经济舱的座位数分别是多少？

7. 请以你的校园生活为背景，编写一道可以用二元一次方程组解决的应用题，并求解该问题。

$$5. (1) \begin{cases} m = -\frac{11}{2}, \\ n = \frac{5}{2}. \end{cases} \quad \text{提示: }$$

示：分别将 $\frac{m+n}{3}$ 、 $\frac{m-n}{4}$ 看作一个整体，计算得出 $\frac{m+n}{3} = -1$ ， $\frac{m-n}{4} = -2$ 。

$$(2) \begin{cases} x = 9, \\ y = 3. \end{cases} \quad \text{提示: 原}$$

方程组可记为 $\begin{cases} 5x - 4y = 33, \\ 3x + 2y = 33. \end{cases}$

$$(3) \begin{cases} x = 2, \\ y = 3, \\ z = 4. \end{cases}$$

6. 设商务舱的座位数为 x ，经济舱的座位数为 y 。根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} 50\%x + 75\%y = 124, \\ 2150 \times 50\%x + 800 \times 75\%y = 104600. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 8, \\ y = 160. \end{cases}$$

答：商务舱的座位数为 8，经济舱的座位数为 160。

7. 略。

综合与实践

旋转的齿轮

情境与主题分析

从探索宇宙的航天航空器到我们日常使用的自行车变速系统，从庞大的工业机械到精致的机械手表，齿轮传动和调速技术贯穿于机械设计的各个层面。形态简单的齿轮在经过精密加工和巧妙组合后，能解决机械设计中的大问题。

齿轮设计的基本问题是通过齿轮组合实现转动的变速和变向。关键在于齿轮组合中的齿轮个数和大小的匹配，它们影响齿轮组合的结构和性能。本系列活动依据上述情景，重点研究齿轮个数与转动方向、齿数与转速之间的数学关系，为将来设计实用的齿轮组合打下基础。

活动过程分析

本实践活动要求学生通过观察和动手实践，了解三类齿轮组合的组成，理解齿轮的传动是基于齿轮的啮合运动，能运用两啮合齿轮的齿数比和转速比的关系构造符合要求的齿轮组合。

活动 1

• 内容

使用某型号的齿轮模具，或通过剪纸自行制作齿轮模具，按要求完成操作，观察大、小齿轮的齿数和转动方向，填写教科书中的表 1，求解应用情景中大齿轮的齿数。

• 意图

通过观察两个齿轮的组合的运作，确定齿轮转动方向的关系，以及齿数比和转速比之间的关系。

活动 2

• 内容

使用某型号的齿轮模具，或通过剪纸自行制作齿轮模具，按要求完成操作，观察三个齿轮的齿数比和转动方向，填写表 2，并比较两个齿轮的组合和三个齿轮的组合的异同。

• 意图

通过观察三个齿轮的组合的运作，根据活动 1 所得的齿数比与转速比之间的关系，从转速比和转动方向两个方面了解惰轮的特征。

◎ 拓展活动

- 内容

1. 使用某型号的齿轮模具，或通过剪纸自行制作齿轮模具，参照活动 1 和活动 2，观察四个齿轮的齿数比和转动方向，并求解应用情景中齿轮 D 的转速。

2. 自行设计具有不同转速比的复合轮系。

- 意图

探索起始的齿轮(如图 3 中的齿轮 A)的转速和尾端的齿轮(如图 3 中的齿轮 D)的转速的关系，从转速比和转动方向两个方面了解复合轮系的运行特点。



旋转的齿轮

外滩的海关大楼发出的报时钟声是上海的一个标志性城市符号，让这个城市符号准时唱响的是大钟内部成百上千个齿轮的相互驱动。齿轮不仅是机械钟表的主要零件，随着科技的发展，在自行车变速、洗衣机调速，乃至汽车变速箱、风力发电机等许多机械零部件中也发挥了关键作用。



活动1 齿轮的齿数与转速

齿轮是一种有齿的机械构件，它们通常以两个或多个为一组。如果两个齿轮不同轴，一个轴上的齿轮的齿与另一个轴上的齿轮的齿啮合，当一个齿轮旋转时，会带动另一个齿轮旋转，如图1所示。

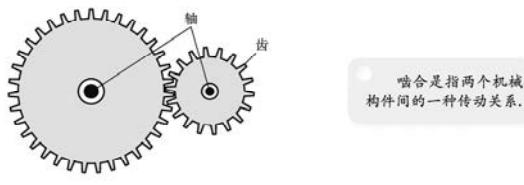


图1

变速自行车、面条机、榨汁机、打蛋器、水表、煤气表、缝纫机、CD机、相机、开瓶器、粉碎机、削铅笔机、闹钟、相机三脚架、八音盒等)。

活动1

完成操作要求，观察大、小齿轮的齿数和转动方向，填写表1，求解应用情景中大齿轮的齿数。

• 教学设计

1. 教师指导学生观察图1，并介绍齿轮的具体部件，说明“啮合”的含义。

教学过程设计

本实践活动通过研究齿轮齿数、转动方向、转动速度、转动圈数等的关系，理解啮合齿轮的齿数比决定了转速比。大概需要3个课时。可参考如下教学安排。

• 引入

通过观察，引入齿轮的概念。

• 教学设计

1. 教师可利用视频或图像展示机械钟表内部以齿轮为核心的机械结构，帮助学生了解齿轮的特征，理解齿轮的概念(即圆周上带有齿的轮子)及其基本运动机制(即轮子间齿的啮合)。

2. 引导学生根据齿轮的概念，发现身边使用齿轮的物件(如机械表、修正带、开罐器、

2. 操作并记录.

组织学生使用学具，在完成教科书要求的操作的同时，填写表 1(填写结果如下页表一). 引导学生关注齿数比与转速比的关系，以及大、小齿轮在转动方向上的关系等。

3. 思考并计算.

(1) 操作 1：大齿轮带动小齿轮——小齿轮加速，两齿轮转动方向相反；

(2) 操作 2：小齿轮带动大齿轮——大齿轮减速，两齿轮转动方向相反。

4. 在填写表 1 的基础上，引导学生进一步思考齿轮转动速度的增减及方向的变化与大、小齿轮放置位置之间的关系。

5. 齿数与转动速度和转动圈数的关系因相互啮合的两个齿轮在旋转过程中重合的齿数必须相等，可以写成：

$$\text{大齿轮齿数} \times \text{一个时段内大齿轮转动圈数} = \text{小齿轮齿数} \times \text{一个时段内小齿轮转动圈数}.$$

将两边同时除以等长的转动时段时长，可得

$$\frac{\text{大齿轮齿数} \times \text{一个时段内大齿轮转动圈数}}{\text{转动时段时长}} = \frac{\text{小齿轮齿数} \times \text{一个时段内小齿轮转动圈数}}{\text{转动时段时长}},$$

即得：大齿轮齿数 \times 大齿轮转速 = 小齿轮齿数 \times 小齿轮转速。

教科书在给出大、小齿轮转速信息的基础上，要求计算大齿轮的齿数，就可由：

$$NG_A \times \text{大齿轮 A 的转速} = NG_B \times \text{小齿轮 B 的转速},$$

代入数值，得 $35 \times 3600 = NG_B \times 1000$.

解得 $NG_B = 126$.

6. 问题：齿数与齿轮大小的关系。

(1) 基于两个齿轮的组合的齿数与转速的关系式，教师可引导学生发现齿轮 B 减速的前提是增加齿轮 B 的齿数，因此也增大了齿轮 B 的大小(因为啮合的需要，大、小齿轮中每个齿

操作并记录

请将两个齿数不同的齿轮(图 1)组装在一起。

操作 1：顺时针转动大齿轮，观察大、小齿轮的旋转方向及速度，并填写表 1.

操作 2：顺时针转动小齿轮，观察大、小齿轮的旋转方向及速度，并填写表 1.

表 1

	齿轮	齿数 (NG)	齿数比	方向 (填“顺时针” 或“逆时针”)	速度 (填“快” 或“慢”)
操作 1	大齿轮 A		$NG_A : NG_B =$		
	小齿轮 B				
操作 2	小齿轮 B		$NG_B : NG_A =$		
	大齿轮 A				

思考并计算

观察表 1，比较操作 1 中的大、小齿数比与操作 2 中相应的齿数比，你有什么样的发现？比较操作 1 中的大、小齿轮的转速比与操作 2 中相应的转速比，你又有怎样的发现？

现有一个齿数为 35 的小齿轮要配一个合适齿数的大齿轮，使得这个齿轮组合可使小齿轮的转速从 3 600 圈/分降为 1 000 圈/分。计算出大齿轮的齿数。

问题 一般来说，不同齿轮相啮合，它们的齿间距需要保持一致。这样一来，齿轮的齿数越多，直径就会越大。在实际应用中，大多数设备都会受到空间的限制，增大齿轮尺寸并不是很理想的做法。要解决这个问题，你有什么建议吗？

齿间距是指齿轮上两个齿的距离。

活动 2 情轮

由活动 1 可见，小齿轮带动大齿轮的齿轮组合有降速的效果，那么三个齿轮啮合在一起是否会有更大的降速效果呢？

的齿间距是相同的). 可以列举一些齿数的数值, 让学生尝试绘制相应的齿轮, 从而感受齿轮大小的变化.

(2) 鉴于齿轮不宜过大, 引导学生从其他角度思考齿轮组构造的优化方式. 例如, 突破两个齿轮的组合的限制, 使用多个齿轮的组合代替两个齿轮的组合, 甚至是齿轮的同轴叠接等.

- **注意事项**

1. 在“操作”和“思考”中, 教师应给予学生充分的时间对已知具体齿数的两个齿轮的组合的齿数与转速的关系进行探讨.

2. 在探索“问题”——找出任意两个啮合的齿轮的组合中齿数与转速的一般关系式时, 教师可组织学生开展“操作”和“思考”的自主探索. 例如, 可提示学生再举出一些具体的齿数进行探索, 并鼓励学生用数学的语言表达自己发现的关系.

3. 对“问题”的探索和讨论不限于课内完成, 而“操作”和“思考”应尽可能在课内进行.

- **建议课时 1 课时**

表一

	齿轮	齿数(NG)	齿数比	方向(填“顺时针”或“逆时针”)	速度(填“快”或“慢”)
操作 1	大齿轮 A	35	$NG_A : NG_B = 35 : 18$	顺时针	慢
	小齿轮 B	18		逆时针	快
操作 2	小齿轮 B	18	$NG_B : NG_A = 18 : 35$	顺时针	快
	大齿轮 A	35		逆时针	慢

活动 2

• 教学设计

1. 操作并记录.

观察图 2 中三个齿轮的组合.

使用某型号的齿轮模具，或通过剪纸自行制作齿轮模具，完成操作要求，并填写表 2.

2. 在活动 1“问题”讨论的基础上，首先从增加齿轮的个数入手.

3. 类似于活动 1，引导学生使用学具，在完成教科书要求的操作过程中，填写表 2(填写结果如下页表二). 引导学生关注齿数比与转速比的关系，大、小齿轮在转动方向上的关系等，并与活动 1 中的发现作比较.

4. 问题：比较图 1 和图 2 中大齿轮的转动方向.

(1) 引导学生自行发现：在图 1 中，小齿轮顺时针转动时，大齿轮的转动方向为逆时针. 在图 2 中，蓝色小齿轮顺时针转动时，黄色大齿轮的转动方向为顺时针，说明在首尾齿轮之间增加 1 个齿轮后，尾齿轮的转动方向会发生改变.

(2) 鼓励学生适当增加齿轮数，如构造三个齿轮的组合、四个齿轮的组合、五个齿轮的组合等，分别识别其中与起始的齿轮转动方向相同和不同的齿轮，进一步发现齿轮转动方向的改变规律. 总结：首尾齿轮之间的齿轮数为奇数时，即可使尾端的齿轮的转动方向与起始的齿轮的转动方向保持一致，由此引入“惰轮”的概念.

(3) 引导学生关注齿轮转速与齿轮大小的关系，发现尾端的齿轮的齿数大于起始的齿轮的齿数即可达到减速效果. 提示学生这一关系在两个齿轮的组合中同样成立，从而理解“惰轮”对首尾齿轮的影响在于转动方向，而非转动速度.

• 注意事项

1. 同活动 1，在“操作”和“思考”中，教师应给予学生充分的时间对已知具体齿数的三个齿轮的组合的齿数与转速的关系进行探讨.

操作并记录

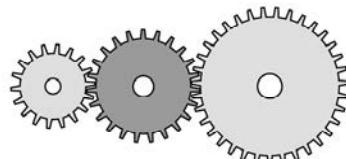


图 2

在图 1 的蓝色小齿轮和黄色大齿轮之间放置一个灰色齿轮(图 2)，原有的大、小齿轮的转速会有怎样的影响(可利用表 2 进行推断，并比较表 1)?

表 2

	齿数	转速比	方向(填“顺时针”或“逆时针”)	速度(按从快到慢排序)
蓝色	顺时针			
灰色				
黄色				

问题 在小齿轮带动大齿轮的情况下，比较图 1 和图 2 中的大齿轮的转动方向，请说明你的发现和理由.

图 2 中间的灰色齿轮称为“惰轮”. 单纯增加一个或多个这样的惰轮，无法进一步降速，但可能改变大齿轮的转动方向. 根据活动 1 和活动 2 的结论，对不同大小的齿轮做怎样的组合可以使尾端的齿轮(如图 2 中的黄色齿轮)降速，同时还能与起始的齿轮(如图 2 中的蓝色齿轮)有相同的转动方向呢?

◎ 拓展活动 复合轮系

观察图 3 中间的那个齿轮，这是一种新的齿轮设计，不妨称之为“复合轮系”. 它由 60 齿的齿轮 B 和 18 齿的齿轮 C 叠接而成. 另两个齿轮，分别是 32 齿的齿轮 A 和 42 齿的齿轮 D. 观察可知，齿轮 A 的转动可带

叠接是将连接的构件相互重叠连接成整体的方式.

2. 在“问题”探索中，引导学生根据已知齿数的两个齿轮的组合和三个齿轮的组合的发现，再推广到任意三个相互啮合的齿轮组合，理解“惰轮”的功能，并找出首尾齿轮的齿数和转速的关系，鼓励学生用数学的语言表达自己发现的关系。

3. 对“问题”及相关的探索和讨论不限于课内完成，而“操作”和“思考”应尽可能在课内进行。

- 建议课时 1 课时

表二

	齿数	转速比	方向(填“顺时针”或“逆时针”)	速度(按从快到慢排序)
蓝色	18	蓝 : 灰 = 23 : 18 灰 : 黄 = 35 : 23 蓝 : 灰 : 黄 = 805 : 630 : 414	顺时针	①
灰色	23		逆时针	②
黄色	35		顺时针	③

◎ 拓展活动

• 教学设计

1. 观察图 3, 了解复合轮系的特点在于存在同轴齿轮(B与C).

使用某型号的齿轮模具, 或通过剪纸自行制作齿轮模具, 参照活动 1 和活动 2 的操作及记录方式, 探索齿轮 A 的转速和齿轮 D 的转速的关系.

2. 通过活动 2, 学生已知增加齿轮数, 可以改变齿轮的转动方向, 引导学生思考活动 1 中的“问题”提出的齿轮大小问题是否得以解决. 由此引导学生观察图 3 中同轴齿轮叠接的另一种齿轮组合方式.

3. 图 3 中各齿轮的齿数分别为: 齿轮 A 齿数(NG_A)=32, 齿轮 B 齿数(NG_B)=60, 齿轮 C 齿数(NG_C)=18, 齿轮 D 齿数(NG_D)=42.

4. 引导学生利用活动 1 发现的齿数与转速的关系式, 计算尾端的齿轮的转速. 这里给出两种解法, 第一种利用相互啮合的两个齿轮在旋转过程中重合的齿数必须相等(见活动 1), 第二种运用到比例的基本性质, 即利用齿数比和转速比的反比关系(可用于对学有余力的学生进行指导).

第一种解法:

由“大齿轮齿数×大齿轮转速=小齿轮齿数×小齿轮转速”, 可得

$$NG_B \times \text{齿轮 B 转速} = NG_A \times \text{齿轮 A 转速}, \quad NG_D \times \text{齿轮 D 转速} = NG_C \times \text{齿轮 C 转速}.$$

由齿轮 B 和齿轮 C 同轴, 齿轮 B 转速=齿轮 C 转速, 可得

$$\begin{aligned}\text{齿轮 D 转速} &= \frac{NG_A \times \text{齿轮 A 转速} \times NG_C}{NG_B \times NG_D} \\ &= \frac{32 \times 7000 \times 18}{60 \times 42} \\ &= 1600(\text{圈/分}).\end{aligned}$$

因此, 降速率 = $\frac{7000 - 1600}{7000} \times 100\% \approx 77.1\%$.

动齿轮 B 的旋转, 而齿轮 C 的转动则可带动齿轮 D 的旋转.

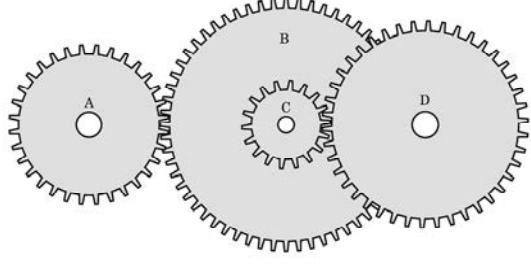


图 3

请研究图 3 的齿轮组合中齿轮 A 和齿轮 D 的转速比. 如果齿轮 A 的转速为 7 000 圈/分, 通过这个齿轮组合, 齿轮 D 的转速是多少? 降速率为多少
(提示: 降速率 = $\frac{\text{小齿轮的转速} - \text{大齿轮的转速}}{\text{小齿轮的转速}} \times 100\%$)?

问题 请使用图 4 中的四个不同齿数的齿轮设计出尽可能多的具有不同转速比的齿轮组合, 绘制出你们的设计图, 并说明首尾齿轮的转速比.

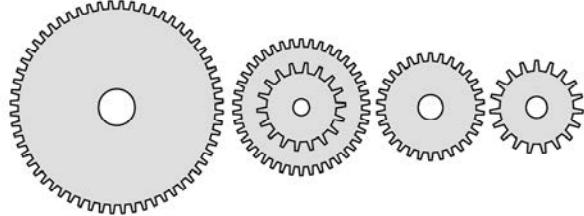


图 4

第二种解法：

$$NG_A : NG_B = \text{齿轮 B 转速} : \text{齿轮 A 转速};$$

$$NG_C : NG_D = \text{齿轮 D 转速} : \text{齿轮 C 转速};$$

$$\text{齿轮 B 转速} = \text{齿轮 C 转速}.$$

所以，

$$\begin{aligned}\text{齿轮 D 转速} &= \text{齿轮 C 转速} \times \frac{NG_C}{NG_D} \\ &= \text{齿轮 B 转速} \times \frac{NG_C}{NG_D} \\ &= \text{齿轮 A 转速} \times \frac{NG_A}{NG_B} \times \frac{NG_C}{NG_D} \\ &= 7000 \times \frac{32}{60} \times \frac{18}{42} \\ &= 1600(\text{圈/分}).\end{aligned}$$

$$\text{因此, 降速率} = \frac{7000 - 1600}{7000} \times 100\% \approx 77.1\%.$$

5.“问题”中的活动供学有余力的学生在课外完成。

• 注意事项

1. 同活动 1 和活动 2, 教师可引导学生先从教材中给出已知齿数的齿轮组合(图 3)开始探索首尾齿轮的转速比。

2. 对“问题”中的齿轮组合, 应给予学生充分的探究时间和空间, 必要时可组织学生课后完成, 课内交流。

• 建议课时 1 课时

评价建议

本实践系列活动的评价可从两方面展开, 包括“学习任务完成情况”和“活动体验和习得”。

表三 学习任务完成情况评价表

学生姓名:						
学习任务	内容	评分				
		5	4	3	2	1
活动 1	表 1 中的操作 1					
	表 1 中的操作 2					
	思考并计算					
	问题					
活动 2	表 2					
	问题					

(续表)

学习任务	内容	评分					总计
		5	4	3	2	1	
拓展活动	构造图 3 中的复合轮系						(满分 15 分)
	计算齿轮 D 的转速和降速率						
	设计图 4 中的四个齿轮组成的复合轮系						

注：表三用 1~5 依次表示你在每项任务上的完成程度，并累计得到本活动的整体完成度得分(满分 45 分)。

表四 活动体验和习得自评表

维度	说明	内容 1	内容 2	内容 3	内容 4	内容 5	得分
知识建构	试写出新学到的知识(1~5 项)						
沟通	试写出你曾在课堂上提出的见解(1~5 项)						
个人学习	试写出你获取重要知识的来源(1~5 项)						
价值观/态度	试写出完成各活动时你的体验或见解(1~5 项)						

注：表四中内容 1~内容 5 表示在每个维度指向的具体内容，得分为内容的数量(满分 5 分)，并累计得到本活动的整体活动体验分(满分 20 分)。

最后，教师可综合以上两个表格(表三、表四)对每名学生在本次活动中的表现作出评价。

中国的能源生产与消费

情境与主题分析

在大数据时代，数据是决策的重要依据，各行各业都需要对数据进行收集、分析和处理，以支持决策的制定和业务的发展。作为我国经济和社会统计的权威部门，国家统计局建立了“国家统计局数据库”，其中的大量数据可供决策和研究之用。

数据观念，作为初中数学核心素养之一，主要是指对数据的意义和随机性有比较清晰的认识。知道数据蕴含着信息，需要根据问题的背景和所要研究的问题确定数据整理和分析的方法。形成数据观念，有助于理解和表达生活中随机现象发生的规律，感知大数据时代数据分析的重要性，养成重证据、讲道理的科学态度。数据表达是数据观念的要素之一，即能够将数据分析和挖掘结果进行有效的传达和交流。具体来说，能够将数据结果用简洁、明确和易于理解的方式展示给他人，能够运用图表、报告和演示等形式，向不同的受众传递数据分析的成果和结论。

能源是社会发展和生活必不可少的核心资源之一。根据以上对数据分析的基本要求和六年级学生的实际，本实践活动聚焦“能源生产”和“能源消费”两大主题，选取来自“国家统计局数据库”的权威数据，引导学生应用统计表、折线统计图、扇形统计图、条形统计图等统计图表来分析我国能源的生产和消费，帮助学生树立保护地球资源、节约能源消费的理念。

活动过程分析

在本实践活动中，学生主要通过统计图表的合理读取和构造，准确呈现和理解我国能源的生产和消费情况，从而增强他们环保和节约能源的意识。

活动 1

• 内容

1. 阅读统计图。
2. 比较一次能源生产总量与人均能源生产量在反映我国能源生产情况上的优劣。

• 意图

1. 解读折线统计图，并识别计量单位、数据范围等。
2. 了解我国一次能源生产总量与人均能源生产量在反映数据信息功能上的联系与区别。

活动 2

• 内容

1. 计算我国一次能源生产总量和人均能源消费量在 2000 年至 2020 年间的增长率。
2. 选择并绘制适当的统计图以呈现 2000 年至 2021 年我国能源生产的变化及其与消费的关系，并给出相应的解释。

• 意图

1. 能够根据统计和数据，进行统计量的计算。

2. 能够解释数据之间的横向和纵向关系.

活动 3

- 内容

选择并绘制适当的统计图以呈现 2000 年至 2021 年各类能源消费的占比及变化，并给出合理的节能减排建议.

- 意图

能够根据占比数据，正确选取扇形统计图呈现整体水平.

教学过程设计

本实践活动通过数据图表的读取、选择、绘制、解释等，理解各类图表的功能及在数据反映上的特点，学习如何准确合理地表达数据，并对我国的能源生产和消费有初步的认识。大概需要3个课时。可参考如下教学安排。

• 引入

能源主题的提出。

• 教学设计

1. 教师可从能源是国家经济社会发展的全局性、战略性问题，对国家繁荣发展、人民生活改善、社会长治久安至关重要，引入本实践活动的主题——能源的生产与消费。引导学生关注能源的合理利用和保护，培养节约资源、保护环境的责任和意识。

2. 解释“一次能源”是指自

然界中以天然形式存在的、未经加工或转换的能量，又称天然能源，如煤炭、石油、天然气等。

3. 引导学生关注计量单位的作用，并指出：一次能源的形态各异，计量单位不同，统计能源产、消总量需要将各类能源换算成统一的计量单位才能求和。

4. 介绍：我国将各类能源产、消量按其发热量换算热值为7000千卡/千克的煤炭（也称标准煤）产、消量，由此得到总产量和人均产量。

活动1

观察图1和图2，关注计量单位、数据范围和统计图在数据表达上的联系与区别。

• 教学设计

1. 引导学生识别图1和图2中的统计图都是折线统计图，关注统计图的基本要素：横轴、纵轴、单位、数据范围等，从而比较图1和图2。特别是，横轴都表示年份，而纵轴分别表示一次能源生产总量和人均能源生产量。

中国的能源生产与消费

能源是经济社会发展的重要物质基础。我国既是世界上最大的能源生产国，也是最大的能源消费国，节能降耗，势在必行。

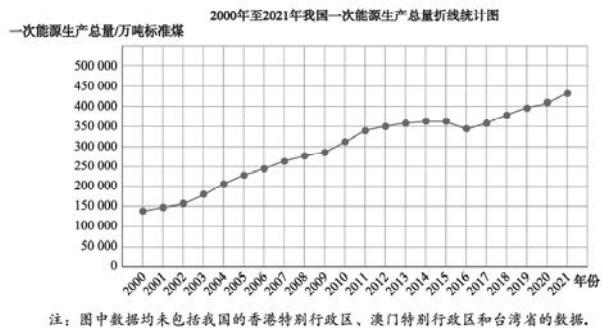
活动1 能源生产总量与人均能源生产量

图1和图2是根据国家统计局2022年发布的我国一次能源生产总量与人均能源生产量数据所绘制的折线统计图。其中，一次能源生产总量指的是一定时期内，全国原煤、原油、天然气、水电、核能及其他动力能（如风能、地热能等）发电量等折合成标准煤当量的总和。人均能源生产量则是按年平均人口数计算而得。

问题1 图1和图2的计量单位是什么？是否相同？为什么？

问题2 图1和图2中数据的地域范围和年份跨度分别是什么？

问题3 比较图1和图2，你认为哪幅图能更好地反映我国能源的生产情况？为什么？



注：图中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

图1

2. 问题 1：引导学生发现图 1 的计量单位是万吨标准煤，图 2 的计量单位是千克标准煤，并组织讨论选取这两个单位的原因。提示：人均能源生产量=能源生产总量÷人口数，我国人口数以亿计，如果将按万吨计量的总产量数直接除以人口数，得到很小的小数，将万吨改为千克，因为 $1\text{万吨}=10\,000\,000\text{ 千克}$ ，那么人均能源产量的数值将增大到 $10\,000\,000$ 倍，为表达和使用带来方便。

3. 问题 2：关注数据范围的区别，包括地域范围（图 1 和图 2 数据的地域范围都是全国，但不包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省）和时间范围（年份跨度分别为 2000 年至 2021 年和 2000 年至 2020 年）。

4. 问题 3：比较图 1 和图 2 呈现出的信息的联系与区别。两图中的指标衡量各有作用：图 1 可以用来部分地表示国家的总体能力，图 2 表示每个个体的能力。引导学生发现，只强调总量或人均都失之偏颇，只有总量能保持长期稳定的增长，人均才能保持相对稳定的增长。图 1 或图 2 的选择应由不同的目的而定。

- **注意事项**

对计量单位和指标的比较讨论，教师应给予学生充分自主探索的时间；对于学生提出的发现，教师要引导学生理解用不同指标描述同一社会经济现象的必要性。

- **建议课时 1 课时**

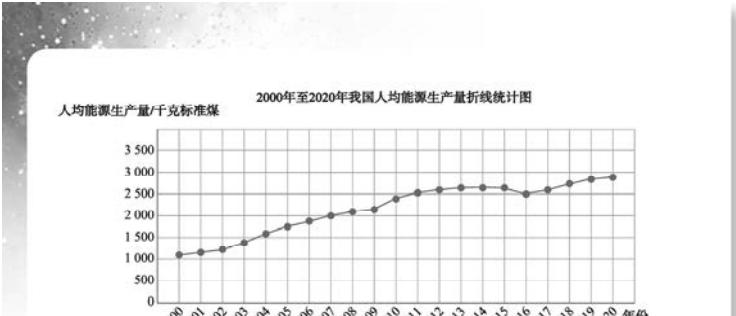


图 2

活动2 我国的能源消费

表1给出了国家统计局2022年发布的我国一次能源生产总量、人均能源生产量和人均能源消费量的数据。

表1 2000年至2021年我国的能源生产与能源消费统计表

年份	一次能源生产总量 /万吨标准煤	人均能源生产量 /千克标准煤	人均能源消费量 /千克标准煤
2000	138 570	1 097.0	1 156.0
2001	147 425	1 159.0	1 223.0
2002	156 277	1 221.0	1 324.0
2003	178 299	1 384.0	1 530.0
2004	206 108	1 590.0	1 777.0
2005	229 037	1 757.0	2 005.0
2006	244 763	1 867.0	2 185.0
2007	264 173	2 005.0	2 363.0
2008	277 419	2 094.0	2 420.0
2009	286 092	2 149.0	2 525.0

活动2

阅读数据表，计算相应的统计量。

- 教学设计

1. 活动1关注的是能源的生产，活动2则主要关注能源的消费，特别是人均能源消费。

2. 介绍：每人每年平均消耗的一次能源数量（能源生产总量÷全国人口总数），反映了国家或地区居民的能源需求和生活水平。人均能源消费量的提升通常意味着生活质量、经济富裕度的提高，同时也是衡量一个国家或地区经济发展水平的一个重要指标。

3. 问题 1：引导学生思考如何计算一个时间段内的增长率，并具体计算一次能源生产总量和人均能源消费量在 2000 年至 2020 年间的增长率，分别约为 193.9% 和 163.1%。（对于学有余力的学生，可引导其计算年平均增长率分别为 9.7% 和 8.2%）。

4. 问题 2：引导学生发现人均能源消费量和人均能源生产量的计量单位相同，提出适合使用同一个统计图展示（比较活动 1 中的图 1 和图 2 使用的是不同的计量单位）。为了呈现发展趋势，选择折线统计图（如下页图一）。表 1 中包括了 20 年左右的数据，学生手工绘制统计图较为费时，教师可以考虑组织学生分组绘制，再进行合并，如 2000 年至 2005 年、2005 年至 2010 年、2010 年至 2015 年、2015 年至 2020 年（注：数据部分重合有利于统计图后期的合并）。在分组绘制之前，建议引导全班学生一起讨论横轴、纵轴的设立。

5. 教师可进一步引导学生思考如何通过统计图展示两个发展趋势的差异，如可追加条形统计图（如下页图二）；同样可以采取分组绘制加后期合并的方式完成。

6. 根据学生的接受程度，教师还可以考虑展示复合统计图（如下页图三）。

7. 解读：比较两条折线发现，人均能源生产量和人均能源消费量在 2000 年至 2020 年间总体上同步递增，人均能源消费量的增长率（从 2000 年至 2020 年为 205.4%）明显高于人均能源生产量的增长率（问题 2）。

人均能源消费量始终呈增长趋势，而人均能源生产量在 2015 年和 2016 年有小幅下滑。

从条形统计图部分可见差异量幅度总体呈递增趋势，最小出现在 2000 年，2016 年及之后的差幅都超过 600 千克标准煤，最大差幅出现在 2017 年。

• 注意事项

在进行相关计算和统计图绘制前，应给予学生充分的时间思考相关统计量的含义及相互的关系、不同统计图的功能特点等，不急于完成计算和绘图。

（续表）

年份	一次能源生产总量 /万吨标准煤	人均能源生产量 /千克标准煤	人均能源消费量 /千克标准煤
2010	312 125	2 399.0	2 696.0
2011	340 178	2 531.0	2 880.0
2012	351 041	2 599.0	2 977.0
2013	358 784	2 643.0	3 071.0
2014	362 212	2 655.0	3 140.0
2015	362 193	2 641.0	3 166.0
2016	345 954	2 509.0	3 202.0
2017	358 867	2 588.0	3 288.0
2018	378 859	2 720.0	3 388.0
2019	397 317	2 843.0	3 488.0
2020	407 295	2 886.0	3 531.0
2021	433 000	—	—

注：表中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

问题 1 请根据表 1，计算 2000 年至 2020 年我国一次能源生产总量和人均能源消费量的增长率。比较这两个值，你发现了什么？

问题 2 请根据表 1，选择适当的统计图，比较 2000 年至 2021 年我国能源的生产与消费，并解释它们之间的关系。

活动 3 我国的能源消费结构

根据一次性能源的构成，表 2 是国家统计局 2022 年发布的各类能源消费占比的数据。

表 2 2000 年至 2021 年我国各类能源的消费占比

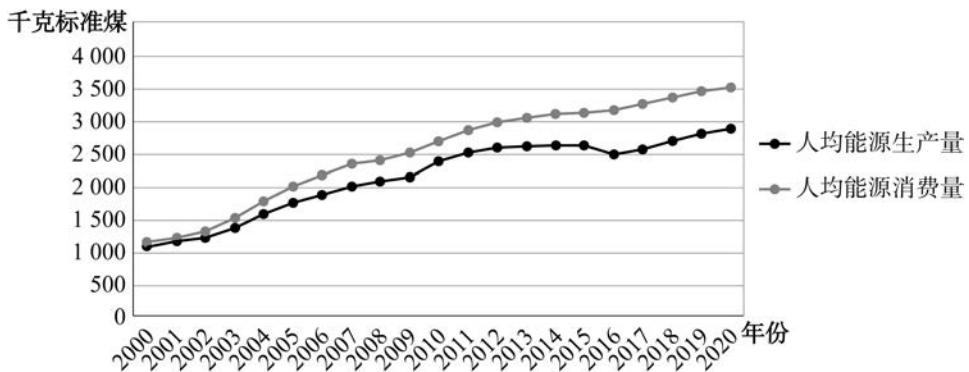
年份	煤炭消费占比	石油消费占比	天然气消费占比	其他能源消费占比
2000	68.5%	22.0%	2.2%	7.3%
2001	68.0%	21.2%	2.4%	8.4%

• 建议课时 1 课时

活动 3

读取表 2，比较各类能源的总体占比关系及发展趋势。

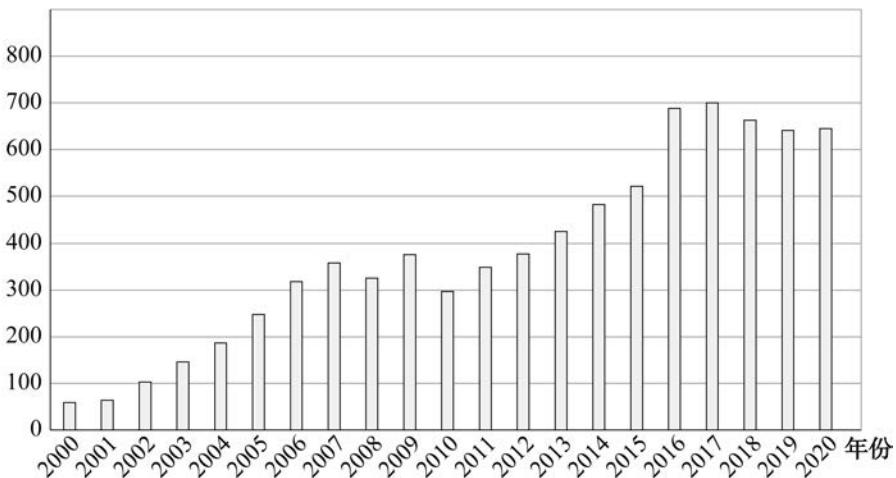
2000年至2020年我国人均能源生产量与人均能源消费量折线统计图



图一

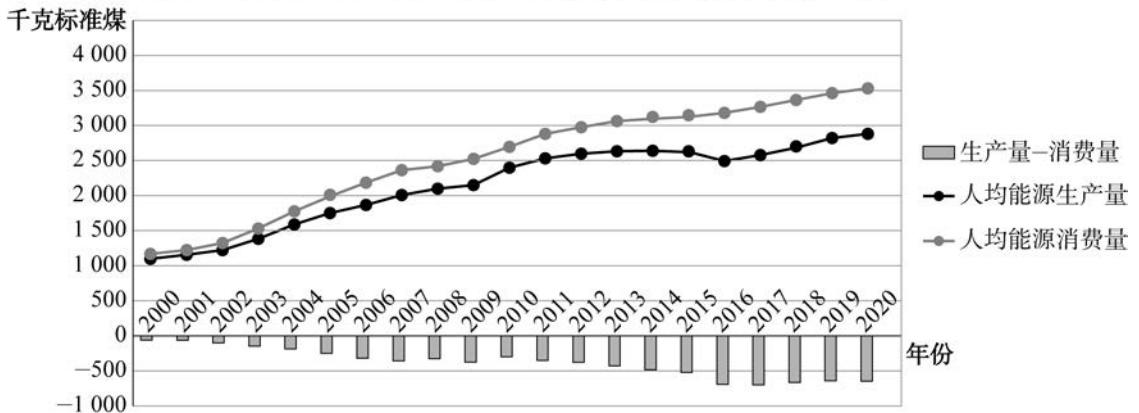
2000年至2020年我国人均能源消费量与人均能源生产量差异（消费量—生产量）条形统计图

消费量与生产量差异 / 千克标准煤



图二

2000年至2020年我国人均能源生产量与人均能源消费量折线-条形复合统计图



图三

• 教学设计

1. 问题：引导学生比较

2000 年至 2021 年各类能源消费占比数据，发现各年度各不相同，且不稳定，思考要反映各类能源在上述时间段内占比的总体情况，可以选用的适当统计量(如它们的平均值)。

2. 在计算各类能源消费在 22 年中的平均占比的基础上，思考选用合适的统计图(如扇形统计图能较好地反映占比关系)，如下页图四所示。

3. 为了比较各类能源消费占比随年份的变化，不妨请学生按年份绘制 22 个扇形统计图作比较，从而发现数量过大时则不易比较。这里也可参照活动 2 进行分组绘制。

4. 在分年份绘制扇形统计图的基础上，引导学生讨论使用其他统计图的可能性，并根据学生的接受度适时介绍堆积条形统计图，以条形的形式观察占比的变化。具体绘制也可参照活动 2 进行分组。

5. 解读，从堆积条形统计图(如下页图五)可以发现：

- (1) 煤炭消费在四类能源消费中的占比始终是最高的，但总体上呈下降趋势，在 2018 年及以后已不足 60%；
- (2) 其次是石油消费占比，且在各年间较为稳定，在 20% 左右；
- (3) 天然气及其他能源消费的占比呈稳步上升趋势，但天然气消费占比始终是四类能源消费占比最低的；
- (4) 节能减排措施建议略。

• 注意事项

教学需要给予学生充分的时间自主探索，而不急于求解问题。

• 建议课时 1 课时

(续表)

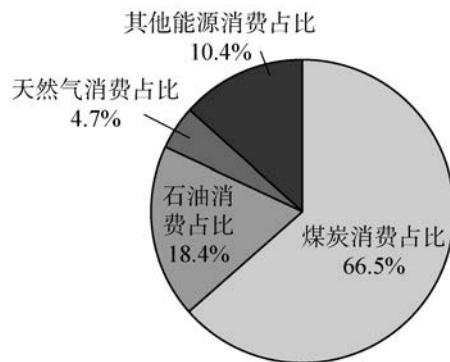
年份	煤炭消费占比	石油消费占比	天然气消费占比	其他能源消费占比
2002	68.5%	21.0%	2.3%	8.2%
2003	70.2%	20.1%	2.3%	7.4%
2004	70.2%	19.9%	2.3%	7.6%
2005	72.4%	17.8%	2.4%	7.4%
2006	72.4%	17.5%	2.7%	7.4%
2007	72.5%	17.0%	3.0%	7.5%
2008	71.5%	16.7%	3.4%	8.4%
2009	71.6%	16.4%	3.5%	8.5%
2010	69.2%	17.4%	4.0%	9.4%
2011	70.2%	16.8%	4.6%	8.4%
2012	68.5%	17.0%	4.8%	9.7%
2013	67.4%	17.1%	5.3%	10.2%
2014	65.8%	17.3%	5.6%	11.3%
2015	63.8%	18.4%	5.8%	12.0%
2016	62.2%	18.7%	6.1%	13.0%
2017	60.6%	18.9%	6.9%	13.6%
2018	59.0%	18.9%	7.6%	14.5%
2019	57.7%	19.0%	8.0%	15.3%
2020	56.9%	18.8%	8.4%	15.9%
2021	56.0%	18.5%	8.9%	16.6%

注：1. 表中数据均未包括我国的香港特别行政区、澳门特别行政区和台湾省的数据。

2. 其他能源包括水电、核电和风电等类能源。

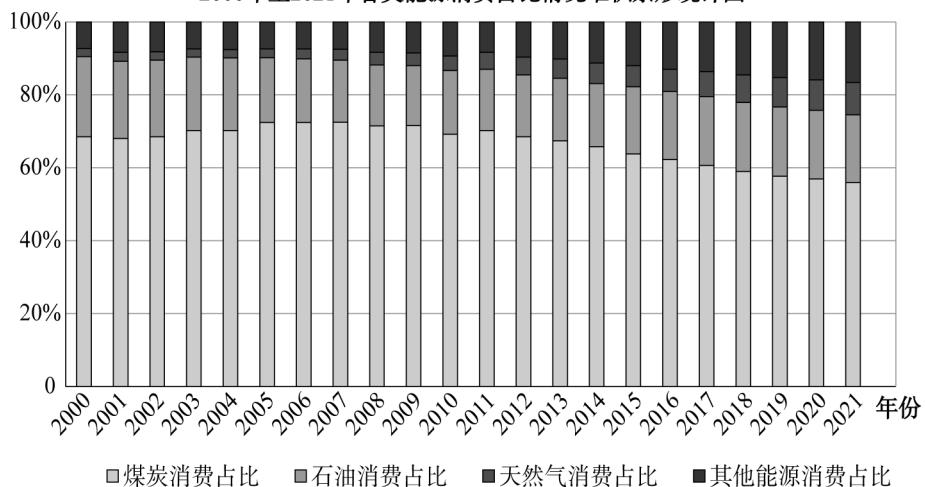
问题 请选用适当的统计图呈现 2000 年至 2021 年我国各类能源消费占比的整体水平。根据 2000 年至 2021 年我国各类能源消费占比的变化，思考我们可以采取哪些措施来节能减排。

各类能源消费在2000年至2021年中的平均占比情况扇形统计图



图四

2000年至2021年各类能源消费占比情况堆积条形统计图



图五

评价建议

本实践活动的评价可从两方面展开，包括“学习任务完成情况”和“活动体验和习得”。

表一 学习任务完成情况评价表

学习任务	内容	评分					总计
		5	4	3	2	1	
活动 1	识别统计图及元素						(满分 15 分)
	比较统计图						
	解释统计图						
活动 2	选择统计量						(满分 15 分)
	选择并绘制统计图						
	解释统计图						
活动 3	选择统计量						(满分 25 分)
	选择并绘制统计图 (整体水平)						
	解释统计图 (整体水平)						
	选择并绘制统计图 (比较各年)						
	解释统计图 (比较各年)						

注：表一用 1~5 依次表示你在每项任务上的完成程度，并累计得到本活动的整体完成度得分(满分 55 分)。

表二 活动体验和习得自评表

维度	说明	内容 1	内容 2	内容 3	内容 4	内容 5	得分
知识建构	试写出新学到的知识(1~5 项)						
沟通	试写出你曾在课堂上提出的见解(1~5 项)						
个人学习	试写出你获取重要知识的来源(1~5 项)						
价值观/态度	试写出完成各活动时你的体验或见解(1~5 项)						

注：表二中内容 1~内容 5 表示在每个维度指向的具体内容，得分为内容的数量(满分 5 分)，并累计得到本活动的整体活动体验分(满分 20 分)。

最后，教师可综合以上两个表格(表一、表二)对每名学生在本次活动中的表现作出评价。

附录

《练习部分》参考答案与提示

第5章 比与比例

5.1 比、比例及其性质

课后练习 5.1(1)

1. 主观光层高度与东方明珠广播电视塔的高度之比为 $263 : 468$.
2. (1) 小海家 10 月份缴纳的电费与燃气费之比为 $137 : 65$. (2) 小海家 11 月份缴纳的燃气费与 12 月份缴纳的燃气费之比为 $72 : 83$. (3) 小海家 12 月份缴纳的电费与整个第四季度缴纳的电费之比为 $181 : 442$.
3. (1) $\frac{2}{3}$. (2) $\frac{3}{5}$. (3) $\frac{11}{21}$. (4) 13.
4. (1) $\frac{11}{4}$. (2) $\frac{7}{20}$. (3) $\frac{16}{21}$.
5. 运动员 B 需要加练. 说明略.

课后练习 5.1(2)

1. (1) $\frac{2}{3}$. (2) $4 : 9$. (3) $2 : 3$. (4) $3 : 10$. (5) $2 : 9$.
2. (1) $1 : 6.75$. (2) $1 : 12$. (3) $1 : 2\ 000\ 000$. (4) $1 : \frac{3}{4}$.
3. 甲、乙两地的实际距离是 $2\ 100\text{ km}$.
4. 这个零件的实际周长是 0.8 cm .
5. 错误. 正确的比为 $7 : 17$.

课后练习 5.1(3)

1. (1) $3 : 6 : 8$. (2) $3 : 6 : 4$. (3) $9 : 40 : 500$. (4) $15 : 10 : 8$.
2. (1) $2 : 3 : 5$. (2) $18 : 30 : 35$. (3) $9 : 12 : 16$. (4) $10 : 25 : 16$.
3. (1) 第三个月还有 540 个零件需要生产. (2) 第一、第二、第三个月生产零件个数的最简整数比为 $10 : 6 : 9$.
4. 甲应该获得奖金 15 000 元, 乙应该获得奖金 14 000 元, 丙应该获得奖金 12 000 元.

课后练习 5.1(4)

1. (1) 20. (2) $\frac{5}{2}$. (3) 6. (4) 24.

2. (1) $a:b=5:8$, $b:c=12:5$. (2) $a:b:c=15:24:10$.

3. $2x=3\times 6$, 解得 $x=9$; $3x=2\times 6$, 解得 $x=4$; $6x=2\times 3$. 解得 $x=1$. 因此, x 的值可能为 9、4 或 1.

课后练习 5.1(5)

1. $\frac{7}{5}$.

2. (1) 他用同样的速度 12 min 可以打 500 个字. (2) 他工作一个月可以获得 9 460 元报酬. (3) 这辆汽车行驶 4 km 的耗油量是 $\frac{3}{8}$ L. (4) 能走 $\frac{8}{3}$ km.

3. 这次参加读书节课本剧表演和诗歌朗诵的学生共有 42 人.

5.2 百分数

课后练习 5.2(1)

1. (1) $\frac{3}{10}$. (2) $\frac{6}{5}$. (3) $\frac{3}{400}$. (4) $\frac{163}{500}$. (5) $\frac{7}{25}$.

2. (1) 15%. (2) 100%. (3) 6%. (4) 4.7%.

3. (1) 40%是指压缩后炼乳的体积与压缩前炼乳的体积的比值, 36%是指糖与压缩后的炼乳的质量的比值.

(2) 6.8%是指 2022 年增加的牛奶产量与 2021 年牛奶总产量的比值.

课后练习 5.2(2)

1. (1) 35%. (2) 105%. (3) 25.7%. (4) 300%.

2. (1) 0.06. (2) 0.5. (3) 0.0064. (4) 1.17. (5) 2.83.

3. (1) 80%. (2) 166.7%. (3) 141.7%.

4. (1) $0.7 > 17\%$. (2) $30\% < \frac{1}{3}$. (3) $150\% = 1\frac{1}{2}$.

5. 涂色部分占整个图形面积的 52.8%, 空白部分占整个图形面积的 47.2%.

课后练习 5.2(3)

1. 这一天六年级(2)班的学生出勤率是 94%.

2. 该商场应缴纳的税额是 31 200 元.

3. 七、八、九年级学生中视力不良人数占年级总人数的百分比分别是 55%、60%、71.5%.

4. (1) 成绩为“优”的学生占全班总人数的 30%. (2) 成绩为“优”或“良”的男生人数一共占男生总人数的 50%. (3) 在成绩为“中”的学生中, 男生约占 66.7%.

5. (1) 培训前, 不合格的人数占总人数的 65%. (2) 培训后, 不合格的人数占总人数的 20%. (3) 培训后, 合格率是 80%. (4) 培训后等级为优秀的人数是培训前等级为优秀的人

数的 700%.

课后练习 5.2(4)

1. 李师傅工作效率提高了 12.5%.
2. (1) 该销售公司 5 月份销售了 A 型汽车 200 辆. (2) 预计该销售公司 6 月份销售 A 型汽车 190 辆.
3. 该酒店第二季度的营业额应达到 628 万元.
4. 在购物节接近尾声时, 消费者购买这件商品比原价便宜了 70 元.
5. $20\ 000 \times (1+25\%) = 25\ 000$ (组), $25\ 000 \times (1+25\%) = 31\ 250$ (组). $20\ 000 + 25\ 000 + 31\ 250 = 76\ 250$ (组). 因此, 这三个月内共生产了 76 250 组零件.

课后练习 5.2(5)

1. 该商品盈利与成本价的比值约为 33.3%.
2. 到期可以从银行取回 107 350 元.
3. (1) 零售商购进一套玩具需 60 元. (2) 零售商出售一套玩具的定价是 66 元.
4. 这件服装的成本价是 400 元.
5. (1) 价格为 90 元. (2) 按定价出售这件上衣商店所获的盈利是成本价的 50%.
6. (1) 厂家可获利 160 000 元. (2) 应选择第二种方法销售, 理由: 第二种方法销售可获利 $2\ 000 \times 25\% \times 400 - 9\ 500 = 190\ 500$ (元), 比第一种获利高, 所以选择第二种销售方法能获得更多的利润.

第 6 章 圆与扇形

6.1 圆的周长与弧长

课后练习 6.1(1)

1. D.
2. 经过 1 h 的时间分针的针尖所经过的路程为 37.68 cm.
3. 铁环滚动了 50 圈.
4. 圆形水池的直径是 25 m, 半径是 12.5 m.
5. (1) 16; 12.56. (2) 9.42; 21.
6. 制成的圆环的直径是 2 cm.
7. 甲、乙两只蚂蚁同时回到 A 点. 理由略.
8. 天宫空间站的绕行速度约为 7.9 km/s.

课后练习 6.1(2)

1. 剪下部分的铁丝长是 12 cm.
2. 桥拱的弧长为 62.8 m.
3. 这条弧所在圆的半径是 27 cm.

4. 它的展直长度为 25.12 m.
5. (1) 图略. (2) 点 A 和点 C 所经过的路程之比为 5 : 2.
6. (1) 点 B 经过的路程为 $\frac{2}{3}\pi$ cm. (2) 点 A、B 所经过的路程是 6.28 cm, 点 C 所经过的路程是 4.19 cm.

6.2 圆与扇形的面积

课后练习 6.2(1)

1. (1) 周长为 31.4 cm, 面积为 78.5 cm^2 . (2) 周长为 18.84 cm, 面积为 28.26 cm^2 .
2. 甲圆的面积是 80 cm^2 .
3. 这块草坪的占地面积为 200.96 m^2 .
4. 这块铁片的面积是 100.48 cm^2 , 周长是 41.12 cm.
5. 剩下的木板面积是 7.44 dm^2 .
6. (1) 两人对彩纸的利用率相同. (2) 相同. 如果将一张正方形纸片分成 $n \times n$ (n 为正整数) 张相同的小正方形纸片, 然后再从每张小正方形纸片中各剪下一张最大的圆形纸片, 那么对于不同的 n , 所得全部小圆形纸片的面积之和都相等. 因此利用率均相同.

课后练习 6.2(2)

1. 这条小路的面积为 15.7 m^2 .
2. 这块玉璧所占的面积为 367.38 cm^2 .
3. 学校操场维修所需的总费用为 320 292 元.
4. 涂色部分的面积为 100.48 cm^2 .
5. 该圆滚动过程中所覆盖的面积为 $(\pi + 44) \text{ cm}^2$.

课后练习 6.2(3)

1. 每个扇形的圆心角是 45° .
2. 时针所扫过的面积是 37.68 cm^2 .
3. 该扇形的圆心角为 90° .
4. 它能浇灌的最大面积是 37.68 m^2 .
5. (1) 弧长; 半径. (2) $S = \frac{1}{2}lr$. (3) 这个扇形的面积是 156 cm^2 .

课后练习 6.2(4)

1. 涂色部分的面积为 $50\pi \text{ cm}^2$.
2. 涂色部分的面积为 19.18 cm^2 .
3. 当绳长为 2 m 时, 狗所能活动到的地面部分的面积为 $3\pi \text{ m}^2$;

当绳长为 3.5 m 时, 狗所能活动到的地面部分的面积为 $\frac{37}{4}\pi \text{ m}^2$.

4. $\angle BAC = 36^\circ$.

第7章 可能性与统计图表

7.1 随机现象及其结果的可能性

课后练习 7.1

1. (2)(3)(5); (1)(4).

2. 两次朝上的数字之和不小于 2 且不大于 12; 两次朝上的数字之和等于 5. (答案不唯一)

3. 兵; 帅.

4. 丙.

5. 按可能性从小到大的顺序排列为: 抽出的牌是“5”、抽出的牌是红色、抽出的牌不是黑桃.

6. 由于 1~6 的数字中素数有 3 个, 合数有 2 个, 所以可能性不相同, 规则不公平. 规则可以修改为: 如果朝上的数字是素数, 那么小海胜, 如果朝上的数字是奇数, 那么就是小华胜. 如果朝上的数字既是素数, 又是奇数, 那么两人平局. (修改方式不唯一)

7.2 数据的收集、整理与表达

课后练习 7.2(1)

1. D.

2. C.

3. B.

4. 新闻所占的比例为 $\frac{14}{50} \times 100\% = 28\%$, 体育所占的比例为 $\frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$, 动画所占的比例为 $\frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$, 娱乐所占的比例为 $\frac{8}{50} \times 100\% = 16\%$, 戏曲所占的比例为 $\frac{3}{50} \times 100\% = 6\%$. 通过计算可以知道, 大部分学生比较喜欢动画和新闻节目, 不喜欢戏曲.

5. 第一步: 抽查.

第三步: 完善表格如下

节目类别	划记	人数	百分比
A. 京剧	正正正正正正一	36	30%
B. 黄梅戏	正正正正正丁	27	22.5%
C. 豫剧	正正丁	12	10%
D. 越剧	正正正正正正	30	25%
E. 评剧	正正正	15	12.5%
合计	120	120	100%

第四步: 条形统计图略.

第五步: ① 京剧; 30. ② 在抽取的学生中, 喜爱越剧的学生人数是喜爱评剧的学生人数

的 2 倍. (答案不唯一)

课后练习 7.2(2)

1. (1) 200. (2) 54. (3) 30. (4) 20.
2. (1) 该班“高度近视”学生所占的百分比为 5%.
(2) “视力正常”部分所对应的扇形的圆心角为 252° .
(3) 图略. 提示：“视力正常”部分所对应的扇形的圆心角为 252° , “中、轻度近视”部分所对应的扇形的圆心角为 90° , “高度近视”部分所对应的扇形的圆心角为 18° .
3. 略.

7.3 百分数的统计意义

课后练习 7.3

1. (1) 家长开车接送的人数占全年级人数的 20%.
(2) 步行来校的人数占全年级人数的 15%.
(3) 步行来校的学生有 45 人.
(4) 骑自行车来校的人数是家长开车接送人数的 125%.
(5) 家长开车接送的人数比乘公共汽车来校的人数少 50%.
2. (1) 40.
(2) 图略. 提示：爱好“书画”的学生有 10 人.
(3) 30; 25.
3. (1) 200.
(2) 图略. 提示：“C 级”部分的学生为 30 人.
(3) 图(2)中“C 级”部分所对应的扇形的圆心角为 54° .
(4) $(1-25\%-60\%) \times 20000 = 3000$ (名). 因此，该区近 20 000 名八年级学生中大约有 3 000 名学生不喜欢打羽毛球.

第 8 章 圆柱与圆锥

8.1 圆柱及其侧面展开图

课后练习 8.1(1)

1. (1) 120π . (2) 3. (3) 12.56.
2. B.
3. C.
4. 每根柱子的底面周长为 31.4 dm , 即 3.14 m , 侧面积为 $3.14 \times 6 = 18.84(\text{m}^2)$, 因此漆这 8 根柱子需要的油漆费用为 $18.84 \times 55 \times 8 = 8289.6 \approx 8290(\text{元})$.
5. (1) 滚筒的侧面积是 $1.2\pi \times 1.8 = 2.16\pi(\text{m}^2)$, 故滚筒转动一周可压路的面积为 $2.16\pi \text{ m}^2$.
(2) 压路机每分钟可行驶 $10 \times 1.2\pi = 37.68(\text{m})$, 故 10 min 压路机可以行驶 $10 \times 37.68 =$

376.8(m).

课后练习 8.1(2)

1. (1) 5. (2) 9.42. (3) 150π 或 $\frac{50}{\pi} + 100\pi$. (4) 4; 8.

2. (1) $2 \times \frac{1}{2} \times 3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 3.14 \times 6 \times 17 = 188.4 \approx 188(\text{m}^2)$. 因此, 覆盖在这个蔬菜大棚上的塑料薄膜大约有 188m^2 .

(2) $\frac{1}{2} \times 3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 17 = 240.21 \approx 240(\text{m}^3)$. 因此, 这个蔬菜大棚内的空间约有 240 m^3 .

3. $8 \text{ cm} = 0.8 \text{ dm}$, $\pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 20 - \pi \times \left(\frac{5}{2} - 0.8\right)^2 \times 20 = 67.2\pi \approx 211(\text{dm}^3)$. 因此, 这段水泥管大约用了 211 dm^3 水泥.

4. (1) 4; 5. 提示: 该水杯的容积为 $\pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 10 = 282.6(\text{cm}^3) = 282.6(\text{mL})$, 因为 $\frac{1100}{282.6} \approx 4$ (杯), $\frac{1400}{282.6} \approx 5$ (杯), 所以用这样的杯子他大约需要喝 4~5 杯水可以达到这个饮水量.

(2) 282.6; 514. 提示: 10 min 将浪费水: $\pi \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 \times 150 \times 60 \times 10 = 282600(\text{cm}^3)$, $282600 \text{ cm}^3 = 282600 \text{ mL} = 282.6 \text{ L}$; 这些浪费的水相当于 $\frac{282600}{550} \approx 514$ (瓶)矿泉水.

8.2 圆锥及其侧面展开图

课后练习 8.2(1)

1. (1) 150π . (2) 10. (3) 4. (4) 12π . (5) 192.

2. B.

3. 制作一顶这样的帐篷至少需要 18.84 m^2 的帆布.

4. 由 $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} Cl = \pi r l$ 及 $C = 2\pi r = \frac{n}{360} \cdot 2\pi l$, 其中, $S_{\text{侧}}$ 表示圆锥的侧面积, C 、 r 和 l 分别表示它的底面周长、底面半径和母线长, n 表示圆锥侧面展开图的圆心角, 可知已知 $S_{\text{侧}}$ 、 C (或 r)、 l 和 n 中的两个量可以推出其余两个量. 因此, 为了计算其中一个量, 我们需要知道其余三个量中的任意两个.

自编题略(可参考教科书例题与习题中的实际问题).

课后练习 8.2(2)

1. (1) 14π . (2) 9. (3) 2.

2. B.

3. 设该圆锥形钢材的高为 $h \text{ dm}$. 根据题意, 可列出方程 $\pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times \frac{5}{10} = \frac{1}{3} \times 9.42 \times h$,

解得 $h=8$. 答: 该圆锥形钢材的高为 8 dm.

4. (1) 该太空设备要接受防高热处理的面积就是外表面积, 因此大约是 $\pi \times 2 \times 2.9 + 2\pi \times 2 \times 2.5 + \pi \times 2^2 = 19.8\pi \approx 62.2(\text{m}^2)$.

(2) 该太空设备的容积大约是 $\pi \times 2^2 \times 2.5 + \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 2.1 = 12.8\pi \approx 40.2(\text{m}^3)$.

5. (1) 根据题意, 该圆锥的底面周长为 3 丈 5 尺, 即 35 尺, 高为 5 丈 1 尺, 即 51 尺. 计算, 得底面半径为 $\frac{35}{2\pi}$ 尺, 故它的体积为 $\frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{35}{2\pi}\right)^2 \cdot 51 \approx 1735(\text{立方尺})$.

(2) 设圆锥的底面周长为 C , 底面半径为 r , 圆锥的高为 h , 则 $r = \frac{C}{2\pi}$, 圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{C}{2\pi}\right)^2 h = \frac{C^2 h}{12\pi} = \frac{C^2 h}{36}$. 因此, 在 π 取 3 时, 圆锥的体积可化为“底面周长平方, 再乘高, 除以 36”.

第 9 章 二元一次方程组

9.1 二元一次方程组的概念

课后练习 9.1

1. ①④.

2. (1) \checkmark . (2) \times . (3) \times . (4) \checkmark .

3. C.

4. 设一本练习本的价格为 x 元, 一支中性笔的价格为 y 元. 根据题意, 可得方程组 $\begin{cases} 8x + 4y = 26, \\ 4x + 6y = 27. \end{cases}$

5. 算术的方法:

一支中性笔的价格为 $(27 \times 2 - 26) \div (6 \times 2 - 4) = 3.5$ (元).

一本练习本的价格为 $(27 - 6 \times 3.5) \div 4 = 1.5$ (元).

答: 一本练习本的价格为 1.5 元, 一支中性笔的价格为 3.5 元.

列一元一次方程的方法:

解: 设一本练习本的价格为 x 元. 根据题意, 可得方程 $4x + 6 \cdot \frac{34 - 8x}{4} = 27$. 解得 $x = 1.5$.

因此, $\frac{34 - 8x}{4} = 3.5$.

答: 一本练习本的价格为 1.5 元, 一支中性笔的价格为 3.5 元.

对这三种方法的感受略.

9.2 二元一次方程组的解法

课后练习 9.2(1)

1. 一元一次方程；消元法.

2. (1) $y = \frac{2x-5}{3}$, $x = \frac{3y+5}{2}$. (2) $y = \frac{6-2x}{3}$, $x = \frac{6-3y}{2}$.

3. (1) $\begin{cases} x=24, \\ y=4. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=11, \\ y=\frac{9}{2}. \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=-12, \\ y=-9. \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$

4. 满足条件的二元一次方程组有 $\begin{cases} x+y=1, \\ 2x+y=0 \end{cases}$ 等(答案不唯一). 这样的二元一次方程组有无数个.

课后练习 9.2(2)

1. $7y=3$.

2. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=\frac{11}{3}, \\ y=-\frac{15}{4}. \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=-\frac{5}{2}, \\ y=5. \end{cases}$ (4) $\begin{cases} m=2, \\ n=-1. \end{cases}$

3. $a=15$, $b=-\frac{15}{4}$.

4. (1) 根据题意, 可以得到 $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{3}{2}, \end{cases}$ 即二元一次方程组的解

为 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{3}{2}. \end{cases}$

(2) 令 $\frac{x-3}{2}=a$, $\frac{y-2}{3}=b$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} a+b=4, \\ a-b=2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=3, \\ b=1, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \frac{x-3}{2}=3, \\ \frac{y-2}{3}=1. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=9, \\ y=5. \end{cases}$ 所以, 原方程组的解为 $\begin{cases} x=9, \\ y=5. \end{cases}$

9.3 二元一次方程组的应用

课后练习 9.3(1)

1. 商店进了 50 元的文具套装 25 套, 40 元的文具套装 15 套.

2. 8.25 m 的水管使用了 35 根, 6.25 m 的水管使用了 65 根.

3. 捐款 50 元的员工有 15 名，捐款 100 元的员工有 9 名.

4. 设安排 x 名编结师勾编花瓣， y 名编结师勾编叶子. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} x+y=29, \\ \frac{24x}{10}=\frac{32y}{6}. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=20, \\ y=9. \end{cases}$

答：安排 20 名编结师勾编花瓣，9 名编结师勾编叶子，才能使每天勾编的花瓣和叶子配套成枝.

课后练习 9.3(2)

1. 甲粮库原来有 45 t 存粮，乙粮库原来有 50 t 存粮.

2. (1) 每枚奥运徽章的进价是 4 欧元，每件文化衫的进价是 15 欧元. (2) 应该购进奥运徽章 29 枚，文化衫 6 件.

3. 设夏令营营地到学校的坡路 x km，平路 y km. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} \frac{x}{16}+\frac{y}{12}=\frac{55}{60}, \\ \frac{x}{8}+\frac{y}{12}=\frac{1\times 60+10}{60}. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=4, \\ y=8. \end{cases}$

因此， $4+8=12$ (km).

答：夏令营营地到学校共 12 km.

4. 设小丽现在 x 岁，她的数学老师现在 y 岁. 根据题意，可得方程组

$$\begin{cases} y-x=x-4, \\ 37-y=y-x. \end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=15, \\ y=26. \end{cases}$

答：小丽现在 15 岁，她的数学老师现在 26 岁.

课后练习 9.3(3)

1. 每辆车有 45 个座位，师生共 550 人.

2. 前 1 kg 的首重费用为 12 元，每增加 1 kg 的续重费用为 2 元.

3. 有 6 名客人，46 两银.

4. (1) 略.

(2) 同意. 理由如下：

设左上角的数字为 x ，根据题意，右上角的数字可表示为 $28-x$ ，左下角的数字可表示为 $33-x$. 设右下角的数字为 y ，根据题意，可得

$$\begin{cases} (28-x)+y=55, \\ (33-x)+y=60. \end{cases} \quad \text{(1)}$$

$$\begin{cases} (28-x)+y=55, \\ (33-x)+y=60. \end{cases} \quad \text{(2)}$$

①、②化简均得到 $y-x=27$, 可知该方程组有无数解. 因此, 对任意给定的数 x , 都可以按上述方法计算出对应的符合条件的填法, 即有无数种填法.

9.4 简单的三元一次方程组

课后练习 9.4

1. (1) \checkmark . (2) \times .

2. (1) $\begin{cases} x=0, \\ y=2, \\ z=1. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=5, \\ y=-7, \\ z=8. \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=-\frac{3}{5}, \\ y=-2, \\ z=-1. \end{cases}$

3. 设这名篮球运动员投中了 x 个三分球, y 个两分球, 罚中了 z 个球. 根据题意, 可得方程组

$$\begin{cases} x+y+z=10, \\ y=3x, \\ 3x+2y+z=20. \end{cases}$$

解这个方程组, 得 $\begin{cases} x=2, \\ y=6, \\ z=2. \end{cases}$

答: 这名篮球运动员投中了 2 个三分球, 6 个两分球, 罚中了 2 个球.

后记

本套教学参考资料与李大潜主编、上海教育出版社出版的《义务教育教科书(五·四学制)数学》配套使用.

本册教学参考资料是六年级下册. 在主编李大潜的主持下, 由徐斌艳任本册主编, 参与编写人员为:

徐晓燕、李文侠(第5章)

徐晓燕、李文侠(第6章)

徐晓燕、李文侠(第7章)

胡军、李文侠(第8章)

高洁、吴颖康、李文侠(第9章)

朱雁、陆立强(综合与实践)

感谢编写团队的团结协作和不懈努力. 编写过程中, 上海市课程教育教学研究基地(中小学课程方案基地)、上海市心理教育教学研究基地、上海基础教育教材建设重点研究基地、两个上海市数学教育教学研究基地(分别设在复旦大学和华东师范大学)等上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地对编写工作给予了大力支持, 在此表示衷心的感谢.

我们要感谢一直支持、关心和帮助我们工作的同志和朋友们. 大家的热忱指导和帮助, 我们定会铭记于心, 并化为我们的工作动力.

欢迎广大师生来电来函提出宝贵的意见.

联系电话: 021-64319241(内容) 021-64373213(印刷或装订)

电子邮箱: jcjy@seph.com.cn

地 址: 上海市闵行区号景路159弄C座上海教育出版社(201101)



SHUXUE
JIAOXUE CANKAO ZILIAO

经上海市教材审查和评价委员会审查
准予使用 准用号 SD-CJ-2024024

数学 教学参考资料

六年级 下册



绿色印刷产品

ISBN 978-7-5720-3337-7



9 787572 033377 >

定 价： 42.50 元