国家教材委员会专家委员会审核通过
2024

义务教育教科书

（五·四学制）

数学

六年级

上册

上海教育出版社

义务教育教科书

（五·四学制）

数学

六年级
上册

主编　李大潜

上海教育出版社

主　　编：李大潜
本册主编：徐斌艳
本册编写人员：陈月兰　钟菊红　苗俊杰　陆海兵　吴颖康　朱丽霞　王海生

责任编辑：章佳维　张莹莹
装帧设计：王　捷　周　吉

本册教科书中的图片由视觉中国、图虫·创意等图片网站提供

义务教育教科书（五·四学制）　数学　六年级　上册

出　版　上海教育出版社（上海市闵行区号景路159弄C座）
发　行　上海新华书店
印　刷　上海中华印刷有限公司
版　次　2024年7月第1版
印　次　2025年6月第2次印刷
开　本　787 毫米×1092 毫米　1/16
印　张　10
字　数　148 千字
书　号　ISBN 978−7−5720−2825−0/G·2502
定　价　10.30 元

主编的话

世间的万事万物都有数和形这两个侧面，数学这门学科是忽略了事物的其他属性，仅仅从数量关系和空间形式的角度来研究现实世界的.

初中的数学，介于小学数学与高中数学之间，以往偏向于直观的数学教学将开始逐步走向理性的阶段，对学生逻辑思维的训练会提出较高的要求，其认识也将不断得到深化.

数学是一门重理解和思考的学科.数学学得好，主要看三条：一是理解要深入，二是运作要熟练，三是表达要清晰.这儿所提的“运作”，泛指推理及计算.这三者中最重要的是理解，只有理解深入，才能实现运作熟练和表达清晰这样一些外在层面上的表现，才能真正掌握数学的精髓.

这些年参加了上海市的一些基础数学教科书的编写工作，常常听到一种说法：数学是绝大多数学生一生中学得最多的一门功课，不少学生对数学是喜欢和热爱的，但不太注意对数学真正的理解和感悟，花费了不少时间去刷题，学习负担虽重，却远未达到应有的收获；还有相当一部分学生觉得数学抽象、难懂、神秘，从而望而生畏，甚至避之唯恐不及.所有这些，都不是我们希望看到的.

我们希望通过教师及学生的共同努力，使数学成为一门容易为学生接受，真正喜闻乐见、可近可亲的课程；不仅负担不重，而且愈学愈想学，愈学愈有趣味，愈学愈觉得数学内容丰富、奥妙无穷，深深地为其吸引和陶醉.这是我们的一个理想，并相信它是一定可以实现的.

为了实现我们的理想，我们希望这套教科书能真正抓住初中数学的真谛，用朴实无华且单刀直入的方式展现初中阶段应该学习的基本数学内容，努力给学生带来明确而清晰的印象，真正帮助他们理解与掌握有关的数学内容，使学生的数学知识随着年龄的增长逐步增进，充分体现数学学科的育人价值.

在从小学升入初中的第一册数学教科书中，将通过引入负数，把数的范围从自然数、正分数扩充到有理数，并学习有理数的运算.我们将开启代数学习之旅，用字母表示数，引入代数式概念，学习式(一次式)的运算，并用代数式表示实际问题中的数量关系，学习建立方程这一全新的方法.此外，在“线段与角”一章中，将进一步学习线段与角的符号表示及简单计算.在“综合与实践”中，将从数学角度讨论膳食健康问题、制订上海一日游计划.

目　录

第 3 章 一元一次方程

第 4 章 线段与角

综合与实践

第 1 章

有理数

在小学阶段，我们认识的整数和分数都可以进行加法运算，但在进行减法运算时，就可能出现问题，如“1－2”．因此，我们要引入新的数——负数，使减法运算得以顺利地进行．同时，负数的引入也为我们的生活带来了便利，如我们可以用正数和负数表示并记录像零上温度与零下温度、收入与支出等具有相反意义的量．

本章主要学习有理数的概念和运算，把自然数的大小比较和运算法则扩大到有理数范围．通过本章的学习，我们将进一步看到人类对于数的认识是一个逐步深入的过程．

1.1 有理数的引入

1. 正数与负数

我们在小学阶段已经学习了自然数 0、1、2、3……它们可用于计数. 不过，对于物体的长度、面积等量，仅靠自然数来描述是不够的，于是又需要学习小数和分数.

只有这些数能不能满足需要呢？

图 1-1-1

如图 1-1-1，这一天的最高气温是零上 5 ℃，最低气温是零下 2 ℃. 零上 5 ℃表示比 0 ℃高 5 ℃，零下 2 ℃表示比 0 ℃低 2 ℃. 零上温度和零下温度是具有相反意义的量.

在地形图上表示某地高度时，需要以海平面为基准. 珠穆朗玛峰最高处高于海平面约 8 848.86 m，吐鲁番盆地最低处低于海平面约 154.31 m. 海平面以上高度和海平面以下高度也是具有相反意义的量.

思考

生活中有很多这样具有相反意义的量，你还能举出其他例子吗？

在表示温度时，为了区别零上温度和零下温度，通常规定在零上温度的前面添上符号“＋”(读作“正”)，而在零下温度的前面添上符号“－”(读作“负”). 零上 5 ℃，就记作＋5 ℃，读作“正五摄氏度”；零下 2 ℃，就记作－2 ℃，读作“负二摄氏度”.

在表示某地的海拔高度时，通常在高于海平面的高度前面添上符号“＋”，而在低于海平面的高度前面添上符号“－”. 如图 1-1-2，珠穆朗玛峰的海拔高

度是$+8\ 848.86$ m，吐鲁番盆地的艾丁湖海拔高度是-154.31 m.

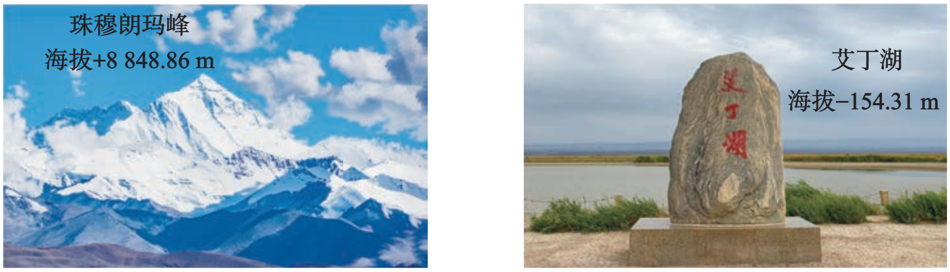


图 1-1-2

像$+5$、$+8\ 848.86$、$+\frac{3}{4}$这样，前面有“+”(正)号的数叫作**正数**；像-2、-154.31、$-\frac{9}{7}$这样，前面有“−”(负)号的数叫作**负数**. 一个数前面的“+”“−”号是它的符号. 正数前面的符号“+”通常可以省略不写，如$+5$、$+8\ 848.86$、$+\frac{3}{4}$可以分别写作 5、8 848.86、$\frac{3}{4}$.

0 既不是正数，也不是负数. 0 和正数统称为非负数.

讨论

小海妈妈 3 月份某银行账户收支情况如图 1-1-3 所示，你能说出图中$-1\ 000$、$+242.51$、$+6\ 508.45$ 各表示什么吗?

图 1-1-3

一般地，我们可以用正数和负数来表示一个问题中出现的具有相反意义的量.

例 1 把-12、71、-2.8、0、-0.3、$5\frac{1}{2}$、0.23、$-\frac{3}{4}$、$\frac{12}{7}$、$-\frac{9}{5}$中的正数和负数分别填入图 1-1-4 的相应圈里.

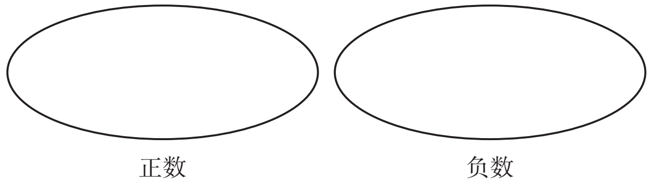


图 1-1-4

分析 在这些数中，71、$5\frac{1}{2}$、0.23、$\frac{12}{7}$是正数，所以填入正数的圈中；-12、-2.8、-0.3、$-\frac{3}{4}$、$-\frac{9}{5}$是负数，所以填入负数的圈中. 0 既不是正数，也不是负数，不能填入以上任何一个圈中.

解

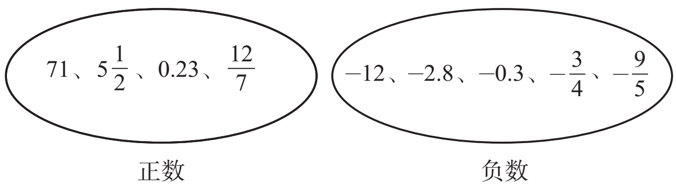


图 1-1-5

在例 1 中，71、-12 分别是正整数、负整数，它们和零都是整数. $5\frac{1}{2}$ 和 $\frac{12}{7}$ 是正分数，$-\frac{3}{4}$和$-\frac{9}{5}$是负分数，正分数和负分数都是分数.

我们把正整数、负整数和零统称为整数.

实际上，所有整数都可以写成分母为 1 的分数，如 $3=\frac{3}{1}$，$-5=\frac{-5}{1}$，$0=\frac{0}{1}$.

能够写成分数 $\frac{b}{a}$（a、b 是整数，$a\neq0$）的数叫作**有理数**.

自然数是整数的一部分，整数是有理数的一部分，它们之间的关系如图 1-1-6 所示.

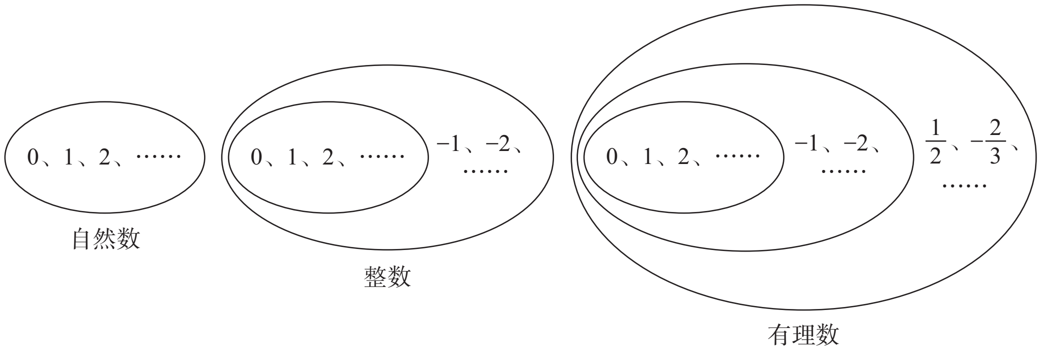


图 1-1-6

从小学开始，我们首先学习了自然数，然后学习了正分数，现在又认识了负整数和负分数，我们认识的数扩大到了有理数范围.

课堂练习 1.1(1)

1. (1) 如果规定向东为正，那么 -50 m 表示什么？如果规定向南为正，那么 -50 m 又表示什么？

(2) 如果 $-1\ 000$ 元表示支出 1 000 元，那么 1 200 元表示什么？

2. 在 8、-3、$3\frac{1}{4}$、$-\frac{5}{6}$、68、0、0.32、$-\frac{7}{5}$、-3.1 中，

(1) 哪些是有理数？

(2) 哪些是整数？

(3) 哪些是正数？哪些是负数？

3. 如果一个数不是正数，那么这个数一定是负数吗？为什么？

2. 数轴

我们已经知道，零上温度用正数表示，零下温度用负数表示. 如图 1-1-7，把温度计水平横置，那么在“0”右边的数都是正数，在“0”左边的数都是负数.

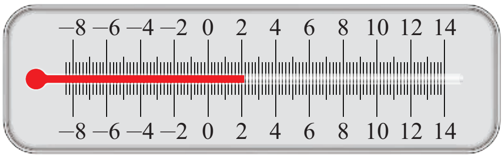


图 1-1-7

我们可以仿照温度计，用水平直线上的一些点来表示正数、负数和 0.

操作

小海家在学校的正东方向，距离学校 3 km；小华家在学校正西方向，距离学校 4 km. 试画图表示这个情境.

上面的问题中，如果以学校为基准，规定“正东方向”为正，那么学校可以用 0 km 表示，小海家可以用 $+3$ km 表示，小华家可以用 -4 km 表示. 如图 1-1-8，画一条直线，从左往右表示从西向东的方向，在直线上任取一个点 O 表示学校的位置，规定一个单位长度(线段 OA 的长)代表 1 km. 于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个单位长度的点 B 表示小海家的位置；在点 O 左边，与点 O 距离 4 个单位长度的点 C 表示小华家的位置. 这样，0 可以用直线上的点 O 表示，$+3$ 和 -4 分别可以用直线上的点 B 和点 C 表示.

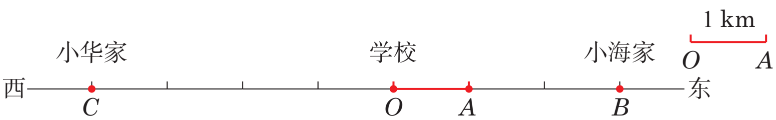


图 1-1-8

如图 1-1-9，画一条直线(一般画成水平的直线)，在直线上任取一点表示 0，把这个点叫作原点；规定直线的一个方向(一般取从左往右的方向)为正方向，并用箭头表示；再选取适当长度作为一个单位长度. 在直线上，从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示为 1、2、3 等；从原点向左，用类似方法依次取点，并表示为 -1、-2、-3 等.

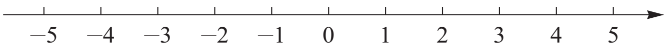


图 1-1-9

像这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫作**数轴**.

例如，2 可以用数轴上位于原点右边、距离原点 2 个单位长度的点表示，3.4 可以用数轴上位于原点右边、距离原点 3.4 个单位长度的点表示，-3 可以用数轴上位于原点左边、距离原点 3 个单位长度的点表示，$-\dfrac{3}{2}$ 可以用数轴上位于原点左边、距离原点 $\dfrac{3}{2}$ 个单位长度的点表示.

例 2 写出图 1-1-10 中数轴上 A、B、C、D、E 各点分别表示的数.

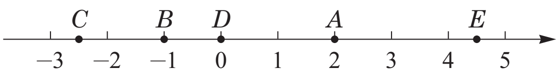


图 1-1-10

解 点 A 表示的数为 2，点 B 表示的数为 -1，点 C 表示的数为 $-\dfrac{5}{2}$，点 D 表示的数为 0，点 E 表示的数为 4.5.

例 3 画一条数轴，并用数轴上的点表示下列各数：3、-3、0.5、-0.5、$1\dfrac{3}{4}$、$-1\dfrac{3}{4}$.

解 如图 1-1-11 所示.

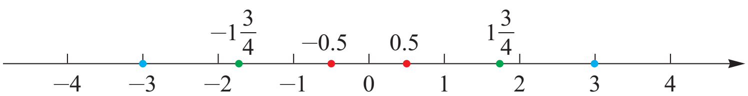


图 1-1-11

每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示.

用数轴上的点表示数，所有表示正数的点都在原点的右边，所有表示负数的点都在原点的左边. 原点(表示 0 的点)是表示正数的点和表示负数的点的分界点.

课堂练习 1.1(2)

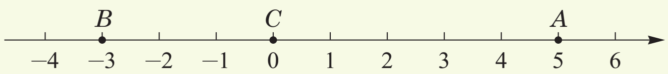
1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）数轴是规定了原点、正方向和单位长度的一条射线；（　　）

（2）所有有理数都可以用数轴上的点表示；（　　）

（3）在数轴上，如果表示数 a 的点在原点左边，那么这个数一定是负数.（　　）

2. 如图，写出数轴上的点 A、B、C 所表示的数.



（第 2 题）

3. 画一条数轴，并用数轴上的点表示下列各数：-2、1、$-\frac{1}{2}$、2.5、0.

3. 相反数

思考

在数轴上，与原点的距离是 3 个单位长度的点有几个？这些点表示的数分别是多少？

可以发现，数轴上与原点距离 3 个单位长度的点有两个，它们表示的数分别是 3 和 -3（图 1-1-12）.

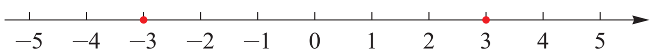


图 1-1-12

3 和 -3 只有符号不同，一正一负；从数轴上看，表示 3 和 -3 的两个点位于原点的两侧，并且与原点的距离相等.

像 3 和 -3 这样，只有符号不同的两个数，我们说其中一个数是另一个数的**相反数**. 例如，$\frac{7}{3}$ 的相反数是 $-\frac{7}{3}$，$-\frac{7}{3}$ 的相反数是 $\frac{7}{3}$，$\frac{7}{3}$ 与 $-\frac{7}{3}$ 互为相反数.

0 的相反数是 0.

互为相反数的两个数（0 除外）可以用数轴上的两个点表示，这两个点分别位于原点的两侧，并且与原点的距离相等.

例 4 分别写出下列各数的相反数：6、-8、-3.9、$\frac{9}{11}$、0.

解 6 的相反数是 -6，-8 的相反数是 8，-3.9 的相反数是 3.9，$\frac{9}{11}$ 的相反数是 $-\frac{9}{11}$，0 的相反数是 0.

一般地，数 a 和数 $-a$ 互为相反数，也就是数 a 的相反数是 $-a$，数 $-a$ 的相反数是 a. 这里的 a 表示一个有理数.

课堂练习 1.1(3)

1. 下列说法正确的是 (　　)

A. 正数和负数互为相反数；

B. 表示相反意义的两个量互为相反数；

C. 任何有理数都有相反数；

D. 一个数的相反数一定是负数.

2. 简化下列各数的符号：

$$-(+8)、+(-9)、-(-6)、+\left(+\frac{2}{3}\right).$$

3. a 表示一个有理数. 如果 $a=-a$，那么表示 a 的点在数轴上的什么位置？

4. 绝对值

观察

如图 1-1-13，小海家、乐乐家分别离学校多远？（图中的单位长度为 1 km）

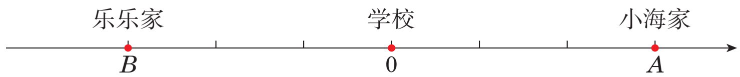


图 1-1-13

在数轴上，表示小海家的点 A 和表示乐乐家的点 B 分别位于表示学校的点（原点）的两侧，它们对应的数分别是 $+3$ 和 -3，它们与原点的距离都是 3 km.

当我们只需要研究小海家、乐乐家与学校的距离，不需要考虑方向，也就是只研究点 A、点 B 与原点的距离时，我们就说点 A、点 B 与原点的距离都是 3 km，我们把这里的 3 叫作 $+3$ 的绝对值，它也是 -3 的绝对值.

一般地，数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离叫作数 a 的**绝对值**，记作 $|a|$，读作“绝对值 a”或“a 的绝对值”.

如图 1-1-14，表示 3 与 -3 的点到原点的距离都是 3 个单位长度，它们的绝对值都是 3，即 $|3|=3$，$|-3|=3$.

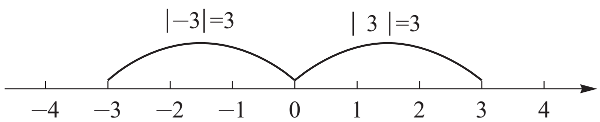


图 1-1-14

0 的绝对值是 0，即 $|0|=0$.

例 5 求 4、3.7、-12、0、$-\frac{1}{2}$ 的绝对值.

解 $|4|=4$；$|3.7|=3.7$；$|-12|=12$；$|0|=0$；$\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.

一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对

值是 0，即：

（1）如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

（2）如果 $a=0$，那么 $|a|=0$；

（3）如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$.

反过来，如果一个数的绝对值等于它本身，那么这个数是正数或 0；如果一个数的绝对值等于它的相反数，那么这个数是负数或 0.

绝对值相等、符号不同的两个数互为相反数.

例 6 用数轴上的点表示绝对值为 $\frac{3}{2}$ 的数.

分析 在数轴上，到原点的距离为 $\frac{3}{2}$ 的点有两个，它们分别位于原点的两侧，这两个点所对应的数分别是 $\frac{3}{2}$ 和 $-\frac{3}{2}$. 因此，只需在数轴上分别画出表示 $\frac{3}{2}$ 和 $-\frac{3}{2}$ 的点即可.

解 如图 1-1-15，绝对值为 $\frac{3}{2}$ 的数有两个，可用点 A 和点 B 表示.

> 绝对值等于正数 a 的数有两个，分别是 a 和 $-a$.

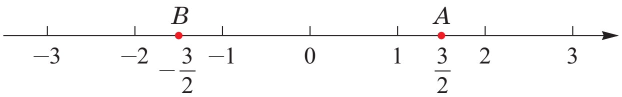


图 1-1-15

课堂练习 1.1(4)

1. 在数轴上，到原点的距离等于 3.5 个单位长度的点所表示的有理数是__________.

2. 写出下列各数的绝对值：

$$6、-8、-3.9、\frac{5}{2}、-\frac{7}{9}、100.$$

3. 如果两个数的绝对值相等，那么这两个数一定相等吗？请举例说明.

5. 有理数的大小比较

观察

把图 1-1-16 中温度计上的数值表示在数轴上，如图 1-1-17 所示. 观察表示这些数的点在数轴上的位置，温度的高低与相应的点在数轴上的位置有什么关系？

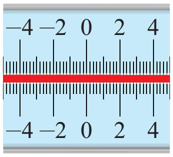


图 1-1-16

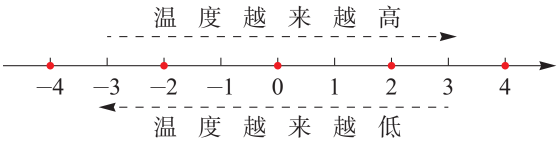


图 1-1-17

每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示. 用数轴上的点表示有理数时，这些点从左到右的顺序，就是有理数从小到大的顺序，即右边的点表示的数大于左边的点表示的数.

由此可知：$4>0$，$0>-2$，$2>-4$，……

正数大于零，零大于负数，正数大于负数.

例 7 用数轴上的点表示下列各数，并把这些数按从小到大的顺序排列起来：

$$5、0、-\frac{1}{2}、3.5、-1.$$

解 把上述各数所表示的点分别标在数轴上，如图 1-1-18 所示.

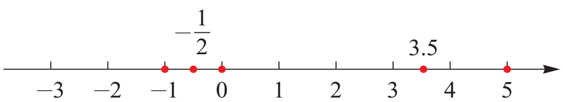


图 1-1-18

从数轴上可以看出，它们从左到右的顺序是：-1、$-\frac{1}{2}$、0、3.5、5.

所以，把这些数按从小到大的顺序排列起来是：

$$-1<-\frac{1}{2}<0<3.5<5.$$

从数轴上看，表示$-\frac{1}{2}$的点在表示-1的点的右边，所以$-\frac{1}{2}>-1$.

比较两个负数的大小，绝对值大的那个数反而小.

例 8 比较下列各组中两数的大小：

（1）-3 和 -1；（2）-2.5 和 $-\frac{8}{5}$.

解 （1）$|-3|=3$，$|-1|=1$.

因为 $3>1$，即 $|-3|>|-1|$，所以 $-3<-1$.

（2）$|-2.5|=2.5$，$\left|-\frac{8}{5}\right|=\frac{8}{5}$.

因为 $2.5>\frac{8}{5}$，即 $|-2.5|>\left|-\frac{8}{5}\right|$，所以 $-2.5<-\frac{8}{5}$.

课堂练习 1.1(5)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）数轴上离原点越远的点所表示的数越大；（　　）

（2）任何一个正数都大于所有的负数；（　　）

（3）两个有理数，绝对值大的那个数反而小；（　　）

（4）比一个正数小的数一定是负数.（　　）

2. 比较下列各组中两数的大小：

（1）$3\frac{3}{4}$ 和 3；（2）$-\frac{26}{137}$ 和 0；

（3）0.3 和 -17；（4）$-\frac{17}{50}$ 和 -0.32.

3. 写出 3 个小于 -50 并且大于 -52 的数.

习题 1.1

A

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打"√"，错误的在括号里打"×"：

（1）正有理数和负有理数统称为有理数； （ ）

（2）4 可以看作分母为 1、分子为 4 的分数； （ ）

（3）自然数就是正整数； （ ）

（4）一个负数的绝对值是它的相反数； （ ）

（5）任何数的绝对值都是正数. （ ）

2. 填空题：

（1）某城市一月份日平均气温大约是零下 3.5 ℃，用负数表示这个气温为________℃；

（2）如果把河道中的水位比标准水位低 0.2 m 记作 -0.2 m，那么比标准水位高 0.1 m 记作________m；

（3）如果把写字台的长度比某一标准长度长 2 cm 记作 2 cm，那么比该标准长度短 3 cm 记作________cm.

3. 写出符合下列条件的有理数：

（1）既不是正数，又不是负数的数是________；

（2）绝对值最小的数是________；

（3）最小的正整数是________；

（4）比 -2.1 小的整数中最大的整数是________；

（5）不小于 -4 的负整数是____________.

4. 写出下列各数的相反数，并将这些数和它们的相反数用数轴上的点表示出来：1.5、$-\frac{7}{2}$、0、$\frac{3}{4}$、-3、$2\frac{1}{3}$.

5. 写出下列各数的绝对值：17.3、-4.5、0、$\frac{2}{3}$、$-\frac{5}{2}$、-125.

6. 比较下列各组中两数的大小：

（1）-1 和 0；（2）$\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$；

（3）-2.1 和 -1.9；（4）-0.27 和 $-\frac{3}{11}$.

7. 数轴上到原点的距离等于 4.8 的点共有几个？它们所表示的数分别是多少？这些数的和是多少？

B

8. 如果一个数与 3 的和的相反数是 -5，那么这个数的相反数是多少？

9. 数学课上李老师提出一个问题：“绝对值小于 10 的整数共有多少个?”小海答道：“不就是 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数吗?!”欢欢认为小海的回答有错，补充道：“李老师，小海还漏了 -1、-2、-3、-4、-5、-6、-7、-8、-9，所以一共有 18 个．”你觉得欢欢的补充完整了吗？为什么？

1.2 有理数的加法与减法

1. 有理数的加法

在小学阶段，我们学习了自然数和正分数的加法运算法则. 引入负数后，数就扩充到了有理数，那么在有理数范围内如何进行加法运算呢？

思考

已知一家商店五个月的盈亏情况如下：

第一个月上半月盈利 3 万元，下半月盈利 2 万元；

第二个月上半月亏损 2 万元，下半月亏损 1 万元；

第三个月上半月亏损 1 万元，下半月盈利 3 万元；

第四个月上半月盈利 2 万元，下半月亏损 2 万元；

第五个月上半月亏损 2 万元，下半月盈利 1 万元.

问：这家商店以上各月是盈利还是亏损？每个月盈利或亏损各是多少万元？

我们规定盈利为“正”，亏损为“负”，如盈利 1 万元记作“1 万元”，亏损 1 万元记作“-1 万元”. 由此，我们可以把这家商店五个月盈亏情况填入表 1-1（表中单位：万元）.

表 1-1

时间	上半月	下半月	算式	当月盈亏
第一个月	3	2	$3+2$	5
第二个月	-2	-1	$(-2)+(-1)$	-3
第三个月	-1	3		
第四个月	2	-2		
第五个月	-2	1		

由表 1-1 得到：① $3+2=5$，② $(-2)+(-1)=-3$，③ $(-1)+3=2$，

④ $2+(-2)=0$，⑤ $(-2)+1=-1$. 从这些算式中，你有什么发现?

有理数的加法法则

（1）同号两数相加，取原来加数的符号，并把绝对值相加.

（2）异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

（3）任何一个数与 0 相加，仍得这个数.

例 1 计算：

（1）$4.6+\frac{3}{5}$；　　（2）$\left(-\frac{5}{4}\right)+0$；

（3）$(-12)+(-36)$；　　（4）$(-2)+\left(-1\frac{1}{3}\right)$.

分析 同号两数相加，取原来加数的符号，并把绝对值相加；一个数与 0 相加，仍得这个数.

解 （1）$4.6+\frac{3}{5}=4.6+0.6=5.2$.

（2）$\left(-\frac{5}{4}\right)+0=-\frac{5}{4}$.

（3）$(-12)+(-36)=-(12+36)=-48$.

（4）$(-2)+\left(-1\frac{1}{3}\right)=(-2)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\left(2+\frac{4}{3}\right)=-\frac{10}{3}$.

例 2 计算：

（1）$3+(-3)$；　　（2）$(-16)+5$；

（3）$\left(-\frac{11}{25}\right)+1$；　　（4）$0.5+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

分析 异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

解 （1）$3+(-3)=0$.

互为相反数的两个数的和为 0.

(2) $(-16)+5=-(16-5)=-11$.

$|-16|>|5|$.

(3) $\left(-\frac{11}{25}\right)+1=+\left(1-\frac{11}{25}\right)=+\left(\frac{25}{25}-\frac{11}{25}\right)=\frac{14}{25}$.

(4) $0.5+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)=-\frac{1}{6}$.

例 3 一辆运送货物的卡车从 A 站出发，先向东行驶 15 km 卸货，再向西行驶 25 km 装上另一批货物，又向东行驶 20 km 后停下. 问：卡车最后停在何处?

分析 画出示意图(图 1-2-1)，可以看到卡车三次的行驶路程分别为从 A 到 B，从 B 到 C，从 C 到 D，所以点 D 为卡车最后停止的位置.

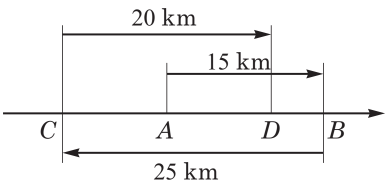


图 1-2-1

解 设向东行驶为正，则向西为负；向东行驶 15 km 和 20 km 分别记作 15 km 和 20 km，向西行驶 25 km 记作 -25 km.

根据题意，得 $15+(-25)+20=(-10)+20=10$ (km).

答：卡车最后停在 A 站东面 10 km 处.

课堂练习 1.2(1)

1. 在下列各题的横线处填上“+”或“−”，使下列式子成立：

(1) $(\_\_\_\_6)+(\_\_\_\_6)=0$;

(2) $(\_\_\_\_7)+(\_\_\_\_6)=-13$;

(3) $(\_\_\_\_7)+(\_\_\_\_6)=1$;

(4) $(\_\_\_\_7)+(\_\_\_\_6)=-1$.

2. 计算：

(1) $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}$；

(2) $(-13)+(-9)$；

(3) $\left(-\frac{5}{6}\right)+0$；

(4) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{4}$；

(5) $0.1+\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(6) $(-3)+(-9)+\left(-\frac{2}{7}\right)$.

3. 冬天，乐乐家开着空调取暖. 在某一时刻，室外的温度是 -4 ℃，室内的温度比室外的温度高 23 ℃，那么这时室内的温度是多少摄氏度？

在小学阶段，我们知道了自然数和正分数的加法满足交换律和结合律. 例如，

$$4+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+4;$$

$$(4+2.3)+3.7=4+(2.3+3.7).$$

引入负数后，在有理数范围内这些加法的运算律是否仍然成立呢？

观察

(1) 分别计算下面的算式，比较每组算式中两个加数的位置和运算结果，你能得出什么结论？

$$(-40)+(-30),\ (-30)+(-40);$$

$$(-3)+8.1,\ 8.1+(-3).$$

(2) 再任取两个数相加，并交换加数的位置，还能得出同样的结论吗？

由此可以观察到：两个有理数相加时，交换加数的位置，和不变，即

加法交换律

$$a+b=b+a.$$

其中 a、b 表示有理数.

观察

（1）分别计算下面的算式，比较每组中两个算式的运算顺序和运算结果，你能得出什么结论？

$[(-8)+(-5)]+(-4)$，$(-8)+[(-5)+(-4)]$；

$[5.3+(-3.4)]+2$，$5.3+[(-3.4)+2]$.

（2）再换三个数试一试，还能得出同样的结论吗？

由此可以观察到：三个有理数相加时，先把前两个数相加再与第三个数相加，或者先把后两个数相加再与第一个数相加，和不变，即

加法结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

其中 a、b、c 表示有理数.

三个或三个以上的有理数相加，既可以按从左到右的顺序计算，也可以根据加法交换律和结合律，任意交换加数的位置，或者先把其中的某几个数相加.

例 4 计算：

（1）$16+(-9)+24$；

（2）$2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25$.

解 （1）$16+(-9)+24$

$=16+24+(-9)$ （加法交换律）

$=40+(-9)=31$.

（2）$2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25$

$=\frac{17}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}$

$=\left[\frac{17}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)\right]+\left[\left(-1\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}\right]$ （加法结合律）

$=\frac{3}{2}+(-1)=\frac{1}{2}$.

分数与小数混合运算，可以先把小数转化成分数，也可以先把分数转化成小数．例 4 中的(2)还可以这样算：

$$
\begin{aligned}
&2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25\\
=&2.125+(-1.25)+(-0.625)+0.25\\
=&2.125+(-0.625)+(-1.25)+0.25\\
=&[2.125+(-0.625)]+[(-1.25)+0.25]\\
=&1.5+(-1)\\
=&0.5.
\end{aligned}
$$

课堂练习 1.2(2)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）两个有理数的和一定大于每一个加数；（　　）

（2）两个负数的和一定小于每一个加数；（　　）

（3）如果两个数的和为 0，那么这两个数都等于 0；（　　）

（4）如果两个数的绝对值相等，那么这两个数的和为 0.（　　）

2. 计算：

（1）$23+(-17)+16+(-22)$；

（2）$(-7)+(-6.5)+(-3)+6.5$；

（3）$1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$；

（4）$(-0.5)+\frac{1}{4}+2.75+\left(-5\frac{1}{2}\right)$.

3. 一架飞机原飞行高度是 8 000 m，先上升 300 m，后下降 200 m．求这时这架飞机的飞行高度．

2. 有理数的减法

与小学学过的减法意义相同，有理数的减法是有理数加法的逆运算．有理数的减法就是已知两个有理数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算．

问题　如图 1-2-2，这两天的气温，哪一天的温差比较大？

图 1-2-2

这是有关有理数减法的问题，列出算式分别是：5－(－2)，9－4．

9－4＝5，那么如何求 5－(－2)呢？

减法是加法的逆运算，计算 5－(－2)，就是要求出一个数，使这个数与－2 相加得 5．

因为 7＋(－2)＝5，所以 5－(－2)＝7．

又因为 5＋2＝7，所以

$$5-(-2)=5+2.$$

相反数

减法化为加法

观察

计算 9－4 与 9＋(－4)，从中又有什么发现？

有理数的减法法则　减去一个数，等于加上这个数的相反数．

有理数的减法法则可以表示成

$$a-b=a+(-b).$$

例 5 计算：

(1) $6-(-6)$；

(2) $0-9$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(4) $(-1.5)-\frac{1}{3}$.

分析 根据有理数的减法法则，可以先把有理数的减法转化成加法，然后按照有理数的加法法则进行计算.

解 (1) $6-(-6)=6+6=12$.

(2) $0-9=0+(-9)=-9$.

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$.

(4) $(-1.5)-\frac{1}{3}=(-1.5)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$$=-\left(1.5+\frac{1}{3}\right)$$

$$=-\left(1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=-1\frac{5}{6}.$$

例 6 计算：$-16+7-(-13)-14$.

分析 这个算式中既有加法，也有减法，根据有理数的减法法则，可以把它改写成 $(-16)+7+13+(-14)$，使问题转化为几个有理数的加法.

解 $-16+7-(-13)-14$

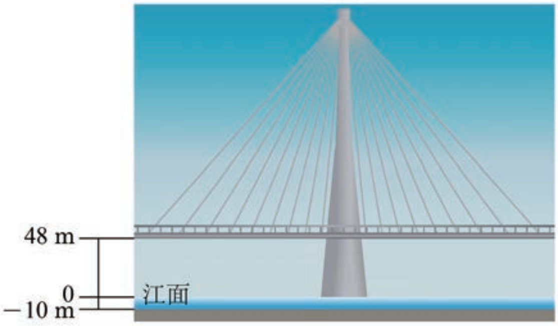
$=(-16)+7+13+(-14)$

$=[(-16)+(-14)]+(7+13)$

$=(-30)+20$

$=-10$.

例 7 如图，某大桥桥面在江面上方约 48 m，江底在江面下方约 10 m. 求桥面到江底的距离.



解 设江面上方为正，那么

$48-(-10)=48+10=58$ (m).

答：桥面到江底的距离为 58 m.

课堂练习 1.2(3)

1. 根据有理数减法法则，在下列各题的横线处填上"＋"或"－"：

(1) $(-4)-(+2)=(-4)+(\_\_\_\_2)$；

(2) $(-7)-(-6)=(-7)+(\_\_\_\_6)$；

(3) $3-5=3+(\_\_\_\_5)$；

(4) $(+8)+(-5)=(+8)-(\_\_\_\_5)$.

2. 计算：

(1) $(-33)-22$；

(2) $0.5-(-0.5)$；

(3) $0-\dfrac{5}{3}$；

(4) $(-2)-\left(+\dfrac{2}{3}\right)$；

(5) $3\dfrac{3}{4}-(-4.25)$.

3. 计算：

(1) $(-7)-(+5)+(-4)-(-10)$；

(2) $7+\left(-\dfrac{4}{7}\right)-\left(-\dfrac{3}{7}\right)-\left(-\dfrac{1}{7}\right)$.

习题 1.2

A

1. 选择题：

（1）如果两个数的和为负数，那么这两个数一定（　　）

A. 至少有一个负数；　　B. 至少有一个正数；

C. 至少有一个为 0；　　D. 均不为 0.

（2）给定两个不相等的有理数，较小的数减去较大的数所得的差一定是（　　）

A. 正数；　　B. 负数；　　C. 0；　　D. 非负数.

2. 计算：

（1）$(-9)+14$；　　（2）$\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$；

（3）$(-0.9)+\left(-\frac{1}{2}\right)$；　　（4）$(-0.8)+1.2+(-0.7)+0.9$.

3. 计算：

（1）$28-(-74)$；　　（2）$(-3.8)-7$；

（3）$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；　　（4）$\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}$.

4. 计算：

（1）$-4.2+5.7-8.4+10$；

（2）$-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$；

（3）$\left(-\frac{7}{8}\right)-(-5.5)+\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$；

（4）$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$.

5. 列式计算：

（1）什么数加上 $-5\frac{3}{5}$ 所得的和是 6？

（2）什么数减去-7.8所得的差是-0.8？

（3）-3.5减去什么数所得的差是-4？

（4）-45加上什么数所得的和是$-\frac{3}{2}$？

6. 一家商店一周七天的盈亏情况如下（盈利为正，亏损为负）：

-250元、1 000元、1 300元、-200元、1 800元、-750元、700元.

问：这家商店这一周盈亏多少？

B

7. “日较差”是指气象要素（如气温、气压、湿度等）在一昼夜间的最高值与最低值之差，多用来记录历史天气状况或推断未来几天（或当日）的天气状况. 下表记录了某市12月1日到12月10日每天的最高气温和最低气温.

（1）计算这10天的气温“日较差”，填入表格（表中单位：℃）；

日期	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日
最高气温	10	12	11	9	7	5	6	8	7	7
最低气温	3	1	0	-1	-4	-5	-5	-3	-1	-6
气温“日较差”										

（2）这10天中，气温“日较差”最大的是哪一天？气温“日较差”最小的是哪一天？

8. 数轴上的点A、点B所对应的数分别是-3.1和5.2，那么点A与点B的距离是多少？如果数轴上另有一点C，且点C与点A的距离等于点C与点B的距离，那么点C所对应的数是多少？

9. 已知有理数a、b、c，它们的关系可以用式子表示为$a+b=c$. 又a、b、c三个数在数轴上所对应的点分别是A、B、C，如果点C恰好位于点A与点B之间，请列举一组满足条件的a、b的值. 想一想：当a、b两数的符号满足怎样的关系时，点A、B、C才会有这样的位置特征？

1.3 有理数的乘法与除法

1. 有理数的乘法

在小学阶段，我们学过自然数和正分数的乘法运算法则. 那么，乘数中出现负有理数的乘法运算如何进行呢?

思考

根据乘法的意义填空，并比较下列各组算式中，一个数乘 1 或 -1，所得的积有什么特点?

$2\times1=1+1=2$，$2\times(-1)=(-1)+(-1)=$______；

$3\times1=1+1+1=3$，$3\times(-1)=(-1)+(-1)+(-1)=$______；

$4\times1=1+1+1+1=4$，$4\times(-1)=$____________$=$______.

可以看出，一个数乘 1 所得的积是原数，一个数乘 -1 所得的积是原数的相反数. 例如：

$$2\times1=2，2\times(-1)=-2.$$

同样地，我们有

$$(-2)\times1=-2，(-2)\times(-1)=-(-2)=2.$$

思考

根据乘法的意义填空，并比较下列各组算式中，当乘数分别为 4 或 -4 时，所得的积有什么特点?

$1\times4=4$，$1\times(-4)=-4$；

$2\times4=4+4=$______，$2\times(-4)=(-4)+(-4)=$______；

$3\times4=4+4+4=$______，$3\times(-4)=(-4)+(-4)+(-4)=$______.

从上述各组算式可以看出，两数相乘时，如果其中一个乘数换成它的相反数，那么所得的积是原来的积的相反数. 例如：

$$2\times 4=8,\ 2\times(-4)=-8.$$

同样地，我们有

$$(-2)\times 4=-8,\ (-2)\times(-4)=-(-8)=8.$$

负负得正

$$(-2)\times(-4)=\boxed{+\ (2\times 4)}=8.$$

绝对值相乘

从符号和绝对值两个角度观察上述所有算式，可以归纳如下：

正数乘正数，积是正数；正数乘负数，积是负数；负数乘正数，积也是负数；负数乘负数，积是正数．积的绝对值等于各乘数绝对值的积.

任何数与 0 相乘都得 0. 例如：

$$0\times 4=0,\ (-4)\times 0=0,\ 0\times 0=0.$$

有理数的乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数与 0 相乘，积为 0.

例 1 计算：

(1) $5\times(-3)$； (2) $(-4)\times\frac{1}{2}$；

(3) $\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$； (4) $\frac{3}{8}\times(-2.4)$.

解 (1) $5\times(-3)=-(5\times 3)=-15.$

(2) $(-4)\times\frac{1}{2}=-\left(4\times\frac{1}{2}\right)=-2.$

(3) $\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{8}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{5}.$

(4) $\frac{3}{8}\times(-2.4)=-\left(\frac{3}{8}\times 2.4\right)=-\left(\frac{3}{8}\times\frac{12}{5}\right)=-\frac{9}{10}.$

还可以这样算：$\frac{3}{8}\times(-2.4)=-\left(\frac{3}{\underset{1}{\cancel{8}}}\times\overset{0.3}{\cancel{2.4}}\right)=-(3\times0.3)=-0.9$.

课堂练习 1.3(1)

1. $(-1)\times(-5)$与$-(-5)$是否相等？由此你发现了什么？

2. 计算：

(1) $15\times(-8)$；

(2) $(-8)\times0.25$；

(3) $(-0.5)\times(-8)$；

(4) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；

(5) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times0$.

3. 商店降价销售某种商品，每件降 8 元，售出 50 件后，与按原价销售同样数量的商品相比，销售额有什么变化？

在小学阶段，我们学习了乘法的有关运算律，你还记得这些运算律吗？

观察

填空：

(1) $(-3)\times4=$______，$4\times(-3)=$______；

(2) $[(-3)\times(-4)]\times(-5)=$______$\times(-5)=$______，

$(-3)\times[(-4)\times(-5)]=(-3)\times$______$=$______.

从上面的填空中，你发现了什么？

我们发现，两个有理数相乘时，交换乘数的位置，积不变. 三个有理数相乘时，可以先把前两个数相乘，再把积与第三个数相乘；或者先把后两个数相乘，再把积与第一个数相乘. 按两种顺序得到的运算结果相等，即

乘法交换律

$$a\times b=b\times a.$$

乘法结合律

$$(a\times b)\times c=a\times(b\times c).$$

其中 a、b、c 表示有理数.

三个或三个以上的有理数相乘，可以任意交换乘数的位置，也可以先把其中的几个乘数相乘.

归纳

下列各式的积是正数还是负数？几个不是 0 的数相乘，积的符号与负乘数的个数之间有什么关系？

(1) $(-2)\times3\times4\times5$；

(2) $(-2)\times(-3)\times4\times5$；

(3) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times5$；

(4) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

当乘式的乘数中有五个、六个、七个……负数时，积的符号分别是什么？

从上述四个式子中可以发现：在乘式的各个乘数中，只有一个负数，积的符号为负；有两个负数，积的符号为正；有三个负数，积的符号为负；有四个负数，积的符号为正.

几个不等于零的数相乘，积的符号由负乘数的个数决定. 当负乘数的个数是奇数时，积的符号为负；当负乘数的个数是偶数时，积的符号为正.

思考

你能看出下式的结果吗？

$$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)\times0.$$

例 2 计算：

(1) $(-12.5)\times0.19\times(-8)$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times24$.

解 (1) $(-12.5)\times0.19\times(-8)$

$=(-12.5)\times(-8)\times0.19$ （乘法交换律）

$=[(-12.5)\times(-8)]\times0.19$ （乘法结合律）

$=100\times0.19=19$.

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times24$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times24\right)$

$=-1$.

几个不等于 0 的有理数相乘，先确定积的符号，再把它们的绝对值相乘.

思考

填空：

$(-3)\times[(-4)+5]=(-3)\times$________$=$________；

$(-3)\times(-4)+(-3)\times5=$________$+$________$=$________.

由此，你发现了什么？

我们发现，一个有理数与两个有理数的和相乘，等于把这个数分别与这两个加数相乘，再把积相加，即

乘法对加法的分配律

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c.$$

其中 a、b、c 表示有理数.

例 3 计算：

(1) $0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)$；

(2) $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}-\frac{9}{10}\right)\times30$.

解 （1）方法一：$0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)=0.12\times\left(\frac{9}{12}-\frac{2}{12}\right)=0.12\times\frac{7}{12}=0.07.$

方法二：$0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)=0.12\times\frac{3}{4}-0.12\times\frac{1}{6}=0.09-0.02=0.07.$

（2）$\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}-\frac{9}{10}\right)\times30=\frac{1}{3}\times30+\frac{4}{15}\times30-\frac{9}{10}\times30=10+8-27=-9.$

课堂练习 1.3(2)

1. 填空：n 个负数相乘，当 n 为________时，积为正数；当 n 为________时，积为负数.（填“奇数”或“偶数”）

2. 计算：

（1）$(-6)\times5\times(-7)$；

（2）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times(-6)$；

（3）$0.24\times\frac{7}{6}\times\left(-\frac{5}{14}\right)$；

（4）$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{4}$；

（5）$(-1)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{8}{15}\times0\times\left(-\frac{2}{3}\right)$.

3. 计算：

（1）$(-21)\times\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right)$；

（2）$\left(\frac{7}{9}-\frac{11}{12}\right)\times72\times\left(-\frac{1}{10}\right)$；

（3）$(-5.35)\times(-3)+5.35\times(-7)$；

（4）$5.6\times\frac{3}{8}\times\left(-\frac{1}{7}\right)$.

2. 有理数的除法

观察

计算：$(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$，　$\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$.

根据计算结果，你能发现什么结论？

和小学学过的倒数意义相同，如果两个有理数的乘积为 1，那么这两个有理数互为倒数. 例如，$-\frac{3}{8}$和$-\frac{8}{3}$互为倒数，$-\frac{3}{8}$的倒数是$-\frac{8}{3}$，$-\frac{8}{3}$的倒数是$-\frac{3}{8}$.

当 $a\neq 0$ 时，a 和 $\frac{1}{a}$ 互为倒数.

例 4　求$-\frac{3}{4}$的倒数.

解　因为$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=1$，所以$-\frac{3}{4}$的倒数是$-\frac{4}{3}$.

思考

怎样计算 $6\div\left(-\frac{1}{3}\right)$呢？

根据除法是乘法的逆运算，就是要求一个数，使它与 $-\frac{1}{3}$ 相乘的积为 6.

因为$\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-18)=6$，所以 $6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=-18$.

又因为 $6\times(-3)=-18$，于是有

$$6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=6\times(-3).$$

倒数

除法化为乘法

有理数的除法法则　两数相除，除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数，即

$$a\div b=a\times\frac{1}{b}\ (b\neq 0).$$

其中 a、b 表示有理数，且 b 不等于 0.

例 5　计算：

(1) $35\div(-7)$；　　(2) $(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$；

(3) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{3}$；　　(4) $0\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

解　(1) $35\div(-7)=35\times\left(-\frac{1}{7}\right)=-5.$

(2) $(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=3\times\frac{2}{3}=2.$

(3) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{3}=\left(-\frac{8}{9}\right)\times 3=-\left(\frac{8}{9}\times 3\right)=-\frac{8}{3}.$

(4) $0\div\left(-\frac{1}{2}\right)=0\times(-2)=0.$

由有理数的乘法法则和除法法则，可以得到：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.

0 除以任何不为 0 的数，都得 0.

因此，例 5 中(1)(2)还可以这样算：

$35\div(-7)=-(35\div 7)=-5.$

$(-3)\div\left(-\dfrac{3}{2}\right)=3\div\dfrac{3}{2}=3\times\dfrac{2}{3}=2.$

例 6 计算：$-2.5\div\dfrac{5}{8}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right).$

解 $-2.5\div\dfrac{5}{8}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)=\left(-\dfrac{5}{2}\right)\times\dfrac{8}{5}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{5}{2}\times\dfrac{8}{5}\times\dfrac{3}{4}=3.$

例 6 还可以这样算：

$$
\begin{aligned}
&-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\\
=&(-2.5)\times\frac{8}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\\
=&\overset{0.5}{2.\cancel{5}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\
=&3.
\end{aligned}
$$

课堂练习 1.3(3)

1. 写出下列各数的倒数：

$$-14、-\frac{7}{4}、-0.25、-1、1.$$

2. 计算：

（1）$(-36)\div4$；　　（2）$0\div(-321)$；

（3）$\left(-\dfrac{1}{2}\right)\div(-2)$；　　（4）$\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{8}{5}\div(-0.25)$.

3.（1）计算：$(-6)\div2$，$6\div(-2)$，$(-6)\div(-2)$.

（2）联系这类具体的数的除法，你认为下列式子是否成立？

$\dfrac{-b}{a}=\dfrac{b}{-a}=-\dfrac{b}{a}$；$\dfrac{-b}{-a}=\dfrac{b}{a}$.（其中 a、b 是整数，$a\neq0$）

习题 1.3

A

1. 选择题：

（1）如果两个数的商为正数，那么下列结论正确的是　　　（　　）

A. 这两个数的和为正数；　　B. 这两个数的差为正数；

C. 这两个数的积为正数；　　D. 这两个数都为正数.

（2）已知两个有理数 a 和 b，它们的积不为零. 如果 $a\div b$ 所得的商与 $b\div a$ 所得的商相等，那么 a 和 b 一定　　　（　　）

A. 相等；　　B. 互为相反数；

C. 互为倒数；　　D. 绝对值相等.

2. 计算：

（1）$12\times(-8)$；　　（2）$(-2.5)\times\frac{2}{5}$；

（3）$\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　　（4）$\left(-\frac{34}{15}\right)\times 25$.

3. 计算：

（1）$(-91)\div 13$；　　（2）$(-56)\div(-14)$；

（3）$(-0.25)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$；　　（4）$\frac{4}{5}\div(-1)$.

4. 计算：

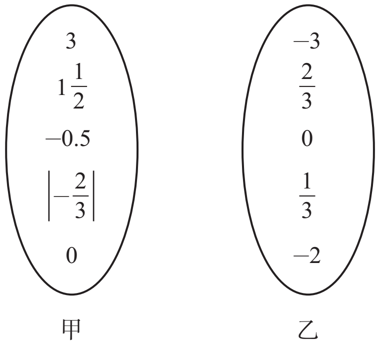
（1）$(-2)\times 3\times(-4)$；

（2）$\left(-\frac{8}{25}\right)\times 1.25\times(-8)$；

（3）$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；

（4）$\left(\frac{3}{10}-\frac{7}{15}\right)\times 30$.

5. 如图，甲、乙两圈中各有 5 个有理数. 如果甲圈中的某数与乙圈中的某数互为相反数，请用实线将它们相连；如果甲圈中的某数与乙圈中的某数互为倒数，请用虚线将它们相连.



（第 5 题）

B

6.（1）请列举两个数，使它们的积为正数，和为负数，并想一想，这两个数的符号满足怎样的关系？

（2）请列举两个数，使它们的积为负数，和为负数，并想一想，这两个数的符号满足怎样的关系？

1.4 有理数的乘方

操作

将一张纸对折1次可以裁成2张，对折2次可以裁成4张，对折3次可以裁成几张？



可以知道，对折2次裁成$2\times2=4$(张)，对折3次裁成$2\times2\times2=8$(张).

思考

想象一下，如果对折5次、10次、20次，那么可裁成几张呢？对折的结果又如何表示呢？

可表示为：

$$2\times2\times2\times2\times2,$$

$$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{10个2},$$

$$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}.$$

20个2相乘，能用较简洁的式子表示吗？

上面2×2，也就是2个2相乘可以写成2^2. 类似地，$2\times2\times2$，也就是3个2相乘可以写成2^3，$2\times2\times2\times2\times2$可以写成$2^5$，$2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$可以写成$2^{10}$. 一般地，我们将$n$($n$为正整数)个相同乘数$a$相乘，即$\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a\times a}_{n个a}$，记作$a^n$，读作“$a$的$n$次方”. 在$a^n$中，$a$称为底数，$n$称为指数(当指数$n$为1时可以省略不写).

求n个相同有理数的积的运算叫作**有理数的乘方**.

例如，$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}=2^{20}$，读作“2 的 20 次方”；$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)^5$，读作“$-\frac{3}{4}$的 5 次方”.

例 1 计算：

(1) 10^5； (2) 2^4；

(3) $(-2)^3$； (4) $(-3)^4$；

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

解 (1) $10^5=10\times10\times10\times10\times10=100\ 000$.

(2) $2^4=2\times2\times2\times2=16$.

(3) $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$.

(4) $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$.

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}$.

从例 1 中我们可以发现：

正数的任何次方都是正数；负数的奇数次方是负数，负数的偶数次方是正数.

例 2 计算：

(1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$； (2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$；

(3) $(-1.5)^3$； (4) $(-1)^{2\,022}$.

解 (1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5=-\left(\frac{1}{3}\right)^5=-\frac{1}{243}$.

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$.

(3) $(-1.5)^3=-1.5^3=-3.375$.

$-\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 的意义是否相同？

还可以这样算：

$$(-1.5)^3=\left(-\frac{3}{2}\right)^3=-\left(\frac{3}{2}\right)^3=-\frac{27}{8}.$$

（4）$(-1)^{2\,022}=1^{2\,022}=1$.

课堂练习 1.4

1. 判断下列算式是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）$2^3=2\times3=6$；　　（　　）

（2）$2+2+2=2^3$；　　（　　）

（3）$2^3=2\times2\times2$；　　（　　）

（4）$-2^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$.　　（　　）

2. 计算：

（1）$(-1)^{10}$；　　（2）$(-1)^9$；

（3）$(-0.1)^3$；　　（4）$\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

（5）$-(-0.2)^5$；　　（6）$-\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$.

习题 1.4

A

1. 填空题：

（1）$(-2)^5$ 表示的是________个________相乘；

（2）$(-2)^{15}$ 是________数，$(-2)^{20}$ 是________数，-2^{15} 是________数，-2^{20} 是________数.（填“正”或“负”）

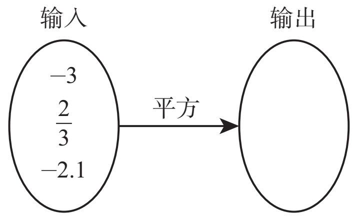
2. 计算：

（1）$(-3)^3$；　　（2）$\left(-\frac{4}{3}\right)^4$；

(3) $-(-2)^3$;　　　　　　　　　　(4) $(-2)^2\times(-3)^2$.

3. 一个正方体的棱长为 $\frac{1}{2}$ m，求它的体积.

4. 在右面的圈中填数.



（第 4 题）

1.5 有理数的混合运算

观察

下面的算式中有哪几种运算？

$$4+30\div3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2.$$

上面这个算式中含有有理数的加、减、乘、除、乘方运算，这是有理数的混合运算.

有理数的混合运算，可以按照以下顺序进行：

先算乘方，再算乘除，最后算加减. 同级运算，从左到右进行. 如果有括号，先进行括号内的运算.

例 1 计算：

(1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$；

(2) $15\div(-2-4)^2$；

(3) $-[-(-2)]^3$；

(4) $4+30\div3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$.

解 (1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$ （同级运算，从左到右进行）

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}$

$=\frac{5}{8}$.

(2) $15\div(-2-4)^2$

$=15\div(-6)^2$ （先进行括号内的运算）

$=15\div36$

$=\frac{5}{12}$.

(3) $-[-(-2)]^3$

$=-[2]^3$ （去括号按照小括号、中括号、大括号依次进行）

$=-(2)^3$

$=-8.$

(4) $4+30\div 3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$

$=4+30\div 27\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$ （先算乘方，再算乘除）

$=4-30\times\frac{1}{27}\times\frac{1}{2}-2$

$=4-\frac{5}{9}-2=1\frac{4}{9}.$

例 2 计算：$\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right).$

解 $\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}-\left(\frac{12}{20}-\frac{5}{20}\right)=\frac{3}{5}-\frac{7}{20}=\frac{1}{4}.$

例 2 还可以这样算：

$\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{3}{5}+(-1)\times\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$ （有理数的乘法法则）

$=\frac{3}{5}+(-1)\times\frac{3}{5}+(-1)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$ （乘法对加法的分配律）

$=\frac{3}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}.$

括号前带负号，去掉负号和括号后，原括号内各数要变号，即

$$-(a+b)=-a-b，-(a-b)=-a+b.$$

课堂练习 1.5(1)

1. 下列计算是否正确？如果不正确，应该如何改正？

(1) $79-3^2\div70=70\div70=1$；

(2) $6\div(2\times3)=6\div2\times3=3\times3=9$；

(3) $2\times4^2=(2\times4)^2=8^2=64$；

(4) $\dfrac{22}{5}-\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{22}{5}-\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{21}{5}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{37}{10}$.

2. 计算：

(1) $(-3)+2\times(-4)^2$；

(2) $\dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{5}\right)$；

(3) $(-4)^3-3\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)^4$；

(4) $\dfrac{3}{2}\div\left(-\dfrac{3}{4}\right)+\left(-\dfrac{2}{7}\right)^2\times21$.

例 3 计算：

(1) $-1^4-\dfrac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$；

(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\dfrac{2}{3}$；

(3) $\left[\left(\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{12}\right)\times24\right]^2$；

(4) $(-2^3+85)\times\left(-3\dfrac{1}{3}+1+\dfrac{7}{3}\right)$.

解 (1) $-1^4-\dfrac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$

$=-1-\dfrac{1}{3}\times(-7)$

$=-1+\dfrac{7}{3}$

$=1\dfrac{1}{3}$.

> 注意 -1^4 与 $(-1)^4$ 的区别.

(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\dfrac{2}{3}$

$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+(7-1)\times\dfrac{2}{3}$

$=\frac{1}{4}+6\times\frac{2}{3}$

$=4\frac{1}{4}$.

(3) $\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times 24\right]^2$

$=\left[\left(\frac{3}{24}-\frac{2}{24}\right)\times 24\right]^2$

$=\left(\frac{1}{24}\times 24\right)^2$

$=1^2=1$.

本题也可以用乘法对加法的分配律来算：

$\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times 24\right]^2$

$=\left(\frac{1}{8}\times 24-\frac{1}{12}\times 24\right)^2$

$=(3-2)^2=1^2=1$.

(4) $(-2^3+85)\times\left(-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right)$

$=(-8+85)\times\left(-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\right)$

$=77\times 0=0$.

课堂练习 1.5(2)

1. 算式$(-5)+3\times(-2)^3$中，最先进行运算的是________.

2. 算式$1-[3+(-2)\times 4]\div\left(-\frac{1}{2}\right)$中共有“$-$、$+$、$\times$、$\div$”四个运算符号，在具体运算时，它们的先后顺序是________________.

3. 计算：

(1) $3\times[(-2)-5]^2-(-4)^3\div(-8)$；

(2) $\frac{12}{5}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)$；

(4) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\left[-13+\left(-\frac{5}{2}\right)\right]\times\frac{2}{3}$.

例 4 小海和爸爸、妈妈一起去参观博物馆，小海带了 85 元. 在入馆前小海买了 3 张门票，共花费了 72 元. 中午时，爸爸给小海 200 元，让他去买午饭. 小海买了 3 份午饭，每份午饭的价格为 38 元. 下午乘地铁回家时，小海又购买了 3 张 4 元的地铁票.

请按顺序在表 1-2 中记录小海的收入和支出情况. 问：小海回到家后还剩多少元？

表 1-2

序号	收入、支出/元
1	85
2	
3	
4	
5	

表 1-3

序号	收入、支出/元
1	85
2	**−72**
3	**200**
4	**$(-38)\times 3$**
5	**$(-4)\times 3$**

分析 一般为了方便，我们把收入记为正数，把支出记为负数. 比如买了 3 份午饭我们可以记为$(-38)\times 3$.

解 按收入为正数，支出为负数，填写表格（表 1-3）.

根据表 1-3，我们可以列出

$$85+(-72)+200+(-38)\times 3+(-4)\times 3=87\ (\text{元}).$$

答：小海回到家后还剩 87 元.

例 5 某日，哈尔滨市的最低气温是 −27 ℃，最高气温是 −19 ℃，上海市的最低气温是 −2 ℃，并且哈尔滨市的温差比上海市的温差大 1 ℃. 求该日上海市的最高气温.

分析 由哈尔滨市的最低气温和最高气温，可知哈尔滨市的温差是：$(-19)-(-27)=8$ (℃). 由哈尔滨市的温差比上海市的温差大 1 ℃，可知上海市的温差是：$8-1=7$ (℃).

再由上海市的最低气温是 −2 ℃，就可以求得该日上海市的最高气温.

解 $(-19)-(-27)-1+(-2)=5$ (℃).

答：该日上海市的最高气温是 5 ℃.

例 6 一条公路需要 8 人用 30 天才能修完. 照此进度，如果增加 4 人，那么修完这条公路需要多少天?

分析 (1) 假设这条公路的总长度为“1”，根据条件“8 人用 30 天修完”，可知每人每天修 $1\div8\div30=\frac{1}{240}$.

(2) 要求人数增加 4 人后完成的天数，根据工作总量、工作效率和工作时间之间的关系，可知增加 4 人后的工作时间 = 工作总量(1) ÷ 工作效率 $\left[\frac{1}{240}\times(4+8)\right]$.

解 根据题意，每人每天修 $1\div8\div30=\frac{1}{240}$.

增加 4 人后的工作时间 $=1\div\left[\frac{1}{240}\times(4+8)\right]=1\div\frac{1}{20}=20$ (天).

答：修完这条公路需要 20 天.

思考

例 6 中如果人数减少 3 人，那么修完这条公路需要增加几天?

课堂练习 1.5(3)

1. 某文具店去年第一季度(1 月到 3 月)平均每月亏损 1.2 万元，第二季度(4 月到 6 月)平均每月盈利 4 万元，第三季度(7 月到 9 月)平均每月盈利 3.4 万元，第四季度(10 月到 12 月)平均每月亏损 1.5 万元. 通过计算，说明这个文具店去年总的盈亏情况.

2. 某冷冻厂一号库房的室温是 −2 ℃，现在有一批食品需要在 −23 ℃条件下冷冻. 如果该库房每小时能降低 4 ℃，那么经过多久能降到所要求的温度?

3. 一批家具，如果用大卡车单独运，那么 8 h 可以运完；如果用小卡车单独运，那么 12 h 可以运完. 如果大、小卡车一起运，多久可以运完？

习题 1.5

A

1. 计算：

(1) $(-8)\div(-4)+3\times5$；

(2) $4-(-2)^2\times5\div(-8)$；

(3) $-3^3\div\dfrac{12}{5}-(-2)\times4$；

(4) $(-2)\times\left(\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{4}\right)$.

2. 计算：

(1) $4.73-\left[\dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{4}{5}+2.63\right)\right]-\dfrac{1}{3}$；

(2) $\left(-\dfrac{11}{12}-\dfrac{3}{4}\right)\times(-4)^2+\left(-\dfrac{1}{3}\right)\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)$；

(3) $(-2)^4\times(-5)-[(-3)^2-(-4)^2\times(-1)^5]$；

(4) $\left[(-5)^3\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2-5^2\right]-\left|0.25-\dfrac{5}{8}\right|$.

3. 如果一个数的平方等于 36，那么这个数是多少？如果一个数的立方等于-27，那么这个数是多少？

4. 某种羊毛地毯原售价是每平方米 420 元，现在价格上涨了$\dfrac{1}{10}$. 问：现在这种地毯的售价是每平方米多少元？

5. 一个水池安装了甲、乙两个排水管，如果单开甲管，4 h 可以把满池的水放完；如果单开乙管，3 h 可以把满池的水放完. 如果两个排水管同时打开，几小时可以把满池的水放完？

B

6. 儿童的负重最好不要超过体重的$\frac{1}{10}$，如果长期背负过重的物体，会导致腰痛及背痛，严重的甚至会妨碍骨骼生长. 如果小华的体重是 30 kg，她的书包重 4 kg，试通过计算说明：小华的书包是否超重？

7. 下表是某水库一周内每天水位高低的变化情况（正数表示水位比前一日上升的数，负数表示下降的数）：

时间	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
水位变化/m	0.12	−0.02	−0.13	−0.20	−0.08	−0.02	0.32

试分析这一周水位总的变化情况.

8. 将有理数 3、4、−6、10 进行加、减、乘、除等运算（每个数必须用且只能用一次），使其结果等于 24.（只要求写出一个算式）

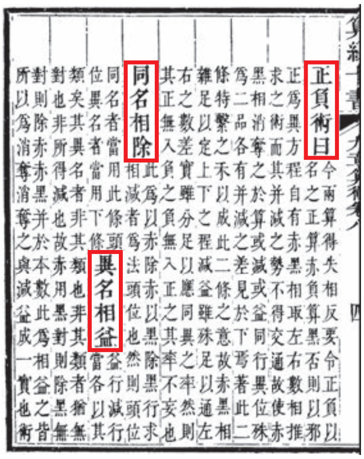
◎阅读材料

我国古代对负数的认识

我国古代很早就开始使用负数.

东汉时期的《汉书·食货志》记载，战国时期李悝(kuī)(公元前455—前395)的经济学说称“五人终岁用千五百，不足四百五十”，意思是“5个人一年开支1 500钱，可是入不敷出，还差了450钱”，这里面的“不足”就是负数的雏形.

我国古代著名的数学著作《九章算术》(约成书于公元前1世纪)，是世界上最早提出正负数加减运算法则的著作. 书中提到：“正负术曰：同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之；其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之.” 这里的“同名”“异名”就是“同号”和“异号”，“相除”“相益”是指两数绝对值“相减”和“相加”，“无”即“零”. 这个法则的大意为：同号两数相减，等于其绝对值相减(若绝对值较大者为被减数，则符号不变，否则要改变符号)；异号两数相减，等于其绝对值相加(取被减数符号)；零减正数得负数，零减负数得正数. 异号两数相加，等于其绝对值相减(取绝对值较大者符号)；同号两数相加，等于其绝对值相加(符号不变)；零加正数等于正数，零加负数等于负数.


正負術曰
同名相除
異名相益

魏晋时期的刘徽(约 225—约 295)对建立负数的概念有重大贡献. 他在注释《九章算术》时，给出了负数的解释：“两算得失相反，要令正负以名之.”其意思为：在计算过程中遇到具有相反意义的量，应该用正负数加以区分. 他还第一次给出了区分正负数的方法：“正算赤，负算黑；否则以邪正为异.”即，在算筹运算中，用红筹表示正数，用黑筹表示负数.

+23

−54

1299 年，元代数学家朱世杰(约 1249—约 1314)在《算学启蒙》中除了明确给出正负数同号、异号的加减法则外，还给出正负数的乘除法则：同名相乘为正，异名相乘为负，同名相除所得为正，异名相除所得为负.

◎内容提要

1. 基本概念：有理数，绝对值，相反数，整数.

能够写成分数 $\frac{b}{a}$（a、b 是整数，$a\neq0$）的数叫作有理数.

数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离叫作数 a 的绝对值.

绝对值相等、符号不同的两个数互为相反数.

正整数、零、负整数统称为整数.

2. 有理数运算法则：

（1）加法法则：

同号两数相加，绝对值相加，符号与加数相同；

异号两数相加，绝对值相减，符号与绝对值大的加数相同；

任何一个数与 0 相加，仍得这个数.

（2）减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数.

（3）乘法法则：

同号两数相乘，绝对值相乘，符号为正；

异号两数相乘，绝对值相乘，符号为负；

任何数与 0 相乘，积为 0.

（4）除法法则：除以一个不是 0 的数，等于乘这个数的倒数.

3. 有理数的运算律与自然数相同.

◎复习题

A

1. 填空题：

（1）平方后等于它本身的数是________；

（2）最小的正整数是________，最大的负整数是________，绝对值最小的数是________；

（3）7 与 -15 的和的绝对值是________；

（4）数轴上到原点的距离等于 5 的点所对应的数是________________；

（5）-3 的倒数的相反数是________；

（6）绝对值小于 3.2 的整数是__________________；

（7）如果 $|x|=5$，那么 $x=$________；

（8）写出绝对值小于 5 的负奇数：____________.

2. 把下列各数分别填在相应的大括号里：

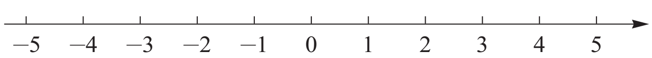
$$-1、2、-\frac{1}{3}、-0.75、0、-1.01、\frac{22}{7}.$$

整数{　　　　　　　　　　　　　　}；　负数{　　　　　　　　　　　　　　}；

非负数{　　　　　　　　　　　　}.

3. 用数轴上的点表示下列各数，并把这些数按从小到大的顺序排列起来：

$$2.5、-2.5、0、\frac{1}{3}、-1\frac{2}{3}、-4、\frac{7}{4}.$$



（第 3 题）

4. 在标准大气压下，水冻结成冰的温度是 0 ℃，酒精冻结的温度大约是 -115 ℃，水银冻结的温度大约是 -39 ℃. 哪一个冻结温度最高？哪一个冻结温度最低？

5. 某汽车制造厂计划今年第一季度生产 15 000 辆轿车，但实际生产的轿车数量比计划增加了$\frac{1}{4}$. 那么，该汽车制造厂今年第一季度实际生产了多少辆轿车？

6. a、b 表示两个有理数，如果 a 与 b 互为相反数，那么它们的和是多少？如果 a 与 b 互为倒数，那么它们的积是多少？

7. 计算：

(1) $(-54)\div6-(-25)\times(-4)$；

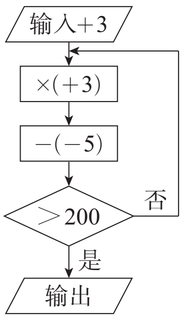
(2) $28-2\times3^2-(-2\times3)^2$；

(3) $\left(-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}-\frac{7}{15}\right)\times120$；

(4) $2-\left[1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-1\right)\right]\times(-0.75)^2$.

B

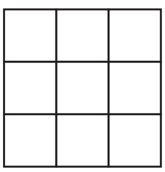
8. 按以下的流程图进行计算，并把各次计算结果填入表内，如第一次$(+3)\times(+3)-(-5)$得 14，不大于 200；第二次再做，$14\times(+3)-(-5)$……



(第 8 题)

计算次序	计算结果
第 1 次	14
第 2 次	
第 3 次	
第 4 次	

9. 请将-2、-1、0、1、2、3、4、5、6 这 9 个数分别填入图中的 9 个空格内，使每行的 3 个数、每列的 3 个数、斜对角的 3 个数的和均为 6.



(第 9 题)

10. 计算器是我们日常生活中常用的一种计算工具，它可以帮助我们做有理数的运算. 计算器的型号很多，它们的计算程序和方法不尽相同，使用前要注意阅读说明书.

（1）与同学交流一下你熟悉的计算器的使用方法.

（2）请你试试用计算器完成下列任务，并写出操作过程：

① 如何在计算器上输入负数？

② 如何在计算器上做含有负数的加减运算？如：

$$(-6)+5，(-3)+(-2)，(-8)-(-14).$$

③ 如何在计算器上做含有负数的乘除运算？请举例说明.

④ 有没有其他发现？

第 2 章

简单的代数式

在本章中，我们将用字母表示数，引入代数式与一次式的概念，探索字母参与的运算及其规律.

用字母表示数是从算术跨越到代数的标志与桥梁，将具体数的运算抽象为字母的运算，是学习数学的一个重要提升. 用字母表示数是进一步学习方程、函数等内容的必备知识.

2.1 用字母表示数

在上一章，我们把有理数的加法交换律表示为 $a+b=b+a$，把加法结合律表示为$(a+b)+c=a+(b+c)$，其中 a、b、c 表示三个有理数. 用字母表示有理数有助于简明地呈现有理数的运算规律.

讨论

我们还学习过其他运算律和一些计算公式. 你能用字母表示这些运算律和计算公式吗?

例 1 如果 a 表示一个有理数，那么它的相反数如何表示? 有理数 a 的相反数一定是负数吗?

解 有理数 a 的相反数可以用 $-a$ 表示.

如果 a 是正数，那么 $-a$ 所表示的数是负数；如果 a 是负数，那么 $-a$ 所表示的数是正数；如果 a 是零，那么 $-a$ 所表示的数也是零. 所以，$-a$ 不一定是负数.

例 2 （1）某文具店练习本的单价是 a 元，3 本练习本的总价是多少元?

（2）练习本的单价是 3 元，m 本练习本的总价是多少元?

（3）8 本练习本的总价是 n 元，练习本的单价是多少元?

分析 找到数量关系：练习本的总价＝练习本的单价×练习本的数量.

解 （1）3 本练习本的总价是 $a\times3=3a$（元）.

（2）m 本练习本的总价是 $3\times m=3m$（元）.

（3）练习本的单价是 $n\div8=\dfrac{n}{8}$（元）.

用字母表示数的书写规范：

1. 数与字母或字母与字母相乘时，乘号可以用“·”表示或者省略不写，如 $5\times m$ 可以写成 $5\cdot m$ 或 $5m$，$a\times b$ 可以写成 $a\cdot b$ 或 ab. 在省略乘号时，要把数字写在字母的前面，如 $x\times4$ 写成 $4x$，一般不写成 $x4$；当数字是 1 或 -1 时，“1”常省略不写，如 $1\times a$ 写成 a，$(-1)\times a$ 写成 $-a$；当数字是带

分数时，常写成假分数，如 $1\frac{1}{2}a$ 一般写成 $\frac{3}{2}a$.

2. 运算结果不出现除号，一般用分数形式表示.

例 3 如图 2-1-1，用大小相同的木棒搭正方形. 搭 1 个正方形需要 4 根木棒. 搭 2 个、3 个、4 个正方形分别需要几根木棒？搭 10 个正方形需要几根木棒？搭 n 个正方形需要几根木棒呢？

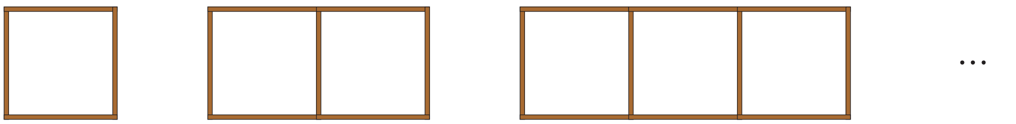


图 2-1-1

分析 按上述方式搭正方形，并在下表中记录所用木棒的根数.

表 2-1

正方形个数	1	2	3	4	5	…	n
木棒根数	4	7	10			…	

从记录的数据看，所需木棒的根数随着正方形个数的变化而有规律地变化. 搭第一个正方形需要 4 根木棒，从第二个正方形开始，每增加一个正方形，所需木棒的根数增加 3.

由此可知，搭 n 个正方形，所需木棒的根数为 $4+3\times(n-1)$，即 $4+3(n-1)$.

像 $3\times(n-1)$ 这样的式子，中间的乘号可以省略不写，简记为 $3(n-1)$.

解 搭 2 个正方形所需木棒的根数是 $4+1\times3=7$；

搭 3 个正方形所需木棒的根数是 $4+2\times3=10$；

搭 4 个正方形所需木棒的根数是 $4+3\times3=13$；

搭 10 个正方形所需木棒的根数是 $4+9\times3=31$.

如果用字母 n 表示正方形的个数，那么搭 n 个正方形所需木棒的根数可以表示为 $4+3(n-1)$.

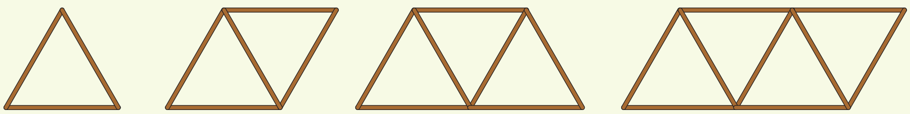
用字母表示数，把具体的数换成抽象的字母，可以把数或数量关系简明地表示出来，有助于呈现更具有普遍意义的规律，从而为叙述和研究问题带来方便.

课堂练习 2.1

1. 用字母表示平行四边形的面积计算公式.

2. 母亲的年龄比儿子大 26 岁，如果用 x 表示母亲的年龄，那么儿子的年龄为________岁.

3. 如图，搭 1 个三角形需要 3 根木棒，搭 2 个三角形需要 5 根木棒，以此类推，用木棒搭 3 个三角形、4 个三角形……当搭 n 个这样的三角形时，需要木棒________根.



（第 3 题）

习题 2.1

A

1. 有一首童谣这么说：“一只青蛙一张嘴，两只眼睛四条腿，扑通一声跳下水；两只青蛙两张嘴，四只眼睛八条腿，扑通、扑通跳下水；三只青蛙三张嘴……”如果有 n 只青蛙，那么总共有几张嘴，几只眼睛，几条腿？

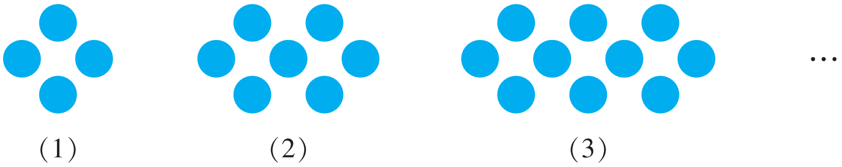
2. 如果一个两位数个位上的数字是 m，十位上的数字是 2，那么这个数可以表示为________.

3. 在月历中任意圈出同一个月中同列相邻的三个数，设中间的一个数为 a，用含字母 a 的式子按从小到大的顺序表示这三个数：____________.

B

4. 用同样大小的蓝色棋子按如图所示的方式摆图案：第 1 个图案需要棋子 4 枚，第 2 个图案需要棋子 7 枚，第 3 个图案需要棋子 10 枚. 按照这样的规律

摆下去，那么第 5 个图案需要棋子________枚，第 6 个图案需要棋子________枚，……，第 n 个图案需要棋子________枚.



（第 4 题）

2.2 代数式与代数式的值

1. 代数式的概念

在上一节中，$a+b$、$4+3(n-1)$、$3m$ 等式子都是由运算符号、括号、数及字母连接而成的，它们能简明地表示数量关系.

用运算符号或括号把数或字母连接而成的式子叫作**代数式**.

> 单独的一个数或字母也是代数式，如 $\frac{1}{3}$、0、x、h 等.

例 1 用代数式表示：

(1) 比 a 的 2 倍多 3 的数；

(2) b 与 $\frac{5}{3}$ 的积的相反数；

(3) m 的立方与 2 的和；

(4) $x(x\neq0)$ 的倒数减去 3 的差；

(5) 7 减去 y 的 $\frac{1}{3}$ 的差；

(6) a 与 b 的和的 2 倍.

解 (1) $2a+3$.

(2) $-\frac{5}{3}b$.

(3) m^3+2.

(4) $\frac{1}{x}-3$.

(5) $7-\frac{1}{3}y$.

(6) $2(a+b)$.

例 2 设甲数是 m，乙数是 n. 用代数式表示：

(1) 甲数与乙数的和的 6 倍；

(2) 甲数的 3 倍与乙数的 4 倍的和；

(3) 甲数减去乙数的差除以 5 所得的商；

(4) 甲数平方与乙数平方的和；

(5) 甲数与乙数的和的平方.

解 (1) $6(m+n)$.

(2) $3m+4n$.

(3) $\dfrac{m-n}{5}$.

(4) m^2+n^2.

(5) $(m+n)^2$.

例 3 如图 2-2-1，大正方形的边长为 a，小正方形的边长为 b，用代数式表示涂色部分的面积.

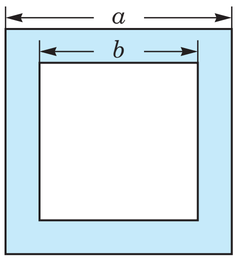


图 2-2-1

分析 涂色部分的面积＝大正方形的面积－小正方形的面积.

大正方形的面积＝a^2，小正方形的面积＝b^2.

解 涂色部分的面积是 a^2-b^2.

课堂练习 2.2(1)

1. 用代数式表示：

(1) 比 a 的 3 倍少 7 的数；

(2) a 减去 b 的平方的差；

(3) x 的 5 倍与 y 的 $\dfrac{1}{5}$ 的和；

(4) m 的平方减去 n 的平方的差.

2. 地铁上原有 a 人，到达某站后下去 x 人，上来 y 人. 这时地铁上共有多少人？

3. 某文具店每支铅笔的售价为 x 元，每块橡皮的售价为 y 元. 小海买了 7 支铅笔和 2 块橡皮，总共花了多少元？

4. 某班开展包饺子的实践活动．该班有男生 a 人、女生 b 人，且男生平均每人包 10 个饺子，女生平均每人包 12 个饺子，则全班平均每人包多少个饺子？

2. 代数式的值

问题 1 夏季的雪山顶上仍是白雪皑皑，这是因为对流层内的气温会随高度的上升而下降．平均高度每升高 1 km，气温下降约 6 ℃．如果地面的气温是 26 ℃，那么距离地面 1 km 的高空的气温与距离地面 5 km 的高空的气温之差约是多少呢？

解 设上升 n km，则气温下降约 $6n$ ℃．因为地面气温为 26 ℃，所以距离地面 n km 的高空的气温约为$(26-6n)$℃．

当 $n=1$ 时，$26-6n=26-6\times1=20$ (℃)．

当 $n=5$ 时，$26-6n=26-6\times5=-4$ (℃)．

$20-(-4)=24$ (℃)．

答：距离地面 1 km 的高空的气温与距离地面 5 km 的高空的气温之差约是 24℃．

问题 2 （1）你会用代数式表示下面的输出结果吗？

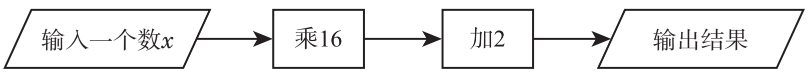


图 2-2-2

（2）当 x 的值分别是 -5、0、3、6.5 时，求输出的结果．

解 （1）根据图 2-2-2，可以推出输出的代数式是 $16x+2$．

（2）当 $x=-5$ 时，$16x+2=16\times(-5)+2=-80+2=-78$．

同样，当 x 的值分别是 0、3、6.5 时，输出的结果分别是 2、50、106．

当 x 取不同数值时，由代数式 $16x+2$ 可计算出相应的值.

用具体数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫作**代数式的值**. 在第 2.1 节的例 3 中，搭 n 个正方形所需木棒的根数为 $4+3(n-1)$，那么要求搭 20 个正方形所需木棒的根数，只需用 20 代替上式中的 n，可得 $4+3(n-1)=4+3\times(20-1)=61$.

例 4 当 $x=-2$，$y=-\frac{1}{2}$ 时，求代数式 $3x^2-6xy+4y^2$ 的值.

> 代入负数、分数进行乘法、乘方运算时，要注意添加必要的括号.

解 当 $x=-2$，$y=-\frac{1}{2}$ 时，

$$
\begin{aligned}
&3x^2-6xy+4y^2\\
=&3\times(-2)^2-6\times(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2\\
=&12-6+1=7.
\end{aligned}
$$

例 5 如图 2-2-3，一个长、宽分别是 a m、b m 的长方形绿化用地，有两条宽为 c m 的纵横交错的步道，其余部分种植绿草.

(1) 用代数式表示步道的总面积；

(2) 当 $a=50$，$b=20$，$c=2.5$ 时，求需种植绿草的面积.

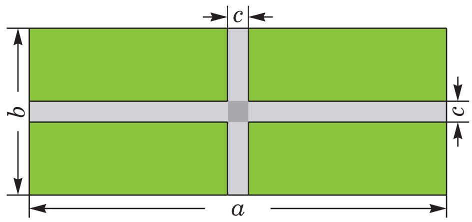


图 2-2-3

分析 问题(1)中，步道的总面积＝横向步道面积＋纵向步道面积－步道重叠面积.

问题(2)中，种植绿草的面积＝长方形绿化用地总面积－步道的总面积.

解 (1) 步道的总面积是 $(ac+bc-c^2)$ m^2.

（2）种植绿草的面积是$[ab-(ac+bc-c^2)]$ m^2.

当$a=50$，$b=20$，$c=2.5$时，

$$\begin{aligned}&ab-(ac+bc-c^2)\\=&50\times20-(50\times2.5+20\times2.5-2.5^2)\\=&50\times20-(125+50-6.25)\\=&1\,000-168.75=831.25\ (\mathrm{m}^2).\end{aligned}$$

答：当$a=50$，$b=20$，$c=2.5$时，需种植绿草的面积是831.25 m^2.

课堂练习 2.2(2)

1. 当$x=-3$时，求代数式$-2x+1$的值.

2. 当$y=\dfrac{1}{2}$时，求代数式y^2+2y-1的值.

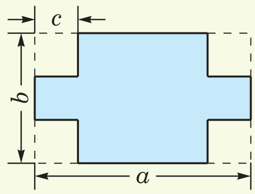
3. 当$a=\dfrac{1}{2}$，$b=-3$时，求下列各代数式的值：

（1）$2a+b$；（2）$4a^2-b^2$；（3）$a^2-2ab+b^2$.

4. 如图，一张长为a cm、宽为b cm的长方形纸片，在四个角各剪去一个边长为c cm的正方形.

（1）用代数式表示剩余纸张的面积；

（2）当$a=5$，$b=3$，$c=1$时，求剩余纸张的面积.



（第 4 题）

习题 2.2

A

1. 用代数式表示：

（1）比x的平方大4的数；

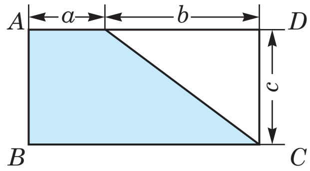
（2）a的$\dfrac{1}{5}$减去b的2倍的差；

（3）m 的相反数的倒数与 3 的和；

（4）x 减去 3 的差的立方.

2. 某图书馆新增 2 万册图书后共有 m 万册图书，该图书馆原来有多少万册图书?

3. 如图，已知长方形 $ABCD$，用代数式表示图中涂色部分的面积. 当 $a=2$，$b=4$，$c=3$ 时，涂色部分的面积是多少?



（第 3 题）

B

4. 用代数式表示：如果正方形的周长是 C，那么正方形的边长是________，面积是________.

5. 当 x 分别取下列值时，求代数式 x^3-2x^2+3x-2 的值：

（1）$x=2$；　　　　（2）$x=-\dfrac{1}{2}$.

6. 当 $a=-2$，$b=-5$ 时，求下列各代数式的值：

（1）$-\dfrac{b}{2a}$；　　　　（2）b^2-4a；

（3）$\dfrac{a-b}{a^2+b^2}$；　　　　（4）$a^3-\dfrac{1}{b^3}$.

2.3 一次式

1. 一次式的概念

先看下面两组代数式：

(1) x、$-\frac{5}{3}b$、$\frac{3n}{8}$；　　(2) $-a+2b$、$\frac{1}{2}m+3$、$5x-3y+4$.

第(1)组中的每个代数式都是非零的数与一个指数是 1 的字母的乘积. 其中，x 可以看作 $1\times x$，$\frac{3n}{8}$可以看作$\frac{3}{8}\times n$.

第(2)组中的代数式都是像第(1)组中那样的代数式的和，或者是像第(1)组中那样的代数式与数的和. 例如，$5x-3y+4$ 是 $5x$、$-3y$ 与 4 的和.

像上面这样的代数式叫作**一次式**. 例如，$-x$、$\frac{2}{3}x$、$7-\frac{1}{3}y$、$6m+7n$、$-\frac{1}{4}s+\frac{1}{5}t-1$ 等都是一次式，但 m^2、$3xy$、$\frac{1}{z}$、9、$6+3c-c^2$ 等都不是一次式.

我们把 $-a$、$2b$ 称为一次式 $-a+2b$ 的项. 因为 $-a$、$2b$ 只含一个字母，且字母的指数是 1，所以又称为一次项. 不含字母的项叫作**常数项**. 例如，一次式 $5x-3y+4$ 的一次项是 $5x$、$-3y$，常数项是 4.

> 要注意项的符号，如 $5x-3y+4$ 的第二项是 $-3y$，不是 $3y$.

在一次式的含有字母的项中，数字因数叫作项的数字系数，简称系数. 例如，一次式$\frac{3n}{8}$的系数是$\frac{3}{8}$；一次式 $5x-3y+4$ 中，$5x$ 的系数是 5，$-3y$ 的系数是 -3.

> x 和 $-x$ 的系数分别是 1、-1，而系数“1”通常省略不写.

例 1 指出一次式 $m-\frac{4}{7}n-8$ 中的一次项、常数项及一次项的系数.

解 一次式 $m-\frac{4}{7}n-8$ 中的一次项是 m 和 $-\frac{4}{7}n$，常数项是 -8，其中一次项的系数分别是 1、$-\frac{4}{7}$.

课堂练习 2.3(1)

1. 找出下列代数式中的一次式：

$$a+3、5-2y^2、3x、-9、-\frac{3n}{8}、x+y-1.$$

2. 指出下列一次式中的一次项、常数项和一次项的系数：

$$m、a+b、-\frac{4}{5}n-2、\frac{3x}{2}、3a-b-9.$$

一次式 $4y$ 与 $-y$ 都是数与字母的乘积，且所含字母相同，这样的一次式是同类项. 所有常数都是同类项.

问题 1 乐乐平均每分钟用电脑输入 x 个文字，现有一篇文稿，乐乐先用 5 min 输入了文稿的部分文字，又用 3 min 完成文稿的剩余文字输入. 如何用一次式表示这篇文稿的总字数?

乐乐先用 5 min 输入了 $5x$ 个文字，再用 3 min 输入了 $3x$ 个文字，完成了剩余文字输入，所以该文稿的总字数可以表示为 $5x+3x$；再考虑到乐乐一共用了 $5+3=8$(min)完成文稿输入，所以该文稿的总字数也可以表示为 $8x$.

由此可以得到

$$5x+3x=8x,$$

即

$$5x+3x=(5+3)x.$$

问题 2 用 16 块面积都是 S 的正方形地砖铺一块正方形的地面，中间 4 块地砖是蓝色地砖，其他地砖都是白色地砖，如图 2-3-1 所示. 如何用一次式表示白色地砖总面积?

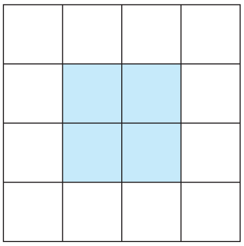


图 2-3-1

由图可以知道，正方形地面总面积是 $16S$，蓝色地砖总面积是 $4S$，白色地砖共 $16-4=12$(块)，故总面积是 $12S$. 白色地砖总面积也等于正方形地面总面积减去蓝色地砖总面积.

由此可以得到

$$16S-4S=12S,$$

即

$$16S-4S=(16-4)S.$$

上面两个问题表明，可以将含字母的同类项的代数式进行合并化简. 例如，$5x+3x$ 是 $5x$ 与 $3x$ 的和，且 $5x$ 与 $3x$ 是同类项，合并时将系数 5 和 3 相加，字母不变，得 $8x$；$16S-4S$ 是 $16S$ 与 $-4S$ 的和，且 $16S$ 与 $-4S$ 是同类项，合并时将系数 16 和 -4 相加，字母不变，得 $12S$. 像这样，把同类项合并成一项的过程，称为合并同类项.

合并同类项时，把含字母的同类项的系数相加所得的结果作为系数，字母不变；常数直接相加.

例 2 指出并合并 $7m+4n-3-m-6n+5$ 中的同类项.

解 $7m+4n-3-m-6n+5$ 中，$7m$ 和 $-m$ 是同类项，$4n$ 和 $-6n$ 是同类项，-3 和 5 是同类项.

因为 $7m+4n-3-m-6n+5$ 就是 $7m$、$4n$、-3、$-m$、$-6n$、5 的和，所以根据加法的交换律和结合律，得

$$\begin{aligned}
&7m+4n-3-m-6n+5\\
=&7m-m+4n-6n-3+5 \quad \text{（加法交换律）}\\
=&(7m-m)+(4n-6n)+(-3+5) \quad \text{（加法结合律）}\\
=&(7-1)m+(4-6)n+2 \quad \text{（合并同类项）}\\
=&6m-2n+2.
\end{aligned}$$

通过合并同类项，可以把一次式化简.

例 3 甲、乙两车相距 130 km，同时出发，相向而行，甲车的速度是 80 km/h，乙车的速度是 50 km/h.

（1）用一次式表示经过 t h（$t<1$）后两车的距离；

（2）经过 30 min，两车的距离是多少?

解 （1）根据题意，经过 t h（$t<1$）后两车的距离为

$$130-(80t+50t)=130-130t\ \text{(km)}.$$

答：经过 t h（$t<1$），两车的距离为 $(130-130t)$ km.

（2）因为 30 min$=\frac{1}{2}$ h， 所以当 $t=\frac{1}{2}$时，有

$$130-130t=130-130\times\frac{1}{2}=65\ (\text{km}).$$

答：经过 30 min，两车的距离是 65 km.

课堂练习 2.3(2)

1. 合并同类项：

（1）$2m+6m=$________；（2）$2m-6m=$________；

（3）$-2m-6m=$________；（4）$-2m+6m=$________.

2. 判断下列各代数式的化简是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）$8-6x=2x$；（　　）

（2）$-2y+2y=-4y$；（　　）

（3）$3m+4n=7mn$；（　　）

（4）$4m+4m=16m$.（　　）

3. 化简：

（1）$7m-2-7n+3m$；

（2）$\frac{1}{3}m-5+2m-1$.

2. 一次式的加减

问题 3 某汽车企业第一季度销售 x 万辆新能源汽车，第二季度销售的新能源汽车比第一季度的 1.5 倍少 1 万辆，第三季度销售的新能源汽车比第一季度的 2 倍多 6 万辆. 用一次式表示：

（1）该汽车企业第二季度和第三季度一共销售的新能源汽车数量；

（2）第三季度比第二季度多销售的新能源汽车数量.

分析 第二季度销售的新能源汽车数量：$(1.5x-1)$万辆；

第三季度销售的新能源汽车数量：$(2x+6)$万辆.

因此，第二季度和第三季度一共销售$[(1.5x-1)+(2x+6)]$万辆；

第三季度比第二季度多销售$[(2x+6)-(1.5x-1)]$万辆.

思考

如何计算$(1.5x-1)+(2x+6)$和$(2x+6)-(1.5x-1)$？

数的运算中的去括号方法在一次式中同样适用，即括号前面是“+”号，去掉“+”号和括号，括号内各项都不变；括号前面是“−”号，去掉“−”号和括号，括号内各项都变号.

如下所示，根据去括号方法，我们可以分别求出$(1.5x-1)+(2x+6)$和$(2x+6)-(1.5x-1)$的结果.

项不变

$$(1.5x-1)+(2x+6)=1.5x-1+2x+6=3.5x+5;$$

项不变

负号变正号

$$(2x+6)-(1.5x-1)=2x+6-1.5x+1=0.5x+7.$$

正号变负号

例 4 先去括号，再合并同类项：

(1) $a+2-(9a-3)$；　　(2) $-(6m-8)-(-1+2m)$.

解 (1) $a+2-(9a-3)$

$=a+2-9a+3$

$=-8a+5$.

(2) $-(6m-8)-(-1+2m)$

$=-6m+8+1-2m$

$=-8m+9$.

例 5 （1）求 $2x$、$3-4x$、$x+1$ 的和；

（2）求 $3m-2n+1$ 减去 $m+n-2$ 的差.

解 （1）$2x+(3-4x)+(x+1)$

$=2x+3-4x+x+1$

$=-x+4.$

（2）$(3m-2n+1)-(m+n-2)$

$=3m-2n+1-m-n+2$

$=2m-3n+3.$

几个一次式相加减，通常用括号把每个一次式括起来，再用加减号连接.

例 6 当 $x=-\dfrac{1}{9}$时，求 $3x-1+(3x-6)-(-3x+1)$的值.

解 $3x-1+(3x-6)-(-3x+1)$

$=3x-1+3x-6+3x-1$

$=9x-8.$

当 $x=-\dfrac{1}{9}$时，$9x-8=9\times\left(-\dfrac{1}{9}\right)-8=-9.$

课堂练习 2.3(3)

1. 下列计算正确吗？如果不正确，应怎样改正？

（1）$(m-n)-(2m-1)=m-n-2m-1=-m-n-1$；

（2）$(5x-4y)-(-x+y)=5x-4y+x-y=6x-3y.$

2. 先去括号，再合并同类项.

（1）$(2-6x)+(3x+3)$；

（2）$-(5y-10)-(2-2y).$

3. （1）求 $4x-5$ 与 $2-y+6x$ 的和；

（2）求 $5m$ 减去 $4n-3m+1$ 的差.

4. 先化简，再求值：$(2x-y)-(x+y-3)$，其中 $x=1$，$y=-1.$

3. 数与一次式相乘

问题 4 如图 2-3-2，用一根铁丝围成一个长方形，这个长方形的宽是 a cm，长是 $(3a-2)$ cm. 如何用一次式表示这根铁丝的长度？

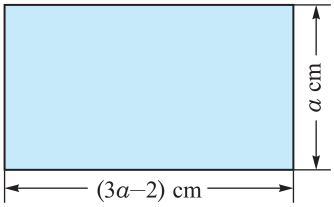


图 2-3-2

根据题意，这根铁丝的长度为 $2\times(a+3a-2)=2(4a-2)$(cm).

思考

如何计算 $2(4a-2)$？

根据乘法对加法的分配律与乘法结合律，得

$$
\begin{aligned}
2(4a-2)&=2\times(4a)+2\times(-2) \quad \text{（乘法对加法的分配律）}\\
&=(2\times4)a-4 \quad \text{（乘法结合律）}\\
&=8a-4.
\end{aligned}
$$

一般地，数与一次式相乘，就是用这个数去乘一次式的每一项，再把所得的积相加. 在含有字母的项与数相乘时，把这个数与项的系数相乘的积作为字母的系数，字母不变. 运算时要注意这个数与项的系数相乘的积的符号.

例 7 计算：

(1) $6(m-3)$；　(2) $-7(n-3m)$；

(3) $-x+2(3x-2)$；　(4) $3(2x+1)-2(1-x)$.

解 (1) $6(m-3)$

$=6m+6\times(-3)$

$=6m-18$.

(2) $-7(n-3m)$

$=-7n+(-7)\times(-3m)$

$=-7n+21m$.

(3) $-x+2(3x-2)$

$=-x+6x-4$

$=5x-4$.

(4) $3(2x+1)-2(1-x)$

$=6x+3-2+2x$

$=8x+1$.

课堂练习 2.3(4)

1. 计算：

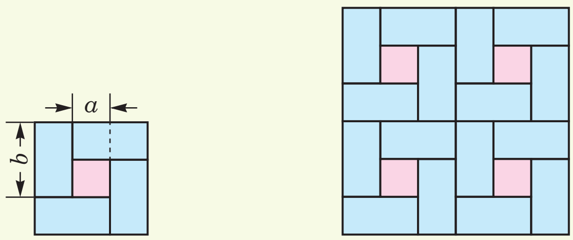
(1) $-2(m+7)$； (2) $-3(n-9)$；

(3) $(-3x+5)\times(-4)$； (4) $(5y-3)\times(-3)$.

2. 计算：

(1) $2(x-3)-4x$； (2) $-\frac{1}{2}(4m-6)+\frac{1}{3}(9-3m)$.

3. 中国古代窗花图案设计得简约又美观. 图(1)是由 1 个小正方形和 4 个形状相同的小长方形拼成的 1 个正方形窗花. 如果窗花内小正方形的边长为 a cm，小长方形的长为 b cm，那么如图(2)，由 4 个这样的窗花做成的正方形窗户的周长是多少?



(1) (2)

(第 3 题)

习题 2.3

A

1. 计算：

（1）$3a+5a-a$；

（2）$2m-(3-m)$；

（3）$-2(2a+3a)$；

（4）$2(n-3)-(n-1)$.

2. 三个连续自然数的和是否一定能被 3 整除？请说明理由.

B

3. 计算：

（1）$-5y+2y-1$；

（2）$2(x-y+1)$；

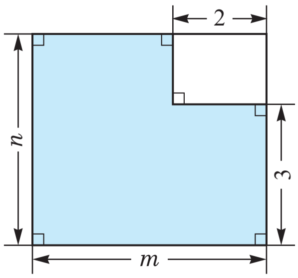
（3）$-\frac{1}{2}x-\left(\frac{1}{3}x-3\right)$；

（4）$2(m-7)-\frac{1}{2}(m+4)$；

（5）$-\frac{1}{2}(6m-4)+\frac{1}{3}(-9-3m)$.

4. 三个连续正偶数的和是否一定能被 6 整除？请说明理由.

5. 如图，求涂色部分的周长.



（第 5 题）

◎阅读材料

能被 3、5、9 整除的数的特征

> $\overline{abc}$ 表示一个百位是 a，十位是 b，个位是 c 的三位数，即 $\overline{abc}=100a+10b+c$.

通过计算，我们可以知道 310、465、520 是能被 5 整除的三位数，那么任意一个三位数 $\overline{abc}$ 满足什么条件时，它一定能被 5 整除呢？

如果三位数 $\overline{abc}$ 能被 5 整除，那么 $100a+10b+c=5p$，其中 p 为正整数，a、b、c 表示 10 以内的非负整数，且 $a\neq 0$，得

$$\begin{aligned} c &= 5p-100a-10b \\ &= 5(p-20a-2b). \end{aligned}$$

而 $p-20a-2b$ 为整数，c 表示 10 以内的非负整数，所以 c 只能为 0 或 5. 反过来，当 $c=0$ 时，$\overline{abc}=100a+10b=5(20a+2b)$，能被 5 整除；当 $c=5$ 时，$\overline{abc}=100a+10b+5=5(20a+2b+1)$，也能被 5 整除. 所以，$\overline{abc}$ 能被 5 整除的条件是 $c=0$ 或 5.

类似地，三位数 $\overline{abc}$ 满足什么条件时，它一定能被 3 整除呢？

如果三位数能被 3 整除，那么 $100a+10b+c=3p$，其中 p 为正整数，得

$$\begin{aligned} a+b+c &= 3p-99a-9b \\ &= 3(p-33a-3b). \end{aligned}$$

因此，$a+b+c$ 是 3 的倍数. 反过来，当 $a+b+c$ 是 3 的倍数时，$\overline{abc}=(a+b+c)+3(33a+3b)$ 能被 3 整除. 所以，$\overline{abc}$ 能被 3 整除的条件是 $a+b+c$ 是 3 的倍数.

可以将上述两条结论推广到更多位数，我们有：如果一个正整数的末尾是 0 或 5，那么它能被 5 整除；如果一个正整数各个数位上数字的和能被 3 整除，那么这个数就能被 3 整除.

请根据上述方法，找出三位数 $\overline{abc}$ 能被 9 整除的条件.

◎内容提要

1. 基本概念：代数式，代数式的值，一次式，合并同类项.

用运算符号或括号把数或字母连接而成的式子叫作代数式.

用具体数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫作代数式的值.

2. 合并同类项：

把同类项合并成一项，叫作合并同类项. 合并同类项时，把含字母的同类项的系数相加所得的结果作为系数，字母不变；常数直接相加.

◎复习题

A

1. 用代数式表示：

（1）x 的$\frac{3}{2}$与-4 的和是________；

（2）$a(a\neq0)$的倒数减去 3 的差是________；

（3）y 的四次方与 x 的和是________；

（4）比 x 的 5 倍的相反数小 3 的数是________.

2. 当 $a=-\frac{1}{3}$时，$2a+(-2a+5)-3(-3a+1)$的值是________.

3. 已知 x 是一个两位数，y 是一个一位数，如果把 y 置于 x 的左边，那么所组成的三位数可表示为________.

4. 某轮船先顺水航行 3 h，再逆水航行 2 h. 已知该轮船在静水中的速度是 x km/h，水流速度是 y km/h. 求该轮船一共航行的路程.

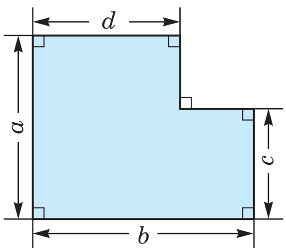
B

5. 已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，x 的绝对值为 5. 求 $x^2-(a+b)x+(-cd)^3$ 的值.

6. 如图，设涂色部分面积为 S.

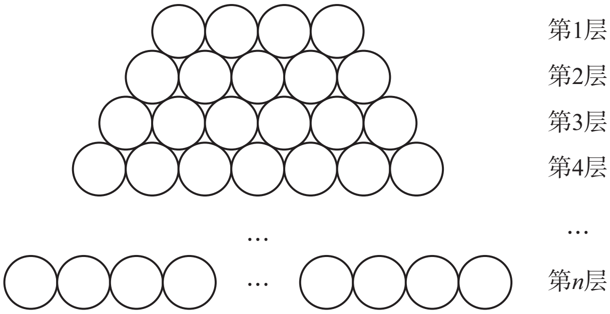
（1）用含字母 a、b、c、d 的代数式表示 S；

（2）当 $a=5$，$b=6$，$c=3$，$d=4$ 时，求 S.



（第 6 题）

7. 如图，第 n 层有多少个圆？累计有多少个圆？



（第 7 题）

第3章

一元一次方程

“巍巍古寺在山中，不知寺内几多僧．三百六十四只碗，恰合用尽不差争．三人共食一碗饭，四人共尝一碗羹．请问先生能算者，都来寺内几多僧？”其大意为，山上有一座古寺，在这座寺庙里，每3个和尚合吃一碗饭，每4个和尚合分一碗汤，一共用了364只碗，问：寺里有多少个和尚？这是明代数学家程大位（1533—1606）所著《算法统宗》中的“以碗知僧”问题．通过本章的学习，我们就能更方便地解决这一问题．

本章学习含有未知数的等式——方程，围绕一元一次方程，探索如何利用等式的性质化简方程，求一元一次方程的解，并通过建立一元一次方程的数学模型解决实际问题．

3.1 方程与列方程

问题 1 欢欢的爸爸给了欢欢 16 元，欢欢买文具花了 17 元，还剩 11 元. 问：欢欢原来有多少钱?

方法一 根据题意，欢欢原来有的钱和爸爸给的钱的总和为 $11+17=28$（元），所以欢欢原来有 $28-16=12$（元）.

方法二 我们在上一章学习了用字母表示数，如果用 x 元表示欢欢原来有的钱，爸爸给了欢欢 16 元，那么欢欢一共有 $(x+16)$ 元，之后欢欢花了 17 元，剩下 11 元，所以有 $(x+16)-17=11$.

利用合并同类项，可得 $x-1=11$，根据减法运算的意义，可得 $x=11+1$，即 $x=12$.

问题 2 某水果店有苹果与香蕉共 152 kg，其中苹果的质量是香蕉质量的 3 倍. 问：该水果店的苹果与香蕉各有多少?

方法一 用已学过的分数知识，可将水果店的苹果与香蕉看成一个总体，平均分成$(3+1)$份，每份就是总体的$\frac{1}{4}$，即 $152\times\frac{1}{4}=38$（kg）. 其中香蕉占 1 份，苹果占 3 份，所以香蕉的质量是 38 kg，苹果的质量是 $38\times3=114$（kg）.

方法二 如果用 y 表示香蕉的千克数，那么根据题意，苹果的千克数是 $3y$. 由于水果店有苹果与香蕉共 152 kg，可得 $3y+y=152$.

利用合并同类项，可得 $4y=152$，根据除法运算的意义，可得 $y=152\div4$，即 $y=38$.

在等式$(x+16)-17=11$ 和 $3y+y=152$ 中，字母 x、y 都表示未知的数量，称为**未知数**. 含有未知数的等式叫作**方程**. 在方程中，所含的未知数又称为**元**.

如果未知数所取的某个值能使方程左右两边的值相等，那么这个未知数的值叫作**方程的解**. 上述两个问题中，$x=12$ 使方程$(x+16)-17=11$ 左右两边的值相等，$y=38$ 使方程 $3y+y=152$ 左右两边的值相等. 因此，$x=12$，$y=38$ 分别是这两个方程的解.

问题 1 和问题 2 中的方法一是通过列算式解决问题. 方法二是通过列方程解决问题，即引入了未知数，并根据题意在未知数和已知数之间建立等量关系式解决问题.

例 1 根据下列条件列出方程：

(1) 一个正方形的边长为 x cm，周长为 36 cm；

(2) 14 减去数 x 的一半所得的差是 6；

(3) 甲队有 28 人，乙队有 x 人，甲队人数比乙队多 $\frac{1}{3}$；

(4) 爱心志愿队共有 50 名队员，其中女队员有 y 人，男队员比女队员多 2 人.

解 (1) 根据题意，可得方程 $4x=36$.

(2) 根据题意，可得方程 $14-\frac{x}{2}=6$.

(3) 根据题意，可得方程 $x+\frac{1}{3}x=28$.

(4) 根据题意，可得方程 $y+2=50-y$.

例 2 欢欢和乐乐一起去购物，两人一共花了 315 元. 已知乐乐购物的花费比欢欢多 33 元，求欢欢购物的花费. 请引入未知数，列出方程.

解 设欢欢购物的花费是 x 元，则乐乐购物的花费是 $(x+33)$ 元. 根据题意，可得方程 $x+(x+33)=315$.

例 3 判断 -3、1 是不是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

解 把 $x=-3$ 分别代入方程的左边和右边，得

$$左边=4\times(-3)-9=-21;$$

$$右边=2\times(-3)-7=-13.$$

因为左边≠右边，所以 $x=-3$ 不是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

例 3 的解答过程就是检验一个值是不是方程的解的过程.

把 $x=1$ 分别代入方程的左边和右边，得

$$左边=4\times1-9=-5;$$

$$右边=2\times1-7=-5.$$

因为左边=右边，所以 $x=1$ 是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

思考

$x=2$ 是不是方程 $3x-9=x-5$ 和方程 $\frac{3}{2}x+18=\frac{1}{2}x+20$ 的解?

课堂练习 3.1

1. 判断下列式子中有哪些是方程：

(1) $8=2.7+5.3$;　　(2) $3x+6=2(x-1)$;

(3) $5x-1$;　　(4) $x=3x+2$.

2. 根据下列条件列出方程：

(1) 长方形的长是 x，宽是长的 $\frac{1}{3}$，长方形的周长是 24;

(2) 小海用 25 元买了 15 本练习本，找回 1 元，设每本练习本的单价为 y 元;

(3) x 与 2 的积减去 13 所得差的一半为 $\frac{2}{3}x$;

(4) 蜘蛛有 8 条腿，蜻蜓有 6 条腿. 现有蜘蛛、蜻蜓若干只，它们共有 100 条腿，且蜻蜓的只数是蜘蛛的 2 倍，设蜘蛛有 x 只.

3. 判断 424、460 是不是方程 $\frac{x}{4}+5=\frac{x-100}{3}$ 的解.

习题 3.1

A

1. 列方程：一个数 a 的相反数减去这个数的一半等于 8.

2. 小海和小华一共有 235 张邮票，小海的邮票数量是小华的 4 倍，求小

海的邮票数量. 请引入未知数，列出方程.

B

3. 养殖场里鸡的只数和鸭的只数相差 184，鸡的只数比鸭的 3 倍还多 20，求养殖场里鸭的数量. 请引入未知数，列出方程.

3.2 一元一次方程及其解法

1. 一元一次方程

方程是含有未知数的等式.

观察

已知图 3-2-1 中(1)(3)的天平平衡. 从图 3-2-1(1)到图 3-2-1(2), 天平左右两边的质量各发生了怎样的变化? 天平的平衡状态有无变化? 从图 3-2-1(3)到图 3-2-1(4)呢?

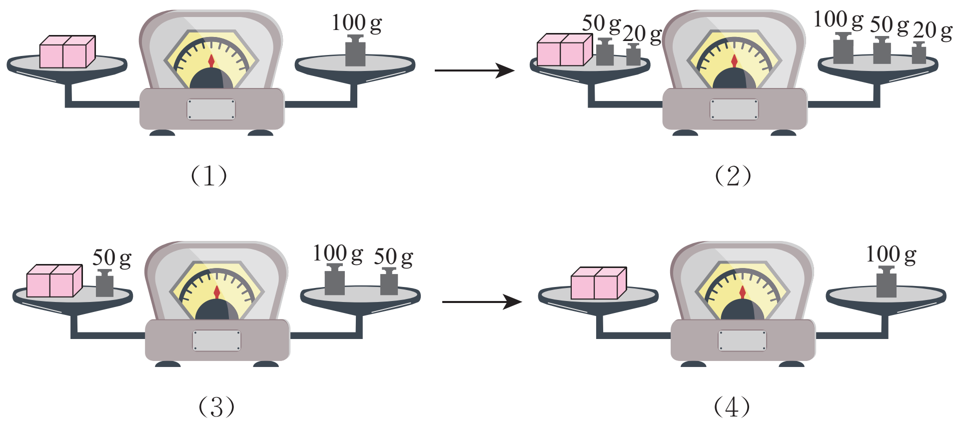


图 3-2-1

观察图 3-2-1(1)和图 3-2-1(2)可以发现，平衡的天平两边加上同样的砝码，天平仍保持平衡.

观察图 3-2-1(3)和图 3-2-1(4)可以发现，平衡的天平两边减去同样的砝码，天平也保持平衡.

等式就像平衡的天平，也具有同样的性质.

等式性质 1　等式两边加(或减)同一个数，等式仍成立.

如果 $a=b$，那么 $a+c=b+c$，$a-c=b-c$.

我们可以用等式性质 1，求得第 3.1 节问题 1 中方程 $(x+16)-17=11$ 的解.

合并同类项，得 $$x-1=11.$$

根据等式性质 1，在等式两边同加上 1，得

$$x-1+1=11+1.$$

解得 $$x=12.$$

观察

已知图 3-2-2 中(1)(3)的天平平衡. 从图 3-2-2(1)到图 3-2-2(2)，天平左右两边的质量各发生了怎样的变化？天平的平衡状态有无变化？从图 3-2-2(3)到图 3-2-2(4)呢？

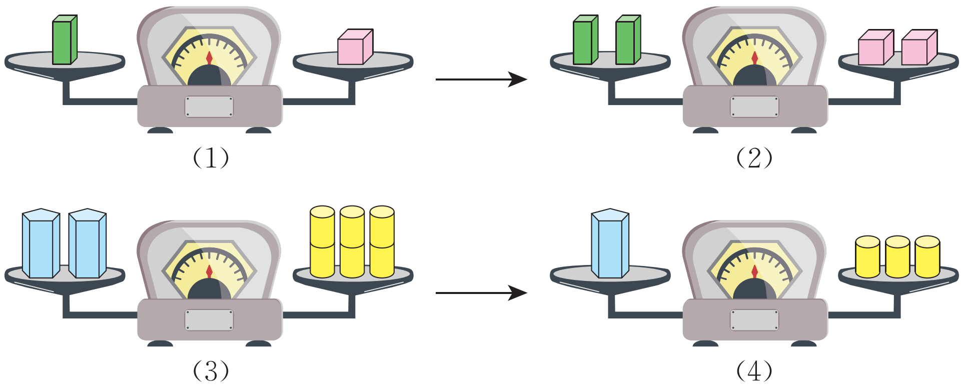


图 3-2-2

观察图 3-2-2(1)和图 3-2-2(2)可以发现，平衡的天平两边物体的质量分别变为了原来的 2 倍，天平仍保持平衡.

观察图 3-2-2(3)和图3-2-2(4)可以发现，平衡的天平两边物体的质量分别变为了原来的一半，天平也保持平衡.

等式性质 2 等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，等式仍成立.

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$；

如果 $a=b$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}(c\neq0)$.

我们可以用等式性质2，求得第3.1节问题2中方程 $3y+y=152$ 的解.

合并同类项，得 $$4y=152.$$

根据等式性质2，在等式两边同除以4 $\left(\text{或同乘}\frac{1}{4}\right)$，得

$$4y\div4=152\div4.$$

解得 $$y=38.$$

以上求方程的解的过程叫作**解方程**.

只含有一个未知数且含有未知数的项是一次项的方程叫作**一元一次方程**. 一元一次方程的一般形式为：$ax+b=0(a\neq0)$.

例1 判断下列方程是不是一元一次方程，如果不是，请说明理由：

（1）$4x-36=0$；

（2）$x-2y=56$；

（3）$4x^2-9=2x-7$；

（4）$y+18=\frac{1}{2}(38+y)$.

解 （1）是.

（2）不是，这个方程中含有 x 和 y 两个未知数.

（3）不是，项“$4x^2$”不是一次项.

（4）是.

例2 解下列方程：

（1）$4x=36$；

（2）$35+5x=100$；

（3）$16-y=28$.

解 （1）根据等式性质2，在等式两边同除以4，得

$$4x\div4=36\div4$$

解得 $$x=9.$$

所以，原方程的解是 $x=9$.

（2）根据等式性质1，在等式两边同减35，得

$$35+5x-35=100-35.$$

合并同类项，得 $$5x=65.$$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 5，得

$$5x\div5=65\div5.$$

解得 $$x=13.$$

所以，原方程的解是 $x=13$.

（3）根据等式性质 1，在等式两边同减 16，得

$$16-y-16=28-16.$$

合并同类项，得 $$-y=12.$$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 -1，得

$$(-y)\div(-1)=12\div(-1).$$

解得 $$y=-12.$$

所以，原方程的解是 $y=-12$.

课堂练习 3.2(1)

1. 判断下列方程是不是一元一次方程：

（1）$3x=10$；

（2）$5x-\dfrac{4}{7}y=35$；

（3）$x^2-14=0$；

（4）$4z-3(z+2)=1$.

2. 解下列方程：

（1）$4x=5$；

（2）$9-x=5$；

（3）$41x+x=54+30$.

2. 一元一次方程的解法

思考

如何求方程 $4x=18-2x$ 的解？

我们可以用等式性质将原方程转化为 $ax=b(a\neq0)$ 的形式.

根据等式性质 1，在等式 $4x=18-2x$ 的两边同加上 $2x$，得

$$4x+2x=18-2x+2x.$$

合并同类项，得 $$6x=18.$$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 6，得

$$x=3.$$

所以，原方程的解是 $x=3$.

在以上求方程的解的过程中，利用等式性质 1，将“$4x=18-2x$”转化为“$4x+2x=18$”，即将方程中等号右边的“$-2x$”改变符号后，从等号的一边移到另外一边，这种变形的过程称为移项.

$$4x = 18 \boxed{-2x}$$
$$4x \boxed{+2x} = 18$$

例 3 解下列方程：

(1) $4x+3=2x-7$； (2) $-x-1=3-\dfrac{1}{2}x$.

解 (1) 移项，得

$$4x-2x=-7-3.$$

$$4x \boxed{+3} = \boxed{2x} -7$$
$$4x \boxed{-2x} = -7 \boxed{-3}$$

合并同类项，得 $2x=-10$.

两边同除以 x 的系数 2，得

$$x=-5.$$

所以，原方程的解是 $x=-5$.

(2) 移项，得

$$-x+\frac{1}{2}x=3+1.$$

$$-x \boxed{-1} = 3 \boxed{-\frac{1}{2}x}$$
$$-x \boxed{+\frac{1}{2}x} = 3 \boxed{+1}$$

合并同类项，得 $-\dfrac{1}{2}x=4$.

两边同除以 x 的系数 $-\frac{1}{2}$，得

$$x=-8.$$

所以，原方程的解是 $x=-8$.

例 4 y 的 5 倍加上 3 等于 y 的 2 倍减去 3，求 y 的值.

解 根据题意，可列出方程

$$5y+3=2y-3.$$

移项，得 $$5y-2y=-3-3.$$

合并同类项，得 $$3y=-6.$$

两边同除以 y 的系数 3，得 $$y=-2.$$

所以，y 的值为 -2.

课堂练习 3.2(2)

1. 下面解方程的移项步骤是否正确？如果不正确，请指出错误，并加以改正：

（1）$3x-18=9+2x$.

解：移项，得 $3x+2x=9-18$.

（2）$\frac{1}{5}x-12=x-5$.

解：移项，得 $5-12=x-\frac{1}{5}x$.

2. 解下列方程：

（1）$x+8=-17$；　（2）$4x=20$；

（3）$x+6=-5x$；　（4）$3y-15=y-19$.

思考

如何求方程 $4(x-5)=x+10$ 的解？

一般地，方程中含有括号时，要先去括号，再求方程的解．在第 2 章“简单的代数式”的学习中，我们已经知道了去括号方法和数与一次式相乘的方法．

因此，方程 $4(x-5)=x+10$ 的解法如下：

去括号，得 $4x-20=x+10$.

移项，得 $4x-x=10+20$.

合并同类项，得 $3x=30$.

两边同除以 x 的系数 3，得 $x=10$.

所以，原方程的解是 $x=10$.

解一元一次方程的一般步骤：

1. 去括号；
2. 移项；
3. 合并同类项，把方程整理成 $ax=b(a\neq0)$的形式；
4. 两边同除以未知数的系数 $a\left(\text{或同乘}\frac{1}{a}\right)$，得到方程的解 $x=\frac{b}{a}$.

例 5 解下列方程：

(1) $x=3(52-x)$；

(2) $5x+1=20x-(7x-3)$；

(3) $3x-7(x-1)=3-2(x+3)$.

解 (1) 去括号，得 $x=156-3x$.

移项，得 $x+3x=156$.

合并同类项，得 $4x=156$.

两边同除以 x 的系数 4，得 $x=39$.

所以，原方程的解是 $x=39$.

(2) 去括号，得 $5x+1=20x-7x+3$.

移项，得 $5x-20x+7x=3-1$.

合并同类项，得 $-8x=2$.

两边同除以 x 的系数-8，得 $x=-\frac{1}{4}$.

所以，原方程的解是 $x=-\frac{1}{4}$.

（3）去括号，得 $3x-7x+7=3-2x-6$.

合并同类项，得 $-4x+7=-3-2x$.

移项，得 $-4x+2x=-3-7$.

合并同类项，得 $-2x=-10$.

两边同除以 x 的系数 -2，得 $x=5$.

所以，原方程的解是 $x=5$.

例 6 x 加上 4 的和等于 x 减去 14 的差的 3 倍，求 x 的值.

解 根据题意，可以列出方程

$$x+4=3(x-14).$$

去括号，得 $x+4=3x-42$.

移项，得 $x-3x=-42-4$.

合并同类项，得 $-2x=-46$.

两边同除以 x 的系数 -2，得 $x=23$.

所以，x 的值是 23.

课堂练习 3.2(3)

1. 下列解方程的去括号步骤是否正确？如果不正确，请指出错误，并加以改正：

（1）$2(x+4)=9-(x-6)$.

解：去括号，得 $2x+8=9-x-6$.

（2）$15\left(\frac{1}{5}x-1\right)=1-2(x-3)$.

解：去括号，得 $3x-15=1-2x+3$.

2. 解下列方程：

（1）$x+(2x-20)=270$；

(2) $y+18=\frac{1}{2}(38+y)$；

(3) $7(x+3)+4=24-3(x+3)$.

3. 已知 x 加 4 的和是 x 减去 6 的差的 2 倍，求 x.

例 7 解方程：$\frac{y}{4}-5=\frac{y}{3}$.

解 方法一：移项，得 $\frac{y}{4}-\frac{y}{3}=5$.

合并同类项，得 $-\frac{1}{12}y=5$.

两边同除以 y 的系数 $-\frac{1}{12}$，得

$$y=-60.$$

所以，原方程的解是 $y=-60$.

方法二：根据等式性质 2，方程两边同乘 12，得

$$12\times\frac{y}{4}-12\times5=12\times\frac{y}{3}.$$

化简，得 $3y-60=4y$.

移项，得 $3y-4y=60$.

合并同类项，得 $-y=60$.

两边同除以 y 的系数 -1，得 $y=-60$.

所以，原方程的解是 $y=-60$.

例 8 解方程：$1-\frac{x+4}{10}=\frac{1}{5}x$.

解 根据等式性质 2，方程两边同乘 10，得

$$10-(x+4)=2x.$$

去括号，得 $10-x-4=2x$.

移项并合并同类项，得 $-3x=-6$.

两边同除以 x 的系数-3，得　$x=2$.

所以，原方程的解是 $x=2$.

例 9　解方程：$\dfrac{x+1}{0.3}-\dfrac{x}{0.4}=5$.

分析　把$\dfrac{x+1}{0.3}$的分母转化为整数. 类比分数的基本性质，得

$$\frac{x+1}{0.3}=\frac{10(x+1)}{3}.$$

类似地，
$$\frac{x}{0.4}=\frac{5x}{2}.$$

解　原方程可转化为　$\dfrac{10(x+1)}{3}-\dfrac{5x}{2}=5$.

根据等式性质 2，方程两边同乘 6，得

$$20(x+1)-15x=30.$$

去括号，得　$20x+20-15x=30$.

移项并合并同类项，得　$5x=10$.

两边同除以 x 的系数 5，得　$x=2$.

所以，原方程的解是 $x=2$.

例 10　解方程：$4(x-2)+5=35-(x-2)$.

分析　可以将 $x-2$ 看作一个整体进行运算.

解　移项，得　$4(x-2)+(x-2)=35-5$.

将 $x-2$ 看作一个整体进行加法运算，得

$$5(x-2)=30.$$

两边同除以 5，得　$x-2=6$.

移项并合并同类项，得　$x=8$.

所以，原方程的解是 $x=8$.

例 11　已知 $x=3$ 是方程 $\dfrac{2x-7}{4}+\dfrac{x-m}{3}=\dfrac{1}{2}$ 的解，求 m 的值.

解　因为 $x=3$ 是原方程的解，所以把 $x=3$ 代入方程后，有

$$\frac{2\times3-7}{4}+\frac{3-m}{3}=\frac{1}{2}.$$

根据等式性质 2，方程两边同乘 12，得

$$-3+4(3-m)=6.$$

去括号，得 $\qquad -3+12-4m=6.$

移项并合并同类项，得 $\qquad -4m=-3.$

两边同除以 m 的系数-4，得 $m=\frac{3}{4}.$

所以，m 的值为$\frac{3}{4}$.

课堂练习 3.2(4)

1. 解下列方程：

(1) $\frac{x-9}{4}=\frac{x+5}{3}$；

(2) $\frac{9}{16}x=\frac{3}{4}x+4$；

(3) $\frac{1}{0.2}x-\frac{4}{5}=1-\frac{1}{0.3}x$；

(4) $5(3+2x)-2(3+2x)=6.$

2. 已知 $x=2$ 是方程 $5(x+m)-20=-3(x-m)$的解，求 m 的值.

习题 3.2

A

1. 解下列方程：

(1) $4\left(x+\frac{1}{2}\right)+9=5-3(x-1)$；

(2) $\frac{3-x}{2}=\frac{x-4}{3}$；

(3) $\frac{y-1}{2}=2-\frac{3y-4}{5}$；

(4) $6\left(1-\frac{1}{2}y\right)=-\frac{y+2}{5}.$

2. 当 a 为何值时，代数式 $\frac{2a-1}{3}$ 与 $1-\frac{a-2}{2}$ 的值相等？

3. 解方程：$\frac{2x-1}{0.7}=\frac{x}{0.3}-\frac{1}{7}$.

4. 下面解方程的过程是否正确？如果不正确，请指出错误，并加以改正.

解方程：$\frac{5-x}{3}-\frac{2x-3}{2}=1$.

解：

$$10-2x-6x-9=1.$$

$$-8x=0.$$

$$x=0.$$

5. 解方程：$\frac{12x-1}{4}-\frac{18x+1}{6}=\frac{x}{3}$.

B

6. 解下列方程：

(1) $3-[x-2(x-1)]=2(1-x)$；　(2) $\frac{x}{16}=\frac{4x+5}{8}+2$；

(3) $\frac{1}{2}(x+2)+\frac{1}{5}(-x-2)=3$；　(4) $\frac{x}{2}-(3x-5)=\frac{3-2x}{4}+1$.

7. 已知关于 y 的方程 $\frac{3y-m}{2}-\frac{2m-y}{3}=1-y$ 与方程 $2(y+3)=5(y+3)-6$ 的解相同，求 m 的值.

8. 解方程：$4x-3+6(3-4x)=7(4x-3)$. 你能用不同的方法解这个方程吗？你认为哪一种解法比较简便？

3.3 一元一次方程的应用

例 1 在 2022 年北京冬奥会上，中国队共获得了 15 枚奖牌，比 1980 年至 2022 年历届冬奥会获得的奖牌总数的$\frac{1}{7}$多 4 枚．问：从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是多少枚?

分析 中国队从 1980 年至 2022 年获得的冬奥会奖牌总数的$\frac{1}{7}$再加上 4 枚等于中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的奖牌枚数 15.

解 设从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是 x 枚．根据题意，可以列出方程

$$\frac{1}{7}x+4=15.$$

整理，得 $$\frac{1}{7}x=11.$$

解得 $$x=77.$$

答：从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是 77 枚.

例 2 已知轿车的速度是 90 km/h，轿车的速度比货车快 $\frac{1}{5}$. 求货车的速度.

分析 轿车的速度比货车快 $\frac{1}{5}$，所以轿车的速度＝货车的速度＋货车的速度×$\frac{1}{5}$.

解 设货车的速度是 x km/h．根据题意，可以列出方程

$$x+\frac{1}{5}x=90.$$

整理，得 $$\frac{6}{5}x=90.$$

解得 $$x=75.$$

答：货车的速度是 75 km/h.

例 3 为更好地完成某小区绿化带改造任务，甲、乙两个施工队合作施工. 已知甲队单独施工 9 天可以完成，乙队单独施工 6 天可以完成. 如果甲、乙两队合作施工 3 天，余下的工作由乙队单独完成，那么乙队还需要施工多少天才可以完成任务？

分析 用“1”来表示改造完这个小区绿化带的全部工作量，则甲队单独施工一天的工作量为$\frac{1}{9}$，乙队单独施工一天的工作量为$\frac{1}{6}$. 甲、乙两队合作施工 3 天的工作量可以表示为$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\right)\times3$. 根据题意，可知甲、乙两队合作施工 3 天的工作量＋乙队单独完成的余下工作量＝全部工作量.

解 设乙队还需要施工 x 天才可以完成任务. 根据题意，可以列出方程

$$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\right)\times3+\frac{1}{6}x=1.$$

整理，得

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}x=1.$$

$$\frac{1}{6}x=\frac{1}{6}.$$

解得

$$x=1.$$

答：乙队还需要施工 1 天才可以完成任务.

例 4 在本章章首语中的“以碗知僧”问题大意为：山上有一座古寺，在这座寺庙里，每 3 个和尚合吃一碗饭，每 4 个和尚合分一碗汤，一共用了 364 只碗. 问：寺里有多少个和尚？

分析 如果用 x 表示寺里和尚的人数，那么每 3 个和尚合吃一碗饭，则吃饭用的饭碗有$\frac{x}{3}$只；每 4 个和尚合分一碗汤，则喝汤用的汤碗有$\frac{x}{4}$只. 根据吃饭的饭碗与喝汤的汤碗一共有 364 只，可以列出方程.

解 设寺里有 x 个和尚. 根据题意，可以列出方程

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=364.$$

整理，得 $\frac{7}{12}x=364.$

解得 $x=624.$

答：寺里有 624 个和尚.

课堂练习 3.3(1)

1. 少年宫合唱队有 84 人，比舞蹈队人数多$\frac{1}{3}$. 舞蹈队有多少人?

2. 图书角有一些科普书和文艺书，其中文艺书有 28 本，如果从图书角拿走 23 本科普书，那么文艺书的本数是剩下的科普书的$\frac{1}{2}$. 图书角原有科普书多少本?

3. 小华的妈妈买了一些每枝 8 元的玫瑰，又买了一个 36 元的花瓶，付出 200 元找回 68 元. 小华的妈妈买了多少枝玫瑰?

4. 甲、乙两个工程队修一条公路，甲队单独做需要 10 天完成，乙队单独做需要 15 天完成. 如果甲、乙两队先合作 3 天，剩下的由甲队单独完成，那么甲队还需要做几天才可以修完这条公路?

例 5 某栋居民楼的高度比上海环球金融中心高度的$\frac{1}{6}$少 22 m. 若这两栋建筑物的高度之和是 552 m，分别求这两栋建筑物的高度.

分析 设上海环球金融中心的高度为 x m，则居民楼的高度可以用$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m 表示. 根据这两栋建筑物的高度之和是 552 m，可以列出方程.

解 设上海环球金融中心的高度为 x m，那么居民楼的高度为$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m.

根据题意，可以列出方程

$$x+\frac{1}{6}x-22=552.$$

整理，得 $\frac{7}{6}x=574.$

解得 $x=492.$

居民楼的高度为 $\frac{1}{6}x-22=\frac{1}{6}\times492-22=60$ (m).

答：上海环球金融中心的高度为 492 m，居民楼的高度为 60 m.

有多个未知量时，可以先将其中一个量设为未知数，再根据题意，将其他相关的量用该未知数来表示，并列出方程.

例 6 乐乐做一辆风力小车. 小车的底座是用一根长为 36 cm 的铁丝围成的一个长方形，这个长方形的长比宽的 2 倍少 3 cm. 求这个长方形的宽.

分析 设这个长方形的宽是 x cm，则这个长方形的长可以用 $(2x-3)$ cm 表示. 根据“长方形的周长 $=2\times$(长+宽)”，可以列出方程.

解 设这个长方形的宽为 x cm，则该长方形的长为 $(2x-3)$ cm. 根据题意，可以列出方程

$$2(x+2x-3)=36.$$

整理，得 $2(3x-3)=36.$

$$3x-3=18.$$

$$3x=21.$$

解得 $x=7.$

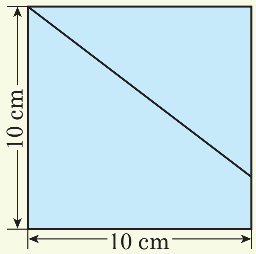
答：这个长方形的宽是 7 cm.

课堂练习 3.3(2)

1. 小海的年龄比爷爷年龄的 $\frac{1}{5}$ 小 2 岁，如果小海和爷爷的年龄之和是 82 岁，那么小海和爷爷各是多少岁？

2. 一个书架分为上、下两层，共有 255 本书. 下层的书比上层的 2 倍多 15 本. 这个书架的上层和下层各有多少本书？

3. 如图，把边长为 10 cm 的正方形分割成一个三角形和一个梯形. 梯形的面积比三角形的面积大 20 cm^2，三角形较短的一条直角边的长是多少？



（第 3 题）

例 7 学校购置了一批电脑用于拓展课的教学，分配给参加拓展课的学生每组一台电脑. 如果每 6 名学生为一组，那么恰好空出 5 台电脑；如果每 4 名学生为一组，那么电脑恰好分完. 问：学校一共购置了多少台电脑？参加拓展课的学生有多少名？

分析 参加拓展课的学生数和电脑数都是未知量，因此可以设学校一共购置了 x 台电脑. 根据每 6 名学生为一组的情况，参加拓展课的学生总数可以表示为 $6(x-5)$ 名. 根据每 4 名学生为一组的情况，参加拓展课的学生总数也可表示为 $4x$ 名. 于是可得方程 $6(x-5)=4x$. 解这个方程，就可以解决这个问题.

解 设学校一共购置了 x 台电脑. 根据题意，可以列出方程

$$6(x-5)=4x.$$

整理，得

$$6x-30=4x.$$

$$2x=30.$$

解得

$$x=15.$$

参加拓展课的学生有 $4x=4\times15=60$（名）.

答：学校一共购置了 15 台电脑，参加拓展课的学生有 60 名.

思考

如果设参加拓展课的学生有 y 名，请列出方程并求解.

在解决应用问题的过程中，往往需要引入适当的未知数，根据题意，列出方程，并求得方程的解.

例 8 一家绿色生态农庄种植玉米和甜瓜，已知玉米种植面积比农庄总种植面积的$\frac{1}{2}$多 3 公顷，甜瓜种植面积比农庄总种植面积的$\frac{1}{3}$少 1 公顷. 问：该农庄种植玉米和甜瓜各多少公顷?

分析 本题所求的两个未知量都与农庄总种植面积有关，因此可先设农庄总种植面积为 x 公顷. 根据题意，玉米种植面积可以表示为 $\left(\frac{1}{2}x+3\right)$ 公顷，甜瓜种植面积可以表示为 $\left(\frac{1}{3}x-1\right)$ 公顷. 根据“玉米种植面积＋甜瓜种植面积＝农庄总种植面积”，可列出方程.

解 设农庄总种植面积为 x 公顷. 根据题意，可以列出方程

$$\frac{1}{2}x+3+\frac{1}{3}x-1=x.$$

整理，得

$$\frac{1}{6}x=2.$$

解得

$$x=12.$$

玉米种植面积为 $\frac{1}{2}x+3=9$（公顷）.

甜瓜种植面积为 $\frac{1}{3}x-1=3$（公顷）.

答：该农庄种植玉米 9 公顷，甜瓜 3 公顷.

课堂练习 3.3(3)

1. 六年级某班的教师和学生去湖边坐游船，为此租了若干条船. 如果每条船坐 9 人，那么恰好需要多租一条船；如果每条船坐 12 人，那么租的这些船恰好坐满. 问：该班租了多少条船? 该班一共有教师和学生多少人?

2. 李老师带了一笔钱去买文具．如果买单价为 18 元的钢笔，钱正好用完；如果改买单价为 6 元的圆珠笔，那么可以多买 8 支，钱也正好用完．问：若全买钢笔，可以买多少支？李老师一共带了多少元？

3. 某学校买了一批短绳．如果每班分 45 根，那么恰好有 2 个班级分不到；如果每班分 30 根，那么恰好分完．问：这个学校一共有几个班？学校买来多少根短绳？

例 9 沪宁高速公路全长约 270 km，一辆轿车和一辆客车分别从上海和南京两地出发，沿沪宁高速公路相向而行．轿车先行 54 km 后，客车再出发．轿车的速度为 100 km/h，客车的速度为 80 km/h．问：客车出发后多久两车相遇？

分析 根据题意，画出示意图（图 3-3-1）．轿车行驶的第一段路程＋轿车行驶的第二段路程＋客车行驶的路程＝两地相距路程．设客车出发后 x h 两车相遇，这里的 x h 也是轿车第二段路程行驶的时间，那么轿车行驶的第二段路程可以用 $100x$ km 表示，客车行驶的路程可以用 $80x$ km 表示．

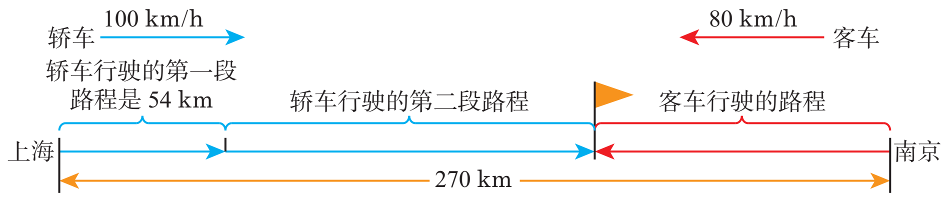


图 3-3-1

解 设客车出发后 x h 两车相遇．根据题意，可以列出方程

$$54+100x+80x=270.$$

整理，得 $$180x=216.$$

解得 $$x=1.2.$$

答：客车出发后 1.2 h 两车相遇．

例 10 一辆客车和一辆轿车先后沿相同道路从上海出发去南京，客车先行 50 km 后轿车出发，客车的速度为 80 km/h，轿车的速度为 100 km/h. 问：经过多久轿车追上客车？

分析 根据题意，画出示意图(图 3-3-2). 客车行驶的第一段路程＋客车行驶的第二段路程＝轿车行驶的路程.

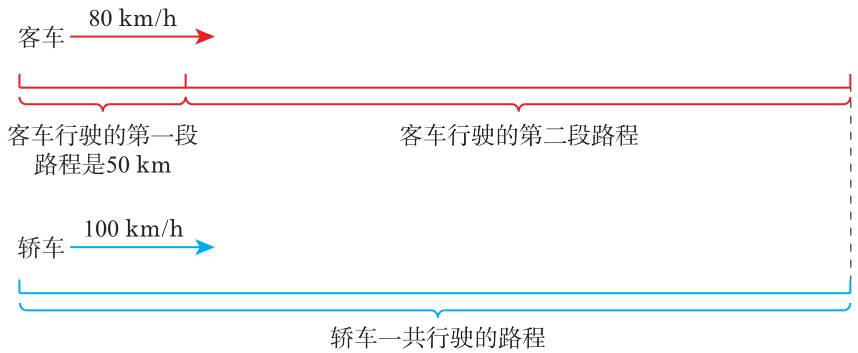


图 3-3-2

解 设经过 x h 轿车追上客车. 根据题意，可以列出方程

$$80x+50=100x.$$

整理，得 $$20x=50.$$

解得 $$x=2.5.$$

答：经过 2.5 h 轿车追上客车.

例 11 小华和妈妈一起包饺子. 小华平均每分钟包 3.5 个饺子，妈妈平均每分钟包 6 个饺子. 小华先包好 50 个饺子后妈妈开始包. 多久后妈妈包的饺子和小华一样多？

分析 设 x min 后妈妈包的饺子和小华一样多，由于小华先包好 50 个饺子后再用 x min 和妈妈一起包饺子，因此小华一共包了 $(50+3.5x)$ 个饺子，妈妈包了 $6x$ 个饺子. 根据小华包的饺子和妈妈包的饺子一样多，可列出方程.

解 设 x min 后妈妈包的饺子和小华一样多. 根据题意，可以列出方程

$$50+3.5x=6x.$$

整理，得 $$2.5x=50.$$

解得 $$x=20.$$

答：20 min 后妈妈包的饺子和小华一样多.

例 12 小华、乐乐在 400 m 长的环形跑道上练习跑步. 已知小华的速度为 180 m/min，乐乐的速度为 220 m/min.

（1）如果两人同时由同一起点反向出发，问：多久后两人第一次相遇?

（2）如果两人同时由同一起点同向出发，问：多久后两人第一次相遇?

分析 设两人出发 x min 后相遇，那么小华跑的路程可以表示为 $180x$ m，乐乐跑的路程可以表示为 $220x$ m. 问题(1)中，乐乐、小华在环形跑道上同时同地反向而行，所以小华跑的路程+乐乐跑的路程=400 m. 问题(2)中，乐乐、小华在环形跑道上同时同地同向而行，乐乐跑得较快，所以乐乐跑的路程−小华跑的路程=400 m.

解 （1）设两人同时由同一起点反向出发，x min 后两人第一次相遇. 根据题意，可以列出方程

$$180x+220x=400.$$

整理，得 $$400x=400.$$

解得 $$x=1.$$

答：如果两人同时由同一起点反向出发，1 min 后两人第一次相遇.

（2）设两人同时由同一起点同向出发，x min 后两人第一次相遇. 根据题意，可以列出方程

$$220x-180x=400.$$

整理，得 $$40x=400.$$

解得 $$x=10.$$

答：如果两人同时由同一起点同向出发，10 min 后两人第一次相遇.

课堂练习 3.3(4)

1. 甲、乙两车分别从相距 480 km 的 A、B 两地同时出发，沿相同道路相向而行，途中甲车休息了 2.5 h，结果乙车出发 5.5 h 后与甲车在途中相遇. 已知乙车的平均速度为 48 km/h，求甲车的平均速度.

2. 小海和乐乐从学校出发沿相同道路去图书馆，小海先行 2 min 后乐乐再出发. 已知乐乐的平均速度为 75 m/min，8 min 后追上小海. 求小海的平均速度.

3. 小华和欢欢练习打字，小华平均每分钟打字 31 个，欢欢平均每分钟打字 38 个. 小华先打了 7 min 后，欢欢才开始打. 问：欢欢打字多久后，两人打的字一样多?

习题 3.3

A

1. 养殖场里鸡和鸭的只数相差 184，鸡的只数比鸭的 3 倍还多 20. 养殖场里鸡和鸭各有多少只?

2. 一个长方形花坛的周长是 48 m，花坛的长是宽的 2 倍. 求这个花坛的长和宽.

3. 甲、乙两人在 400 m 长的环形跑道上练习跑步. 已知甲的平均速度为 200 m/min，乙的平均速度为 220 m/min. 如果两人同时由同一起点反向出发，多久后两人第一次相遇?

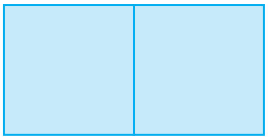
4. 甲、乙两地相距 30 km，一辆轿车和一辆货车分别从甲、乙两地同时沿着同一方向行驶. 已知货车的平均速度是 70 km/h，2 h 后轿车追上了货车. 求轿车的平均速度.

5. 箱子里装有相同个数的网球和羽毛球. 每次取出 7 个网球和 4 个羽毛球，取了若干次后，网球没有了，羽毛球还剩 9 个. 问：一共取了几次? 网球和羽毛球原来各有多少个?

6. 商场一款连衣裙的售价是 350 元，卖出了 3 件. 后来商场搞活动降价 50 元销售，降价后又卖出了 10 件. 活动前后，这款连衣裙共盈利1 450元. 问：这款连衣裙的进货价是多少元？

B

7. 如图，一个长方形正好可以分成两个相同大小的正方形. 已知这个长方形的周长为 20.7 cm，求这个长方形的长和宽.



（第 7 题）

8. 给一群孩子分糖果. 如果每人分 3 颗糖，多 21 颗；如果每人分 5 颗糖，多 3 颗. 问：这群孩子有多少人？糖果有多少颗？

9. 一件工作，甲单独做 4 天可以完成，乙单独做 6 天可以完成. 现在甲、乙两人合作 2 天，余下的工作由乙一个人继续完成. 乙还需要做几天才可以完成全部工作？

◎内容提要

1. 基本概念：方程，方程的解，解方程，一元一次方程.

含有未知数的等式叫作方程. 在方程中，所含的未知数又称为元.

如果未知数所取的某个值能使方程左右两边的值相等，那么这个未知数的值叫作方程的解.

求方程的解的过程叫作解方程.

只含有一个未知数且含有未知数的项是一次项的方程叫作一元一次方程，其一般形式为 $ax+b=0(a\neq0)$.

2. 等式性质：

如果 $a=b$，那么 $a+c=b+c$，$a-c=b-c$.

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$.

如果 $a=b$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}(c\neq0)$.

3. 解一元一次方程的一般步骤：

去括号，移项，合并同类项，把方程整理成 $ax=b(a\neq0)$ 的形式，两边同除以未知数的系数 $a\left(\text{或同乘}\frac{1}{a}\right)$，得到方程的解 $x=\frac{b}{a}$.

4. 在解决实际问题时，可以根据题意，通过引入未知数，列出一元一次方程，并求解方程，从而解决问题.

◎复习题

A

1. 下列方程属于一元一次方程的是 ( )

A. $2x-1$；

B. $x+y=1$；

C. $x^2-2x+1=0$；

D. $5=3-x$.

2. 下列方程中，解为 $x=3$ 的方程是 ( )

A. $2x+1=x-2$；

B. $3x-1=-1\frac{1}{3}$；

C. $\frac{x+9}{3}=2x-6$；

D. $\frac{1}{2}(x+1)=2$.

3. $x=-1$ ________方程 $1-4x=5x+10$ 的解(填“是”或“不是”).

4. 解下列方程：

(1) $1-3x=2x-9$；

(2) $4-2(x+1)=3(x-1)$；

(3) $\frac{2x-1}{3}=\frac{x+3}{4}$；

(4) $\frac{3x+5}{4}-\frac{2x-3}{5}=1$.

5. 学校里买了 50 根跳绳和 15 副羽毛球拍，一共用了 1 075 元. 若每副羽毛球拍的售价是 50 元，则每根跳绳的售价是多少元？

6. 一个梯形花坛的面积是 36 m^2，花坛的下底是上底的 3 倍，高是 5 m. 求这个花坛的上底.

7. 甲、乙两地之间的路程为 470 km，一辆客车和一辆卡车同时从两地出发沿相同道路相向而行，途中客车因加油停了 0.5 h，结果卡车 3.2 h 后与客车在途中相遇. 已知卡车的平均速度为 76 km/h，求客车的平均速度.

B

8. 下列方程变形正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

A. $3x-2=2x+1$ 可变形为 $3x-2x=-1+2$；

B. $3-\frac{x-1}{2}=1$ 可变形为 $6-x-1=2$；

C. $\frac{x}{16}=\frac{4x+5}{8}+2$ 可变形为 $x=2(4x+5)+2$；

D. $3(x-1)-2(x-1)=-x-1$ 可变形为 $x-1=-x-1$.

9. 解下列方程：

（1）$x-\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{4}(x-1)\right]=\frac{2}{3}$；

（2）$\frac{x-7}{4}-\frac{4x+8}{3}=1$；

（3）$x-\frac{1-x}{3}=\frac{x+2}{6}-1$.

10. 已知方程 $3x+5=x-1$ 与关于 x 的方程 $(a+1)(x-3)=6$ 的解相同，求 a 的值.

11. 学校组织秋游，为此租了若干辆大巴. 如果每辆大巴坐 45 人，那么恰好空出 4 辆大巴；如果每辆大巴坐 35 人，那么租的大巴恰好坐满. 问：学校租了多少辆大巴？这次学校去秋游的师生共有多少人？

12. 欢欢和小海一起玩投篮机. 欢欢平均每分钟投出 25 个篮球，小海平均每分钟投出 40 个篮球. 欢欢先投出了 36 个篮球后小海才开始投. 小海投篮几分钟后，他投出的篮球个数和欢欢一样多？

第 4 章

线段与角

在小学阶段，我们已经认识了线段和角. 线段和角是构成几何图形的基本元素. 本章我们将进一步学习如何比较两条线段的长短，如何借助直尺和圆规画图表示线段的和、差、倍等，并用类比的方法学习角的相关问题，从而为后续学习三角形、四边形等内容做好准备.

4.1 线段

1. 点与线

我们生活在一个多样化的图形世界中，夜空中群星璀璨，建筑群呈现出各种形态，道路上行驶着各种类型的交通工具，自然界展现出五彩斑斓的景色……所有这些图像都是由点和线等基本图形组成. 只要我们细心观察，就能发现这个世界充满了各种各样的图形.

点是图形的基本元素之一. 当我们用削尖的铅笔轻轻在纸上点下去时，纸上就会出现一个小小的黑点(图 4-1-1)，这使我们能够形象地理解点的概念. 我们通常用一个大写字母来表示点，就像图 4-1-1 中的点可以记为“点 A”.

图 4-1-1

思考

如图 4-1-2，用铅笔沿着一把直尺的边在纸上连续移动，会画出一个什么图形?

如图 4-1-3，把圆规装有针尖的脚固定在一点上，另一只装有铅笔芯的脚绕着这个点旋转一周，会画出一个什么图形?

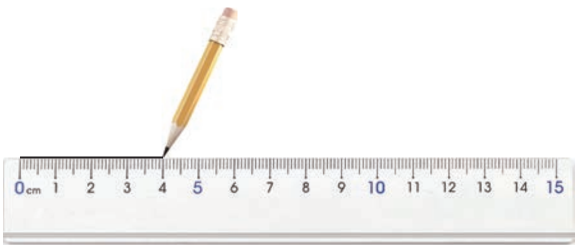


图 4-1-2

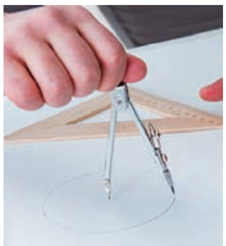


图 4-1-3

在上述过程中，我们可以把铅笔尖看作一个移动的点. 当这个点在纸上移动时，它留下的痕迹形成了一条线，这条线可以是直线，也可以是曲线. 这给我们展现了“点动成线”的直观形象. 通过点的运动，我们可以得到各种形状的线.

在小学阶段，我们已经知道经过一个点可以画无数条直线，经过两个点只能画一条直线，因此我们得到：

经过两点有且只有一条直线.

在直线上任意取两个点，可以用表示这两点的两个大写字母表示这条直线，如图 4-1-4(1)的直线可以记作“直线 AB”或“直线 BA”. 有时为了简便也可以用一个小写字母表示，如图 4-1-4(1)的直线也可以记作“直线 l”.

直线上任意一点及其一侧的部分叫作**射线**. 射线可以用表示它的端点和射线上任意一点(端点除外)的两个字母表示，表示端点的字母要写在前面，如图 4-1-4(2)中的射线记作“射线 AB”.

直线上任意两点间的部分(包括端点)叫作**线段**. 线段可以用表示它的端点的两个大写字母表示，如图 4-1-4(3)中的线段可以记作“线段 AB”或“线段 BA”，也可以用一个小写字母表示，记作“线段 a”.

图 4-1-4

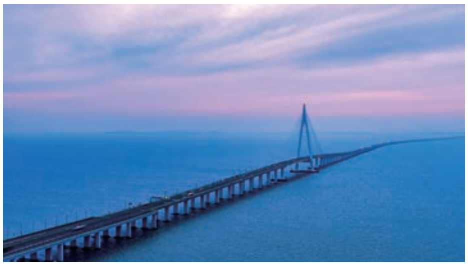
在小学阶段，我们也知道关于线段的基本事实：**两点之间，线段最短.**

如果一条线段的两个端点的位置确定了，那么这条线段的位置就确定了. 这可以简单地表达为两点确定一条以这两点为端点的线段. 因此，我们把连接两点的线段的长度叫作这**两点间的距离**.

例 1 杭州湾跨海大桥位于杭州湾海域，是连接嘉兴市和宁波市的跨海大桥. 图 4-1-5 是上海至杭州和上海至宁波的两条路线示意图，如果把上海、嘉兴、杭州、宁波分别标记为点 A、B、C、D(其中点 A、B、C 在同一直线上)，在杭州湾跨海大桥上取点 E、F，连接 AC、CD、BE、EF 和 FD.

(1) 图中以 A 为端点的线段有哪几条？以 B 为端点的线段有哪几条？

(2) 图中共有几条线段？是哪几条？



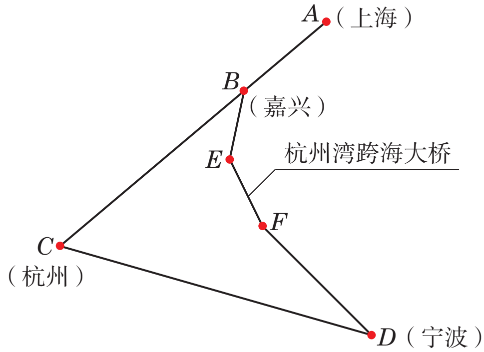


图 4-1-5

解 （1）图中以 A 为端点的线段有 AB、AC，以 B 为端点的线段有 BA、BC 和 BE.

（2）图中有 7 条线段，分别为 AB、AC、BC、CD、BE、EF 和 FD.

在日常生活中，比较两个人的身高时，两人只要并立在平地上就能比较出高矮(图 4-1-6)．如果将该问题抽象为比较两条线段的长短，那么这两条线段移到一起，一端对齐，就可以比较了.

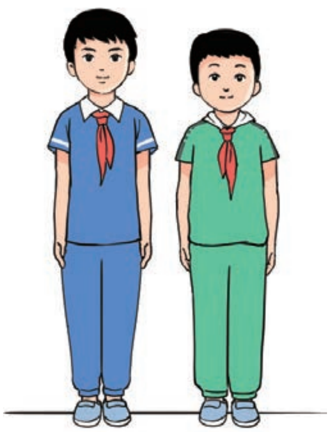
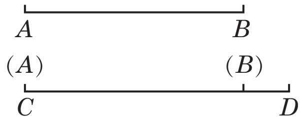
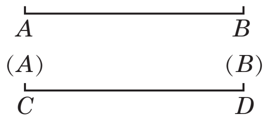
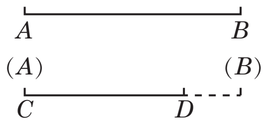


图 4-1-6

任意画两条线段 AB、CD，将线段 AB 移到线段 CD 的位置，使端点 A 与端点 C 重合，且端点 B 在射线 CD 上．端点 B 有以下三种可能的位置情况，如表 4-1 所示.

表 4-1

	图形	点 B 的位置	结论
情况一		点 B 在线段 CD 上（C、D 之间）	线段 AB 比线段 CD 短
情况二		点 B 与点 D 重合	线段 AB 与线段 CD 一样长
情况三		点 B 在线段 CD 的延长线上	线段 AB 比线段 CD 长

线段的度量需要先取单位长度．有了单位长度，线段的长度就可以用一个数来描述长短．一旦单位长度确定，我们就可以用相应的刻度尺对线段进行度量．进一步，线段的长短也可以通过长度来加以比较．

在不产生混淆的前提下，AB（或 a）也可以用以表示线段 AB（或线段 a）的长度．例如，在表 4-1 的结论中，情况一可记为 $AB<CD$，情况二可记为 $AB=CD$，情况三可记为 $AB>CD$．

如果没有刻度尺，我们还可以借助圆规比较两条线段的长短．如图 4-1-7 所示．

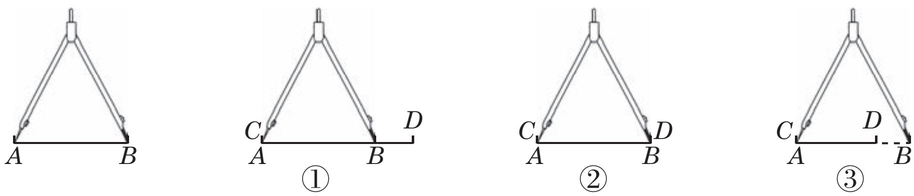


图 4-1-7

例 2 如图 4-1-8，先估计图中线段 a、b 孰长孰短，然后用圆规予以验证.

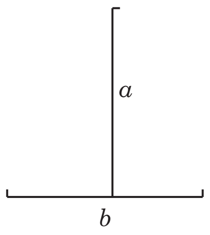


图 4-1-8

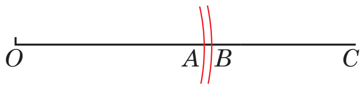


图 4-1-9

解 如图 4-1-9，

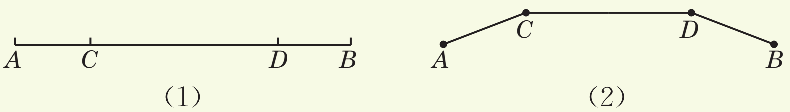
（1）画射线 OC；

（2）在射线 OC 上截取 $OA=a$，截取 $OB=b$.

因为点 B 在线段 OA 的延长线上，所以 $OA<OB$，即 $a<b$.

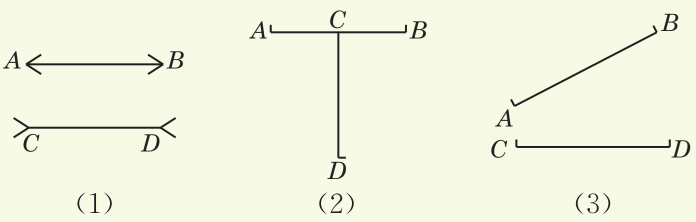
课堂练习 4.1(1)

1. 下面两个图中分别有多少条以 A、B、C、D 为端点的线段？分别把它们都写出来.



（第 1 题）

2. 通过观察比较下列各图中两条线段 AB 与 CD 的长短，并用刻度尺或者圆规验证你的结论.



（第 2 题）

3. 已知线段 AB、CD，且线段 AB 比 CD 长，如果将 CD 移动到 AB 的位置，使点 C 与点 A 重合，点 D 在射线 AB 上，那么点 D 的位置情况怎样？

2. 画线段的和、差与线段的中点

单位长度一旦给定，线段的长度就可以用一个数来表示. 因此，线段的长度可以像数一样做加法、减法运算. 如果一条线段的长度等于另外两条线段长度的和(或差)，那么称这条线段就是另外两条线段的和(或差).

思考

如图 4-1-10，点 A、B、C 在一条直线上. 线段 AB、BC、AC 有怎样的数量关系？

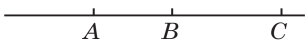


图 4-1-10

线段 AB、BC、AC 有如下的数量关系：

$$AB+BC=AC，AC-BC=AB，AC-AB=BC.$$

思考

如图 4-1-11，点 B、C 在线段 AD 上. 如果线段 AB 与线段 CD 一样长，那么线段 AC、BD 有怎样的关系？为什么？

图 4-1-11

在等式的两边分别加上相等的量，等式仍然成立.

因为 $AB=CD$，所以 $AB+BC=CD+BC$. 所以 $AC=BD$.

我们在小学学过用刻度尺画一条线段等于已知线段. 画一条线段等于两条线段的和或差，可以先用刻度尺量出两条线段的长度，再计算线段的和或差，最后利用刻度尺画.

在没有刻度尺的条件下，我们也可以用直尺和圆规画线段的和与差.

例 3 如图 4-1-12，已知线段 a、b.

(1) 用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a+b$；

(2) 用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a-b$.

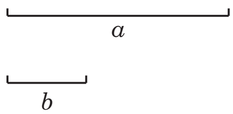


图 4-1-12

解 (1) 如图 4-1-13，

① 画射线 OP；

② 在射线 OP 上顺次截取 $OA=a$，$AB=b$.

线段 OB 就是所要画的线段.

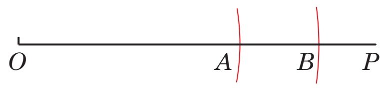


图 4-1-13

（2）如图 4-1-14，

① 画射线 OP；

② 在射线 OP 上截取 $OC=a$，在线段 OC 上截取 $CD=b$.

线段 OD 就是所要画的线段.

为什么 CD 要“倒回”截？还有其他的画法吗？

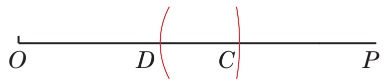


图 4-1-14

从图 4-1-13 可知，线段 OB 的长度就是线段 OA 的长度加上线段 AB 的长度，即有 $OB=OA+AB$. 因为 $OA=a$，$AB=b$，所以 $OB=a+b$.

从图 4-1-14 可知，$OC=a$，$CD=b$，线段 OD 的长度就是线段 OC 的长度减去线段 CD 的长度，即有 $OD=OC-CD$. 因为 $OC=a$，$CD=b$，所以 $OD=a-b$.

如果一条线段 b 是两条线段 a 的和，就说线段 b 是线段 a 的 2 倍，将线段 a 的 2 倍记为 $2a$，则 $b=2a$.

例 4 如图 4-1-15，已知线段 a、b，用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $2a-b$.

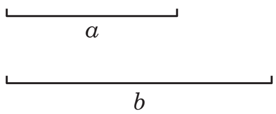


图 4-1-15

解 如图 4-1-16，

① 画射线 OP；

② 在射线 OP 上顺次截取 $OA=a$，$AB=a$；

③ 在线段 OB 上截取 $BC=b$.

线段 OC 就是所要画的线段.

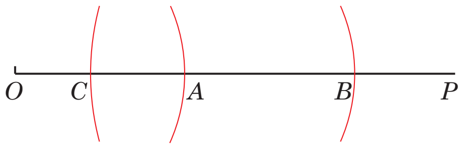


图 4-1-16

如果一条线段 b 是 n 条线段 a 的和，就说线段 b 是线段 a 的 n 倍，或线段 a 是线段 b 的 n 分之一，记作 $b=na$ 或 $a=\frac{b}{n}$. 特别地，将一条线段分成两条相等线段的点叫作这条线段的**中点**.

如图 4-1-17，M 是线段 AB 的中点，那么

$$AM=BM=\frac{1}{2}AB，AB=2AM=2BM.$$

图 4-1-17

例 5 如图 4-1-18，已知一条线段 AB，用刻度尺画出它的中点 C.

图 4-1-18

解 如图 4-1-19，以 1 mm 为单位长度.

① 用刻度尺量出 $AB=40$，计算得 $AC=\frac{1}{2}AB=20$；

② 用刻度尺在线段 AB 上取点 C，使得 $AC=20$.

点 C 就是所要画的线段 AB 的中点.

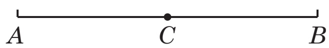


图 4-1-19

例 6 如图 4-1-20，C 是线段 AB 上的一点，D 是线段 AC 的中点. 如果 $AB=10$，$AD=4.5$，求线段 AC、CB 的长.

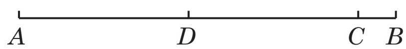


图 4-1-20

解　因为 D 是线段 AC 的中点，所以 $AC=2AD$.

因为 $AD=4.5$，所以 $AC=9$.

因为 $AB=10$，所以 $CB=AB-AC=1$.

课堂练习 4.1(2)

1. 根据所示图形填空.

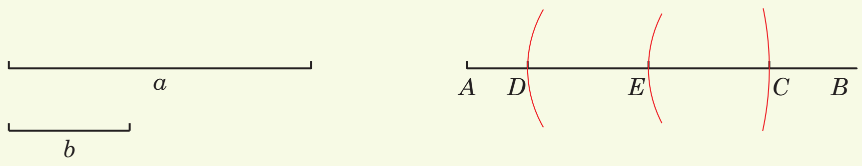
已知线段 a、b，且 $a>2b$，画一条线段，使它等于 $a-2b$.

解：① 画射线________；

② 在射线________上，截取________$=a$；

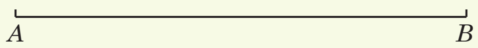
③ 在线段________上，顺次截取________$=$________$=b$.

线段________就是所要画的线段.



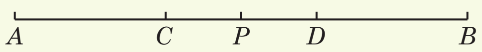
（第 1 题）

2. 如图，将线段 AB 四等分.



（第 2 题）

3. 如图，P 是线段 AB 的中点，点 C、D 把线段 AB 三等分. 已知线段 CP 的长为 1 cm，求线段 AB 的长.

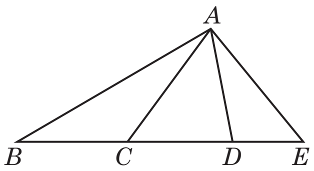


（第 3 题）

习题 4.1

A

1. 如图，以 A 为一端点的线段有几条？是哪几条？以 B 为一端点的线段呢？

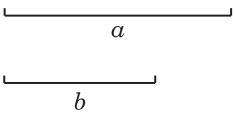


（第 1 题）

（第 2 题）

2. 如图，要把一根挂衣帽的挂钩架水平固定在墙上，至少要钉几个钉子？为什么？

3. 如图，已知线段 a、b，画图并回答问题.



（第 3 题）

（1）用直尺和圆规画图：

① 画线段 AB，使得 $AB=2a-2b$；

② 画线段 CD，使得 $CD=2(a-b)$.

（2）比较(1)中的线段 AB、CD 的长度.

4. 如图，已知线段 AB，画图并回答问题.

（第 4 题）

（1）利用直尺和圆规，按下列说法画图：

① 在线段 AB 的延长线上取点 C，使得 $BC=AB$；

② 再在线段 BA 的延长线上取一点 D，使得 $DA=2AB$.

（2）在(1)的基础上，回答下列问题：

① 线段 AC 等于线段 AB 的几倍？

② 线段 AB 等于线段 DB 的几分之几？

③ 线段 DB 等于线段 DC 的几分之几？

B

5. 如图，已知 M 是线段 AB 的中点，点 N 在线段 MB 上，$MN=\frac{3}{5}AM$. 如果 $MN=3$，求 AB 的长.

（第 5 题）

6. 已知 A、B、C 三点在同一直线上，如果 $BC=2AB$，D 是 AC 的中点，$BD=21$，求 BC 的长.

4.2 角

1. 角及其度量

与点、线一样，角也是构成平面图形的基本要素，我们将进一步探究角的相关知识.

在生活中，钟表上的时针和分针，圆规张开的两脚，都展现出角的形象，如图 4-2-1 所示.

图 4-2-1

在小学阶段，我们已经知道，**角**是具有公共端点的两条射线组成的图形. 我们也可以把角看成由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形. 射线从初始位置转动到终止位置所经过的部分称为角的内部. 通常角的内部用不带箭头或带箭头的弧线表示，如图 4-2-2 所示. 涂色部分是角的外部.

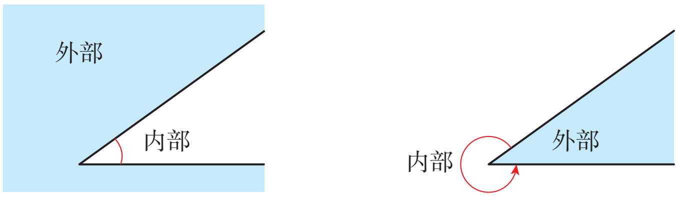


图 4-2-2

一条射线 OA 由初始位置绕着它的端点 O 旋转到终止位置，得到射线 OB. 如图 4-2-3(1)，当射线 OB 和射线 OA 呈一条直线时，所成的角叫作**平角**；如图 4-2-3(2)，当射线 OB 与射线 OA 重合时，所成的角叫作**周角**.

（1）平角　　（2）周角

图 4-2-3

角通常有以下三种表示方法：

（1）用三个大写字母表示，如图 4-2-4(1)中的角可以表示成$\angle AOB$或$\angle BOA$，图 4-2-4(2)中的三个角可以表示成$\angle AOB$、$\angle BOC$和$\angle AOC$．当以某一点为顶点的角只有一个时，这个角也可以用表示这个点的字母来表示．如图4-2-4(1)的$\angle AOB$也可以记作$\angle O$，但是 4-2-4(2)中的三个角均不能记作$\angle O$．

（2）用一个小写的希腊字母表示，如α、β、γ等．如图 4-2-4(2)，$\angle AOB$和$\angle BOC$可以分别记作$\angle\alpha$和$\angle\beta$(或α和β)．

> α 读作“/ˈælfə/”，β 读作“/ˈbeiːtə/”，γ 读作“/ˈgæmə/”．

（3）用一个数字表示，如 1、2、3 等．如图 4-2-4(3)，$\angle AOB$和$\angle BOC$可以分别记作$\angle 1$和$\angle 2$．

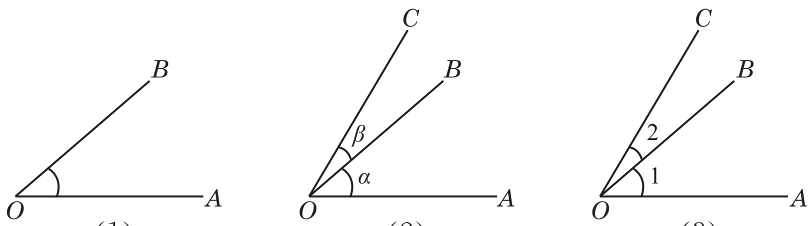


图 4-2-4

在不产生混淆的前提下，表示角的符号亦可以表示角的大小．

如图 4-2-3(2)所示的$\angle AOB$为周角．把周角分成 360 等份，取一份作为一个单位，称为一度，记作1°．因此周角为360°．如图 4-2-3(1)所示的平角是周角的一半，因此平角为180°．角的两边互相垂直形成直角，直角为90°．

> 本章中所说的角，除了平角、周角外，未加说明的角是指小于平角的角．

1 周角$=$2 平角$=360^\circ$；1 平角$=$2 直角$=180^\circ$．

量角器是度量角的一个重要工具. 通过量取两个角的度数，就可以比较两个角的大小.

与计量时间的时、分、秒一样，角的度、分、秒也是 60 进制的.

把 1°分成 60 等份，每一份是一**分**，记作 $1'$；把 $1'$分成 60 等份，每一份是一**秒**，记作 $1''$.

$1^\circ=60'$，$1'=60''$.

$48^\circ56'37''$读作 48 度 56 分 37 秒.

以度、分、秒为单位的角的度量制叫作**角度制**.

例 1 计算(结果用度、分、秒表示)：

(1) $54^\circ18'+35^\circ45'$；

(2) $25^\circ18'31''+35^\circ42''$；

(3) $180^\circ-(35^\circ18'+62^\circ56')$.

解 (1) $54^\circ18'+35^\circ45'=89^\circ+63'=90^\circ3'$.

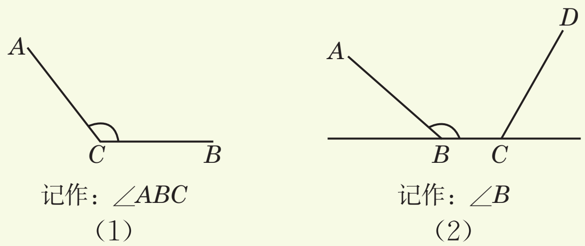
> $18'+45'=63'$.
> 因为 $1^\circ=60'$，
> 所以 $63'=1^\circ3'$.

(2) $25^\circ18'31''+35^\circ42''=60^\circ+18'+73''=60^\circ19'13''$.

(3) $180^\circ-(35^\circ18'+62^\circ56')=180^\circ-(97^\circ+74')=180^\circ-98^\circ14'=81^\circ46'$.

课堂练习 4.2(1)

1. 观察下列图形及其标记，指出角的记法的错误，然后加以改正.



(第 1 题)

2. 计算(结果用度、分、秒表示)：

(1) $37^\circ28'+44^\circ49'$；　　(2) $108^\circ18'-52^\circ30''$；

(3) $15^\circ32'52''+66^\circ25'37''$；　　(4) $90^\circ-53^\circ38'$.

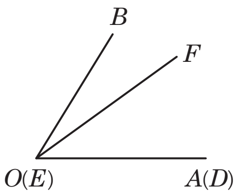
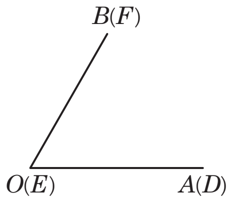
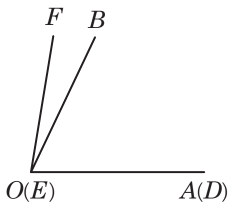
2. 角的比较与应用

在不借助量角器的前提下，我们也可以类似线段的比较方法来比较两个角的大小．移动一个角，使它的顶点和一条边分别与另一个角的顶点和一条边重合，两个角的另一条边都落在重合的边的同侧，再观察“两个角的另一条边”的位置情况，以比较其大小．

讨论

任意画两个角$\angle AOB$、$\angle DEF$(均小于180°)，移动$\angle DEF$，使顶点E与顶点O重合，边ED与边OA重合，边EF与边OB在重合的边的同侧．这时EF对于$\angle AOB$而言，有几种可能的位置关系？请完成下列表格(表 4-2)．

表 4-2

	图形	EF 对于$\angle AOB$的位置	符号表示
情况一		边EF在$\angle AOB$的内部	记作：$\angle DEF<\angle AOB$ (或$\angle AOB>\angle DEF$)
情况二			
情况三			

思考

如图 4-2-5，填空：

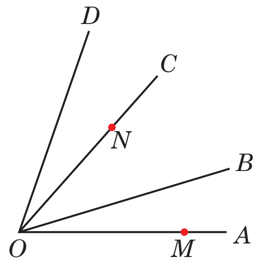


图 4-2-5

(1) 比较角的大小：

因为 OB 和 OB 是公共边，边________在 $\angle BOD$ 的内部，所以 $\angle BOC$________$\angle BOD$；

因为 OA 和 OA 是________，边 OC 在 $\angle AOB$ 的________，所以 $\angle AOC$________$\angle AOB$.

(2) 确定角的边的位置：

因为 OC 和 OC 是公共边，$\angle BOC<\angle AOC$，所以边 OA 在 $\angle BOC$ 的________；

因为边 OM 与边________重合，$\angle MON=\angle AOC$，所以边 ON 与边________重合.

还记得图 4-2-6 中所示的日常生活中经常用到的四个方向吗？例如，太阳从东方升起，明天北风 4～5 级等. 实际上，仅有这四个方向是不够用的. 例如，航海时只用这四个方向，船是无法准确航行的. 该如何准确描述方向呢？可以正北、正南方向为基准，用角度来描述物体的方向，如“北偏东 30°”“南偏西 25°”. 这种表示方向的角，在航行、测绘等工作中经常用到.

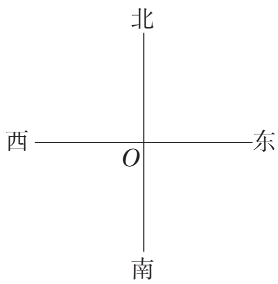


图 4-2-6

例 2 已知上海天文馆在人民广场的南偏东 50° 的方向．如图 4-2-7，射线 OE、OS、OW、ON 分别表示东、南、西、北方向，射线 OA 表示北偏东 30° 方向．如果用点 O 表示人民广场，画出从人民广场到上海天文馆方向的射线 OB．

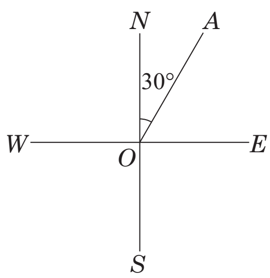


图 4-2-7

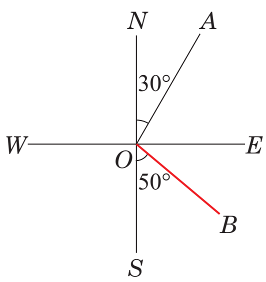


图 4-2-8

解 如图 4-2-8，在 $\angle SOE$ 的内部，以 O 为顶点，OS 为一边，画 $\angle SOB=50^\circ$，另一边 OB 就是表示从人民广场到上海天文馆方向的射线（即南偏东 50° 方向的射线）．

课堂练习 4.2(2)

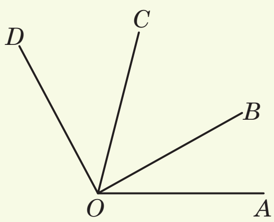
1. 对于如图所示的各个角，用“>”“<”或“=”填空：

（1）$\angle AOB$________$\angle AOC$；

（2）$\angle DOB$________$\angle BOC$；

（3）$\angle BOC$________$\angle AOD$；

（4）$\angle AOD$________$\angle BOD$．



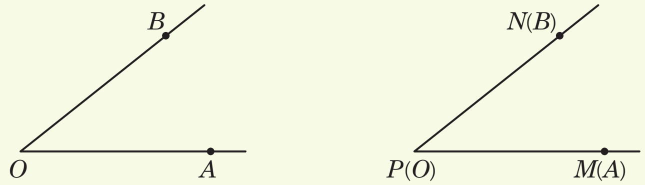
（第 1 题）

2. 根据图形填空：

将 $\angle AOB$ 移动到 $\angle MPN$，使点 O 与点________重合，边 OA 与边________重合，OB 与 PN 都在 PM 的同侧．

因为 $\angle AOB=\angle MPN$，所以边 OB 与边________重合．

因为线段 $OB=PN$，所以点________与点________重合．



（第 2 题）

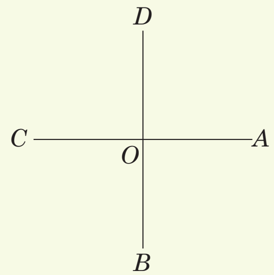
3. 如图，射线 OA、OB、OC、OD 分别表示东、南、西、北方向，试画出点 E、F、G、H 的位置：

（1）点 E 在点 O 的正北方向，与点 O 相距 1 cm；

（2）点 F 在点 O 的北偏东 30°方向，与点 O 相距 2 cm；

（3）点 G 在点 O 的西南方向（南偏西 45°），与点 O 相距 1.5 cm；

（4）点 H 在点 O 的南偏东 50°方向，与点 O 相距 2 cm.



（第 3 题）

3. 画角的和、差与角的平分线

类似于线段的和、差，如果一个角的度数等于另外两个角的度数之和（或差），那么称这个角就是另外两个角的和（或差）.

问题 1 如图 4-2-9，射线 OC 在$\angle AOB$ 的内部，图中有几个角？它们之间有什么数量关系？

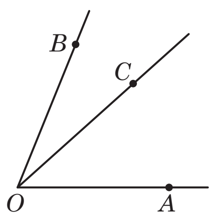


图 4-2-9

图中有$\angle AOC$、$\angle COB$、$\angle AOB$共3个角，它们有如下数量关系：

$$\angle AOC+\angle COB=\angle AOB;$$
$$\angle AOB-\angle AOC=\angle COB;$$
$$\angle AOB-\angle COB=\angle AOC.$$

思考

如图4-2-10，如果$\angle AOB=\angle COD$，那么$\angle AOC$和$\angle BOD$有怎样的关系？为什么？

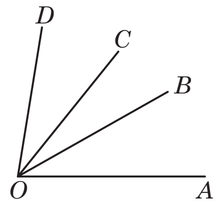


图 4-2-10

因为$\angle AOB=\angle COD$，所以

$$\angle AOB+\angle BOC=\angle COD+\angle BOC.$$

所以$\angle AOC=\angle BOD$.

> 在等式的两边分别加上相等的量，等式仍然成立.

我们知道，用一副三角尺可以直接画出30°、45°、60°、90°的角，利用角的和、差意义，也可以画出75°、15°等角（图4-2-11）.

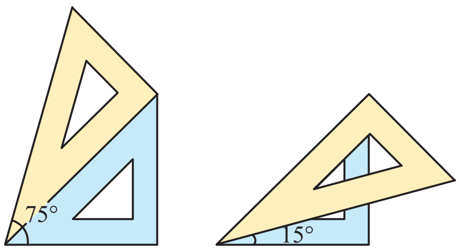


图 4-2-11

我们可以用量角器画0°～180°的角，还学过用量角器画一个角等于已知角，那么如何画角的和、差呢？

例 3 如图 4-2-12，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$（$\angle\alpha>\angle\beta$）.

（1）用量角器画一个角，使它等于$\angle\alpha+\angle\beta$；

（2）用量角器画一个角，使它等于$\angle\alpha-\angle\beta$.

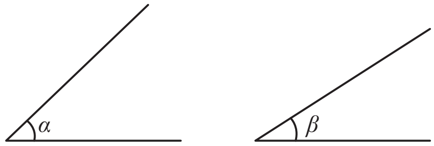


图 4-2-12

解 （1）如图 4-2-13，

① 用量角器画$\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在$\angle ABC$ 的外部用量角器画$\angle CBD=\angle\beta$.

$\angle ABD$ 是所要画的角.

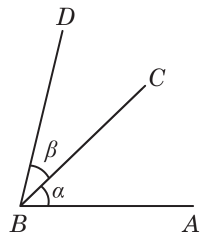


图 4-2-13

（2）如图 4-2-14，

① 用量角器画$\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在$\angle ABC$ 的内部用量角器画$\angle CBD=\angle\beta$.

$\angle ABD$ 是所要画的角.

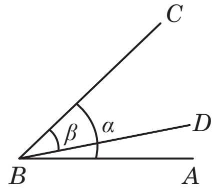


图 4-2-14

画两角的和或差，也可以先用量角器分别量出两角的度数，计算两角的度数的和或差后，再利用量角器画.

如果$\angle\alpha$ 是 n 个$\angle\beta$ 的和，那么我们就说$\angle\alpha$ 是$\angle\beta$ 的 n 倍或$\angle\beta$ 是$\angle\alpha$ 的 n 分之一，记作$\angle\alpha=n\angle\beta$ 或$\angle\beta=\dfrac{1}{n}\angle\alpha$.

例 4 如图 4-2-15，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$，画一个角，使它等于 $2\angle\alpha-\angle\beta$.

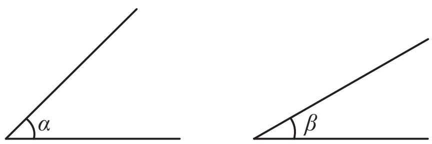


图 4-2-15

解 如图 4-2-16，

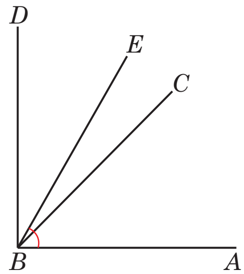


图 4-2-16

① 用量角器画 $\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在 $\angle ABC$ 的外部用量角器画 $\angle CBD=\angle\alpha$；

③ 以 B 为顶点，射线 BD 为一边，在 $\angle ABD$ 的内部用量角器画 $\angle DBE=\angle\beta$.

$\angle ABE$ 就是所要画的角.

线段的中点将线段分成相等的两个部分，那么一个角也可以分成相等的两部分吗？

操作

如图 4-2-17，用纸片任意剪一个角，折叠这张纸片，使这个角的两边叠在一起，再展开，可以看到什么？

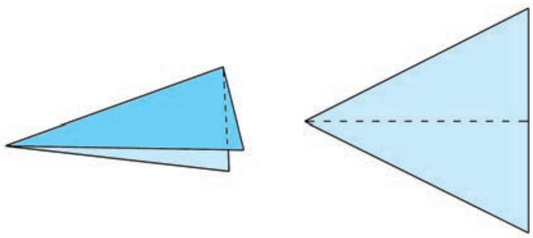


图 4-2-17

从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫作这个**角的平分线**.

如图 4-2-18，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，也可以说 OC 平分 $\angle AOB$.

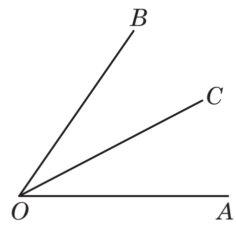


图 4-2-18

这时，有 $\angle AOC=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB$，或 $\angle AOB=2\angle AOC=2\angle BOC$.

例 5 如图 4-2-19，已知 $\angle ABC$，画出它的平分线.

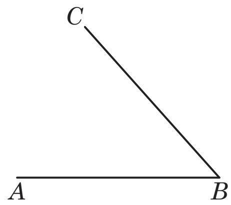


图 4-2-19

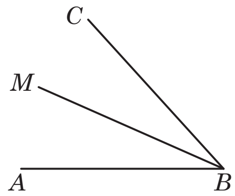


图 4-2-20

解 如图 4-2-20，

① 用量角器量得 $\angle ABC=48°$，所以 $\frac{1}{2}\angle ABC=24°$；

② 以 B 为顶点，射线 BA 为一边，在 $\angle ABC$ 的内部用量角器画 $\angle ABM=24°$. 射线 BM 就是所要画的 $\angle ABC$ 的平分线.

例 6 如图 4-2-21，$\angle ABC=90°$，$\angle CBD=30°$，BP 平分 $\angle ABD$. 求 $\angle ABD$ 和 $\angle ABP$ 的度数.

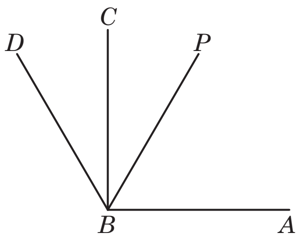


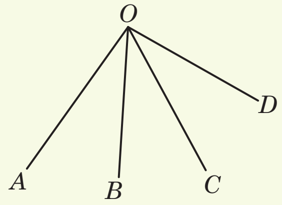
图 4-2-21

解 因为 $\angle ABC=90°$，$\angle CBD=30°$，又因为 $\angle ABD=\angle ABC+\angle CBD$，所以 $\angle ABD=90°+30°=120°$.

因为 BP 平分 $\angle ABD$，所以 $\angle ABP=\frac{1}{2}\angle ABD=60°$.

课堂练习 4.2(3)

1. 根据图形填空：



（第 1 题）

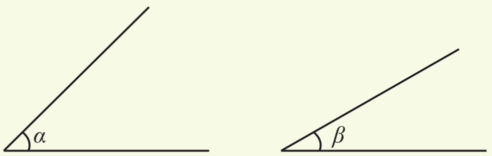
（1）$\angle AOD=\angle AOC+$________；

$\angle AOD=$________$+\angle BOD$；

$\angle AOD=$________$+\angle BOC+$________.

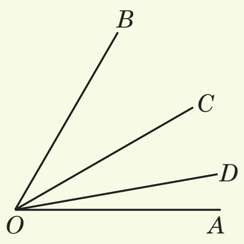
（2）如果$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$，那么$\angle AOD=3$________.

2. 如图，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$，用量角器画两个角，使它们分别等于$2\angle\alpha+\angle\beta$和$3\angle\beta-\angle\alpha$.



（第 2 题）

3. 如图，OC是$\angle AOB$的平分线，OD是$\angle AOC$内的一条射线，$\angle BOC=30°$，$\angle AOD=10°$. 求$\angle BOD$的度数.



（第 3 题）

4. 余角、补角

问题 2 如图 4-2-22，我们所用的一副三角尺中，每把都有一个角是 90°，同一把三角尺的两个锐角存在着怎样的数量关系？

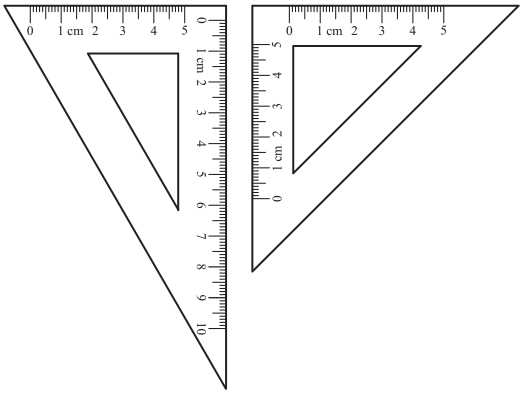


图 4-2-22

操作

画一个直角三角形，用量角器量出这个直角三角形的两个锐角的度数．这两个锐角有什么数量关系？

如果两个角的和等于 90°，就说这两个角互为余角，简称互余，其中一个角称为另一个角的**余角**.

如果两个角的和等于 180°，就说这两个角互为补角，简称互补，其中一个角称为另一个角的**补角**.

例 7 已知一个角的补角是这个角的余角的 3 倍，求这个角的度数.

分析 根据题意，得“这个角的补角 $=3\times$ 这个角的余角”，因此可以设这个角为 $x°$，建立关于 x 的一元一次方程求解.

解 设这个角为 $x°$. 根据题意，得

$$180-x=3(90-x).$$

解得

$$x=45.$$

所以，这个角为 45°.

思考

如果$\angle 1$和$\angle 2$互为余角，$\angle 3$和$\angle 2$互为余角，那么$\angle 1$和$\angle 3$有什么关系？为什么？

如果$\angle \alpha$和$\angle \beta$互为补角，$\angle \gamma$和$\angle \beta$互为补角，那么$\angle \alpha$和$\angle \gamma$有什么关系？为什么？

因为$\angle 1+\angle 2=90^\circ$，$\angle 3+\angle 2=90^\circ$，所以

$$\angle 1=90^\circ-\angle 2，\angle 3=90^\circ-\angle 2.$$

所以$\angle 1=\angle 3$.

因为$\angle \alpha+\angle \beta=180^\circ$，$\angle \gamma+\angle \beta=180^\circ$，所以

$$\angle \alpha=180^\circ-\angle \beta，\angle \gamma=180^\circ-\angle \beta.$$

所以$\angle \alpha=\angle \gamma$.

我们得出：

同角（或等角）的余角相等；
同角（或等角）的补角相等.

例 8 如图 4-2-23，点 A、O、B 在同一直线上，射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$和$\angle BOC$. 在图中找出$\angle COE$的余角.

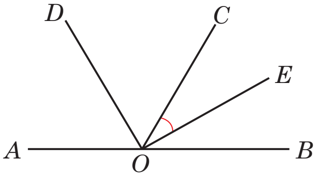


图 4-2-23

解 点 A、O、B 在同一条直线上，

$$\angle AOC+\angle BOC=180^\circ.$$

因为射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$和$\angle BOC$，所以

$$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC，\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC，$$

所以 $$\angle COD+\angle COE=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle BOC)=90^\circ.$$

所以$\angle COD$和$\angle COE$互为余角.

因为射线 OD 平分$\angle AOC$，所以$\angle COD=\angle AOD$，所以$\angle AOD$和

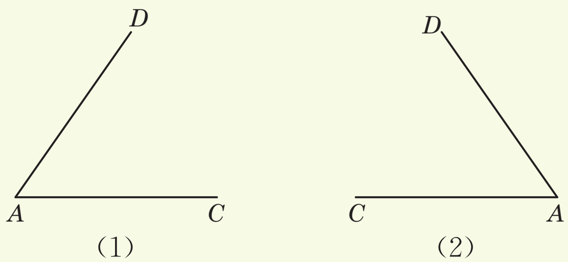
$\angle COE$ 互为余角.

所以，$\angle COE$ 的余角有 $\angle COD$、$\angle AOD$.

课堂练习 4.2(4)

1. (1) 在图(1)中画射线 AB，使 $\angle BAC$ 与 $\angle CAD$ 互余；

(2) 在图(2)中画射线 AE，使 $\angle EAC$ 与 $\angle CAD$ 互补.



(第 1 题)

2. 已知一个角的补角比它的余角的 2 倍大 $35°$，求这个角的度数.

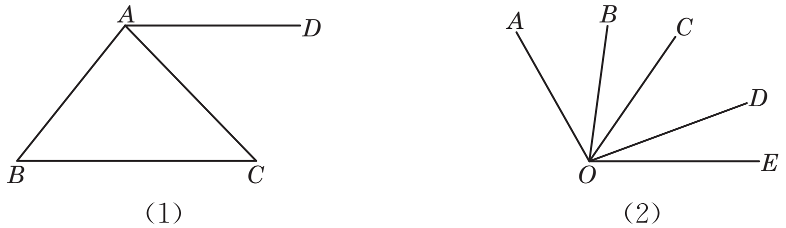
3. 已知 $\angle 1$ 的度数是 $\angle 2$ 的度数的 $\frac{2}{3}$，且 $\angle 2$ 的补角比 $\angle 1$ 的余角的 3 倍大 $15°$. 求 $\angle 1$ 的度数.

习题 4.2

A

1. (1) 在图(1)中，用数字 1、2、3、4 分别标注 $\angle DAC$、$\angle CAB$、$\angle ABC$、$\angle ACB$；

(2) 在图(2)中，分别用 α、β、γ 标注 $\angle AOC$、$\angle DOE$、$\angle COD$.

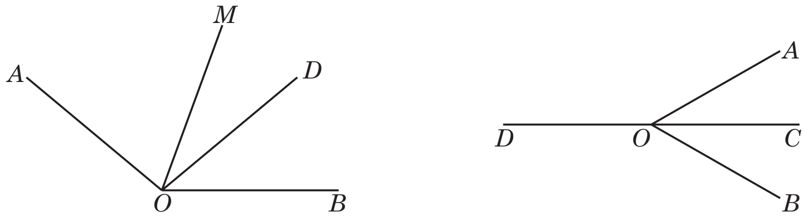


(第 1 题)

2. 填空题：

（1）如图(1)，OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，$\angle AOB=140^\circ$，$\angle AOD=100^\circ$，那么 $\angle DOM=$______°；

（2）如图(2)，直线 CD 经过点 O，OC 平分 $\angle AOB$，那么 $\angle AOD$______$\angle BOD$（填“>”“=”或“<”），理由是______________________.



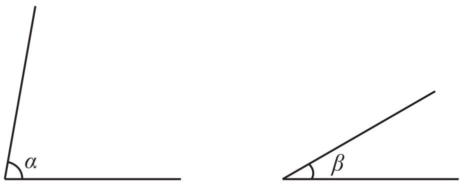
(1)　　　　　　(2)

（第 2 题）

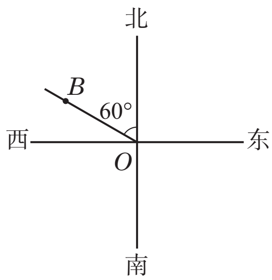
3. 如图，已知 $\angle\alpha$ 及 $\angle\beta$（$\angle\alpha>2\angle\beta$）.

（1）利用量角器画 $\angle AOB$，使 $\angle AOB=\angle\alpha-2\angle\beta$；

（2）画 $\angle AOB$ 的平分线 OC.



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 图中点 O 表示景点甲的位置，点 B 表示景点乙的位置. 如果景点丙在景点甲的西南方向，且在景点乙的正南方向，试在图中确定景点丙的位置（用点 C 表示）.

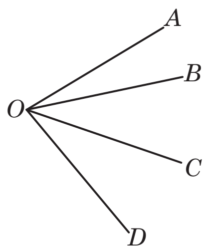
5. 计算（结果用度、分、秒表示）：

（1）$48^\circ19'+67^\circ21'$；

（2）$49^\circ28'52''-25^\circ30'49''$；

（3）$180^\circ-23^\circ33'+65^\circ45'$.

6. 如图，已知$\angle AOD=81^{\circ}$，OC 平分$\angle BOD$，$\angle AOB=(x+8)^{\circ}$，$\angle COD=(3x-2)^{\circ}$. 求$\angle AOB$ 的度数和$\angle COD$ 的补角的度数.



（第 6 题）

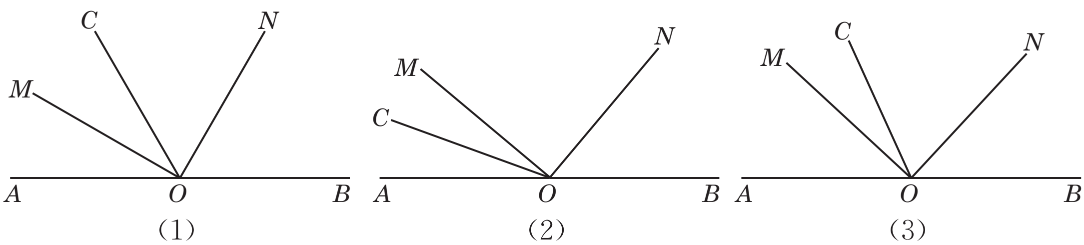
B

7. 已知 O 是直线 AB 上一点，$\angle MON=90^{\circ}$，OC 是以 O 为顶点的一条射线.

（1）如图(1)，如果 ON 平分$\angle BOC$，$\angle BON=60^{\circ}$，求$\angle COM$ 的度数；

（2）如图(2)，如果 OC 平分$\angle AOM$，$\angle BON$ 比$\angle COM$ 大 30°，求$\angle COM$ 的度数；

（3）如图(3)，如果 OC 平分$\angle AON$，试判断$\angle BON$ 与$\angle COM$ 的数量关系，并说明理由.



（第 7 题）

◎内容提要

1. 基本概念：线段，两点间的距离，线段的中点，射线，角，角平分线.

连接两点的线段的长度叫作两点间的距离.

将一条线段分成两条相等线段的点叫作这条线段的中点.

角是具有公共端点的两条射线组成的图形.

角也可以看成由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形.

从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫作角的平分线.

2. 比较大小：

比较两条线段的长短：直接比或者度量.

比较两个角的大小：直接比或者度量.

3. 画图：

画一条线段等于已知线段，画线段的和、差、倍，画一条线段的中点.

画一个角等于已知角，画角的和、差、倍，画一个角的平分线.

4. 基本事实或结论：

经过两点有且只有一条直线.

两点之间，线段最短.

同角（或等角）的余角相等.

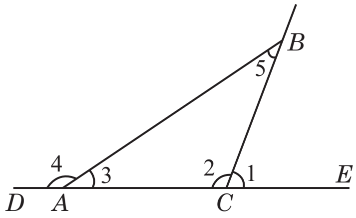
同角（或等角）的补角相等.

◎复习题

A

1. 将图中的角用不同方法表示出来，并填写下表：

$\angle 1$		$\angle 3$	$\angle 4$	
	$\angle BCA$			$\angle ABC$

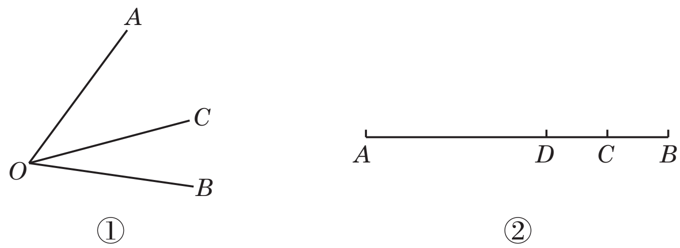


（第 1 题）

2. (1) 如果$\angle\alpha=39°21'$，那么$\angle\alpha$ 的补角为________；

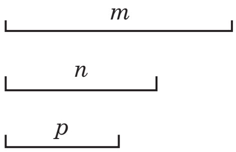
(2) 如图①，已知$\angle AOB=62°$，$\angle BOC=23°18'$，那么$\angle AOC=$________；

(3) 如图②，如果 $BD=16$ mm，$BD=\frac{2}{5}AB$，C 是线段 BD 的中点，那么 $AC=$________ mm.

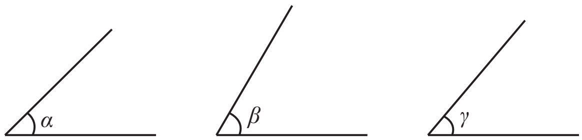


（第 2 题）

3. 如图，已知线段 m、n、p，用直尺和圆规画线段 AB，使得 $AB=m+n-2p$.



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，已知 $\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$，用量角器画 $\angle AOB$，使得 $\angle AOB=2\angle\alpha+\angle\beta-\angle\gamma$（$\angle\gamma<\angle\beta$）.

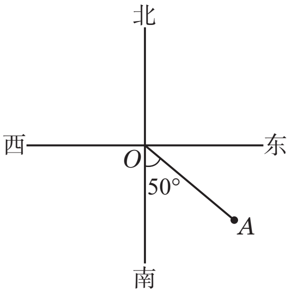
5. 计算（结果用度、分、秒表示）：

（1）$90°-28°16'18''$；（2）$34°23'16''+125°51'19''$.

6. 如图，货轮 O 在航行过程中，测得灯塔 A 在它的南偏东 50°方向上. 同时，测得客轮 B 和海岛 C 分别在货轮 O 的北偏东 60°方向上和西北（北偏西 45°）方向上.

（1）在图中分别画出客轮 B 和海岛 C 方向的射线；

（2）另一货轮 D 在平面上组成的 $\angle AOD$ 与 $\angle AOB$ 互为补角，请画出货轮 D 方向的射线并写出其所在的方向.



（第 6 题）

B

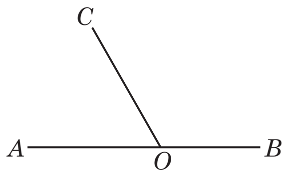
7. 已知点 A、B、C 在同一条直线上，$AB=10$ cm，$AC=8$ cm，点 M、N 分别是 AB、AC 的中点. 求线段 MN 的长.

8. 如图，已知点 O 为直线 AB 上一点，过点 O 画射线 OC，$\angle BOC=120°$.

（1）求 $\angle AOC$ 的度数；

（2）过点 O 画射线 OD，使 $\angle COD=90°$，画 $\angle AOC$ 的平分线 OM，求 $\angle MOD$ 的度数；

（3）在（2）的条件下，画一条射线 OP，使 $\angle BOP$ 与 $\angle AOM$ 互余，并求 $\angle COP$ 的度数.



（第 8 题）

综合与实践

你的膳食健康吗？

上海一日游计划制订

你的膳食健康吗?

中国营养学会 2022 年发布了《中国学龄儿童膳食指南(2022)》，其中 11～13 岁年龄段的平衡膳食标准如图 1 所示.

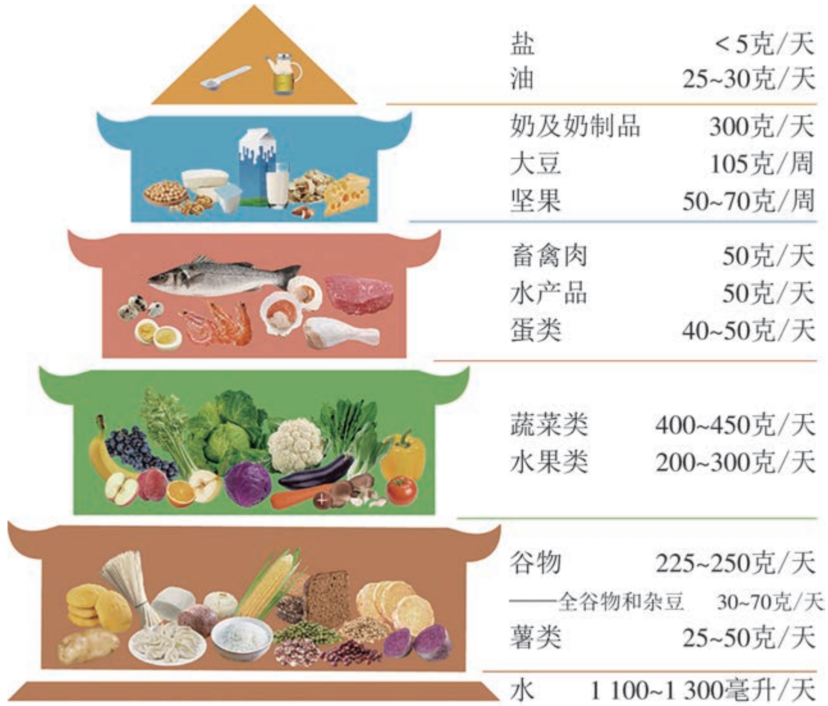


图 1 11～13 岁学龄儿童平衡膳食宝塔

以上数据有助于我们合理搭配膳食，既保证营养，又可以使得身体更健康.

◎ 课前准备 记录膳食情况

请同学们记录自己某天三餐所食用的全部饭菜和其他时间的进食情况，将信息填入表 1(行不够可以添加).

表 1 一天用餐情况记录表

姓名：	日期：	
时间	食物名称（如米饭、红烧肉等）	数量（单位：碗/杯/块/个/……）
早餐		
午餐		
晚餐		
其他		

活动 1 分析膳食结构

（1）请根据图 1 中提供的食物种类和数量，重新整理表 1 中的各项信息和数据，填入表 2. 如有疑问，可查阅资料或咨询他人.

表 2 用餐食物种类记录表

姓名：	日期：	
食物种类	具体食物（指出来自哪餐的食物）	具体数量（单位：g 或 mL）
水		
谷物		
薯类		
蔬菜类		
水果类		

（续表）

食物种类	具体食物（指出来自哪餐的食物）	具体数量（单位：g 或 mL）
畜禽肉		
水产品		
蛋类		
奶及奶制品		
大豆		
坚果		

（2）小组讨论.

组内同学交换食物种类记录表，分别为其他同学计算食物数量与膳食宝塔的标准数据的差异，将数据填入表 3. 如果比标准数据多，用正数表示；如果比标准数据少，用负数表示. 进一步，对照膳食宝塔标准，判断同学们一天的膳食情况是否合理，若不合理，相互给出建议，保证健康饮食.

表 3　与平衡膳食宝塔标准数据的对照表

姓名：	日期：
食物种类	用正数或负数表示与标准数据的差异
水	
谷物	
薯类	
蔬菜类	
水果类	
畜禽肉	
水产品	
蛋类	
奶及奶制品	

（续表）

食物种类	用正数或负数表示与标准数据的差异
大豆	
坚果	
膳食合理吗？你的建议是什么？	

活动 2 制订一天的健康食谱

（1）请每名同学根据自己的饮食习惯，结合膳食宝塔标准，制订一天的健康食谱，并将具体信息填入表 4.

表 4 一天健康膳食食谱表

姓名：	日期：	
时间	食物名称	所含食物种类与数量
早餐		
午餐		
晚餐		
其他		

（2）分组交流以上食谱. 再次进行活动 1，重新填写表 2 和表 3，比比谁的食谱更健康.

拓展活动

请同学们根据自己的饮食习惯，结合膳食宝塔标准，制订一周的健康食谱.

上海一日游计划制订

我们生活的城市——上海，既是我国的经济和金融中心，又是一座旅游城市，有着深厚的近代城市文化底蕴和众多历史古迹．在上海，可以踏访名人旧居、走进博物馆，也可以游览水乡古镇，感受江南的生活气息．

活动 1　班级半日游预算制订

秋高气爽时节，班级计划组织一次学校附近 A 景区的半日游玩活动，班主任老师把预算制订工作交给了你．你所在的班级共有学生 a 名（$35<a<40$），一同前往的教师有 3 位．

费用项目 1　交通费

从学校到 A 景区有三种交通方式，相应费用和用时如表 1 所示：

表 1

交通方式	所用时间/min	费用/(元/人)
步行	60	0
包车	20	6
地铁	30	3

问题 1　请根据表 1 中的数据，选择你认为最合适的出行方式，并说明理由．

费用项目 2　景区门票

A 景区的门票购买细则如表 2 所示：

表 2

类别		单价/元	购票说明
个人票	成人	20	18 周岁及以上
	学生	10	以小学或中学的学生证为准
	学龄前	0	不超过 6 周岁
团体票	30 人及以上	12	整个团体成员都须买票

问题 2　请根据表 2 中的数据，选择你认为最合适的购票方式，并说明理由.

费用项目 3　游船票

A 景区里的游船有两种，票价和乘坐的人数如表 3 所示：

表 3

类别	游船载客数/(人/艘)	费用/(元/艘)
A 种游船	6	50
B 种游船	4	40

问题 3　请根据表 3 中的数据，选择你认为最合适的船票购买方案，并说明理由.

问题 4　请你计算这次半日游的总费用.

活动 2　分组一日游计划制订

确定分组，制订计划

请同学们用一周左右的时间完成以下三项任务：

1. 自由组合，每小组 6 人左右，确定小组名称，推选组长.

2. 充分讨论，确定一日游的主题和地点. 例如：

(1) 红色之旅，如中共一大纪念馆、陈云故居、周公馆等.

(2) 场馆之旅，如上海博物馆、上海科技馆、上海自然博物馆等.

(3) 古镇之旅，如朱家角古镇、枫泾古镇、新场古镇等.

（4）建筑之旅，如外滩建筑群、上海石库门、思南路老洋房等.

同学们也可以选择其他景点，自主组合.

3. 具体要求：

（1）时间：8:30 集体从学校出发，16:30 之前回到学校.

（2）交通：建议全天乘坐公共交通，如公交、地铁、轮渡等.

（3）线路：根据主题，选择景点，合理安排行程. 注意劳逸结合，费用须符合中学生的实际情况.

（4）安全：组长建立小组联系方式，明确行程中的安全事项.

（5）餐饮：根据行程，合理安排午餐时间和地点，费用自理，杜绝浪费.

（6）费用：每人的一日游总费用不超过 100 元.

（7）成果：以海报形式展示各小组旅游计划，海报内容包括路线、时间、费用等方面.

成果展示和完善

各小组在课堂上展示方案，接受其他同学的点评，完善旅游计划. 然后各小组利用双休日进行实践，检验该计划的可行性，并探讨是否还有改进的需要.

附　录

部分中英文词汇索引

1. 有理数

2. 简单的代数式

3. 一元一次方程

4. 线段与角

后 记

本套教科书根据教育部颁布的《义务教育数学课程标准（2022 年版）》编写.

本册教科书是六年级上册. 在主编李大潜的主持下, 由徐斌艳任本册主编, 各章的具体分工为:

钟菊红、苗俊杰、陈月兰（第 1 章）, 陆海兵、吴颖康、陈月兰（第 2 章）, 陆海兵、吴颖康、陈月兰（第 3 章）, 朱丽霞、苗俊杰、陈月兰（第 4 章）, 徐斌艳、王海生（综合与实践）.

感谢编写团队的团结协作和不懈努力, 并对王建磐教授的协助表示衷心的谢忱.

编写过程中, 上海市课程教育教学研究基地（中小学课程方案基地）、上海市心理教育教学研究基地、上海基础教育教材建设重点研究基地、两个上海市数学教育教学研究基地（分别设在复旦大学和华东师范大学）等上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地对教科书编写工作给予了大力支持, 在此表示衷心的感谢.

我们要感谢一直支持、关心和帮助我们工作的同志和朋友们. 大家的热忱指导和帮助, 我们定会铭记于心, 并化为我们的工作动力.

欢迎广大师生来电来函提出宝贵意见.

联系电话: 021–64319241（内容） 021–64373213（印刷或装订）

电子邮箱: jcjy@seph.com.cn

地　　址: 上海市闵行区号景路 159 弄 C 座上海教育出版社（201101）

SHUXUE

数学

六年级 上册

中国环境标志

CHINA ENVIRONMENTAL LABELLING

绿色印刷产品

ISBN 978-7-5720-2825-0

9 787572 028250 >

定 价： 10.30 元