义务教育教科书

（五·四学制）

数学

教学参考资料

六年级

上册

上海教育出版社

义务教育教科书

（五·四学制）

数学
教学参考资料

六年级
上册

主编　李大潜

上海教育出版社

图书在版编目（CIP）数据
义务教育教科书：五·四学制. 数学教学参考资料
六年级 上册 / 李大潜主编. — 上海：上海教育出版社，
2024.7（2025.6重印）. — ISBN 978−7−5720−2867−0
I. G634
中国国家版本馆CIP数据核字第20246LU726号

主　　编：李大潜
本册主编：徐斌艳
本册编写人员：陈月兰　钟菊红　陆海兵　吴颖康　朱丽霞　陆立强　徐斌艳　王海生

责任编辑：章佳维　张莹莹
装帧设计：王　捷　周　吉

义务教育教科书（五·四学制）　数学教学参考资料　六年级　上册

出　版　上海教育出版社（上海市闵行区号景路159弄C座）
发　行　上海新华书店
印　刷　上海景条印刷有限公司
版　次　2024年7月第1版
印　次　2025年6月第2次印刷
开　本　787 毫米×1092 毫米　1/16
印　张　14.5
字　数　343 千字
书　号　ISBN 978−7−5720−2867−0/G·2538
定　价　43.50 元

目　录

绪　　论

本套《数学教学参考资料》与李大潜主编的《义务教育教科书（五·四学制）数学》（六年级至九年级）（以下简称“本套教科书”）配套使用. 本套教科书依据教育部制定并颁布实施的《义务教育数学课程标准（2022 年版）》（以下简称《课标 2022 年版》）编制，并经国家教材委员会专家委员会审核通过.

一、本套教科书的总体结构框架

1. 教科书结构体系

根据“五四”学制特点，义务教育初中阶段包括六年级至九年级，每个年级两个学期，简述为上、下学期，因此本套教科书包括六年级至九年级的教科书，每个年级分上、下两册，共计八册.

本套教科书依据《课标 2022 年版》的要求，将教学内容按照主题进行划分并依次呈现，突出数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个领域，这四个领域也贯穿了整套教科书. 对于每个领域的内容编排，将整个领域视为一个整体，有序地呈现相应知识点，并兼顾知识点之间的有机联系，按照知识发生发展的规律和学生的认知水平循序渐进、逐次展开. 本套教科书的结构体系如表一所示.

表一　教科书结构体系

<table>
<tr><th>年级/册次</th><th>数与代数</th><th>图形与几何</th><th>统计与概率</th><th>综合与实践</th></tr>
<tr><td rowspan="4">六年级
上册</td><td>第 1 章　有理数</td><td></td><td></td><td rowspan="4">• 你的膳食健康吗?
• 上海一日游计划制订</td></tr>
<tr><td>第 2 章　简单的代数式</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>第 3 章　一元一次方程</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>第 4 章　线段与角</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">六年级
下册</td><td>第 5 章　比与比例</td><td></td><td></td><td rowspan="5">• 旋转的齿轮
• 中国的能源生产与消费</td></tr>
<tr><td></td><td>第 6 章　圆与扇形</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>第 7 章　可能性与统计图表</td></tr>
<tr><td></td><td>第 8 章　圆柱与圆锥</td><td></td></tr>
<tr><td>第 9 章　二元一次方程组</td><td></td><td></td></tr>
</table>

（续表）

年级/册次	数与代数	图形与几何	统计与概率	综合与实践
七年级上册	第 10 章　整式的加减			• 从传统连续纹样到现代镶嵌图案 • 制订“阅读之星”评选方案
	第 11 章　整式的乘除			
	第 12 章　因式分解			
	第 13 章　分式			
		第 14 章　图形的运动		
七年级下册	第 15 章　一元一次不等式			• 积木可以叠多远? • 田径比赛中的数学
		第 16 章　相交线与平行线		
		第 17 章　三角形		
		第 18 章　等腰三角形		
八年级上册	第 19 章　实数			• 理财小课堂 • “勾股定理”证明中的中国智慧
	第 20 章　二次根式			
	第 21 章　一元二次方程			
		第 22 章　直角三角形		
八年级下册		第 23 章　四边形		• 折纸与数学 • 神奇的密码
		第 24 章　平面直角坐标系		
	第 25 章　一次函数			
	第 26 章　反比例函数			
九年级上册	第 27 章　二次函数			• 探寻测量高度的方法 • 城市原点
		第 28 章　相似三角形		
		第 29 章　三角初步		
		第 30 章　投影与视图		
九年级下册		第 31 章　圆		• 碳足迹——无所不在的二氧化碳排放 • 血型的秘密
			第 32 章　抽样与数据分析	
			第 33 章　概率初步	

2. 教科书的基本体例

本套教科书的基本体例采用单元(章)结构，每个单元呈现一个完整的知识模块. 在以数学核心内容为主的数与代数、图形与几何、统计与概率领域，相应章节的编写结构层次为：章—节—课时，以课时为基本单位. 在每个基本单位中有固定的栏目〔如概念(定义、性质、定理、法则等)、问题、例题、课堂练习、节习题〕，特色小栏目(观察、操作、思考、探究、讨

论、归纳). 在每一章又设计章的固有栏目(如章首图、章首语、阅读材料、内容提要、复习题).

在培养学生综合运用所学知识和方法解决实际问题的综合与实践领域，每册有 2 个实践活动，以活动为基本单位. 在每个基本单位中有针对主题的问题情境引入语、活动串(任务串、问题串)、拓展反思等栏目，其中每个活动串包含活动任务要求或问题、学生活动要求等内容.

3. 栏目功能定位及编写说明

本套教科书呈现上大致可分为基本栏目板块、特色小栏目板块以及各章固有栏目板块. 教科书在栏目设置上一方面借鉴了上海“二期课改”教科书中具有较高使用价值的栏目，修改、提升和进一步完善其具体内容的设计；另一方面结合《课标 2022 年版》要求，增设若干特色小栏目，以满足义务教育阶段数学课程改革的需求.

(1) 基本栏目板块

概念 (定义、性质、定理、法则等) 以文字叙述的形式呈现一节课要求学生必须掌握的核心内容，包括概念、定义、性质、公理、定理、法则、公式、原理等，帮助学生准确把握本节课的核心知识. 该板块内容一般安排在例题之前或者例题之间. 六、七年级教科书多以描述性语言的形式表述，而八、九年级教科书的表述逐步强调严谨性.

例题 为学生及时巩固理解数学概念(定义、性质、定理、法则等)提供平台，加强概念在数学或实际问题中的运用. 学生通过参与分析和解答典型题目，及时加深对概念(定义、性质、定理、法则等)的理解和运用，经历理解问题、分析问题、解决问题、拓展性思考问题的过程，要求学生能够在教师的引导与讲解下，深度参与题目的分析、解答和讨论.

课堂练习 旨在通过适度(兼顾难度和时间)的练习题，巩固学生对新知的掌握，并对学生的学习效果进行检测. 学生通过完成课堂练习获得及时巩固所学知识的机会，深化对知识的理解. 习题选编与课堂例题的题型、难度基本匹配，从而满足学生对本课时新授内容的基本训练需求.

(2) 特色小栏目板块

针对《课标 2022 年版》提出的课程目标，即培养学生数学素养，会用数学的眼光观察现实世界(主要表现为抽象能力、几何直观、空间观念与创新意识)，会用数学的思维思考现实世界(主要表现为运算能力、推理意识或推理能力)，会用数学的语言表达现实世界(主要表现为数据意识或数据观念、模型观念、应用意识)，对上海“二期课改”教科书上的小栏目进行补充和优化，本套教科书中的小栏目定位见表二.

表二 小栏目功能定位及编写说明

栏目名称	功能定位与编写说明
观察	本栏目作为数学活动的一种形式体现，为后续知识的引入、介绍或应用等奠定基础. 要求学生通过观察图形或现象等，发现其中蕴含的共同点或不同点、特征和性质等，从而归纳推理得出合适的数学结论. 教师引导学生在观察的过程中深入理解知识要点，体会数学思想和方法. 本栏目要帮助学生“会用数学的眼光观察现实世界”，基于观察学会发现客观世界或现象中的数学关系或特征.

（续表）

栏目名称	功能定位与编写说明
操作	本栏目为学生直观感知并理解数学结论提供实践操作的机会，有助于提高学生的动手实践能力. 学生根据操作的步骤流程及相应要求，通过实验、绘图等方式探究数学规律或验证数学性质、定理等，并基于具体操作抽象出数学知识. 本栏目要求学生能够切实动手操作，以激发学生在现实世界中亲自实践的兴趣，从而引导学生通过具体操作活动感知如何从数学的角度发现问题，逐渐尝试“会用数学的眼光观察现实世界”.
思考	本栏目是以问题或问题串的形式为结论的推出搭建合适的脚手架. 学生通过思考简短且指向性明确(即指向某个具体细节或关键点)的问题(串)，或引发对新知的感悟，或拓展数学思维. 本栏目以问题适时启发学生思考，引导学生“会用数学的思维思考现实世界”.
探究	本栏目是以问题或活动的形式为学生经历数学知识内容的“再发现”过程提供探索的机会. 学生通过参与探究活动，尝试学会问题解决的策略、思想和方法，获得对数学概念、性质、定理等的理解. 本栏目旨在让学生“会用数学的思维思考现实世界”，要求学生更多地参与且经历相对独立的思考过程，从而发现数学事实及规律.
讨论	本栏目作为学生合作学习的载体，为学生沟通交流对数学知识内容的理解与感悟创设平台，旨在激发学生的求知欲和表达欲. 学生通过对问题素材的思考与分析，参与小组交流、班级交流等不同形式的同伴讨论，在互相沟通表达的过程中拓宽知识内容的广度和深度，领悟数学思想方法. 本栏目要求学生深度参与数学语言的表达与交流活动，在参与中“会用数学的语言表达现实世界”，发展数学表达与交流能力.
归纳	本栏目是为学生提炼、概括并表达数学结论提供机会. 学生在观察和操作等实践活动基础上，对经猜想验证的数学结论或知识进行提炼总结，并使用数学的语言表述为严谨的数学概念、性质或规则等. 本栏目要求学生“会用数学的语言表达现实世界”，在总结归纳数学知识的过程中逐渐养成用数学语言表达的习惯，能逐渐用严谨的数学语言陈述自己得到的结论，解释结论的合理性等，提升总结提炼能力.

（3）各章固有栏目板块

章首　以图文相结合的形式作为每一单元(章)的开头部分，旨在引导学生带着探究的热情进入新知的学习. 文字性表述围绕本章内容在数学中的地位和意义，与其他章的关联，以及学习重点展开. 章首图的设计和选用，结合单元内容特点，有机融入重大主题的教育内容，力图展现在党的领导下，我国现代化建设在各个领域取得的伟大成就.

提示　以解释性文字、拓展性介绍或启发性思考内容的形式对正文内容进行补充，为学生进一步理解正文内容提供支持与帮助. 学生通过栏目的内容延伸，深化对知识内容的认识，拓宽知识视野. 以书页的样式伴文排列，在内容上除了可以是对数学知识的进一步补充，还可以体现一些学科的拓展和现实情境的延伸等.

内容提要　通过概念梳理，系统回顾并概括本章学习内容，列出本章重要的知识点、结论与公式，帮助学生整理复习数学知识，建构自身的数学内容体系.

阅读材料　以图文并茂的形式提供史料、背景材料、知识应用及课外活动题材等阅读材料，供学生选择阅读或使用，开阔数学视野. 主要呈现数学文化、数学史、数学趣题、科普知识、中华优秀传统文化等，旨在提高学生的科学文化素养，集中体现数学课程的育人价值.

二、本套教科书的编写思想和主要特点

在教科书编写过程中，我们始终坚持正确的政治方向和育人为本的价值导向，全面贯彻党的教育方针和政策，围绕立德树人根本任务，努力实现义务教育阶段的培养目标，在提高数学学习质量的同时，落实学科核心素养，使得人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展. 我们希望编写一套经得起历史和实践检验的优秀教科书，将教科书作为推进教学改革的载体，通过教科书改变教学，通过教科书引导考试，让数学成为广大师生喜闻乐见的一门课程.

在编写过程中，我们注重吸收上海两期课改（“一期课改”和“二期课改”）的经验，同时依据《课标 2022 年版》科学地处理教学内容的编排. 本套教科书结构严谨、体例活泼、特色鲜明，体现了理性精神和人文情怀，有望促进学生数学核心素养的发展、创新意识的提高和社会责任感的增强.

本套教科书的编写思想和主要特点，具体体现在如下几个方面.

（1）遵循课程标准，吸取课改经验. 我们努力遵循国家课程标准的基本精神及指导思想，参照国家课程标准中的具体安排与建议，吸收上海在“五四”学制课程教材研究与实践中的有益经验，将已有的初中数学教科书作为本次编写的迭代初始值，在可能的范围内有的放矢地调整、提升与改进.

（2）内容削枝强干、提质减负，表述简明扼要、单刀直入. 教科书内容应该掌握到怎样的程度，是教科书的编写者及讲课的教师必须面临且迫切需要解决的一个问题. 对初中阶段的教科书，我们尽可能对内容精准定位、降低难度，关注数学的本质内容、内在发展和数学的应用，避免片面地追求严格化；用朴实无华且单刀直入的方式加以呈现，增加亲和力. 既提高质量，帮助学生打好必要的基础，又把时间和自由留给学生，切实减轻学生的负担，实现双赢的目标.

（3）整体架构科学合理，重视衔接和交叉. 根据《课标 2022 年版》中“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”这三大知识领域内在的逻辑关系和知识链条，相对集中地安排各领域内容. 各分册兼顾了不同领域，精心设计领域交叉或承上启下的章节. 例如，为更充分地发挥平面几何在培养逻辑推理中的独特作用，从七年级下册开始，将“相交线与平行线”“三角形”“等腰三角形”“直角三角形”“四边形”等与几何推理密切相关的内容，以 2 至 3 章为一个小板块，相对集中进行教学. 又如，根据八、九年级的学习要求，结合学生认知的特点和能力，在八年级上册依次呈现实数、二次根式、一元二次方程、直角三角形（含勾股定理），联系紧密，八年级下册有平面直角坐标系、一次函数、反比例函数，紧接着在九年级上册将二次函数作为初中函数的收官. 与高中关系密切的三角初步、圆、投影与视图、抽样与数据分析、概率初步依次安排在九年级上册和九年级下册.

（4）小初高整体设计，前后呼应且顺畅. 按照《课标 2022 年版》对小学和初中数学课程的一体化标准，强调小学与初中的衔接. 充分考虑到上海教育的实际情况和“五四”学制的特殊性，在学段内容划分及与小学、高中数学教科书的有效衔接上，做了精细设计. 例如，在“第

1 章有理数”中，首先巩固了小学分数和有限小数的四则运算. 在介绍有理数的同时回顾和整理了小学中对数的认识，并顺势过渡到“第 2 章简单的代数式”，作为初中代数学习的开端. 在引入一元一次方程、二元一次方程组解决实际问题时，与小学的算术解法作对比，以体现方程解法的优越性. 又如，在“一元二次方程”中，出现涉及可化为一元二次方程的分式方程的应用，为新编高中教科书中求解可化为一元二次不等式的分式不等式作铺垫，体现了从初中到高中递进的学习规律.

（5）加强逻辑推理，提升几何和代数推理能力. 针对初中阶段学生的数学认识将从以感性与直观为主上升到以理性与推理为主的特点和要求，加强对学生逻辑思维、推理能力、论证表达的培养. 例如，突出初中几何在培养逻辑思维中的关键作用，加强几何论证的学习. 在“相交线与平行线”中，从简单命题的证明开始，给出逻辑清晰、推理严格的证明示范. 在每个例题中，都力求论证逻辑思路清晰，表达清楚，随着知识的深入，循序渐进地逐步提高论证的要求，让学生在潜移默化之中学会推理论证的思想方法. 又如，在“整式乘除的性质”“负整数指数幂的乘法性质”“二次根式的乘法性质”“根式运算性质的推导”等知识点中，都增加了代数推理的内容.

（6）科学界定重要概念的内涵，调整重要结论的定位与分层. 坚持科学性、适宜性和一致性，同时考虑学生的理解、接受程度和使用的便利性，重新界定一部分概念和性质. 调整了一些重要结论的定位和分层. 例如，明确一些重要概念：整式也称多项式，单项式是特殊的多项式；分式也称有理式，整式是特殊的分式；梯形是一组对边平行的四边形，平行四边形是特殊的梯形. 又如，调整一些结论的定位：“垂线段最短”由基本事实(公理)改为定理，在“直角三角形”中作为定理加以证明；“平行线分线段成比例”，由基本事实(公理)改为定理，在“相似三角形”中作为定理加以证明；“一个内角等于 60°的等腰三角形是等边三角形”由定理改为例题；“直角三角形中的 30°角所对直角边是斜边的一半”由定理改为例题.

（7）“综合与实践”的内容情境丰富、跨学科特征鲜明. 按照《课标 2022 年版》对“综合与实践”的要求，灵活采用“主题式学习”和“项目式学习”两种“综合与实践”的呈现方式. 例如，六年级上册的“你的膳食健康吗?”是主题式活动，“上海一日游计划制订”是主题式与项目式相结合的学习活动. 这同时实现了从小学到初中对“综合与实践”不同要求的过渡. 情境设计丰富，有跨学科特征，活动意图明确，任务清晰，具有可操作性. 例如，为“综合与实践”设计丰富的任务情境，包括社会生活(如“理财小课堂”)、科学技术(如“旋转的齿轮”)和数学文化(如“‘勾股定理’证明中的中国智慧”)等. 同时还兼顾跨学科内容的设计，包括营养学(如“你的膳食健康吗?”)、物理学(如“积木可以叠多远?”)、金融学(如“理财小课堂”)、工程学(如“旋转的齿轮”)、艺术(如“从传统连续纹样到现代镶嵌图案”)等.

三、本套教学参考资料的编写意图与结构

本套教学参考资料编撰的目的是使教师理解教科书编制所依据的《课标 2022 年版》，体会教科书的编制特色和主要思想，把握教科书所包含的数学知识的体系和脉络，掌握教学过程的关键，从而很好地完成从课程标准和教科书所描述的“期望课程”“可实施课程”到教学过程

的“实施课程”和学生习得的“获得课程”的转变. 教学参考资料侧重给出编写者的思想及体会，明确各章的定位，剖析重点和难点，厘清容易混淆的地方，帮助教师把握《课标 2022 年版》的基本理念和目标要求，强调数学核心素养的落实，从而开拓教师思维，优化教学方法. 从这个角度讲，教学参考资料又是对教科书内容的深化和补充，成为教科书(可实施课程)到教学(实施课程)的中介和桥梁.

在任何情况下，教科书都要基于《课标 2022 年版》，贯彻“少而精”“简而明”的原则. 精心选择与组织教科书内容，抓住本质，返璞归真，尽可能给学生以明快、清新的感受，使学生能更深入地领会数学的真谛，让数学成为广大学生喜闻乐见的一门课程. 这是本套教科书坚持的基本特色. 教科书的许多特色隐含在内容的选取、编排和行文中. 教学参考资料将揭示和突出教科书的基本特色以及教科书编制过程落实这个特色所采取的具体措施和处理方式，并充分注意同一主题内前置和后续内容的衔接以及一个主题的内容与其他主题甚至其他学科内容的关联. 这种衔接和关联在章首语、内容提要以及在相关知识内容阐述中有明确的交代. 这样做的目的是让教师更加深刻地体会整个初中阶段数学是一个知识的网络，并在教学中把这种认知传递给学生.

本套教学参考资料与教科书的分册和章节安排一致，即教学参考资料的分册和章节目录均与教科书一致. 每册教学参考资料由四个主要部分组成：绪论部分、总论部分、分论部分和附录部分，具体结构如下：

（1）绪论部分

主要介绍整套教科书的总体结构框架、编写理念，以及本册教科书的编写说明和特色等.

（2）总论部分

针对《义务教育教科书(五・四学制)数学》的每一章内容，教学参考资料从“总体要求”“课时安排建议”“内容编排与特色”“教学提示”“评价建议”5 个方面，对各章的内容进行细致的阐述和说明. 其中，在“总体要求”中，该部分强调每一章内容的重要性及与前后章节的联系，明确课程内容要求和素养目标，与课程标准对应，指引教师把握教学方向. 在“课时安排建议”中，根据章节内容，提供课时分配建议，包括章末小结和阶段性习题课等环节，确保教学完整性和节奏合理性. 在“内容编排与特色”中，阐述章节内容的编排思路和特色，提炼教科书编写特点，帮助教师理解整体框架和逻辑. 在“教学提示”中，基于课程标准，为每一章教学提供具体提示和建议，涉及内容顺序、问题情境、核心概念把握及信息技术运用，优化教学方法. 在“评价建议”中，结合章节内容，从知识、素养、数学思想文化等方面提出评价建议，关注数学过程、概念本质、思维表达及应用，为课程评价提供指导.

（3）分论部分

为了帮助教师更好地理解和把握教科书内容，本部分将按照“章—节—课时”的形式，对教科书进行细致的解析. 其中，包含了以节为单位的“本节教学目标”和以课时为单位的“本课教学重点”“本课教学建议”“本课内容分析”栏目.

“本节教学目标”中明确提出学生通过本节学习后应达到的具体预期效果. 这些目标的设定，紧密围绕《课标 2022 年版》的内容要求和学业要求展开，强调学生对知识点的掌握，关注对其素养、能力的培养和提升.

“本课教学重点”中指出本节课教学中需要特别强调和关注的内容. 这些重点通常是教学中的核心知识点或关键能力，对于实现教学目标具有重要意义.

“本课教学建议”为教师使用本套教科书进行教学，提供具体的教学方法和策略指导. 这些建议基于课程标准、教材内容和学生实际情况，旨在帮助教师更有效地组织课堂教学活动.

“本课内容分析”深入解读本节课的教科书内容，旨在帮助教师全面把握教材编排，包括说明概念表述、例题设计、思考观察等栏目的教学建议，以及教学过程中可能存在的难点和教学注意事项等.

（4）附录部分

本次教材的编制包括了三个品种：教科书(课本)、教学参考资料、练习部分(练习册). 其中，教科书中的课堂练习、节习题、章复习题与练习部分中的习题，形成了一个完整的习题训练和检测系统. 而这些习题的答案或解答提示都呈现在教学参考资料中，以便教师能完整全面地检测和评价教学效果.

四、教科书特色小栏目和固有栏目的教学建议

根据教科书特色小栏目板块的功能定位，在教学中可以参照如下建议使用小栏目：

观察　教师组织学生关注这个栏目呈现的表达式、图形或问题等,通过直观或者归纳等发现数学性质、特征或者数学结论等.

操作　教师组织学生参考这个栏目给出的步骤流程，进行实验、绘图等实践活动，感受和探究数学规律或验证数学性质、定理等.

思考　教师组织学生对栏目给出的内容进行思考、分析或解答，其目的是对之前所学内容的延伸，或者通过问题引出后续进一步学习的内容.

探究　教师组织学生对这个栏目给出的内容进行探索，其目的是加深学生对数学概念、性质、定理等的理解，让学生经历独立思考过程. 本栏目的内容在深度、综合性、开放性方面要求很高，有些属于初高衔接内容，教师不一定在课堂上给出答案，可以鼓励学生在课后进一步思考.

讨论　教师组织学生针对这个栏目提出的问题，进行全班集体的交流和讨论，或者学生在小组中展开数学交流.

归纳　教师组织学生根据之前学习的内容，让学生提炼概括出可能的数学概念、性质或者定理，并进行表达. 教师应对学生的表达进行规范化，必要时给予纠正.

本教科书的各章有若干相对固有的栏目，在教学中可以灵活处理.

章首语　教师可以在每章开始时，组织学生阅读并讨论章首语，让学生初步了解每章要学习的内容，为每章学习做好准备. 在每章结束时，再回顾章首页进一步体会.

提示　教师组织学生结合教科书正文阅读或浏览提示部分的说明，拓展学生对所学内容的理解.

内容提要　教师组织学生在每章结束时，阅读内容提要，复习每章所学的概念、性质、定理等. 需要特别指出的是，几何章节中内容提要里出现的性质和定理，是进行几何推理的起

点，可以直接使用.

阅读材料　教师在完成课时内容学习以后，鼓励学生使用阅读材料，了解数学文化和数学史，或者见识数学趣题，开阔数学视野，帮助学生提高文化素养、陶冶道德情操.

五、六年级上册教科书编写特色

我们根据《课标 2022 年版》共编写了初中(六年级至九年级)数学教科书八册. 六年级上册是第一册，由“有理数”“简单的代数式”“一元一次方程”“线段与角”和“综合与实践”5 个单元(章)组成.

本套教科书与上海“二期课改”教科书相比在内容结构上做了部分调整，小学数学教科书不再包含用字母表示数和简易方程的内容，聚焦算术，初中开启代数内容的学习；分数内容移到小学，初中的开篇学习有理数.

第 1 章　有理数

有理数属于“数与代数”领域，在小学自然数、正分数的基础上扩充到有理数的学习，核心是引入了负数，从而建立了负整数和负分数概念，因此从数的扩充角度看，这里其实蕴含了两次扩充，即自然数集到整数集，整数集到有理数集. 从负数的引入到运算，我们始终以数轴作为重要的学习工具，帮助学生理解概念和掌握运算法则，而数轴的引入是从“温度计”形成的. 运算部分最核心的是如何帮助学生理解“负负得正”的问题，这里我们采用乘积的性质处理. 本册教科书中对有理数的定义采用“能够写成分数$\dfrac{b}{a}$(a、b 是整数，$a\neq0$)的数叫作有理数”，与上海“二期课改”教科书有所不同，希望教师能够理解这种定义的意义.

第 2 章　简单的代数式

本章开启了代数学的学习. 由于本套教科书内容结构上的调整，与上海“二期课改”教科书相比，本章既有新增内容又有顺序上的调整. “数—代数式—方程”的学习一环扣一环，因此第 2 和第 3 章具有很强的逻辑关系. 从数到式的学习是一个大跨越，从小学的算术到现在的代数学习，特别是字母参与运算对学生是全新的，有一定的困难. 所以，第 1 节安排学习字母表示方法，从学生前面学习过用字母表示运算律开始引入字母表示数，简洁而且容易理解；继而学习字母与数如何进行四则运算，结果如何表示. 上述这些预备知识为第 2 节代数式概念和用代数式表示简单数量关系的学习扫除了障碍. 掌握了用代数式表示具体问题的数量关系又为“第 3 章一元一次方程”的学习做了基础工作. 一元一次方程学习的核心是用代数式表示数量关系、列方程和解方程，但需具备“一次”的概念、会“合并同类项”的能力，因此第 3 节安排了这方面的预备知识，与上海“二期课改”教科书相比，这一节内容是新增的，但很有必要.

第 3 章　一元一次方程

方程是代数学的核心内容，本章开启了方程的学习. 培养初中生的模型观念是《课标 2022 年版》课程目标数学核心素养之一，而方程是重要模型，无论从课程目标达成的角度还是从知识的角度看，方程的重要性显而易见，希望教师要深刻领会这点. 一元一次方程是最简单的方程，是学习其他方程的基础，学会了一元一次方程的研究方法对后续的方程学习有很大启示

作用. 在一元一次方程的学习中要学会设哪个量为未知量. 有了这个基础再加上第 2 章已经学会用代数式表示数量关系，接下来就是学会分析问题和运用积累的经验找到问题中的等量关系列方程. 最后也是最关键的是如何解方程，同样因为有了第 2 章的相关知识储备，再加上本章重要的两个等式性质，解一元一次方程就能顺利解决. 需要指出的有两点：(1)同样是字母，方程中的字母和运算律中的字母意义不同；(2)解方程时需要不断化简，这个过程需要等式性质作为推理依据. 这两点在本册教学参考资料中有具体阐述，请老师们关注.

第 4 章　线段与角

本章是初中阶段“图形与几何”领域的开篇. 平面几何主要研究平面上几何图形的性质、作法和计算等问题. 学生在小学阶段对线段和角已有接触具备了感性认识，本章在此基础上进一步学会对线段和角的符号表示，讨论线段和角的和、差、倍的画法(作)和计算，为后续用符号进行几何证明做好知识储备. 从前面描述中可知本章内容难度不高，如线段中点和角平分线的概念、线段长短比较、角度大小比较以及图形的符号表示等，但这些知识点是后续进一步研究几何图形性质和几何证明必不可少的基础. 几何证明是整个初中阶段重要的学习内容之一，因此本章既是前衔小学对线段和角直观理解后接初中几何证明承上启下的一章，同时也是对几何的研究开始从直观逐步走向抽象的一章. 需要关注的有两点：(1)在学习线段的和差倍的画(作)法中突出了与数运算的联系；(2)在接下来角的和差的画(作)法的学习中渗透了类比的思想，帮助学生学会学习，因为学会学习也是《课标 2022 年版》提出的目标. 这两点在本册教学参考资料中有具体阐述，请老师们关注.

综合与实践

“综合与实践”，不是以传授知识为主的教学内容，而是通过适当拓宽知识面，利用“综合与实践”的形式，促进学生动手动脑，培养他们养成思考的习惯，培养他们的实践能力和创新能力，以增加他们对数学知识的深入了解与感悟，提高他们的应用意识.

本册安排两个内容，“你的膳食健康吗?”是主题式活动，“上海一日游计划制订”是主题式与项目式相结合的学习活动. 这同时实现了从小学到初中对“综合与实践”不同要求的过渡.

“你的膳食健康吗?”这个主题活动旨在引导学生对照膳食指南，分析自己的饮食搭配是否平衡，学会依据数据改进日常饮食习惯，给自己一个健康的身体. 涉及数学内容有理数大小比较、数据分类整理等，通过活动培养学生灵活应用数学知识的能力.

“上海一日游计划制订”活动引导学生关注居住地上海，鼓励学生走出教室，走向社会，访问名人故居，参观博物馆，了解上海深厚的城市文化和历史传承. 涉及的数学内容有代数式、数学建模等，通过活动提升数学核心素养.

第 1 章　有理数

一、本章概述

1. 总体要求

数与运算是义务教育阶段数学学习的核心内容，是数学知识体系的基础之一. 在小学阶段，学生学习了自然数、正分数的概念及其四则运算，经历了探究数的运算算理和算法的过程，并在解决简单的生活情境问题的过程中形成了初步的符号意识、数感、运算能力和推理意识.

本章主要学习有理数的概念及其四则运算. 要求学生理解负数、有理数的意义，会用正数和负数表示具体情境中具有相反意义的量；能用数轴上的点表示有理数，能借助数轴理解相反数和绝对值的意义，能比较有理数的大小，初步体会数形结合的思想方法；能求有理数的相反数和绝对值；能运用乘方的意义准确进行有理数的乘方运算；能熟练地进行有理数的四则运算、乘方运算和简单的混合运算，理解有理数的运算律，并能合理运用运算律简便运算，能用有理数的运算解决简单问题. 引入新数后运算是核心问题，因此本章的重点是理解负数的意义，掌握“负负得正”的运算法则.

有理数作为初中阶段“数与代数”的起始内容，不仅让学生感受到人类对于数的认识是一个逐步深入的过程，也感受到它在现实生活中有着广泛的应用. 经历从整数扩充到有理数的过程，对后续“第 19 章实数”(有理数扩充到实数)的学习有启发作用，有助于培养学生从具体到抽象的思维能力，发展运算能力.

2. 课时安排建议

本章共 21 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
1.1 有理数的引入	5	正数与负数　1 课时
		数轴　1 课时
		相反数　1 课时
		绝对值　1 课时
		有理数的大小比较　1 课时
习题课	1	
1.2 有理数的加法与减法	3	有理数的加法　2 课时
		有理数的减法　1 课时
习题课	1	
1.3 有理数的乘法与除法	3	有理数的乘法　2 课时
		有理数的除法　1 课时
习题课	1	
1.4 有理数的乘方	1	有理数的乘方　1 课时
1.5 有理数的混合运算	3	有理数的混合运算　3 课时
习题课	1	
复习与小结	2	

3. 内容编排与特色

本章内容分为五节，分别是“1.1 有理数的引入”“1.2 有理数的加法与减法”“1.3 有理数的乘法与除法”“1.4 有理数的乘方”“1.5 有理数的混合运算”.

“1.1 有理数的引入”这一节涉及很多概念，教科书中对这些概念在呈现的顺序上体现了逻辑性，呈现的方式考虑到了学生的认知. 首先，从学生熟悉的温度、海拔等实例中存在的具有相反意义的量，引入正数和负数的概念，结合小学学过的自然数、正整数和正分数，直观上使学生感觉数的范围的确扩大了，此时给出有理数的概念和表示方法，通过让学生经历有理数的形成过程，加深对负数和有理数的认识. 接着，结合温度计等实例给出数轴的概念，建立了数(有理数)与形(数轴上的点)之间的联系；借助数轴，利用数形结合的思想学习相反数和绝对值概念，并体会有理数的有序性. 绝对值概念的建立为负数的大小比较提供了有力的支撑.

与其他教科书相比，本套教科书给出的有理数的定义是：能够写成分数$\frac{b}{a}$(a、b 是整数，$a\neq0$)的数叫作有理数. 并用图厘清了有理数、整数和自然数之间的关系. 这样的定义更加严谨，既说明了整数是(特殊的)有理数，又能体现数学的整体性和一致性.

1.2 节到 1.5 节主要讨论有理数的四则运算和乘方运算，教科书按照“加减—乘除—乘方—混合运算”逐步展开，其中加法和乘法运算法则是重点，减法和除法的运算分别转化为加法和

乘法即可. 本章的难点是负数参与运算后的符号问题，教科书力求按照从特殊到一般、从具体到抽象的思路引导学生. 例如，加法法则是通过学生熟悉的盈亏问题获得，乘法法则通过具体数的运算和归纳习得. 有理数运算律的学习也采用类似的方法，在学习过程中让学生体会运算律在进行有理数运算中的重要性和必要性.

由于学生在小学阶段学习了正分数和正小数的互化，分数运算也仅限于两个分数之间的运算，其中涉及假分数(比较简单)，但未出现带分数和小数，因此在有理数加法、减法等运算的例题设计中，关注了小学和初中的衔接，在运算对象中补充了小数和分数的运算，以帮助学生逐步掌握有理数的运算，感受数学的整体性. 因为《课标 2022 年版》中没有提及带分数，所以在例题和练习中只涉及简单的带分数，与上海“二期课改”教科书比较，带分数运算的要求明显降低.

本章的最大特色是根据六年级学生的思维特点，利用学生熟悉的温度计抽象出数学中的数轴，借助数轴的直观引入相反数、绝对值和有理数大小比较的概念，在此基础上抽象出绝对值的代数意义和有理数的有序性，最后获得有理数四则运算和乘方运算法则. 整个过程遵循从直观到抽象、从特殊到一般的认知规律，不仅增加学生学习的趣味性，而且体现数学与生活的联系，以及数学的逻辑性和严密性.

4. 教学提示

做好与小学阶段的衔接. 对于有理数的概念和运算，必须注意与小学阶段学过的数的概念及运算衔接. 例如，通过思考“小学时，我们学过自然数和正分数的加法运算法则. 引入负数后，数就扩充到有理数，那么在有理数范围内如何进行加法运算呢?”引出有理数的加法运算；再如，有理数的混合运算可以类比小学学习的四则混合运算进行教学等. 另外，小学阶段学习了正分数四则运算，但没有学习分数的四则混合运算、分数与小数的混合运算，所以在有理数学习中可以适当增加习题课，通过练习与指导，提升学生的运算能力，为后续学习做好准备.

加强知识与实际生活的联系. 本章内容与实际生活联系非常密切，负数的意义和表示、有负数参与的有理数运算是本章的重点. 负数是从现实生活到数学的一个提炼过程，本质上是一个数学抽象的过程. 学生在日常生活中遇到过许多具有相反意义的事物和现象，如“上升与下降”“收入与支出”等. 教学时应尽量从学生熟悉的实际问题引入负数和有理数，加强知识与实际生活的联系，让学生感受到用数学符号表示相反意义的量的简捷性和重要性，这有助于抽象出负数概念，为进一步研究有理数运算带来极大的方便.

经历运算法则的形成过程. 教科书给学生提供了观察、思考、操作、归纳等丰富多彩的栏目，教学中教师要充分发挥它们的作用，设计教学活动，使学生在活动中经历有理数运算法则的形成过程，从而理解算理和掌握算法. 例如，对于有理数乘法法则的学习，首先类比有理数加法，提出乘数中出现负数如何运算的问题；然后通过两个“思考”，引导学生合情推理得到：①一个数与 1 或 -1 相乘所得的积的特点，②两个乘数中，将其中一个换成它的相反数后

积的特点；接着通过例子类比迁移这个结论，得到“$(-2)\times(-4)=8$”；最后结合具体算式从符号和绝对值两个角度归纳有理数乘法的法则.

加强数学思想方法的渗透. 本章突出体现的数学思想方法有数形结合思想、转化思想和分类讨论思想. 例如，利用数轴研究相反数、绝对值和有理数的大小比较；利用“相反数”将有理数的减法运算转化为加法运算；借助于绝对值，将有理数的运算转化为正数之间的运算；将有理数分成正有理数、负有理数和零三类，分别研究有理数的加法法则；等等.

把握好本章的教学要求. 本章学习绝对值概念的目的是为有理数运算做准备，会求一个有理数的绝对值就达到了本章的教学要求. 教科书中用字母表示一个数的绝对值的结论，只是给出一个数绝对值的符号表述，教学时不宜对符号进行变式训练，不宜在绝对值中出现字母并加以讨论. 对绝对值的概念学习是一个循序渐进的过程，与绝对值相关的一些知识，如在数轴上两点间的距离表示等，以后还会继续学习.《课标 2022 年版》中明确提出有理数混合运算“以三步以内为主”，所以在有理数运算的要求上，不宜在数的复杂性、运算技巧、运算速度等方面提出过高的要求，应当加强用运算法则确定结果的符号、用运算律简便运算、运用有理数的运算解决简单的实际问题.

5. 评价建议

重视学生对有理数相关概念与运算的理解与运用. 对概念与运算的评价，不应单纯考查学生的记忆程度和具体操作水平，重点应放在学生对算法的理解上，考查学生能否根据问题的特点选择合理简单的算法，避免片面强调机械的记忆和计算训练，切忌繁杂的运算. 对有理数运算中容易产生的错误需要点拨或给出提示，避免错误的发生.

重视学生运用有理数解决实际问题的能力. 对于运用有理数运算解决实际问题，不仅要关注结果，还要关注学生在这一过程中是否用有理数(尤其是负数)表示相关量以简便运算过程的意识，关注学生对运算结果的实际意义的理解.

重视学生在参与课堂活动过程中的思维与表达. 可以通过课堂观察了解学生在具体活动中能否积极、主动进行数学活动，如有理数运算法则以及运算律的形成和验证、运用运算法则以及运算律进行运算等；可以在探究活动中了解学生能否有条理地表达自己的活动过程和活动体会，能否有独特地解决问题的想法，能否反思自己的活动过程并提出一些新的想法等.

二、教科书分析与教学建议

1.1　有理数的引入

本节教学目标

（1）通过生活实例理解负数的意义，会用正数和负数表示具体情境中具有相反意义的量.

（2）经历有理数概念的扩充过程，理解有理数的概念，能用数轴上的点表示有理数，能借助数轴理解相反数和绝对值的意义，初步体会数形结合的思想方法.

（3）能借助数轴理解有理数的有序性，能比较有理数的大小，能求有理数的相反数和绝对值.

（以下分析对应课本第 2～5 页）

本课教学重点

（1）理解正数与负数的意义，会用正数、负数表示具体情境中具有相反意义的量.

（2）通过思考、归纳，完成从自然数和正分数到有理数的扩充，理解有理数的意义.

本课教学建议

（1）结合具体生活情境理解正数、负数的意义，学会它们的读法和写法，认识正号与负号，要让学生感受用符号“＋”“－”表示正、负数的简洁性，渗透符号意识，体会数学符号的价值.

（2）通过负数、有理数的认识，帮助学生进一步感悟数是对数量的抽象.

（3）用正数、负数表示具有相反意义的量时，需要对“负”与“正”的相对性有较好的理解，虽然是相对的，但一般增加为正，减少为负. 当规定减少为正，则增加为负. 只要问题中包含相反意义的量，就可以用正数和负数分别表示，而哪一个量用负数表示，可以视实际需要而定.

本课内容分析

回顾小学阶段学过的自然数、小数、分数，体会数扩充的必要性.

通过生活中用正数、负数表示相反意义的量的实际例子，引导学生用数学的眼光观察生活，并加深对相反意义的认识，抽象出负数的概念.

1.1 有理数的引入

1. 正数与负数

我们在小学阶段已经学习了自然数 0、1、2、3……它们可用于计数. 不过，对于物体的长度、面积等量，仅靠自然数来描述是不够的，于是又需要学习小数和分数.

只有这些数能不能满足需要呢?

图 1-1-1

如图 1-1-1，这一天的最高气温是零上 5 ℃，最低气温是零下 2 ℃. 零上 5 ℃表示比 0 ℃高 5 ℃，零下 2 ℃表示比 0 ℃低 2 ℃. 零上温度和零下温度是具有相反意义的量.

在地形图上表示某地高度时，需要以海平面为基准. 珠穆朗玛峰最高处高于海平面约 8 848.86 m，吐鲁番盆地最低处低于海平面约 154.31 m. 海平面以上高度和海平面以下高度也是具有相反意义的量.

思考

生活中有很多这样具有相反意义的量，你还能举出其他例子吗?

在表示温度时，为了区别零上温度和零下温度，通常规定在零上温度的前面添上符号“+”(读作“正”)，而在零下温度的前面添上符号“-”(读作“负”). 零上 5 ℃，就记作+5 ℃，读作“正五摄氏度”；零下 2 ℃，就记作-2 ℃，读作“负二摄氏度”.

在表示某地的海拔高度时，通常在高于海平面的高度前面添上符号“+”，而在低于海平面的高度前面添上符号“-”. 如图 1-1-2，珠穆朗玛峰的海拔高

2 第1章 有理数

度是$+8\ 848.86$ m，吐鲁番盆地的艾丁湖海拔高度是-154.31 m.

图 1-1-2

像$+5$、$+8\ 848.86$、$+\frac{3}{4}$这样，前面有“+”(正)号的数叫作正数；像-2、-154.31、$-\frac{9}{7}$这样，前面有“−”(负)号的数叫作负数. 一个数前面的“+”“−”号是它的符号. 正数前面的符号“+”通常可以省略不写，如$+5$、$+8\ 848.86$、$+\frac{3}{4}$可以分别写作5、8 848.86、$\frac{3}{4}$.

0既不是正数，也不是负数. 0和正数统称为非负数.

讨论

小海妈妈3月份某银行账户收支情况如图1-1-3所示，你能说出图中$-1\ 000$、$+242.51$、$+6\ 508.45$各表示什么吗？

图 1-1-3

一般地，我们可以用正数和负数来表示一个问题中出现的具有相反意义的量.

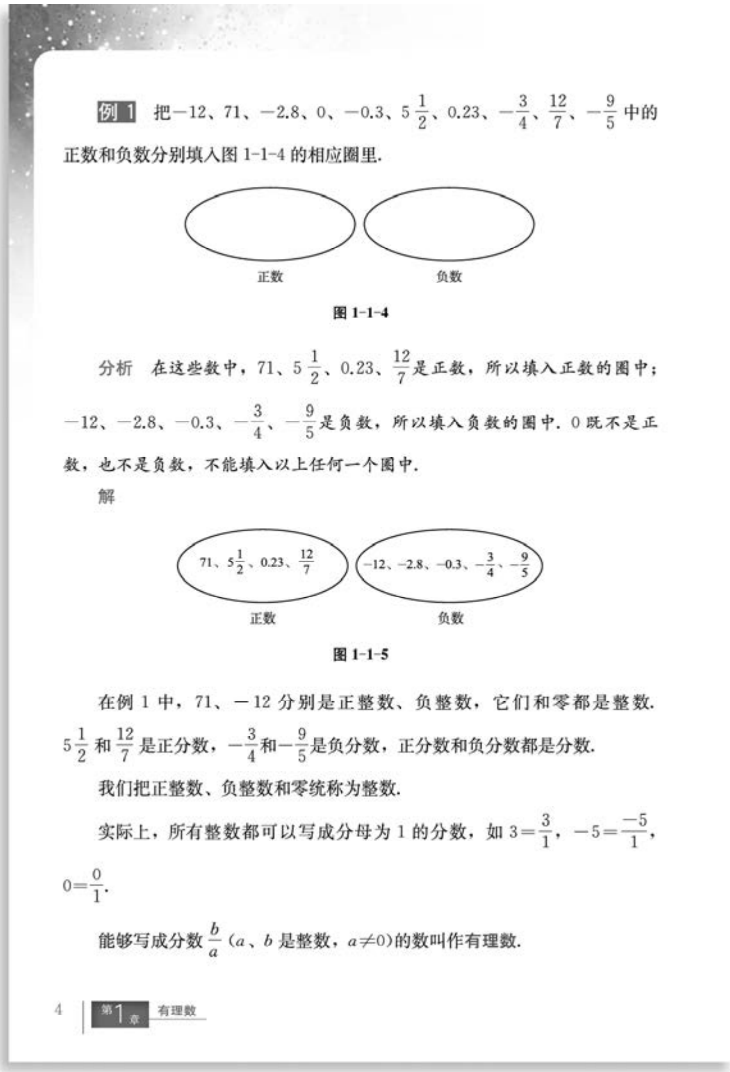
1.1 有理数的引入 3

在认识了具体情境中的量的基础上归纳概括出正数、负数的描述性定义，并说明它们的读法与表示方法.

对于0与正数、负数的关系，可以根据“0 ℃是零上温度和零下温度的分界点”的经验得出.

通过小海妈妈3月份银行账户收支情况，让学生了解生活中另外一类常见的用正数、负数表示相反意义的量的实例.

例 1，根据一个数的符号特征，正确地区分这个数是正数或负数.



例 1 把-12、71、-2.8、0、-0.3、$5\frac{1}{2}$、0.23、$-\frac{3}{4}$、$\frac{12}{7}$、$-\frac{9}{5}$中的正数和负数分别填入图 1-1-4 的相应圈里.

正数　　负数

图 1-1-4

分析　在这些数中，71、$5\frac{1}{2}$、0.23、$\frac{12}{7}$是正数，所以填入正数的圈中；-12、-2.8、-0.3、$-\frac{3}{4}$、$-\frac{9}{5}$是负数，所以填入负数的圈中．0 既不是正数，也不是负数，不能填入以上任何一个圈中.

解

71、$5\frac{1}{2}$、0.23、$\frac{12}{7}$　　-12、-2.8、-0.3、$-\frac{3}{4}$、$-\frac{9}{5}$

正数　　负数

图 1-1-5

在例 1 中，71、-12 分别是正整数、负整数，它们和零都是整数. $5\frac{1}{2}$和$\frac{12}{7}$是正分数，$-\frac{3}{4}$和$-\frac{9}{5}$是负分数，正分数和负分数都是分数.

我们把正整数、负整数和零统称为整数.

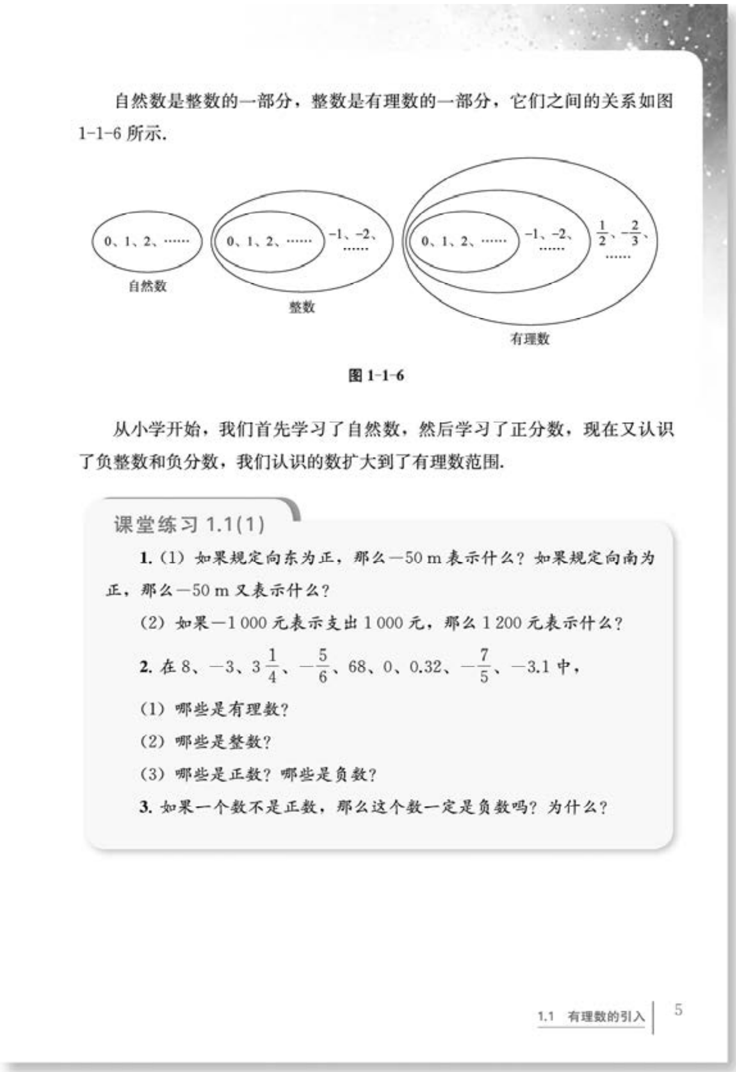
实际上，所有整数都可以写成分母为 1 的分数，如 $3=\frac{3}{1}$，$-5=\frac{-5}{1}$，$0=\frac{0}{1}$.

能够写成分数$\frac{b}{a}$(a、b 是整数，$a\neq0$)的数叫作有理数.

4　第1章　有理数

整数可以看作分母为 1 的分数，所有的有理数都可表示成$\frac{b}{a}$(a、b 是整数，$a\neq0$).

这里 a、b 是整数，所以$-5=\frac{-5}{1}$，也就是$\frac{-b}{a}=\frac{b}{-a}=-\frac{b}{a}$，在后面有理数除法学习中会做进一步说明.



自然数是整数的一部分，整数是有理数的一部分，它们之间的关系如图 1-1-6 所示.

图 1-1-6

从小学开始，我们首先学习了自然数，然后学习了正分数，现在又认识了负整数和负分数，我们认识的数扩大到了有理数范围.

课堂练习 1.1(1)

1. (1) 如果规定向东为正，那么 −50 m 表示什么？如果规定向南为正，那么 −50 m 又表示什么？

(2) 如果 −1 000 元表示支出 1 000 元，那么 1 200 元表示什么？

2. 在 8、−3、$3\frac{1}{4}$、$-\frac{5}{6}$、68、0、0.32、$-\frac{7}{5}$、−3.1 中，

(1) 哪些是有理数？

(2) 哪些是整数？

(3) 哪些是正数？哪些是负数？

3. 如果一个数不是正数，那么这个数一定是负数吗？为什么？

1.1 有理数的引入 | 5

用集合文氏图直观地表示数的范围扩充的过程，“……”表示填入的数只是集合中的一部分.

这里给出“数的范围的扩充”的阶段性总结.

课堂练习 1.1(1)

1. (1) 向西 50 m；向北 50 m.

(2) 收入 1 200 元.

2. (1) 有理数：8、−3、$3\frac{1}{4}$、$-\frac{5}{6}$、68、0、0.32、$-\frac{7}{5}$、−3.1.

(2) 整数：8、−3、68、0.

(3) 正数：8、$3\frac{1}{4}$、68、0.32；负数：−3、$-\frac{5}{6}$、$-\frac{7}{5}$、−3.1.

3. 不一定是负数，可能是 0.

（以下分析对应课本第 6～8 页）

本课教学重点

（1）经历从实际情境中抽象数轴概念的过程，理解“原点、正方向、单位长度”是数轴的三要素，会画数轴.

（2）能用数轴上的点表示有理数，初步体会“数形结合”的数学思想.

本课教学建议

（1）数轴是从生活情境中抽象出的一个重要的直观模型，是研究数的性质的重要工具. 借助数轴可以加深对正数、0 和负数的认识，可以深入研究相反数、绝对值、有理数的大小比较，帮助学生理解有理数运算法则的合理性. 因此希望教师对数轴有深刻的理解，充分利用数轴这个有利的工具开展教学活动.

（2）数轴的三要素(原点、正方向和单位长度)都是规定的，缺一不可. 根据研究问题的需要，灵活选定原点的位置、正方向的指向、单位长度的大小.

（3）对数轴的学习可以分三个层次：一是建立数轴的概念，使学生明确数轴的“三要素”，会画数轴；二是任何有理数都能够用数轴上的点表示；三是借助数轴理解相反数、绝对值的意义. 这里的第三层次是在后续的几节课中逐步学习的，数轴的三要素为研究有理数提供了非常便利的工具.

（4）任意一个有理数都可以用数轴上的点来表示. 但数轴上的点不一定表示有理数，这一点不必过分强调，以后学了实数，就可以把这个问题说清楚了.

2. 数轴

我们已经知道，零上温度用正数表示，零下温度用负数表示. 如图 1-1-7，把温度计水平横置，那么在“0”右边的数都是正数，在“0”左边的数都是负数.

图 1-1-7

我们可以仿照温度计，用水平直线上的一些点来表示正数、负数和 0.

操作

小海家在学校的正东方向，距离学校 3 km；小华家在学校正西方向，距离学校 4 km. 试画图表示这个情境.

上面的问题中，如果以学校为基准，规定“正东方向”为正，那么学校可以用 0 km 表示，小海家可以用 +3 km 表示，小华家可以用 −4 km 表示. 如图 1-1-8，画一条直线，从左往右表示从西向东的方向，在直线上任取一个点 O 表示学校的位置，规定一个单位长度（线段 OA 的长）代表 1 km. 于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个单位长度的点 B 表示小海家的位置；在点 O 左边，与点 O 距离 4 个单位长度的点 C 表示小华家的位置. 这样，0 可以用直线上的点 O 表示，+3 和 −4 分别可以用直线上的点 B 和点 C 表示.

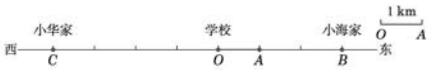


图 1-1-8

如图 1-1-9，画一条直线（一般画成水平的直线），在直线上任取一点表示 0，把这个点叫作原点；规定直线的一个方向（一般取从左往右的方向）为正方向，并用箭头表示；再选取适当长度作为一个单位长度. 在直线上，从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示为 1、2、3 等；从原点向左，用类似方法依次取点，并表示为 −1、−2、−3 等.

6 第1章 有理数

本课内容分析

温度计也是用一条直线上的点表示正数、0、负数，它本身是这条直线的一部分.

通过操作引出问题：如何在一条直线上表示小海家、小华家和学校的位置？引导学生把一个实际问题抽象成一个数学直观模型；从画图描述位置，逐步过渡到“用数表示直线上的点”和“用数轴上的点表示数”，然后与温度计作比较，概括它们的共同点，从而引入数轴概念.

原点是“任取”的一点，通常根据问题情境，选择合适的位置；数轴的单位长度要根据实际需要选取，因此这里加上“适当”二字.

例 2，通过写出数轴上已知点所表示的有理数，体现由“形”到“数”的过程. 点 C 和点 E 所表示的数是分数(或小数)，需要重点分析. 此处可补充说明，有理数(分数或小数)都可以在数轴上找到对应的点来表示.

例 3，巩固数轴的画法，通过在数轴上标点来表示有理数，体现由“数”到“形”的过程.

重点分析正分数、负分数如何用数轴上的点来表示，帮助学生理解“所有的有理数都可以用数轴上的点表示”.

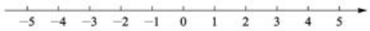


图 1-1-9

像这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫作数轴.

例如，2 可以用数轴上位于原点右边、距离原点 2 个单位长度的点表示，3.4 可以用数轴上位于原点右边、距离原点 3.4 个单位长度的点表示，-3 可以用数轴上位于原点左边、距离原点 3 个单位长度的点表示，$-\frac{3}{2}$ 可以用数轴上位于原点左边、距离原点 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的点表示.

例 2 写出图 1-1-10 中数轴上 A、B、C、D、E 各点分别表示的数.

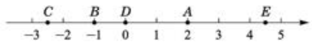


图 1-1-10

解 点 A 表示的数为 2，点 B 表示的数为 -1，点 C 表示的数为 $-\frac{5}{2}$，点 D 表示的数为 0，点 E 表示的数为 4.5.

例 3 画一条数轴，并用数轴上的点表示下列各数：3、-3、0.5、-0.5、$1\frac{3}{4}$、$-1\frac{3}{4}$.

解 如图 1-1-11 所示.

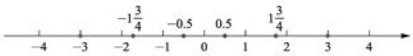


图 1-1-11

每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示.

用数轴上的点表示数，所有表示正数的点都在原点的右边，所有表示负数的点都在原点的左边. 原点(表示 0 的点)是表示正数的点和表示负数的点的分界点.

1.1 有理数的引入 7

课堂练习 1.1(2)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打"√"，错误的在括号里打"×"：

（1）数轴是规定了原点、正方向和单位长度的一条射线；（　）

（2）所有有理数都可以用数轴上的点表示；（　）

（3）在数轴上，如果表示数 a 的点在原点左边，那么这个数一定是负数．（　）

2. 如图，写出数轴上的点 A、B、C 所表示的数．

（第 2 题）

3. 画一条数轴，并用数轴上的点表示下列各数：-2、1、$-\frac{1}{2}$、2.5、0．

3. 相反数

思考

在数轴上，与原点的距离是 3 个单位长度的点有几个？这些点表示的数分别是多少？

可以发现，数轴上与原点距离 3 个单位长度的点有两个，它们表示的数分别是 3 和 -3（图 1-1-12）．

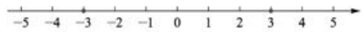


图 1-1-12

课堂练习 1.1(2)

1.（1）×．

（2）√．

（3）√．

2. A：5；B：-3；C：0．

3. 略．

（以下分析对应课本第 8～9 页）

本课教学重点

借助数轴理解相反数的意义，掌握求有理数的相反数的方法.

本课教学建议

（1）通过对具体数的观察，给出相反数描述性的定义. 这里“只有符号不同的两个数”，是直接观察 3 和 -3 这对数得出的. 要确定一个有理数，一是看符号，二是看绝对值. 因为绝对值的定义是下一节的内容，所以这里通过举例说明只有符号不同，避开了绝对值.

（2）要引导学生从具体数中知道，由于 a 既可以是正数，也可以是负数，因此 $-a$ 不一定是负数，培养学生的抽象能力.

（3）“互为”是因为相反数是“双向”的，即 a 的相反数是 $-a$，反之也是. 用字母来表示“互为相反数”，为下一章代数的学习打下基础.

课堂练习 1.1(2)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）数轴是规定了原点、正方向和单位长度的一条射线；（ ）

（2）所有有理数都可以用数轴上的点表示；（ ）

（3）在数轴上，如果表示数 a 的点在原点左边，那么这个数一定是负数.（ ）

2. 如图，写出数轴上的点 A、B、C 所表示的数.

（第 2 题）

3. 画一条数轴，并用数轴上的点表示下列各数：-2、1、$-\frac{1}{2}$、2.5、0.

3. 相反数

思考

在数轴上，与原点的距离是 3 个单位长度的点有几个？这些点表示的数分别是多少？

可以发现，数轴上与原点距离 3 个单位长度的点有两个，它们表示的数分别是 3 和 -3（图 1-1-12）.

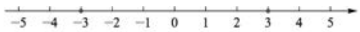


图 1-1-12

本课内容分析

引导学生观察数轴上到原点的距离相等的点，发现满足条件的点有两个，并且在原点的两侧，这两个点表示的数只有符号不同，由此引出相反数.

可以引导学生自己多举几对具体数，以充分感受“互为相反数”的两个数之间的关系以及它们在数轴上的位置关系. “0 的相反数是 0”是相反数定义的一部分.

例 4，可以直接根据相反数的定义来求一个有理数的相反数，也可以让学生在数轴上表示出来，加深对互为相反数的两个数在数轴上对应点的位置关系的认识.

课堂练习 1.1(3)

1. C.

2. -8；-9；6；$\frac{2}{3}$.

3. 原点.

3 和 -3 只有符号不同，一正一负；从数轴上看，表示 3 和 -3 的两个点位于原点的两侧，并且与原点的距离相等.

像 3 和 -3 这样，只有符号不同的两个数，我们说其中一个数是另一个数的相反数. 例如，$\frac{7}{3}$ 的相反数是 $-\frac{7}{3}$，$-\frac{7}{3}$ 的相反数是 $\frac{7}{3}$，$\frac{7}{3}$ 与 $-\frac{7}{3}$ 互为相反数.

0 的相反数是 0.

互为相反数的两个数(0 除外)可以用数轴上的两个点表示，这两个点分别位于原点的两侧，并且与原点的距离相等.

例 4 分别写出下列各数的相反数：6、-8、-3.9、$\frac{9}{11}$、0.

解 6 的相反数是 -6，-8 的相反数是 8，-3.9 的相反数是 3.9，$\frac{9}{11}$ 的相反数是 $-\frac{9}{11}$，0 的相反数是 0.

一般地，数 a 和数 $-a$ 互为相反数，也就是数 a 的相反数是 $-a$，数 $-a$ 的相反数是 a. 这里的 a 表示一个有理数.

课堂练习 1.1(3)

1. 下列说法正确的是 (　　)

A. 正数和负数互为相反数；

B. 表示相反意义的两个量互为相反数；

C. 任何有理数都有相反数；

D. 一个数的相反数一定是负数.

2. 简化下列各数的符号：

$$-(+8)、+(-9)、-(-6)、+\left(+\frac{2}{3}\right).$$

3. a 表示一个有理数. 如果 $a=-a$，那么表示 a 的点在数轴上的什么位置？

1.1 有理数的引入 9

（以下分析对应课本第 10～11 页）

本课教学重点

借助数轴理解绝对值的意义，掌握求有理数的绝对值的方法，加深对“数形结合”思想的理解.

本课教学建议

（1）通过描述小海家、乐乐家和学校的距离说明绝对值的意义，借助数轴给出绝对值的定义，并由这个定义得出一个正数、负数和零的绝对值.

（2）“绝对值”是“距离”这一几何量的代数刻画，教师要引导学生从几何和代数两个角度理解绝对值. 知道绝对值是对数量大小和线段长度的表达.

（3）绝对值概念是教学难点，既要理解几何意义，又要掌握代数的含义，这对后续进入代数学的学习很重要. 另外，带有符号的运算(负数、绝对值)是学生的易错点，在学习之初需要指出.

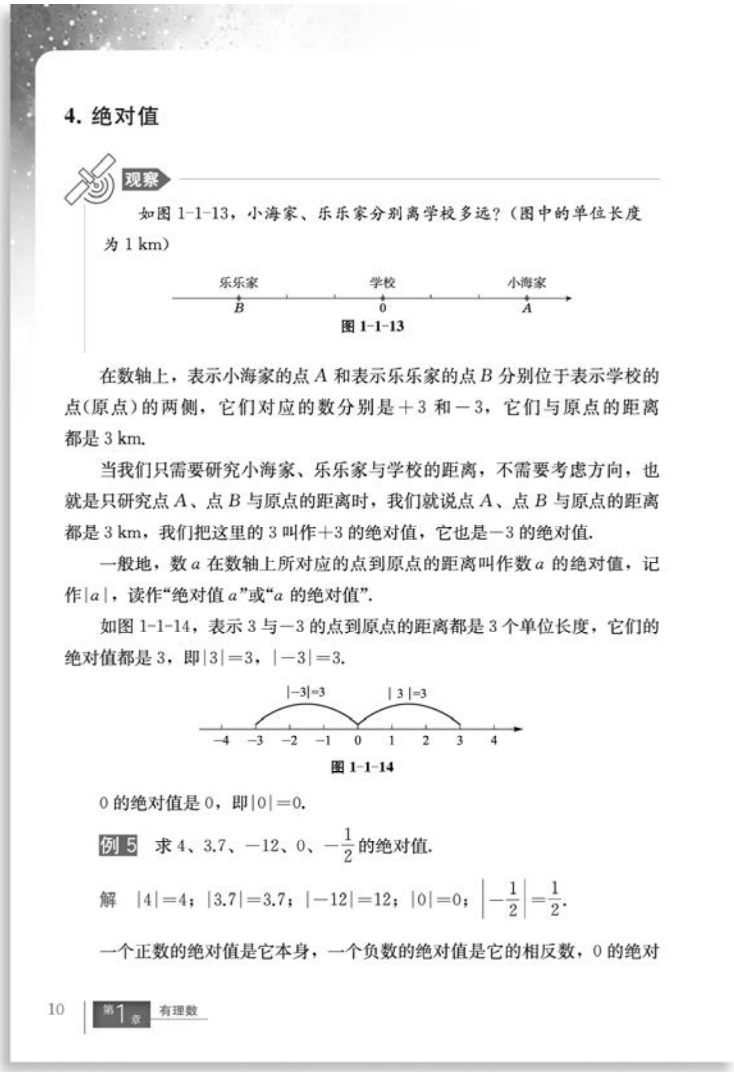
（4）通过绝对值的学习，可以加强对相反数的理解，也为有理数运算做好准备.

本课内容分析

在数轴上，点 A、点 B 表示的数分别是 3 和 -3，但它们与学校的距离都是 3 千米，也就是描述它们离学校的距离可以不必考虑方向. 有了这些铺垫，此时引出绝对值的概念水到渠成.

绝对值的符号表示要基于定义说明，这样对接下来说明绝对值符号中的 a 既可以是正数也可以是负数，显得更加自然.

例 5，要求理解绝对值的表示法，能直接根据绝对值的意义写出一个数的绝对值.



4. 绝对值

观察

如图 1-1-13，小海家、乐乐家分别离学校多远？（图中的单位长度为 1 km）

图 1-1-13

在数轴上，表示小海家的点 A 和表示乐乐家的点 B 分别位于表示学校的点（原点）的两侧，它们对应的数分别是 $+3$ 和 -3，它们与原点的距离都是 3 km.

当我们只需要研究小海家、乐乐家与学校的距离，不需要考虑方向，也就是只研究点 A、点 B 与原点的距离时，我们就说点 A、点 B 与原点的距离都是 3 km，我们把这里的 3 叫作 $+3$ 的绝对值，它也是 -3 的绝对值.

一般地，数 a 在数轴上所对应的点到原点的距离叫作数 a 的绝对值，记作 $|a|$，读作“绝对值 a”或“a 的绝对值”.

如图 1-1-14，表示 3 与 -3 的点到原点的距离都是 3 个单位长度，它们的绝对值都是 3，即 $|3|=3$，$|-3|=3$.

图 1-1-14

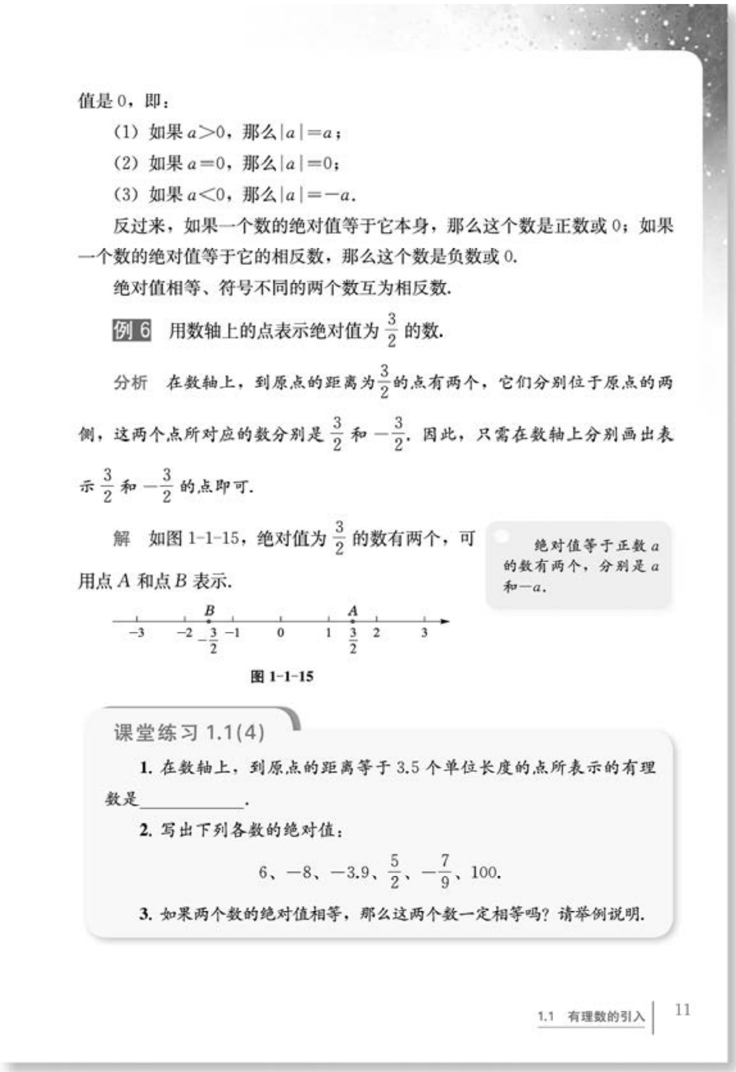
0 的绝对值是 0，即 $|0|=0$.

例 5 求 4、3.7、-12、0、$-\frac{1}{2}$ 的绝对值.

解 $|4|=4$；$|3.7|=3.7$；$|-12|=12$；$|0|=0$；$\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.

一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对

10 第1章 有理数



值是 0，即：

(1) 如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

(2) 如果 $a=0$，那么 $|a|=0$；

(3) 如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$.

反过来，如果一个数的绝对值等于它本身，那么这个数是正数或 0；如果一个数的绝对值等于它的相反数，那么这个数是负数或 0.

绝对值相等、符号不同的两个数互为相反数.

例 6 用数轴上的点表示绝对值为 $\frac{3}{2}$ 的数.

分析 在数轴上，到原点的距离为 $\frac{3}{2}$ 的点有两个，它们分别位于原点的两侧，这两个点所对应的数分别是 $\frac{3}{2}$ 和 $-\frac{3}{2}$. 因此，只需在数轴上分别画出表示 $\frac{3}{2}$ 和 $-\frac{3}{2}$ 的点即可.

解 如图 1-1-15，绝对值为 $\frac{3}{2}$ 的数有两个，可用点 A 和点 B 表示.

绝对值等于正数 a 的数有两个，分别是 a 和 $-a$.

图 1-1-15

课堂练习 1.1(4)

1. 在数轴上，到原点的距离等于 3.5 个单位长度的点所表示的有理数是________.

2. 写出下列各数的绝对值：

$$6、-8、-3.9、\frac{5}{2}、-\frac{7}{9}、100.$$

3. 如果两个数的绝对值相等，那么这两个数一定相等吗？请举例说明.

1.1 有理数的引入 11

引导学生将文字语言的表述用字母和符号简明地表示出来，培养学生从具体数的表示到字母表示的抽象能力.

例 6 是数到形，借助数轴帮助学生理解绝对值的意义.

课堂练习 1.1(4)

1. 3.5 和 -3.5.

2. 6；8；3.9；$\frac{5}{2}$；$\frac{7}{9}$；100.

3. 不一定相等. 例如，2 的绝对值是 2，-2 的绝对值是 2，它们的绝对值相等，但是 2 与 -2 不相等.

（以下分析对应课本第 12～14 页）

本课教学重点

会比较两个有理数的大小，进一步体会数形结合的思想.

本课教学建议

（1）通过观察、对比，可以发现数轴的一些性质. 比如，数轴上的点从左至右排列的有序性，每一个有理数都可以用唯一的一个点来表示，因此任何两个有理数都可以比较大小. 正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数，这三句话中带有推理的成分，依据不等式的传递性，学生只需通过直观地观察得到这个结论即可.

（2）学会比较两个负数的大小是学习有理数比较大小的关键. 比较两个负数的大小，可以先借助数轴，然后抽象到一般，最好归纳用绝对值比较负数大小的方法，有了这种方法就可以直接利用绝对值进行比较. 教学中应利用数轴的直观帮助学生理解这些方法，而不是死记硬背.

（3）在比较有理数大小的问题时，应要求学生说明理由，书写规范. 特别在说明两个负数的大小时，应适当关注对学生代数推理能力的培养.

5. 有理数的大小比较

观察

把图 1-1-16 中温度计上的数值表示在数轴上，如图 1-1-17 所示. 观察表示这些数的点在数轴上的位置，温度的高低与相应的点在数轴上的位置有什么关系？

图 1-1-16

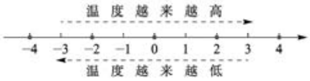


图 1-1-17

每一个有理数都可以用数轴上唯一的一个点表示. 用数轴上的点表示有理数时，这些点从左到右的顺序，就是有理数从小到大的顺序，即右边的点表示的数大于左边的点表示的数.

由此可知：$4>0$，$0>-2$，$2>-4$，……

正数大于零，零大于负数，正数大于负数.

例 7 用数轴上的点表示下列各数，并把这些数按从小到大的顺序排列起来：

$$5、0、-\frac{1}{2}、3.5、-1.$$

解 把上述各数所表示的点分别标在数轴上，如图 1-1-18 所示.

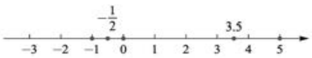


图 1-1-18

从数轴上可以看出，它们从左到右的顺序是：-1、$-\frac{1}{2}$、0、3.5、5.

12 第1章 有理数

本课内容分析

将温度计上的数值表示在数轴上，顺势给出正数、负数与 0 的大小关系，进而看到，表示它们的各点是从左到右，为利用数轴比较有理数大小奠定了直观的基础.

例 7，数轴上的点从左至右所表示的有理数从小到大.

比较两个负数的大小，首先是利用数轴，观察它们在数轴上所表示的点的位置作判断，然后过渡到用绝对值比较的方法.

例 8 中两个负数大小比较是本节课的难点，上面的过渡为难点的突破做了准备，通过例 8 要让学生清楚知道比较两个负数的大小的过程：首先求出两个负数的绝对值，然后比较两个绝对值的大小，再根据“绝对值大的那个数反而小”判断原来两个负数的大小. 这是简单的推理过程.

课堂练习 1.1(5)

1. (1) ×.

(2) √.

(3) ×.

(4) ×.

2. (1) $3\frac{3}{4}>3$.

(2) $-\frac{26}{137}<0$.

(3) $0.3>-17$.

(4) $-\frac{17}{50}<-0.32$.

所以，把这些数按从小到大的顺序排列起来是：

$$-1<-\frac{1}{2}<0<3.5<5.$$

从数轴上看，表示 $-\frac{1}{2}$ 的点在表示 -1 的点的右边，所以 $-\frac{1}{2}>-1$.

比较两个负数的大小，绝对值大的那个数反而小.

例 8 比较下列各组中两数的大小：

(1) -3 和 -1；　　(2) -2.5 和 $-\frac{8}{5}$.

解 (1) $|-3|=3$，$|-1|=1$.

因为 $3>1$，即 $|-3|>|-1|$，所以 $-3<-1$.

(2) $|-2.5|=2.5$，$\left|-\frac{8}{5}\right|=\frac{8}{5}$.

因为 $2.5>\frac{8}{5}$，即 $|-2.5|>\left|-\frac{8}{5}\right|$，所以 $-2.5<-\frac{8}{5}$.

课堂练习 1.1(5)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

(1) 数轴上离原点越远的点所表示的数越大；　( )

(2) 任何一个正数都大于所有的负数；　( )

(3) 两个有理数，绝对值大的那个数反而小；　( )

(4) 比一个正数小的数一定是负数.　( )

2. 比较下列各组中两数的大小：

(1) $3\frac{3}{4}$ 和 3；　　(2) $-\frac{26}{137}$ 和 0；

(3) 0.3 和 -17；　　(4) $-\frac{17}{50}$ 和 -0.32.

1.1 有理数的引入　13

3. 写出 3 个小于-50并且大于-52的数.

习题 1.1

A

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

(1) 正有理数和负有理数统称为有理数；（　　）

(2) 4 可以看作分母为 1、分子为 4 的分数；（　　）

(3) 自然数就是正整数；（　　）

(4) 一个负数的绝对值是它的相反数；（　　）

(5) 任何数的绝对值都是正数.（　　）

2. 填空题：

(1) 某城市一月份日平均气温大约是零下 3.5 ℃，用负数表示这个气温为________℃；

(2) 如果把河道中的水位比标准水位低 0.2 m 记作-0.2 m，那么比标准水位高 0.1 m 记作________m；

(3) 如果把写字台的长度比某一标准长度长 2 cm 记作 2 cm，那么比该标准长度短 3 cm 记作________cm.

3. 写出符合下列条件的有理数：

(1) 既不是正数，又不是负数的数是________；

(2) 绝对值最小的数是________；

(3) 最小的正整数是________；

(4) 比-2.1小的整数中最大的整数是________；

(5) 不小于-4的负整数是__________.

14 第1章 有理数

3. -50.5、-51、-51.2.（答案不唯一）

习题 1.1

1. (1) ×.

(2) √.

(3) ×.

(4) √.

(5) ×.

2. (1) -3.5.

(2) 0.1.

(3) -3.

3. (1) 0.

(2) 0.

(3) 1.

(4) -3.

(5) -4、-3、-2、-1.

4. -1.5；$\frac{7}{2}$；0；$-\frac{3}{4}$；3；$-2\frac{1}{3}$. 数轴略.

5. 17.3；4.5；0；$\frac{2}{3}$；$\frac{5}{2}$；125.

6.（1）$-1<0$.

（2）$\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$.

（3）$-2.1<-1.9$.

（4）$-0.27>-\frac{3}{11}$.

7. 2 个，4.8 和 -4.8，和为 0.

8. -2.

9. 不完整，还有 0.

4. 写出下列各数的相反数，并将这些数和它们的相反数用数轴上的点表示出来：1.5、$-\frac{7}{2}$、0、$\frac{3}{4}$、-3、$2\frac{1}{3}$.

5. 写出下列各数的绝对值：17.3、-4.5、0、$\frac{2}{3}$、$-\frac{5}{2}$、-125.

6. 比较下列各组中两数的大小：

（1）-1 和 0；（2）$\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$；

（3）-2.1 和 -1.9；（4）-0.27 和 $-\frac{3}{11}$.

7. 数轴上到原点的距离等于 4.8 的点共有几个？它们所表示的数分别是多少？这些数的和是多少？

B

8. 如果一个数与 3 的和的相反数是 -5，那么这个数的相反数是多少？

9. 数学课上李老师提出一个问题："绝对值小于 10 的整数共有多少个？"小海答道："不就是 1、2、3、4、5、6、7、8、9 这九个数吗?!"欢欢认为小海的回答有错，补充道："李老师，小海还漏了 -1、-2、-3、-4、-5、-6、-7、-8、-9，所以一共有 18 个."你觉得欢欢的补充完整了吗？为什么？

1.2　有理数的加法与减法

本节教学目标

（1）理解有理数加法和减法的定义，掌握运算法则并能熟练运用，提高运算能力.
（2）经历思考、归纳、运用有理数加法和减法法则的过程.
（3）能从实际问题中抽象出有理数加减法问题，提升抽象能力，形成模型观念.

（以下分析对应课本第 16～19 页）

本课教学重点

（1）掌握有理数加法法则，并运用加法法则进行简单计算.
（2）能将现实问题抽象成有理数加减法，提升抽象能力，形成模型观念.

本课教学建议

（1）要给学生充分的时间完成“思考”栏目，通过实例明确有理数加法的意义. 教学中可以按照有理数分为正数、负数、0 三类，将这些算式分为两个正数相加、两个负数相加、一个正数与一个负数相加、一个负数与一个正数相加，进而归结为两类，即同号两数相加、异号两数相加，为法则的归纳做好准备.

（2）归纳有理数加法的法则要从和的符号、绝对值与两个加数的符号、绝对值之间的关系，得出相应的结论.

（3）关于有理数加法的运算，重要的是两个负数相加、一个正数与一个负数相加. 在练习中，先进行负整数的加法运算，让学生掌握法则，再进行负分数和小数等的运算，后面的减法、乘法等也是同样处理.

（4）关于分数与小数混合运算，学生在小学阶段虽然学习了小数和分数的互化，但是没有学习小数与分数的混合运算，所以在教学中适当增加分数与小数混合运算的题目，让学生体会这类问题的求解方法.

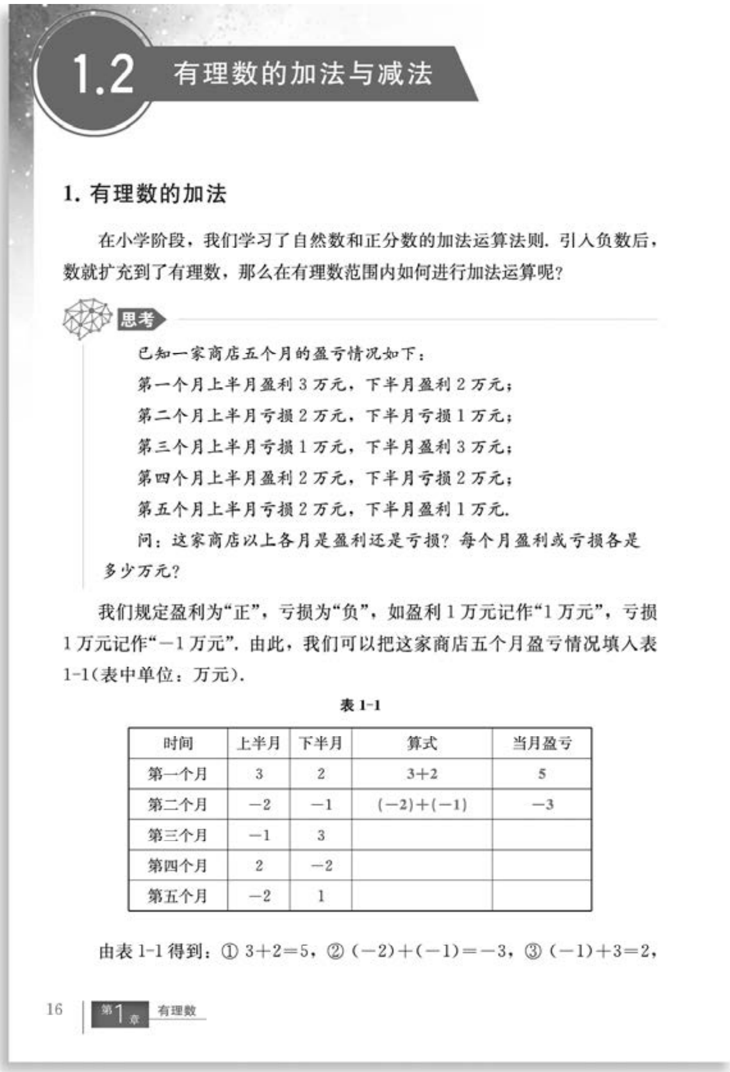
（5）对法则合理性的说明，可以从实例中引出加法运算法则，便于学生在心理上接受. 运算法则本身是一种规定，对学生来说，最终是要记住这个规定，会用规定运算，培养根据规则行事的习惯.

本课内容分析

从小学阶段学过的加法运算出发，提出引入负数后的加法问题，明确研究有理数加法的重点是负数的加法问题.

思考 （1）注意引导学生根据题意列出加法算式.

（2）由学生自行完成所列算式的计算. 在计算$(-2)+(-1)$时，可以根据-2和-1分别表示第二个月上半月亏损2万元，下半月亏损1万元，因此第二个月共亏损3万元，得出$(-2)+(-1)=-(2+1)=-3$.



1.2 有理数的加法与减法

1. 有理数的加法

在小学阶段，我们学习了自然数和正分数的加法运算法则. 引入负数后，数就扩充到了有理数，那么在有理数范围内如何进行加法运算呢？

思考

已知一家商店五个月的盈亏情况如下：

第一个月上半月盈利3万元，下半月盈利2万元；

第二个月上半月亏损2万元，下半月亏损1万元；

第三个月上半月亏损1万元，下半月盈利3万元；

第四个月上半月盈利2万元，下半月亏损2万元；

第五个月上半月亏损2万元，下半月盈利1万元.

问：这家商店以上各月是盈利还是亏损？每个月盈利或亏损各是多少万元？

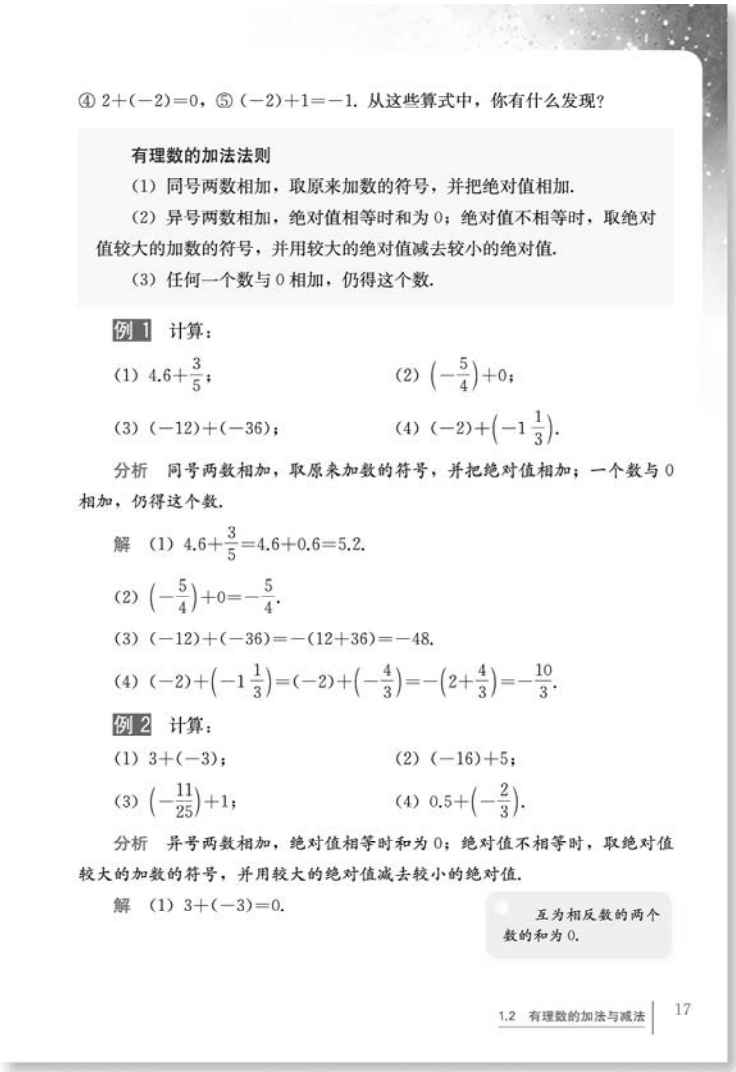
我们规定盈利为“正”，亏损为“负”，如盈利1万元记作“1万元”，亏损1万元记作“-1万元”. 由此，我们可以把这家商店五个月盈亏情况填入表1-1(表中单位：万元).

表 1-1

时间	上半月	下半月	算式	当月盈亏
第一个月	3	2	$3+2$	5
第二个月	-2	-1	$(-2)+(-1)$	-3
第三个月	-1	3		
第四个月	2	-2		
第五个月	-2	1		

由表1-1得到：① $3+2=5$，② $(-2)+(-1)=-3$，③ $(-1)+3=2$，

16 第1章 有理数


④ $2+(-2)=0$，⑤ $(-2)+1=-1$．从这些算式中，你有什么发现？

有理数的加法法则

（1）同号两数相加，取原来加数的符号，并把绝对值相加.

（2）异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

（3）任何一个数与 0 相加，仍得这个数.

例 1 计算：

（1）$4.6+\frac{3}{5}$； （2）$\left(-\frac{5}{4}\right)+0$；

（3）$(-12)+(-36)$； （4）$(-2)+\left(-1\frac{1}{3}\right)$.

分析 同号两数相加，取原来加数的符号，并把绝对值相加；一个数与 0 相加，仍得这个数.

解 （1）$4.6+\frac{3}{5}=4.6+0.6=5.2$.

（2）$\left(-\frac{5}{4}\right)+0=-\frac{5}{4}$.

（3）$(-12)+(-36)=-(12+36)=-48$.

（4）$(-2)+\left(-1\frac{1}{3}\right)=(-2)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\left(2+\frac{4}{3}\right)=-\frac{10}{3}$.

例 2 计算：

（1）$3+(-3)$； （2）$(-16)+5$；

（3）$\left(-\frac{11}{25}\right)+1$； （4）$0.5+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

分析 异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

解 （1）$3+(-3)=0$.

互为相反数的两个数的和为 0.

1.2 有理数的加法与减法 17

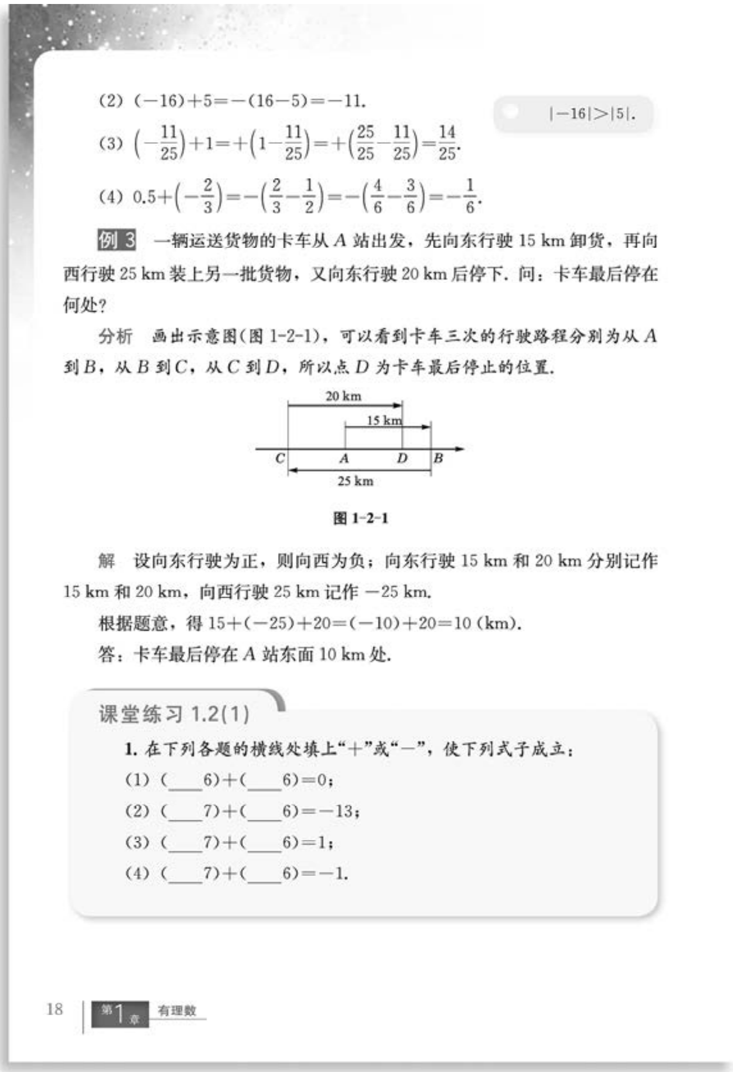
引导学生分析上述几个加法算式后得出加法法则，关注运用数学语言能力的培养. 对有理数加法法则的归纳，建议围绕如何加与结果的符号如何确定这两个角度进行.

例 1 是利用上述得到的有理数加法运算法则进行正确运算. 先观察两个加数的符号是同号还是异号，从而选择法则(1)还是法则(2)进行运算.

教学中规范解题格式，注意培养学生良好的学习习惯.

例 1 中列举的是分数与小数相加、一个数与 0 相加、两个负数相加的例子，例 2 中列举的是异号两数相加的例子.

对例 1(1)$4.6+\frac{3}{5}$，例题采用的是转化为小数 $4.6+0.6$ 来计算，教学中让学生理解也可以转化为分数 $4\frac{3}{5}+\frac{3}{5}$ 来计算.



(2) $(-16)+5=-(16-5)=-11.$

$|-16|>|5|.$

(3) $\left(-\frac{11}{25}\right)+1=+\left(1-\frac{11}{25}\right)=+\left(\frac{25}{25}-\frac{11}{25}\right)=\frac{14}{25}.$

(4) $0.5+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)=-\frac{1}{6}.$

例 3 一辆运送货物的卡车从 A 站出发，先向东行驶 15 km 卸货，再向西行驶 25 km 装上另一批货物，又向东行驶 20 km 后停下. 问：卡车最后停在何处？

分析　画出示意图(图 1-2-1)，可以看到卡车三次的行驶路程分别为从 A 到 B，从 B 到 C，从 C 到 D，所以点 D 为卡车最后停止的位置.

图 1-2-1

解　设向东行驶为正，则向西为负；向东行驶 15 km 和 20 km 分别记作 15 km 和 20 km，向西行驶 25 km 记作 −25 km.

根据题意，得 $15+(-25)+20=(-10)+20=10$ (km).

答：卡车最后停在 A 站东面 10 km 处.

课堂练习 1.2(1)

1. 在下列各题的横线处填上“+”或“−”，使下列式子成立：

(1) (___6)+(___6)=0；

(2) (___7)+(___6)=−13；

(3) (___7)+(___6)=1；

(4) (___7)+(___6)=−1.

18　第1章　有理数

例 3，先规定卡车的行驶方向，向东为正，再画出行程图，最后进行分析和列式计算.

课堂练习 1.2(1)

1. (1) ＋；－.（或－；＋）

(2) －；－.

(3) ＋；－.

(4) －；＋.

2. (1) $\frac{21}{20}$.

(2) -22.

(3) $-\frac{5}{6}$.

(4) 0.

(5) $-\frac{17}{30}$.

(6) $-12\frac{2}{7}$.

3. $(-4)+23=19$(℃).

（以下分析对应课本第 19～21 页）

本课教学重点

（1）通过比较、归纳，得出有理数加法的运算律，掌握有理数加法运算律；能合理运用运算律进行有理数加法的简便运算.

（2）通过加法运算律的探究，体会用字母和符号的语言叙述的简洁明了和用字母表示数的普遍意义，提高运算能力.

本课教学建议

（1）先提出自然数、正分数对加法交换律、结合律均成立，然后提问当数扩展到有理数时是否仍然成立，接着采用从特殊到一般的方法，引导学生算一算、猜一猜，尝试得出结论，然后给出有理数加法的运算律. 在举例时要尽可能涉及不同类型的加数.

（2）对于加法运算律，既要注意用文字语言表述，也要上升到用字母表示，这是字母表示数的良机，也是前后知识联系的纽带. 对于式子中的字母，应说明它们分别表示任意一个有理数，即：它们可以是整数，又可以是分数；既可以是正数，又可以是负数或 0. 用字母表示运算律在后面的乘法运算律中还会出现，应使学生逐步熟悉，正确理解.

（3）教学中可以适当补充利用加法运算律能体现简便运算的题目.

2. 计算：

(1) $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}$；　　(2) $(-13)+(-9)$；

(3) $\left(-\frac{5}{6}\right)+0$；　　(4) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{4}$；

(5) $0.1+\left(-\frac{2}{3}\right)$；　　(6) $(-3)+(-9)+\left(-\frac{2}{7}\right)$.

3. 冬天，乐乐家开着空调取暖. 在某一时刻，室外的温度是 -4 ℃，室内的温度比室外的温度高 23 ℃，那么这时室内的温度是多少摄氏度？

在小学阶段，我们知道了自然数和正分数的加法满足交换律和结合律. 例如，

$$4+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+4;$$

$$(4+2.3)+3.7=4+(2.3+3.7).$$

引入负数后，在有理数范围内这些加法的运算律是否仍然成立呢？

观察

(1) 分别计算下面的算式，比较每组算式中两个加数的位置和运算结果，你能得出什么结论？

$$(-40)+(-30),\ (-30)+(-40);$$

$$(-3)+8.1,\ 8.1+(-3).$$

(2) 再任取两个数相加，并交换加数的位置，还能得出同样的结论吗？

由此可以观察到：两个有理数相加时，交换加数的位置，和不变，即

加法交换律

$$a+b=b+a.$$

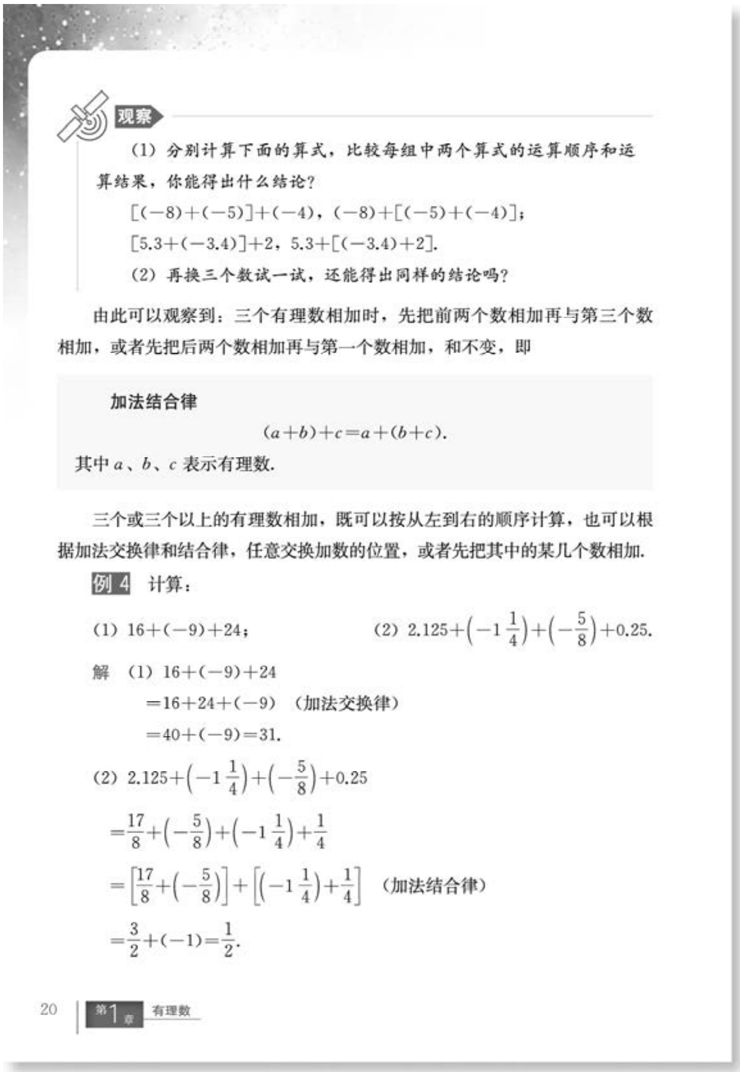
其中 a、b 表示有理数.

本课内容分析

这里需要提醒学生注意，在规定了有理数加法法则后，以前学过的加法运算律不是自然适用的.

在由观察得出结论的过程中，应鼓励学生用更多的算式进行尝试，以避免学生产生由两组算式便能得出一般结论的误解.

运算律对所有有理数都成立实际上是直接给出的，要让学生从较多的例子中理解运算律.



观察

(1) 分别计算下面的算式，比较每组中两个算式的运算顺序和运算结果，你能得出什么结论？

$[(-8)+(-5)]+(-4)$，$(-8)+[(-5)+(-4)]$；

$[5.3+(-3.4)]+2$，$5.3+[(-3.4)+2]$.

(2) 再换三个数试一试，还能得出同样的结论吗？

由此可以观察到：三个有理数相加时，先把前两个数相加再与第三个数相加，或者先把后两个数相加再与第一个数相加，和不变，即

加法结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

其中 a、b、c 表示有理数.

三个或三个以上的有理数相加，既可以按从左到右的顺序计算，也可以根据加法交换律和结合律，任意交换加数的位置，或者先把其中的某几个数相加.

例 4 计算：

(1) $16+(-9)+24$；　(2) $2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25$.

解 (1) $16+(-9)+24$

$=16+24+(-9)$ （加法交换律）

$=40+(-9)=31$.

(2) $2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25$

$=\frac{17}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}$

$=\left[\frac{17}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)\right]+\left[\left(-1\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}\right]$ （加法结合律）

$=\frac{3}{2}+(-1)=\frac{1}{2}$.

20 第1章 有理数

例 4，进行三个及三个以上的有理数加法运算时，有时要运用加法的交换律、结合律，通过观察分析，根据题中有理数的特点，重新组合，分别相加，使运算简便.

当出现分数与小数混合运算，可以根据题目中数的特点，将分数转化为小数或将小数转化为分数进行运算.

分数与小数混合运算，可以先把小数转化成分数，也可以先把分数转化成小数. 例 4 中的(2)还可以这样算：

$$
\begin{aligned}
&2.125+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+0.25\\
=&2.125+(-1.25)+(-0.625)+0.25\\
=&2.125+(-0.625)+(-1.25)+0.25\\
=&[2.125+(-0.625)]+[(-1.25)+0.25]\\
=&1.5+(-1)\\
=&0.5.
\end{aligned}
$$

课堂练习 1.2(2)

1. 判断下列说法是否正确，正确的在括号里打“✓”，错误的在括号里打“×”：

(1) 两个有理数的和一定大于每一个加数； (　　)

(2) 两个负数的和一定小于每一个加数； (　　)

(3) 如果两个数的和为 0，那么这两个数都等于 0； (　　)

(4) 如果两个数的绝对值相等，那么这两个数的和为 0. (　　)

2. 计算：

(1) $23+(-17)+16+(-22)$；

(2) $(-7)+(-6.5)+(-3)+6.5$；

(3) $1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$；

(4) $(-0.5)+\frac{1}{4}+2.75+\left(-5\frac{1}{2}\right)$.

3. 一架飞机原飞行高度是 8 000 m，先上升 300 m，后下降 200 m. 求这时这架飞机的飞行高度.

1.2 有理数的加法与减法 | 21

课堂练习 1.2(2)

1. (1) ×.

(2) ✓.

(3) ×.

(4) ×.

2. (1) 0.

(2) -10.

(3) $\frac{2}{3}$.

(4) -3.

3. $8\,000+300+(-200)=8\,100$(m).

（以下分析对应课本第 22～24 页）

本课教学重点

（1）掌握有理数减法法则，并能运用减法法则进行计算.

（2）通过解决实际问题，体会有理数加法减法在实际生活中的应用.

本课教学建议

（1）通过实例引出有理数的减法，借鉴小学自然数减法的引入方式，即从减法是加法的逆运算出发，通过一些具体数，探究求两个有理数的差是否可以转化为加法运算. 通过对一组具体数的尝试、与加法比较，归纳出可以把有理数加减混合运算统一为加法运算的结论. 教学中，引导学生经历有理数减法法则的获得过程，鼓励学生合理猜想. 本套教科书在小学阶段不学习方程，所以这里采用与传统教科书不一样的处理方式，也不建议引入方程(方程安排在第 3 章学习)提前学习.

（2）学习了有理数减法，可以看到，以前像“3－5”这类无法进行的减法运算，在数扩充到有理数后，总可以实施，即有理数集对减法运算是封闭的. 这实际上也是引入负数的重要目的，可以让学生在学习本节课中加以体会.

（3）有理数减法运算可以转化为有理数加法运算，加法的运算律也适用.

本课内容分析

通过温差的计算，引出有理数减法问题.

学生已经学习了自然数和正分数的减法，可以让学生利用减法是加法的逆运算得出结果，再与加法算式比较，从而得出 5 减去(－2)的结果与 5 加上(＋2)的结果相同，9 减去 4 的结果与 9 加上(－4)的结果相同，为引出有理数减法的法则做好准备，也帮助学生进一步理解有理数减法与加法互为逆运算.

应注意培养学生自主概括有理数减法法则的能力，并鼓励学生使用数学语言加以表述，提升学生的交流和表达能力.

2. 有理数的减法

与小学学过的减法意义相同，有理数的减法是有理数加法的逆运算. 有理数的减法就是已知两个有理数的和与其中的一个加数，求另一个加数的运算.

问题 如图 1-2-2，这两天的气温，哪一天的温差比较大?

图 1-2-2

这是有关有理数减法的问题，列出算式分别是：$5-(-2)$，$9-4$.

$9-4=5$，那么如何求 $5-(-2)$ 呢?

减法是加法的逆运算，计算 $5-(-2)$，就是要求出一个数，使这个数与 -2 相加得 5.

因为 $7+(-2)=5$，所以 $5-(-2)=7$.

又因为 $5+2=7$，所以

$$5-(-2)=5+2.$$

相反数

减法化为加法

观察

计算 $9-4$ 与 $9+(-4)$，从中又有什么发现?

有理数的减法法则 减去一个数，等于加上这个数的相反数.

22 第1章 有理数

有理数的减法法则可以表示成

$$a-b=a+(-b).$$

例 5 计算：

(1) $6-(-6)$；

(2) $0-9$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(4) $(-1.5)-\frac{1}{3}$.

分析　根据有理数的减法法则，可以先把有理数的减法转化成加法，然后按照有理数的加法法则进行计算.

解　(1) $6-(-6)=6+6=12$.

(2) $0-9=0+(-9)=-9$.

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$.

(4) $(-1.5)-\frac{1}{3}=(-1.5)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=-\left(1.5+\frac{1}{3}\right)$

$=-\left(1\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=-1\frac{5}{6}$.

例 6 计算：$-16+7-(-13)-14$.

分析　这个算式中既有加法，也有减法，根据有理数的减法法则，可以把它改写成 $(-16)+7+13+(-14)$，使问题转化为几个有理数的加法.

解　$-16+7-(-13)-14$

$=(-16)+7+13+(-14)$

$=[(-16)+(-14)]+(7+13)$

$=(-30)+20$

$=-10$.

1.2 有理数的加法与减法　23

用字母表示有理数减法法则，有助于解释法则对所有的有理数都成立. 值得注意的是法则中出现的两个“－”意义不同.

例 5 教学后，师生共同小结：(1)进行有理数减法运算时，首先把减法转化为加法运算，然后按照有理数加法法则运算. (2)0 减去任何一个有理数，等于这个有理数的相反数. (3)第 3 小题学生比较容易做错，要引起教师的关注.

例 6，先把减法转化为加法，然后运用加法的交换律和结合律达到简便运算的目的. 可以归纳，引入相反数后，加减混合运算可以统一为加法运算. 算式 $(-16)+7+13+(-14)$ 是求 -16、7、13、-14 这四个数的和，为书写简便，可以省略算式中的括号，把它写成：$-16+7+13-14$，可以读作“负 16、正 7、正 13、负 14 的和”. 像这样，几个正数或负数的和，有时也叫“代数和”.

例 7，教师可以通过画图帮助学生理解题意，正确列出算式，也可以让学生自己独立思考，通过画图、猜想等充分挖掘学生的想象力进行解题.

课堂练习 1.2(3)

1. (1) $-$.

(2) $+$.

(3) $-$.

(4) $+$.

2. (1) -55.

(2) 1.

(3) $-\frac{5}{3}$.

(4) $-2\frac{2}{3}$.

(5) 8.

3. (1) -6.

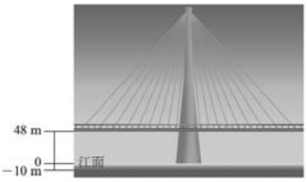
(2) 7.

例 7 如图，某大桥桥面在江面上方约 48 m，江底在江面下方约 10 m. 求桥面到江底的距离.

解 设江面上方为正，那么

$48-(-10)=48+10=58$ (m).

答：桥面到江底的距离为 58 m.



课堂练习 1.2(3)

1. 根据有理数减法法则，在下列各题的横线处填上“+”或“−”：

(1) $(-4)-(+2)=(-4)+(\_\_\_2)$；

(2) $(-7)-(-6)=(-7)+(\_\_\_6)$；

(3) $3-5=3+(\_\_\_5)$；

(4) $(+8)+(-5)=(+8)-(\_\_\_5)$.

2. 计算：

(1) $(-33)-22$；

(2) $0.5-(-0.5)$；

(3) $0-\frac{5}{3}$；

(4) $(-2)-\left(+\frac{2}{3}\right)$；

(5) $3\frac{3}{4}-(-4.25)$.

3. 计算：

(1) $(-7)-(+5)+(-4)-(-10)$；

(2) $7+\left(-\frac{4}{7}\right)-\left(-\frac{3}{7}\right)-\left(-\frac{1}{7}\right)$.

24 第1章 有理数

习题 1.2

A

1. 选择题：

(1) 如果两个数的和为负数，那么这两个数一定 (　　)

A. 至少有一个负数；　B. 至少有一个正数；

C. 至少有一个为 0；　D. 均不为 0.

(2) 给定两个不相等的有理数，较小的数减去较大的数所得的差一定是 (　　)

A. 正数；　B. 负数；　C. 0；　D. 非负数.

2. 计算：

(1) $(-9)+14$；　(2) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(3) $(-0.9)+\left(-\frac{1}{2}\right)$；　(4) $(-0.8)+1.2+(-0.7)+0.9$.

3. 计算：

(1) $28-(-74)$；　(2) $(-3.8)-7$；

(3) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；　(4) $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}$.

4. 计算：

(1) $-4.2+5.7-8.4+10$；

(2) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$；

(3) $\left(-\frac{7}{8}\right)-(-5.5)+\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$；

(4) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$.

5. 列式计算：

(1) 什么数加上 $-5\frac{3}{5}$ 所得的和是 6?

1.2 有理数的加法与减法 | 25

习题 1.2

1. (1) A.

(2) B.

2. (1) 5.

(2) $-\frac{1}{5}$.

(3) -1.4.

(4) 0.6.

3. (1) 102.

(2) -10.8.

(3) $\frac{1}{5}$.

(4) -1.

4. (1) 3.1.

(2) $\frac{3}{4}$.

(3) $4\frac{1}{4}$.

(4) $-\frac{29}{30}$.

5. (1) $6-\left(-5\frac{3}{5}\right)=6+5\frac{3}{5}=11\frac{3}{5}$.

(2) $-0.8+(-7.8)=-8.6$.

(3) $-3.5-(-4)=-3.5+4=0.5$.

(4) $-\frac{3}{2}-(-45)=-\frac{3}{2}+45=43.5$.

(2) 什么数减去-7.8所得的差是-0.8?

(3) -3.5减去什么数所得的差是-4?

(4) -45加上什么数所得的和是$-\frac{3}{2}$?

6. 一家商店一周七天的盈亏情况如下(盈利为正，亏损为负)：

-250元、1 000元、1 300元、-200元、1 800元、-750元、700元.

问：这家商店这一周盈亏多少?

B

7. “日较差”是指气象要素(如气温、气压、湿度等)在一昼夜间的最高值与最低值之差，多用来记录历史天气状况或推断未来几天(或当日)的天气状况. 下表记录了某市12月1日到12月10日每天的最高气温和最低气温.

(1) 计算这10天的气温“日较差”，填入表格(表中单位：℃)；

日期	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日
最高气温	10	12	11	9	7	5	6	8	7	7
最低气温	3	1	0	-1	-4	-5	-5	-3	-1	-6
气温“日较差”										

(2) 这10天中，气温“日较差”最大的是哪一天? 气温“日较差”最小的是哪一天?

8. 数轴上的点A、点B所对应的数分别是-3.1和5.2，那么点A与点B的距离是多少? 如果数轴上另有一点C，且点C与点A的距离等于点C与点B的距离，那么点C所对应的数是多少?

9. 已知有理数a、b、c，它们的关系可以用式子表示为$a+b=c$. 又a、b、c三个数在数轴上所对应的点分别是A、B、C，如果点C恰好位于点A与点B之间，请列举一组满足条件的a、b的值. 想一想：当a、b两数的符号满足怎样的关系时，点A、B、C才会有这样的位置特征?

26 第1章 有理数

6. $-250+1\,000+1\,300+(-200)+1\,800+(-750)+700=3\,600$(元).

7. (1) 7；11；11；10；11；10；11；11；8；13.

(2) “日较差”最大的是12月10日，最小的是12月1日.

8. $5.2-(-3.1)=5.2+3.1=8.3$；

1.05. (提示：可以利用数轴进行分析)

9. 如$a=-1$，$b=2$(答案不唯一)；

当a、b两数的符号相反，即一正一负时，才会出现这样的位置特征.

1.3　有理数的乘法与除法

本节教学目标

（1）掌握有理数乘法和除法的运算法则，能熟练地进行有理数乘法和除法的运算；理解有理数乘法运算律，能合理运用运算律简化运算，提升运算能力.

（2）经历思考、归纳、运用有理数乘法法则和除法法则的过程.

（3）能从实际问题中抽象出有理数乘除法问题，提升抽象能力，形成模型观念.

（以下分析对应课本第 27～29 页）

本课教学重点

（1）掌握有理数乘法的符号法则，并初步理解有理数乘法的符号法则的合理性.

（2）能根据有理数乘法法则熟练进行有理数乘法运算.

（3）在思考、归纳法则的过程中，提高运用数学语言归纳和交流的能力.

本课教学建议

（1）有理数乘法的关键就是解决负数相乘的问题，教科书设计了两个“思考”，第一个“思考”是乘 1 和 -1，让学生观察积的特点，第二个“思考”是乘 4 和 -4，再次观察当一个乘数换成相反数后积的变化，教学中要加强对“从哪些角度去观察算式”的指导.

（2）与有理数的加法法则一样，有理数的乘法法则是一种规定，给出这种规定的原则就是“使原有的运算律保持不变”. 实例只是说明规定的合理性，而不是证明.

（3）对于有理数乘法法则，重要的是要落实到按照法则进行乘法运算上，对于法则合理性的理解，不应提出过高的要求. 对有理数乘法法则的理解，可以按照教科书上的方法，也可以采用符合学生认知的其他方法，以充分发挥教师的创造性和自主性.

本课内容分析

学生学习过一个数乘整数(正整数)就是求几个相同加数的和的简便运算，一个数乘分数(正分数)，是求这个数的几分之几是多少. 通过类比，指出引入负数后将产生新的乘法情况，再提出如何进行运算的问题.

思考 学生通过具体算式得出：一个有理数乘 1，等于这个数本身；一个有理数乘 −1，等于这个数的相反数.

先得到结果，再归纳这些算式的规律，然后用这个规律得到负数乘 −1 的结果.

思考 学生通过具体算式得出：当其中一个乘数换成相反数后，所得的积是原来的积的相反数. 再用这个规律得到 (−2)×(−4) 的结果，为归纳“负负得正”做好准备.

1.3 有理数的乘法与除法

1. 有理数的乘法

在小学阶段，我们学过自然数和正分数的乘法运算法则. 那么，乘数中出现负有理数的乘法运算如何进行呢?

思考

根据乘法的意义填空，并比较下列各组算式中，一个数乘 1 或 −1，所得的积有什么特点?

$2\times1=1+1=2$，$2\times(-1)=(-1)+(-1)=$______；

$3\times1=1+1+1=3$，$3\times(-1)=(-1)+(-1)+(-1)=$______；

$4\times1=1+1+1+1=4$，$4\times(-1)=$____________$=$______.

可以看出，一个数乘 1 所得的积是原数，一个数乘 −1 所得的积是原数的相反数. 例如：

$$2\times1=2，2\times(-1)=-2.$$

同样地，我们有

$$(-2)\times1=-2，(-2)\times(-1)=-(-2)=2.$$

思考

根据乘法的意义填空，并比较下列各组算式中，当乘数分别为 4 或 −4 时，所得的积有什么特点?

$1\times4=4$，$1\times(-4)=-4$；

$2\times4=4+4=$______，$2\times(-4)=(-4)+(-4)=$______；

$3\times4=4+4+4=$______，$3\times(-4)=(-4)+(-4)+(-4)=$______.

从上述各组算式可以看出，两数相乘时，如果其中一个乘数换成它的相反数，那么所得的积是原来的积的相反数. 例如：

1.3 有理数的乘法与除法 27

$$2\times4=8,\ 2\times(-4)=-8.$$

同样地，我们有

$$(-2)\times4=-8,\ (-2)\times(-4)=-(-8)=8.$$

负负得正

$$(-2)\times(-4)=+\ (2\times4)\ =8.$$

绝对值相乘

从符号和绝对值两个角度观察上述所有算式，可以归纳如下：

正数乘正数，积是正数；正数乘负数，积是负数；负数乘正数，积也是负数；负数乘负数，积是正数. 积的绝对值等于各乘数绝对值的积.

任何数与 0 相乘都得 0. 例如：

$$0\times4=0,\ (-4)\times0=0,\ 0\times0=0.$$

有理数的乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数与 0 相乘，积为 0.

例 1 计算：

(1) $5\times(-3)$；　　(2) $(-4)\times\frac{1}{2}$；

(3) $\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；　　(4) $\frac{3}{8}\times(-2.4)$.

解 (1) $5\times(-3)=-(5\times3)=-15$.

(2) $(-4)\times\frac{1}{2}=-\left(4\times\frac{1}{2}\right)=-2$.

(3) $\left(-\frac{8}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{8}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{5}$.

(4) $\frac{3}{8}\times(-2.4)=-\left(\frac{3}{8}\times2.4\right)=-\left(\frac{3}{8}\times\frac{12}{5}\right)=-\frac{9}{10}$.

引导学生从符号和绝对值两个角度归纳有理数的乘法法则. 这里鼓励学生用自己的语言加以叙述.

例 1，引导学生先观察算式中每一个乘数的符号，确定积的符号后，再把绝对值相乘.

例 1(4)，对于分数与小数的混合乘法，可以把小数转化成分数进行计算，也可以直接进行约分.

课堂练习 1.3(1)

1. 相等；一个数乘-1就能得到这个数的相反数.

2. (1) -120.

(2) -2.

(3) 4.

(4) $-\frac{3}{2}$.

(5) 0.

3. $50\times(-8)=-400$(元)，即销售额下降了400元.

还可以这样算：$\frac{3}{8}\times(-2.4)=-\left(\frac{3}{\cancel{8}_{1}}\times\cancel{2.4}^{0.3}\right)=-(3\times0.3)=-0.9$.

课堂练习 1.3(1)

1. $(-1)\times(-5)$与$-(-5)$是否相等？由此你发现了什么？

2. 计算：

(1) $15\times(-8)$；

(2) $(-8)\times0.25$；

(3) $(-0.5)\times(-8)$；

(4) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；

(5) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times0$.

3. 商店降价销售某种商品，每件降8元，售出50件后，与按原价销售同样数量的商品相比，销售额有什么变化？

在小学阶段，我们学习了乘法的有关运算律，你还记得这些运算律吗？

观察

填空：

(1) $(-3)\times4=$_____，$4\times(-3)=$_____；

(2) $[(-3)\times(-4)]\times(-5)=$_____$\times(-5)=$_____，

$(-3)\times[(-4)\times(-5)]=(-3)\times$_____$=$_____.

从上面的填空中，你发现了什么？

我们发现，两个有理数相乘时，交换乘数的位置，积不变. 三个有理数相乘时，可以先把前两个数相乘，再把积与第三个数相乘；或者先把后两个数相乘，再把积与第一个数相乘. 按两种顺序得到的运算结果相等，即

（以下分析对应课本第 29～32 页）

本课教学重点

（1）掌握乘法运算律，能正确运用运算律进行有理数乘法运算.

（2）通过具体数验证有理数乘法的运算律，经历乘法运算律确立的过程.

本课教学建议

（1）在掌握乘法运算法则的基础上，类比有理数加法运算律的学习过程，让学生先复习以前学过的自然数、正分数的乘法运算律，然后计算一些包含负数的算式，说明运算律在有理数范围中仍然适用，最后用文字语言和符号语言表述乘法的运算律. 乘法运算律与加法运算律类似，可以推广到有限个有理数相乘的情况.

（2）引导学生自己通过具体的运算，归纳出“几个不等于 0 的数相乘，积的符号由负乘数的个数决定”这一规律.

（3）加法和乘法的运算律共有 5 条，在本章中运算律主要用于简便计算，但在整个代数内容的学习中，运算律都占有重要的地位. 例如，整式加法中合并同类项的依据就是交换律、结合律、分配律，所以要重视运算律的教学，为后续代数式的学习作铺垫.

还可以这样算：$\frac{3}{8}\times(-2.4)=-\left(\frac{3}{\underset{1}{\cancel{8}}}\times\overset{0.3}{\cancel{2.4}}\right)=-(3\times0.3)=-0.9.$

课堂练习 1.3(1)

1. $(-1)\times(-5)$ 与 $-(-5)$ 是否相等？由此你发现了什么？

2. 计算：

(1) $15\times(-8)$；

(2) $(-8)\times0.25$；

(3) $(-0.5)\times(-8)$；

(4) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；

(5) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times0$.

3. 商店降价销售某种商品，每件降 8 元，售出 50 件后，与按原价销售同样数量的商品相比，销售额有什么变化？

在小学阶段，我们学习了乘法的有关运算律，你还记得这些运算律吗？

观察

填空：

(1) $(-3)\times4=$_____，$4\times(-3)=$_____；

(2) $[(-3)\times(-4)]\times(-5)=$_____$\times(-5)=$_____，

$(-3)\times[(-4)\times(-5)]=(-3)\times$_____$=$_____.

从上面的填空中，你发现了什么？

我们发现，两个有理数相乘时，交换乘数的位置，积不变. 三个有理数相乘时，可以先把前两个数相乘，再把积与第三个数相乘；或者先把后两个数相乘，再把积与第一个数相乘. 按两种顺序得到的运算结果相等，即

本课内容分析

学生在小学阶段已经学习了正整数的乘法的交换律和结合律，这里只需通过列举有理数进行验证，将自然数中的乘法交换律和结合律迁移到有理数范围.

乘法交换律

$$a\times b=b\times a.$$

乘法结合律

$$(a\times b)\times c=a\times(b\times c).$$

其中 a、b、c 表示有理数.

三个或三个以上的有理数相乘，可以任意交换乘数的位置，也可以先把其中的几个乘数相乘.

归纳

下列各式的积是正数还是负数？几个不是 0 的数相乘，积的符号与负乘数的个数之间有什么关系？

(1) $(-2)\times3\times4\times5$；

(2) $(-2)\times(-3)\times4\times5$；

(3) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times5$；

(4) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

当乘式的乘数中有五个、六个、七个……负数时，积的符号分别是什么？

从上述四个式子中可以发现：在乘式的各个乘数中，只有一个负数，积的符号为负；有两个负数，积的符号为正；有三个负数，积的符号为负；有四个负数，积的符号为正.

几个不等于零的数相乘，积的符号由负乘数的个数决定. 当负乘数的个数是奇数时，积的符号为负；当负乘数的个数是偶数时，积的符号为正.

思考

你能看出下式的结果吗？

$$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)\times0.$$

让学生通过计算，思考、归纳得出几个有理数相乘时，如何确定积的符号.

可以结合 3 个及 3 个以上的有理数连乘，学习“归纳”栏目的内容.

例 2，引导学生通过观察数的特点，合理、正确地运用乘法运算律简便运算.

例 2 计算：

(1) $(-12.5)\times0.19\times(-8)$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times24$.

解 (1) $(-12.5)\times0.19\times(-8)$

$=(-12.5)\times(-8)\times0.19$ （乘法交换律）

$=[(-12.5)\times(-8)]\times0.19$ （乘法结合律）

$=100\times0.19=19$.

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times24$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times24\right)$

$=-1$.

几个不等于 0 的有理数相乘，先确定积的符号，再把它们的绝对值相乘.

思考 类比乘法交换律和结合律的学习过程，学生可以自己研究乘法对加法的分配律.

思考

填空：

$(-3)\times[(-4)+5]=(-3)\times$_______=_______；

$(-3)\times(-4)+(-3)\times5=$_______+_______=_______.

由此，你发现了什么？

我们发现，一个有理数与两个有理数的和相乘，等于把这个数分别与这两个加数相乘，再把积相加，即

乘法对加法的分配律

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c.$$

其中 a、b、c 表示有理数.

例 3 计算：

(1) $0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)$；　　(2) $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}-\frac{9}{10}\right)\times30$.

例 3(1)，方法一是运用运算顺序进行计算，方法二是利用乘法对加法的分配律进行计算. 可以引导学生对两种解法进行比较，通过观察、思考，形成正确、合理的解题策略，提升学生的运算能力.

解 （1）方法一：$0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)=0.12\times\left(\frac{9}{12}-\frac{2}{12}\right)=0.12\times\frac{7}{12}=0.07.$

方法二：$0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)=0.12\times\frac{3}{4}-0.12\times\frac{1}{6}=0.09-0.02=0.07.$

（2） $\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}-\frac{9}{10}\right)\times30=\frac{1}{3}\times30+\frac{4}{15}\times30-\frac{9}{10}\times30=10+8-27=-9.$

课堂练习 1.3(2)

1. 填空：n 个负数相乘，当 n 为________时，积为正数；当 n 为________时，积为负数.（填“奇数”或“偶数”）

2. 计算：

（1）$(-6)\times5\times(-7)$；

（2）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times(-6)$；

（3）$0.24\times\frac{7}{6}\times\left(-\frac{5}{14}\right)$；

（4）$\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{4}$；

（5）$(-1)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{8}{15}\times0\times\left(-\frac{2}{3}\right)$.

3. 计算：

（1）$(-21)\times\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right)$；

（2）$\left(\frac{7}{9}-\frac{11}{12}\right)\times72\times\left(-\frac{1}{10}\right)$；

（3）$(-5.35)\times(-3)+5.35\times(-7)$；

（4）$5.6\times\frac{3}{8}\times\left(-\frac{1}{7}\right)$.

32 第1章 有理数

课堂练习 1.3(2)

1. 偶数；奇数.

2.（1）210

（2）-4.

（3）-0.1.

（4）$\frac{1}{8}$.

（5）0.

3.（1）-27.

（2）1.

（3）-21.4.

（4）-0.3.

（以下分析对应课本第 33～35 页）

本课教学重点

（1）类比正分数中的倒数，理解有理数的倒数的意义，会求一个负数的倒数.

（2）掌握有理数除法法则，并能熟练进行有理数除法运算.

本课教学建议

（1）为了有利于学生理解有理数除法的法则，可以让学生自己列举一些数，并按照同样的方法得出运算结果.

（2）在除法中，规定除数不能为 0 是为了保证除法结果存在而且唯一，这一点不必在课堂中讲授.

（3）当两个有理数(一般在正整数范围)能整除时，有理数除法也可以类比有理数乘法，先确定商的符号，再把绝对值相除，要根据具体运算的不同情况，让学生灵活选用.

（4）在本节课教学中，通过举例说明：当 $b\neq 0$ 时，因为 $a\div(-b)=\frac{a}{-b}$，$a\div(-b)=-(a\div b)=-\frac{a}{b}$，所以$\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$. 同理，$\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$. 所以，$\frac{a}{-b}=\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$.

2. 有理数的除法

观察

计算：$(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$，$\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$.

根据计算结果，你能发现什么结论？

和小学学过的倒数意义相同，如果两个有理数的乘积为1，那么这两个有理数互为倒数. 例如，$-\frac{3}{8}$和$-\frac{8}{3}$互为倒数，$-\frac{3}{8}$的倒数是$-\frac{8}{3}$，$-\frac{8}{3}$的倒数是$-\frac{3}{8}$.

当$a\neq0$时，a和$\frac{1}{a}$互为倒数.

例4 求$-\frac{3}{4}$的倒数.

解 因为$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=1$，所以$-\frac{3}{4}$的倒数是$-\frac{4}{3}$.

思考

怎样计算$6\div\left(-\frac{1}{3}\right)$呢？

根据除法是乘法的逆运算，就是要求一个数，使它与$-\frac{1}{3}$相乘的积为6.

因为$\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-18)=6$，所以$6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=-18$.

又因为$6\times(-3)=-18$，于是有

1.3 有理数的乘法与除法 33

本课内容分析

通过具体数的计算，得出在有理数范围内，倒数的意义与以前学过的倒数意义是相同的.

例4是根据倒数的意义求一个负数的倒数，这里采用“因为……，所以……”的句式，渗透代数推理意识.

思考 直接提出如何进行含负数的除法后，根据除法是乘法的逆运算，通过具体例子分析得出有理数除法的运算结果，然后与有理数乘法相比较，从中得到启发，发现有理数的除法可以转化成乘法运算，在这个基础上归纳有理数除法运算的法则.

$$6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=6\times(-3).$$

倒数

除法化为乘法

有理数的除法法则　两数相除，除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数，即

$$a\div b=a\times\frac{1}{b}\ (b\neq0).$$

其中 a、b 表示有理数，且 b 不等于 0.

例 5　计算：

(1) $35\div(-7)$；　　(2) $(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$；

(3) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{3}$；　　(4) $0\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

解　(1) $35\div(-7)=35\times\left(-\frac{1}{7}\right)=-5$.

(2) $(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=3\times\frac{2}{3}=2$.

(3) $\left(-\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{3}=\left(-\frac{8}{9}\right)\times3=-\left(\frac{8}{9}\times3\right)=-\frac{8}{3}$.

(4) $0\div\left(-\frac{1}{2}\right)=0\times(-2)=0$.

由有理数的乘法法则和除法法则，可以得到：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除.
0 除以任何不为 0 的数，都得 0.

因此，例 5 中(1)(2)还可以这样算：

$35\div(-7)=-(35\div7)=-5$.

34　第1章　有理数

有理数除法的法则说明了除法与乘法的关系. 用字母和符号简明表示除法转化为乘法的过程.

对于例 5 中(1)(2)(3)，均可以采用两种方法进行计算. 例如，例 5(1)中，一是先确定商的符号，再把绝对值相除得到结果 -5；二是将除法转化为乘法，乘 $\left(-\frac{1}{7}\right)$ 得到结果. 要让学生理解这两种方法的一致性.

$(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=3\div\frac{3}{2}=3\times\frac{2}{3}=2.$

例 6 计算：$-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$.

解 $-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\frac{8}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{2}\times\frac{8}{5}\times\frac{3}{4}=3.$

例 6 还可以这样算：

$$\begin{aligned}&-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\\=&(-2.5)\times\frac{8}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\\=&\overset{0.5}{\cancel{2.5}}\times\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}\\=&3.\end{aligned}$$

课堂练习 1.3(3)

1. 写出下列各数的倒数：

-14、$-\frac{7}{4}$、-0.25、-1、1.

2. 计算：

(1) $(-36)\div4$； (2) $0\div(-321)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)\div(-2)$； (4) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{8}{5}\div(-0.25)$.

3. (1) 计算：$(-6)\div2$，$6\div(-2)$，$(-6)\div(-2)$.

(2) 联系这类具体的数的除法，你认为下列式子是否成立？

$\frac{-b}{a}=\frac{b}{-a}=-\frac{b}{a}$；$\frac{-b}{-a}=\frac{b}{a}$.（其中 a、b 是整数，$a\neq0$）

1.3 有理数的乘法与除法 35

例 6 从运算角度看是乘除混合运算，从数的形态看是分数和小数的混合运算．分析时可以从两个角度进行：一是需要转化为乘法进行运算，这样就可以利用乘法的运算律使运算更加简便；二是统一为分数或小数进行运算.

课堂练习 1.3(3)

1. $-\frac{1}{14}$；$-\frac{4}{7}$；-4；-1；1.

2.（1）-9.

（2）0.

（3）$\frac{1}{4}$.

（4）$\frac{64}{15}$.

3.（1）-3；-3；3.

（2）成立.

习题 1.3

1. (1) C.

(2) D.

2. (1) -96.

(2) -1.

(3) $\frac{2}{9}$.

(4) $-\frac{170}{3}$.

3. (1) -7.

(2) 4.

(3) $\frac{2}{3}$.

(4) $-\frac{4}{5}$.

4. (1) 24.

(2) $\frac{16}{5}$.

(3) $-\frac{3}{2}$.

(4) -5.

习题 1.3

A

1. 选择题：

(1) 如果两个数的商为正数，那么下列结论正确的是 ( )

A. 这两个数的和为正数；　　B. 这两个数的差为正数；

C. 这两个数的积为正数；　　D. 这两个数都为正数.

(2) 已知两个有理数 a 和 b，它们的积不为零. 如果 $a\div b$ 所得的商与 $b\div a$ 所得的商相等，那么 a 和 b 一定 ( )

A. 相等；　　B. 互为相反数；

C. 互为倒数；　　D. 绝对值相等.

2. 计算：

(1) $12\times(-8)$；　　(2) $(-2.5)\times\frac{2}{5}$；

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　　(4) $\left(-\frac{34}{15}\right)\times25$.

3. 计算：

(1) $(-91)\div13$；　　(2) $(-56)\div(-14)$；

(3) $(-0.25)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$；　　(4) $\frac{4}{5}\div(-1)$.

4. 计算：

(1) $(-2)\times3\times(-4)$；

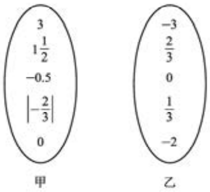
(2) $\left(-\frac{8}{25}\right)\times1.25\times(-8)$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(4) $\left(\frac{3}{10}-\frac{7}{15}\right)\times30$.

36 第1章 有理数

5. 如图，甲、乙两圈中各有 5 个有理数. 如果甲圈中的某数与乙圈中的某数互为相反数，请用实线将它们相连；如果甲圈中的某数与乙圈中的某数互为倒数，请用虚线将它们相连.



（第 5 题）

B

6.（1）请列举两个数，使它们的积为正数，和为负数，并想一想，这两个数的符号满足怎样的关系？

（2）请列举两个数，使它们的积为负数，和为负数，并想一想，这两个数的符号满足怎样的关系？

5. 略.

6.（1）如−1 和−2，−0.5 和−1. 两个数都是负数.

（2）如−2 和 1，−1 和 0.5. 两个数一正一负，且负数的绝对值较大.

1.4 有理数的乘方

本节教学目标

（1）通过操作实验、思考和归纳，得出有理数乘方的法则.
（2）掌握有理数乘方的法则，能运用法则进行计算.

（以下分析对应课本第 38～40 页）

本课教学重点

理解乘方的意义，并能根据乘法意义准确进行有理数的乘方运算.

本课教学建议

（1）经过具体的折纸操作后，还可以回顾正方形面积的计算和正方体体积的计算，让学生充分经历从具体到抽象的过程，帮助学生理解有理数乘方的意义.

（2）对“幂、底数、指数”等相关概念以及它们之间的相互关系将在整式学习中重点讲，这里只要求学生理解乘方的意义，能将乘方运算转化为相同乘数的乘法运算并进行计算即可.

（3）当指数为 1 时，指数可以省略，即 $a^1=a$，这个规定是对乘方意义的补充. 也可以这样帮助学生理解：指数就是指相同乘数的个数，指数为 1，就是只有一个乘数，一个数的 1 次方就是这个数本身.

（4）对于有理数乘方法则，重要的是要落实到按照法则进行乘方运算上.

1.4 有理数的乘方

操作

将一张纸对折 1 次可以裁成 2 张，对折 2 次可以裁成 4 张，对折 3 次可以裁成几张？

可以知道，对折 2 次裁成 $2\times2=4$(张)，对折 3 次裁成 $2\times2\times2=8$(张).

思考

想象一下，如果对折 5 次、10 次、20 次，那么可裁成几张呢？对折的结果又如何表示呢？

可表示为：

$$2\times2\times2\times2\times2,$$

$$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{10个2},$$

$$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}.$$

20 个 2 相乘，能用较简洁的式子表示吗？

上面 2×2，也就是 2 个 2 相乘可以写成 2^2. 类似地，$2\times2\times2$，也就是 3 个 2 相乘可以写成 2^3，$2\times2\times2\times2\times2$ 可以写成 2^5，$2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$ 可以写成 2^{10}. 一般地，我们将 n(n 为正整数)个相同乘数 a 相乘，即 $\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a\times a}_{n个a}$，记作 a^n，读作“a 的 n 次方”. 在 a^n 中，a 称为底数，n 称为指数(当指数 n 为 1 时可以省略不写).

求 n 个相同有理数的积的运算叫作有理数的乘方.

38 第1章 有理数

本课内容分析

思考　让学生通过操作实验、思考和交流，得出规律，写出乘法算式；复习 2^2 和 2^3 的意义，给出乘方 a^n 的意义，体现了“从特殊到一般”的数学思想方法.

底数、幂等概念将在之后整式学习中学习，这里只要求学生通过具体的算式理解乘方运算就是相同的数相乘.

例 1，根据乘方的意义，写出乘法算式，将有理数的乘方运算转化为有理数的乘法运算.

由有理数乘法的符号法则，能得到有理数乘方的符号法则.

例 2，熟练掌握乘方运算，正确计算.

要让学生理解 $-\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 的区别，$-(1.5)^3$ 与 $(-1.5)^3$ 之间的关系.

例如，$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}=2^{20}$，读作“2 的 20 次方”；$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)^5$，读作“$-\frac{3}{4}$ 的 5 次方”.

例 1 计算：

(1) 10^5；　　(2) 2^4；

(3) $(-2)^3$；　　(4) $(-3)^4$；

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

解 (1) $10^5=10\times10\times10\times10\times10=100\ 000$.

(2) $2^4=2\times2\times2\times2=16$.

(3) $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$.

(4) $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$.

(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}$.

从例 1 中我们可以发现：

正数的任何次方都是正数；负数的奇数次方是负数，负数的偶数次方是正数.

例 2 计算：

(1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$；　　(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$；

(3) $(-1.5)^3$；　　(4) $(-1)^{2022}$.

解 (1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5=-\left(\frac{1}{3}\right)^5=-\frac{1}{243}$.

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$.

(3) $(-1.5)^3=-1.5^3=-3.375$.

$-\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 的意义是否相同？

1.4 有理数的乘方　39

还可以这样算：

$$(-1.5)^3=\left(-\frac{3}{2}\right)^3=-\left(\frac{3}{2}\right)^3=-\frac{27}{8}.$$

(4) $(-1)^{2\,022}=1^{2\,022}=1.$

课堂练习 1.4

1. 判断下列算式是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

(1) $2^3=2\times3=6$； ( )

(2) $2+2+2=2^3$； ( )

(3) $2^3=2\times2\times2$； ( )

(4) $-2^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$. ( )

2. 计算：

(1) $(-1)^{10}$； (2) $(-1)^9$；

(3) $(-0.1)^3$； (4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

(5) $-(-0.2)^5$； (6) $-\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$.

习题 1.4

A

1. 填空题：

(1) $(-2)^5$ 表示的是______个______相乘；

(2) $(-2)^{15}$是______数，$(-2)^{20}$是______数，-2^{15}是______数，-2^{20}是______数．(填“正”或“负”)

2. 计算：

(1) $(-3)^3$； (2) $\left(-\frac{4}{3}\right)^4$；

40 第1章 有理数

课堂练习 1.4

1. (1) ×.

(2) ×.

(3) √.

(4) ×.

2. (1) 1.

(2) -1.

(3) -0.001.

(4) $\frac{1}{16}$.

(5) 0.000 32.

(6) $-\frac{81}{16}$.

习题 1.4

1. (1) 5；-2.

(2) 负；正；负；负.

2. (1) -27.

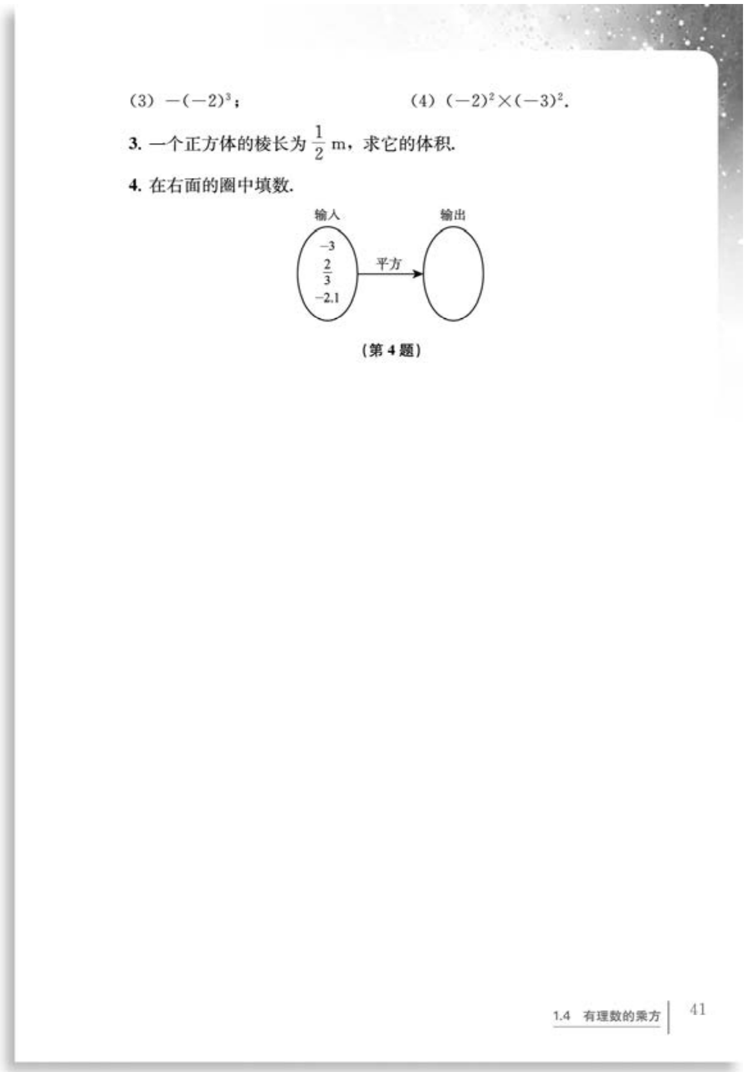
(2) $\frac{256}{81}$.

(3) 8.

(4) 36.

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{1}{8}$（$m^3$）.

4. 9、$\frac{4}{9}$、4.41.



（3）$-(-2)^3$；　　　　（4）$(-2)^2\times(-3)^2$.

3. 一个正方体的棱长为 $\frac{1}{2}$ m，求它的体积.

4. 在右面的圈中填数.

（第 4 题）

1.4　有理数的乘方　41

1.5 有理数的混合运算

本节教学目标

（1）会用去括号的方法.

（2）掌握有理数运算顺序，先乘方、后乘除、再加减，同级运算从左到右；能按照运算顺序熟练进行有理数的混合运算.

（3）能利用有理数运算解决简单问题，提升运算能力.

（以下分析对应课本第 42～44 页）

本课教学重点

（1）进一步掌握有理数的运算法则并能正确去括号.

（2）能按照有理数运算顺序进行有理数混合运算，体会类比、归纳等思想，提升运算能力.

本课教学建议

（1）有理数的运算是今后代数式、方程、函数等计算的基础，培养学生良好的运算能力也是数学学习的重要目标之一. 有理数的混合运算是本章主要内容的综合运用，关注这部分内容的教学，也能起到复习全章的作用.

（2）在前面逐一介绍有理数的加、减、乘、除及乘方的运算法则时，逐步加入了混合运算的内容，有加减混合、加减乘混合、乘除混合，这些都为本节介绍有理数四则运算和乘方混合运算奠定了良好的基础.

（3）在基本掌握了有理数的加、减、乘、除及乘方这几种运算后，学习混合运算的关键就是运算的顺序问题，这是本节课的重点，也是难点.

（4）有理数混合运算形式上显得比较复杂，学生初次接触可能会产生畏惧感或容易算错. 因此，教学中教师要引导学生拿到题目不要急于运算，而是首先明确运算对象，其次分析含有哪几种运算，最后选择合理的运算策略进行运算. 鼓励学生积极参与教学活动，通过表达和交流及时了解学生的学习情况.

本课内容分析

在引入环节，可以类比小学阶段学过的四则混合运算，得到有理数混合运算的一般运算顺序.

例 1 是有理数混合运算，旨在熟练巩固有理数运算的技能，教学中要关注运算对象，识别运算类型，突出对意义、结构和算理的分析.

教学中要关注学生的运算过程，培养良好的运算习惯.

1.5 有理数的混合运算

观察

下面的算式中有哪几种运算？

$$4+30\div3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2.$$

上面这个算式中含有有理数的加、减、乘、除、乘方运算，这是有理数的混合运算.

有理数的混合运算，可以按照以下顺序进行：

先算乘方，再算乘除，最后算加减. 同级运算，从左到右进行. 如果有括号，先进行括号内的运算.

例 1 计算：

(1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$； (2) $15\div(-2-4)^2$；

(3) $-[-(-2)]^3$； (4) $4+30\div3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$.

解 (1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$ （同级运算，从左到右进行）

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}$

$=\frac{5}{8}$.

(2) $15\div(-2-4)^2$

$=15\div(-6)^2$ （先进行括号内的运算）

$=15\div36$

$=\frac{5}{12}$.

42 第1章 有理数

(3) $-[-(-2)]^3$

$=-[2]^3$ （去括号按照小括号、中括号、大括号依次进行）

$=-(2)^3$

$=-8.$

(4) $4+30\div3^3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$

$=4+30\div27\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$ （先算乘方，再算乘除）

$=4-30\times\frac{1}{27}\times\frac{1}{2}-2$

$=4-\frac{5}{9}-2=1\frac{4}{9}.$

例 2 计算：$\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right).$

解 $\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}-\left(\frac{12}{20}-\frac{5}{20}\right)=\frac{3}{5}-\frac{7}{20}=\frac{1}{4}.$

例 2 还可以这样算：

$\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{3}{5}+(-1)\times\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$ （有理数的乘法法则）

$=\frac{3}{5}+(-1)\times\frac{3}{5}+(-1)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$ （乘法对加法的分配律）

$=\frac{3}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}.$

括号前带负号，去掉负号和括号后，原括号内各数要变号，即

$$-(a+b)=-a-b，-(a-b)=-a+b.$$

这里可以将“$-(-2)$”看作“$(-1)\times(-2)$”，然后用乘法运算法则“负负得正”，帮助学生更好地理解$-(-2)=2$.

例 2 采用两种解法：第一种是按照运算顺序进行运算，即先进行括号内的运算；第二种是先去括号，再按照运算顺序从左到右进行计算. 引导学生比较两种解法，选择合适的解题策略.

在例 2 的计算中关注去括号过程中的符号问题，还可以再举例，最后用字母归纳去括号的方法，尤其是括号前面是负号的情况. 从乘法的角度理解可以避免机械记忆去括号的方法. 有了去括号的方法，再进行有理数减法运算更简便了.

例 2 的第二种方法是为了归纳“$-(a-b)=-a+b$”这个去括号的方法.

课堂练习 1.5(1)

1.（1）运算顺序错误，正确的计算是：$79-3^2\div70=79-\frac{9}{70}=78\frac{61}{70}$.

（2）运算顺序错误，正确的计算是：$6\div(2\times3)=6\div6=1$.

（3）运算顺序错误，正确的计算是：$2\times4^2=2\times16=32$.

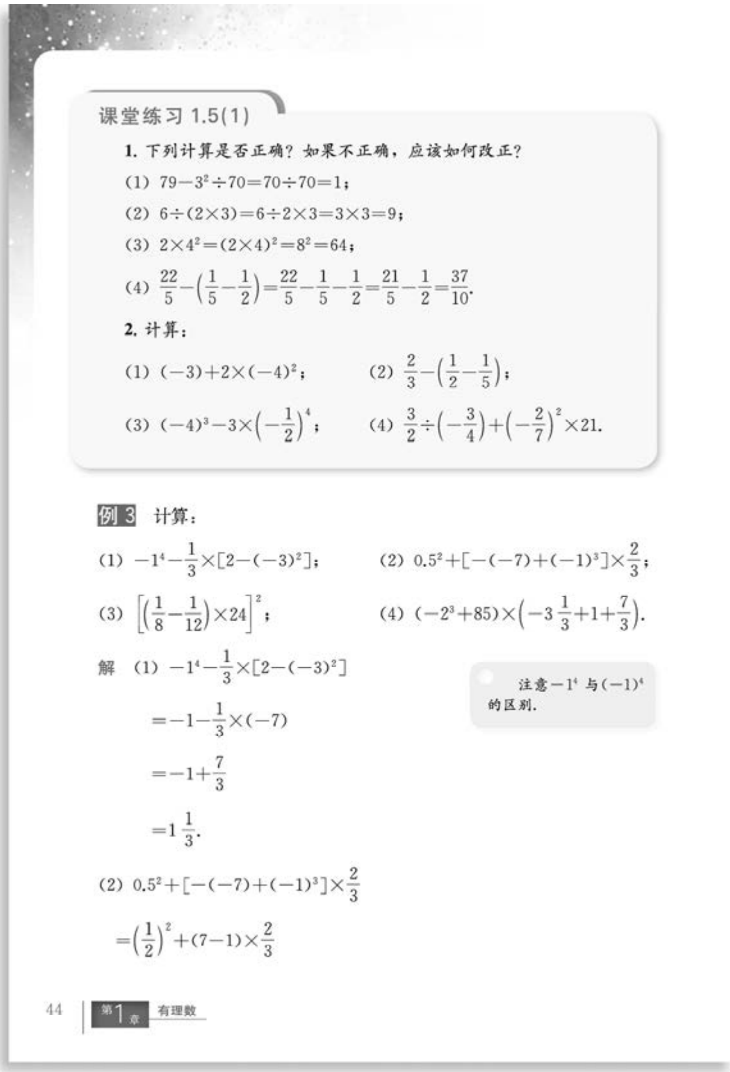
（4）去括号时符号错误，正确的计算是：$\frac{22}{5}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{22}{5}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{47}{10}$.

2.（1）29.

（2）$\frac{11}{30}$.

（3）$-64\frac{3}{16}$.

（4）$-\frac{2}{7}$.



课堂练习 1.5(1)

1. 下列计算是否正确？如果不正确，应该如何改正？

(1) $79-3^2\div70=70\div70=1$;

(2) $6\div(2\times3)=6\div2\times3=3\times3=9$;

(3) $2\times4^2=(2\times4)^2=8^2=64$;

(4) $\frac{22}{5}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{22}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}=\frac{21}{5}-\frac{1}{2}=\frac{37}{10}$.

2. 计算：

(1) $(-3)+2\times(-4)^2$;　　(2) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$;

(3) $(-4)^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4$;　　(4) $\frac{3}{2}\div\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)^2\times21$.

例 3 计算：

(1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$;　　(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$;

(3) $\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times24\right]^2$;　　(4) $(-2^3+85)\times\left(-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right)$.

解 (1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$

$=-1-\frac{1}{3}\times(-7)$

$=-1+\frac{7}{3}$

$=1\frac{1}{3}$.

注意 -1^4 与 $(-1)^4$ 的区别.

(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(7-1)\times\frac{2}{3}$

44 第1章 有理数

（以下分析对应课本第 44～45 页）

本课教学重点

能正确、合理地运用有理数运算法则和运算律，熟练进行有理数混合运算.

本课教学建议

（1）为了避免因为分数、小数的复杂性而冲淡学习的重点(负数运算)，有理数的混合运算可以先以整数运算的学习为出发点，然后过渡到小数、分数的运算.

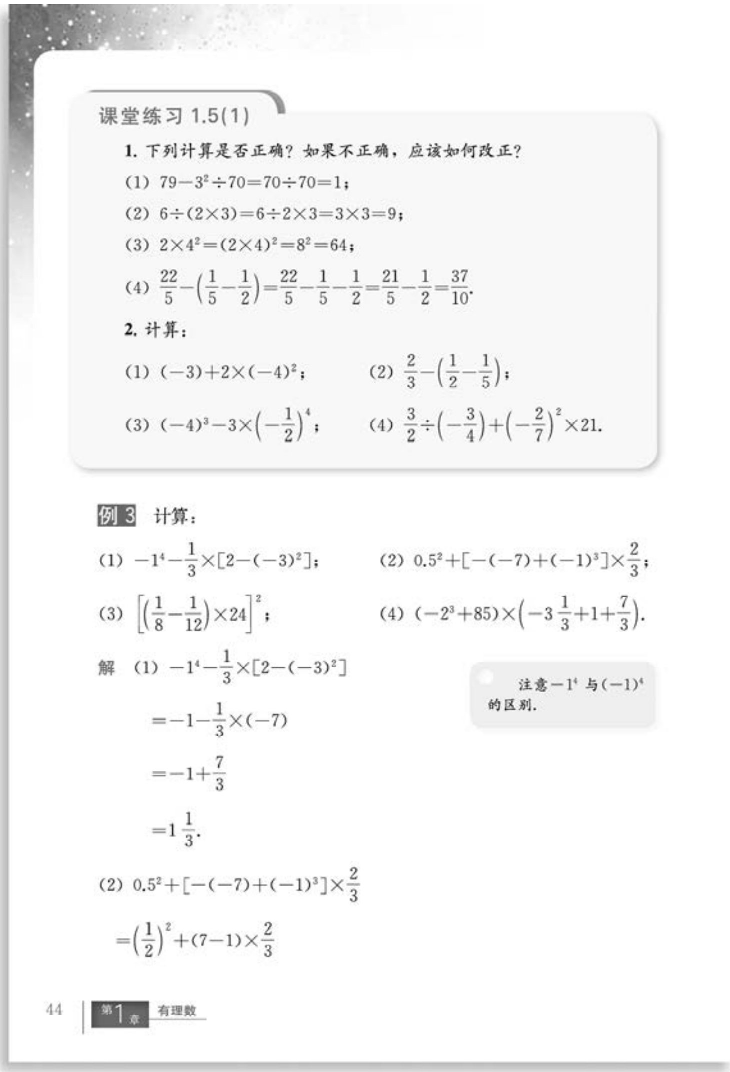
（2）教学中，要注意结合学生平时练习中出现的问题，及时纠正学生在混合运算中出现的错误.

（3）有理数的混合运算，关键要体现好“合理”二字.《课标 2022 年版》在阐释运算能力的内涵时，提及“选择合理简洁的运算策略”，因此，教学中要关注运算策略的选择.

本课内容分析

例 3，正确、合理地运用有理数运算法则和运算律进行有理数混合运算. 教学中要关注学生的运算过程，培养良好的运算习惯.

此类题目具有一定的计算量和思维深度，教师在教学中要充分利用这些例题，循序渐进地引导学生如何分析题目，如何根据运算顺序进行计算，呈现计算过程. 可以适当引导学生采用多种算法来检验自己的运算结果.



课堂练习 1.5(1)

1. 下列计算是否正确？如果不正确，应该如何改正？

(1) $79-3^2\div70=70\div70=1$；

(2) $6\div(2\times3)=6\div2\times3=3\times3=9$；

(3) $2\times4^2=(2\times4)^2=8^2=64$；

(4) $\frac{22}{5}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{22}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}=\frac{21}{5}-\frac{1}{2}=\frac{37}{10}$.

2. 计算：

(1) $(-3)+2\times(-4)^2$；　(2) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$；

(3) $(-4)^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；　(4) $\frac{3}{2}\div\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)^2\times21$.

例 3 计算：

(1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$；　(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$；

(3) $\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times24\right]^2$；　(4) $(-2^3+85)\times\left(-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right)$.

解 (1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$

$=-1-\frac{1}{3}\times(-7)$

$=-1+\frac{7}{3}$

$=1\frac{1}{3}$.

注意 -1^4 与 $(-1)^4$ 的区别.

(2) $0.5^2+[-(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(7-1)\times\frac{2}{3}$

44　第1章　有理数

$=\frac{1}{4}+6\times\frac{2}{3}$

$=4\frac{1}{4}$.

(3) $\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times24\right]^2$

$=\left[\left(\frac{3}{24}-\frac{2}{24}\right)\times24\right]^2$

$=\left(\frac{1}{24}\times24\right)^2$

$=1^2=1$.

本题也可以用乘法对加法的分配律来算：

$\left[\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right)\times24\right]^2$

$=\left(\frac{1}{8}\times24-\frac{1}{12}\times24\right)^2$

$=(3-2)^2=1^2=1$.

(4) $(-2^3+85)\times\left(-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right)$

$=(-8+85)\times\left(-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\right)$

$=77\times0=0$.

课堂练习 1.5(2)

1. 算式$(-5)+3\times(-2)^3$中，最先进行运算的是________.

2. 算式$1-[3+(-2)\times4]\div\left(-\frac{1}{2}\right)$中共有“$-$、$+$、$\times$、$\div$”四个运算符号，在具体运算时，它们的先后顺序是________________.

3. 计算：

(1) $3\times[(-2)-5]^2-(-4)^3\div(-8)$；

(2) $\frac{12}{5}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)$；

(4) $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\left[-13+\left(-\frac{5}{2}\right)\right]\times\frac{2}{3}$.

课堂练习 1.5(2)

1. (1) 乘方.

(2) $\times$、$+$、$\div$、$-$.

2. (1) 139.

(2) $-\frac{1}{5}$.

(3) $-\frac{13}{7}$.

(4) $-\frac{61}{6}$.

（以下分析对应课本第 46～48 页）

本课教学重点

能运用有理数的运算解决简单的实际问题，体会数学与生活的联系，感悟数学学习的价值.

本课教学建议

（1）对于用有理数运算解决实际问题，不仅要关注结果，还要关注学生在这一过程中是否具有用有理数(尤其是负数)表示相关量以简便运算过程的意识，关注学生对运算结果的实际意义的理解，特别是结果为负数的情形.

（2）通过列表、画图等方式分析题意并找到等量关系，是分析和研究问题的有效方法. 在教学中，要使学生知道如何合理设计图表，以便更好地应用这一方法.

例 4 小海和爸爸、妈妈一起去参观博物馆，小海带了 85 元. 在入馆前小海买了 3 张门票，共花费了 72 元. 中午时，爸爸给小海 200 元，让他去买午饭. 小海买了 3 份午饭，每份午饭的价格为 38 元. 下午乘地铁回家时，小海又购买了 3 张 4 元的地铁票.

请按顺序在表 1-2 中记录小海的收入和支出情况. 问：小海回到家后还剩多少元?

表 1-2

序号	收入、支出/元
1	85
2	
3	
4	
5	

表 1-3

序号	收入、支出/元
1	85
2	-72
3	200
4	$(-38)\times 3$
5	$(-4)\times 3$

分析　一般为了方便，我们把收入记为正数，把支出记为负数. 比如买了 3 份午饭我们可以记为 $(-38)\times 3$.

解　按收入为正数，支出为负数，填写表格(表 1-3).

根据表 1-3，我们可以列出

$$85+(-72)+200+(-38)\times 3+(-4)\times 3=87\ (\text{元}).$$

答：小海回到家后还剩 87 元.

例 5 某日，哈尔滨市的最低气温是 -27 ℃，最高气温是 -19 ℃，上海市的最低气温是 -2 ℃，并且哈尔滨市的温差比上海市的温差大 1 ℃. 求该日上海市的最高气温.

分析　由哈尔滨市的最低气温和最高气温，可知哈尔滨市的温差是：$(-19)-(-27)=8$ (℃). 由哈尔滨市的温差比上海市的温差大 1 ℃，可知上海市的温差是：$8-1=7$ (℃).

再由上海市的最低气温是 -2 ℃，就可以求得该日上海市的最高气温.

本课内容分析

例 4，用贴近学生生活的内容来学习有理数运算的应用，引导学生理解用正、负数表示具有相反意义的量，感受负数的实际意义. 教科书采用列表的形式，帮助学生分析题意，给学生提供了一种分析问题的方法.

在本章的开头，我们通过气温问题引入了负数的概念. 在完成有理数运算法则的研究后，我们运用这些法则来解决与温度相关的实际问题. 这种前后呼应的方式不仅可以加深学生对负数的理解，还可以让学生感受负数在实际生活中的广泛应用.

解　$(-19)-(-27)-1+(-2)=5$ (℃).

答：该日上海市的最高气温是 5 ℃.

例 6　一条公路需要 8 人用 30 天才能修完. 照此进度，如果增加 4 人，那么修完这条公路需要多少天?

分析　(1) 假设这条公路的总长度为“1”，根据条件“8 人用 30 天修完”，可知每人每天修 $1\div 8\div 30=\frac{1}{240}$.

(2) 要求人数增加 4 人后完成的天数，根据工作总量、工作效率和工作时间之间的关系，可知增加 4 人后的工作时间 = 工作总量(1) ÷ 工作效率 $\left[\frac{1}{240}\times(4+8)\right]$.

解　根据题意，每人每天修 $1\div 8\div 30=\frac{1}{240}$.

增加 4 人后的工作时间 $=1\div\left[\frac{1}{240}\times(4+8)\right]=1\div\frac{1}{20}=20$ (天).

答：修完这条公路需要 20 天.

思考

例 6 中如果人数减少 3 人，那么修完这条公路需要增加几天?

课堂练习 1.5(3)

1. 某文具店去年第一季度(1 月到 3 月)平均每月亏损 1.2 万元，第二季度(4 月到 6 月)平均每月盈利 4 万元，第三季度(7 月到 9 月)平均每月盈利 3.4 万元，第四季度(10 月到 12 月)平均每月亏损 1.5 万元. 通过计算，说明这个文具店去年总的盈亏情况.

2. 某冷冻厂一号库房的室温是 −2 ℃，现在有一批食品需要在 −23 ℃ 条件下冷冻. 如果该库房每小时能降低 4 ℃，那么经过多久能降到所要求的温度?

例 6，引导学生关注工作总量、工作效率和工作时间三个量之间的关系.

当工作总量没有直接指明时，可以用“单位 1”表示工作总量，用单位时间内完成工作总量的几分之一表示工作效率，这是此类问题的基本特征，也是教学难点. 本题也可以采用线段图的方式分析，让学生直观地认识数量关系.

教学中可以补充结果是负数的实际问题，加深理解负数在实际生活中的应用.

课堂练习 1.5(3)

1. $(-1.2)\times 3+4\times 3+3.4\times 3+(-1.5)\times 3=-3.6+12+10.2-4.5=14.1$(万元).

2. $[(-2)-(-23)]\div 4=21\div 4=5\frac{1}{4}$(h).

3. 一批家具，如果用大卡车单独运，那么 8 h 可以运完；如果用小卡车单独运，那么 12 h 可以运完. 如果大、小卡车一起运，多久可以运完？

习题 1.5

A

1. 计算：

(1) $(-8)\div(-4)+3\times5$； (2) $4-(-2)^2\times5\div(-8)$；

(3) $-3^3\div\frac{12}{5}-(-2)\times4$； (4) $(-2)\times\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{4}\right)$.

2. 计算：

(1) $4.73-\left[\frac{2}{3}-\left(\frac{4}{5}+2.63\right)\right]-\frac{1}{3}$；

(2) $\left(-\frac{11}{12}-\frac{3}{4}\right)\times(-4)^2+\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)$；

(3) $(-2)^4\times(-5)-[(-3)^2-(-4)^2\times(-1)^5]$；

(4) $\left[(-5)^3\times\left(-\frac{1}{5}\right)^2-5^2\right]-\left|0.25-\frac{5}{8}\right|$.

3. 如果一个数的平方等于 36，那么这个数是多少？如果一个数的立方等于−27，那么这个数是多少？

4. 某种羊毛地毯原售价是每平方米 420 元，现在价格上涨了$\frac{1}{10}$. 问：现在这种地毯的售价是每平方米多少元？

5. 一个水池安装了甲、乙两个排水管，如果单开甲管，4 h 可以把满池的水放完；如果单开乙管，3 h 可以把满池的水放完. 如果两个排水管同时打开，几小时可以把满池的水放完？

48 第1章 有理数

3. $1\div\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)=1\div\frac{5}{24}=4\frac{4}{5}$(h).

习题 1.5

1. (1) 17.

(2) $6\frac{1}{2}$.

(3) $-\frac{13}{4}$.

(4) $-\frac{7}{6}$.

2. (1) 7.16.

(2) −26.

(3) −105.

(4) $-30\frac{3}{8}$.

3. 6 或−6；−3.

4. $420\times\left(1+\frac{1}{10}\right)=462$(元).

5. $1\div\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=1\div\frac{7}{12}=1\frac{5}{7}$(h).

6. $4\div 30=\frac{2}{15}$，因为$\frac{2}{15}>\frac{1}{10}$，所以小华的书包超重了.

7. 比上周日水位下降了 0.01 m.

8. 如 $3\times[10+(-6)+4]=24$，$10-4-3\times(-6)=24$ 等.

B

6. 儿童的负重最好不要超过体重的$\frac{1}{10}$，如果长期背负过重的物体，会导致腰痛及背痛，严重的甚至会妨碍骨骼生长. 如果小华的体重是 30 kg，她的书包重 4 kg，试通过计算说明：小华的书包是否超重？

7. 下表是某水库一周内每天水位高低的变化情况(正数表示水位比前一日上升的数，负数表示下降的数)：

时间	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
水位变化/m	0.12	−0.02	−0.13	−0.20	−0.08	−0.02	0.32

试分析这一周水位总的变化情况.

8. 将有理数 3、4、−6、10 进行加、减、乘、除等运算(每个数必须用且只能用一次)，使其结果等于 24.(只要求写出一个算式)

◎复习题

A

1. 填空题：

(1) 平方后等于它本身的数是________；

(2) 最小的正整数是________，最大的负整数是________，绝对值最小的数是________；

(3) 7 与 -15 的和的绝对值是________；

(4) 数轴上到原点的距离等于 5 的点所对应的数是________________；

(5) -3 的倒数的相反数是________；

(6) 绝对值小于 3.2 的整数是________________；

(7) 如果 $|x|=5$，那么 $x=$________；

(8) 写出绝对值小于 5 的负奇数：____________.

2. 把下列各数分别填在相应的大括号里：

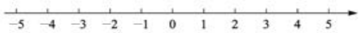
$$-1、2、-\frac{1}{3}、-0.75、0、-1.01、\frac{22}{7}.$$

整数{　　　　　　　　　　}；　负数{　　　　　　　　　　}；

非负数{　　　　　　　　　　}.

3. 用数轴上的点表示下列各数，并把这些数按从小到大的顺序排列起来：

$$2.5、-2.5、0、\frac{1}{3}、-1\frac{2}{3}、-4、\frac{7}{4}.$$



（第 3 题）

4. 在标准大气压下，水冻结成冰的温度是 0 ℃，酒精冻结的温度大约是 -115 ℃，水银冻结的温度大约是 -39 ℃. 哪一个冻结温度最高？哪一个冻结温度最低？

复习题

1. (1) 1 和 0.

(2) 1；-1；0.

(3) 8.

(4) 5 和 -5.

(5) $\frac{1}{3}$.

(6) -3、-2、-1、0、1、2、3.

(7) 5 或 -5.

(8) -3、-1.

2. 整数：-1；2；0；

负数：-1；$-\frac{1}{3}$；-0.75；-1.01；

非负数：2；0；$\frac{22}{7}$.

3. 图略；$-4<-2.5<-1\frac{2}{3}<0<\frac{1}{3}<\frac{7}{4}<2.5$.

4. 水，酒精.

5. 18 750 辆.

6. 0，1.

7. （1） -109.

（2） -26.

（3） -111.

（4） $1\dfrac{1}{16}$.

8. 47；146；443.

9. 如：

3	-2	5
4	2	0
-1	6	1

5. 某汽车制造厂计划今年第一季度生产 15 000 辆轿车，但实际生产的轿车数量比计划增加了$\frac{1}{4}$. 那么，该汽车制造厂今年第一季度实际生产了多少辆轿车？

6. a、b 表示两个有理数，如果 a 与 b 互为相反数，那么它们的和是多少？如果 a 与 b 互为倒数，那么它们的积是多少？

7. 计算：

(1) $(-54)\div 6-(-25)\times(-4)$；

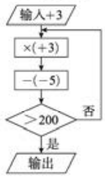
(2) $28-2\times 3^2-(-2\times 3)^2$；

(3) $\left(-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}-\frac{7}{15}\right)\times 120$；

(4) $2-\left[1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}-1\right)\right]\times(-0.75)^2$.

B

8. 按以下的流程图进行计算，并把各次计算结果填入表内，如第一次$(+3)\times(+3)-(-5)$得 14，不大于 200；第二次再做，$14\times(+3)-(-5)$……



计算次序	计算结果
第 1 次	14
第 2 次	
第 3 次	
第 4 次	

（第 8 题）

9. 请将-2、-1、0、1、2、3、4、5、6 这 9 个数分别填入图中的 9 个空格内，使每行的 3 个数、每列的 3 个数、斜对角的 3 个数的和均为 6.

（第 9 题）

54 第1章 有理数

10. 计算器是我们日常生活中常用的一种计算工具，它可以帮助我们做有理数的运算. 计算器的型号很多，它们的计算程序和方法不尽相同，使用前要注意阅读说明书.

(1) 与同学交流一下你熟悉的计算器的使用方法.

(2) 请你试试用计算器完成下列任务，并写出操作过程：

① 如何在计算器上输入负数?

② 如何在计算器上做含有负数的加减运算? 如：

$$(-6)+5，(-3)+(-2)，(-8)-(-14).$$

③ 如何在计算器上做含有负数的乘除运算? 请举例说明.

④ 有没有其他发现?

10. 略.

第 2 章　简单的代数式

一、本章概述

1. 总体要求

本章将正式开启代数学的学习，从对数的研究上升到对式的研究，从具体的数的运算及其规律的呈现，上升到对抽象字母和符号的运算及其规律的揭示，使常量数学走向可以描述运动及其过程的变量数学，为数学的发展提供了坚实的基础和广阔的空间，意义深远.

在本章之前，学生积累了用字母表示运算律的初步经验，但对用字母表示数的理解通常比较表面，缺乏深入的认识. 为此，本章从学生熟悉的用字母表示的有理数运算律出发，引导学生感知用字母表示数所具有的普遍意义，经历如何用字母表示实际问题中数量关系的过程，在此基础上学习代数式和一次式的概念和简单运算. 这样的设计，一方面将学生逐步引入代数世界，另一方面为“第 3 章一元一次方程”中列方程解应用题的学习打下基础.

本章是建立代数思维的起点，要求学生能在具体情境中用字母或代数式表示数量之间的关系、性质和规律，由此体会用字母表示具有一般性，会求代数式的值，掌握一次式的加减和数与一次式相乘的运算，逐步形成符号意识，发展抽象能力和运算能力.

2. 课时安排建议

本章共 11 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
2.1 用字母表示数	1	用字母表示数　1 课时
习题课	1	
2.2 代数式与代数式的值	2	代数式的概念　1 课时
		代数式的值　1 课时
习题课	1	

（续表）

章节名	建议课时	具体课时分配建议
2.3 一次式	4	一次式的概念　2 课时
		一次式的加减　1 课时
		数与一次式相乘　1 课时
习题课	1	
复习与小结	1	

3. 内容编排与特色

本套义务教育教科书整体结构的一个特点是小学聚焦算术，初中开启代数内容的学习. 小学数学教科书不再包含用字母表示数和简易方程的内容. 正是由于内容结构上的调整，在学习本章时学生的知识基础和认知基础都发生了变化，因此本章的内容编排与上海“二期课改”初中数学教科书中的相关内容相比有明显不同.

本章的章名定为“简单的代数式”，一方面让学生知道可以用字母表示数且字母可以参与运算，另一方面说明本章将从算术走向代数，逐步进入代数内容的学习. 本章内容分为三节，分别是“2.1 用字母表示数”“2.2 代数式与代数式的值”和“2.3 一次式”. 用字母表示数是建立代数式概念的基础，而一次式是最基本的代数式模型.

“2.1 用字母表示数”这一节，不再像上海“二期课改”教科书那般通过举例说明用字母表示数的各种情况，而是通过有理数运算律所蕴含的用字母表示数的思想，单刀直入，引出用字母表示数的意义，感受用字母表示数的简洁性和一般性，揭示引入字母的优点. 进而在具体问题中，引导学生探索用字母表示数量关系、运算律、公式和规律等，为后续代数式和方程学习打下基础. 这样的处理使得层次更加清晰、核心内容更加聚焦.

“2.2 代数式与代数式的值”这一节包含“代数式的概念”和“代数式的值”两个部分. 教科书用简明的数学语言描述了代数式的概念，并用代数式表示具体问题中简单的数量关系，示范对代数式求值，体现数学文字语言和符号语言之间的转换，引导学生学会抽象的符号表达.

与上海“二期课改”教科书相比，“2.3 一次式”是新增内容，包含“一次式的概念”“一次式的加减”(包括含括号的一次式加减)和“数与一次式相乘”三个部分. 新增一次式的主要目的是为“第 3 章一元一次方程”和“第 9 章二元一次方程组”中相关概念的描述和求解步骤提供语言和运算基础. 同时，一次式的引入，也丰富了代数式的学习内容，从一般的代数式聚焦到最简单的代数式，提供一个直观的代数式模型. 在呈现一次式的同类项、一次式的加减和数与一次式相乘的内容时，教科书均从具体情境出发，一方面用代数式描述现实问题中的数量关系，加深学生对用字母表示数的意义的理解，另一方面也体现了引入式的运算的必要性.

本章的最大特色是从学生熟悉的数的运算律出发认识用字母表示数，理解和体会用字母表示数的一般性，返璞归真，初步形成用符号语言表达现实世界的方法．结合具体问题，引导学生探索用代数式表示其中的数量关系，并在现实问题中，进一步体验用符号语言表达数量关系的过程，体会引入一次式代数运算的必要性和合理性．

4．教学提示

注意小初衔接，关注用字母表示的一般性．本章是代数内容的起始章，在教学时，需要从学生已有的关于数的概念和运算的知识经验出发．例如，可以从学生熟悉的数的运算律、几何图形（三角形、平行四边形、梯形等）的面积和周长公式、用字母表示的常见数量关系及其变形（如路程＝速度×时间，可表示为 $s=v\times t$，其变形 $v=s\div t$，$t=s\div v$）出发，引入字母表示数的学习．在运用这些学生熟悉的素材时，教师应给学生充分的机会，让学生用数学的文字语言和符号语言来展示思维过程，引导学生感受用字母表示的普遍意义，形成初步的代数思维．

通过经历用字母或代数式表示具体情境中数量之间的关系、性质和规律的过程，形成与发展学生的符号意识和初步的应用意识．例如，在代数式和一次式的学习中，教师应提供机会让学生经历用代数式表示现实问题中数量关系的过程，这也为后续列方程内容的学习提供基础．需要注意的是，本章引入了合并同类项的概念，但仅限于一次式的合并同类项．本章没有用一次整式的说法．由于处于代数学习的初始阶段，因此这里涉及的代数式和一次式不应过于繁难．

关注数学思想方法的渗透．例如，列代数式就是将文字语言转化为符号语言的过程．教师应将教科书中所隐含的数学思想方法逐渐渗透在教学中，使学生在学习数学知识的同时领悟其中的数学思想方法，帮助学生学会学习，学会思考．

注意书写规范，养成良好习惯．由于代数的书写方法与数有很多不同之处，而本章又是代数学的起步，因此在教学中，要规范用字母表示数时的写法．例如省略乘号，结果不出现除号，数字写在字母之前，带分数写成假分数等．

5．评价建议

关注学生对用字母表示数和数量关系的理解．评价学生能否理解用字母表示数的含义，能否运用字母表示具体情境中数量之间的关系和规律，能否熟练且规范地把文字语言转化为符号语言，列出正确的代数式．

关注学生式（一次式）的运算能力，评价学生对代数式中运算关系的理解和掌握．熟练进行代数式求值是中学数学的重要基础．评价学生对一次式的加减和数与一次式相乘的运算掌握程度．

鼓励学生积极思考和交流表达．在实际问题的解决过程中，鼓励学生从多个角度用代数式建立关系式，表达自己的观点．

二、教科书分析与教学建议

2.1 用字母表示数

本节教学目标

（1）理解用字母表示数的意义.

（2）能分析具体问题中的简单数量关系，并用字母或含有字母的式子表示.

（3）知道字母与数的和、差、积、商的规范书写方法，以及字母与字母相乘的书写方法.

（4）体会用数学的符号语言表达现实世界.

（以下分析对应课本第 57～59 页）

本课教学重点

通过对“有理数的加法交换律”的回顾，引出用字母表示有理数的运算律，初步感知用字母表示数的方法和过程.

本课教学建议

（1）字母可以表示任意数，例题教学中用字母表示有理数的相反数时，可以推广至用字母表示有理数的倒数、绝对值等，帮助学生认识用字母表示数的深远意义.

（2）数学源于生活，也高于生活. 在教学用字母表示具有实际意义的量时，要注意设置合理的梯度. 在教学中，设计的问题应当循序渐进，可以先设计用字母表示部分量的问题，再设计用字母表示全部量的问题.

（3）用含字母的式子表示数学规律. 教学中，可以借助直观图形、列表、画示意图或有依据的猜测等多种方式帮助学生发现规律.

本课内容分析

讨论 学生在上一章刚学过有理数，知道有理数的加法交换律，我们不可能一一列举所有的有理数来说明加法交换律对所有的有理数都成立. 如何才能把加法交换律简明地表示出来？教师可以启发学生思考，并顺势引入字母，让学生感受用字母表示数的普遍性. 通过列举学生熟悉的运算律和图形面积计算公式，引导学生进一步感受用字母表示数的意义.

例 1，进一步让学生理解字母可以表示任意数. 学生根据之前对数的认识可能会误认为 a 是正数，$-a$ 是负数. 教师要对学生可能出现的理解误区进行分层引导，深化学生对用字母表示数的一般性的认识.

2.1 用字母表示数

在上一章，我们把有理数的加法交换律表示为 $a+b=b+a$，把加法结合律表示为 $(a+b)+c=a+(b+c)$，其中 a、b、c 表示三个有理数. 用字母表示有理数有助于简明地呈现有理数的运算规律.

讨论

我们还学习过其他运算律和一些计算公式. 你能用字母表示这些运算律和计算公式吗？

例 1 如果 a 表示一个有理数，那么它的相反数如何表示？有理数 a 的相反数一定是负数吗？

解 有理数 a 的相反数可以用 $-a$ 表示.

如果 a 是正数，那么 $-a$ 所表示的数是负数；如果 a 是负数，那么 $-a$ 所表示的数是正数；如果 a 是零，那么 $-a$ 所表示的数也是零. 所以，$-a$ 不一定是负数.

例 2 (1) 某文具店练习本的单价是 a 元，3 本练习本的总价是多少元？

(2) 练习本的单价是 3 元，m 本练习本的总价是多少元？

(3) 8 本练习本的总价是 n 元，练习本的单价是多少元？

分析 找到数量关系：练习本的总价 = 练习本的单价 × 练习本的数量.

解 (1) 3 本练习本的总价是 $a\times3=3a$ (元).

(2) m 本练习本的总价是 $3\times m=3m$ (元).

(3) 练习本的单价是 $n\div8=\frac{n}{8}$ (元).

用字母表示数的书写规范：

1. 数与字母或字母与字母相乘时，乘号可以用“·”表示或者省略不写，如 $5\times m$ 可以写成 $5\cdot m$ 或 $5m$，$a\times b$ 可以写成 $a\cdot b$ 或 ab. 在省略乘号时，要把数字写在字母的前面，如 $x\times4$ 写成 $4x$，一般不写成 $x4$；当数字是 1 或 -1 时，“1”常省略不写，如 $1\times a$ 写成 a，$(-1)\times a$ 写成 $-a$；当数字是带

2.1 用字母表示数 57

例 2，学生第一次接触用字母表示具体问题中的数量关系，包括乘法和除法，因此在教学中应注意引导学生按照代数式书写要求正确表示结果.

字母参与运算，其结果的表达形式在代数中有一套规范的书写要求，也是后续代数学习的必备基础知识，因此在例 2 的下面给出了具体的书写要求. 代数式的书写要求对刚接触代数的学生来说有一定难度，因此教师要循序渐进地进行教学.

分数时，常写成假分数，如 $1\frac{1}{2}a$ 一般写成 $\frac{3}{2}a$.

2. 运算结果不出现除号，一般用分数形式表示.

例 3 如图 2-1-1，用大小相同的木棒搭正方形. 搭 1 个正方形需要 4 根木棒. 搭 2 个、3 个、4 个正方形分别需要几根木棒？搭 10 个正方形需要几根木棒？搭 n 个正方形需要几根木棒呢？

图 2-1-1

分析　按上述方式搭正方形，并在下表中记录所用木棒的根数.

表 2-1

正方形个数	1	2	3	4	5	…	n
木棒根数	4	7	10			…	

从记录的数据看，所需木棒的根数随着正方形个数的变化而有规律地变化. 搭第一个正方形需要 4 根木棒，从第二个正方形开始，每增加一个正方形，所需木棒的根数增加 3.

由此可知，搭 n 个正方形，所需木棒的根数为 $4+3\times(n-1)$，即 $4+3(n-1)$.

像 $3\times(n-1)$ 这样的式子，中间的乘号可以省略不写，简记为 $3(n-1)$.

解　搭 2 个正方形所需木棒的根数是 $4+1\times3=7$；

搭 3 个正方形所需木棒的根数是 $4+2\times3=10$；

搭 4 个正方形所需木棒的根数是 $4+3\times3=13$；

搭 10 个正方形所需木棒的根数是 $4+9\times3=31$.

如果用字母 n 表示正方形的个数，那么搭 n 个正方形所需木棒的根数可以表示为 $4+3(n-1)$.

用字母表示数，把具体的数换成抽象的字母，可以把数或数量关系简明地表示出来，有助于呈现更具有普遍意义的规律，从而为叙述和研究问题带来方便.

58　第2章　简单的代数式

例 3 旨在找出图形的规律，并能用字母表示其规律. 教学中，建议教师鼓励学生从不同角度揭示规律，并能正确地用字母表示其规律，同时理解字母可以表示指定范围内的任意数. 本题中，可由观察图形得到规律，用代数式 $4+3(n-1)$表示. 这里首次出现了数与代数式相乘，由于学生还未学习代数运算的有关知识，因此这里仅对这类代数式的书写要求做了说明，对代数式“$4+3(n-1)$”的化简问题这里不做要求，放在后续学习一次式的运算时解决.

课堂练习 2.1

1. $S=ah$.

2. $x-26$.

3. $3+2(n-1)$或$2n+1$.

习题 2.1

1. 如果有 n 只青蛙，那么总共有 n 张嘴巴，$2n$ 只眼睛，$4n$ 条腿.

2. $20+m$.

3. $a-7$、a、$a+7$.

4. 16；19；$3n+1$.

课堂练习 2.1

1. 用字母表示平行四边形的面积计算公式.

2. 母亲的年龄比儿子大 26 岁，如果用 x 表示母亲的年龄，那么儿子的年龄为________岁.

3. 如图，搭 1 个三角形需要 3 根木棒，搭 2 个三角形需要 5 根木棒，以此类推，用木棒搭 3 个三角形、4 个三角形……当搭 n 个这样的三角形时，需要木棒________根.

（第 3 题）

习题 2.1

A

1. 有一首童谣这么说："一只青蛙一张嘴，两只眼睛四条腿，扑通一声跳下水；两只青蛙两张嘴，四只眼睛八条腿，扑通、扑通跳下水；三只青蛙三张嘴……"如果有 n 只青蛙，那么总共有几张嘴，几只眼睛，几条腿？

2. 如果一个两位数个位上的数字是 m，十位上的数字是 2，那么这个数可以表示为________.

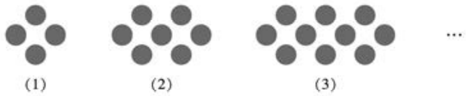
3. 在月历中任意圈出同一个月中同列相邻的三个数，设中间的一个数为 a，用含字母 a 的式子按从小到大的顺序表示这三个数：________________.

B

4. 用同样大小的蓝色棋子按如图所示的方式摆图案：第 1 个图案需要棋子 4 枚，第 2 个图案需要棋子 7 枚，第 3 个图案需要棋子 10 枚. 按照这样的规律

2.1 用字母表示数 59

摆下去，那么第 5 个图案需要棋子______枚，第 6 个图案需要棋子______枚，……，第 n 个图案需要棋子______枚.



（第 4 题）

2.2　代数式与代数式的值

本节教学目标

（1）理解代数式和代数式的值的概念.

（2）能运用代数式表示具体问题中简单的数量关系. 体验用数学符号表达数量关系的过程，会选择适当的方法求代数式的值.

（3）经历列代数式的过程，再次体验用字母表示数的数学思想，初步掌握数学文字语言与符号语言之间的互化方法，提高数学语言表达能力，发展抽象能力.

（以下分析对应课本第 61～63 页）

本课教学重点

理解代数式的概念，初步掌握列代数式的方法.

本课教学建议

（1）让学生在正确理解文字语言表达的数量关系后列出代数式.

（2）在数学文字语言和符号语言互化的过程中，进一步理解用字母表示数的意义，即用代数式所表示的数量关系所具有的普遍性意义.

（3）要规范代数式的表示方法，特别是书写规范.

2.2 代数式与代数式的值

1. 代数式的概念

在上一节中，$a+b$、$4+3(n-1)$、$3m$ 等式子都是由运算符号、括号、数及字母连接而成的，它们能简明地表示数量关系.

用运算符号或括号把数或字母连接而成的式子叫作代数式.

单独的一个数或字母也是代数式，如 $\frac{1}{3}$、0、x、h 等.

例 1 用代数式表示：

(1) 比 a 的 2 倍多 3 的数；

(2) b 与 $\frac{5}{3}$ 的积的相反数；

(3) m 的立方与 2 的和；

(4) $x(x\neq0)$ 的倒数减去 3 的差；

(5) 7 减去 y 的 $\frac{1}{3}$ 的差；

(6) a 与 b 的和的 2 倍.

解 (1) $2a+3$.

(2) $-\frac{5}{3}b$.

(3) m^3+2.

(4) $\frac{1}{x}-3$.

(5) $7-\frac{1}{3}y$.

(6) $2(a+b)$.

例 2 设甲数是 m，乙数是 n. 用代数式表示：

(1) 甲数与乙数的和的 6 倍；

2.2 代数式与代数式的值 61

本课内容分析

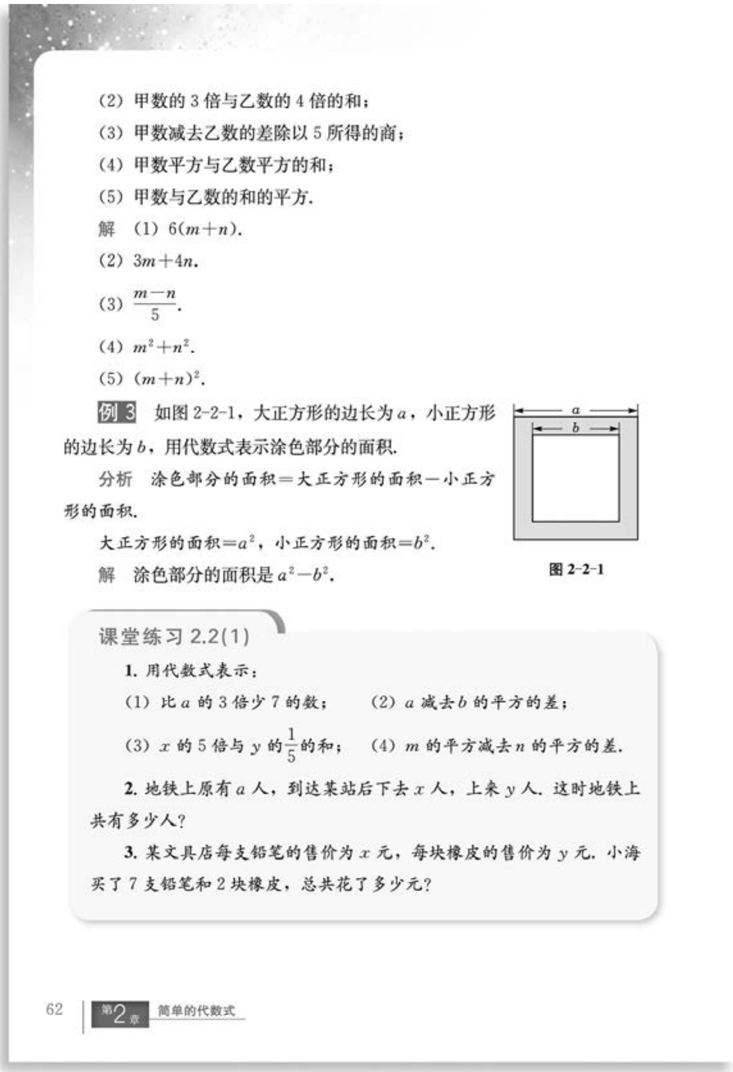
例 1，教师在教学时，除了让学生能用正确的代数式表示数量关系外，还要让学生对给出的代数式进行文字语言说明. 例如，$2a+3$，除了表示“比 a 的 2 倍多 3 的数”，还可以表示“2 乘 a 加 3”，或者表示“a 的 2 倍与 3 的和”等，从而提高学生的数学语言表达能力.

教学时，教师还应要求学生根据代数式的书写规范写出结果.

例 2 是用指定的两个字母列出相应的代数式. 教学中也可以采用变式训练，让学生根据文字语言表达的数量关系，自己设字母列出代数式.

例 2 中的（4）（5）是易错题，教学时要注意文字语言叙述的次序，如区分“两数平方的和”与“两数和的平方”之间的差异. 另外，应避免出现“甲数与乙数平方的和”这样容易引起歧义的文字语言.

例 3，用字母表示具有实际意义的量. 本题要求用代数式表示涂色部分的面积，学生可能会写成等式“$S=a^2-b^2$”而非代数式，教师需加以关注.



(2) 甲数的 3 倍与乙数的 4 倍的和；

(3) 甲数减去乙数的差除以 5 所得的商；

(4) 甲数平方与乙数平方的和；

(5) 甲数与乙数的和的平方.

解 (1) $6(m+n)$.

(2) $3m+4n$.

(3) $\frac{m-n}{5}$.

(4) m^2+n^2.

(5) $(m+n)^2$.

例 3 如图 2-2-1，大正方形的边长为 a，小正方形的边长为 b，用代数式表示涂色部分的面积.

分析 涂色部分的面积＝大正方形的面积－小正方形的面积.

大正方形的面积＝a^2，小正方形的面积＝b^2.

解 涂色部分的面积是 a^2-b^2.

图 2-2-1

课堂练习 2.2(1)

1. 用代数式表示：

(1) 比 a 的 3 倍少 7 的数；　(2) a 减去 b 的平方的差；

(3) x 的 5 倍与 y 的 $\frac{1}{5}$ 的和；　(4) m 的平方减去 n 的平方的差.

2. 地铁上原有 a 人，到达某站后下去 x 人，上来 y 人. 这时地铁上共有多少人?

3. 某文具店每支铅笔的售价为 x 元，每块橡皮的售价为 y 元. 小海买了 7 支铅笔和 2 块橡皮，总共花了多少元?

62 第2章 简单的代数式

课堂练习 2.2(1)

1. (1) $3a-7$.

(2) $a-b^2$.

(3) $5x+\frac{y}{5}$.

(4) m^2-n^2.

2. $(a-x+y)$人.

3. $(7x+2y)$元.

4. $\frac{10a+12b}{a+b}$个.

（以下分析对应课本第 63～65 页）

本课教学重点

理解代数式的值的意义，会求代数式的值.

本课教学建议

（1）在实际情境中，引导学生根据要求列出相应的代数式，并正确地将字母表示的数值代入代数式中，通过运算得出代数式的结果. 这有助于提升学生的实际应用能力和问题解决能力.

（2）在表示数量关系时，应使用规范的代数式. 特别地，当代入的数值为负数、分数，或进行乘方运算时，注意添加必要的括号.

4. 某班开展包饺子的实践活动. 该班有男生 a 人、女生 b 人，且男生平均每人包 10 个饺子，女生平均每人包 12 个饺子，则全班平均每人包多少个饺子?

2. 代数式的值

问题 1 夏季的雪山顶上仍是白雪皑皑，这是因为对流层内的气温会随高度的上升而下降. 平均高度每升高 1 km，气温下降约 6 ℃. 如果地面的气温是 26 ℃，那么距离地面 1 km 的高空的气温与距离地面 5 km 的高空的气温之差约是多少呢?

解 设上升 n km，则气温下降约 $6n$ ℃. 因为地面气温为 26 ℃，所以距离地面 n km 的高空的气温约为 $(26-6n)$℃.

当 $n=1$ 时，$26-6n=26-6\times1=20$ (℃).

当 $n=5$ 时，$26-6n=26-6\times5=-4$ (℃).

$20-(-4)=24$ (℃).

答：距离地面 1 km 的高空的气温与距离地面 5 km 的高空的气温之差约是 24℃.

问题 2 (1) 你会用代数式表示下面的输出结果吗?

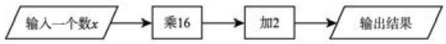


图 2-2-2

(2) 当 x 的值分别是 -5、0、3、6.5 时，求输出的结果.

解 (1) 根据图 2-2-2，可以推出输出的代数式是 $16x+2$.

(2) 当 $x=-5$ 时，$16x+2=16\times(-5)+2=-80+2=-78$.

同样，当 x 的值分别是 0、3、6.5 时，输出的结果分别是 2、50、106.

当 x 取不同数值时，由代数式 $16x+2$ 可计算出相应的值.

用具体数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫作代数式的值. 在第 2.1 节的例 3 中，搭 n 个正方形所需木棒的根数为 $4+3(n-1)$，那么要求搭 20 个正方形所需木棒的根数，只需用 20 代替上式中的 n，可得 $4+3(n-1)=4+3\times(20-1)=61$.

例 4 当 $x=-2$，$y=-\frac{1}{2}$时，求代数式 $3x^2-6xy+4y^2$ 的值.

代入负数、分数进行乘法、乘方运算时，要注意添加必要的括号.

解 当 $x=-2$，$y=-\frac{1}{2}$ 时，

$$3x^2-6xy+4y^2$$
$$=3\times(-2)^2-6\times(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=12-6+1=7.$$

例 5 如图 2-2-3，一个长、宽分别是 a m、b m 的长方形绿化用地，有两条宽为 c m 的纵横交错的步道，其余部分种植绿草.

(1) 用代数式表示步道的总面积；

(2) 当 $a=50$，$b=20$，$c=2.5$ 时，求需种植绿草的面积.

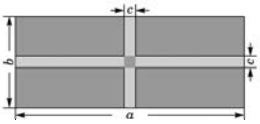


图 2-2-3

分析 问题(1)中，步道的总面积＝横向步道面积＋纵向步道面积－步道重叠面积.

问题(2)中，种植绿草的面积＝长方形绿化用地总面积－步道的总面积.

解 (1) 步道的总面积是 $(ac+bc-c^2)$ m^2.

本课内容分析

例 4 是求代数式的值，只要用数值代替代数式中的字母，然后按照代数式中的运算关系进行计算即可. 但要关注代入时的规范书写、不漏系数、不缺项和正确计算，如代入负数、分数进行乘法和乘方运算时，要注意添加必要的括号.

例 5 提供了一个有实际生活背景的问题，先根据条件列出代数式，再代入具体数值进行计算.

(2) 种植绿草的面积是$[ab-(ac+bc-c^2)]$ m²．

当$a=50$，$b=20$，$c=2.5$时，

$$
\begin{aligned}
& ab-(ac+bc-c^2) \\
=& 50\times20-(50\times2.5+20\times2.5-2.5^2) \\
=& 50\times20-(125+50-6.25) \\
=& 1\,000-168.75=831.25\ (\mathrm{m}^2).
\end{aligned}
$$

答：当$a=50$，$b=20$，$c=2.5$时，需种植绿草的面积是831.25 m²．

课堂练习 2.2(2)

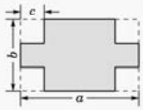
1. 当$x=-3$时，求代数式$-2x+1$的值．
2. 当$y=\frac{1}{2}$时，求代数式y^2+2y-1的值．
3. 当$a=\frac{1}{2}$，$b=-3$时，求下列各代数式的值：

(1) $2a+b$；　(2) $4a^2-b^2$；　(3) $a^2-2ab+b^2$．

4. 如图，一张长为a cm、宽为b cm的长方形纸片，在四个角各剪去一个边长为c cm的正方形．

(1) 用代数式表示剩余纸张的面积；

(2) 当$a=5$，$b=3$，$c=1$时，求剩余纸张的面积．



（第4题）

习题 2.2

A

1. 用代数式表示：

(1) 比x的平方大4的数；

(2) a的$\frac{1}{5}$减去b的2倍的差；

课堂练习 2.2(2)

1. 7.

2. $\frac{1}{4}$.

3. (1) -2.

(2) -8.

(3) $\frac{49}{4}$.

4. (1) $(ab-4c^2)$ cm².

(2) 11 cm².

习题 2.2

1. (1) x^2+4.

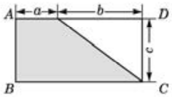
(2) $\frac{1}{5}a-2b$.

(3) m 的相反数的倒数与 3 的和；

(4) x 减去 3 的差的立方.

2. 某图书馆新增 2 万册图书后共有 m 万册图书，该图书馆原来有多少万册图书？

3. 如图，已知长方形 $ABCD$，用代数式表示图中涂色部分的面积. 当 $a=2$，$b=4$，$c=3$ 时，涂色部分的面积是多少？



(第 3 题)

B

4. 用代数式表示：如果正方形的周长是 C，那么正方形的边长是________，面积是________.

5. 当 x 分别取下列值时，求代数式 x^3-2x^2+3x-2 的值：

(1) $x=2$；　　(2) $x=-\frac{1}{2}$.

6. 当 $a=-2$，$b=-5$ 时，求下列各代数式的值：

(1) $-\frac{b}{2a}$；　　(2) b^2-4a；

(3) $\frac{a-b}{a^2+b^2}$；　　(4) $a^3-\frac{1}{b^3}$.

66 | 第2章 简单的代数式

(3) $-\frac{1}{m}+3$.

(4) $(x-3)^3$.

2. $m-2$.

3. $(a+b)c-\frac{1}{2}bc$(代数式写法不唯一). 当 $a=2$，$b=4$，$c=3$ 时，涂色部分的面积是 12.

4. $\frac{C}{4}$；$\frac{C^2}{16}$.

5. (1) 4.

(2) $-\frac{33}{8}$.

6. (1) $-\frac{5}{4}$.

(2) 33.

(3) $\frac{3}{29}$.

(4) $-7\frac{124}{125}$.

2.3　一次式

本节教学目标

（1）通过实例理解一次式、一次项、一次项系数、常数项、一次式同类项的概念.

（2）掌握合并同类项的方法.

（3）掌握一次式去括号方法，能进行一次式的加减运算.

（4）掌握数与一次式相乘的方法.

（5）通过一次式和一次式运算的学习，进一步理解用字母表示数的意义，通过基于符号的运算和推理，初步形成符号意识，提升一次式的运算能力.

（以下分析对应课本第 67～68 页）

本课教学重点

理解一次式的概念，会识别一次式的项和一次项的系数.

本课教学建议

（1）通过观察列举的代数式的特征，概括得到一次式的概念.

（2）教学中可以通过互动列举正反例子，增强学生对概念的理解.

（3）教学中列举的例子不宜过于复杂，建议以典型例子为主.

2.3 一次式

1. 一次式的概念

先看下面两组代数式：

(1) x、$-\frac{5}{3}b$、$\frac{3n}{8}$；　　(2) $-a+2b$、$\frac{1}{2}m+3$、$5x-3y+4$.

第(1)组中的每个代数式都是非零的数与一个指数是 1 的字母的乘积. 其中，x 可以看作 $1\times x$，$\frac{3n}{8}$可以看作$\frac{3}{8}\times n$.

第(2)组中的代数式都是像第(1)组中那样的代数式的和，或者是像第(1)组中那样的代数式与数的和. 例如，$5x-3y+4$ 是 $5x$、$-3y$ 与 4 的和.

像上面这样的代数式叫作**一次式**. 例如，$-x$、$\frac{2}{3}x$、$7-\frac{1}{3}y$、$6m+7n$、$-\frac{1}{4}s+\frac{1}{5}t-1$ 等都是一次式，但 m^2、$3xy$、$\frac{1}{z}$、9、$6+3c-c^2$ 等都不是一次式.

我们把 $-a$、$2b$ 称为一次式 $-a+2b$ 的**项**. 因为 $-a$、$2b$ 只含一个字母，且字母的指数是 1，所以又称为**一次项**. 不含字母的项叫作**常数项**. 例如，一次式 $5x-3y+4$ 的一次项是 $5x$、$-3y$，常数项是 4.

> 要注意项的符号，如 $5x-3y+4$ 的第二项是 $-3y$，不是 $3y$.

在一次式的含有字母的项中，数字因数叫作项的数字系数，简称**系数**. 例如，一次式$\frac{3n}{8}$的系数是$\frac{3}{8}$；一次式 $5x-3y+4$ 中，$5x$ 的系数是 5，$-3y$ 的系数是 -3.

> x 和 $-x$ 的系数分别是 1、-1，而系数“1”通常省略不写.

例 1　指出一次式 $m-\frac{4}{7}n-8$ 中的一次项、常数项及一次项的系数.

解　一次式 $m-\frac{4}{7}n-8$ 中的一次项是 m 和 $-\frac{4}{7}n$，常数项是 -8，其中一次项的系数分别是 1、$-\frac{4}{7}$.

2.3 一次式　67

本课内容分析

本节课主要为第 3 章中一元一次方程合并同类项作准备，一次式的内容与一元一次方程的“一次项”“项的系数”相呼应. 为此，本节课列举的一次式都是简单的一次式，对较为复杂的代数式研究将在后续的学习中逐步拓展和深化.

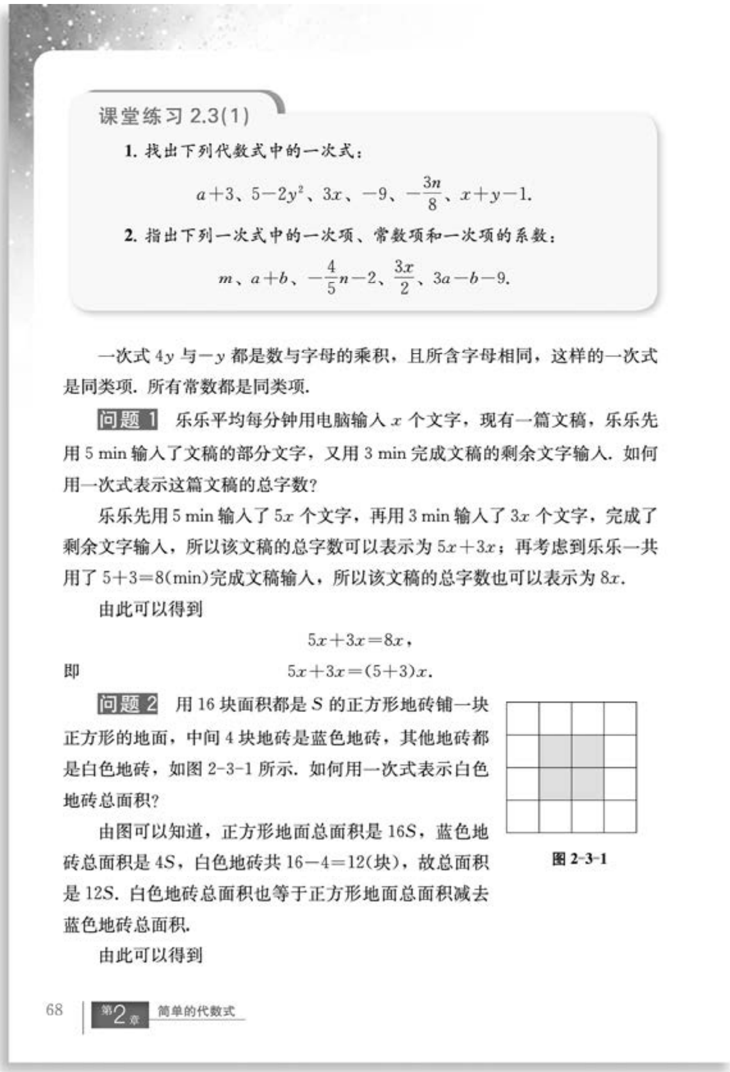
本节课通过对具体一次式的结构分析，得出一次式相关概念.

例 1，让学生正确识别一次式中的各项及其各项系数，巩固理解一次式的有关概念.

课堂练习 2.3(1)

1. $a+3$、$3x$、$-\frac{3n}{8}$、$x+y-1$.

2. 一次式 m 的一次项是 m，一次项的系数是 1；一次式 $a+b$ 的一次项分别是 a、b，其中一次项的系数分别是 1、1；一次式 $-\frac{4}{5}n-2$ 的一次项是 $-\frac{4}{5}n$，常数项是 -2，其中一次项的系数是 $-\frac{4}{5}$. 一次式 $\frac{3x}{2}$ 的一次项是 $\frac{3x}{2}$，一次项系数是 $\frac{3}{2}$；一次式 $3a-b-9$ 的一次项分别是 $3a$、$-b$，常数项是 -9，其中一次项的系数分别是 3、-1.



课堂练习 2.3(1)

1. 找出下列代数式中的一次式：

$$a+3、5-2y^2、3x、-9、-\frac{3n}{8}、x+y-1.$$

2. 指出下列一次式中的一次项、常数项和一次项的系数：

$$m、a+b、-\frac{4}{5}n-2、\frac{3x}{2}、3a-b-9.$$

一次式 $4y$ 与 $-y$ 都是数与字母的乘积，且所含字母相同，这样的一次式是同类项. 所有常数都是同类项.

问题 1 乐乐平均每分钟用电脑输入 x 个文字，现有一篇文稿，乐乐先用 5 min 输入了文稿的部分文字，又用 3 min 完成文稿的剩余文字输入. 如何用一次式表示这篇文稿的总字数?

乐乐先用 5 min 输入了 $5x$ 个文字，再用 3 min 输入了 $3x$ 个文字，完成了剩余文字输入，所以该文稿的总字数可以表示为 $5x+3x$；再考虑到乐乐一共用了 $5+3=8$(min)完成文稿输入，所以该文稿的总字数也可以表示为 $8x$.

由此可以得到

$$5x+3x=8x,$$

即

$$5x+3x=(5+3)x.$$

问题 2 用 16 块面积都是 S 的正方形地砖铺一块正方形的地面，中间 4 块地砖是蓝色地砖，其他地砖都是白色地砖，如图 2-3-1 所示. 如何用一次式表示白色地砖总面积?

图 2-3-1

由图可以知道，正方形地面总面积是 $16S$，蓝色地砖总面积是 $4S$，白色地砖共 $16-4=12$(块)，故总面积是 $12S$. 白色地砖总面积也等于正方形地面总面积减去蓝色地砖总面积.

由此可以得到

68 第2章 简单的代数式

（以下分析对应课本第 68～70 页）

本课教学重点

理解一次式的同类项，能合并同类项.

本课教学建议

（1）引入一次式的同类项后，在探究合并同类项的方法时，可以让学生结合乘法分配律，总结合并同类项的方法.

（2）在处理实际问题时，要注意单位、实际意义等，这对六年级学生来说是容易忽略的，教师需加强指导.

课堂练习 2.3(1)

1. 找出下列代数式中的一次式：

$$a+3、5-2y^2、3x、-9、-\frac{3n}{8}、x+y-1.$$

2. 指出下列一次式中的一次项、常数项和一次项的系数：

$$m、a+b、-\frac{4}{5}n-2、\frac{3x}{2}、3a-b-9.$$

一次式 $4y$ 与 $-y$ 都是数与字母的乘积，且所含字母相同，这样的一次式是同类项. 所有常数都是同类项.

问题 1 乐乐平均每分钟用电脑输入 x 个文字，现有一篇文稿，乐乐先用 5 min 输入了文稿的部分文字，又用 3 min 完成文稿的剩余文字输入. 如何用一次式表示这篇文稿的总字数？

乐乐先用 5 min 输入了 $5x$ 个文字，再用 3 min 输入了 $3x$ 个文字，完成了剩余文字输入，所以该文稿的总字数可以表示为 $5x+3x$；再考虑到乐乐一共用了 $5+3=8$(min)完成文稿输入，所以该文稿的总字数也可以表示为 $8x$.

由此可以得到

$$5x+3x=8x,$$

即

$$5x+3x=(5+3)x.$$

问题 2 用 16 块面积都是 S 的正方形地砖铺一块正方形的地面，中间 4 块地砖是蓝色地砖，其他地砖都是白色地砖，如图 2-3-1 所示. 如何用一次式表示白色地砖总面积？

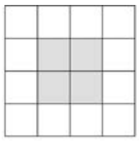


图 2-3-1

由图可以知道，正方形地面总面积是 $16S$，蓝色地砖总面积是 $4S$，白色地砖共 $16-4=12$(块)，故总面积是 $12S$. 白色地砖总面积也等于正方形地面总面积减去蓝色地砖总面积.

由此可以得到

本课内容分析

问题 1 通过实际情境引入，文稿的总字数可以用两种方式表示，即乐乐输入的文稿总字数可以是 $5x+3x$，也可以是 $8x$. 也就是说，这两种表示结果的代数式是相同的，进而引出合并同类项的方法.

问题 2 类同问题 1，教学中，如有必要，教师也可以让学生自主列举类似的实例. 合并同类项是一次式加减运算的基础. 通过问题 1 和问题 2，引入一次式的同类项概念和合并同类项的方法.

$$16S-4S=12S,$$

即
$$16S-4S=(16-4)S.$$

上面两个问题表明，可以将含字母的同类项的代数式进行合并化简. 例如，$5x+3x$ 是 $5x$ 与 $3x$ 的和，且 $5x$ 与 $3x$ 是同类项，合并时将系数 5 和 3 相加，字母不变，得 $8x$；$16S-4S$ 是 $16S$ 与 $-4S$ 的和，且 $16S$ 与 $-4S$ 是同类项，合并时将系数 16 和 -4 相加，字母不变，得 $12S$. 像这样，把同类项合并成一项的过程，称为合并同类项.

合并同类项时，把含字母的同类项的系数相加所得的结果作为系数，字母不变；常数直接相加.

例 2 指出并合并 $7m+4n-3-m-6n+5$ 中的同类项.

解 $7m+4n-3-m-6n+5$ 中，$7m$ 和 $-m$ 是同类项，$4n$ 和 $-6n$ 是同类项，-3 和 5 是同类项.

因为 $7m+4n-3-m-6n+5$ 就是 $7m$、$4n$、-3、$-m$、$-6n$、5 的和，所以根据加法的交换律和结合律，得

$$\begin{aligned}&7m+4n-3-m-6n+5\\&=7m-m+4n-6n-3+5 \quad (\text{加法交换律})\\&=(7m-m)+(4n-6n)+(-3+5) \quad (\text{加法结合律})\\&=(7-1)m+(4-6)n+2 \quad (\text{合并同类项})\\&=6m-2n+2.\end{aligned}$$

通过合并同类项，可以把一次式化简.

例 3 甲、乙两车相距 130 km，同时出发，相向而行，甲车的速度是 80 km/h，乙车的速度是 50 km/h.

(1) 用一次式表示经过 t h ($t<1$) 后两车的距离；

(2) 经过 30 min，两车的距离是多少?

解 (1) 根据题意，经过 t h ($t<1$) 后两车的距离为

$$130-(80t+50t)=130-130t\ (\text{km}).$$

答：经过 t h ($t<1$)，两车的距离为 $(130-130t)$ km.

2.3 一次式 69

例 2 巩固一次式的同类项概念和合并同类项的方法. 教学中出示的一次式应是经过化简的一次式. 例题、练习题中不应出现类似“合并一次式中的同类项”这样的指导语.

例 3，将实际意义“经过 30 min”转化为“$t=0.5$”，进而计算一次式的值.

（2）因为 30 min$=\frac{1}{2}$ h，所以当 $t=\frac{1}{2}$ 时，有

$$130-130t=130-130\times\frac{1}{2}=65\ (\text{km}).$$

答：经过 30 min，两车的距离是 65 km.

课堂练习 2.3(2)

1. 合并同类项：

（1）$2m+6m=$________；（2）$2m-6m=$________；

（3）$-2m-6m=$________；（4）$-2m+6m=$________.

2. 判断下列各代数式的化简是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）$8-6x=2x$；（　）

（2）$-2y+2y=-4y$；（　）

（3）$3m+4n=7mn$；（　）

（4）$4m+4m=16m$.（　）

3. 化简：

（1）$7m-2-7n+3m$；

（2）$\frac{1}{3}m-5+2m-1$.

2. 一次式的加减

问题 3 某汽车企业第一季度销售 x 万辆新能源汽车，第二季度销售的新能源汽车比第一季度的 1.5 倍少 1 万辆，第三季度销售的新能源汽车比第一季度的 2 倍多 6 万辆. 用一次式表示：

（1）该汽车企业第二季度和第三季度一共销售的新能源汽车数量；

（2）第三季度比第二季度多销售的新能源汽车数量.

课堂练习 2.3(2)

1.（1）$8m$.

（2）$-4m$.

（3）$-8m$.

（4）$4m$.

2.（1）×.

（2）×.

（3）×.

（4）×.

3.（1）$10m-7n-2$.

（2）$\frac{7}{3}m-6$.

（以下分析对应课本第 70～72 页）

本课教学重点

类比数的运算法则，掌握一次式的加减运算法则，会进行一次式加减运算.

本课教学建议

（1）由于一次式中的字母表示数，因此一次式的运算与数的运算具有一致性. 一次式的运算建立在数的运算基础上，数的运算是式的运算的特殊情形，式的运算更具有一般性. 在一次式的编排上，教科书非常关注与数的联系，通过类比数的运算，探索一次式的去括号方法和加减运算法则. 希望教师在教学中能重视这些意图，并充分发挥其积极作用.

（2）合并同类项和去括号是一次式运算的基础. 类比数的运算，掌握一次式的去括号方法. 教学中应当充分关注学生在去括号后各项的符号是否正确，然后用记号标出(熟练后可以省略)，最后合并同类项.

（3）几个一次式相加减时，要注意添加括号，教学时可以让学生体会添加括号和不添加括号的区别. 例如，$2x$ 减去 $3x+2$ 所得的差，用代数式正确表达是 $2x-(3x+2)$，而表达成 $2x-3x+2$ 是错误的.

（4）求一次式的值，目的是使学生进一步领会代数式的值的意义，一般要先化简代数式，再求代数式的值. 此处先合并同类项，然后再代入数值计算，这样较为简便. 教学时可以让学生直接代入数值计算，然后再用去括号、合并同类项后代入数值的方法计算，并比较两种方法的优劣，同时要注意书写规范.

（2）因为 30 min$=\frac{1}{2}$ h，所以当 $t=\frac{1}{2}$ 时，有

$$130-130t=130-130\times\frac{1}{2}=65\ (\mathrm{km}).$$

答：经过 30 min，两车的距离是 65 km.

课堂练习 2.3(2)

1. 合并同类项：

（1）$2m+6m=$_______；　（2）$2m-6m=$_______；

（3）$-2m-6m=$_______；　（4）$-2m+6m=$_______.

2. 判断下列各代数式的化简是否正确，正确的在括号里打“√”，错误的在括号里打“×”：

（1）$8-6x=2x$；（　）

（2）$-2y+2y=-4y$；（　）

（3）$3m+4n=7mn$；（　）

（4）$4m+4m=16m$.（　）

3. 化简：

（1）$7m-2-7n+3m$；

（2）$\frac{1}{3}m-5+2m-1$.

2. 一次式的加减

问题 3 某汽车企业第一季度销售 x 万辆新能源汽车，第二季度销售的新能源汽车比第一季度的 1.5 倍少 1 万辆，第三季度销售的新能源汽车比第一季度的 2 倍多 6 万辆. 用一次式表示：

（1）该汽车企业第二季度和第三季度一共销售的新能源汽车数量；

（2）第三季度比第二季度多销售的新能源汽车数量.

70　第2章　简单的代数式

本课内容分析

问题 3 根据实际问题列出代数式，引出两个一次式的和与两个一次式的差，并由此进入一次式加减、去括号的内容的学习.

教学中教师可以设计互动环节，如提出“‘第二季度销售的新能源汽车数量：$(1.5x-1)$万辆’这里为何添加括号”的问题，为例 5 和解决实际问题列式时有意识地添加括号作铺垫.

分析　第二季度销售的新能源汽车数量：$(1.5x-1)$万辆；

第三季度销售的新能源汽车数量：$(2x+6)$万辆.

因此，第二季度和第三季度一共销售$[(1.5x-1)+(2x+6)]$万辆；

第三季度比第二季度多销售$[(2x+6)-(1.5x-1)]$万辆.

思考

如何计算$(1.5x-1)+(2x+6)$和$(2x+6)-(1.5x-1)$?

数的运算中的去括号方法在一次式中同样适用，即括号前面是“+”号，去掉“+”号和括号，括号内各项都不变；括号前面是“−”号，去掉“−”号和括号，括号内各项都变号.

如下所示，根据去括号方法，我们可以分别求出$(1.5x-1)+(2x+6)$和$(2x+6)-(1.5x-1)$的结果.

项不变

$$(1.5x-1)+(2x+6)=1.5x-1+2x+6=3.5x+5;$$

项不变

负号变正号

$$(2x+6)-(\boxed{1.5x}-1)=2x+6\boxed{-1.5x}+1=0.5x+7.$$

正号变负号

例 4　先去括号，再合并同类项：

(1) $a+2-(9a-3)$；　　(2) $-(6m-8)-(-1+2m)$.

解　(1) $a+2-(9a-3)$

$=a+2-9a+3$

$=-8a+5$.

(2) $-(6m-8)-(-1+2m)$

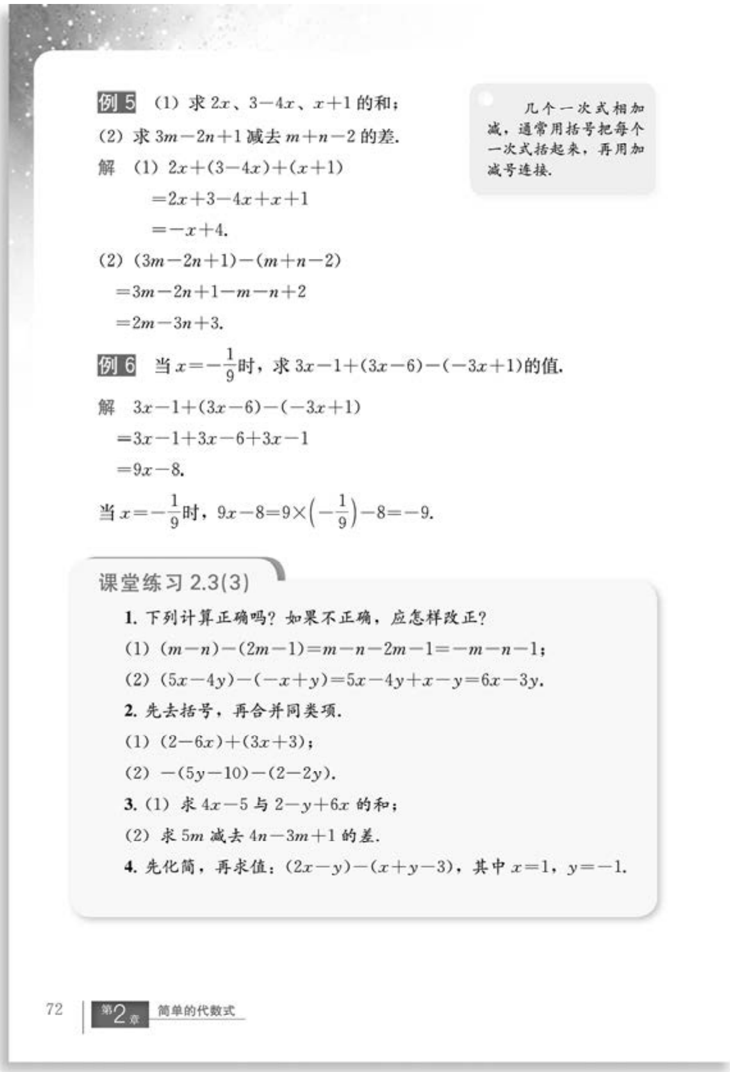
$=-6m+8+1-2m$

$=-8m+9$.

2.3　一次式　71

思考　从学生已经掌握的数的去括号方法，引出一次式的去括号方法. 要强调的是：如果括号前是“−”号，那么去括号时，括号内的每一项都要改变符号.

例 4 巩固去括号方法. 教学时应让学生充分关注去括号后各项的符号是否正确，然后用记号，如标记下划线等表示出同类项，最后合并同类项.



例 5 (1) 求 $2x$、$3-4x$、$x+1$ 的和；

(2) 求 $3m-2n+1$ 减去 $m+n-2$ 的差.

解 (1) $2x+(3-4x)+(x+1)$

$=2x+3-4x+x+1$

$=-x+4$.

(2) $(3m-2n+1)-(m+n-2)$

$=3m-2n+1-m-n+2$

$=2m-3n+3$.

几个一次式相加减，通常用括号把每个一次式括起来，再用加减号连接.

例 6 当 $x=-\frac{1}{9}$时，求 $3x-1+(3x-6)-(-3x+1)$的值.

解 $3x-1+(3x-6)-(-3x+1)$

$=3x-1+3x-6+3x-1$

$=9x-8$.

当 $x=-\frac{1}{9}$时，$9x-8=9\times\left(-\frac{1}{9}\right)-8=-9$.

课堂练习 2.3(3)

1. 下列计算正确吗？如果不正确，应怎样改正？

(1) $(m-n)-(2m-1)=m-n-2m-1=-m-n-1$；

(2) $(5x-4y)-(-x+y)=5x-4y+x-y=6x-3y$.

2. 先去括号，再合并同类项.

(1) $(2-6x)+(3x+3)$；

(2) $-(5y-10)-(2-2y)$.

3. (1) 求 $4x-5$ 与 $2-y+6x$ 的和；

(2) 求 $5m$ 减去 $4n-3m+1$ 的差.

4. 先化简，再求值：$(2x-y)-(x+y-3)$，其中 $x=1$，$y=-1$.

72 第2章 简单的代数式

例 5，求一次式的和与差时，应先列式，列式时应添加必要的括号，以避免出现符号的错误.

例 6，求一次式的值时，应先去括号，合并同类项，再代入求值. 代入求值时，遇到代入的数值是负数，注意添加括号. 一般来说，直接代入会导致运算烦琐；先化简，后代入，结果不变，但数的运算过程更加简单.

课堂练习 2.3(3)

1. (1) 不对，应该改为：$(m-n)-(2m-1)=m-n-2m+1=-m-n+1$.

(2) 不对，应该改为：$(5x-4y)-(-x+y)=5x-4y+x-y=6x-5y$.

2. (1) $5-3x$.

(2) $-3y+8$.

3. (1) $(4x-5)+(2-y+6x)=10x-y-3$.

(2) $5m-(4n-3m+1)=8m-4n-1$.

4. 原式可化简为 $x-2y+3$. 当 $x=1$，$y=-1$ 时，原式$=x-2y+3=1-2\times(-1)+3=6$.

（以下分析对应课本第 73～74 页）

本课教学重点

掌握数与一次式相乘的运算法则.

本课教学建议

数与单个字母的运算前面已有涉及，但数与一次式相乘的运算是第一次. 因此，在教学中，教师要帮助学生理解数与一次式相乘的含义，引导学生关注数与项的符号，从而得到积的符号. 对于混合运算，教师在教学时还需关注运算顺序和书写过程的规范性.

本课内容分析

问题 4 通过实际问题引出数与一次式相乘.

思考 从学生已经掌握的数的运算中乘法对加法的分配律与乘法结合律，引出数与一次式相乘的方法. 需强调的是：含有字母的项与数相乘时，把数与项的系数相乘的积作为字母的系数，字母不变.

例 7，在运算中要注意运算顺序，还要注意积的符号，并注意规范运算和书写过程.

3. 数与一次式相乘

问题 4 如图 2-3-2，用一根铁丝围成一个长方形，这个长方形的宽是 a cm，长是 $(3a-2)$cm. 如何用一次式表示这根铁丝的长度？

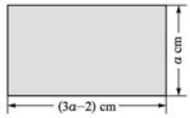


图 2-3-2

根据题意，这根铁丝的长度为 $2\times(a+3a-2)=2(4a-2)$(cm).

思考

如何计算 $2(4a-2)$？

根据乘法对加法的分配律与乘法结合律，得

$$\begin{aligned}2(4a-2)&=2\times(4a)+2\times(-2)\quad\text{（乘法对加法的分配律）}\\&=(2\times4)a-4\quad\text{（乘法结合律）}\\&=8a-4.\end{aligned}$$

一般地，数与一次式相乘，就是用这个数去乘一次式的每一项，再把所得的积相加. 在含有字母的项与数相乘时，把这个数与项的系数相乘的积作为字母的系数，字母不变. 运算时要注意这个数与项的系数相乘的积的符号.

例 7 计算：

(1) $6(m-3)$； (2) $-7(n-3m)$；

(3) $-x+2(3x-2)$； (4) $3(2x+1)-2(1-x)$.

解 (1) $6(m-3)$

$=6m+6\times(-3)$

$=6m-18.$

(2) $-7(n-3m)$

$=-7n+(-7)\times(-3m)$

$=-7n+21m$.

(3) $-x+2(3x-2)$

$=-x+6x-4$

$=5x-4$.

(4) $3(2x+1)-2(1-x)$

$=6x+3-2+2x$

$=8x+1$.

课堂练习 2.3(4)

1. 计算：

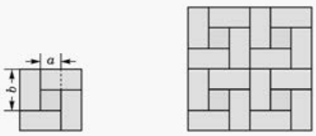
(1) $-2(m+7)$；　(2) $-3(n-9)$；

(3) $(-3x+5)\times(-4)$；　(4) $(5y-3)\times(-3)$.

2. 计算：

(1) $2(x-3)-4x$；　(2) $-\frac{1}{2}(4m-6)+\frac{1}{3}(9-3m)$.

3. 中国古代窗花图案设计得简约又美观. 图(1)是由1个小正方形和4个形状相同的小长方形拼成的1个正方形窗花. 如果窗花内小正方形的边长为 a cm，小长方形的长为 b cm，那么如图(2)，由4个这样的窗花做成的正方形窗户的周长是多少？



(1)　(2)

（第3题）

课堂练习 2.3(4)

1. (1) $-2m-14$.

(2) $-3n+27$.

(3) $12x-20$.

(4) $-15y+9$.

2. (1) $-2x-6$.

(2) $-3m+6$.

3. $(16b-8a)$ cm.

习题 2.3

1. (1) $7a$.

(2) $3m-3$.

(3) $-10a$.

(4) $n-5$.

2. 能. 设中间的自然数为 $m(m\geqslant 1)$，那么另外两个自然数分别为 $m-1$、$m+1$. 因为 $(m-1)+m+(m+1)=3m$，所以三个连续自然数的和一定能被 3 整除.

3. (1) $-3y-1$.

(2) $2x-2y+2$.

(3) $-\dfrac{5}{6}x+3$.

(4) $\dfrac{3}{2}m-16$.

(5) $-4m-1$.

4. 能. 设中间的正偶数为 $2m(m\geqslant 2)$，那么另外两个偶数为 $2m-2$、$2m+2$. 因为 $(2m-2)+2m+(2m+2)=6m$，所以三个连续正偶数的和一定能被 6 整除.

5. $2m+2n$.

习题 2.3

A

1. 计算：

(1) $3a+5a-a$；　　(2) $2m-(3-m)$；

(3) $-2(2a+3a)$；　　(4) $2(n-3)-(n-1)$.

2. 三个连续自然数的和是否一定能被 3 整除？请说明理由.

B

3. 计算：

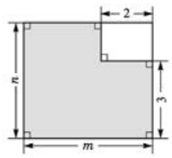
(1) $-5y+2y-1$；　　(2) $2(x-y+1)$；

(3) $-\frac{1}{2}x-\left(\frac{1}{3}x-3\right)$；　　(4) $2(m-7)-\frac{1}{2}(m+4)$；

(5) $-\frac{1}{2}(6m-4)+\frac{1}{3}(-9-3m)$.

4. 三个连续正偶数的和是否一定能被 6 整除？请说明理由.

5. 如图，求涂色部分的周长.



（第 5 题）

2.3 一次式　75

◎复习题

A

1. 用代数式表示：

(1) x 的$\frac{3}{2}$与-4的和是________；

(2) $a(a\neq 0)$的倒数减去3的差是________；

(3) y 的四次方与 x 的和是________；

(4) 比 x 的5倍的相反数小3的数是________.

2. 当$a=-\frac{1}{3}$时，$2a+(-2a+5)-3(-3a+1)$的值是________.

3. 已知 x 是一个两位数，y 是一个一位数，如果把 y 置于 x 的左边，那么所组成的三位数可表示为________.

4. 某轮船先顺水航行3 h，再逆水航行2 h. 已知该轮船在静水中的速度是 x km/h，水流速度是 y km/h. 求该轮船一共航行的路程.

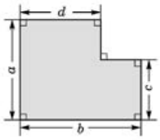
B

5. 已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，x 的绝对值为5. 求 $x^2-(a+b)x+(-cd)^3$ 的值.

6. 如图，设涂色部分面积为 S.

(1) 用含字母 a、b、c、d 的代数式表示 S；

(2) 当 $a=5$，$b=6$，$c=3$，$d=4$ 时，求 S.



(第6题)

78 | 第2章 简单的代数式

复习题

1. (1) $\frac{3}{2}x-4$.

(2) $\frac{1}{a}-3$.

(3) y^4+x.

(4) $-5x-3$.

2. -1.

3. $100y+x$.

4. 该轮船一共航行 $(5x+y)$ km.

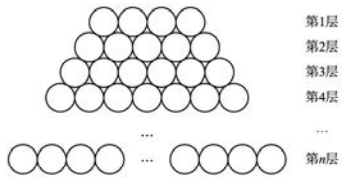
5. 由题意，$a+b=0$，$cd=1$，$x=5$ 或 -5，原式$=25-0+(-1)=24$.

6. (1) $S=(a-c)d+bc=ad-cd+bc$.

(2) $S=26$.

7. 第 n 层有 $(n+3)$ 个圆，累计有 $\dfrac{n^2+7n}{2}$ 个圆.

7. 如图，第 n 层有多少个圆？累计有多少个圆？



（第 7 题）

第 3 章　一元一次方程

一、本章概述

1. 总体要求

一元一次方程是最简单的方程，是后续学习二元一次方程组、一元二次方程的基础. 根据实际问题，分析其中的数量关系，设置适当的未知量，并用字母表示未知量，找到已知量和未知量之间的相等关系，列出方程，并通过字母参与运算，求解出未知量的值，从而获得实际问题的解答. 像这样，通过列方程解决实际问题的思想，对于习惯用算术方法的六年级学生来说是全新的，需要引导学生认识方程思想的重要性. 教科书在第 2 章已经介绍了根据条件写出代数式，即把文字语言翻译成符号语言，这为列出一元一次方程做好了准备. 第 2 章还介绍了一次式的概念、一次式的加减和数与一次式相乘的运算，这为一元一次方程概念中“一次”的理解打好基础，也为一元一次方程求解过程中所涉及的合并同类项、去括号等运算提供了基础. 方程的求解虽然具有程序性，厘清求解过程的算理有助于发展代数推理能力. 等式性质是方程变形的基础，要帮助学生理解等式性质在方程求解中的重要性. 方程在现实生活中有广泛的应用，是形成和发展模型观念的良好载体. 一元一次方程的概念、求解和应用的学习路径对后续方程的学习具有重要的指导意义.

本章是建立方程知识体系的起点，引导学生能根据具体问题中数量之间的相等关系列出方程，理解方程和方程的解的意义，掌握等式性质，能根据等式性质解一元一次方程，并利用方程思想解决实际问题，初步形成模型观念.

2. 课时安排建议

本章共 14 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
3.1 方程与列方程	1	方程与列方程　1 课时
习题课	1	

（续表）

章节名	建议课时	具体课时分配建议
3.2 一元一次方程及其解法	4	一元一次方程　1 课时
		一元一次方程的解法　3 课时
习题课	1	
3.3 一元一次方程的应用	4	一元一次方程的应用　4 课时
习题课	1	
复习与小结	2	

3. 内容编排与特色

本章内容分为三节，分别是“3.1 方程与列方程”“3.2 一元一次方程及其解法”和“3.3 一元一次方程的应用”.

教科书在“3.1 方程与列方程”的开篇给出了两个实际问题，并呈现了列算式和列方程两种解法. 这主要是基于如下四点考虑. 第一，这是对小学用列算式法解决实际问题的衔接，将列算式法和列方程法放在一起进行对比，便于分析两种方法在解题思路上的差异性，体会算术与代数的区别. 第二，引导学生分析实际问题中的数量关系，借助用字母表示的未知数，建立已知量和未知量之间的相等关系，进一步加深学生对用字母表示数的意义的理解，体现用字母表示数的学习是一个逐步展开的过程. 第三，通过这两个实际问题，同时引入方程和方程的解的概念，改变了之前上海“二期课改”教科书中方程和方程的解分属两节的情况，以加强这两个概念在逻辑上的连贯性. 值得注意的是，同样是用字母表示数，有理数运算律中的字母和方程中的字母意义不同，前者对所有的有理数等式都成立，后者只对一些特殊值等式才成立. 这对帮助学生理解方程的解有积极作用. 第四，由这两个实际问题列出的一元一次方程，在求解时分别要用到等式性质 1 和等式性质 2，为后续 3.2 节中等式性质的应用提供了实例.

根据“3.2 一元一次方程及其解法”中对于方程的研究，可以发现如何解出未知数是最受关注的. 解方程的过程一般来说就是方程变形的过程，即在方程两边施行某种数学运算或某种恒等变换，将复杂的方程转化为较简单的方程，直到化为 $ax=b(a\neq 0)$ 的形式. 对一元一次方程来说，就是把含有未知数的项移到一边，把已知项移到另一边，在两边都合并了同类项后，如果未知数的系数不等于零，那么方程就有一个解，且只有一个解，把两边都除以这个系数就能求出来. 本节安排了 4 个课时，第一课时给出等式性质和一元一次方程的概念，之后三个课时按由易到难的顺序介绍了一元一次方程的解法. 等式性质是确保方程同解变形的基础，《课标 2022 年版》将其作为基本事实处理. 教科书通过天平模型说明了这两条性质的合理性，并联系 3.1 节中的两个实际问题，展示了如何利用等式性质求解一元一次方程. 在一元一次方程的解法部分，由于有第 2 章的一次式作为基础，容易将求解过程中合并同类项、去括号这样的操作步骤用规范的数学语言加以描述，也使得其中涉及的算理得以明晰.

“3.3 一元一次方程的应用”共安排了 4 个课时，按照学生认知的规律，综合问题情境及运

算的复杂性，通过列举典型例题由浅入深地展开. 第一课时列举只含有一个未知量的应用问题，第二课时列举含有两个关联未知量的应用问题(为后续学习列二元一次方程组的应用打下基础)，第三课时列举有不同设元方法的相对灵活的应用问题. 前三个课时中列举的应用问题的情境包括销售、分配、工程、几何图形的周长与面积问题等，突出一元一次方程应用的广泛性. 第四课时聚焦行程问题的相遇和追及模型. 这种模型具有一定的典型性. 有些应用问题，如本节例 11 的包饺子问题，尽管从表面上看并不涉及路程，但可以类比行程问题的模型. 类似地，生活中，5G 手机的下载速度很快，比 4G 下载速度每秒多 95 MB，下载一部 1 000 MB 的电影，5G 比 4G 要快 190 秒，也可类比行程问题的模型来求 5G 手机的下载速度. 考虑到列方程解应用题对学生而言是难点，所以教科书除了按由易到难编排外，对每个问题的解决都进行了过程性的呈现，即从弄清题意入手，接着说明选择哪个未知量设元合适，继而分析数量关系并用代数式表达出来，然后找等量关系列出方程，最后解方程，以达到帮助学生克服困难、找到学习途径的目的. 其中找到等量关系是构建方程的关键，教师要鼓励学生发散思维，对同一问题从不同角度思考，同时提醒学生要不断积累构建等式的经验.

本章的一个特色是按照“概念—解法—应用”的路径，循序渐进地展开一元一次方程的学习，严谨地呈现一元一次方程的求解步骤和背后的算理，突出方程思想的本质. 另一个特色是对一元一次方程应用题的处理，本教科书不再关注问题类型是否全面，而是把重心放在解决问题的实质是什么. 从关注表面转向研究问题的本质，有利于学生学会思考，学会学习，避免套题型.

4. 教学提示

关注从算术到方程的过渡，突出方程思想. 一元一次方程是方程学习的起步，与算术相比，其在思维方式和表达形式上都有很大改变. 教师一方面要引导学生认识方程思想的重要性，另一方面要帮助学生学会用方程思想分析和解决实际问题. 例如，对于本章开篇的两个实际问题，通过分析问题中的数量关系，既可以用学生熟悉的列算式法解决，也可以通过设未知数，列出方程解决. 通过两种方法的对比，让学生感知前者是间接呈现数量关系，后者是直接呈现数量之间的相等关系，在思维方式上更加直截了当，在处理数量关系相对复杂的问题时，列方程的方法会更为方便，易于理解.

关注对一元一次方程相关概念和求解步骤的掌握和表达. 本章是学生首次接触方程的概念，也是首次碰到用字母表示未知数，因此方程的概念是在解决开篇两个实际问题时，通过用字母表示未知数，并列出已知量和未知量之间的相等关系，自然而然得到的. 在方程概念的教学中，要让学生经历列方程表示实际问题中已知量和未知量之间相等关系的过程，从中抽象出方程和一元一次方程的概念，理解方程是实际问题中含有未知数的等量关系的数学表达，聚焦重点，弱化或不建议对方程概念进行过度辨析，防止节外生枝. 教师在教学中要联系一次式的相关内容，用严谨的数学语言清晰地表达求解一元一次方程的步骤.

关注求解一元一次方程过程中每一步骤的算理，发展运算能力. 教师要帮助学生掌握等式性质，能运用等式性质进行等式的变形，同时充分利用已经学过的一次式的简单运算，理解

一元一次方程求解过程中每一次方程变形背后的原理，做到知算法、明算理. 在教学中，要注意例题设计的梯度，由易到难，做好层次划分；同时，也可以选择如 3.2 节中例 7 这样的有多种解法的问题，对比分析不同解法，引导学生学会选择合理、简洁的方法求解方程，形成创新思维.

注重利用方程思想解决实际问题的能力，发展模型观念. 在一元一次方程的教学中，要注意引导学生理解题意，学会设置合适的未知数，厘清数量之间的相等关系并列出方程，进而求解方程，最后达到问题解决的目的. 这是一个循序渐进的过程，不可操之过急. 在教学中，不主张将一元一次方程的应用题归结为工程问题、销售问题等特殊题型，并针对不同的特殊题型归纳出相应的处理方法，使学生形成因循守旧、死记硬背的不良习惯，束缚其创新精神的发展；而应该引导学生寻找和认识不同实际问题中等量关系的共通点，让学生明白很多问题虽然实际背景不同，但列出的等量关系本质上是类似的，如“单价×数量＝总价”“工作效率×工作时间＝工作总量”等，可以通过归纳，以达举一反三之效. 通过问题解决，达到引导学生学会独立思考、分析问题的目的.

5. 评价建议

关注学生求解一元一次方程的运算能力. 评价学生能否求解一元一次方程，能否判断所得的结果是否正确，能否理解求解步骤背后的算理. 关注学生求解方程的运算能力也是在关注学生的代数推理能力. 要注意评价求解过程中书写的规范性.

关注学生运用方程思想解决实际问题的能力. 评价学生能否根据实际问题合理设置未知数，分析已知量与未知量之间的关系，列出方程，理解方程的意义和实际问题中方程的解的意义，形成模型观念，增强数学应用意识.

关注学生在学习过程中的思维与表达. 例如，在一元一次方程的求解中，要关注学生是否积极参与、独立思考、和同伴交流解法；在一元一次方程的应用中，要引导学生弄清题意、思考如何合理设置未知数，鼓励学生勇于表达自己的观点. 要关注学生对经验的积累，能否将在生活中或各个学科中获得的等式经验用在构建方程中.

二、教科书分析与教学建议

3.1　方程与列方程

本节教学目标

（1）能从含有未知数的具体问题中，列出相关的等式，理解方程的意义.

（2）通过对“列算式法”和“列方程法”两种方法的比较分析，获得“列方程解应用题”的过程体验，初步体会方程思想，形成代数思维.

（3）认识方程解的意义，会判断一个数是不是方程的解.

（以下分析对应课本第 81～83 页）

本课教学重点

能根据题意合理地设未知数，列出方程. 理解列方程解决实际问题的必要性及优势. 会判断一个数是不是方程的解.

本课教学建议

（1）从学生已有的认知角度出发，先用算术法解决问题，然后引入未知数列出方程. 通过对两种方法的比较，体现方程的“直接”思维，从而把学生引入到方程的学习.

（2）初步体验列方程的过程. 由于本课时是方程的入门，本着循序渐进原则，例 1 的未知数是指定的，例 2 的未知数是需要自己设置的，具有一定的层次性，但总体要求较低，问题情境简单，便于学生分析数量关系和列出方程. 学生如果能充分利用小学积累的数的等量关系，那么列出方程相对比较容易. 教学中，教师要指出，列方程的过程是分析数量之间关系并用数学式子加以表达的过程，学会分析问题和表达是学好方程的前提.

（3）寻找等量关系是列方程的关键点和难点. 教学时，教师要鼓励学生积极思考：如何把文字语言转化为符号语言，如何抓住关键词寻找等量关系，列出方程. 鼓励学生开阔思维：当抽象思考找不到等量关系时，尝试通过画图、列表格等直观方式去发现，也可将在其他学科中习得的知识和经验用于寻找等量关系. 寻找等量关系的过程，也是学生灵活运用知识的过程.

（4）在判断一个数是不是方程的解的教学中，建议引导学生从方程中字母表示数的含义看问题，明白这点后原问题转化为等式问题就很自然. 因为要检验等式是否成立，所以检验时不能写等号，正确做法是分别计算等号左右两边的结果，看两者是否相等. 值得注意的是，教学中教师要帮助学生厘清其中的逻辑关系，增强推理意识，逐步提高推理能力.

本课内容分析

本章是学生第一次接触方程这一概念，通过问题 1、问题 2 引出列方程解决实际问题的可行性和合理性，初步体验方程思想.

列方程法的优越性在这两个问题中体现得并不明显，但在后续的学习中会充分体现.

利用问题 1 和问题 2 中列出的含有字母（未知数）的等式，给出未知数、方程和方程解的概念.

3.1 方程与列方程

问题 1 欢欢的爸爸给了欢欢 16 元，欢欢买文具花了 17 元，还剩 11 元. 问：欢欢原来有多少钱？

方法一　根据题意，欢欢原来有的钱和爸爸给的钱的总和为 $11+17=28$（元），所以欢欢原来有 $28-16=12$（元）.

方法二　我们在上一章学习了用字母表示数，如果用 x 元表示欢欢原来有的钱，爸爸给了欢欢 16 元，那么欢欢一共有 $(x+16)$ 元，之后欢欢花了 17 元，剩下 11 元，所以有 $(x+16)-17=11$.

利用合并同类项，可得 $x-1=11$，根据减法运算的意义，可得 $x=11+1$，即 $x=12$.

问题 2 某水果店有苹果与香蕉共 152 kg，其中苹果的质量是香蕉质量的 3 倍. 问：该水果店的苹果与香蕉各有多少？

方法一　用已学过的分数知识，可将水果店的苹果与香蕉看成一个总体，平均分成 $(3+1)$ 份，每份就是总体的 $\frac{1}{4}$，即 $152\times\frac{1}{4}=38$（kg）. 其中香蕉占 1 份，苹果占 3 份，所以香蕉的质量是 38 kg，苹果的质量是 $38\times3=114$（kg）.

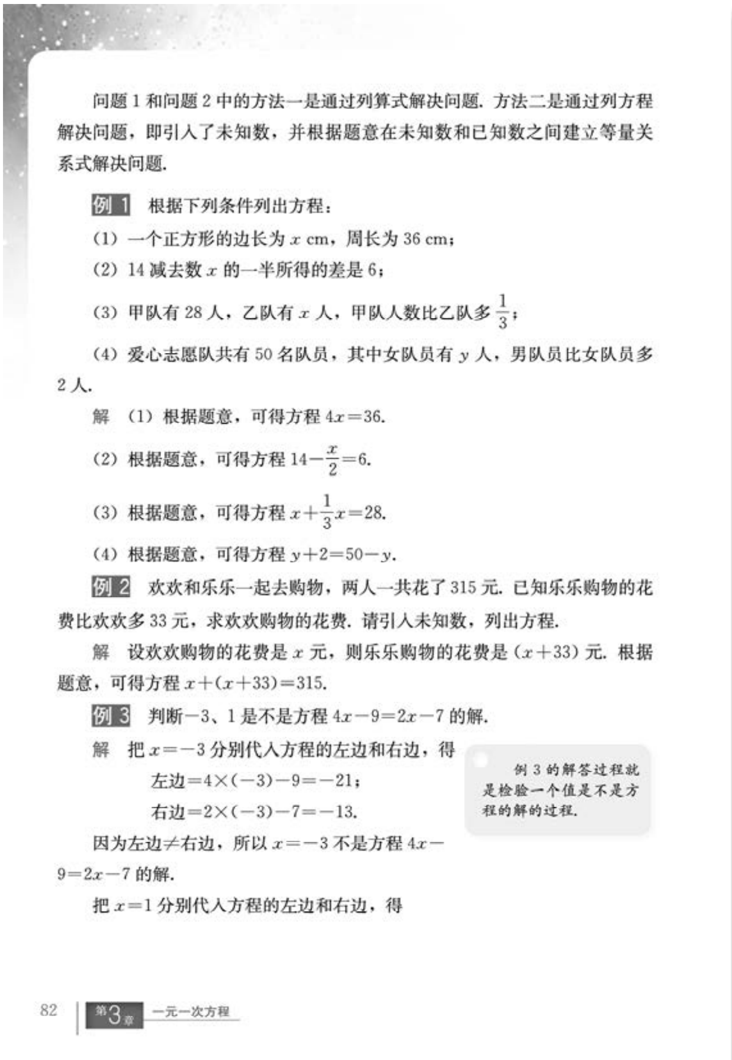
方法二　如果用 y 表示香蕉的千克数，那么根据题意，苹果的千克数是 $3y$. 由于水果店有苹果与香蕉共 152 kg，可得 $3y+y=152$.

利用合并同类项，可得 $4y=152$，根据除法运算的意义，可得 $y=152\div4$，即 $y=38$.

在等式 $(x+16)-17=11$ 和 $3y+y=152$ 中，字母 x、y 都表示未知的数量，称为未知数. 含有未知数的等式叫作方程. 在方程中，所含的未知数又称为元.

如果未知数所取的某个值能使方程左右两边的值相等，那么这个未知数的值叫作方程的解. 上述两个问题中，$x=12$ 使方程 $(x+16)-17=11$ 左右两边的值相等，$y=38$ 使方程 $3y+y=152$ 左右两边的值相等. 因此，$x=12$，$y=38$ 分别是这两个方程的解.

3.1 方程与列方程 | 81


问题 1 和问题 2 中的方法一是通过列算式解决问题. 方法二是通过列方程解决问题，即引入了未知数，并根据题意在未知数和已知数之间建立等量关系式解决问题.

例 1 根据下列条件列出方程：

(1) 一个正方形的边长为 x cm，周长为 36 cm；

(2) 14 减去数 x 的一半所得的差是 6；

(3) 甲队有 28 人，乙队有 x 人，甲队人数比乙队多 $\frac{1}{3}$；

(4) 爱心志愿队共有 50 名队员，其中女队员有 y 人，男队员比女队员多 2 人.

解 (1) 根据题意，可得方程 $4x=36$.

(2) 根据题意，可得方程 $14-\frac{x}{2}=6$.

(3) 根据题意，可得方程 $x+\frac{1}{3}x=28$.

(4) 根据题意，可得方程 $y+2=50-y$.

例 2 欢欢和乐乐一起去购物，两人一共花了 315 元. 已知乐乐购物的花费比欢欢多 33 元，求欢欢购物的花费. 请引入未知数，列出方程.

解 设欢欢购物的花费是 x 元，则乐乐购物的花费是 $(x+33)$ 元. 根据题意，可得方程 $x+(x+33)=315$.

例 3 判断 -3、1 是不是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

解 把 $x=-3$ 分别代入方程的左边和右边，得

左边 $=4\times(-3)-9=-21$；

右边 $=2\times(-3)-7=-13$.

因为左边 $\neq$ 右边，所以 $x=-3$ 不是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

把 $x=1$ 分别代入方程的左边和右边，得

例 3 的解答过程就是检验一个值是不是方程的解的过程.

82 第 3 章 一元一次方程

本着循序渐进原则，例 1 的情境简单，未知数明确，目的主要是让学生初步学会列方程.

例 2 情境也比较简单，与例 1 不同的是，需要引入未知数并列出方程. 题目中欢欢和乐乐的购物花费均是未知数，但是两者之间又有明确的数量关系，如果其中一个人的花费用未知数表示，那么另一个人的花费也能被表示出来. 因此，实际上本题引入未知数的方法并不唯一，教学时可以适当展开.

例 3 主要是巩固方程解的概念，让学生学会判断一个数是不是一元一次方程的解，并理解本题中检验的方法适用于任何方程.

思考　实际上这两个方程为同解方程. 此问题能让学生初步了解同解方程，但不必深入展开.

课堂练习 3.1

1. (2)(4)是方程.

2. (1) $2\left(\frac{1}{3}x+x\right)=24$.

(2) $15y+1=25$.

(3) $\frac{1}{2}(2x-13)=\frac{2}{3}x$.

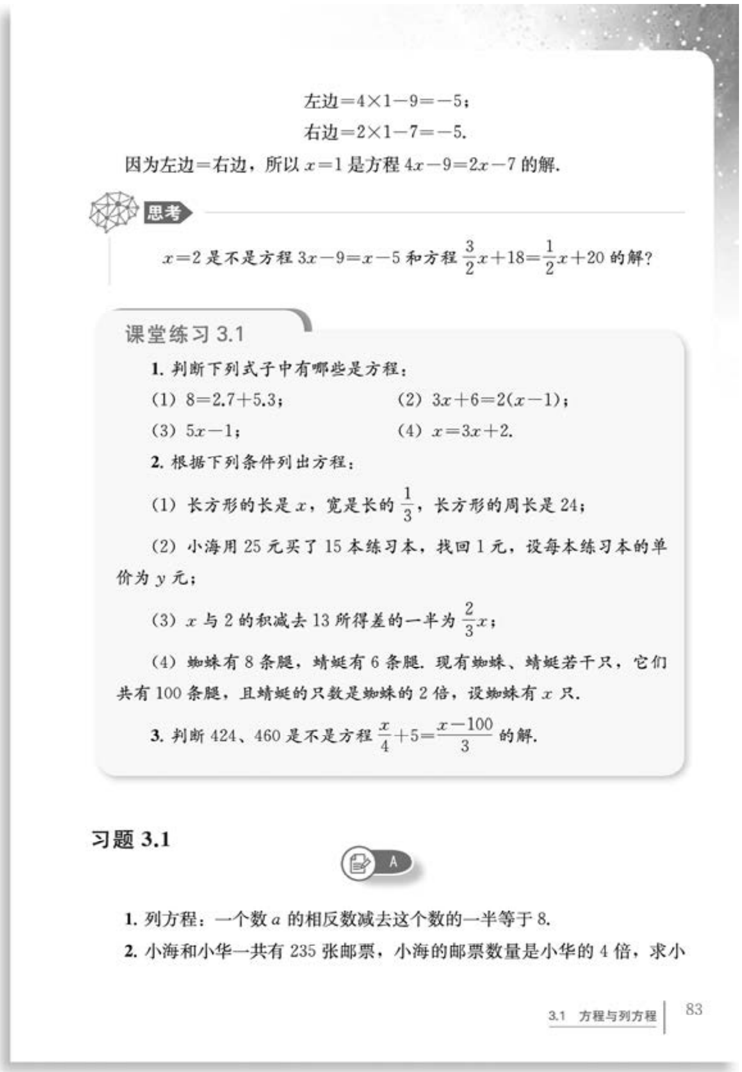
(4) $8x+6\times 2x=100$.

3. 424 不是方程的解，460 是方程的解.

习题 3.1

1. $-a-\frac{1}{2}a=8$.

2. 设小海的邮票数量为 x 张，则小华的邮票数量为 $\frac{1}{4}x$ 张. 根据题意，可得方程 $x+\frac{1}{4}x=235$.



左边 $=4\times1-9=-5$；

右边 $=2\times1-7=-5$.

因为左边=右边，所以 $x=1$ 是方程 $4x-9=2x-7$ 的解.

思考

$x=2$ 是不是方程 $3x-9=x-5$ 和方程 $\frac{3}{2}x+18=\frac{1}{2}x+20$ 的解？

课堂练习 3.1

1. 判断下列式子中有哪些是方程：

(1) $8=2.7+5.3$；　(2) $3x+6=2(x-1)$；

(3) $5x-1$；　(4) $x=3x+2$.

2. 根据下列条件列出方程：

(1) 长方形的长是 x，宽是长的 $\frac{1}{3}$，长方形的周长是 24；

(2) 小海用 25 元买了 15 本练习本，找回 1 元，设每本练习本的单价为 y 元；

(3) x 与 2 的积减去 13 所得差的一半为 $\frac{2}{3}x$；

(4) 蜘蛛有 8 条腿，蜻蜓有 6 条腿. 现有蜘蛛、蜻蜓若干只，它们共有 100 条腿，且蜻蜓的只数是蜘蛛的 2 倍，设蜘蛛有 x 只.

3. 判断 424、460 是不是方程 $\frac{x}{4}+5=\frac{x-100}{3}$ 的解.

习题 3.1

A

1. 列方程：一个数 a 的相反数减去这个数的一半等于 8.

2. 小海和小华一共有 235 张邮票，小海的邮票数量是小华的 4 倍，求小

3.1　方程与列方程　83

海的邮票数量．请引入未知数，列出方程．

B

3. 养殖场里鸡的只数和鸭的只数相差 184，鸡的只数比鸭的 3 倍还多 20，求养殖场里鸭的数量．请引入未知数，列出方程．

84 第3章 一元一次方程

3. 设养殖场里鸭的数量为 x 只，则鸡的数量为 $(3x+20)$ 只．根据题意，可得方程 $(3x+20)-x=184$．

3.2 一元一次方程及其解法

本节教学目标

（1）理解一元一次方程的概念，能判断给定方程是不是一元一次方程.

（2）经历等式性质获得的过程，掌握等式性质，能运用等式性质进行等式的变形.

（3）能根据等式性质解一元一次方程，发展代数推理能力.

（以下分析对应课本第 85～88 页）

本课教学重点

掌握等式性质，并会运用等式性质解简单的一元一次方程.

本课教学建议

（1）由于是第一次学习等式性质，因此教科书中仅指出可在等式两边加(或减)、乘(或除以)同一个数(或不为零的数)，而实际上这个“数”也可以是“式”. 教学中可以在适当时机进行说明. 天平对帮助学生直观理解等式性质有积极作用，建议教学中要予以充分利用.

（2）本节课中不应急于给出“移项”的概念，避免用记忆代替理解. 教学中，教师可以引导学生检验求出的结果是否正确，让学生根据方程解的概念将结果代入原方程中加以检验. 尽管这不是解一元一次方程的必要步骤，但对初学者理解方程的解有一定的作用，如果发现不是方程的解，可以引导学生检查每一步的方程变形是否有依据，等式性质的运用是否正确.

3.2 一元一次方程及其解法

1. 一元一次方程

方程是含有未知数的等式.

观察

已知图 3-2-1 中(1)(3)的天平平衡. 从图 3-2-1(1)到图 3-2-1(2), 天平左右两边的质量各发生了怎样的变化? 天平的平衡状态有无变化? 从图 3-2-1(3)到图 3-2-1(4)呢?

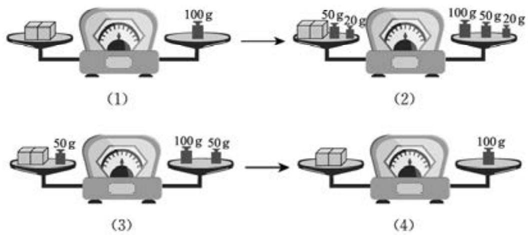


图 3-2-1

观察图 3-2-1(1)和图 3-2-1(2)可以发现, 平衡的天平两边加上同样的砝码, 天平仍保持平衡.

观察图 3-2-1(3)和图 3-2-1(4)可以发现, 平衡的天平两边减去同样的砝码, 天平也保持平衡.

等式就像平衡的天平, 也具有同样的性质.

等式性质 1 等式两边加(或减)同一个数, 等式仍成立.

如果 $a=b$, 那么 $a+c=b+c$, $a-c=b-c$.

本课内容分析

解方程的重要依据是"等式性质". 本节课通过天平这个实际生活中的称量仪器, 根据天平平衡时左右两边物体质量的关系类比等式成立时左右两边的式子满足的条件, 并通过观察引出"等式性质", 为后面方程变形的运用作铺垫.

我们可以用等式性质 1，求得第 3.1 节问题 1 中方程 $(x+16)-17=11$ 的解.

合并同类项，得 $\quad x-1=11.$

根据等式性质 1，在等式两边同加上 1，得

$$x-1+1=11+1.$$

解得 $\quad x=12.$

观察

已知图 3-2-2 中(1)(3)的天平平衡. 从图 3-2-2(1)到图 3-2-2(2)，天平左右两边的质量各发生了怎样的变化？天平的平衡状态有无变化？从图 3-2-2(3)到图 3-2-2(4)呢？

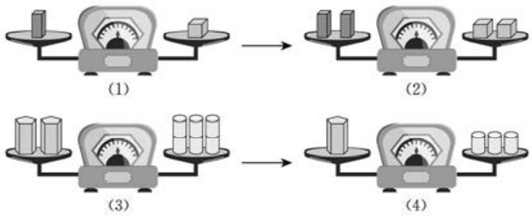


图 3-2-2

观察图 3-2-2(1)和图 3-2-2(2)可以发现，平衡的天平两边物体的质量分别变为了原来的 2 倍，天平仍保持平衡.

观察图 3-2-2(3)和图3-2-2(4)可以发现，平衡的天平两边物体的质量分别变为了原来的一半，天平也保持平衡.

等式性质 2 等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，等式仍成立.

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$；

如果 $a=b$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}(c\neq 0)$.

我们可以用等式性质 2，求得第 3.1 节问题 2 中方程 $3y+y=152$ 的解.

合并同类项，得 $$4y=152.$$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 4$\left(\text{或同乘}\frac{1}{4}\right)$，得

$$4y\div4=152\div4.$$

解得 $$y=38.$$

以上求方程的解的过程叫作解方程.

只含有一个未知数且含有未知数的项是一次项的方程叫作一元一次方程.

一元一次方程的一般形式为：$ax+b=0(a\neq0)$.

例 1 判断下列方程是不是一元一次方程，如果不是，请说明理由：

(1) $4x-36=0$；

(2) $x-2y=56$；

(3) $4x^2-9=2x-7$；

(4) $y+18=\frac{1}{2}(38+y)$.

解 (1) 是.

(2) 不是，这个方程中含有 x 和 y 两个未知数.

(3) 不是，项“$4x^2$”不是一次项.

(4) 是.

例 2 解下列方程：

(1) $4x=36$；

(2) $35+5x=100$；

(3) $16-y=28$.

解 (1) 根据等式性质 2，在等式两边同除以 4，得

$$4x\div4=36\div4$$

解得 $$x=9.$$

所以，原方程的解是 $x=9$.

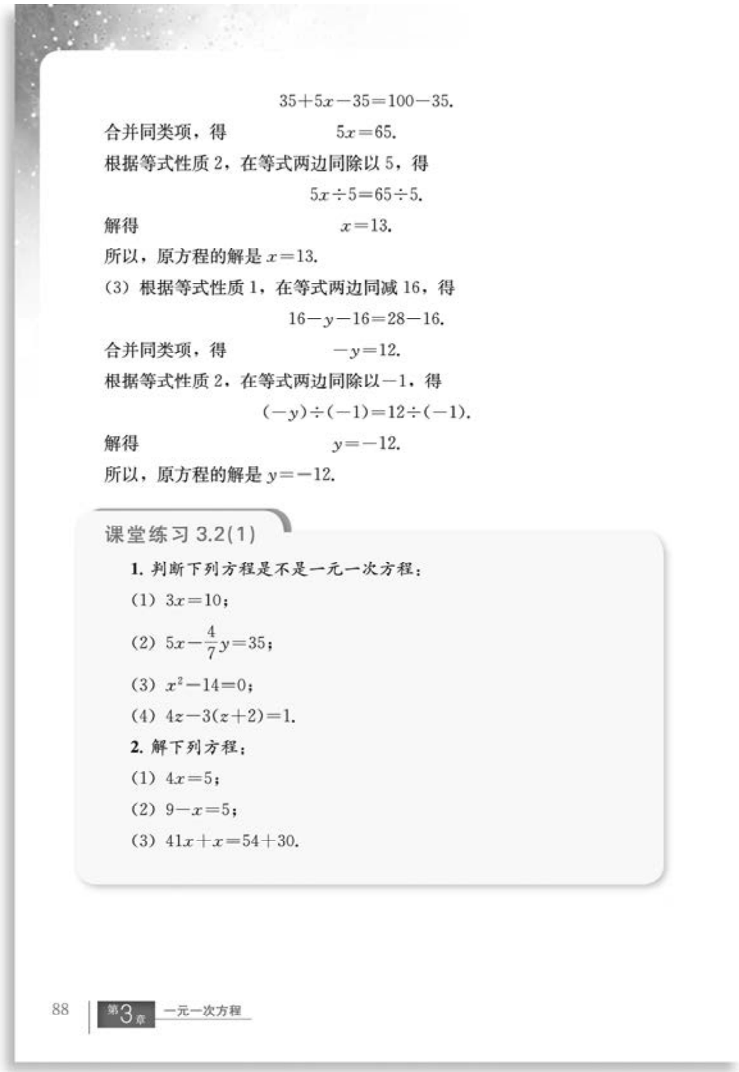
(2) 根据等式性质 1，在等式两边同减 35，得

3.2 一元一次方程及其解法 87

通过运用等式性质求第 3.1 节问题 1 和问题 2 所列方程的解，引出解方程和一元一次方程的概念.

例 1 旨在巩固对一元一次方程的认识，让学生正确理解“元”和“次”的概念. 教学时不宜急于将分式方程一并加入概念辨析，以免在学生概念形成的过程中产生负效应.

例 2 旨在帮助学生学会运用等式性质 1 和等式性质 2 解简单的一元一次方程. 教学过程中，如有学生提出可以运用“四则运算”的性质求解方程，应当予以鼓励，也可适当对此类方法作出解释.



$$35+5x-35=100-35.$$

合并同类项，得 $5x=65.$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 5，得

$$5x\div5=65\div5.$$

解得 $x=13.$

所以，原方程的解是 $x=13.$

(3) 根据等式性质 1，在等式两边同减 16，得

$$16-y-16=28-16.$$

合并同类项，得 $-y=12.$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 -1，得

$$(-y)\div(-1)=12\div(-1).$$

解得 $y=-12.$

所以，原方程的解是 $y=-12.$

课堂练习 3.2(1)

1. 判断下列方程是不是一元一次方程：

(1) $3x=10$；

(2) $5x-\frac{4}{7}y=35$；

(3) $x^2-14=0$；

(4) $4z-3(z+2)=1.$

2. 解下列方程：

(1) $4x=5$；

(2) $9-x=5$；

(3) $41x+x=54+30.$

88 第3章 一元一次方程

课堂练习 3.2(1)

1. (1) 是.

(2) 不是.

(3) 不是.

(4) 是.

2. (1) $x=\frac{5}{4}.$

(2) $x=4.$

(3) $x=2.$

（以下分析对应课本第 89～90 页）

本课教学重点

掌握一元一次方程的解法. 理解方程变形的原理，提高逻辑推理能力.

本课教学建议

（1）学生初学一元一次方程的解法时，教师在教学中要写明解简单的一元一次方程的步骤及每一步的依据，发展学生严谨的数学思维和数学语言表达能力.

（2）教师通过设计互动活动，在逐步呈现解一元一次方程的过程中，揭示移项和合并同类项是化简方程的关键，而移项的依据是等式性质 1. 移项时要注意符号的变化，把含有未知数的项移到等式一边，把不含未知数的项移到等式另一边. 当未知数的系数不为 1 时，运用等式性质 2，两边同除以未知数的系数，得到方程的解.

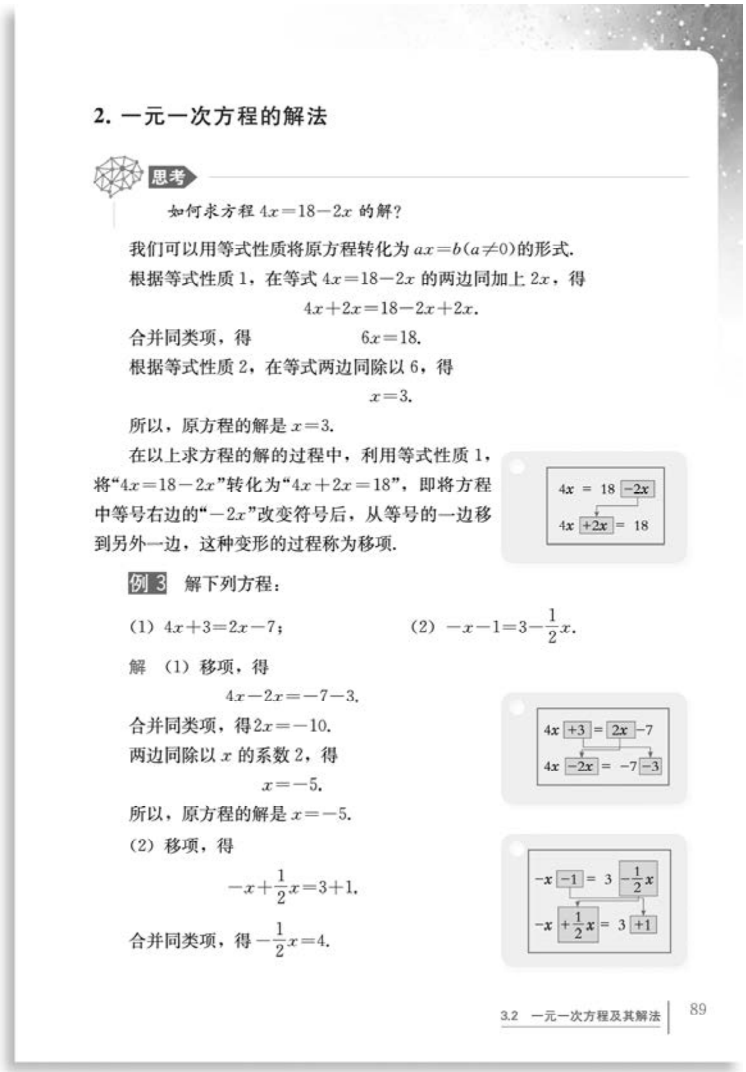
（3）通过辨析发现“移项”时经常出错的问题，引导学生分析错误产生的原因，加深学生对解一元一次方程的过程与方法的理解.

（4）解一元一次方程有方法可循，适当归纳步骤对初学者或基础薄弱者有一定的帮助.

本课内容分析

思考　为解决一元一次方程的核心问题，即如何解方程，而提出此思考．通过对具体的一元一次方程利用等式性质变形后，发现原方程可以化简为 $ax=b(a\neq0)$的形式，从而得到方程的解．这里化简的一个主要步骤是移项，从而引出移项的概念．

例 3，解一元一次方程，主要是引导学生学会移项和合并同类项等化简过程．值得注意的是，教师要引导学生关注等式变形的依据，保证每一次方程的变形都是同解变形．



2. 一元一次方程的解法

思考

如何求方程 $4x=18-2x$ 的解？

我们可以用等式性质将原方程转化为 $ax=b(a\neq0)$的形式．

根据等式性质 1，在等式 $4x=18-2x$ 的两边同加上 $2x$，得

$$4x+2x=18-2x+2x.$$

合并同类项，得　$6x=18.$

根据等式性质 2，在等式两边同除以 6，得

$$x=3.$$

所以，原方程的解是 $x=3$.

在以上求方程的解的过程中，利用等式性质 1，将“$4x=18-2x$”转化为“$4x+2x=18$”，即将方程中等号右边的“$-2x$”改变符号后，从等号的一边移到另外一边，这种变形的过程称为移项．

$$4x = 18\ \boxed{-2x}$$
$$4x\ \boxed{+2x} = 18$$

例 3　解下列方程：

(1) $4x+3=2x-7$;　　(2) $-x-1=3-\frac{1}{2}x$.

解　(1) 移项，得

$$4x-2x=-7-3.$$

合并同类项，得 $2x=-10$.

两边同除以 x 的系数 2，得

$$x=-5.$$

所以，原方程的解是 $x=-5$.

$$4x\ \boxed{+3} = \boxed{2x}-7$$
$$4x\ \boxed{-2x} = -7\boxed{-3}$$

(2) 移项，得

$$-x+\frac{1}{2}x=3+1.$$

合并同类项，得 $-\frac{1}{2}x=4$.

$$-x\ \boxed{-1} = 3\ \boxed{-\frac{1}{2}x}$$
$$-x\ \boxed{+\frac{1}{2}x} = 3\ \boxed{+1}$$

3.2　一元一次方程及其解法　89

两边同除以 x 的系数 $-\frac{1}{2}$，得

$$x=-8.$$

所以，原方程的解是 $x=-8$.

例 4 y 的 5 倍加上 3 等于 y 的 2 倍减去 3，求 y 的值.

解 根据题意，可列出方程

$$5y+3=2y-3.$$

移项，得 $5y-2y=-3-3.$

合并同类项，得 $3y=-6.$

两边同除以 y 的系数 3，得 $y=-2.$

所以，y 的值为 -2.

课堂练习 3.2(2)

1. 下面解方程的移项步骤是否正确？如果不正确，请指出错误，并加以改正：

（1）$3x-18=9+2x$.

解：移项，得 $3x+2x=9-18$.

（2）$\frac{1}{5}x-12=x-5$.

解：移项，得 $5-12=x-\frac{1}{5}x$.

2. 解下列方程：

（1）$x+8=-17$；（2）$4x=20$；

（3）$x+6=-5x$；（4）$3y-15=y-19$.

思考

如何求方程 $4(x-5)=x+10$ 的解？

90 第3章 一元一次方程

例 4，能分析文字语言中的简单数量关系，列出方程并求解. 在层次上是例 3 的递进，同时也是为后续学习列方程解应用题作铺垫.

课堂练习 3.2(2)

1.（1）不正确，“$2x$”与“-18”在移项时没有改变符号. 改正：移项，得 $3x-2x=9+18$.

（2）正确.

2.（1）$x=-25$.

（2）$x=5$.

（3）$x=-1$.

（4）$y=-2$.

（以下分析对应课本第 90～93 页）

本课教学重点

掌握一元一次方程解法中的去括号方法.

本课教学建议

（1）去括号的依据是乘法分配律，教学中应明确这一点，这样学生就会依据所熟悉的一次式的去括号方法解决问题.

（2）去括号方法在教学中需要强调，教学中应充分关注和提示学生容易犯错误的地方. 特别是括号前面是负数时，去掉括号后括号内各项都要变号.

（3）解一元一次方程的过程就是把一元一次方程化为 $ax=b(a\neq0)$ 的形式. 通过让学生对新旧知识的自主联系与解决，逐步增强对数学思想方法的理解与运用.

（4）对于一元一次方程解的验算，除有明确要求写出检验过程的，其他的可以口算检验. 教学中，要注意引导学生养成检验的习惯.

一般地，方程中含有括号时，要先去括号，再求方程的解. 在第 2 章“简单的代数式”的学习中，我们已经知道了去括号方法和数与一次式相乘的方法.

因此，方程 $4(x-5)=x+10$ 的解法如下：

去括号，得 $4x-20=x+10$.

移项，得 $4x-x=10+20$.

合并同类项，得 $3x=30$.

两边同除以 x 的系数 3，得 $x=10$.

所以，原方程的解是 $x=10$.

解一元一次方程的一般步骤：

1. 去括号；
2. 移项；
3. 合并同类项，把方程整理成 $ax=b(a\neq 0)$ 的形式；
4. 两边同除以未知数的系数 $a\left(或同乘\frac{1}{a}\right)$，得到方程的解 $x=\frac{b}{a}$.

例 5 解下列方程：

(1) $x=3(52-x)$；

(2) $5x+1=20x-(7x-3)$；

(3) $3x-7(x-1)=3-2(x+3)$.

解 (1) 去括号，得 $x=156-3x$.

移项，得 $x+3x=156$.

合并同类项，得 $4x=156$.

两边同除以 x 的系数 4，得 $x=39$.

所以，原方程的解是 $x=39$.

(2) 去括号，得 $5x+1=20x-7x+3$.

移项，得 $5x-20x+7x=3-1$.

合并同类项，得 $-8x=2$.

两边同除以 x 的系数-8，得 $x=-\frac{1}{4}$.

本课内容分析

学生在上一节课中已经学习了一元一次方程的解法，本课时主要解决含有括号的一元一次方程. 通过例 5，学生学会解带有括号的一元一次方程. 教学中，教师要提醒学生，去括号时最容易犯的错误是：括号外面是“－”号，去括号时括号内的后面几项没有改变符号，或者只有括号内的部分项改变符号. 因此，教学中要重点关注这一问题. 另外，在上一节课的基础上，继续总结解一元一次方程的一般步骤.

所以，原方程的解是 $x=-\frac{1}{4}$.

(3) 去括号，得 $3x-7x+7=3-2x-6$.

合并同类项，得 $-4x+7=-3-2x$.

移项，得 $-4x+2x=-3-7$.

合并同类项，得 $-2x=-10$.

两边同除以 x 的系数 -2，得 $x=5$.

所以，原方程的解是 $x=5$.

例 6 x 加上 4 的和等于 x 减去 14 的差的 3 倍，求 x 的值.

解　根据题意，可以列出方程

$$x+4=3(x-14).$$

去括号，得 $x+4=3x-42$.

移项，得 $x-3x=-42-4$.

合并同类项，得 $-2x=-46$.

两边同除以 x 的系数 -2，得 $x=23$.

所以，x 的值是 23.

课堂练习 3.2(3)

1. 下列解方程的去括号步骤是否正确？如果不正确，请指出错误，并加以改正：

(1) $2(x+4)=9-(x-6)$.

解：去括号，得 $2x+8=9-x-6$.

(2) $15\left(\frac{1}{5}x-1\right)=1-2(x-3)$.

解：去括号，得 $3x-15=1-2x+3$.

2. 解下列方程：

(1) $x+(2x-20)=270$；

92　第3章　一元一次方程

例 6，对于文字题，需要学生先根据题意正确列出方程，再来解方程.

课堂练习 3.2(3)

1. (1) 不正确，括号前面是“$-$”，去括号时，括号里的部分项没有变号，应改为：“解：去括号，得 $2x+8=9-x+6$.”

(2) 不正确，去括号时，括号里的部分项没有与括号前的数相乘，应改为：“解：去括号，得 $3x-15=1-2x+6$.”

2. (1) $x=\frac{290}{3}$.

(2) $y=2$.

(3) $x=-1$.

3. $x+4=2(x-6)$，解得 $x=16$.

（以下分析对应课本第 93～95 页）

本课教学重点

掌握未知数的系数含有分数的一元一次方程的解法.

本课教学建议

（1）方程变形中去分母的依据是等式性质 2，提示学生在方程变形时不要漏乘不含分母的项，同时注意方程的同解变形与代数式的恒等变形有区别.

（2）去分母时两边可以同乘分母的公倍数，但最好乘最小公倍数，这样计算较简便.

（3）对于未知数的系数含有分数的一元一次方程，一般都是先去分母，去分母后一定要添加括号，然后再去括号解决问题，但对一些较为特殊的方程，也可以寻找不同的方法.

（4）学生在前三节中已经学习了一元一次方程的基本解法，目标明确，即化简为 $ax=b$ $(a\neq0)$的形式. 随着方程形式的多样化，巩固“解一元一次方程也就是把方程不断向 $ax=b$ 的形式转化”的思想，从而归纳出解一元一次方程的一般步骤. 因此，本节课继续渗透这种思想，并运用这种思想，在掌握解一元一次方程基本方法的基础上，鼓励学生自主选择策略来解一元一次方程.

本课内容分析

例 7 介绍了两种解法，可以先移项，合并同类项，再求出方程的解. 也可以根据等式性质 2 先去分母，再解决问题，两者皆可.

例 8 中出现的 $\dfrac{x+4}{10}$，分子是 $x+4$，分母是 10，故去分母时 $x+4$ 要添加括号，然后再去括号解决问题. 对于初学者而言，不建议把去分母和去括号两个难点放在同一步骤解决.

(2) $y+18=\frac{1}{2}(38+y)$；

(3) $7(x+3)+4=24-3(x+3)$.

3. 已知 x 加 4 的和是 x 减去 6 的差的 2 倍，求 x.

例 7 解方程：$\frac{y}{4}-5=\frac{y}{3}$.

解　方法一：移项，得 $\frac{y}{4}-\frac{y}{3}=5$.

合并同类项，得 $-\frac{1}{12}y=5$.

两边同除以 y 的系数 $-\frac{1}{12}$，得

$$y=-60.$$

所以，原方程的解是 $y=-60$.

方法二：根据等式性质 2，方程两边同乘 12，得

$$12\times\frac{y}{4}-12\times5=12\times\frac{y}{3}.$$

化简，得 $3y-60=4y$.

移项，得 $3y-4y=60$.

合并同类项，得 $-y=60$.

两边同除以 y 的系数 -1，得 $y=-60$.

所以，原方程的解是 $y=-60$.

例 8 解方程：$1-\frac{x+4}{10}=\frac{1}{5}x$.

解　根据等式性质 2，方程两边同乘 10，得

$$10-(x+4)=2x.$$

去括号，得 $10-x-4=2x$.

移项并合并同类项，得 $-3x=-6$.

两边同除以 x 的系数-3，得　$x=2$.

所以，原方程的解是 $x=2$.

例 9　解方程：$\dfrac{x+1}{0.3}-\dfrac{x}{0.4}=5$.

分析　把$\dfrac{x+1}{0.3}$的分母转化为整数. 类比分数的基本性质，得

$$\frac{x+1}{0.3}=\frac{10(x+1)}{3}.$$

类似地，

$$\frac{x}{0.4}=\frac{5x}{2}.$$

解　原方程可转化为　$\dfrac{10(x+1)}{3}-\dfrac{5x}{2}=5$.

根据等式性质 2，方程两边同乘 6，得

$$20(x+1)-15x=30.$$

去括号，得　$20x+20-15x=30$.

移项并合并同类项，得　$5x=10$.

两边同除以 x 的系数 5，得　$x=2$.

所以，原方程的解是 $x=2$.

例 10　解方程：$4(x-2)+5=35-(x-2)$.

分析　可以将 $x-2$ 看作一个整体进行运算.

解　移项，得　$4(x-2)+(x-2)=35-5$.

将 $x-2$ 看作一个整体进行加法运算，得

$$5(x-2)=30.$$

两边同除以 5，得　$x-2=6$.

移项并合并同类项，得　$x=8$.

所以，原方程的解是 $x=8$.

例 11　已知 $x=3$ 是方程 $\dfrac{2x-7}{4}+\dfrac{x-m}{3}=\dfrac{1}{2}$ 的解，求 m 的值.

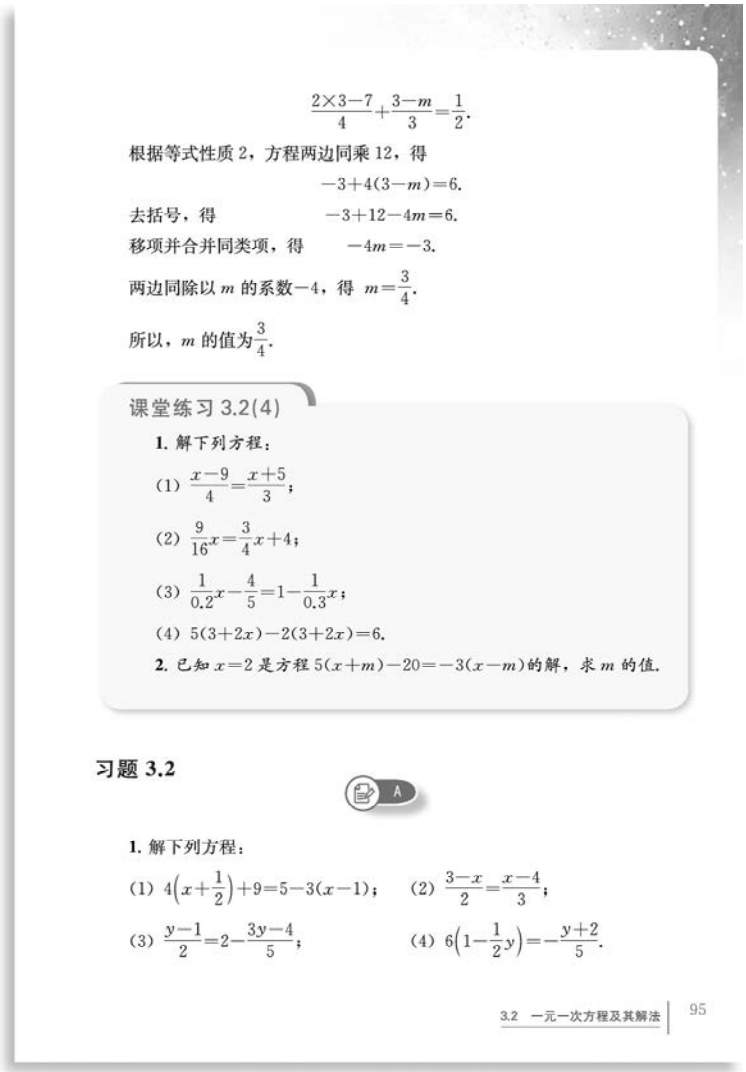
解　因为 $x=3$ 是原方程的解，所以把 $x=3$ 代入方程后，有

94　第3章　一元一次方程

例 9，分母中含有小数，处理时本课介绍的是最一般的方法，也可以有其他解法.

例 10 中的方程有一个特点，未知数都在“$(x-2)$”中，因此它的解法既可以按一般的步骤运算，也可以把 $x-2$ 这一整体看作未知数运算，体会整体思想.

例 11 用的是待定系数法，代入 x 的值得到关于 m 的方程，从而解关于 m 的一元一次方程.


$$\frac{2\times3-7}{4}+\frac{3-m}{3}=\frac{1}{2}.$$
根据等式性质 2，方程两边同乘 12，得

$$-3+4(3-m)=6.$$

去括号，得 $-3+12-4m=6.$

移项并合并同类项，得 $-4m=-3.$

两边同除以 m 的系数-4，得 $m=\frac{3}{4}.$

所以，m 的值为$\frac{3}{4}$.

课堂练习 3.2(4)

1. 解下列方程：

(1) $\frac{x-9}{4}=\frac{x+5}{3}$；

(2) $\frac{9}{16}x=\frac{3}{4}x+4$；

(3) $\frac{1}{0.2}x-\frac{4}{5}=1-\frac{1}{0.3}x$；

(4) $5(3+2x)-2(3+2x)=6$.

2. 已知 $x=2$ 是方程 $5(x+m)-20=-3(x-m)$ 的解，求 m 的值.

习题 3.2

A

1. 解下列方程：

(1) $4\left(x+\frac{1}{2}\right)+9=5-3(x-1)$；　(2) $\frac{3-x}{2}=\frac{x-4}{3}$；

(3) $\frac{y-1}{2}=2-\frac{3y-4}{5}$；　(4) $6\left(1-\frac{1}{2}y\right)=-\frac{y+2}{5}$.

3.2 一元一次方程及其解法　95

课堂练习 3.2(4)

1.（1）$x=-47$.

（2）$x=-\frac{64}{3}$.

（3）$x=\frac{27}{125}$.

（4）$x=-\frac{1}{2}$.

2. 由题意，知 $5(2+m)-20=-3(2-m)$，解得 $m=2$.

习题 3.2

1.（1）$x=-\frac{3}{7}$.

（2）$x=\frac{17}{5}$.

（3）$y=3$.

（4）$y=\frac{16}{7}$.

2. 当 a 为何值时，代数式 $\frac{2a-1}{3}$ 与 $1-\frac{a-2}{2}$ 的值相等?

3. 解方程：$\frac{2x-1}{0.7}=\frac{x}{0.3}-\frac{1}{7}$.

4. 下面解方程的过程是否正确? 如果不正确，请指出错误，并加以改正.

解方程：$\frac{5-x}{3}-\frac{2x-3}{2}=1$.

解：

$$10-2x-6x-9=1.$$
$$-8x=0.$$
$$x=0.$$

5. 解方程：$\frac{12x-1}{4}-\frac{18x+1}{6}=\frac{x}{3}$.

B

6. 解下列方程：

(1) $3-[x-2(x-1)]=2(1-x)$； (2) $\frac{x}{16}=\frac{4x+5}{8}+2$；

(3) $\frac{1}{2}(x+2)+\frac{1}{5}(-x-2)=3$； (4) $\frac{x}{2}-(3x-5)=\frac{3-2x}{4}+1$.

7. 已知关于 y 的方程 $\frac{3y-m}{2}-\frac{2m-y}{3}=1-y$ 与方程 $2(y+3)=5(y+3)-6$ 的解相同，求 m 的值.

8. 解方程：$4x-3+6(3-4x)=7(4x-3)$. 你能用不同的方法解这个方程吗? 你认为哪一种解法比较简便?

96 第3章 一元一次方程

2. $\frac{2a-1}{3}=1-\frac{a-2}{2}$，解得 $a=2$.

3. $x=-\frac{27}{10}$.

4. 不正确，错误的原因是：第一步中，在两边同乘 6 后，$-\frac{2x-3}{2}$ 在去括号时部分项没有改变符号，方程右边的 1 没有乘 6.

正确的解法如下：

$$2(5-x)-3(2x-3)=6.$$
$$10-2x-6x+9=6.$$
$$-8x=-13.$$
$$x=\frac{13}{8}.$$

5. $x=-\frac{5}{4}$.

6. (1) $x=\frac{1}{3}$.

(2) $x=-6$.

(3) $x=8$.

(4) $x=\frac{13}{8}$.

7. 由 $2(y+3)=5(y+3)-6$，得 $y=-1$.

因此，$\frac{-3-m}{2}-\frac{2m+1}{3}=2$，解得 $m=-\frac{23}{7}$.

8. 略.

3.3　一元一次方程的应用

本节教学目标

（1）能理解题意，找出应用题中的已知量和未知量，设适当的未知数，并根据已知量和未知量之间的相等关系列出方程.

（2）经历对现实问题中量的分析，借助用字母表达的未知数，建立两个量之间关系的过程，知道方程是现实问题中含有未知数的等量关系的数学表达.

（3）通过列方程解决实际问题，发展学生应用数学的能力，体会数学与实际生活的联系.

（4）经历从实际问题中抽象出一元一次方程的过程，进一步体会方程是刻画现实世界的有效的数学模型，体会代数方法的优越性和多样性，发展模型观念.

（以下分析对应课本第 97～99 页）

本课教学重点

用一元一次方程解决实际问题，感受用方程解决实际问题的优越性.

本课教学建议

（1）从具体数的运算到数与字母一起参与运算，是学生数学思维的一次大飞跃；从列代数式并进行计算到列方程并求解，又是学生数学思维的一次重大飞跃. 教师在教学中要循序渐进，起点低一些，不能操之过急，逐步让学生体会列方程与代数式之间的区别和联系，体验列方程中的数学模型观念.

（2）本节编排的应用题包含的数量关系要比小学阶段的复杂，一般来说列方程解这些应用题要比直接列算式更有优势，说明引入方程的必要性. 在教学中，建议让学生尝试设不同的未知数体验列方程解应用题的优越性，通过范例的讲解逐步使学生认识到方程是刻画现实世界的有效的数学模型.

（3）学生初学列方程解决实际问题时，往往理不清头绪，教师应结合例题引导学生归纳和总结列方程解应用题的一般步骤.

（4）教科书安排了若干个实际问题，目的不是将应用题人为分类，事实上也无法完全分类，而是让学生体会到用方程能解决不同的实际问题. 教师也可根据需要，选择更贴近学生实际的素材进行教学.

3.3 一元一次方程的应用

例 1 在 2022 年北京冬奥会上，中国队共获得了 15 枚奖牌，比 1980 年至 2022 年历届冬奥会获得的奖牌总数的 $\frac{1}{7}$ 多 4 枚．问：从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是多少枚？

分析　中国队从 1980 年至 2022 年获得的冬奥会奖牌总数的 $\frac{1}{7}$ 再加上 4 枚等于中国队在 2022 年北京冬奥会上获得的奖牌枚数 15.

解　设从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是 x 枚．根据题意，可以列出方程

$$\frac{1}{7}x+4=15.$$

整理，得 $$\frac{1}{7}x=11.$$

解得 $$x=77.$$

答：从 1980 年至 2022 年中国队获得的冬奥会奖牌总数是 77 枚.

例 2 已知轿车的速度是 90 km/h，轿车的速度比货车快 $\frac{1}{5}$．求货车的速度.

分析　轿车的速度比货车快 $\frac{1}{5}$，所以轿车的速度＝货车的速度＋货车的速度$\times\frac{1}{5}$.

解　设货车的速度是 x km/h．根据题意，可以列出方程

$$x+\frac{1}{5}x=90.$$

整理，得 $$\frac{6}{5}x=90.$$

解得 $$x=75.$$

3.3　一元一次方程的应用　97

本课内容分析

例 1 让学生学会设元并建立等量关系.

例 2 进一步让学生学会正确表示比一个数多几分之几，并建立等量关系.

例 3 让学生学会解决总量为“1”的工程问题.

答：货车的速度是 75 km/h.

例 3 为更好地完成某小区绿化带改造任务，甲、乙两个施工队合作施工. 已知甲队单独施工 9 天可以完成，乙队单独施工 6 天可以完成. 如果甲、乙两队合作施工 3 天，余下的工作由乙队单独完成，那么乙队还需要施工多少天才可以完成任务？

分析　用“1”来表示改造完这个小区绿化带的全部工作量，则甲队单独施工一天的工作量为$\frac{1}{9}$，乙队单独施工一天的工作量为$\frac{1}{6}$. 甲、乙两队合作施工 3 天的工作量可以表示为$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\right)\times 3$. 根据题意，可知甲、乙两队合作施工 3 天的工作量＋乙队单独完成的余下工作量＝全部工作量.

解　设乙队还需要施工 x 天才可以完成任务. 根据题意，可以列出方程

$$\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{6}\right)\times 3+\frac{1}{6}x=1.$$

整理，得

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}x=1.$$

$$\frac{1}{6}x=\frac{1}{6}.$$

解得

$$x=1.$$

答：乙队还需要施工 1 天才可以完成任务.

例 4 让学生综合运用知识解决本章章首语中的问题.

例 4 在本章章首语中的“以碗知僧”问题大意为：山上有一座古寺，在这座寺庙里，每 3 个和尚合吃一碗饭，每 4 个和尚合分一碗汤，一共用了 364 只碗. 问：寺里有多少个和尚？

分析　如果用 x 表示寺里和尚的人数，那么每 3 个和尚合吃一碗饭，则吃饭用的饭碗有$\frac{x}{3}$只；每 4 个和尚合分一碗汤，则喝汤用的汤碗有$\frac{x}{4}$只. 根据吃饭的饭碗与喝汤的汤碗一共有 364 只，可以列出方程.

解　设寺里有 x 个和尚. 根据题意，可以列出方程

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=364.$$

98　第3章　一元一次方程

整理，得 $\frac{7}{12}x=364.$

解得 $x=624.$

答：寺里有 624 个和尚.

课堂练习 3.3(1)

1. 少年宫合唱队有 84 人，比舞蹈队人数多$\frac{1}{3}$. 舞蹈队有多少人?

2. 图书角有一些科普书和文艺书，其中文艺书有 28 本，如果从图书角拿走 23 本科普书，那么文艺书的本数是剩下的科普书的$\frac{1}{2}$. 图书角原有科普书多少本?

3. 小华的妈妈买了一些每枝 8 元的玫瑰，又买了一个 36 元的花瓶，付出 200 元找回 68 元. 小华的妈妈买了多少枝玫瑰?

4. 甲、乙两个工程队修一条公路，甲队单独做需要 10 天完成，乙队单独做需要 15 天完成. 如果甲、乙两队先合作 3 天，剩下的由甲队单独完成，那么甲队还需要做几天才可以修完这条公路?

例 5 某栋居民楼的高度比上海环球金融中心高度的$\frac{1}{6}$少 22 m. 若这两栋建筑物的高度之和是 552 m，分别求这两栋建筑物的高度.

分析 设上海环球金融中心的高度为 x m，则居民楼的高度可以用$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m 表示. 根据这两栋建筑物的高度之和是 552 m，可以列出方程.

解 设上海环球金融中心的高度为 x m，那么居民楼的高度为$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m. 根据题意，可以列出方程

$$x+\frac{1}{6}x-22=552.$$

3.3 一元一次方程的应用 99

课堂练习 3.3(1)

1. 舞蹈队有 63 人.

2. 图书角原有科普书 79 本.

3. 小华的妈妈买了 12 枝玫瑰.

4. 甲队还需要做 5 天才可以修完这条公路.

（以下分析对应课本第 99～101 页）

本课教学重点

利用间接设元法，列一元一次方程解决实际问题，并在解决实际问题的过程中归纳出列方程解应用题的一般步骤.

本课教学建议

（1）用方程解决实际问题的关键在于理解题意，找出等量关系. 教学中，要引导学生积极思考，学会分析问题，通过提问、交流讨论等方式，寻找问题中的等量关系，使学生逐步形成用方程思想解决实际问题的一般性策略.

（2）分析例题时，首先要帮助学生理解问题，着重分析问题中含有哪些量，其中哪些是已知的，哪些是所求的；其次对学生不熟悉的背景要作出解释，帮助学生厘清各个数量关系语的确切含义，找出数量关系，尤其是等量关系；然后引导学生考虑如何设元、列方程. 设元，通常求什么就设什么，如果这样设元方程不容易列出来，再考虑间接设元.

（3）列方程解应用题的步骤可以在讲完例 5 后，引导学生通过独立思考或者小组讨论总结出来. 检验这一步是学生容易疏忽的，教师应予以强调.

小结列方程解应用题的一般步骤：

① 审题. 要弄清问题中有哪些已知量，哪些未知量，各个量之间的关系如何，其中有哪些等量关系.

② 设未知数. 设未知数的方法有两种：一种是设直接未知数，即把问题中直接要求的未知量设为未知数；另一种是设间接未知数，即把与所要求的未知量有关的某一特定量设为未知数. 哪一种便于根据已知条件列出比较简单的方程就选用哪一种.

③ 列方程. 选择能包含已知量和未知量之间关系的等量关系，列出方程.

④ 解方程.

⑤ 检验并写出答案. 由于实际问题中所设的未知数常受到某些限制，所以不仅要检验解是否满足方程，还要根据问题的实际意义，检验所得的解是否符合实际情况. 如果符合，就是问题的解；如果不符合，就应舍去. 最后写出问题的答案(包括相应的单位名称).

（4）本课时出现的两个例题在情境和数量关系上较为复杂，体现了同类问题在能力要求上的螺旋上升，教师在分析时可以细致一些.

（5）列方程解应用题的过程比较完整地体现了问题解决的基本步骤，在教学中要突出关于问题解决的思想和方法的引导. 列方程解应用题在思维方式方面和过去列算式解应用题也有明显的差异，主要表现在从所求出发寻求解法. 教师应使学生意识到这种变化，这对整个数学学习都有着重要的意义.

整理，得 $\frac{7}{12}x=364.$

解得 $x=624.$

答：寺里有 624 个和尚.

课堂练习 3.3(1)

1. 少年宫合唱队有 84 人，比舞蹈队人数多$\frac{1}{3}$. 舞蹈队有多少人?

2. 图书角有一些科普书和文艺书，其中文艺书有 28 本，如果从图书角拿走 23 本科普书，那么文艺书的本数是剩下的科普书的$\frac{1}{2}$. 图书角原有科普书多少本?

3. 小华的妈妈买了一些每枝 8 元的玫瑰，又买了一个 36 元的花瓶，付出 200 元找回 68 元. 小华的妈妈买了多少枝玫瑰?

4. 甲、乙两个工程队修一条公路，甲队单独做需要 10 天完成，乙队单独做需要 15 天完成. 如果甲、乙两队先合作 3 天，剩下的由甲队单独完成，那么甲队还需要做几天才可以修完这条公路?

例 5 某栋居民楼的高度比上海环球金融中心高度的$\frac{1}{6}$少 22 m. 若这两栋建筑物的高度之和是 552 m，分别求这两栋建筑物的高度.

分析 设上海环球金融中心的高度为 x m，则居民楼的高度可以用$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m 表示. 根据这两栋建筑物的高度之和是 552 m，可以列出方程.

解 设上海环球金融中心的高度为 x m，那么居民楼的高度为$\left(\frac{1}{6}x-22\right)$ m. 根据题意，可以列出方程

$$x+\frac{1}{6}x-22=552.$$

3.3 一元一次方程的应用 99

本课内容分析

例 5，学生在上一节课中已经经历了列方程解应用题的全过程. 本节课在此基础上让学生学会设其中一个未知量为 x，另一个未知量用含 x 的式子表示，根据问题中的条件列出方程解决实际问题，并归纳出列方程解应用题的一般步骤，体验列方程中的数学模型观念，进一步感受用方程模型解决实际问题的优越性.

整理，得 $\qquad \frac{7}{6}x=574.$

解得 $\qquad x=492.$

居民楼的高度为 $\frac{1}{6}x-22=\frac{1}{6}\times 492-22=60\ (\text{m}).$

答：上海环球金融中心的高度为 492 m，居民楼的高度为 60 m.

有多个未知量时，可以先将其中一个量设为未知数，再根据题意，将其他相关的量用该未知数来表示，并列出方程.

例 6 乐乐做一辆风力小车. 小车的底座是用一根长为 36 cm 的铁丝围成的一个长方形，这个长方形的长比宽的 2 倍少 3 cm. 求这个长方形的宽.

分析　设这个长方形的宽是 x cm，则这个长方形的长可以用 $(2x-3)$ cm 表示. 根据“长方形的周长 $=2\times$(长+宽)”，可以列出方程.

解　设这个长方形的宽为 x cm，则该长方形的长为 $(2x-3)$ cm. 根据题意，可以列出方程

$$2(x+2x-3)=36.$$

整理，得
$$2(3x-3)=36.$$
$$3x-3=18.$$
$$3x=21.$$

解得 $\qquad x=7.$

答：这个长方形的宽是 7 cm.

课堂练习 3.3(2)

1. 小海的年龄比爷爷年龄的 $\frac{1}{5}$ 小 2 岁，如果小海和爷爷的年龄之和是 82 岁，那么小海和爷爷各是多少岁?

2. 一个书架分为上、下两层，共有 255 本书. 下层的书比上层的 2 倍多 15 本. 这个书架的上层和下层各有多少本书?

例 6 结合几何图形进一步让学生学会如何正确表示未知量，建立等量关系.

课堂练习 3.3(2)

1. 小海 12 岁，爷爷 70 岁.

2. 这个书架的上层有 80 本书，下层有 175 本书.

3. 三角形较短的一条直角边的长是 8 cm.

（以下分析对应课本第 101～103 页）

本课教学重点

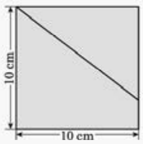
列一元一次方程解决有不同设元方法的实际问题.

本课教学建议

（1）在解题分析中能明显展示出列方程法的优越性，激发学生学习方程的兴趣，引起学生对学习列数量关系式的期待. 寻找等量关系式是列出方程的一个关键点和难点，教师可引导学生积极思考，对不同的设元、列方程的方法进行比较，整理思路，加深体会，进而明确列方程解应用题所要抓住的关键点.

（2）在理解题意后，学会设间接未知数解决问题.

3. 如图，把边长为 10 cm 的正方形分割成一个三角形和一个梯形．梯形的面积比三角形的面积大 20 cm^2，三角形较短的一条直角边的长是多少？



（第 3 题）

例 7 学校购置了一批电脑用于拓展课的教学，分配给参加拓展课的学生每组一台电脑．如果每 6 名学生为一组，那么恰好空出 5 台电脑；如果每 4 名学生为一组，那么电脑恰好分完．问：学校一共购置了多少台电脑？参加拓展课的学生有多少名？

分析 参加拓展课的学生数和电脑数都是未知量，因此可以设学校一共购置了 x 台电脑．根据每 6 名学生为一组的情况，参加拓展课的学生总数可以表示为 $6(x-5)$ 名．根据每 4 名学生为一组的情况，参加拓展课的学生总数也可表示为 $4x$ 名．于是可得方程 $6(x-5)=4x$．解这个方程，就可以解决这个问题．

解 设学校一共购置了 x 台电脑．根据题意，可以列出方程

$$6(x-5)=4x.$$

整理，得 $$6x-30=4x.$$

$$2x=30.$$

解得 $$x=15.$$

参加拓展课的学生有 $4x=4\times15=60$（名）．

答：学校一共购置了 15 台电脑，参加拓展课的学生有 60 名．

思考

如果设参加拓展课的学生有 y 名，请列出方程并求解．

3.3 一元一次方程的应用 101

本课内容分析

例 7，问题情境中有两个未知量，建议选择其中一个未知量设为未知数 x，另一个未知量用含 x 的代数式表示，再根据等量关系建立一元一次方程．

思考 鼓励学生从不同的角度设元，并建立一元一次方程．

在解决应用问题的过程中，往往需要引入适当的未知数，根据题意，列出方程，并求得方程的解.

例 8 一家绿色生态农庄种植玉米和甜瓜，已知玉米种植面积比农庄总种植面积的$\frac{1}{2}$多 3 公顷，甜瓜种植面积比农庄总种植面积的$\frac{1}{3}$少 1 公顷. 问：该农庄种植玉米和甜瓜各多少公顷？

分析　本题所求的两个未知量都与农庄总种植面积有关，因此可先设农庄总种植面积为 x 公顷. 根据题意，玉米种植面积可以表示为 $\left(\frac{1}{2}x+3\right)$ 公顷，甜瓜种植面积可以表示为 $\left(\frac{1}{3}x-1\right)$ 公顷. 根据“玉米种植面积＋甜瓜种植面积＝农庄总种植面积”，可列出方程.

解　设农庄总种植面积为 x 公顷. 根据题意，可以列出方程

$$\frac{1}{2}x+3+\frac{1}{3}x-1=x.$$

整理，得 $$\frac{1}{6}x=2.$$

解得 $$x=12.$$

玉米种植面积为 $\frac{1}{2}x+3=9$（公顷）.

甜瓜种植面积为 $\frac{1}{3}x-1=3$（公顷）.

答：该农庄种植玉米 9 公顷，甜瓜 3 公顷.

课堂练习 3.3(3)

1. 六年级某班的教师和学生去湖边坐游船，为此租了若干条船. 如果每条船坐 9 人，那么恰好需要多租一条船；如果每条船坐 12 人，那么租的这些船恰好坐满. 问：该班租了多少条船？该班一共有教师和学生多少人？

例 8，实际应用问题中涉及农庄总种植面积、玉米种植面积和甜瓜种植面积三个量. 教学中，教师要结合题意引导学生理解三个量之间是总量和部分的关系. 设农场的总面积为 x 这种间接设元法，容易表示出其余两个未知量，并列出方程.

课堂练习 3.3(3)

1. 该班租了 3 条船，一共有教师和学生 36 人.

2. 若全买钢笔，可以买 4 支，李老师一共带了 72 元.

3. 这个学校一共有 6 个班，学校买来 180 根短绳.

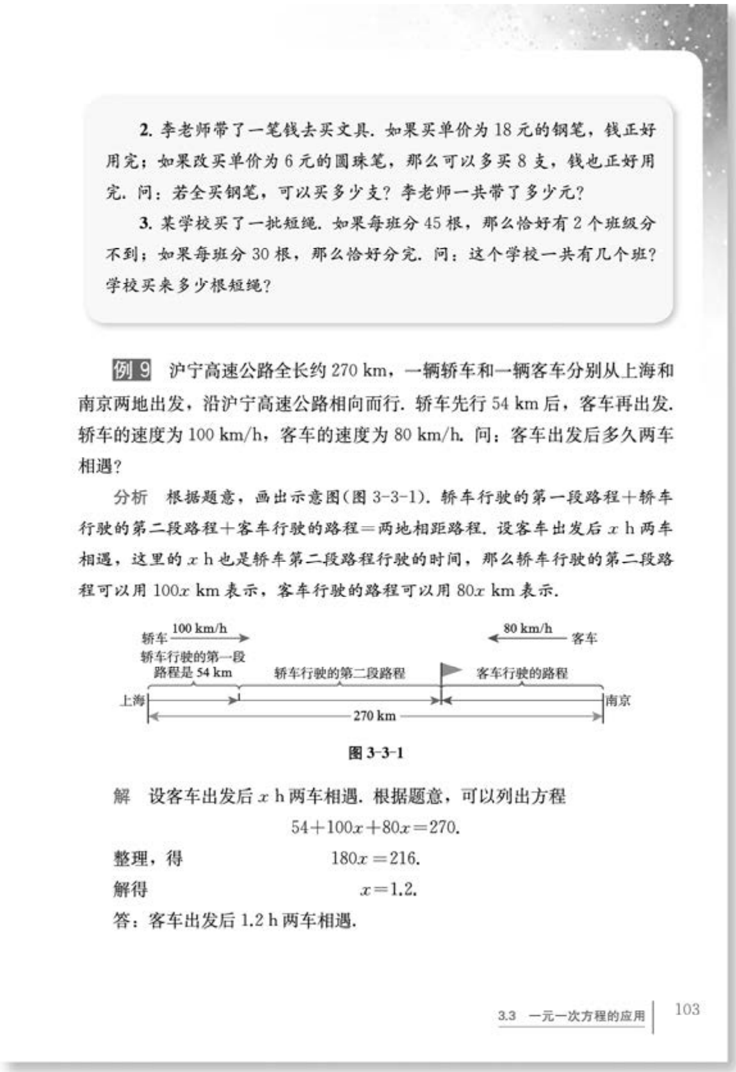
（以下分析对应课本第 103～106 页）

本课教学重点

列一元一次方程解决行程问题及可类比为行程问题的问题.

本课教学建议

学生通过前三课时的学习，已经知道了利用方程思想解应用题的一般步骤. 本节课旨在让学生在更广的应用情景中解决问题，体会方程是解决问题的有力工具. 解决本节课问题的关键：在理解行程类问题的基础上，借助图示法寻找出等量关系. 必要时，可请学生回忆速度、时间和路程三者之间的数量关系. 行程问题的相遇和追及模型具有一定的典型性. 有些应用问题尽管从表面上看并不涉及路程，但可以类比为行程问题的模型.



2. 李老师带了一笔钱去买文具. 如果买单价为 18 元的钢笔，钱正好用完；如果改买单价为 6 元的圆珠笔，那么可以多买 8 支，钱也正好用完. 问：若全买钢笔，可以买多少支？李老师一共带了多少元？

3. 某学校买了一批短绳. 如果每班分 45 根，那么恰好有 2 个班级分不到；如果每班分 30 根，那么恰好分完. 问：这个学校一共有几个班？学校买来多少根短绳？

例 9 沪宁高速公路全长约 270 km，一辆轿车和一辆客车分别从上海和南京两地出发，沿沪宁高速公路相向而行. 轿车先行 54 km 后，客车再出发. 轿车的速度为 100 km/h，客车的速度为 80 km/h. 问：客车出发后多久两车相遇？

分析　根据题意，画出示意图(图 3-3-1). 轿车行驶的第一段路程＋轿车行驶的第二段路程＋客车行驶的路程＝两地相距路程. 设客车出发后 x h 两车相遇，这里的 x h 也是轿车第二段路程行驶的时间，那么轿车行驶的第二段路程可以用 $100x$ km 表示，客车行驶的路程可以用 $80x$ km 表示.

图 3-3-1

解　设客车出发后 x h 两车相遇. 根据题意，可以列出方程

$$54+100x+80x=270.$$

整理，得　$180x=216.$

解得　$x=1.2.$

答：客车出发后 1.2 h 两车相遇.

3.3　一元一次方程的应用　103

本课内容分析

例 9 涉及的情景是两车不同时、不同地出发，相向而行，直到相遇.

可引导学生将已知条件“总路程和轿车先行的路程”通过线段图直观地表示出来. 引导学生思考，明白：两辆车相向而行，“相遇”就是合作行驶完剩下的路程. 因此，可将问题转化成：在相同的时间内，两车共同行驶完剩下的路程，还需多久？

例 10 的情景是两车不同时但同地出发，同向而行，直到相遇. 在解题分析中，引导学生结合示意图理解“轿车追上客车”，即两车到达了同样的地点，结合“同起点”发现等量关系是：客车行驶的总路程＝轿车行驶的总路程.

例 11，建议让学生独立分析或小组讨论，找出与例 10 类似的等量关系：妈妈包的饺子总数＝小华包的饺子总数.

例 10 一辆客车和一辆轿车先后沿相同道路从上海出发去南京，客车先行 50 km 后轿车出发，客车的速度为 80 km/h，轿车的速度为 100 km/h. 问：经过多久轿车追上客车？

分析 根据题意，画出示意图(图 3-3-2). 客车行驶的第一段路程＋客车行驶的第二段路程＝轿车行驶的路程.

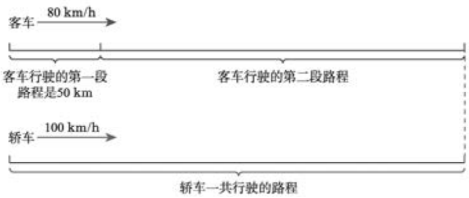


图 3-3-2

解 设经过 x h 轿车追上客车. 根据题意，可以列出方程

$$80x+50=100x.$$

整理，得 $20x=50.$

解得 $x=2.5.$

答：经过 2.5 h 轿车追上客车.

例 11 小华和妈妈一起包饺子. 小华平均每分钟包 3.5 个饺子，妈妈平均每分钟包 6 个饺子. 小华先包好 50 个饺子后妈妈开始包. 多久后妈妈包的饺子和小华一样多？

分析 设 x min 后妈妈包的饺子和小华一样多，由于小华先包好 50 个饺子后再用 x min 和妈妈一起包饺子，因此小华一共包了 $(50+3.5x)$ 个饺子，妈妈包了 $6x$ 个饺子. 根据小华包的饺子和妈妈包的饺子一样多，可列出方程.

解 设 x min 后妈妈包的饺子和小华一样多. 根据题意，可以列出方程

$$50+3.5x=6x.$$

104 第3章 一元一次方程

整理，得 $2.5x=50.$

解得 $x=20.$

答：20 min 后妈妈包的饺子和小华一样多.

例 12 小华、乐乐在 400 m 长的环形跑道上练习跑步. 已知小华的速度为 180 m/min，乐乐的速度为 220 m/min.

（1）如果两人同时由同一起点反向出发，问：多久后两人第一次相遇？

（2）如果两人同时由同一起点同向出发，问：多久后两人第一次相遇？

分析　设两人出发 x min 后相遇，那么小华跑的路程可以表示为 $180x$ m，乐乐跑的路程可以表示为 $220x$ m. 问题(1)中，乐乐、小华在环形跑道上同时同地反向而行，所以小华跑的路程＋乐乐跑的路程＝400 m. 问题(2)中，乐乐、小华在环形跑道上同时同地同向而行，乐乐跑得较快，所以乐乐跑的路程－小华跑的路程＝400 m.

解　(1) 设两人同时由同一起点反向出发，x min 后两人第一次相遇. 根据题意，可以列出方程

$$180x+220x=400.$$

整理，得 $400x=400.$

解得 $x=1.$

答：如果两人同时由同一起点反向出发，1 min 后两人第一次相遇.

(2) 设两人同时由同一起点同向出发，x min 后两人第一次相遇. 根据题意，可以列出方程

$$220x-180x=400.$$

整理，得 $40x=400.$

解得 $x=10.$

答：如果两人同时由同一起点同向出发，10 min 后两人第一次相遇.

3.3　一元一次方程的应用　105

例 12，与直线形跑道不同，学生需要理解：环形跑道上两人同时由同一起点反向出发后第一次相遇，意味着两人一共跑完了一圈跑道的总长. 请学生结合生活经验继续思考：两人同时由同一起点同向出发，两人之间的距离如何变化？第一次相遇说明什么？教师可根据学生的学习情况继续拓展，在（1）（2）的基础上，问：两人何时第二次相遇？何时第三次、第 n 次相遇？如果其他条件都不变，两人间隔 10 m 同时出发，那么如何分析两人相遇问题？如果其他条件都不变，其中一人先跑 3 min，那么如何分析相遇问题？

课堂练习 3.3(4)

1. 甲车的平均速度为 72 km/h.

2. 小海的平均速度为 60 m/min.

3. 欢欢打字 31 min 后，两人打的字一样多.

习题 3.3

1. 养殖场里鸡有 266 只，鸭有 82 只.

2. 这个花坛的长为 16 m，宽为 8 m.

3. $\frac{20}{21}$ min 后两人第一次相遇.

4. 轿车的平均速度为 85 km/h.

5. 一共取了 3 次，网球和羽毛球原来各有 21 个.

课堂练习 3.3(4)

1. 甲、乙两车分别从相距 480 km 的 A、B 两地同时出发，沿相同道路相向而行，途中甲车休息了 2.5 h，结果乙车出发 5.5 h 后与甲车在途中相遇. 已知乙车的平均速度为 48 km/h，求甲车的平均速度.

2. 小海和乐乐从学校出发沿相同道路去图书馆，小海先行 2 min 后乐乐再出发. 已知乐乐的平均速度为 75 m/min，8 min 后追上小海. 求小海的平均速度.

3. 小华和欢欢练习打字，小华平均每分钟打字 31 个，欢欢平均每分钟打字 38 个. 小华先打了 7 min 后，欢欢才开始打. 问：欢欢打字多久后，两人打的字一样多？

习题 3.3

A

1. 养殖场里鸡和鸭的只数相差 184，鸡的只数比鸭的 3 倍还多 20. 养殖场里鸡和鸭各有多少只？

2. 一个长方形花坛的周长是 48 m，花坛的长是宽的 2 倍. 求这个花坛的长和宽.

3. 甲、乙两人在 400 m 长的环形跑道上练习跑步. 已知甲的平均速度为 200 m/min，乙的平均速度为 220 m/min. 如果两人同时由同一起点反向出发，多久后两人第一次相遇？

4. 甲、乙两地相距 30 km，一辆轿车和一辆货车分别从甲、乙两地同时沿着同一方向行驶. 已知货车的平均速度是 70 km/h，2 h 后轿车追上了货车. 求轿车的平均速度.

5. 箱子里装有相同个数的网球和羽毛球. 每次取出 7 个网球和 4 个羽毛球，取了若干次后，网球没有了，羽毛球还剩 9 个. 问：一共取了几次？网球和羽毛球原来各有多少个？

106 第3章 一元一次方程

6. 商场一款连衣裙的售价是 350 元，卖出了 3 件. 后来商场搞活动降价 50 元销售，降价后又卖出了 10 件. 活动前后，这款连衣裙共盈利 1 450 元. 问：这款连衣裙的进货价是多少元？

B

7. 如图，一个长方形正好可以分成两个相同大小的正方形. 已知这个长方形的周长为 20.7 cm，求这个长方形的长和宽.

（第 7 题）

8. 给一群孩子分糖果. 如果每人分 3 颗糖，多 21 颗；如果每人分 5 颗糖，多 3 颗. 问：这群孩子有多少人？糖果有多少颗？

9. 一件工作，甲单独做 4 天可以完成，乙单独做 6 天可以完成. 现在甲、乙两人合作 2 天，余下的工作由乙一个人继续完成. 乙还需要做几天才可以完成全部工作？

6. 这款连衣裙的进货价是 200 元.

7. 这个长方形的长为 6.9 cm，宽为 3.45 cm.

8. 这群孩子有 9 人，糖果有 48 颗.

9. 乙还需要做 1 天才可以完成全部工作.

复习题

1. D.

2. D.

3. 是.

4. (1) $x=2$.

(2) $x=1$.

(3) $x=\frac{13}{5}$.

(4) $x=-\frac{17}{7}$.

5. 每根跳绳的售价是 6.5 元.

6. 这个花坛的上底是 3.6 m.

7. 客车的平均速度是 84 km/h.

◎复习题

A

1. 下列方程属于一元一次方程的是 ( )

A. $2x-1$；　　B. $x+y=1$；

C. $x^2-2x+1=0$；　　D. $5=3-x$.

2. 下列方程中，解为 $x=3$ 的方程是 ( )

A. $2x+1=x-2$；　　B. $3x-1=-1\frac{1}{3}$；

C. $\frac{x+9}{3}=2x-6$；　　D. $\frac{1}{2}(x+1)=2$.

3. $x=-1$ ________ 方程 $1-4x=5x+10$ 的解(填"是"或"不是").

4. 解下列方程：

(1) $1-3x=2x-9$；　　(2) $4-2(x+1)=3(x-1)$；

(3) $\frac{2x-1}{3}=\frac{x+3}{4}$；　　(4) $\frac{3x+5}{4}-\frac{2x-3}{5}=1$.

5. 学校里买了 50 根跳绳和 15 副羽毛球拍，一共用了 1 075 元. 若每副羽毛球拍的售价是 50 元，则每根跳绳的售价是多少元?

6. 一个梯形花坛的面积是 36 m²，花坛的下底是上底的 3 倍，高是 5 m. 求这个花坛的上底.

7. 甲、乙两地之间的路程为 470 km，一辆客车和一辆卡车同时从两地出发沿相同道路相向而行，途中客车因加油停了 0.5 h，结果卡车 3.2 h 后与客车在途中相遇. 已知卡车的平均速度为 76 km/h，求客车的平均速度.

B

8. 下列方程变形正确的是　　(　　)

A. $3x-2=2x+1$ 可变形为 $3x-2x=-1+2$；

B. $3-\frac{x-1}{2}=1$ 可变形为 $6-x-1=2$；

C. $\frac{x}{16}=\frac{4x+5}{8}+2$ 可变形为 $x=2(4x+5)+2$；

D. $3(x-1)-2(x-1)=-x-1$ 可变形为 $x-1=-x-1$.

9. 解下列方程：

(1) $x-\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{4}(x-1)\right]=\frac{2}{3}$；

(2) $\frac{x-7}{4}-\frac{4x+8}{3}=1$；

(3) $x-\frac{1-x}{3}=\frac{x+2}{6}-1$.

10. 已知方程 $3x+5=x-1$ 与关于 x 的方程 $(a+1)(x-3)=6$ 的解相同，求 a 的值.

11. 学校组织秋游，为此租了若干辆大巴. 如果每辆大巴坐 45 人，那么恰好空出 4 辆大巴；如果每辆大巴坐 35 人，那么租的大巴恰好坐满. 问：学校租了多少辆大巴？这次学校去秋游的师生共有多少人？

12. 欢欢和小海一起玩投篮机. 欢欢平均每分钟投出 25 个篮球，小海平均每分钟投出 40 个篮球. 欢欢先投出了 36 个篮球后小海才开始投. 小海投篮几分钟后，他投出的篮球个数和欢欢一样多？

8. D.

9. (1) $x=1$.

(2) $x=-5$.

(3) $x=-\frac{2}{7}$.

10. -2.

11. 设学校租了 x 辆大巴. 根据题意，可以列出方程

$$45(x-4)=35x.$$

解得 $x=18$.

因此，$35x=630$.

答：学校租了 18 辆大巴，这次学校去秋游的师生共有 630 人.

12. 设小海投篮 x min 后，他投出的篮球个数和欢欢一样多. 根据题意，可以列出方程

$$25x+36=40x.$$

解得 $x=2.4$.

答：小海投篮 2.4 min 后，他投出的篮球个数和欢欢一样多.

第 4 章　线段与角

一、本章概述

1. 总体要求

平面几何主要研究平面上几何图形的性质、作法和计算等. 点、线、面是构成几何图形的基本元素. 本章作为初中阶段“图形与几何”领域的第一章，系统地介绍图形与几何中的一些基本的概念和图形，以点和线为起点，逐步引导学习平面图形的符号表示、基础的画图方法和简单的计算，为后续平面几何研究的展开做好准备.

本章将深入学习线段和角的相关概念和技能. 在教学中，应注意图形与几何的知识和现实生活的联系. 线段和角概念的抽象性是教学的主要难点，线段和角的表示、画(作)图、数学语言的运用等是一个逐步掌握的过程，其中用符号表示基本几何图形和画(作)图表示线段之和差是本章的重点. 本章的学习不仅为后续的几何逻辑证明打下坚实的基础，也是开启几何知识探索之旅的关键.

2. 课时安排建议

本章共 8 课时，具体课时分配建议如下：

章节名	建议课时	具体课时分配建议
4.1 线段	2	点与线　1 课时
		画线段的和、差与线段的中点　1 课时
4.2 角	4	角及其度量　1 课时
		角的比较与应用　1 课时
		画角的和、差与角的平分线　1 课时
		余角、补角　1 课时
习题课	1	
复习与小结	1	

3. 内容编排与特色

本章内容分为两节，分别是“4.1 线段”和“4.2 角”.

“4.1 线段”系统地回顾与学习线段的相关概念、大小比较、计算以及画(作)图技能. 虽然这些内容在小学阶段有所涉及，但主要在直观感知层面. 本节的学习不是对小学阶段的简单复习，而是一个螺旋式上升的过程，旨在更好地为小初衔接提供帮助. 与上海“二期课改”教科书相比，本套教科书从几何最基本的图形“点”出发，介绍“点动成线”，让学生体会几何图形形成的轨迹，注重几何的逻辑结构. 对于直线、射线和线段的概念，本套教科书从整体与部分的角度出发，深入探讨三者的概念，即从“两点确定一条直线”引出直线，把直线视为一个整体，射线和线段是直线的一部分，学习确定直线的要素、线段的性质和射线的特征. 而“线段的垂直平分线”的尺规作图则安排在后续章节“全等三角形”中，便于学生理解垂直平分线尺规作图的原理.

“4.2 角”类比线段的学习方式，探讨角的相关概念、大小比较、计算及画图等知识和技能. 与上海“二期课改”教科书相比，本套教科书将“角平分线”的尺规作图后移，与线段垂直平分线类似，这样的安排有助于学生理解角平分线作法的原理. 同时，根据《课标 2022 年版》，增加了认识度、分、秒等角的度量单位，进行角度的单位换算. 针对六年级学生年龄特征，本套教科书注重引导学生从实际生活中抽象出具体的几何图形，然后会用符号表示角，接着能正确画图和计算，最后能用规范的符号语言表示，掌握图形语言和符号语言的相互转化.

本章主要的特色是关注几何学习方法的循序渐进. 整章多以思考、观察和操作等环节贯穿教学，引导学生将几何图形的认识从直观、感性的描述，提升到对几何图形的本质(包括概念、性质)的理性思考，学习用符号语言对几何问题进行口头表达，逐步适应几何知识的符号化语言，发展学生的几何直观和抽象能力. 例如，在研究线段的性质时，通过观察不同长度的线段，抽象出线段的长度概念，并进行比较和运算；在解决线段等分的问题时，应用线段长度的知识和等分的概念. 特别是对于线段与角的和差计算，可以通过观察分析找到解决问题的方法，用逻辑的符号语言表达思维的过程，呈现几何推理过程.

4. 教学提示

通过类比的方法加强概念教学. 线段和角概念的抽象性是教学的主要难点，教学中逐步通过类比的方法让学生体会几何图形抽象性的特点，如通过类比有理数的加减运算，过渡到线段和差的学习，再类比线段和差过渡到角的和差等. 因此，对于线段的和差的教学也从“数”与“形”两方面切入，一方面可以与有理数的加减法类比，另一方面也可以将两条线段放在同一条直线上，从“形”上体会.

重视基本画(作)图技能的发展. 线段与角的和差的画(作)图是本章的一个重点. 本章中含有较多的作图技能训练，教师需要重视演示，逐步让学生熟悉作图的基本语句. 在教学中画(作)出规范的几何图形对发展学生的几何直观和抽象能力具有重要意义. 在教学过程中，作图

的基本语句仅需要学生了解，不要求书面表达.

重视数学语言表达能力的引导. 初步感受用严谨的数学语言表达线段与角的和差关系是本章的一个难点. 几何图形是“图形与几何”领域的研究对象，一般都参照“实物或模型—几何图形—文字表示—符号表示”的过程进行教学. 在教学中，首先运用图形语言，然后引入文字语言和符号语言，三者相互转化，最后形成三种数学语言的综合应用. 本章中，需要重视引导学生从实物或模型中抽象出几何图形，然后转化成用文字语言和符号语言表示，同时也要重视逆向的教学，即帮助学生理解符号或者文字所表达的图形及关系的教学过程.

重视应用活动经验，发展几何直观能力. 本章是“图形与几何”领域的第一章，是初中平面几何的入门课. 学生所接触的是一个以图形研究为主的领域，基础知识多，基本概念多而抽象，学生对于这些抽象的概念的理解有一定的难度. 因此，应创设恰当的问题情境进行教学，充分挖掘现实生活中与线段、射线、直线和角等密切相关的背景，让学生认识到所学知识在实际工作生活中的应用价值. 在教学中可适当增加一些探索规律和猜想结论的问题，使学生经历知识发生、发展的过程，在观察、操作、思考、交流等活动中，体验探究的乐趣，提高学习几何的兴趣，发展几何直观能力.

5. 评价建议

注重对学生知识与技能的评价. 本章中，线段与角的相关概念需要重点掌握，画(作)图是重要的技能. 在评价中，除了关注学生是否能理解概念，是否能够作出相关图形之外，还应该关注学生对基本作图语句的口头表述能力. 这是因为图形的绘制不仅仅依赖于基础知识和基本技能，还需要学生能够使用正确的术语和准确描述绘制步骤所蕴含的逻辑关系.

注重对学生数学活动过程的评价. 几何学习的初步阶段，一般是通过观察、操作、归纳和交流等探索过程开展教学. 线段与角的学习以生活中的实例为基础，从直观的图形描述过渡到抽象的符号表达，再进一步通过一系列数学活动探索线段与角的相关性质以及其中的关系. 评价中需要关注学生在学习过程中的参与态度、思维水平及获取知识的能力和核心素养.

注重对学生思维和表达能力的评价. 线段与角是几何教学中的基本图形，在评价学生对线段、角的有关概念的掌握程度时，应关注学生对概念的理解及用规范的几何符号表示的能力. 对于线段和角的计算，建议评价是否用严谨的符号语言表达线段与角的和差关系，关注学生逻辑思维的可视化. 同时，在教学过程中要注重通过操作、实例和例题引导学生思考，给予练习机会，并进行评估和反馈. 通过多种教学手段，帮助学生理解表达的基本事实和掌握线段与角的概念和性质，提高数学抽象思维能力.

二、教科书分析与教学建议

4.1 线段

本节教学目标

（1）通过实物和模型，了解从物体抽象出来的点和线的概念，逐步发展几何直观与抽象能力.

（2）掌握“经过两点有且只有一条直线”基本事实，掌握直线、射线和线段的符号表示方法.

（3）理解两点间距离的概念，掌握“两点之间线段最短”基本事实. 能度量和表达两点间的距离.

（4）会比较两条(及以上)线段的长短；会用直尺、圆规等学具画线段以及线段的和、差，初步体验用作图语言叙述画法，初步发展几何推理能力.

（5）能用等式表示两条线段的和、差的关系；理解线段的中点的意义，并能用符号语言表示线段的中点.

（以下分析对应课本第 112～116 页）

本课教学重点

从整体与部分的关系，理解直线、射线和线段的概念，掌握它们的表示方法.

本课教学建议

（1）学生在小学阶段已经学习过直线、射线和线段的概念，而本册教科书是通过基本事实“经过两点有且只有一条直线”引出直线的概念，从整体与部分的关系出发，逐步探讨射线和线段的概念，在此基础上，通过基本事实“两点之间，线段最短”得到两点间距离的概念. 在对三者概念的讲解过程中，建议在复习小学知识的基础上，说明射线和线段是直线的一部分，指出三者之间的联系和区别.

（2）用符号表示直线、射线和线段是本课时的重点. 在教学中，引导学生体会直线、射线和线段等的符号表示的简洁性，注意图形语言与文字语言、符号语言的互化. 通过基本事实和相关概念，引导学生逐步理解推理过程中常用的语言的意义(如“经过”“有”“只有”等)，逐步学会用正确的符号语言描述一些几何事实.

本课内容分析

从实际生活中，抽象出点和线的概念，让学生体会到点和线是基本的几何图形.

通过“思考”栏目感悟“点动成线”，初步经历轨迹形成的过程，发展几何直观和抽象能力.

4.1 线段

1. 点与线

我们生活在一个多样化的图形世界中，夜空中群星璀璨，建筑群呈现出各种形态，道路上行驶着各种类型的交通工具，自然界展现出五彩斑斓的景色……所有这些图像都是由点和线等基本图形组成. 只要我们细心观察，就能发现这个世界充满了各种各样的图形.

点是图形的基本元素之一. 当我们用削尖的铅笔轻轻在纸上点下去时，纸上就会出现一个小小的黑点(图 4-1-1)，这使我们能够形象地理解点的概念. 我们通常用一个大写字母来表示点，就像图 4-1-1 中的点可以记为“点 A”.

图 4-1-1

思考

如图 4-1-2，用铅笔沿着一把直尺的边在纸上连续移动，会画出一个什么图形?

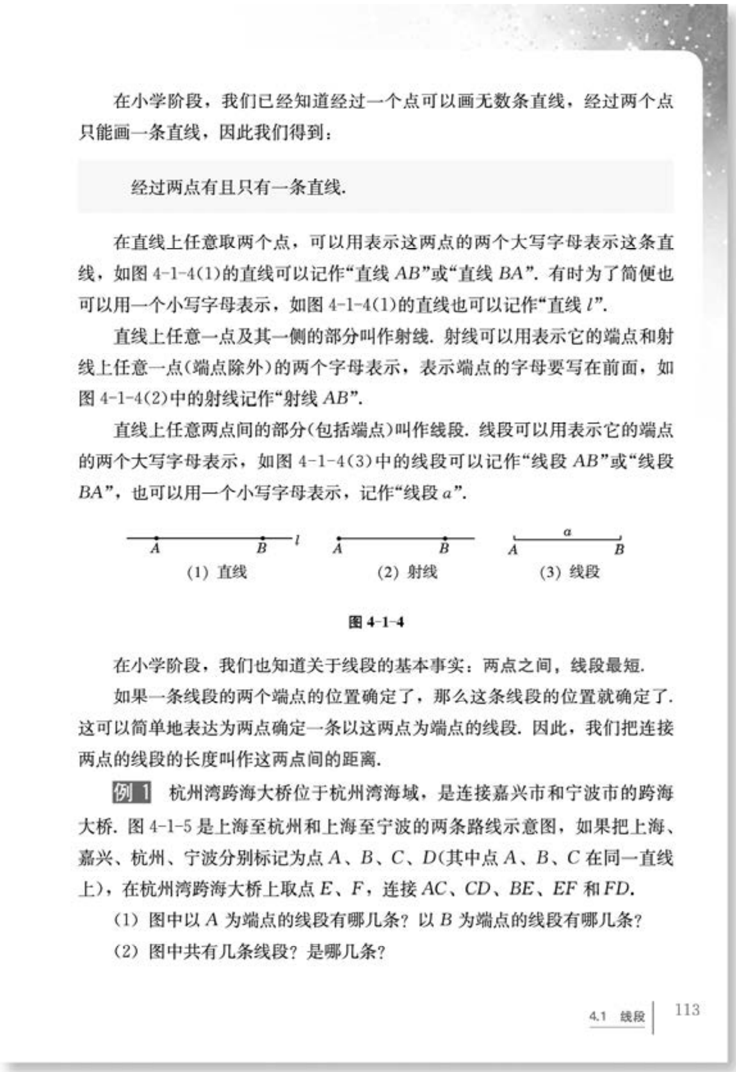
如图 4-1-3，把圆规装有针尖的脚固定在一点上，另一只装有铅笔芯的脚绕着这个点旋转一周，会画出一个什么图形?

图 4-1-2

图 4-1-3

在上述过程中，我们可以把铅笔尖看作一个移动的点. 当这个点在纸上移动时，它留下的痕迹形成了一条线，这条线可以是直线，也可以是曲线. 这给我们展现了“点动成线”的直观形象. 通过点的运动，我们可以得到各种形状的线.

112 第4章 线段与角



在小学阶段，我们已经知道经过一个点可以画无数条直线，经过两个点只能画一条直线，因此我们得到：

经过两点有且只有一条直线.

在直线上任意取两个点，可以用表示这两点的两个大写字母表示这条直线，如图 4-1-4(1)的直线可以记作“直线 AB”或“直线 BA”. 有时为了简便也可以用一个小写字母表示，如图 4-1-4(1)的直线也可以记作“直线 l”.

直线上任意一点及其一侧的部分叫作射线. 射线可以用表示它的端点和射线上任意一点(端点除外)的两个字母表示，表示端点的字母要写在前面，如图 4-1-4(2)中的射线记作“射线 AB”.

直线上任意两点间的部分(包括端点)叫作线段. 线段可以用表示它的端点的两个大写字母表示，如图 4-1-4(3)中的线段可以记作“线段 AB”或“线段 BA”，也可以用一个小写字母表示，记作“线段 a”.

(1) 直线　(2) 射线　(3) 线段

图 4-1-4

在小学阶段，我们也知道关于线段的基本事实：两点之间，线段最短.

如果一条线段的两个端点的位置确定了，那么这条线段的位置就确定了. 这可以简单地表达为两点确定一条以这两点为端点的线段. 因此，我们把连接两点的线段的长度叫作这两点间的距离.

例 1 杭州湾跨海大桥位于杭州湾海域，是连接嘉兴市和宁波市的跨海大桥. 图 4-1-5 是上海至杭州和上海至宁波的两条路线示意图，如果把上海、嘉兴、杭州、宁波分别标记为点 A、B、C、D(其中点 A、B、C 在同一直线上)，在杭州湾跨海大桥上取点 E、F，连接 AC、CD、BE、EF 和 FD.

(1) 图中以 A 为端点的线段有哪几条？以 B 为端点的线段有哪几条？

(2) 图中共有几条线段？是哪几条？

4.1 线段　113

小学阶段，学生已经经历了从线段的概念引出射线和直线概念的过程，通过实际操作知道“经过两点有且只有一条直线”(简称：两点确定一条直线). 本教科书从整体与部分的关系，学习直线、射线和线段的概念，即从“两点确定一条直线”引出直线，把直线看成整体，射线和线段是直线的一部分. 学习确定直线的要素、线段的性质和射线的特征后，紧接着学习如何用符号语言表示三者，引出“两点间的距离”事实，让学生明白两点间的距离是用线段的长度来刻画的.

对于“两点确定一条直线”，这条基本事实在小学阶段已经学习过，但是鉴于学生的年龄特征，在本章中还是建议举一些实际生活中的例子，让学生体会和了解两层含义：(1)存在性：经过两点有一条直线. (2)唯一性：经过两点只有一条直线. 要逐步让学生注意几何语句的用法，体会几何语句的意义，发展学生的逻辑推理能力.

从整体与部分的关系，理解直线、射线和线段的关系，会用符号和字母表示它们，是本课时的重点. 教学时，需要注意：(1)表示线段、直线的两个字母没有顺序. (2)表示射线的两个字母必须有序. 可以通过射线让学生理解线段的延长线和反向延长线的说法.

例 1 是对线段相关概念进一步理解后的应用.

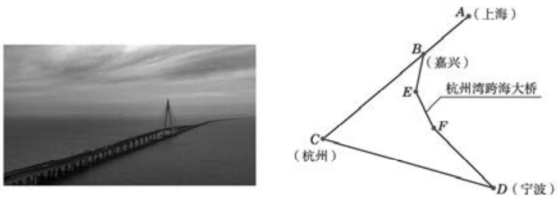


图 4-1-5

解 （1）图中以 A 为端点的线段有 AB、AC，以 B 为端点的线段有 BA、BC 和 BE.

（2）图中有 7 条线段，分别为 AB、AC、BC、CD、BE、EF 和 FD.

以学生熟悉的实际问题为题材设置情境，这样的问题提出易于学生将实际问题转化成数学问题，引出线段的关系(指长短关系).

引导学生说明比较高矮的注意事项(脚底平齐).

在日常生活中，比较两个人的身高时，两人只要并立在平地上就能比较出高矮(图 4-1-6). 如果将该问题抽象为比较两条线段的长短，那么这两条线段移到一起，一端对齐，就可以比较了.

图 4-1-6

对于线段长短的比较，可以从几何和代数两个角度思考，几何角度就是通过移动使两条线段位于同一条直线上，一端对齐；代数角度通过度量后计算.

任意画两条线段 AB、CD，将线段 AB 移到线段 CD 的位置，使端点 A 与端点 C 重合，且端点 B 在射线 CD 上. 端点 B 有以下三种可能的位置情况，如表 4-1 所示.

表 4-1

	图形	点 B 的位置	结论
情况一	A B (A) (B) C D	点 B 在线段 CD 上（C、D 之间）	线段 AB 比线段 CD 短
情况二	A B (A) (B) C D	点 B 与点 D 重合	线段 AB 与线段 CD 一样长
情况三	A B (A) (B) C D	点 B 在线段 CD 的延长线上	线段 AB 比线段 CD 长

线段的度量需要先取单位长度. 有了单位长度，线段的长度就可以用一个数来描述长短. 一旦单位长度确定，我们就可以用相应的刻度尺对线段进行度量. 进一步，线段的长短也可以通过长度来加以比较.

在不产生混淆的前提下，AB（或 a）也可以用以表示线段 AB（或线段 a）的长度. 例如，在表 4-1 的结论中，情况一可记为 $AB<CD$，情况二可记为 $AB=CD$，情况三可记为 $AB>CD$.

如果没有刻度尺，我们还可以借助圆规比较两条线段的长短. 如图 4-1-7 所示.

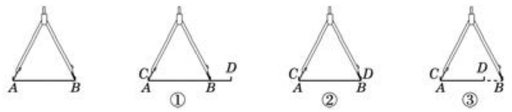


图 4-1-7

4.1 线段 115

在实施表格内容的教学过程中，教师和学生可以共同参与，由教师先做一个示范，然后学生动手操作，完成其他两种情况. 在实际操作中，可以借助圆规来完成线段的移动，让学生在自己动手操作的过程中体会，比较线段大小的实质就是将两条线段的一个端点重合，并对另一个端点的位置进行比较；在移动过程中，线段的位置发生了改变，但其大小、形状都不改变.

在不产生混淆的情况下，线段的符号也可以表示它的长度，因此我们可以用“<”“=”或“>”以及线段的符号来表示两条线段比较后的结果.

例 2，教师应向学生说明：凭借直觉对数学问题进行猜想，可以为问题的解决提供方向，但有时也可能导致错觉，因此我们需要运用所学的知识对猜想进行严格的检验.

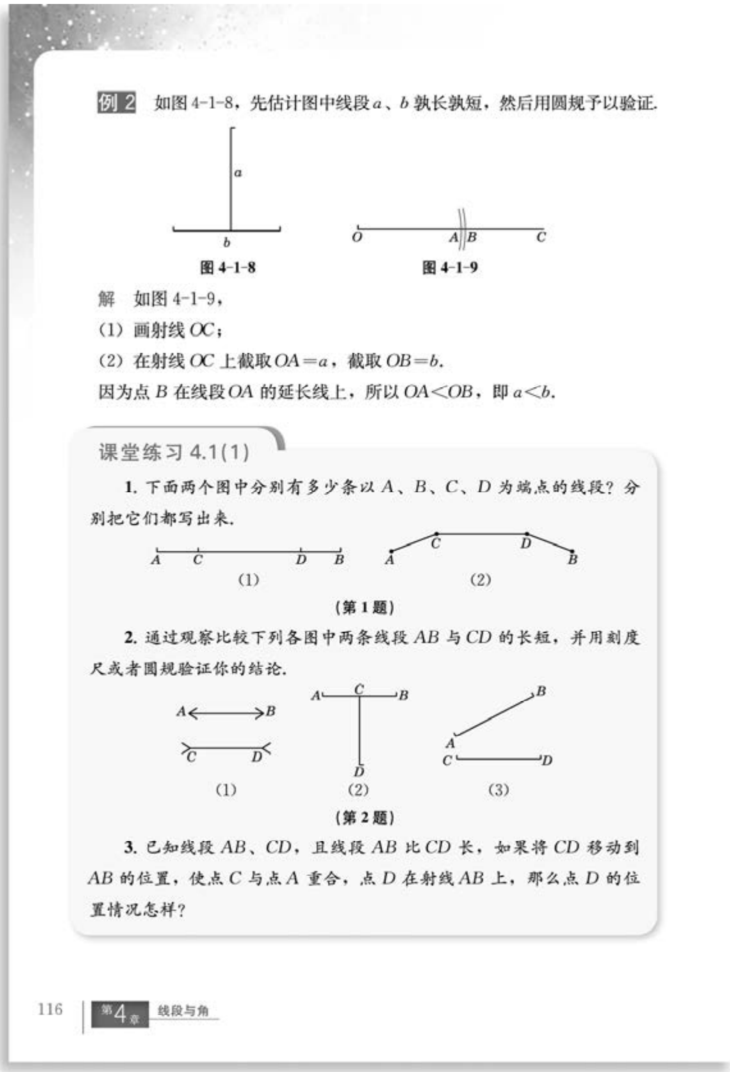
课堂练习 4.1(1)

1.（1）AC、AD、AB、CD、CB、DB.

（2）AC、CD、DB.

2. $AB=CD$；$AB>CD$；$AB>CD$.

3. 点 D 在线段 AB 上.



例 2 如图 4-1-8，先估计图中线段 a、b 孰长孰短，然后用圆规予以验证.

图 4-1-8 图 4-1-9

解 如图 4-1-9，

（1）画射线 OC；

（2）在射线 OC 上截取 $OA=a$，截取 $OB=b$.

因为点 B 在线段 OA 的延长线上，所以 $OA<OB$，即 $a<b$.

课堂练习 4.1(1)

1. 下面两个图中分别有多少条以 A、B、C、D 为端点的线段？分别把它们都写出来.

（第 1 题）

2. 通过观察比较下列各图中两条线段 AB 与 CD 的长短，并用刻度尺或者圆规验证你的结论.

（第 2 题）

3. 已知线段 AB、CD，且线段 AB 比 CD 长，如果将 CD 移动到 AB 的位置，使点 C 与点 A 重合，点 D 在射线 AB 上，那么点 D 的位置情况怎样？

116 第4章 线段与角

（以下分析对应课本第 117～120 页）

本课教学重点

（1）会作线段的和、差.

（2）理解线段中点的意义.

本课教学建议

（1）线段和、差、倍的学习，建议分为两部分：一是线段的运算，可类比算术中的“和差问题”来学习；二是线段的和、差、倍的作法，根据线段的运算方法，可以作出几条已知线段的和或差，也可以作一条已知线段的若干倍.

（2）对于线段的和、差、倍和中点的学习，以图形的认识为主，让学生体会相应图形的形成，提高识图能力. 进一步，可以在图形和相应数量关系之间建立联系，逐步用符号语言表示线段的和、差和中点.

（3）用尺规作图的方法作线段的和、差是本节课的重点. 教师选择其中之一做示范，其他的放手让学生操作，通过实践和交流，使学生掌握线段的相关作图，并逐步让学生熟悉作图的基本语句. 对于作图的规范语句，只要求学生知道，不要求书写，鼓励口头表述. 对于线段和、差关系的几何符号语言，要求学生能表达，教师要创设各种机会让学生积极表现. 在线段和、差的计算问题中使用了“因为”“所以”等推理用词，为后续学习几何推理作好准备.

本课内容分析

将线段长度与数相联系，从而对线段的和差作定义.

在“思考”栏目中利用图形理解如何用等式表示两条线段的和、差的关系，并类比等式的基本性质感悟线段的和差关系，逐步过渡到论证几何.

例 3，用尺规作线段的和、差，教师要在课堂上展示作图过程，重视学生动手操作. 在教师示范的基础上，学生学习用尺规作图. 同时在解题中给出了画图的基本语句，也为后续符号语言的规范性做好准备.

线段和差的作(画)法可以有两种方法. 一是可以类比有理数的加减法，量出两条线段的长度，进行长度加减运算，再用刻度尺画所求的线段；二是也可以在任意一条射线上用圆规按照已知线段的长截取各线段，从而作出所求线段. 教师要关注这里是在“一条射线上”，即作线段之和是有隐性规定的. 我们可以分别从“数”和“形”上体会.

2. 画线段的和、差与线段的中点

单位长度一旦给定，线段的长度就可以用一个数来表示. 因此，线段的长度可以像数一样做加法、减法运算. 如果一条线段的长度等于另外两条线段长度的和(或差)，那么称这条线段就是另外两条线段的和(或差).

思考

如图 4-1-10，点 A、B、C 在一条直线上. 线段 AB、BC、AC 有怎样的数量关系？

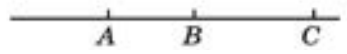


图 4-1-10

线段 AB、BC、AC 有如下的数量关系：

$$AB+BC=AC，AC-BC=AB，AC-AB=BC.$$

思考

如图 4-1-11，点 B、C 在线段 AD 上. 如果线段 AB 与线段 CD 一样长，那么线段 AC、BD 有怎样的关系？为什么？

图 4-1-11

在等式的两边分别加上相等的量，等式仍然成立.

因为 $AB=CD$，所以 $AB+BC=CD+BC$. 所以 $AC=BD$.

我们在小学学过用刻度尺画一条线段等于已知线段. 画一条线段等于两条线段的和或差，可以先用刻度尺量出两条线段的长度，再计算线段的和或差，最后利用刻度尺画.

在没有刻度尺的条件下，我们也可以用直尺和圆规画线段的和与差.

例 3 如图 4-1-12，已知线段 a、b.

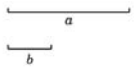


图 4-1-12

(1) 用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a+b$；

(2) 用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $a-b$.

解 (1) 如图 4-1-13，

① 画射线 OP；

4.1 线段 | 117

② 在射线 OP 上顺次截取 $OA=a$，$AB=b$.

线段 OB 就是所要画的线段.

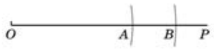


图 4-1-13

(2) 如图 4-1-14，

① 画射线 OP；

② 在射线 OP 上截取 $OC=a$，在线段 OC 上截取 $CD=b$.

线段 OD 就是所要画的线段.

为什么 CD 要“倒回”截？还有其他的画法吗？

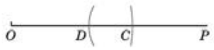


图 4-1-14

从图 4-1-13 可知，线段 OB 的长度就是线段 OA 的长度加上线段 AB 的长度，即有 $OB=OA+AB$. 因为 $OA=a$，$AB=b$，所以 $OB=a+b$.

从图 4-1-14 可知，$OC=a$，$CD=b$，线段 OD 的长度就是线段 OC 的长度减去线段 CD 的长度，即有 $OD=OC-CD$. 因为 $OC=a$，$CD=b$，所以 $OD=a-b$.

如果一条线段 b 是两条线段 a 的和，就说线段 b 是线段 a 的 2 倍，将线段 a 的 2 倍记为 $2a$，则 $b=2a$.

例 4 如图 4-1-15，已知线段 a、b，用直尺和圆规画一条线段，使它等于 $2a-b$.

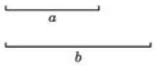


图 4-1-15

解 如图 4-1-16，

① 画射线 OP；

② 在射线 OP 上顺次截取 $OA=a$，$AB=a$；

③ 在线段 OB 上截取 $BC=b$.

线段 OC 就是所要画的线段.

边框的提问引导学生用其他方法作图，为学生的发散性思维提供素材.

从数的乘法意义类比理解“$2a$”的意义，从而引导学生画出线段的 2 倍，也为线段中点的概念作铺垫.

例 4，作已知线段的 2 倍转化为作线段的和，教师要关注学生尺规作图的过程，让学生逐步熟悉尺规作图的基本语句.

从数的乘除法的关系类比理解“na”和“$\frac{b}{n}$”的意义，从数与形两个角度理解线段的“倍”.

线段的中点是一个几何概念. 在这一概念的教学过程中，要逐步渗透文字语言转化为符号语言的思想. 也可以对线段的“三等分点”和“四等分点”等做一些介绍，为后续练习题作铺垫.

例 5 关于中点的画法，本章只要求能用刻度尺画出已知线段的中点即可. 至于用尺规作出线段中点将在后续章节学习.

例 6，利用线段的和差以及中点的意义计算线段的长，逐步让学生体会到如何用符号语言进行书写. 这里用严谨的推理表达是学生的困难点，因此教师可以引导学生进行规范书写.

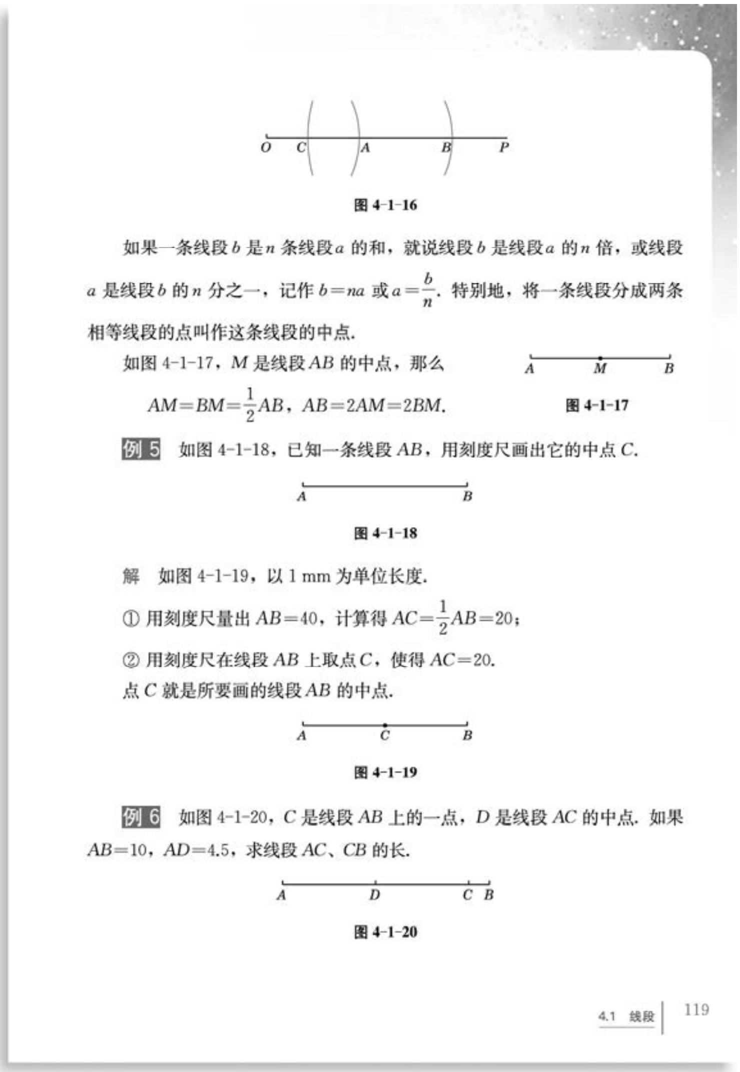


图 4-1-16

如果一条线段 b 是 n 条线段 a 的和，就说线段 b 是线段 a 的 n 倍，或线段 a 是线段 b 的 n 分之一，记作 $b=na$ 或 $a=\frac{b}{n}$. 特别地，将一条线段分成两条相等线段的点叫作这条线段的中点.

如图 4-1-17，M 是线段 AB 的中点，那么

$AM=BM=\frac{1}{2}AB$，$AB=2AM=2BM$.

图 4-1-17

例 5 如图 4-1-18，已知一条线段 AB，用刻度尺画出它的中点 C.

图 4-1-18

解 如图 4-1-19，以 1 mm 为单位长度.

① 用刻度尺量出 $AB=40$，计算得 $AC=\frac{1}{2}AB=20$；

② 用刻度尺在线段 AB 上取点 C，使得 $AC=20$.

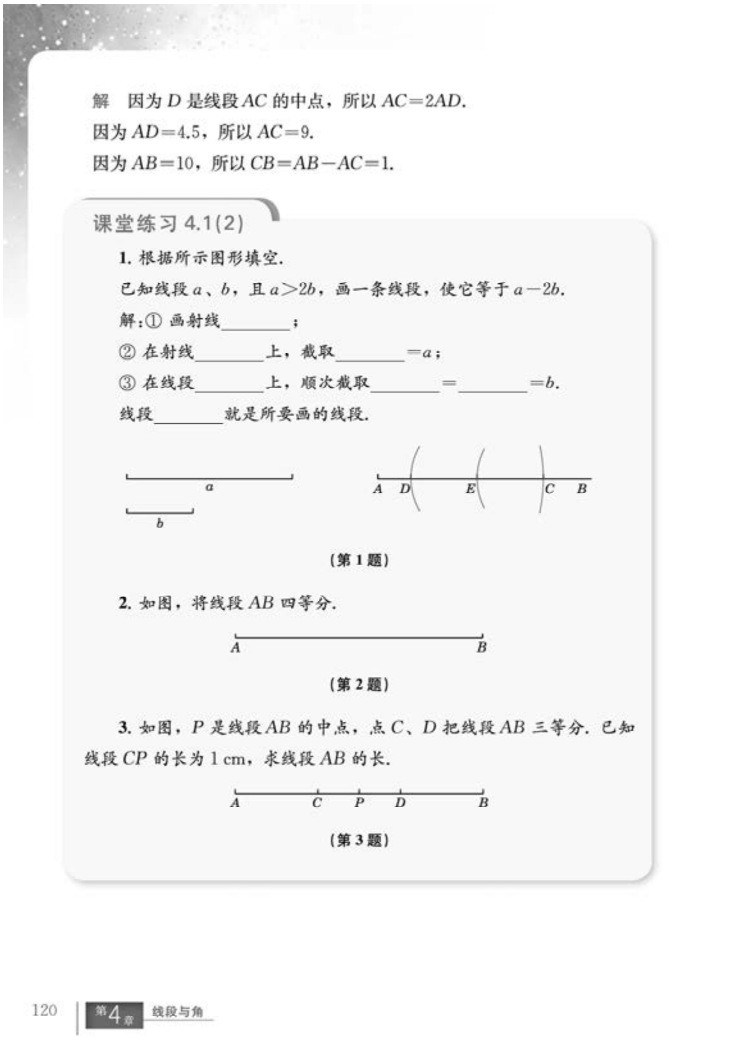
点 C 就是所要画的线段 AB 的中点.

图 4-1-19

例 6 如图 4-1-20，C 是线段 AB 上的一点，D 是线段 AC 的中点. 如果 $AB=10$，$AD=4.5$，求线段 AC、CB 的长.

图 4-1-20

4.1 线段 119



解　因为 D 是线段 AC 的中点，所以 $AC=2AD$.
因为 $AD=4.5$，所以 $AC=9$.
因为 $AB=10$，所以 $CB=AB-AC=1$.

课堂练习 4.1(2)

1. 根据所示图形填空.

已知线段 a、b，且 $a>2b$，画一条线段，使它等于 $a-2b$.

解：① 画射线______；

② 在射线______上，截取______$=a$；

③ 在线段______上，顺次截取______$=$______$=b$.

线段______就是所要画的线段.

（第 1 题）

2. 如图，将线段 AB 四等分.

（第 2 题）

3. 如图，P 是线段 AB 的中点，点 C、D 把线段 AB 三等分. 已知线段 CP 的长为 1 cm，求线段 AB 的长.

（第 3 题）

课堂练习 4.1(2)

1. AB；AB；AC；AC；CE；ED；AD.

2. 略.

3. 6 cm. 提示：设 $AB=x$，可得 $AP=\frac{1}{2}x$，$AC=\frac{1}{3}x$. 所以 $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=1$，解得 $x=6$.

习题 4.1

1. 4 条，AB、AC、AD、AE；4 条，BC、BD、BE、BA.

2. 至少钉 2 个钉子；两点确定一条直线.

3.（1）略.

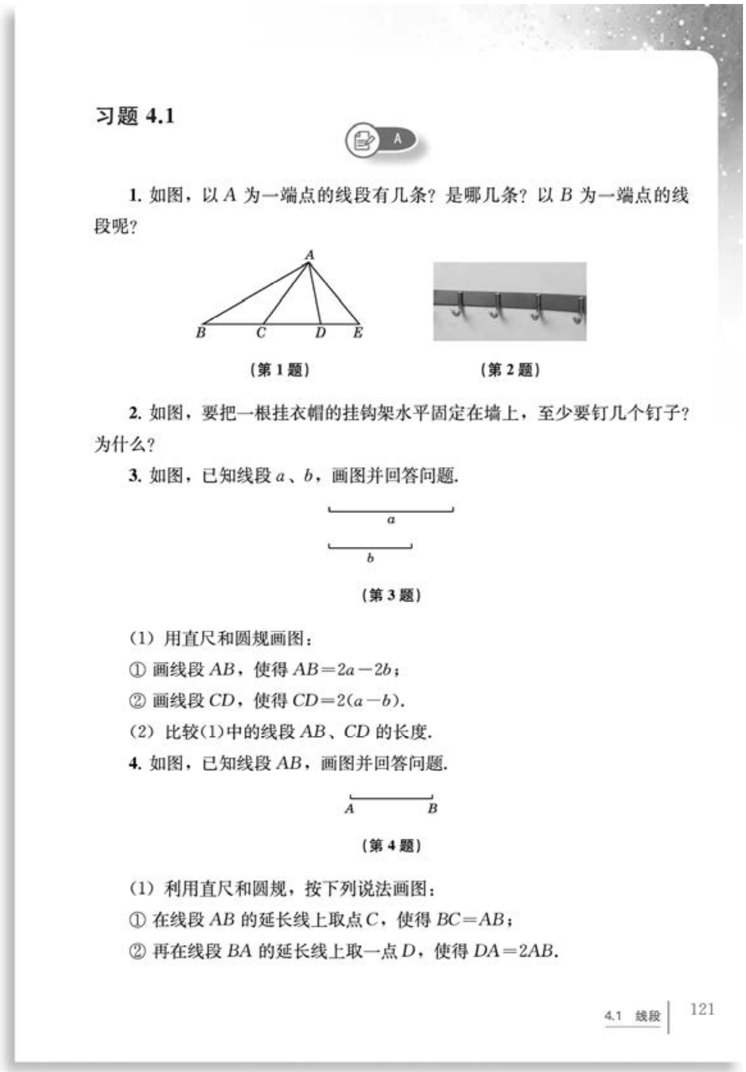
（2）$AB=CD$.

4.（1）略.

（2）① 线段 AC 等于线段 AB 的 2 倍；

② 线段 AB 等于线段 DB 的$\frac{1}{3}$；

③ 线段 DB 等于线段 DC 的$\frac{3}{4}$.



习题 4.1

A

1. 如图，以 A 为一端点的线段有几条？是哪几条？以 B 为一端点的线段呢？

A B C D E

（第 1 题）　　（第 2 题）

2. 如图，要把一根挂衣帽的挂钩架水平固定在墙上，至少要钉几个钉子？为什么？

3. 如图，已知线段 a、b，画图并回答问题.

a

b

（第 3 题）

（1）用直尺和圆规画图：

① 画线段 AB，使得 $AB=2a-2b$；

② 画线段 CD，使得 $CD=2(a-b)$.

（2）比较(1)中的线段 AB、CD 的长度.

4. 如图，已知线段 AB，画图并回答问题.

A　B

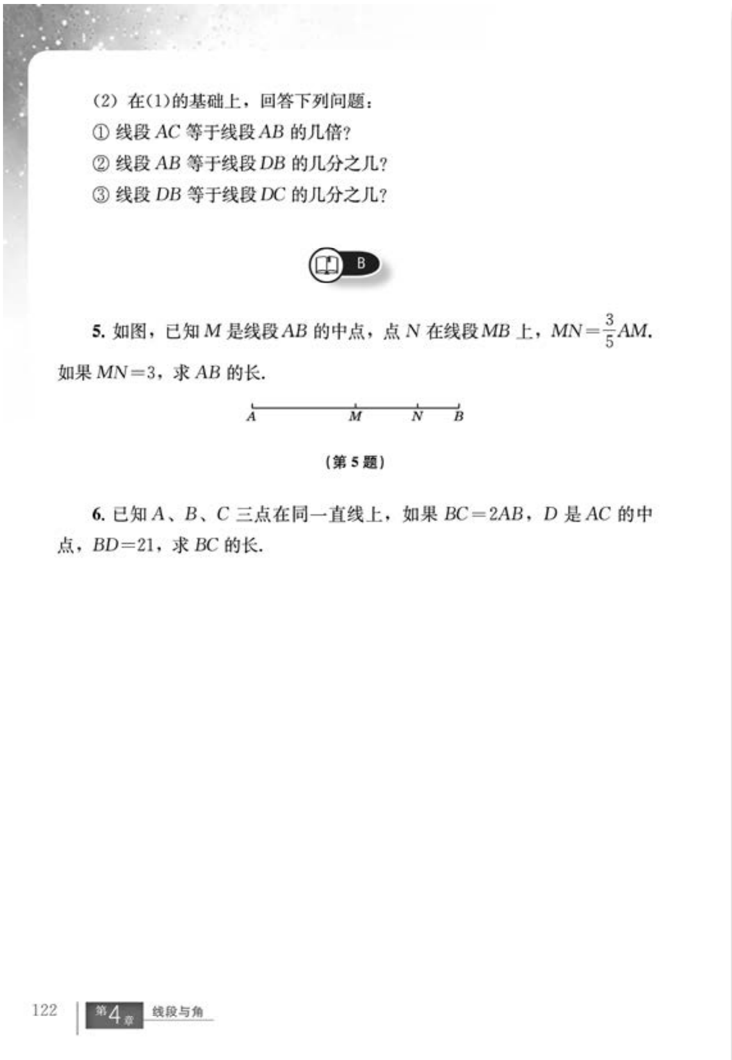
（第 4 题）

（1）利用直尺和圆规，按下列说法画图：

① 在线段 AB 的延长线上取点 C，使得 $BC=AB$；

② 再在线段 BA 的延长线上取一点 D，使得 $DA=2AB$.

4.1 线段　121



(2) 在(1)的基础上，回答下列问题：

① 线段 AC 等于线段 AB 的几倍?

② 线段 AB 等于线段 DB 的几分之几?

③ 线段 DB 等于线段 DC 的几分之几?

B

5. 如图，已知 M 是线段 AB 的中点，点 N 在线段 MB 上，$MN=\frac{3}{5}AM$. 如果 $MN=3$，求 AB 的长.

(第 5 题)

6. 已知 A、B、C 三点在同一直线上，如果 $BC=2AB$，D 是 AC 的中点，$BD=21$，求 BC 的长.

122 第4章 线段与角

5. 10. 提示：由 $MN=\frac{3}{5}AM$，可得 $AM=5$；再由点 M 是中点，可得 $AB=2AM=10$.

因为 $MN=\frac{3}{5}AM$，$MN=3$，所以 $AM=5$.

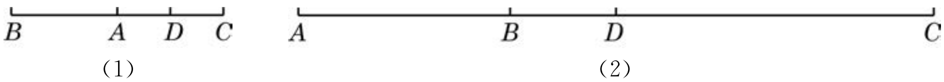
因为点 M 是线段 AB 的中点，所以 $AB=2AM=2\times5=10$.

6. 28 或 84. 提示：① 点 A 在线段 BC 上，如图(1)所示. 可得 $AB=AC=\frac{1}{2}BC$，$AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{4}BC$.

所以 $BD=\frac{3}{4}BC$，$BC=28$.

② 点 A 在 CB 的延长线上，如图(2)所示. 可得 $AC=3AB$，$AD=\frac{3}{2}AB$，所以 $BD=\frac{1}{2}AB$.

所以，$AB=42$，$BC=84$.



(第 6 题)

4.2　角

本节教学目标

（1）理解角的概念，会表示一个角.

（2）类比线段的比较方法及画法，掌握角的大小比较方法及角的和、差、倍的画法，体会类比思想，发展几何直观.

（3）认识度、分、秒等角的度量单位，能进行简单的单位换算，会计算角的和、差.

（4）理解角平分线的概念，并会画一个角的平分线，进一步学习类比思想.

（5）理解余角、补角等概念，探索并掌握同角（或等角）的余角相等、同角（或等角）的补角相等的性质，开始进行有包含因果关系的严谨推理和表达，体会数学的严谨性.

（以下分析对应课本第 123～125 页）

本课教学重点

（1）理解角的概念和表示方法.

（2）认识度、分、秒等角的度量单位，能进行简单的单位换算.

本课教学建议

（1）本节课在小学的基础上进一步认识角的相关概念. 角的静态描述主要涵盖角、角的顶点和角的边的定义，明确了角的构成元素及其属性；角的动态描述则是侧重于通过旋转的方式展现角的变化过程. 对于角的概念的两种描述，可以通过生活中的实际例子理解，避免学生死记硬背.

（2）角的表示是本节课的一个教学重点，应仔细介绍三种角的表示方法.

（3）小学阶段已经学习过用量角器度量角的大小，单位是度. 在此基础上，进一步介绍角度制的另外两种更小的单位——分和秒，以及度、分、秒之间的换算. 对于度、分、秒的换算应控制繁难程度.

4.2 角

1. 角及其度量

与点、线一样，角也是构成平面图形的基本要素，我们将进一步探究角的相关知识.

在生活中，钟表上的时针和分针，圆规张开的两脚，都展现出角的形象，如图 4-2-1 所示.

图 4-2-1

在小学阶段，我们已经知道，角是具有公共端点的两条射线组成的图形. 我们也可以把角看成由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形. 射线从初始位置转动到终止位置所经过的部分称为角的内部. 通常角的内部用不带箭头或带箭头的弧线表示，如图 4-2-2 所示. 涂色部分是角的外部.

图 4-2-2

一条射线 OA 由初始位置绕着它的端点 O 旋转到终止位置，得到射线 OB. 如图 4-2-3(1)，当射线 OB 和射线 OA 呈一条直线时，所成的角叫作平角；如图 4-2-3(2)，当射线 OB 与射线 OA 重合时，所成的角叫作周角.

本课内容分析

小学里，学生已经对角有了感性直观的认识，本节在此基础上进一步了解，理解它的静态和动态两种描述方法.

从实际生活中回忆角的静态概念，以更直观、更形象地理解概念. 角的静态描述强调角的两边是射线；角的两边有公共端点——顶点；顶点和两边是构成角的两个要素. 角的动态描述是用旋转的方式描述角，不仅扩展了角的概念，而且能更好地帮助学生理解角的范围.

在教学中，需要指出，角是一个平面图形. 它是由平面内有公共端点的两条射线组成的；在这个平面内，不在射线上的点都不是角的组成部分. 要注意把角的内部、外部和角的图形本身区别出来.

在角的表示方法的教学中，应注意：

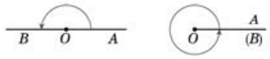
（1）用三个字母表示角时，表示顶点的字母必须写在另外两个字母的中间.

（2）在不引起混淆的情况下，角才可以用它的顶点字母表示.

（3）用小写希腊字母或数字表示角，一般需要在角的内部近顶点处画上弧线，并加以标注.

从周角、平角和直角这些特殊角的度数引入角的单位.

小学里，学生已经学过用量角器测量角度. 本课可以让学生画 1°的角，体会直观认识角. 本节课进一步介绍角度制的另外两种更小的单位分和秒，以及度、分、秒之间的换算是 60 进制的.



（1）平角　　（2）周角

图 4-2-3

角通常有以下三种表示方法：

（1）用三个大写字母表示，如图 4-2-4(1)中的角可以表示成∠AOB 或∠BOA，图 4-2-4(2)中的三个角可以表示成∠AOB、∠BOC 和∠AOC. 当以某一点为顶点的角只有一个时，这个角也可以用表示这个点的字母来表示. 如图4-2-4(1)的∠AOB 也可以记作∠O，但是 4-2-4(2)中的三个角均不能记作∠O.

（2）用一个小写的希腊字母表示，如 α、β、γ 等. 如图 4-2-4(2)，∠AOB 和∠BOC 可以分别记作∠α 和∠β(或 α 和 β).

> α 读作“/ˈælfə/”，β 读作“/ˈbeitə/”，γ 读作“/ˈgæmə/”.

（3）用一个数字表示，如 1、2、3 等. 如图 4-2-4(3)，∠AOB 和∠BOC 可以分别记作∠1 和∠2.

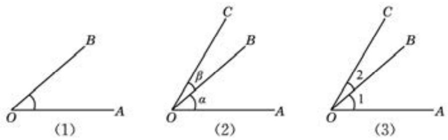


图 4-2-4

在不产生混淆的前提下，表示角的符号亦可以表示角的大小.

如图 4-2-3(2)所示的∠AOB 为周角. 把周角分成 360 等份，取一份作为一个单位，称为一度，记作 1°. 因此周角为 360°. 如图 4-2-3(1)所示的平角是周角的一半，因此平角为 180°. 角的两边互相垂直形成直角，直角为 90°.

> 本章中所说的角，除了平角、周角外，未加说明的角是指小于平角的角.

1 周角＝2 平角＝360°；1 平角＝2 直角＝180°.

124　第4章　线段与角

量角器是度量角的一个重要工具. 通过量取两个角的度数，就可以比较两个角的大小.

与计量时间的时、分、秒一样，角的度、分、秒也是60进制的.

把1°分成60等份，每一份是一分，记作$1'$；把$1'$分成60等份，每一份是一秒，记作$1''$.

$1^\circ=60'$，$1'=60''$.

$48^\circ56'37''$读作48度56分37秒.

以度、分、秒为单位的角的度量制叫作角度制.

例 1 计算(结果用度、分、秒表示)：

(1) $54^\circ18'+35^\circ45'$；

(2) $25^\circ18'31''+35^\circ42''$；

(3) $180^\circ-(35^\circ18'+62^\circ56')$.

$18'+45'=63'$.
因为 $1^\circ=60'$，
所以 $63'=1^\circ3'$.

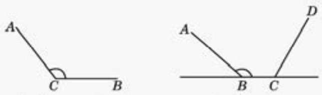
解 (1) $54^\circ18'+35^\circ45'=89^\circ+63'=90^\circ3'$.

(2) $25^\circ18'31''+35^\circ42''=60^\circ+18'+73''=60^\circ19'13''$.

(3) $180^\circ-(35^\circ18'+62^\circ56')=180^\circ-(97^\circ+74')=180^\circ-98^\circ14'=81^\circ46'$.

课堂练习 4.2(1)

1. 观察下列图形及其标记，指出角的记法的错误，然后加以改正.



记作：$\angle ABC$ (1)　　记作：$\angle B$ (2)

(第1题)

2. 计算(结果用度、分、秒表示)：

(1) $37^\circ28'+44^\circ49'$；　(2) $108^\circ18'-52^\circ30''$；

(3) $15^\circ32'52''+66^\circ25'37''$；　(4) $90^\circ-53^\circ38'$.

关于度、分、秒的换算，学生以前没接触过，但在小学阶段学习过的时、分、秒也是60进制，教学中教师要充分利用学生已有的知识进行正迁移，即可以利用学生对时、分、秒及其运算的已有认识，通过回忆、类比，掌握60进制是“逢60进1”，掌握度、分、秒及其换算.

例1，对于角的度、分、秒的单位换算和相关计算，教师要讲清角的度量单位之间的“借”位与“进”位，防止学生受10进制知识的影响.

课堂练习 4.2(1)

1. (1) $\angle ACB$.

(2) $\angle ABC$.

2. (1) $82^\circ17'$.

(2) $56^\circ17'30''$.

(3) $81^\circ58'29''$.

(4) $36^\circ22'$.

（以下分析对应课本第 126～129 页）

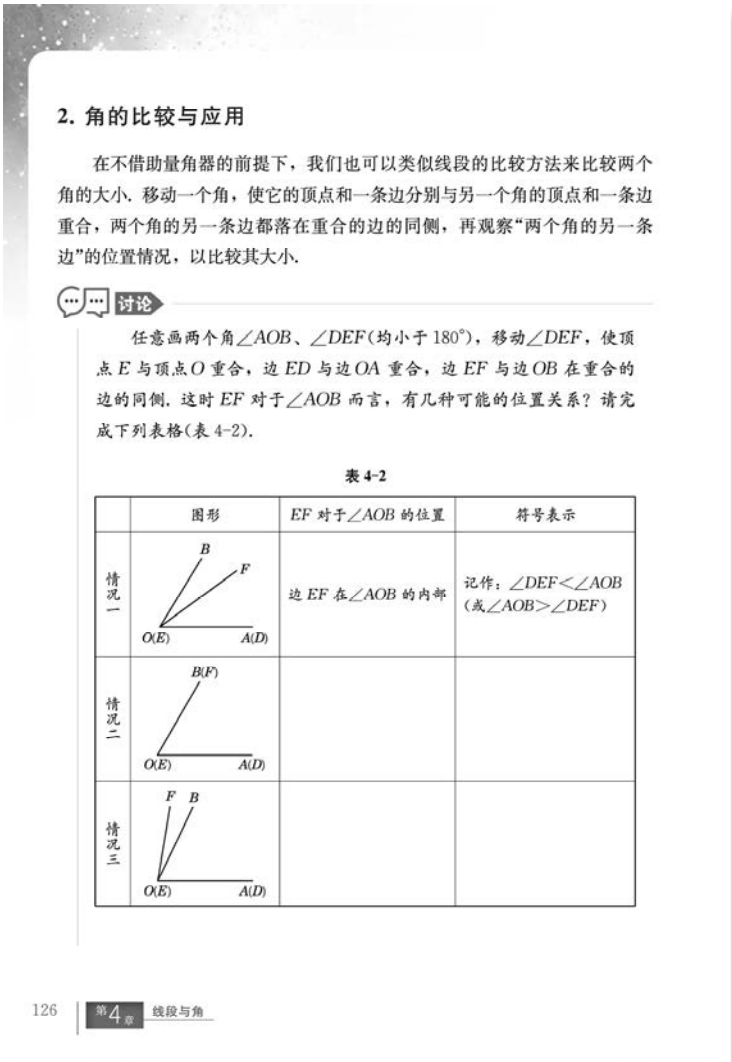
本课教学重点

能比较角的大小，会根据要求画表示方向的角.

本课教学建议

（1）角的相关知识点与线段类似，故建议鼓励学生类比线段学习角的有关内容.

（2）关于表示方向的角的相关问题，可以根据学生的掌握情况适当补充练习题，但不必加深难度.



2. 角的比较与应用

在不借助量角器的前提下，我们也可以类似线段的比较方法来比较两个角的大小. 移动一个角，使它的顶点和一条边分别与另一个角的顶点和一条边重合，两个角的另一条边都落在重合的边的同侧，再观察“两个角的另一条边”的位置情况，以比较其大小.

讨论

任意画两个角$\angle AOB$、$\angle DEF$(均小于180°)，移动$\angle DEF$，使顶点E与顶点O重合，边ED与边OA重合，边EF与边OB在重合的边的同侧. 这时EF对于$\angle AOB$而言，有几种可能的位置关系？请完成下列表格(表4-2).

表 4-2

	图形	EF对于$\angle AOB$的位置	符号表示
情况一	B F O(E) A(D)	边EF在$\angle AOB$的内部	记作：$\angle DEF<\angle AOB$ (或$\angle AOB>\angle DEF$)
情况二	B(F) O(E) A(D)		
情况三	F B O(E) A(D)		

126 第4章 线段与角

本课内容分析

“讨论”栏目可以制作教具或者多媒体课件，动态地演示比较两个角的过程，引导学生通过观察发现移动前后“角的形状和大小都不发生变化”. 在教学中，注意引导学生对角的大小的认识可以从“数”到“形”的过渡. 从数量上，度数大的角大；从形上看，开口大的角大.

思考　进一步巩固角的比较大小的方法，开始进行有包含因果关系的推理和表达.

（1）OC；$<$；公共边；外部；$>$.

（2）外部；OA；OC.

思考

如图 4-2-5，填空：

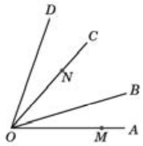


图 4-2-5

（1）比较角的大小：

因为 OB 和 OB 是公共边，边______在$\angle BOD$ 的内部，所以$\angle BOC$______$\angle BOD$；

因为 OA 和 OA 是______，边 OC 在$\angle AOB$ 的______，所以$\angle AOC$______$\angle AOB$.

（2）确定角的边的位置：

因为 OC 和 OC 是公共边，$\angle BOC<\angle AOC$，所以边 OA 在$\angle BOC$ 的______；

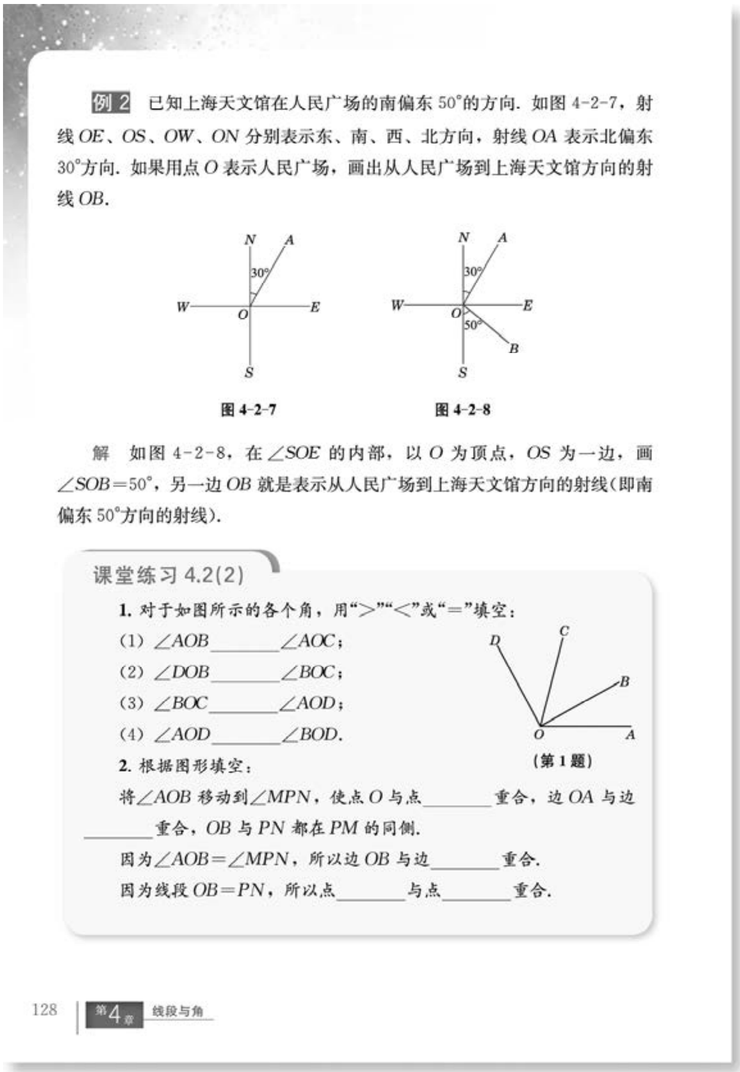
因为边 OM 与边______重合，$\angle MON=\angle AOC$，所以边 ON 与边______重合.

“北偏东 30°”“南偏西 25°”这类表示方向的角是实际生活中经常用到的角，在后续解直角三角形的应用中也会有所涉及. 本节课介绍这类角的表示方法以及在实际生活中的简单应用.

还记得图 4-2-6 中所示的日常生活中经常用到的四个方向吗？例如，太阳从东方升起，明天北风 4～5 级等. 实际上，仅有这四个方向是不够用的. 例如，航海时只用这四个方向，船是无法准确航行的. 该如何准确描述方向呢？可以正北、正南方向为基准，用角度来描述物体的方向，如“北偏东 30°”“南偏西 25°”. 这种表示方向的角，在航行、测绘等工作中经常用到.

图 4-2-6

4.2 角 | 127



例 2 已知上海天文馆在人民广场的南偏东 50°的方向．如图 4-2-7，射线 OE、OS、OW、ON 分别表示东、南、西、北方向，射线 OA 表示北偏东 30°方向．如果用点 O 表示人民广场，画出从人民广场到上海天文馆方向的射线 OB．

图 4-2-7

图 4-2-8

解 如图 4-2-8，在 $\angle SOE$ 的内部，以 O 为顶点，OS 为一边，画 $\angle SOB=50°$，另一边 OB 就是表示从人民广场到上海天文馆方向的射线(即南偏东 50°方向的射线)．

课堂练习 4.2(2)

1. 对于如图所示的各个角，用“>”“<”或“=”填空：

(1) $\angle AOB$______$\angle AOC$；

(2) $\angle DOB$______$\angle BOC$；

(3) $\angle BOC$______$\angle AOD$；

(4) $\angle AOD$______$\angle BOD$.

(第 1 题)

2. 根据图形填空：

将 $\angle AOB$ 移动到 $\angle MPN$，使点 O 与点______重合，边 OA 与边______重合，OB 与 PN 都在 PM 的同侧．

因为 $\angle AOB=\angle MPN$，所以边 OB 与边______重合．

因为线段 $OB=PN$，所以点______与点______重合．

128 第4章 线段与角

例 2，以上海天文馆和人民广场为背景，用“上海天文馆在人民广场的南偏东 50°的方向”来刻画这两处的位置关系，引导学生体会数学知识与现实生活的联系．

课堂练习 4.2(2)

1. (1) <．

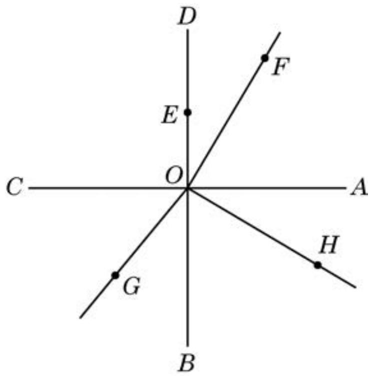
(2) >．

(3) <．

(4) >．

2. P；PM；PN；B；N．

3. 点 E、F、G、H 的位置如图所示．



(第 3 题)

（以下分析对应课本第 129～134 页）

本课教学重点

会画角的和、差，理解角平分线的概念.

本课教学建议

（1）对于角的和、差、倍的学习，可类比线段的和、差、倍来学习. 建议教师创设条件和机会，鼓励学生用类比的方法自主学习角的相关内容. 在思考、讨论与交流中，学会把角的几何意义与度数的数量表示结合起来，达到“形”与“数”的有机联系.

（2）对于角平分线的概念，可以类比线段中点的概念，通过具体的情境体会角平分线的意义，并且用规范的符号语言描述角平分线的定义.

（第 2 题）

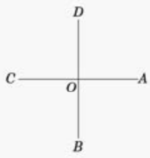
3. 如图，射线 OA、OB、OC、OD 分别表示东、南、西、北方向，试画出点 E、F、G、H 的位置：

(1) 点 E 在点 O 的正北方向，与点 O 相距 1 cm；

(2) 点 F 在点 O 的北偏东 30°方向，与点 O 相距 2 cm；

(3) 点 G 在点 O 的西南方向(南偏西 45°)，与点 O 相距 1.5 cm；

(4) 点 H 在点 O 的南偏东 50°方向，与点 O 相距 2 cm.



（第 3 题）

3. 画角的和、差与角的平分线

类似于线段的和、差，如果一个角的度数等于另外两个角的度数之和(或差)，那么称这个角就是另外两个角的和(或差).

问题 1 如图 4-2-9，射线 OC 在 $\angle AOB$ 的内部，图中有几个角？它们之间有什么数量关系？

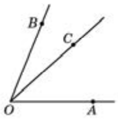


图 4-2-9

4.2 角 129

本课内容分析

结合直观图形说明，角的和、差是图形的部分与整体之间的关系，而角的度数的和、差是数量之间的关系，两者分别属于形与数的范畴，但它们相互联系，结论一致.

图中有$\angle AOC$、$\angle COB$、$\angle AOB$共3个角，它们有如下数量关系：

$$\angle AOC+\angle COB=\angle AOB;$$
$$\angle AOB-\angle AOC=\angle COB;$$
$$\angle AOB-\angle COB=\angle AOC.$$

通过“思考”栏目类比等式的基本性质，感悟角的和差关系，逐步过渡到几何推理.

思考

如图4-2-10，如果$\angle AOB=\angle COD$，那么$\angle AOC$和$\angle BOD$有怎样的关系？为什么？

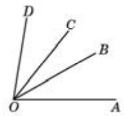


图 4-2-10

因为$\angle AOB=\angle COD$，所以

$$\angle AOB+\angle BOC=\angle COD+\angle BOC.$$

所以$\angle AOC=\angle BOD$.

在等式的两边分别加上相等的量，等式仍然成立.

我们知道，用一副三角尺可以直接画出30°、45°、60°、90°的角，利用角的和、差意义，也可以画出75°、15°等角（图4-2-11）.

小学阶段已经涉及用一副三角尺画出特殊的角，回顾这部分内容，可以复习巩固角的和差的概念，也可以对角的大小有直观认识.

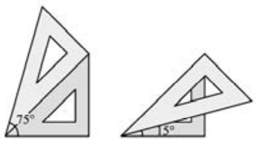


图 4-2-11

我们可以用量角器画0°～180°的角，还学过用量角器画一个角等于已知角，那么如何画角的和、差呢？

130 第4章 线段与角

例 3 如图 4-2-12，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$（$\angle\alpha>\angle\beta$）.

（1）用量角器画一个角，使它等于$\angle\alpha+\angle\beta$；

（2）用量角器画一个角，使它等于$\angle\alpha-\angle\beta$.

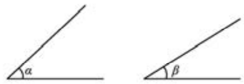


图 4-2-12

解 （1）如图 4-2-13，

① 用量角器画$\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在$\angle ABC$ 的外部用量角器画$\angle CBD=\angle\beta$.

$\angle ABD$ 是所要画的角.

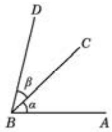


图 4-2-13

（2）如图 4-2-14，

① 用量角器画$\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在$\angle ABC$ 的内部用量角器画$\angle CBD=\angle\beta$.

$\angle ABD$ 是所要画的角.

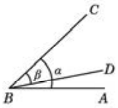


图 4-2-14

画两角的和或差，也可以先用量角器分别量出两角的度数，计算两角的度数的和或差后，再利用量角器画.

如果$\angle\alpha$ 是 n 个$\angle\beta$ 的和，那么我们就说$\angle\alpha$ 是$\angle\beta$ 的 n 倍或$\angle\beta$ 是$\angle\alpha$ 的 n 分之一，记作$\angle\alpha=n\angle\beta$ 或$\angle\beta=\frac{1}{n}\angle\alpha$.

例 4 如图 4-2-15，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$，画一个角，使它等于$2\angle\alpha-\angle\beta$.

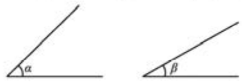


图 4-2-15

例 3、例 4，画两角的和、差，教师可以指出既可以用拼合的方法，即移动角的位置，又可以用量角器的方法，当不便作移动操作时，一般可以使用量角器的方法. 从“数”和“形”两方面进行引导角的和、差的画法.

本节课安排折纸作角平分线，目的是通过操作让学生从视觉和触觉上感受并理解角平分线，便于概念的引入.

解　如图 4-2-16，

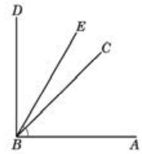


图 4-2-16

① 用量角器画$\angle ABC=\angle\alpha$；

② 以 B 为顶点，射线 BC 为一边，在$\angle ABC$ 的外部用量角器画$\angle CBD=\angle\alpha$；

③ 以 B 为顶点，射线 BD 为一边，在$\angle ABD$ 的内部用量角器画$\angle DBE=\angle\beta$.

$\angle ABE$ 就是所要画的角.

线段的中点将线段分成相等的两个部分，那么一个角也可以分成相等的两部分吗？

操作

如图 4-2-17，用纸片任意剪一个角，折叠这张纸片，使这个角的两边叠在一起，再展开，可以看到什么？

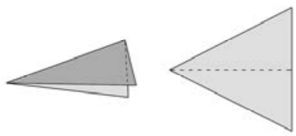


图 4-2-17

从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫作这个角的平分线.

132　第4章　线段与角

如图 4-2-18，OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，也可以说 OC 平分 $\angle AOB$.

这时，有 $\angle AOC=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB$，或 $\angle AOB=2\angle AOC=2\angle BOC$.

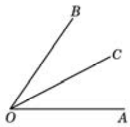


图 4-2-18

例 5 如图 4-2-19，已知 $\angle ABC$，画出它的平分线.

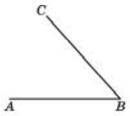


图 4-2-19

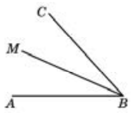


图 4-2-20

解 如图 4-2-20，

① 用量角器量得 $\angle ABC=48°$，所以 $\frac{1}{2}\angle ABC=24°$；

② 以 B 为顶点，射线 BA 为一边，在 $\angle ABC$ 的内部用量角器画 $\angle ABM=24°$. 射线 BM 就是所要画的 $\angle ABC$ 的平分线.

例 6 如图 4-2-21，$\angle ABC=90°$，$\angle CBD=30°$，BP 平分 $\angle ABD$. 求 $\angle ABD$ 和 $\angle ABP$ 的度数.

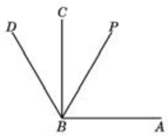


图 4-2-21

解 因为 $\angle ABC=90°$，$\angle CBD=30°$，又因为 $\angle ABD=\angle ABC+\angle CBD$，所以 $\angle ABD=90°+30°=120°$.

因为 BP 平分 $\angle ABD$，所以 $\angle ABP=\frac{1}{2}\angle ABD=60°$.

4.2 角 | 133

例 5，教师可以让学生尝试用量角器画已知角的平分线，教师加以指导并板书画法，学生依照画法动手操作画图.

例 6，通过计算角的度数，进一步加深对角的和、差、角平分线的认知. 在角的计算过程中，严谨的推理表达过程对于学生来说是困难的，需要循序渐进，建议一开始由教师带领学生进行书写.

课堂练习 4.2(3)

1. (1) $\angle COD$；$\angle AOB$；$\angle AOB$；$\angle COD$.

(2) $\angle AOB$（或$\angle BOC$、$\angle COD$）.

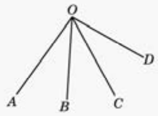
2. 略.

3. 50°. 提示：因为$\angle BOC=30^\circ$，OC是$\angle AOB$的平分线，所以$\angle AOC=\angle BOC=30^\circ$. 又因为$\angle AOD=10^\circ$，所以$\angle COD=\angle AOC-\angle AOD=30^\circ-10^\circ=20^\circ$.

$\angle BOD=\angle BOC+\angle COD=30^\circ+20^\circ=50^\circ$.

课堂练习 4.2(3)

1. 根据图形填空：



（第1题）

(1) $\angle AOD=\angle AOC+$______；

$\angle AOD=$______$+\angle BOD$；

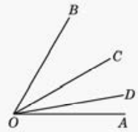
$\angle AOD=$______$+\angle BOC+$______.

(2) 如果$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$，那么$\angle AOD=3$______.

2. 如图，已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$，用量角器画两个角，使它们分别等于$2\angle\alpha+\angle\beta$和$3\angle\beta-\angle\alpha$.

（第2题）

3. 如图，OC是$\angle AOB$的平分线，OD是$\angle AOC$内的一条射线，$\angle BOC=30^\circ$，$\angle AOD=10^\circ$. 求$\angle BOD$的度数.



（第3题）

134 第4章 线段与角

（以下分析对应课本第 135～137 页）

本课教学重点

（1）理解余角、补角的概念，会求一个角的余角和补角.
（2）掌握同角(或等角)的余角相等、同角(或等角)的补角相等的性质.

本课教学建议

（1）对于余角和补角的概念教学，需要注意互为补角和互为余角主要反映角的数量关系.

（2）关于补角和余角的重要性质“同角(或等角)的余角相等”和“同角(或等角)的补角相等”，在后续学习对顶角相等以及平行线的判定和性质中都要用到. 需要注意，本节已经开始“简单说理”，用到的“理”是代数中的等式性质(第 3 章已经学过)，教学时要利用机会发展学生的推理能力，但不宜步子太大，需慢慢推进. 这里的“简单说理”，学生能用数学语言表达自己的思考过程即可，不要求严格的形式.

本课内容分析

通过观察三角尺，得出三角尺的两个锐角的数量关系，进而通过操作探究更一般的直角三角形中两个锐角的数量关系，引出互余、互补的概念. 教学时，要讲清互余、互补是两个角之间的一种数量关系，要注意互余与直角、互补与平角的联系与区别.

例 7 是有关余角、补角的计算问题. 在讲解时注意渗透方程的思想.

4. 余角、补角

问题 2 如图 4-2-22，我们所用的一副三角尺中，每把都有一个角是 $90°$，同一把三角尺的两个锐角存在着怎样的数量关系？

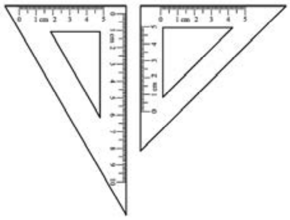


图 4-2-22

操作

画一个直角三角形，用量角器量出这个直角三角形的两个锐角的度数. 这两个锐角有什么数量关系？

如果两个角的和等于 $90°$，就说这两个角互为余角，简称互余，其中一个角称为另一个角的余角.

如果两个角的和等于 $180°$，就说这两个角互为补角，简称互补，其中一个角称为另一个角的补角.

例 7 已知一个角的补角是这个角的余角的 3 倍，求这个角的度数.

分析　根据题意，得“这个角的补角 $=3\times$ 这个角的余角”，因此可以设这个角为 $x°$，建立关于 x 的一元一次方程求解.

解　设这个角为 $x°$. 根据题意，得

$$180-x=3(90-x).$$

解得

$$x=45.$$

所以，这个角为 $45°$.

4.2 角　135

思考

如果$\angle 1$和$\angle 2$互为余角，$\angle 3$和$\angle 2$互为余角，那么$\angle 1$和$\angle 3$有什么关系？为什么？

如果$\angle \alpha$和$\angle \beta$互为补角，$\angle \gamma$和$\angle \beta$互为补角，那么$\angle \alpha$和$\angle \gamma$有什么关系？为什么？

因为$\angle 1+\angle 2=90^\circ$，$\angle 3+\angle 2=90^\circ$，所以

$$\angle 1=90^\circ-\angle 2，\angle 3=90^\circ-\angle 2.$$

所以$\angle 1=\angle 3$.

因为$\angle \alpha+\angle \beta=180^\circ$，$\angle \gamma+\angle \beta=180^\circ$，所以

$$\angle \alpha=180^\circ-\angle \beta，\angle \gamma=180^\circ-\angle \beta.$$

所以$\angle \alpha=\angle \gamma$.

我们得出：

> 同角(或等角)的余角相等；
> 同角(或等角)的补角相等.

例 8 如图 4-2-23，点 A、O、B 在同一直线上，射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$和$\angle BOC$. 在图中找出$\angle COE$的余角.

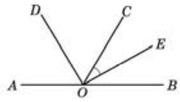


图 4-2-23

解 点 A、O、B 在同一条直线上，

$$\angle AOC+\angle BOC=180^\circ.$$

因为射线 OD 和射线 OE 分别平分$\angle AOC$和$\angle BOC$，所以

$$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC，\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC，$$

所以 $$\angle COD+\angle COE=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle BOC)=90^\circ.$$

所以$\angle COD$和$\angle COE$互为余角.

因为射线 OD 平分$\angle AOC$，所以$\angle COD=\angle AOD$，所以$\angle AOD$和

通过“思考”栏目，推导有关余角、补角的性质. 根据学生的年龄特征，采用直观与说理相结合的方式，简单说明因果关系，这样既符合学生现有的认知水平，也有利于发展学生的推理能力.（在分析过程中，教师要让学生意识到这里“因为……，所以……”就是推理.）

例 8，通过计算角的度数进一步理解余角、补角的相关概念.

课堂练习 4.2(4)

1. 略.

2. 35°.

3. 设 $\angle 2=x^\circ$，则 $\angle 1=\frac{2}{3}x^\circ$，$180-x=3\left(90-\frac{2}{3}x\right)+15$，解得 $x=105$.

所以 $\angle 1=\frac{2}{3}\times 105^\circ=70^\circ$.

习题 4.2

1. 略.

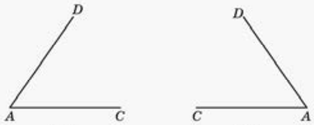
$\angle COE$ 互为余角.

所以，$\angle COE$ 的余角有 $\angle COD$、$\angle AOD$.

课堂练习 4.2(4)

1. (1) 在图(1)中画射线 AB，使 $\angle BAC$ 与 $\angle CAD$ 互余；

(2) 在图(2)中画射线 AE，使 $\angle EAC$ 与 $\angle CAD$ 互补.



(1)　　(2)

(第1题)

2. 已知一个角的补角比它的余角的2倍大 35°，求这个角的度数.

3. 已知 $\angle 1$ 的度数是 $\angle 2$ 的度数的 $\frac{2}{3}$，且 $\angle 2$ 的补角比 $\angle 1$ 的余角的3倍大 15°. 求 $\angle 1$ 的度数.

习题 4.2

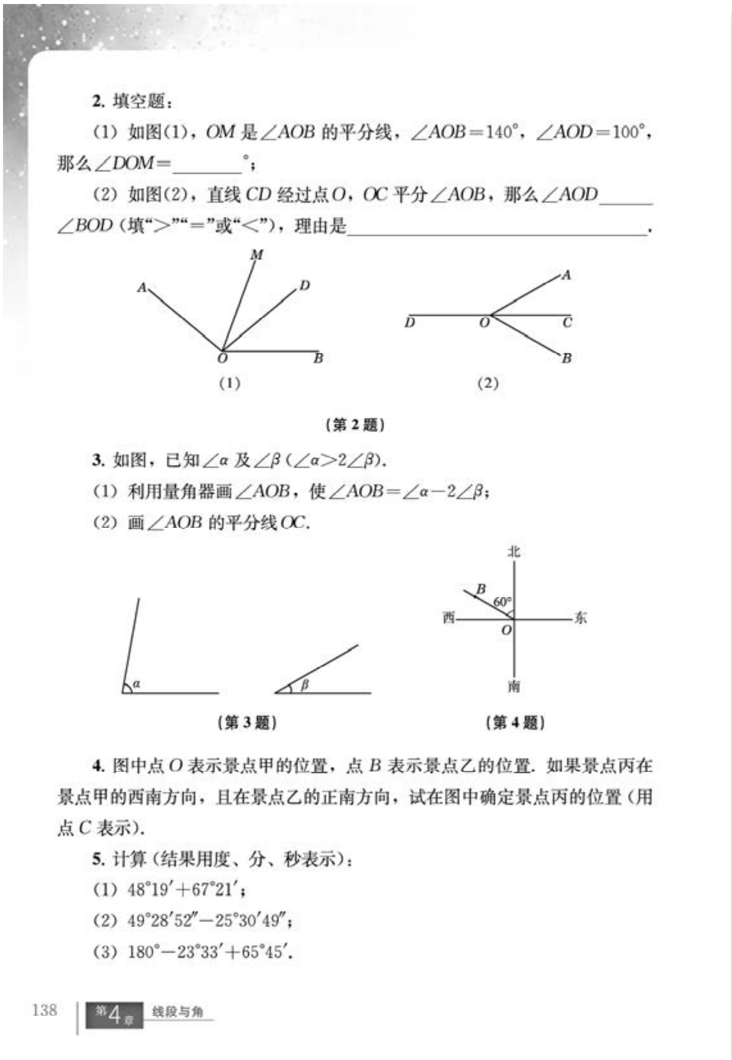
A

1. (1) 在图(1)中，用数字1、2、3、4分别标注 $\angle DAC$、$\angle CAB$、$\angle ABC$、$\angle ACB$；

(2) 在图(2)中，分别用 α、β、γ 标注 $\angle AOC$、$\angle DOE$、$\angle COD$.

(1)　　(2)

(第1题)



2. 填空题：

(1) 如图(1)，OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，$\angle AOB=140°$，$\angle AOD=100°$，那么 $\angle DOM=$_______°；

(2) 如图(2)，直线 CD 经过点 O，OC 平分 $\angle AOB$，那么 $\angle AOD$______ $\angle BOD$（填“$>$”“$=$”或“$<$”），理由是____________________.

(1)　　(2)

（第 2 题）

3. 如图，已知 $\angle\alpha$ 及 $\angle\beta$（$\angle\alpha>2\angle\beta$）.

(1) 利用量角器画 $\angle AOB$，使 $\angle AOB=\angle\alpha-2\angle\beta$；

(2) 画 $\angle AOB$ 的平分线 OC.

（第 3 题）　　（第 4 题）

4. 图中点 O 表示景点甲的位置，点 B 表示景点乙的位置. 如果景点丙在景点甲的西南方向，且在景点乙的正南方向，试在图中确定景点丙的位置（用点 C 表示）.

5. 计算（结果用度、分、秒表示）：

(1) $48°19'+67°21'$；

(2) $49°28'52''-25°30'49''$；

(3) $180°-23°33'+65°45'$.

138　第4章　线段与角

2.（1）30.

（2）=；等角的补角相等.

3. 略.

4. 略.

5.（1）$115°40'$.

（2）$23°58'3''$.

（3）$222°12'$.

6. 19°，149°.

7.（1）30°.

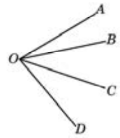
（2）20°. 提示：设$\angle COM=x°$，则$\angle BON=(x+30)°$，$\angle AOM=2\angle COM=2x°$. 所以 $2x+90+(x+30)=180$. 解得 $x=20$，所以$\angle COM=20°$.

（3）设$\angle COM=x°$. 因为$\angle MON=90°$，所以$\angle CON=90°-x°$. 又因为 OC 平分$\angle AON$，所以 $\angle AON=2\angle CON=180°-2x°$.

因为$\angle AON+\angle BON=180°$，所以$\angle BON=2x°$.

所以$\angle BON=2\angle COM$.

6. 如图，已知$\angle AOD=81°$，OC 平分$\angle BOD$，$\angle AOB=(x+8)°$，$\angle COD=(3x-2)°$. 求$\angle AOB$ 的度数和$\angle COD$ 的补角的度数.



（第 6 题）

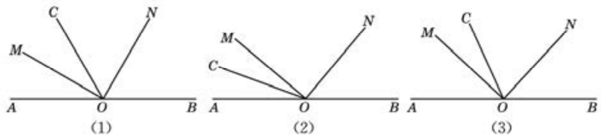
B

7. 已知 O 是直线 AB 上一点，$\angle MON=90°$，OC 是以 O 为顶点的一条射线.

（1）如图(1)，如果 ON 平分$\angle BOC$，$\angle BON=60°$，求$\angle COM$ 的度数；

（2）如图(2)，如果 OC 平分$\angle AOM$，$\angle BON$ 比$\angle COM$ 大 30°，求$\angle COM$ 的度数；

（3）如图(3)，如果 OC 平分$\angle AON$，试判断$\angle BON$ 与$\angle COM$ 的数量关系，并说明理由.



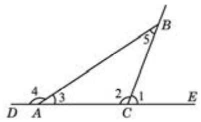
（第 7 题）

◎复习题

A

1. 将图中的角用不同方法表示出来，并填写下表：

∠1		∠3	∠4	
	∠BCA			∠ABC

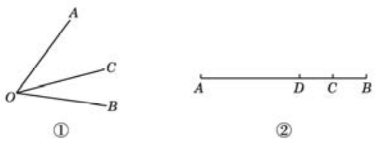


（第 1 题）

2. （1）如果$\angle\alpha=39°21'$，那么$\angle\alpha$ 的补角为_______；

（2）如图①，已知$\angle AOB=62°$，$\angle BOC=23°18'$，那么$\angle AOC=$_______；

（3）如图②，如果 $BD=16$ mm，$BD=\frac{2}{5}AB$，C 是线段 BD 的中点，那么 $AC=$_______ mm.



（第 2 题）

3. 如图，已知线段 m、n、p，用直尺和圆规画线段 AB，使得 $AB=m+n-2p$.

复习题

1. 从左到右、从上到下依次填写：$\angle BCE$；$\angle 2$；$\angle BAC$；$\angle BAD$；$\angle 5$.

2.（1）$140°39'$.

（2）$38°42'$.

（3）32.

3. 略.

4. 略.

5.（1）$61°43'42''$.

（2）$160°14'35''$.

6.（1）略.

（2）图略；南偏西 60°或北偏东 20°.

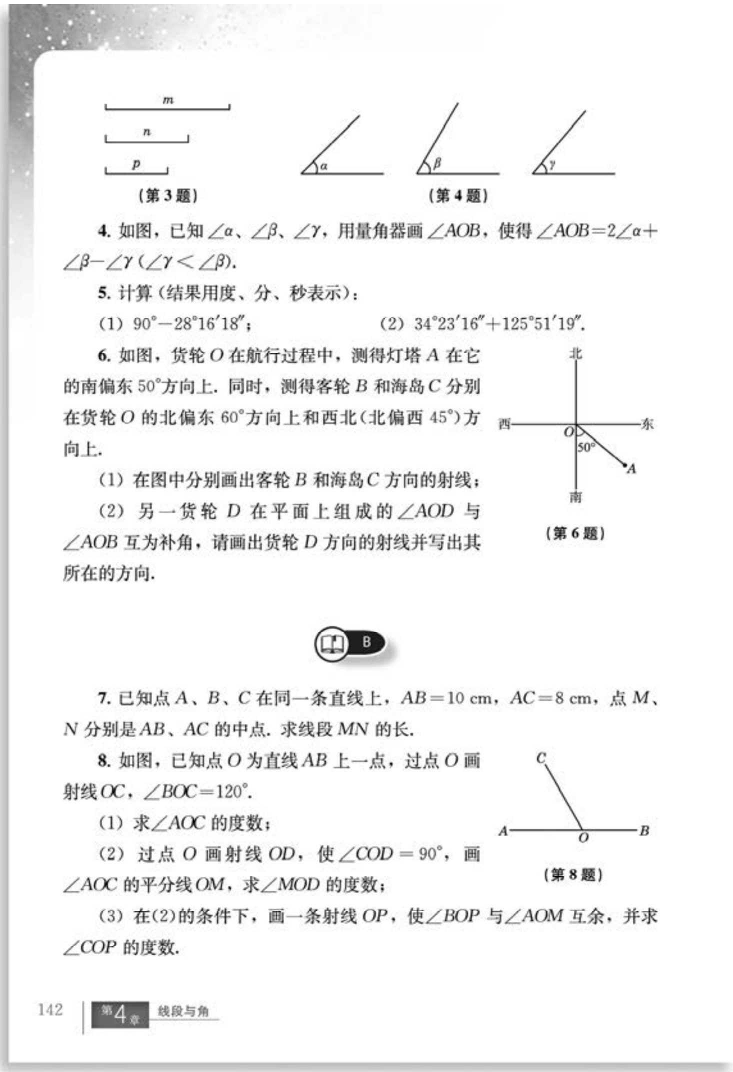
7. 因为 M、N 分别是 AB、AC 的中点，所以 $AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$AN=NC=\frac{1}{2}AC$.

① 当点 C 在线段 AB 上时，$MN=AM-AN=\frac{1}{2}(AB-AC)=1$ cm.

② 当点 C 在线段 BA 的延长线上时，$MN=AM+AN=\frac{1}{2}(AB+AC)=9$ cm.

综上所述，$MN=1$ cm 或 9 cm.

8.（1）$\angle AOC=180°-\angle BOC=180°-120°=60°$.


m

n

p

（第 3 题）

α β γ

（第 4 题）

4. 如图，已知 $\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$，用量角器画 $\angle AOB$，使得 $\angle AOB=2\angle\alpha+\angle\beta-\angle\gamma$ ($\angle\gamma<\angle\beta$).

5. 计算（结果用度、分、秒表示）：

(1) $90°-28°16'18''$；　　(2) $34°23'16''+125°51'19''$.

6. 如图，货轮 O 在航行过程中，测得灯塔 A 在它的南偏东 50°方向上. 同时，测得客轮 B 和海岛 C 分别在货轮 O 的北偏东 60°方向上和西北（北偏西 45°）方向上.

(1) 在图中分别画出客轮 B 和海岛 C 方向的射线；

(2) 另一货轮 D 在平面上组成的 $\angle AOD$ 与 $\angle AOB$ 互为补角，请画出货轮 D 方向的射线并写出其所在的方向.

北 西 东 南 O 50° A

（第 6 题）

B

7. 已知点 A、B、C 在同一条直线上，$AB=10$ cm，$AC=8$ cm，点 M、N 分别是 AB、AC 的中点. 求线段 MN 的长.

8. 如图，已知点 O 为直线 AB 上一点，过点 O 画射线 OC，$\angle BOC=120°$.

(1) 求 $\angle AOC$ 的度数；

(2) 过点 O 画射线 OD，使 $\angle COD=90°$，画 $\angle AOC$ 的平分线 OM，求 $\angle MOD$ 的度数；

(3) 在(2)的条件下，画一条射线 OP，使 $\angle BOP$ 与 $\angle AOM$ 互余，并求 $\angle COP$ 的度数.

C A O B

（第 8 题）

142　第 4 章　线段与角

（2）因为 OM 是 $\angle AOC$ 的平分线，所以 $\angle COM=\frac{1}{2}\angle AOC=30°$.

① 当点 D 在线段 OC 右侧时〔如图(1)〕，$\angle MOD=\angle COD+\angle COM=120°$.

② 当点 D 在线段 OC 左侧时〔如图(2)〕，$\angle MOD=\angle COD-\angle COM=60°$.

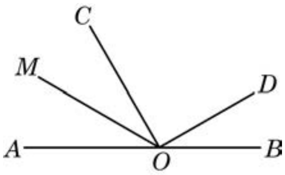
综上所述，$\angle MOD=120°$或 60°.

（3）由(2)得 $\angle AOM=30°$，因为 $\angle BOP$ 与 $\angle AOM$ 互余，所以 $\angle BOP+\angle AOM=90°$. 所以 $\angle BOP=60°$.

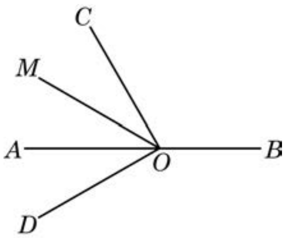
① 当 OP 在 $\angle BOC$ 内部时〔如图(3)〕，$\angle COP=\angle BOC-\angle BOP=60°$.

② 当 OP 在 $\angle BOC$ 外部时〔如图(4)〕，$\angle COP=\angle BOC+\angle BOP=180°$.

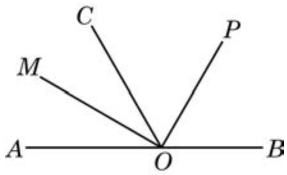
综上所述，$\angle COP=60°$或 180°.



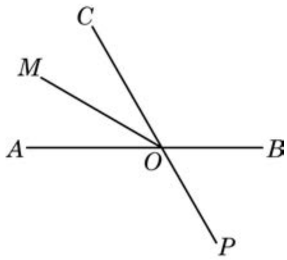
(1)



(2)



(3)



(4)

(第 8 题)

综合与实践

你的膳食健康吗?

情境与主题分析

为让每个公民了解自己日常的饮食是否营养健康，中国营养学会针对不同年龄段定期发布膳食指南. 2022 年发布的《中国学龄儿童膳食指南(2022)》包括 6～10 岁、11～13 岁、14～17 岁三个年龄段的平衡膳食标准，用“膳食宝塔图”结合详细数据，具体说明不同年龄段学生每天应该摄入的食物数量.

本实践活动引导学生对照上述膳食指南，分析自己的膳食搭配是否平衡，学会依据数据改进日常膳食习惯，给自己一个健康的身体.

这是一个跨学科的主题活动，以日常膳食为任务情境，要求学生对照膳食标准，发挥数据收集与分析的能力，通过适当的单位换算、有理数运算等，发现各自膳食的特点，进一步根据膳食宝塔改善膳食习惯，制订更为科学的食谱. 学生将体会通过跨学科主题学习建立不同学科之间联系的过程，锻炼用学过的知识和方法解决简单的实际问题的能力.

活动过程分析

活动过程中，学生将进行数据收集、分类、整理，通过比较有理数大小，进行数学运算等步骤，学会用数学语言表达日常膳食的情况. 同时，教师可以引导学生从营养学角度思考膳食的营养成分，掌握用科学的方法关注日常生活.

课前准备

- **内容**

1. 在正式活动前，每个学生需要关注自己某一天早、中、晚三餐的用餐情况.
2. 将具体的数据信息记录在“一天用餐情况记录表”(教科书中表 1)中.

- **意图**

1. 发展学生从现实情境中收集相关数据、记录数据、分类数据的能力.
2. 帮助学生以积极的状态投入此主题活动，并且与家人交流此主题活动.

活动 1

- **内容**

1. 围绕营养学会发布的膳食宝塔图，阅读并理解其中对食物的分类.

2. 每个学生重组自己在课前填写的用餐数据，将日常单位(如碗、杯、块、个等)换算成膳食宝塔中的单位，并将相应的数据填入“用餐食物种类记录表”(教科书中表 2).

3. 组内成员交换记录表，对照膳食宝塔给出的标准数据，进行一定计算. 如果实际数据比标准数据大，用正数表示“差异”；如果比标准数据小，用负数表示“差异”.

4. 将所计算出的“差异”数据分别填入“与平衡膳食宝塔标准数据的对照表”(教科书中表 3). 小组内讨论，针对该表中的信息，给每个成员一些膳食的建议，并用数学语言说明为什么给出如此建议.

- **意图**

1. 发展学生读懂膳食宝塔中数据的能力，帮助学生理解数据对于健康膳食的意义.

2. 发展学生将日常表示的数据转化为标准数据的能力.

3. 引导学生用数学语言说明膳食平衡上的缺陷.

活动 2

- **内容**

1. 围绕膳食平衡标准，结合各自的饮食习惯，制订一天的食谱.

2. 小组内交流不同的一天食谱，并说明这些食谱的膳食平衡情况.

- **意图**

引导学生学会用数学语言表示膳食情况，并以积极的态度参与食谱方案的制订.

拓展活动

- **内容**

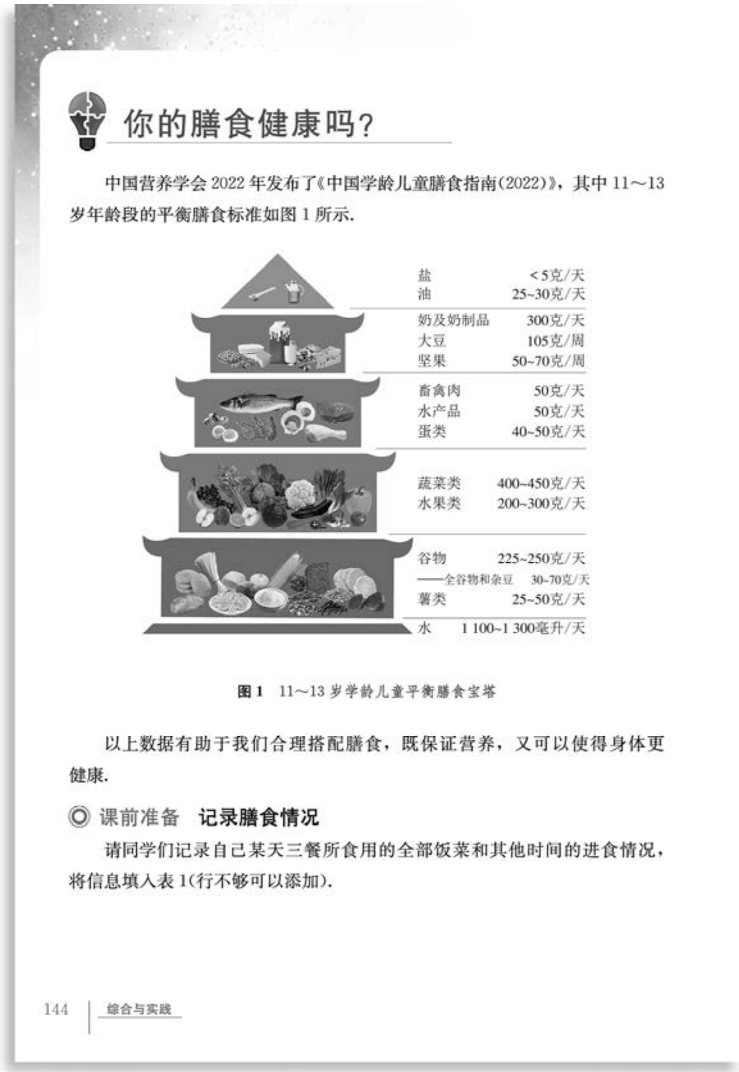
小组合作，根据膳食宝塔以及食物营养成分的知识，讨论并制订出一周的健康食谱.

- **意图**

引导学生主动关心膳食健康问题，有理有据地制订食谱，提高自我管理能力.

教学过程设计

建议按照如下过程组织学生开展活动，要鼓励学生呈现自己真实的用餐情况，了解中国营养学会提供的膳食宝塔以及可能的营养成分内容等，尝试用数学语言（有理数等）分析、改进自己的用餐情况.



你的膳食健康吗？

中国营养学会 2022 年发布了《中国学龄儿童膳食指南(2022)》，其中 11～13 岁年龄段的平衡膳食标准如图 1 所示.

图 1 11～13 岁学龄儿童平衡膳食宝塔

以上数据有助于我们合理搭配膳食，既保证营养，又可以使得身体更健康.

◎ 课前准备 **记录膳食情况**

请同学们记录自己某天三餐所食用的全部饭菜和其他时间的进食情况，将信息填入表 1(行不够可以添加).

144 | 综合与实践

◎ **课前准备**

• **教学设计**

教师给学生布置任务，请学生在正式活动前，收集好一日三餐的情况，将信息填入教科书中的表 1. 例如，下面是王同学的记录表（表一）.

表一 王同学一天用餐情况记录表

姓名：王同学	日期：2022 年 6 月 7 日	
时间	**食物名称（如米饭、红烧肉等）**	**数量（单位：碗/杯/块/个/……）**
早餐（家里）	三明治（自制），包括一个荷包蛋（40 g）、一串里脊肉（20 g）、两片生菜（10 g）、两片全麦面包（50 g）	2 个，约 240 g
	优酸乳	1 瓶，250 mL
午餐（学校）	红烧肉	1 份，50 g
	青菜	1 份，80 g
	西兰花	1 份，100 g
	米饭	1 份，100 g
	红豆汤	1 碗，150 mL

（续表）

时间	食物名称(如米饭、红烧肉等)	数量(单位：碗/杯/块/个/……)
晚餐(家里)	梅干菜扣肉	1 份，100 g
	青椒肉丝	1 份，100 g
	油焖笋干	1 份，50 g
	米饭	1 碗，100 g
	蛋花汤	1 碗，150 mL
其他	白开水	1 瓶，900 mL
	香蕉	1 根，120 g

- **注意事项**

1. 当学生无法把握用餐中食物的名称、数量时，可以咨询家长或其他有经验的人.
2. 教师可以根据实际需要调整表格栏目.

- **课时建议**　1 课时

表 1　一天用餐情况记录表

姓名：	日期：	
时间	食物名称(如米饭、红烧肉等)	数量(单位：碗/杯/块/个/……)
早餐		
午餐		
晚餐		
其他		

活动 1　**分析膳食结构**

(1) 请根据图 1 中提供的食物种类和数量，重新整理表 1 中的各项信息和数据，填入表 2. 如有疑问，可查阅资料或咨询他人.

表 2　用餐食物种类记录表

姓名：	日期：	
食物种类	具体食物(指出来自哪餐的食物)	具体数量(单位：g 或 mL)
水		
谷物		
薯类		
蔬菜类		
水果类		

你的膳食健康吗？　145

活动 1

- **教学设计**

教师应指导学生依据膳食宝塔对一日三餐所食用的具体食物进行拆分，并对食物数量进行估计. 例如，下表(表二)是根据“王同学一天用餐情况记录表”(表一)，对具体食物及其数量进行重新分类与组合后填写的“用餐食物种类记录表”.

表二　用餐食物种类记录表

姓名：王同学		日期：2022 年 6 月 7 日	
食物种类	**具体食物**	**具体数量**	**小计**
水	红豆汤	150 mL	
	蛋花汤	150 mL	
	白开水	900 mL	
谷物	三明治中的全麦面包	100 g	
	米饭	200 g	
薯类			

（续表）

食物种类	具体食物	具体数量	小计
蔬菜类	三明治中的生菜	20 g	
	青菜	80 g	
	西兰花	100 g	
	梅干菜扣肉中的梅干菜	40 g	
	青椒肉丝中的青椒	80 g	
	油焖笋干	50 g	
水果类	香蕉	120 g	
畜禽肉	三明治中的里脊肉	40 g	
	红烧肉	50 g	
	梅干菜扣肉中的肉	60 g	
	青椒肉丝中的肉	20 g	
水产品			
蛋类	三明治中的荷包蛋	80 g	
奶及奶制品	优酸乳	250 mL	
大豆			
坚果			

- **注意事项**

教师可以根据实际需要调整表格栏目，这里在原表格中增加了“小计”一列，便于学生分组讨论时，计算不同食物种类的质量.

- **建议课时** 1 课时

（续表）

食物种类	具体食物（指出来自哪餐的食物）	具体数量（单位：g 或 mL）
畜禽肉		
水产品		
蛋类		
奶及奶制品		
大豆		
坚果		

（2）小组讨论.

组内同学交换食物种类记录表，分别为其他同学计算食物数量与膳食宝塔的标准数据的差异，将数据填入表 3. 如果比标准数据多，用正数表示；如果比标准数据少，用负数表示. 进一步，对照膳食宝塔标准，判断同学们一天的膳食情况是否合理，若不合理，相互给出建议，保证健康饮食.

表 3 与平衡膳食宝塔标准数据的对照表

姓名：	日期：
食物种类	用正数或负数表示与标准数据的差异
水	
谷物	
薯类	
蔬菜类	
水果类	
畜禽肉	
水产品	
蛋类	
奶及奶制品	

146 综合与实践

小组讨论

- **教学设计**

教师组织学生分小组进行活动. 组内成员交换“用餐食物种类记录表”，为其他成员计算不同食物种类的食物数量，要求学生对照膳食宝塔写下计算式子，把结果填入教科书中的表 3，用正数或负数表示与标准数据的差异.

例如，经过计算：

王同学一天喝水量为：150＋150＋900＝1 200(mL).

食用的谷物量为：100＋200＝300(g).

再比较数据：标准的喝水量要求每天不少于 1 100 mL，同时不多于 1 300 mL，王同学一天喝水量为 1 200 mL，符合标准. 标准的谷物摄入量一天不多于 250 g，王同学一天吃的谷物量为 300 g，超出标准 50 g，记为＋50 g.

- **注意事项**

1. 教师巡视各小组，与组内学生对话，检查学生对记录在表 3 中的正数、负数的理解.

2. 教师鼓励小组成员相互督促，尤其注意对表中问题“膳食合理吗？你的建议是什么？”的回答的检查，判断回答是否合适.

3. 在学生同意的前提下，张贴学生已经填写好的表 3. 学生可以借此相互借鉴，并向膳食平衡的同学学习.

- **建议课时** 1 课时

（续表）

食物种类	用正数或负数表示与标准数据的差异
大豆	
坚果	
膳食合理吗？你的建议是什么？	

活动 2 制订一天的健康食谱

（1）请每名同学根据自己的饮食习惯，结合膳食宝塔标准，制订一天的健康食谱，并将具体信息填入表 4.

表 4　一天健康膳食食谱表

姓名：		日期：
时间	食物名称	所含食物种类与数量
早餐		
午餐		
晚餐		
其他		

（2）分组交流以上食谱. 再次进行活动 1，重新填写表 2 和表 3，比比谁的食谱更健康.

◎ 拓展活动

请同学们根据自己的饮食习惯，结合膳食宝塔标准，制订一周的健康食谱.

你的膳食健康吗？　147

活动 2

- **教学设计**

1. 为保证学生能在课堂教学中完成任务，教师可事先准备一些食谱，并且标上相应的食物数量，供学生选择. 有条件的学校，可以让学生自行搜集食谱类的资料，为自己制订食谱.

2. 教师组织学生分小组交流讨论，引导学生参考膳食宝塔标准数据，分析自己制订的一天食谱是否健康. 组织学生通过数据整理、计算和比较，找出健康平衡的食谱，或者改进自己制订的一天食谱，并说明理由.

- **注意事项**

鼓励学生从数据的角度判断食谱的平衡情况.

- **建议课时**　1 课时

拓展活动

- **教学设计**

1. 教师可提前收集具体的食谱或者学校食堂近一个月的食谱，提供给学生参考，也鼓励学生自己收集食谱，在此基础上根据自己的饮食习惯，搭配一周的食谱.

2. 组织学生计算自己一周食谱中各种食物的数量，并对照膳食宝塔标准数据分析食谱的膳食平衡程度加以改进.

3. 全班或者全年级学生以手绘海报的方式与他人交流自制食谱，在食谱上要标出食物的具体数量，用数学语言说明食谱中各种食物的平衡情况. 进一步，可以用科学或者生物学语言说明食谱中的各种营养成分情况. 教师也可以邀请学校食堂厨师点评学生们的食谱.

- **注意事项**

教师可以事先准备一些科学或生物课上关于食物营养成分的素材，引导学生从营养成分的角度分析食谱的营养情况.

- **建议课时**　2 课时

评价建议

本实践活动包括个人活动和小组活动，可用如下工具让学生根据自己的活动经历进行反思评价. 表三、表四中用 5、4、3、2、1 的评分依次表示各项评价内容由高到低的水平或程度.

表三　个人表现评价

<table>
<tr><td colspan="3">学生姓名：</td><td colspan="3">所在小组名称：</td></tr>
<tr><td colspan="6">小组分工(主要负责哪些任务)：</td></tr>
<tr><th rowspan="2">评价内容</th><th colspan="5">评分</th></tr>
<tr><th>5</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th></tr>
<tr><td>数据整理能力</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>运算能力</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>参与活动兴趣</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>参与团队交流</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>数学表达能力</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>日常膳食分析</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">个人有哪些其他收获？哪些困惑？</td></tr>
</table>

表四　小组活动评价

<table>
<tr><td colspan="3">小组名称：</td><td colspan="3">成员姓名：</td></tr>
<tr><th rowspan="2">评价内容</th><th colspan="5">评分</th></tr>
<tr><th>5</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th></tr>
<tr><td>数据信息交流</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>数学对话表达</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>膳食方案互评</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>改进建议分享</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>小组分工协作</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">小组有哪些其他收获？哪些困惑？</td></tr>
</table>

最后，教师可综合以上两个表格对每名学生在本次活动中的表现作出评价.

参考文献

[1] 中国营养学会. 中国居民膳食指南(2022)[M]. 北京：人民卫生出版社，2022.
[2] 中国营养学会. 中国学龄儿童膳食指南(2022)[M]. 北京：人民卫生出版社，2022.

上海一日游计划制订

情境与主题分析

我国有丰富的旅游资源，包括壮美的自然景观、多姿多彩的民俗文化、深厚的历史人文等. 旅游已成为人们生活的一部分，且旅游方式越来越多地向“自助游、深度游”转变，因此制订一份合理的旅游计划就显得非常重要. 计划的制订要综合考虑旅游的目的、出行方式、住宿、当地的气候以及风土人情，做好统筹规划.

这个主题活动引导学生关心居住地——上海，鼓励学生走出教室，走进社会，访名人旧居，参观博物馆，游览水乡古镇，了解上海深厚的城市文化和历史传承，深度感受江南水乡的生活气息，体验各景点的人文气息.

本活动要求学生自己制订旅游方案，主要任务是做费用预算. 在活动过程中，学生可以加深对用字母表示数的理解并进行数学运算，进一步认识如何用数学模型判别预算方案的意义.

活动过程分析

本实践活动以“上海一日游计划制订”为任务情境，建议学生分组进行活动. 各组根据成员的兴趣爱好，选择相关主题制订一日游计划. 各组学生一方面需要对游玩景点、时间、交通以及经费等进行统筹，给出旅游计划；另一方面需要对旅游主题进行介绍，说明旅游的意义.

活动 1

- **内容**

1. 围绕“班级计划组织一次学校附近 A 景区的半日游玩活动”开展预算制订.

2. 每个学生独立思考，回答关于交通费、景区门票、游船票以及半日游总费用等问题.

- **意图**

1. 引导学生用数学语言(字母表示数等)表示各项费用的数额，并阐述选择各项方案的理由.

2. 发展学生综合运用生活实际经验、数学知识等判断费用模型的可行性和有效性的能力，和统筹规划的意识.

3. 帮助学生在交流中认识自己在数学表达或数学模型建立上的不足，及时改进优化.

活动 2

- **内容**

1. 学生分组，确定小组名称等. 每组充分讨论，选择一个旅游主题，整理与该主题相关的文化、历史等资料.

2. 每组规划旅游方案，包括说明出发与返程时间、明确安全事项、确定交通工具、制订预算费用等，最后绘制旅游计划海报.

3. 各组分享交流主题旅游计划，小组间相互分析、评判方案，并分别改进.

4. 各组根据旅游计划进行游览，并根据实践中得到的数据再次优化旅游计划.

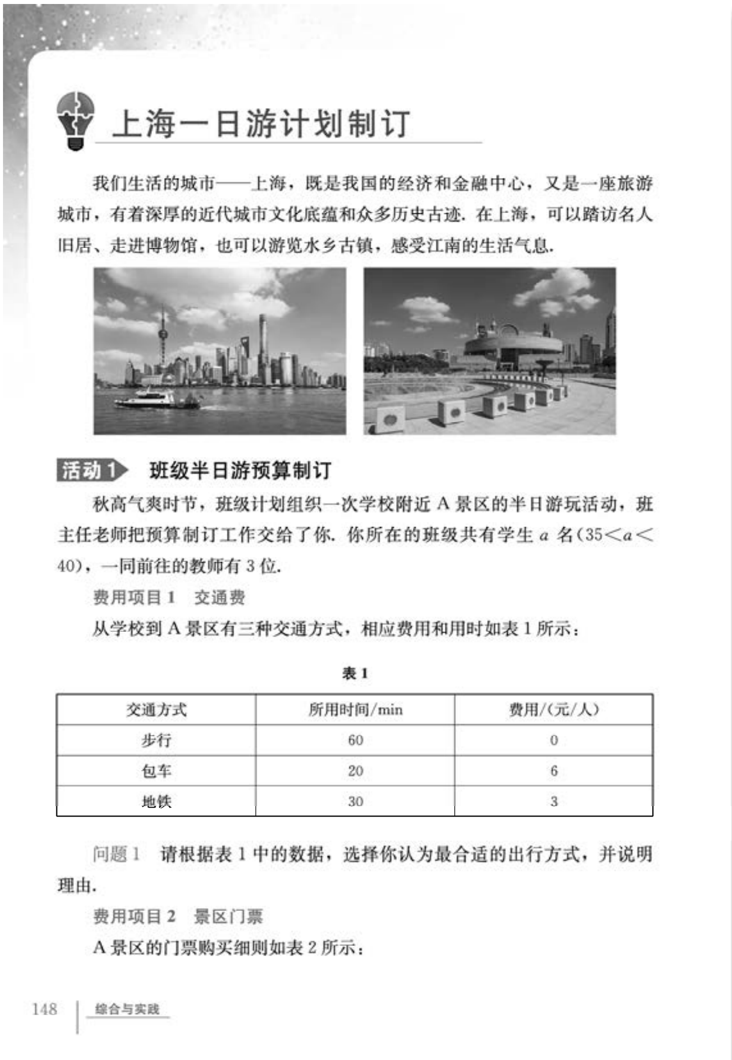
- **意图**

1. 引导学生形成全面思考问题的意识，帮助学生统筹安排旅游中的各个环节，引导学生用数学的语言阐述计划中各个环节设计的理由.

2. 发展学生分工协作的能力，引导学生发挥各自特长，用数学工具完善旅游方案或者根据人文地理素材介绍旅游的意义.

教学过程设计

本实践活动由个人活动和小组活动组成. 个人活动旨在积累制订费用预算的经验，小组活动则要完成一个具体的上海主题游的计划.



上海一日游计划制订

我们生活的城市——上海，既是我国的经济和金融中心，又是一座旅游城市，有着深厚的近代城市文化底蕴和众多历史古迹. 在上海，可以踏访名人旧居、走进博物馆，也可以游览水乡古镇，感受江南的生活气息.

活动 1　班级半日游预算制订

秋高气爽时节，班级计划组织一次学校附近 A 景区的半日游玩活动，班主任老师把预算制订工作交给了你. 你所在的班级共有学生 a 名（$35<a<40$），一同前往的教师有 3 位.

费用项目 1　交通费

从学校到 A 景区有三种交通方式，相应费用和用时如表 1 所示：

表 1

交通方式	所用时间/min	费用/(元/人)
步行	60	0
包车	20	6
地铁	30	3

问题 1　请根据表 1 中的数据，选择你认为最合适的出行方式，并说明理由.

费用项目 2　景区门票

A 景区的门票购买细则如表 2 所示：

148 | 综合与实践

活动 1

- **教学设计**

1. 教师进行主题活动引入，询问班级学生旅游的经历，特别是“自助游”的经历.

2. 教师提出本节课的活动任务：班级半日游预算制订.

3. 教师组织学生独立完成关于交通费、景区门票、游船票以及半日游总费用四个问题，要求学生用含字母的式子表示各项费用.

例如，学生根据给出的交通费信息，计算得到：

如果步行前往 A 景区，那么总费用为 0 元，但是往返时间需要 2 h.

如果包车前往 A 景区，每人 6 元，现在班上有 a 名学生和 3 位教师一同前往，那么总费用为 $6(a+3)$元，其中 $35<a<40$. 往返的总费用为 $12(a+3)$元，所用总时间为 40 min.

如果乘坐地铁前往 A 景区，每人 3 元，总交通费用为 $3(a+2)$元. 往返的总费用为 $6(a+2)$元，所用总时间为 60 min.

- **建议课时**　1 课时

4. 在班级层面组织学生交流四个问题的答案.

5. 教师进行点评，给出优化建议，并且引导学生总结制订一份合理的旅游计划应该综合考虑哪些方面.

- **注意事项**

1. 教师在主题活动引入时可以借助多种方式展现上海丰富的人文景观和自然景色，激发学生的兴趣.

2. 在学生自主完成四个问题的解答时，教师要及时地给予帮助，引导学生用数学语言表达.

3. 学生在阐述选择的理由时，教师应该关注学生语言表达的准确性.

- **建议课时**　1 课时

表 2

类别		单价/元	购票说明
个人票	成人	20	18 周岁及以上
	学生	10	以小学或中学的学生证为准
	学龄前	0	不超过 6 周岁
团体票	30 人及以上	12	整个团体成员都须买票

问题 2　请根据表 2 中的数据，选择你认为最合适的购票方式，并说明理由.

费用项目 3　游船票

A 景区里的游船有两种，票价和乘坐的人数如表 3 所示：

表 3

类别	游船载客数/(人/艘)	费用/(元/艘)
A 种游船	6	50
B 种游船	4	40

问题 3　请根据表 3 中的数据，选择你认为最合适的船票购买方案，并说明理由.

问题 4　请你计算这次半日游的总费用.

活动 2　**分组一日游计划制订**

确定分组，制订计划

请同学们用一周左右的时间完成以下三项任务：

1. 自由组合，每小组 6 人左右，确定小组名称，推选组长.

2. 充分讨论，确定一日游的主题和地点. 例如：

(1) 红色之旅，如中共一大纪念馆、陈云故居、周公馆等.

(2) 场馆之旅，如上海博物馆、上海科技馆、上海自然博物馆等.

(3) 古镇之旅，如朱家角古镇、枫泾古镇、新场古镇等.

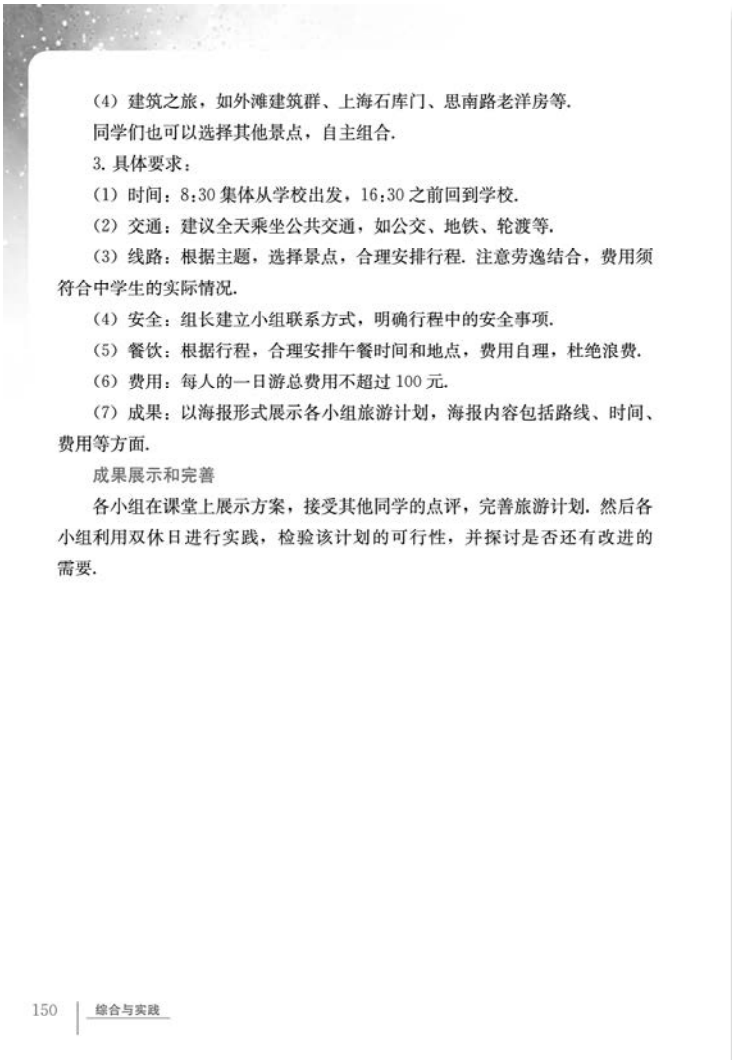
活动 2

- **教学设计**

第 1 课时

1. 教师组织学生分组，可以自愿组合，也可以用抽签等其他方法分组. 每一小组以 6 人左右为宜.

2. 小组内推选组长，确定小组名称. 在充分讨论的基础上，各小组确定一个旅游主题.



（4）建筑之旅，如外滩建筑群、上海石库门、思南路老洋房等.

同学们也可以选择其他景点，自主组合.

3. 具体要求：

（1）时间：8:30 集体从学校出发，16:30 之前回到学校.

（2）交通：建议全天乘坐公共交通，如公交、地铁、轮渡等.

（3）线路：根据主题，选择景点，合理安排行程. 注意劳逸结合，费用须符合中学生的实际情况.

（4）安全：组长建立小组联系方式，明确行程中的安全事项.

（5）餐饮：根据行程，合理安排午餐时间和地点，费用自理，杜绝浪费.

（6）费用：每人的一日游总费用不超过 100 元.

（7）成果：以海报形式展示各小组旅游计划，海报内容包括路线、时间、费用等方面.

成果展示和完善

各小组在课堂上展示方案，接受其他同学的点评，完善旅游计划. 然后各小组利用双休日进行实践，检验该计划的可行性，并探讨是否还有改进的需要.

150 综合与实践

3. 小组内明确分工. 例如，有人负责主题旅游内容的整理（从文化、历史等角度整理旅游景点的各种故事），有人负责旅游安全事项的起草，有人负责总费用的预算制订，有人负责可能的对外联络工作等.

4. 分工协作，完成一日游计划的制订，并以海报形式展示旅游方案.

第 2 课时

1. 各小组进行一日游计划的分享交流.

2. 教师组织组与组之间的分析和点评，并提供旅游方案的评价表.

3. 各小组在班级其他同学点评的基础上进一步完善优化旅游计划.

- **注意事项**

1. 教师应指导学生从多渠道了解上海市的人文景观，并整理成文本.

2. 教师应根据班级实际情况制订方案设计评价表，从时间安排、景点选择及介绍、交通方式、线路规划、经费使用等多方面进行评价打分.

3. 在学生分组和确定组长时，教师应给予适当的协调和指导.

4. 教师应及时了解各组学生选择的旅游主题，尽量避免主题重复.

5. 教师在每个小组最终方案出来后，引导学生在确保安全的前提下，利用双休日进行实践，鼓励学生反思所设计的方案是否需要进一步改进.

- **建议课时**　2 课时

评价建议

本主题活动主要形式是小组活动，各小组分工合作，统筹考虑各种因素，制订出体现上海文旅特色的一日游计划. 因此，可以从小组成员活动情况和小组活动结果两个方面评价学生在本活动中的表现.

表一　小组成员活动情况表(每名学生自己填写)

<table>
<tr><td colspan="6">学生姓名：</td><td colspan="0">所在小组名称：</td></tr>
<tr><td colspan="7">小组分工(主要负责哪些任务)：</td></tr>
<tr><th rowspan="2">活动内容</th><th colspan="5">评分</th></tr>
<tr><th>5</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th></tr>
<tr><td>团队合作</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>独立思考</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>数学运算</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>数学表达</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>活动兴趣</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>总体表现</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

表二　小组活动结果评价表

<table>
<tr><td colspan="3">学生姓名：</td><td colspan="3">所在小组名称：</td></tr>
<tr><th rowspan="2">活动结果</th><th colspan="5">评分</th></tr>
<tr><th>5</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th></tr>
<tr><td>旅游计划逻辑性</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>旅游计划完整性</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>旅游计划专业性</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>汇报表现</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>团队表现</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

最后，教师可综合以上两个表格对每名学生在本次活动中的表现作出评价.

附录

《练习部分》参考答案与提示

第 1 章　有理数

1.1　有理数的引入

课后练习 1.1(1)

1.（1）√.（2）×.（3）×.（4）√.

2.（1）运出货物 40 t.（2）亩产量减少 100 kg；亩产量没有变化.（3）+59 m.

3. 正数：3、6、0.3、$\frac{8}{5}$；负数：−1、−0.56、$-\frac{1}{3}$、−2.8.（答案不唯一）

4.（1）−12 m.（2）向右移动 8 m.

5. 艾丁湖低于海平面 154.31 m.

6. 正数：0.05、$\frac{1}{8}$、25；负数：−16、$-\frac{8}{13}$；整数：−16、0、25.

7. 正数表示比 250 mL 多的毫升数，负数表示比 250 mL 少的毫升数. 可以通过正负数来得到牛奶是多还是少，从而判断这批牛奶的体积是否符合标准.（答案不唯一）

课后练习 1.1(2)

1.（1）×.（2）×.（3）×.（4）√.

2. 补画正方向和单位长度，图略.

3. 点 A 表示的数为−2，点 B 表示的数为 0，点 C 表示的数为 4.

4.（1）负数.（2）1、2、3.（3）原点.（4）右；$6\frac{1}{2}$.

5. 略.

6.（1）点 A 表示的数为 3，点 B 表示的数为 5，点 C 表示的数为−2.（2）向右移动了 5 个单位长度.

课后练习 1.1(3)

1.（1）−15；$\frac{2}{3}$；−3.2.（2）0.（3）−2 023.

2.（1）7.（2）2.4.（3）$2\frac{1}{4}$.

3. B.

4. 所求的相反数分别为：-2.5、$1\frac{1}{3}$、0、3、$\frac{1}{4}$.（画图略）

5. 根据题意，某数与 6 的和为 9，故该数为 3，所以这个数的相反数为-3.

6.（1）① 当 $a=8$ 时，$b=-8$，$c=8$； ② 当 $a=-\frac{3}{4}$时，$b=\frac{3}{4}$，$c=-\frac{3}{4}$； ③ 当 $a=3.5$ 时，$b=-3.5$，$c=3.5$.

（2）$a=c$，一个有理数的相反数的相反数是它本身.

课后练习 1.1(4)

1.（1）17.3；3.7. （2）16；0；$8\frac{1}{2}$. （3）6.2；-6.2；-6.2；-6.2.

2. 4；4；-3；3；0；0.

3. 2；7.8 和-7.8.

4. $\frac{5}{6}$；$-\frac{5}{6}$.

5. -4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4.（画图略）

6.（1）3. （2）-2. （3）5. （4）$-\frac{1}{2}$. （5）6 和-6. （6）0.（画图略）

7. 根据题意，这个数减去 5 的差为 0，故这个数为 5.

8. 4；2；3；-1；-5. 编号为 4 的钢梁的长度最接近设计的长度，因为其绝对值最小.

课后练习 1.1(5)

1.（1）×. （2）×. （3）×.

2.（1）$-\frac{3}{4}<-\frac{2}{3}$. （2）$-(-0.01)>-10$. （3）$-\left|-2\frac{1}{3}\right|<-\left(-9\frac{2}{3}\right)$.

（4）$-\frac{11}{124}>-\frac{7}{31}$. （5）$\left|-2\frac{3}{4}\right|>-(-2.7)$. （6）$-6.32>-\left|-6\frac{3}{8}\right|$.

3. $-4\frac{1}{2}<-2<-\frac{1}{3}<0<1<3\frac{1}{2}$.（画图略）

4. 逐渐减小；逐渐增大.（数轴图示略）

1.2　有理数的加法与减法

课后练习 1.2(1)

1.

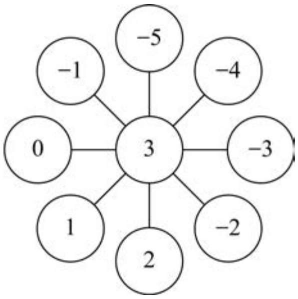
	4	0	-3.5	$-8\frac{2}{3}$
5	+	+	+	−
-3.6	+	−	−	−

2.（1）-7. （2）-1. （3）2. （4）$-\frac{1}{5}$. （5）$-2\frac{1}{3}$. （6）$-\frac{1}{12}$.

3. $-173+600=427(℃)$.

4. $2\,500+1\,500+(-300)+550+650+(-250)+(-800)+750=4\,600(\text{kg})$.

5.



课后练习 1.2(2)

1. (1) $-3\dfrac{1}{3}$. (2) 0. (3) -10. (4) -152.

2. (1) 30. (2) 36. (3) -5. (4) -2. (5) $-\dfrac{23}{24}$. (6) 3.21.

3. (1) $18+(-9)=9(\text{km})$. 此时他们在 A 地向北 9 km 的位置.

(2) $18+(-9)+(-7)+(-14)+(-6)+13+(-6)+(-8)=-19(\text{km})$. B 地在 A 地向南 19 km 的位置.

4. $+11+(-12)=-1$.

课后练习 1.2(3)

1. (1) 6. (2) $-3\dfrac{2}{3}$. (3) 17.3. (4) $-7\dfrac{1}{2}$.

2. (1) $\dfrac{133}{40}$. (2) $-\dfrac{31}{8}$. (3) 10. (4) $\dfrac{197}{120}$.

3. (1) $\dfrac{6}{7}$. (2) $-\dfrac{6}{5}$. (3) $\dfrac{19}{12}$. (4) -1.5.

4. $25-(-5)=25+5=30(℃)$.

5. (1) $0.6-(-0.8)=0.6+0.8=1.4(\text{km})$. 乐乐向西走了 1.4 km.

(2) -1.7 km 或 0.1 km.

1.3 有理数的乘法与除法

课后练习 1.3(1)

1. (1) -12. (2) $\dfrac{3}{5}$. (3) 0. (4) -1.

2.

	3	-4	-1.8	$9\dfrac{1}{3}$
$-\dfrac{2}{3}$	$-$	$+$	$+$	$-$
1.2	$+$	$-$	$-$	$+$

3.（1）2. （2）$\frac{9}{2}$；-1.2.

4.（1）28. （2）-4. （3）-11. （4）$\frac{1}{6}$. （5）$\frac{1}{3}$. （6）$-\frac{3}{4}$.

课后练习 1.3(2)

1.（1）D. （2）C.

2.（1）-72. （2）-1. （3）$\frac{15}{4}$. （4）$-\frac{5}{9}$. （5）$-\frac{1}{35}$. （6）$\frac{33}{80}$.

3.（1）16. （2）$-\frac{5}{7}$. （3）-236. （4）$-\frac{2}{11}$. （5）0.

4. $\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{19}{20}<1$，$100\times\left(1-\frac{19}{20}\right)=5$(本). 这 100 本新书够借，还剩 5 本.

课后练习 1.3(3)

1.（1）-2；$\frac{1}{6}$. （2）$-\frac{2}{3}$；$\frac{2}{3}$. （3）$-\frac{1}{4}$. （4）$-\frac{1}{3}$. （5）$-\frac{7}{3}$.

2.（1）-4. （2）$-\frac{3}{4}$. （3）0. （4）-16. （5）$\frac{3}{5}$. （6）$-\frac{2}{5}$.

3.（1）-10. （2）$-\frac{3}{5}$. （3）$\frac{63}{10}$.

4.（1）二；运算顺序错误；三；得数错误.

（2）$\left(-\frac{1}{9}\right)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\times 12=\left(-\frac{1}{9}\right)\div\left(-\frac{1}{12}\right)\times 12=\left(-\frac{1}{9}\right)\times(-12)\times 12=16$.

5.（1）-42. （2）$\frac{3}{2}$.

1.4 有理数的乘方

课后练习 1.4

1.（1）$(-2)^5$. （2）-4 的 7 次方；指数. （3）正；负.

2.（1）×. （2）×. （3）√. （4）×.

3.（1）625. （2）$-\frac{8}{27}$. （3）-0.09. （4）-1. （5）-64. （6）$\frac{1}{8}$. （7）25. （8）1.

4.（1）a^2 与 b^2 相等，a^3 与 b^3 互为相反数. （2）a^2 与 b^2 互为倒数，a^3 与 b^3 互为倒数.

1.5 有理数的混合运算

课后练习 1.5(1)

1.（1）√. （2）×. （3）×. （4）×.

2.（1）40. （2）$-\frac{11}{6}$. （3）6. （4）-2. （5）-3.

3. 经过四日生长后蒲的长度：$3+3\times\frac{1}{2}+3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{45}{8}$(尺).

经过四日生长后莞的长度：$1+1\times2+1\times2^2+1\times2^3=15$(尺).

4. 原式$=\frac{98}{99}+\frac{97}{99}+\frac{96}{99}+\cdots+\frac{2}{99}+\frac{1}{99}=\left(\frac{98}{99}+\frac{1}{99}\right)\times98\div2=49$.

课后练习 1.5(2)

1. D.

2. (1) -5. (2) 5. (3) $14\frac{1}{3}$. (4) $-150\frac{1}{4}$. (5) $-\frac{13}{6}$. (6) -4.

3. (1) $2\frac{1}{5}$. (2) 13. (3) $345\frac{7}{9}$. (4) -19.

4. $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{10}-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{1}{30}\right)=-10-3+25=12$，故原式$=\frac{1}{12}$.

5. $(-780)\div(-11)\approx71$(日).

课后练习 1.5(3)

1. $1.25\times0.6=0.75(\text{m}^2)$，$\frac{9}{10}-0.75=0.15(\text{m}^2)$. 因此，正方形桌面的面积大，大 $0.15\ \text{m}^2$.

2. $\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times2=\frac{1}{3}$. 完成的工作量占这项工程总量的$\frac{1}{3}$.

3. (1) $150+(-10.5)=139.5(\text{m})$. (2) $32-(-21)=53(\text{m})$. (3) $150+\frac{1}{5}\times[0+(-10.5)+32+(-21)+13.5]=152.8(\text{m})$.

4. (1)

日期	5 日	10 日	13 日	17 日	20 日	23 日	26 日	28 日	30 日
收支情况/元	6 000	-280.8	-150	-946	7 800	-230	-470	$-2\,350$	$-2\,788.2$

(2) $6\,000+(-280.8)+(-150)+(-946)+7\,800+(-230)+(-470)+(-2\,350)+(-2\,788.2)=6\,585$(元).

5. (1) ① $a^2\times b^2$；$a^n\times b^n$. ② $\frac{a^2}{b^2}$；$\frac{a^n}{b^n}$. (2) ① 1. ② $\frac{1}{16}$.

第 2 章　简单的代数式

2.1　用字母表示数

课后练习 2.1

1. $n+4$.

2. $203+10x$.

3. $a+3$ 或 $a-3$.

4. $\frac{5}{12}x$.

5. (1)

图形序号	1	2	3	4	5	6
图形中棋子的枚数	6	9	12	15	18	21

(2) $3n+3$. (3) 153.

6. (1) 17. (2) $3n+2$.

2.2 代数式与代数式的值

课后练习 2.2(1)

1. (1) C. (2) B. (3) C.

2. (1) $a+b$. (2) $\frac{x}{m}$. (3) $\frac{6}{5}a$. (4) $\frac{19}{20}a$.

3. (1) $\frac{100}{m}$ h. (2) $\frac{100}{m+2}$ h. (3) $\left(\frac{100}{m}-\frac{100}{m+2}\right)$ h.

4. $1\,000x+10y+1$.

5. $0.22+0.11(t-3)$(t 为大于 3 的整数).

课后练习 2.2(2)

1. (1) -3. (2) $\frac{17}{2}$. (3) $-\frac{7}{3}$. (4) 8.

2. (1) a^2+ab. (2) 192.

3. $(a-2x)(b-2x)x$.

4. n^2.

5. $(15x+320y)$元.

2.3 一次式

课后练习 2.3(1)

1. $m-3$、$-x-y+1$、$-\frac{3m+n}{2}$、-2^2x

2.

一次式	$-a+2$	$x-2$	$\frac{2x+1}{3}$	$m-n-4$
一次项	$-a$	x	$\frac{2}{3}x$	m，$-n$
一次项的系数	-1	1	$\frac{2}{3}$	1，-1
常数项	2	-2	$\frac{1}{3}$	-4

3. $5m+2$.

4. (1) $\left(\frac{9}{5}x+32\right)$ ℉. (2) 86 ℉.

课后练习 2.3(2)

1. B.

2. (1) $4x$. (2) $\frac{1}{3}m$.

3. (1) $6a$. (2) $4x-2y$.

4. 原代数式可化简为 $x-y-3$. 当 $x=3$，$y=-\frac{1}{3}$时，此代数式的值为$\frac{1}{3}$.

5. (1) $10a+b$. (2) B.

课后练习 2.3(3)

1. (1) $3a-2b+2$. (2) $4m$.

2. $3x-6$.

3. $-a+7b$.

4. 原代数式可化简为 $8x+y-3$. 当 $x=-1$，$y=1$ 时，此代数式的值为-10.

5. x、$-x+2$.（答案不唯一）

6. $\left(\frac{1}{6}x-1\right)$万立方米.

课后练习 2.3(4)

1. (1) $2a-6b$. (2) $-2x+y$.

2. (1) $-8x-6y$. (2) $\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y$.

3. $(2a+1)\ \mathrm{m}^2$.

4. (1) 164. (2) 正常情况下，45 岁的人在运动时能承受的每分钟心跳的最高次数是 140. 这个人 1 min 内心跳的次数 $22\times6=132<140$，因此他能承受.

第 3 章　一元一次方程

3.1　方程与列方程

课后练习 3.1

1. ③④.

2. (1) $-y-11=\frac{1}{2}y$. (2) $2xy-x=x^2+y$. (3) $\frac{3}{2}h=16$. (4) $x+(x+5)=65$.

3. B.

4. 20 不是原方程的解，$-\frac{1}{2}$是原方程的解.

5. 设乐乐家用于购买食品的消费是 x 元，可列出方程$\frac{1}{2}x-10+x=1\,700$.

3.2　一元一次方程及其解法

课后练习 3.2(1)

1.（1）√.（2）×.（3）×.（4）√.

2. C.

3.（1）正确.（2）不正确，正确的应是 $5x-4x=8$.

（3）不正确，正确的应是两边同乘 2，得 $x=2$.

4.（1）$x=-\frac{1}{4}$.（2）$x=\frac{3}{7}$.（3）$x=\frac{4}{9}$.

5. 根据等式性质 1，在原来相同的年龄的基础上同时加上相同的岁数，等式依然成立，因此年龄依然相同.

课后练习 3.2(2)

1. C.

2.（1）$x=0$.（2）$x=\frac{1}{5}$.

3. 0.

4. k 的值为 3，方程的解为 $x=-\frac{1}{2}$.

5. $a=6$，$x=\frac{6}{7}$.

课后练习 3.2(3)

1. D.

2.（1）不正确，正确的应是 $5x-40+33=-6x-30$.

（2）不正确，正确的应是 $2x-20=40x+3-2$.

3.（1）$x=-2$.（2）$x=0$.

4. -7.

5. $\frac{18}{11}$.

6. 97.

课后练习 3.2(4)

1.（1）C.（2）B.

2.（1）不正确，正确的应是 $6x+9=84x-21-35$.（2）正确.

3.（1）$x=\frac{23}{25}$.（2）$x=-\frac{11}{32}$.

4. -11.

3.3　一元一次方程的应用

课后练习 3.3(1)

1. 篮球有 30 个.

2. 百合花有 56 枝.

3. 21 年后，乐乐的年龄是他妈妈年龄的$\frac{1}{2}$.

4. 乙还需要做 3 天可以完成全部工作.

5. 这批零件的个数为 1 200.

6. 黑色皮块有 12 块，白色皮块有 20 块.

课后练习 3.3(2)

1. 科普书有 96 本，故事书有 23 本.

2. 该竹竿长 3 m，绳子长 4 m.

3. 原来甲书架上有 400 本书，乙书架上有 600 本书.

4. 该阅览室一楼的座位是 116 个，二楼的座位是 32 个.

5. 这个书架上层有 24 本书.

课后练习 3.3(3)

1. D.

2.

	生产人数	每人生产效率/(个/天)	生产总量/(个/天)
生产 A 零件	x	400	$400x$
生产 B 零件	$40-x$	300	$300(40-x)$
所列方程	$400x=2\times300(40-x)$		

3. 第二次处理结束时，这块钢板的温度相比初始温度降低了，降低了 50 ℃.

4. 全班有 28 名学生. 这包糖果共有 81 颗.

5. (1) 欢欢得了 86 分. (2) 此次竞赛他们三人的总分不能正好是 238 分，理由略.

课后练习 3.3(4)

1. B.

2. (1) $\frac{9}{14}$ h. (2) $\frac{17}{14}$ h. (3) $\frac{6}{7}$ h. (4) $\frac{9}{2}$ h. (5) 2 h. (6) $\frac{3}{2}$ h.

3. 水流的速度为 3 km/h，甲、乙两码头相距 60 km.

4. 还需要 30 天可以完成此项工程.

5. 火车的长度为 300 m.

第 4 章　线段与角

4.1　线段

课后练习 4.1(1)

1. (1) $a=b$. (2) $a<b$. (3) $a>b$.

2. DA；AB；CD；BC.

3. （1）$<$. （2）点 B 在线段 CD 上.

4. （1）②；两点之间，线段最短. （2）3.9.

5. 略.

6. （1）（2）（3）（4）略. （5）画图略，$CA<CB$.

7. 连接 AC、BD，线段 AC 与线段 BD 的交点即为消费场所的位置.

课后练习 4.1(2)

1. （1）6. （2）AB. （3）BC. （4）AD.

2. B.

3. A.

4. （1）（2）略. （3）$AB=CD$.

5. 画图略. （1）$2a-b$. （2）6.

6. （1）AC；BC；3；7. （2）猜想：$MN=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$. 理由：因为 M 是 AC 的中点，所以 $MC=\frac{1}{2}AC$. 因为 $AC=a$，所以 $MC=\frac{1}{2}a$. 又因为 N 是 BC 的中点，所以 $CN=\frac{1}{2}BC$. 又因为 $BC=b$，所以 $CN=\frac{1}{2}b$. 因此，$MN=MC+CN=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$.

4.2 角

课后练习 4.2(1)

1. 略.

2.

$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle \beta$	$\angle \alpha$	$\angle 3$
$\angle ACD$	$\angle BCA$	$\angle BAC$	$\angle BAE$	$\angle FBG$

3. $\angle A$、$\angle D$.

4. 这个角是$\angle COD$.

5. （1）$74°35'13''$. （2）$34°58'3''$. （3）$12°58'59''$. （4）$44°53'$.

6. （1）$\angle BCE$、$\angle BCF$、$\angle BCD$、$\angle ECF$、$\angle ECD$、$\angle FCD$. （2）$\angle AFB$、$\angle BFC$、$\angle BFD$.

课后练习 4.2(2)

1. （1）$<$. （2）$=$.

2. 射线 AB 与射线 AC 重合；点 B 与点 C 重合.

3. 射线 AB 在$\angle 2$ 的外部.

4. 180；$=$；BD；CD；DC；C；AC；AB；AC.

5. 点 A 在点 O 的北偏东 $39°$，点 B 在点 O 的北偏西 $63°$，点 C 在点 O 的南偏西 $59°$，点 D 在点 O 的南偏东 $60°$.

6. 画图略. 测量结果：点 B 与点 C 之间的距离约是 46 mm. 探究结果：在点 A 的正东方向存在点 D 与点 C 的距离等于点 B 与点 C 之间的距离，点 D 与点 A 相距 4 mm 或 96 mm.

课后练习 4.2(3)

1. (1) $\angle BOD$. (2) $\angle BOD$. (3) $\angle AOB$，$\angle BOC$，$\angle AOD$.

2. $122°$.

3. 略.

4. (1) 因为$\angle BOP=\frac{3}{2}\angle AOP$，所以设$\angle AOP=x°$，$\angle BOP=\frac{3}{2}x°$. 因为$\angle AOB=80°$，所以 $x+\frac{3}{2}x=80$，解得 $x=32$，所以$\angle AOP=32°$.

(2) 画图略. $\angle MOP=\angle AOM-\angle AOP=\frac{1}{2}\times 80°-32°=8°$.

5. $90°$；平分线；$\angle AOC$；$\angle BOC$；$\angle MOC$；$\angle NOC$；$\angle AOC$；$\angle BOC$；$\angle AOC$；$\angle BOC$；90.

6. (1) 画图略. (2) 不能，理由：由(1)可知用三角尺可以画出 $15°$的倍数的角，而 $145°$不是 $15°$的倍数，故不能画出. (3) 能. 设计方案如下：①由(1)的方案先画出 $15°$角；②由 $15°$角和 $19°$角画出 $4°$角；③画出 $4°$角的 5 倍，即 $20°$角；④由 $20°$角和 $19°$角画出 $1°$角.

课后练习 4.2(4)

1. 26；48；20；20.

2. 116.

3. 设$\angle 1=x°$，则$\angle 2=180°-x°$. 根据题意，得 $180-x=3(90-x)+10$，解得 $x=50$，所以$\angle 1$ 为 $50°$.

4. 设$\angle DOC=x°$，由$\angle AOC=\angle BOD=90°$，得$\angle AOD=\angle BOC=(90-x)°$.

因为$\angle AOB=\angle AOD+\angle DOC+\angle COB=155°$，所以$(90-x)+x+(90-x)=155$，解得 $x=25$，所以$\angle DOC=25°$.

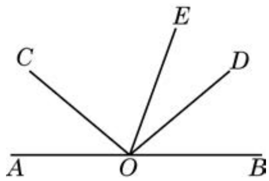
5. 4 对，$\angle AOD$ 与$\angle DOC$，$\angle AOD$ 与$\angle BOE$，$\angle COE$ 与$\angle BOE$，$\angle COE$ 与$\angle DOC$.

6. (1) 如图，$\angle AOC$ 为$\angle BOC$ 的补角(答案不唯一).

因为 $\angle AOC+\angle BOC=180°$，所以 $\angle BOC=180°-\angle AOC=180°-40°=140°$.

因为 OE 平分$\angle BOC$，所以$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 140°=70°$.

因为$\angle COD=90°$，所以$\angle DOE=\angle COD-\angle COE=90°-70°=20°$.



(第 6 题)

(2) 因为$\angle COE=\frac{1}{3}\angle DOB$，所以$\angle DOB=3\angle COE$.

因为 OE 平分$\angle BOC$，所以$\angle BOC=2\angle COE$.

因为$\angle COD=90°$，所以$\angle BOC+\angle BOD=2\angle COE+3\angle COE=5\angle COE=90°$，所以$\angle COE=18°$.

所以$\angle BOC=2\angle COE=36°$.

后　记

本套教学参考资料与李大潜主编、上海教育出版社出版的《义务教育教科书(五·四学制)数学》配套使用.

本册教学参考资料是六年级上册. 在主编李大潜的主持下，由徐斌艳任本册主编，参与编写人员为：

钟菊红、陈月兰(第 1 章)

陆海兵、吴颖康、陈月兰(第 2 章)

陆海兵、吴颖康、陈月兰(第 3 章)

朱丽霞、陈月兰(第 4 章)

徐斌艳、王海生、陆立强(综合与实践)

感谢编写团队的团结协作和不懈努力. 编写过程中，上海市课程教育教学研究基地(中小学课程方案基地)、上海市心理教育教学研究基地、上海基础教育教材建设重点研究基地、两个上海市数学教育教学研究基地(分别设在复旦大学和华东师范大学)等上海高校“立德树人”人文社会科学重点研究基地对编写工作给予了大力支持，在此表示衷心的感谢.

我们要感谢一直支持、关心和帮助我们工作的同志和朋友们. 大家的热忱指导和帮助，我们定会铭记于心，并化为我们的工作动力.

欢迎广大师生来电来函提出宝贵的意见.

联系电话：021－64319241(内容)　021－64373213(印刷或装订)

电子邮箱：jcjy@seph.com.cn

地　　址：上海市闵行区号景路 159 弄 C 座上海教育出版社(201101)

SHUXUE

JIAOXUE CANKAO ZILIAO

经上海市教材审查和评价委员会审查
准予使用　准用号 SD-CJ-2024004

数学　教学参考资料

六年级　上册

ISBN 978-7-5720-2867-0
9 787572 028670

定　价：　43.50 元

中国环境标志
CHINA ENVIRONMENTAL LABELLING

绿色印刷产品