Textbooks in Language Sciences

In this series:

1. Müller, Stefan. Grammatical Theory: From transformational grammar to constraint-based approaches.
2. Schäfer, Roland. Einführung in die grammatische Beschreibung des Deutschen.
3. Freitas, Maria João & Ana Lúcia Santos (eds.). Aquisição de língua materna e não materna: Questões gerais e dados do português.
4. Roussarie, Laurent. Sémantique formelle. Volume 1 : Introduction à la grammaire de Montague.

ISSN: 2364-6209

Sémantique formelle

Volume 1 : Introduction à la grammaire de Montague

Laurent Roussarie

language
science
press

Laurent Roussarie. 2017. *Sémantique formelle. Volume 1 : Introduction à la grammaire de Montague* (Textbooks in Language Sciences 4). Berlin: Language Science Press.

This title can be downloaded at:
http://langsci-press.org/catalog/book/143

ISBN: 978-3-96110-017-0 (Digital)
978-1-977891-54-9 (Softcover)
ISSN: 2364-6209
DOI:10.5281/zenodo.1000504
Source code available from www.github.com/langsci/143
Collaborative reading: paperhive.org/documents/remote?type=langsci&id=143

Cover and concept of design: Ulrike Harbort
Typesetting: Laurent Roussarie
Proofreading: Laurence Danlos, Sebastian Nordhoff
Fonts: Linux Libertine, Arimo, DejaVu Sans Mono, Tengwar Telcontar
Typesetting software: XƎLaTeX

Language Science Press
Unter den Linden 6
10099 Berlin, Germany
langsci-press.org

Storage and cataloguing done by FU Berlin

Freie Universität Berlin

Table des matières

Avant-propos

Il existe de nombreux manuels de sémantique formelle ; citons notamment Dowty, Wall & Peters (1981) ; Chierchia & McConnell-Ginet (1990) ; Gamut (1991a,b) ; Cann (1994) ; Heim & Kratzer (1997) ; de Swart (1998) ; Corblin (2013) ; Jacobson (2014) ; Winter (2016). Ces excellents ouvrages sont en anglais[1]. Il nous a semblé, à plusieurs de mes collègues et à moi-même, qu'il était regrettable que les étudiants francophones ne disposent pas, dans leur langue, d'un ouvrage de référence d'une portée comparable aux références susmentionnées. J'ai donc entrepris, il y a quelques années, de mettre par écrit les cours que je donnais à l'Université Paris 8 et à l'École Normale Supérieure, ne serait-ce que pour offrir aux étudiants un support utile, et parfois secourable, pour leurs révisions, leurs besoins d'éclaircissement et leurs velléités d'approfondissement. Les cours d'introduction à la sémantique formelle apparaissent parfois, aux néophytes, comme âpres et rédhibitoires, de par l'exigence scientifique de la discipline et la couverture réduite des faits linguistiques traités ; j'ai pu constater qu'en général, la matière ne récompense les étudiants persévérants qu'à l'issue d'un long apprentissage, lorsque le formalisme enseigné acquiert suffisamment de pouvoir expressif pour aborder un grand éventail et une réelle variété de phénomènes sémantiques. Pour ces raisons, j'ai trouvé opportun d'inclure dans une présentation *unifiée* un certain nombre d'avancées importantes qui ont enrichi le domaine depuis plus d'un demi-siècle (temporalité, événements, modalités, pluralités, degrés, etc.) en prêtant une attention particulière à la cohérence globale du formalisme exposé et notamment en veillant, autant que possible, à bien identifier les conséquences formelles que chaque amendement peut engendrer dans le système. Ainsi, avec le temps, le projet a pris de l'ampleur, et il m'est apparu qu'il suscitait également l'intérêt de chercheurs (jeunes ou confirmés) désireux de s'initier, se mettre à jour ou se perfectionner dans la discipline. Il devenait alors plus raisonnable de diviser le manuel en deux volumes ; le présent volume expose les notions de base de la théorie et l'essentiel de l'outillage formel qui la met en œuvre ; le second présentera plusieurs applications et développements qui étendent la portée du formalisme (son sommaire est indiqué *infra*).

Le principal objectif du manuel est de permettre aux lecteurs de se familiariser progressivement avec la définition, le fonctionnement et la manipulation d'un *système sémantique formel*. Il s'agit plus précisément d'un système dans lequel « s'incarne » le paradigme théorique couramment désigné par l'appellation de *Grammaire de Montague*

[1] Corblin (2013) est une exception notable et très appréciable. Cependant sa couverture n'en fait pas une introduction complète à la Grammaire de Montague (par exemple l'intensionnalité et le λ-calcul n'y sont pas abordés). Le présent manuel se propose d'être, espérons-le, un complément naturel à celui de mon estimé confrère. Mentionnons aussi Galmiche (1991) qui, à l'inverse, offre un commentaire détaillé et raisonné de Montague (1973), mais sans vraiment adopter la démarche générale d'un manuel de sémantique formelle.

(Montague 1970a,b ; 1973)[2] tel qu'il a pu se développer au cours des dernières décennies. Un autre enjeu important est de proposer, au fil des pages, une introduction à des éléments de *méthodologie* scientifique afin de donner un aperçu des pratiques d'analyse propres à la sémantique formelle. En revanche, cet ouvrage n'a pas nécessairement pour vocation de défendre des analyses sémantiques particulières[3], même s'il en présente et explique plusieurs. Elles ne sont données qu'à titre d'illustration et pour motiver les divers développements qui viennent régulièrement amender le formalisme. Enfin, comme cela apparaîtra assez clairement dans les pages qui suivent, j'ai pris le parti de privilégier la dimension pédagogique du texte, en m'attachant à anticiper les questionnements et difficultés que j'ai pu voir se poser aux étudiants durant mon expérience d'enseignement, et en ayant à cœur d'offrir une présentation stimulante et détendue de cette discipline encore riche de perspectives.

Sommaire du volume 2 :

Références

Cann, Ronnie. 1994. *Formal semantics : An introduction* (Cambridge Textbooks in Linguistics). Cambridge : Cambridge University Press.

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 1990. *Meaning and grammar : An introduction to semantics.* Cambridge, MA : MIT Press.

Corblin, Francis. 2013. *Cours de sémantique : Introduction* (Cursus). Paris : Armand Colin.

de Swart, Henriëtte. 1998. *Introduction to natural language semantics.* Stanford : CSLI Publications.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht : D. Reidel.

[2] À cet égard, il convient de préciser que le manuel ne fournit pas un exposé exhaustif du fragment défini dans Montague (1973) (on trouvera des présentations dédiées et détaillées dans Dowty, Wall & Peters 1981, Gamut 1991b et Galmiche 1991), mais il rend justice à la plupart de ses principaux ingrédients.

[3] On trouvera de nombreux *handbooks* de qualité qui remplissent précieusement cette fonction.

Galmiche, Michel. 1991. *Sémantique linguistique et logique* (Linguistique nouvelle). Paris : Presses Universitaires de France.

Gamut, L. T. F. 1991a. *Logic, language, and meaning*. Vol. 1 : *Introduction to logic*. Chicago : University of Chicago Press.

Gamut, L. T. F. 1991b. *Logic, language, and meaning*. Vol. 2 : *Intensional logic and logical grammar*. Chicago : University of Chicago Press.

Heim, Irene & Angelika Kratzer. 1997. *Semantics in generative grammar* (Blackwell Textbooks in Linguistics 13). Oxford : Blackwell Publishers.

Jacobson, Pauline. 2014. *Compositional semantics : An introduction to the syntax/semantics interface* (Oxford Textbooks in Linguistics). Oxford, UK : Oxford University Press.

Montague, Richard. 1970a. English as a formal language. In Bruno Visentini et al. (éds.), *Linguaggi nella società e nella tecnica*, 189–224. Milan : Edizioni di Comunità.

Montague, Richard. 1970b. Universal grammar. *Theoria* 36. 373–398.

Montague, Richard. 1973. The proper treatment of quantification in ordinary English. In K. Jaako J. Hintikka, Julius M. E. Moravcsik & Patrick Suppes (éds.), *Approaches to natural language*, 221–242. Dordrecht : Reidel. http://www.blackwellpublishing.com/content/BPL_Images/Content_store/Sample_chapter/0631215417/Portner.pdf. http://www.blackwellpublishing.com/content/BPL_Images/Content_store/Sample_chapter/0631215417/Portner.pdf.

Winter, Yoad. 2016. *Elements of formal semantics : An introduction to the mathematical theory of meaning in natural language* (Edinburgh Advanced Textbooks in Linguistics). Edinburgh : Edinburgh University Press.

Symboles et abréviations

Théorie des ensembles :

- $\{\,\}$ Contenu d'un ENSEMBLE ; $\{a\ ;\ b\ ;\ c\}$ est l'ensemble composé des éléments a, b et c.
- $|$ *Tel que* dans la notation $\{x\,|\,p\}$, l'ensemble de tous les x tels que la condition p est vérifiée.
- $\in$ APPARTENANCE ; $a \in A$: a est un élément de l'ensemble A ou a appartient à A.
- $\subseteq$ INCLUSION ; $A \subseteq B$: A est un sous-ensemble de B ou A est inclus dans B, i.e. tous les éléments de A sont aussi des éléments de B.
- $\varnothing$ ENSEMBLE VIDE : l'ensemble qui ne possède aucun élément ; $\varnothing \subseteq A$ quel que soit A.
- $\cap$ INTERSECTION ; $A \cap B$ est l'ensemble de tous les éléments qui sont dans A et dans B.
- $\cup$ UNION ; $A \cup B$ est l'ensemble des tous les éléments qui sont dans A et/ou dans B.
- $-$ DIFFÉRENCE ENSEMBLISTE ; $A - B$ est l'ensemble de tous les éléments qui sont dans A mais pas dans B.
- $\mathscr{P}(\,)$ ENSEMBLE DES PARTIES d'un ensemble ; $\mathscr{P}(A)$ est l'ensemble composé de tous les sous-ensembles de A ; exemple : $\mathscr{P}(\{a\ ;\ b\ ;\ c\}) = \{\varnothing\ ;\ \{a\}\ ;\ \{b\}\ ;\ \{c\}\ ;\ \{a\ ;\ b\}\ ;\ \{a\ ;\ c\}\ ;\ \{b\ ;\ c\}\ ;\ \{a\ ;\ b\ ;\ c\}\}$.
- $|\cdot|$ CARDINAL d'un ensemble. $|A|$ est le nombre d'éléments que contient A.
- $\langle\,\rangle$ Contenu d'une LISTE ou d'un n-UPLET.
- $\times$ PRODUIT CARTÉSIEN d'ensembles. $A \times B$ est l'ensemble de tous les 2-uplets de la forme $\langle x, y\rangle$ avec $x \in A$ et $y \in B$.
- $\mapsto$ Descripteur de FONCTION : $x \longmapsto f(x)$ est la fonction qui à tout x associe $f(x)$.
- B^A Ensemble de toutes les FONCTIONS allant de l'ensemble A vers l'ensemble B, parfois noté aussi $A \longrightarrow B$.

Logique et sémantique :

- $\neg$ NÉGATION.
- $\wedge$ CONJONCTION.
- $\vee$ DISJONCTION.
- $\rightarrow$ IMPLICATION MATÉRIELLE.
- $\leftrightarrow$ ÉQUIVALENCE MATÉRIELLE.
- $=$ IDENTITÉ (de dénotation).
- $\forall$ Symbole de QUANTIFICATION UNIVERSELLE.
- $\exists$ Symbole de QUANTIFICATION EXISTENTIELLE.
- ι Opérateur de DESCRIPTION DÉFINIE.
- $\square$ Opérateur de NÉCESSITÉ.
- $\diamond$ Opérateur de POSSIBILITÉ.
- $[n]$ Variante multimodale de l'opérateur de NÉCESSITÉ.
- $\langle n\rangle$ Variante multimodale de l'opérateur de POSSIBILITÉ.

P	Opérateur de PASSÉ.
F	Opérateur de FUTUR.
$^\wedge$	Opérateur d'INTENSIONNALISATION (ou intenseur).
$^\vee$	Opérateur d'EXTENSIONNALISATION (ou extenseur).
λ	Opérateur d'ABSTRACTION.
$\sqcap$	CONJONCTION GÉNÉRALISÉE.
$\sqcup$	DISJONCTION GÉNÉRALISÉE.
$\sim$	NÉGATION GÉNÉRALISÉE.
$\models$	CONSÉQUENCE LOGIQUE et SATISFACTION.
$[\![\cdot]\!]$	VALEUR SÉMANTIQUE.
1	VRAI.
0	FAUX.
$\mathcal{M}$	MODÈLE.
$\mathcal{A}$	DOMAINE D'INTERPRÉTATION (ensemble de tous les individus du modèle).
F	FONCTION D'INTERPRÉTATION des constantes non logiques.
$\rightsquigarrow$	Relation de TRADUCTION de la langue naturelle vers le langage sémantique.
$\mathfrak{F}$	Fonction de TRADUCTION de la langue naturelle vers le langage sémantique.
$\mathcal{I}$	Ensemble des INSTANTS.
$\mathcal{W}$	Ensemble des MONDES POSSIBLES.
$\mathbb{ME}$	Ensemble des EXPRESSIONS INTERPRÉTABLES du langage sémantique.
$\mathcal{D}$	DOMAINES DE DÉNOTATION.
e	TYPE des expressions dénotant des ENTITÉS.
t	TYPE des expressions dénotant des VALEURS DE VÉRITÉ.
s	TYPE des INDICES INTENSIONNELS (mondes possibles).
T	ENSEMBLE DES TYPES du langage sémantique.

Jugements linguistiques :

*	AGRAMMATICALITÉ.
#	ANOMALIE sémantique ou INADÉQUATION contextuelle.
? ??	ACCEPTABILITÉ DOUTEUSE ou très douteuse.

Abréviations :

ssi	*Si et seulement si.*
i.e.	*Id est* (c'est-à-dire).
t.q.	*Tel que.*
ang.	*En anglais.*
vs	*Versus* (contre, par opposition à).
LO	*Langage objet*, langage de représentation sémantique.
LO_2	*Langage objet* « à deux sortes ».

1 Sens des phrases et sens des énoncés

1.1 Objets de l'étude

1.1.1 Qu'est-ce que le sens ?

La sémantique est l'étude du sens linguistique. Et, disons-le tout de suite, le sens est mystérieux. De toutes les disciplines de la linguistique descriptive, la sémantique est probablement celle qui est la moins directement au contact de son objet d'étude. Les disciplines comme la phonétique, la phonologie, la morphologie ou la syntaxe sont, d'une manière ou d'une autre, en contact avec la matérialité de la langue ; ce n'est pas le cas de la sémantique. À l'aube de la linguistique moderne, Saussure (1916) définit le signe linguistique par la coexistence d'un signifiant et d'un signifié ; le signifiant, l'enveloppe matérielle, est en quelque sorte la face observable du signe alors que le signifié, c'est-à-dire le sens, en est la face cachée. Saussure assimile le signifié à la notion de *concept*, et l'on trouve également souvent les termes de *pensée*, *idée* et *contenu* pour caractériser intuitivement le sens. Ces notions laissent entendre que le sens renvoie à quelque chose de mental et d'intérieur. Autrement dit, le sens semble avant tout confiné dans la tête des locuteurs, ce qui n'arrange pas les choses pour l'étudier : il ne s'offre pas immédiatement à l'observation.

Le sens est mental, mais cela ne nous aiderait pas énormément de chercher à le détecter en examinant ce qui se passe dans le cerveau d'un locuteur. Ce n'est pas une pratique vaine, au contraire : la neurolinguistique nous donne des résultats précieux sur les processus physiologiques à l'œuvre dans l'activité langagière et aide à évaluer des hypothèses d'analyse linguistique, mais elle ne répond pas exactement à la question « qu'est-ce que le sens ? ». Pour découvrir le sens, une démarche naturelle consiste donc à l'attaquer « de l'extérieur », en l'objectivant, par une médiation : nous ne pouvons pas observer directement les sens, mais nous pouvons observer les objets qui sont censés en être porteurs : les mots, les phrases ou les énoncés de la langue. Un des enjeux de la description sémantique est ainsi de se donner les moyens de détecter ce qui est révélateur du sens dans les énoncés[1].

Il n'est pas inutile ici d'ouvrir une petite parenthèse méthodologique. La question « qu'est-ce que le sens ? » est bien la première à laquelle la sémantique doit s'attacher à répondre. Et répondre à cette question revient en quelque sorte à compléter l'équation « sens = ? », où le « ? » devra être remplacé par une description, suffisamment claire, de cette notion ou ce phénomène que nous appelons *sens*. Faire cela, c'est bien donner une *définition* de ce qu'est le sens. Mais il y a un important risque de fourvoiement à

[1] Voir par exemple Krifka (2011) pour une présentation des méthodes scientifiques d'investigation du sens.

suivre cette démarche, telle qu'elle est présentée ici. Car elle nous fait partir du mot *sens* et attend que nous en dégagions une définition. Ce n'est pas ainsi qu'il faut procéder scientifiquement. Et originellement personne ne s'est jamais dit : « tiens, il y a le mot *sens* dans la langue ; il n'a pas de définition, trouvons-en lui une ! ». Au contraire, la démarche scientifique consiste *d'abord* à identifier empiriquement un certain phénomène (par exemple le phénomène du sens), *puis* à le décrire et le délimiter le plus soigneusement possible, et *enfin* à lui affecter une étiquette, un nom (par exemple le mot *sens* ou *signification*) – parce que c'est effectivement bien commode de nommer synthétiquement les choses pour pouvoir en parler. Par conséquent, savoir si une définition est vraie ou fausse est une question qui ne se pose pas : une définition est par nature arbitraire et, de ce fait, porte en soi le statut d'être nécessairement vraie, en posant (ou imposant) une équivalence entre un nom et une description[2]. Mais l'entreprise de définir le sens se complique particulièrement pour au moins deux raisons. D'une part, comme suggéré ci-dessus, le phénomène du sens (point de départ de la définition) est mystérieux et caché, ce qui rend difficile son observation directe et donc sa description. D'autre part nous avons déjà une intuition ferme de ce qu'est le sens (puisque nous connaissons le mot), mais cette intuition est probablement vague parce que les termes *sens* et *signification* sont très polyvalents dans leurs usages ordinaires et peuvent renvoyer à beaucoup de notions différentes. Cela risque éventuellement de biaiser et flouter notre manière d'appréhender le sens. Finalement, pour dire les choses autrement, cet ouvrage ne va pas véritablement répondre à la question « qu'est-ce que le sens ? », parce qu'elle n'est pas bien posée. Bien entendu nous allons parler du sens ; dans les lignes qui suivent nous allons esquisser une première proposition de définition et nous en poserons une plus précise au chapitre 2. Mais ce que nous aurons fait alors, c'est identifier une certaine propriété des énoncés et décider très arbitrairement de nommer cette propriété le sens. On pourra éventuellement ne pas être d'accord avec cette définition, mais cela ne pourra pas constituer une critique de fond, tout au mieux ce sera une objection sur le choix terminologique et l'usage fait ici du mot *sens*. Mais cet usage est un de ceux très couramment adoptés en sémantique.

Pour reprendre maintenant le fil de notre projet, à savoir définir et caractériser le sens en observant ses manifestations à travers les formes linguistiques, je propose, dans un premier temps, de partir du constat suivant : le sens, c'est ce que l'on comprend. Ou, pour être plus précis : les locuteurs ont la faculté de comprendre les énoncés de leur langue, et nous appelons *sens* ce que cette compréhension permet de reconnaître. Comprendre un énoncé, c'est l'*interpréter*, c'est-à-dire lui assigner un certain sens. De cette façon nous abordons le sens indirectement, par l'intermédiaire de la compréhension. Cependant la compréhension est également un phénomène intimement mental et nous ne pouvons pas non plus l'observer directement, il nous faudra aussi l'objectiver en nous intéressant à ses manifestations extérieures, ses « symptômes ». C'est ce à quoi se consacre la section 1.2. Mais auparavant il est nécessaire de faire un petit point sur ces objets linguistiques porteurs de sens et que nous allons étudier.

[2] En revanche, on peut juger qu'une définition donnée est bonne ou mauvaise selon que sa formulation est ou non suffisamment claire et objective.

1.1.2 Phrases, énoncés et contextes

Lorsque l'on entend parler de sémantique, il est très courant d'avoir le réflexe de penser initialement à l'étude du sens des mots[3]. Bien évidemment les mots ont un sens (et souvent plusieurs) et l'assemblage de ces sens permet de former le sens d'entités linguistiques plus grandes, les phrases et les discours (nous reviendrons fréquemment sur cette idée). Il peut donc sembler naturel de se consacrer en premier lieu à la sémantique lexicale. Mais ce n'est pas ce que nous allons faire ici. Car, en fait, il n'est pas moins naturel d'amorcer l'étude en s'interrogeant directement sur *le sens des phrases*. D'abord parce qu'il n'est pas très réaliste ni très efficace d'étudier le sens des mots en isolation, il convient mieux de les observer dans leur « milieu naturel » c'est-à-dire leurs emplois dans des phrases. Et pour ce faire, il est nécessaire d'avoir dès le départ une idée assez claire de ce qu'est le sens d'une phrase. De même, si nous voulons aborder le sens via le phénomène de la compréhension, nous obtiendrons certainement des résultats tout aussi précis, fins et fiables (et peut-être plus) en considérant les manifestations de la compréhension de phrases.

Nous allons donc, dans ces pages, principalement nous occuper du sens des phrases, en partant du principe que les phrases sont porteuses d'un sens qui est ce que nous saisissons lorsque nous les comprenons. Mais… est-ce vraiment bien le cas ? Est-ce que, lorsqu'un locuteur s'exprime, ce sont vraiment ses phrases que nous comprenons ? Prenons un exemple. Supposons qu'après une journée de cours, j'aie dit :

(1) Ce matin, j'ai écrit mon nom au tableau.

Un auditeur francophone de cette phrase la comprendra sans problème, c'est-à-dire qu'il est en mesure d'accéder à son sens. Et il peut le montrer en reformulant ce que j'ai dit, par exemple en relatant : « Laurent Roussarie a inscrit *Laurent Roussarie* sur le tableau d'une salle de cours ce mercredi 25 septembre 2013 entre 8h et 12h…. ». On devine facilement où je veux en venir. Car si quelqu'un d'autre prononce la phrase (1), l'auditeur ne pourra pas faire exactement le même récit ; autrement dit il aura compris des choses différentes. Il en va de même si j'avais prononcé cette phrase un autre jour (que le 25 septembre 2013). Par conséquent il y a de très nombreuses manières différentes de comprendre précisément (1), ce qui peut laisser supposer que (1) a de très nombreux sens différents. Et comme c'est exactement la même phrase qui aura été prononcée à chaque fois, nous devons admettre que considérer une phrase en soi n'est pas suffisant pour déterminer tout le sens de ce qui est dit. Il y a autre chose qui entre en jeu et qui fait la différence entre les diverses manières de comprendre (1). Cette autre chose est bien sûr le CONTEXTE D'ÉNONCIATION. C'est pourquoi il est, en général, plus approprié de s'interroger sur le sens de ce que nous appellerons un ÉNONCÉ plutôt que sur le sens d'une phrase. Ce qui distingue un énoncé d'une phrase peut se résumer informellement par l'équation suivante :

[3] Il faut préciser que *mot* n'est pas un terme consacré en théorie linguistique. Il n'a pas de définition nette et précise car il renvoie à différentes réalités. Il est plus approprié de parler d'*unités lexicales* ou de *lexèmes* lorsque l'on réfère à ces entités linguistiques qui composent un lexique ou un vocabulaire, et de *formes lexicales* pour désigner les emplois concrets des unités lexicales dans des énoncés.

(2) énoncé = phrase + contexte

Un énoncé est une phrase immergée dans son contexte d'énonciation, c'est-à-dire accompagnée d'informations procurées par le contexte. À partir de là nous pouvons commencer à nous faire une idée du processus d'explicitation du sens en observant le schéma de la figure 1.1. Ce schéma, repris de Ducrot (1984 : p. 14)[4], montre que le contexte est un paramètre à prendre en compte pour caractériser le sens d'une phrase (ou plus exactement de son énoncé dans ce contexte)[5].

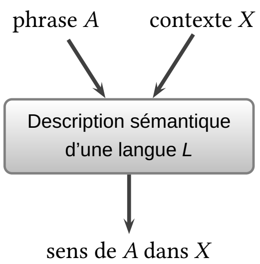


Fig. 1.1 : Schéma d'interprétation (d'après Ducrot 1984)

Nous devons ici faire plusieurs remarques sur les notions d'énoncé, de phrase et de contexte. Un énoncé, comme indiqué ci-dessus, est une occurrence particulière d'une phrase. On considère généralement aussi qu'un énoncé est une production linguistique qui se suffit à elle-même d'un point de vue communicationnel (c'est-à-dire pour faire passer un certain message). De fait, il existe des énoncés qui ne correspondent pas à des phrases *stricto sensu*, grammaticalement parlant. Ça peut être le cas, par exemple, de *merci*, *sapristi !*, *aïe !*, *espèce d'andouille !*, *encore une fois*… Le schéma de la figure 1.1 doit donc être généralisé en laissant *A* représenter non seulement des phrases mais aussi toute forme linguistique, simple ou complexe, pouvant donner lieu à un sens. J'en profite pour introduire un élément de terminologie supplémentaire : dans cet ouvrage j'utiliserai fréquemment le terme d'EXPRESSION LINGUISTIQUE pour désigner indifféremment les phrases, les syntagmes et les mots (et, le cas échéant, les séquences de phrases ou discours).

Une phrase est une entité abstraite définie par et au sein de la grammaire, selon des critères notamment syntaxiques. À cet égard, (1) est une certaine phrase, unique en soi, de la langue française. Et il lui correspond virtuellement une infinité d'énoncés différents puisqu'un énoncé est une certaine instance contextualisée d'une phrase (ou d'une expression)[6]. À chaque fois qu'une même phrase est prononcée ou écrite (voire lue) elle donne lieu à un nouvel énoncé.

[4] J'y renomme quelques éléments pour les harmoniser avec la terminologie employée ici.

[5] Somme toute, cela ne devra pas nous étonner : nous savons bien que lorsque nous nous interrogeons sur le sens d'un mot ou d'une phrase, la réponse la plus fréquente qui nous vient est que « ça dépend du contexte ».

[6] Cf. par exemple Ducrot (1984 : p. 174).

Par contexte d'énonciation, il faut entendre la situation du monde dans laquelle se produit l'acte d'énonciation. Un peu comme on parle du contexte historique d'un événement par exemple, cela recouvre une quantité d'entités, informations et circonstances qui entourent et environnent cet acte. Parmi tous ces éléments, les plus notables et influents dans la détermination du sens des énoncés sont ceux qui nous renseignent sur les points suivants :

- qui parle ? (protagoniste que nous nommerons le LOCUTEUR)
- à qui s'adresse-t-il ? (protagoniste que nous nommerons l'ALLOCUTAIRE)
- où et quand se passe l'énonciation ?
- quels autres objets, personnes ou entités saillants sont présents dans la situation ?
- quelles informations et connaissances les interlocuteurs partagent (ou pensent partager) ?
- qu'est-ce qui a été dit ou écrit précédemment dans la conversation ou le discours ?

La liste n'est certainement pas exhaustive mais elle montre que le contexte se présente comme un ensemble de paramètres nécessaire à la compréhension d'une phrase et qui 1) ne sont pas présents dans la phrase et 2) sont ancrés, d'une manière ou d'une autre, à une certaine situation (spatio-temporelle) concrète. Et nous voyons ainsi en quoi certains de ces paramètres jouent un rôle déterminant dans la compréhension précise de notre exemple (1). Et cela est dû au fait que cette phrase comporte des expressions spéciales, notamment *ce*, *je*, *mon*, qui, pour être interprétées, nous demandent de consulter directement le contexte ; les expressions qui entretiennent ce type de lien étroit avec le contexte sont appelées des DÉICTIQUES ou INDEXICAUX.

Nous avons donc établi que le sens d'une phrase dépend du contexte dans lequel elle est énoncée (i.e. produite). Est-ce à dire qu'une phrase en soi, hors de tout contexte spécifique, n'a pas de sens ? Certaines positions philosophiques et linguistiques en défendent l'idée, mais nous ne suivrons pas ici cette extrémité. D'abord que le sens *dépende* du contexte n'implique nullement que le contexte soit le seul élément producteur de sens. La proposition illustrée en figure 1.1 suggère qu'il y a au moins deux ingrédients qui interviennent dans l'explicitation du sens : le contexte X mais aussi la phrase A elle-même. Par ailleurs il existe des phrases que nous comprenons parfaitement sans avoir à consulter le contexte. C'est le cas par exemple des phrases (3) :

(3) a. Le mercure bout à 357 °C.
 b. Louis XIV est mort à l'âge de 76 ans.
 c. Alice poursuit un lapin blanc.

Peu importe dans quelles conditions sont énoncées ces phrases, il semble que nous comprendrons chacune d'elles toujours de la même manière. C'est donc qu'elles sont capables par elles-mêmes de véhiculer un sens.

Et méthodologiquement, s'il existe virtuellement une infinité de contextes pouvant accueillir une infinité d'énoncés différents d'une phrase donnée, nous serons bien obligés de faire un peu abstraction du contexte pour nous lancer dans l'étude du sens sans nous retrouver immobilisés dans une surabondance de cas particuliers.

Nous allons donc admettre qu'une phrase, en tant qu'objet abstrait de la grammaire, possède un sens. Simplement parfois ce sens sera partiel, incomplet. Par exemple le sens de la phrase (1) sera l'*invariant* ou le *dénominateur commun* que l'on retrouve dans la compréhension de tous ses énoncés, quel que soit le contexte. Ensuite, pour compléter la détermination du sens d'un énoncé, on doit faire intervenir le contexte dans le processus.

Cette idée est illustrée dans le second schéma d'interprétation que propose Ducrot (figure 1.2) et qui montre que la « grammaire du sens » se divise en deux composants que Ducrot appelle *linguistique* et *rhétorique*. L'interprétation procède ainsi en deux passes : d'abord on dégage un premier sens (général) A' propre à la phrase, puis on élucide un sens plus complet et précis de l'énoncé en tenant compte des informations fournies par le contexte X.

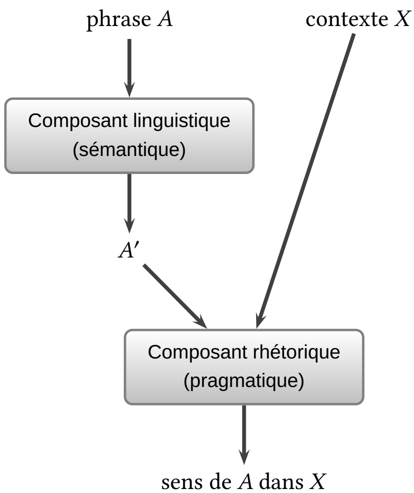


FIG. 1.2 : Schéma d'interprétation, seconde version (Ducrot 1984)

Pour employer une terminologie plus standard, nous renommerons les composants linguistique et rhétorique de Ducrot en, respectivement, composants *sémantique* et *pragmatique*. La pragmatique, comme la sémantique, étudie le sens linguistique (et d'ailleurs la délimitation des deux disciplines n'est pas toujours absolument franche) ; par convention on considère généralement que la pragmatique se concentre sur le sens des énoncés *en contexte* et *en usage*. Dans ces pages nous nous consacrerons principalement au A' du schéma, c'est-à-dire, en quelque sorte, le « sens sémantique » directement attaché aux phrases. C'est une démarche qui, au vu de l'architecture du schéma, est ordonnée puisque le composant pragmatique opère après et sur les résultats issus du composant sémantique.

1.2 La compréhension comme inférence

J'ai proposé que nous pouvions entreprendre une investigation du sens via la compréhension, en soulignant cependant que la compréhension est également un phénomène intimement mental. Là encore nous devons essayer de l'aborder de l'extérieur. Par exemple, nous pouvons nous interroger sur les symptômes de la compréhension, en nous demandant ce qui peut manifester le fait qu'un auditeur a compris une phrase ou un énoncé. Comprendre une phrase (ou un énoncé) c'est, entre autres, être capable de raisonner dessus. Autrement dit, c'est être capable d'en tirer des conclusions, d'en faire un résumé, de la reformuler, de la qualifier, de la comparer, l'opposer à d'autres, etc. ce que nous allons désigner par le terme général d'*inférences*. Et là encore, nous n'allons pas nous intéresser directement aux conclusions mentales, aux idées ou pensées ni même aux réactions cérébrales que déclenchent une phrase. Heureusement, ces conclusions peuvent à leur tour être exprimées sous forme de phrases, qui sont, elles, directement observables. Ce que nous allons donc faire, c'est nous intéresser à des *propriétés* et des *relations* qui manifestent ces inférences. Il s'agit de propriétés et de relations de sens qui s'établissent sur ou entre des phrases et qui, lorsqu'elles sont précisément identifiées, peuvent nous guider dans la découverte et la caractérisation du sens des phrases concernées.

En guise d'exemple et d'illustration, nous allons d'abord envisager une relation assez simple : la PARAPHRASE. C'est certainement une des relations les plus intuitives, et nous l'abordons ici sous un angle informel, afin de nous faire une idée de ce qu'est une relation de sens entre phrases. La paraphrase, c'est la synonymie au niveau de la phrase. Nous dirons donc que deux phrases sont en relation de paraphrase (ou qu'une phrase est une paraphrase d'une autre), si elles ont le même sens. Voici quelques exemples de paires de phrases qui peuvent être jugées des paraphrases l'une de l'autre :

(4) a. Anne a acheté une lampe au brocanteur.
b. Le brocanteur a vendu une lampe à Anne.

(5) a. La glace fond à 0 ℃.
b. La température de fusion de l'eau est de 0 ℃.

(6) a. Tous les étudiants ont eu la moyenne à l'examen.
b. Aucun étudiant n'a été recalé à l'examen.

(7) a. Vous savez bien que l'existence précède l'essence.
b. Vous n'ignorez pas que l'existence précède l'essence.

Mais il y a un petit problème méthodologique ici : nous risquons de tourner en rond, en inversant la prémisse et la conclusion. La définition de la paraphrase esquissée ci-dessus présume qu'on se fasse *a priori* une idée du sens des phrases. En effet, nous ne disons pas : si deux phrases sont des paraphrases, alors nous en concluons qu'elles ont le même sens ; nous disons : si elles ont le même sens, alors ce sont des paraphrases. Autrement dit, établir que deux phrases sont des paraphrases ne nous *apprend* pas grand chose sur leur sens, si ce n'est ce que nous savons déjà : qu'elles veulent dire la même chose.

Nous pourrions contourner ce problème en estimant que nous avons, en tant que locuteurs, une intuition forte et fiable de la relation de paraphrase, qui nous vient naturellement sans avoir à nous interroger consciemment et précisément sur le sens des phrases (et c'est peut-être ce qui s'est produit quand nous avons lu les exemples (4)–(7)). Dans ce cas, la conclusion que des phrases ont le même sens pourrait être vue comme un gain dans l'observation. Mais scientifiquement cette démarche a ses limites, car justement l'intuition n'est, par nature, pas entièrement fiable. Que se passe-t-il si un observateur qui a la ferme intuition que les deux phrases de (4) ou de (8) sont de bonnes paraphrases fait face à un autre observateur qui a la ferme intuition du contraire ? Comment départager raisonnablement deux intimes convictions ? Dans le simple affrontement d'une opinion contre une autre, il n'y a pas de vainqueur honnête.

(8) a. La glace fond à 0 ℃.
    b. L'eau gèle à 0 ℃.

Ce dont nous avons besoin c'est d'étayer nos jugements au moyen d'*arguments* et de *justifications* suffisamment univoques et objectifs. Et pour ce faire, il nous faut travailler sur des définitions de relations elles-mêmes univoques et objectives, et si possible qui n'anticipent pas sur la notion de sens.

1.2.1 La conséquence logique

La CONSÉQUENCE LOGIQUE n'est peut-être pas la relation la plus spectaculaire, mais elle a le mérite d'être solidement et objectivement définie, à l'aide de la logique (comme son nom l'indique). Sa définition est la suivante :

Définition 1.1 : Conséquence logique
Une phrase B est une conséquence logique d'une phrase A, ssi*à chaque fois* que A est vraie, alors B est vraie aussi.

Si B est une conséquence logique de A, nous dirons alors que A ENTRAÎNE[7] B.

Notation 1.1
Si A entraîne B, nous écrirons : $A \models B$.

Voici quelques exemples en guise d'illustration. Dans chaque groupe de phrases, la phrase (a) entraîne chacune des phrases qui suit.

[7] Le terme anglais usuel est *entail* et la conséquence logique est appelée *entailment*. En français on peut également dire « A implique B », mais nous éviterons généralement de le faire ici car nous réserverons cette terminologie pour un autre emploi.

(9) a. L'objet qui est dans la boîte est une bague en or.
 b. L'objet qui est dans la boîte est en or.
 c. L'objet qui est dans la boîte est une bague.

(10) a. Kim a embrassé Elise avec fougue.
 b. Kim a embrassé Elise.
 c. Elise a été embrassée.
 d. Quelqu'un a embrassé Elise.
 e. Kim a fait quelque chose (à Elise).

(11) a. Alice a marché sur un schtroumpf.
 b. Les schtroumpfs existent.

(12) a. Bob est marié.
 b. Bob n'est pas pas célibataire.

(13) a. Douze étudiants ont eu la mention TB.
 b. Trois étudiants ont eu la mention TB.

Afin de voir comment la définition 1.1 s'applique ici, pour chaque groupe d'exemples, commencez par imaginer ou supposer que la phrase (a) est vraie ; sous cette hypothèse vous ne pouvez alors pas faire autrement que d'admettre que les phrases suivantes sont vraies aussi. Et c'est bien le cas, y compris pour (13) qui peut à première vue sembler un peu contre-intuitif. En effet si nous supposons qu'il y a effectivement douze étudiants qui ont eu la mention TB, alors (13b) ne peut pas être fausse car cela voudrait dire qu'il n'est pas possible de trouver trois étudiants qui ont la mention TB. Mais parmi les douze c'est très facile d'en extraire trois. Autrement dit, (13b) est forcément vraie sous l'hypothèse (13a)[8].

Notons que pour « sentir » une conséquence logique entre deux phrases, nous pouvons nous aider en les enchaînant avec le connecteur *donc*[9] ; ainsi *donc* peut être une manière de prononcer le symbole $\models$.

L'avantage de cette relation est qu'elle échappe au cercle vicieux aperçu avec la paraphrase. Il s'agit bien d'une relation de sens, dans la mesure où elle s'avère caractéristique de la compréhension que l'on a de la phrase qui en entraîne une autre, mais la définition de la relation ne fait pas intervenir la notion de sens. Elle s'appuie à la place sur la notion de VÉRITÉ d'une phrase. On pourra arguer que pour être capable de déterminer si une phrase est vraie ou fausse, il faut en connaître le sens (et c'est exactement cette vision des choses que nous adopterons dans cet ouvrage, nous y reviendrons en détail dans le chapitre 2). Pour autant, il n'en demeure pas moins que l'on peut appliquer la définition 1.1 aux phrases (9)–(13) sans s'interroger *a priori* sur leur sens et surtout sans partir d'une idée préconçue de ce que cela pourrait être. Empiriquement, la conséquence logique semble plus immédiatement et objectivement accessible que le sens.

[8] Nous reviendrons plus longuement sur l'interprétation des numéraux en §1.3.2 car, bien sûr, l'histoire n'est pas finie.

[9] Mais attention, ceci n'est qu'une aide, l'emploi de *donc* n'a pas valeur de démonstration.

Mentionnons dès à présent un point très important de la théorie (nous y reviendrons avec insistance dans les chapitres suivants) et qui apparaît dans la définition via le « à chaque fois que ». Nous aurions pu dire aussi « dans tous les cas où ». Ces « fois » ou ces « cas » correspondent à ce que nous pouvons appeler des *circonstances*, et il importe de toujours avoir à l'esprit qu'une phrase est rarement vraie ou fausse dans l'absolu, mais que sa vérité ou sa fausseté *dépend* de certaines circonstances. Cette importance des circonstances qui « accompagnent » une phrase doit nous faire penser à ce qui a été évoqué dans la section précédente sur le rôle du contexte. Il nous faudra beaucoup avancer dans la théorie pour montrer précisément que les circonstances évoquées ici ne coïncident pas exactement avec les circonstances qui définissent le contexte d'énonciation et qui ont été présentées précédemment (ceci sera abordé au chapitre 8, vol. 2). Pour l'instant, disons simplement qu'il conviendra de faire la distinction entre, d'une part, les circonstances par rapport auxquelles on peut dire si une phrase est vraie ou fausse et, d'autre part, les circonstances qui permettent de déterminer ou de compléter le sens d'un énoncé. Les premières n'influent pas sur le sens ; les secondes constituent les paramètres que nous avons regroupés sous le chef de contexte d'énonciation.

Maintenant, que peut nous apprendre une conséquence logique sur le sens des phrases qu'elle relie ? Nous sommes en train de faire l'hypothèse que c'est le sens des phrases qui est responsable de leur relation de conséquence. D'ailleurs nous nous en apercevons, au moins informellement, par le fait que nous pouvons dire, lorsque A entraîne B, que A « signifie », entre autres, B (sachant bien sûr que A ne signifie pas que cela), ou encore que ce qui est « dit » dans B est déjà dit dans A. Et ce qui est dit dans une phrase, c'est son contenu, la pensée qu'elle véhicule conventionnellement, c'est-à-dire très probablement son sens. Nous pouvons alors conclure que si A entraîne B, alors tout le sens de B est inclus, d'une manière ou d'une autre, dans le sens de A. B peut donc se présenter comme un extrait du sens de A. Et donc si nous parvenons à obtenir suffisamment de conséquences logiques pour une phrase donnée, cela peut, dans certains cas, nous permettre de décomposer le sens de cette phrase en unités plus petites et plus simples. Inversement, si le sens est responsable des conséquences logiques, alors une description sémantique adéquate d'une phrase doit être en mesure de rendre compte et de prédire toutes ses conséquences logiques.

La conséquence logique peut aussi parfois aider à établir que deux phrases n'ont pas le même sens. Supposons, par exemple, que A et B nous semblent assez proches sémantiquement, au point que nous serions prêts à les qualifier d'assez bonnes paraphrases l'une de l'autre. Si cependant nous trouvons une phrase C qui est une conséquence de A mais pas de B, alors nous pourrons conclure que A et B n'ont pas exactement le même sens.

Enfin c'est sur la conséquence logique entre phrases que se définissent les relations sémantiques lexicales d'hyperonymie et hyponymie (cf. Cruse 1986 : p. 89). Un hyponyme est une unité lexicale plus spécifique que son hyperonyme qui lui est plus général, comme par exemple *truite* par rapport à *poisson*, qui se vérifie par le fait que *j'ai mangé une truite* $\models$ *j'ai mangé un poisson*. Cela confirme l'idée qu'il n'est pas déraisonnable d'étudier le sens des phrases en amont de celui des mots.

S'il est important de savoir reconnaître une conséquence logique entre deux phrases, il est tout aussi important d'être bien avisé de ce qui n'en est pas une. À cet effet, donnons-nous d'abord un élément de notation.

Notation 1.2
S'il n'y a pas de relation de conséquence logique de A vers B, nous écrirons $A \not\models B$.

Mais qu'est-ce que cela signifie que B n'est pas une conséquence de A ? Quand peut-on établir $A \not\models B$? Tout simplement lorsque la définition 1.1 ne s'applique pas ; c'est-à-dire s'il existe au moins un cas de figure où A est vraie et B est fausse (car alors il n'est pas vrai que dans *tous* les cas où A est vraie B l'est aussi). Un tel cas, s'il existe, s'appelle un CONTRE-EXEMPLE à la conséquence logique et il suffit à lui seul à montrer que A n'entraîne pas B.

Cela permet de faire une distinction franche entre ce qui est rigoureusement une conséquence logique et ce qui est une simple conjecture. Ainsi (14b) n'est pas une conséquence logique de (14a).

(14) a. Albert est un homme.
b. Albert a deux bras.

Nous pouvons facilement lui trouver un contre-exemple : un cas de figure où Albert est un homme manchot ; (14a) est alors vraie mais (14b) est fausse.

La notion de contre-exemple est particulièrement précieuse car nous en tirons une efficace méthode de vérification (ou d'infirmation, le cas échéant) d'une relation de conséquence logique. La méthode est la suivante : pour vérifier si une phrase B est bien une conséquence d'une phrase A, nous cherchons un *contre-exemple*, c'est-à-dire : nous essayons d'imaginer une situation pour laquelle A vraie et B est fausse. Si nous y parvenons, c'est que $A \not\models B$; et si au contraire cela nous conduit forcément à une incohérence ou une contradiction, c'est que $A \models B$.

Et il y a un autre point qui mérite notre attention ici. C'est qu'il ne suffit pas d'extraire un « bout » de phrase pour obtenir une conséquence logique. Regardons les exemples suivants :

(15) a. Jean croit que c'est le colonel Moutarde le coupable.
b. C'est le colonel Moutarde le coupable.

(16) a. Cet animal est un petit cachalot.
b. Cet animal est un cachalot.
c. Cet animal est petit.

Pour (15), c'est assez simple. Imaginons une situation où un crime a eu lieu et où nous *savons* que le colonel Moutarde est innocent (car nous sommes bien informés), et dans cette situation, Jean croit à tort que le colonel est coupable. Evidemment alors (15a) est vraie, mais (15b) est fausse. C'est un contre-exemple. Avec (16), c'est un peu différent. Certes (16a) $\models$ (16b). En revanche, dans une situation où (16a) est vraie (par exemple nous sommes devant un cachalot pygmée, à peu près de la taille d'un hippopotame), il est tout à fait légitime d'admettre que (16c) est fausse (à partir du moment où l'on considère qu'un petit animal est plutôt du coté des souris par exemple, voire des insectes)[10].

Exercice 1.1
Pour chaque paire de phrases suivantes, dites, en le démontrant, si la phrase (b) est ou non une conséquence logique de la phrase (a).

1. a. Ta soupe est chaude.
   b. Ta soupe n'est pas froide.
2. a. Ta soupe est chaude.
   b. Ta soupe n'est pas brûlante.
3. a. Joseph a prouvé que c'est le colonel Moutarde le coupable.
   b. C'est le colonel Moutarde le coupable.
4. a. Des étudiants ont eu la moyenne au partiel.
   b. Des étudiants n'ont pas eu la moyenne au partiel.

1.2.2 Les équivalences

Revenons aux paraphrases. Nous avons vu que la définition donnée en page 7 était un peu circulaire (du moins pour l'objectif que nous poursuivons ici). Avec la conséquence logique, nous pouvons donner une définition plus rigoureuse, même si elle risque d'être un peu plus restrictive. D'ailleurs nous ne reprendrons pas ici le terme de paraphrase ; nous parlerons, à la place, d'ÉQUIVALENCE LOGIQUE.

Définition 1.2 : Équivalence logique (1)
Deux phrases A et B sont dites (logiquement) équivalentes ssi elles s'entraînent mutuellement, i.e. ssi $A \models B$ et $B \models A$.

Deux phrases logiquement équivalentes peuvent (a priori théoriquement[11]) être remplacées l'une par l'autre dans un discours ou une conversation en préservant la vérité de ce qui est dit ; c'est-à-dire qu'elles disent la même la chose, et nous en déduirons qu'elles ont le même sens. Mais là encore, puisque nous utilisons la conséquence logique pour la définir, la relation d'équivalence s'offre à l'observation sans être directement tributaire d'une définition a priori du sens.

A ce propos, la définition ci-dessus est un peu indirecte, découlant de la conséquence. Nous pouvons donner une définition plus primaire, qui reflète mieux les propriétés de l'équivalence.

[10] Nous reviendrons sur ce type de phénomène dans les chapitres 4 et 11 (vol. 2).

[11] En fait c'est inexact : les phrases peuvent avoir des propriétés syntaxiques ou pragmatiques différentes qui les rendent plus ou moins naturelles dans un discours ou une discussion donnés. Nous ne regardons ici que l'effet sémantique de la relation d'équivalence.

Définition 1.3 : Équivalence logique (2)
Deux phrases A et B sont dites (logiquement) équivalentes, ssi dans tous les cas où A est vraie, B est vraie aussi, et dans tous les cas où A est fausse, B est fausse aussi[12].

La conséquence logique ne prend pas en compte les cas où A est fausse. Lorsque nous avons $A \models B$, nous pouvons trouver des cas où A est fausse et B vraie, c'est juste qu'ils ne sont pas pertinents pour la relation. Nous voyons donc que l'équivalence logique, quant à elle, est une relation plus « étroite », car elle pose plus de contraintes dans sa définition : elle regarde aussi les cas où A est fausse. De là nous pouvons tirer un corollaire.

Corollaire 1.1
A et B sont (logiquement) équivalentes ssi on ne peut jamais avoir *dans les mêmes circonstances* A vraie et B fausse (ou inversement).

Autrement dit, si A et B sont logiquement équivalentes, alors elles sont soit toutes les deux vraies en même temps, soit toutes les deux fausses en même temps (selon les circonstances par rapport auxquelles nous les jugeons). Cela nous conduit à nous intéresser à une autre relation, qui manifeste le comportement inverse, la *contradiction*.

Exercice 1.2
Vérifiez si les exemples données en (4)–(7) sont bien des équivalences logiques.

1.2.3 Les contradictions et les anomalies

1.2.3.1 Contradictions

Deux phrases sont dites CONTRADICTOIRES ssi lorsque l'une est vraie, l'autre est fausse et réciproquement, c'est-à-dire ssi les deux phrases ne peuvent jamais être vraies *en même temps*.

Définition 1.4 : Contradiction (relation)
Deux phrases A et B sont contradictoires (ou en relation de contradiction), ssi dans tous les cas où A est vraie, B est fausse et dans tous les cas où A est fausse, B est vraie.

[12] Une autre manière de le dire est : dans tous les cas où A est vraie, B est vraie et dans tous les cas où B est vraie, A est vraie aussi. Cela revient exactement au même.

La contradiction la plus élémentaire est celle qui relie une phrase et sa négation. Profitons en pour introduire un élément de notation.

Notation 1.3 : Négation
Soit A une phrase (déclarative) quelconque, on note $\neg A$ la NÉGATION de A.

Le symbole $\neg$ est un OPÉRATEUR, l'opérateur de négation ; il « transforme » une phrase en sa négation, et $\neg A$ se prononce généralement « *non A* »[13]. Nous reviendrons dessus aux chapitre 2, mais nous pouvons dire dès à présent que, *par définition*, cet opérateur a pour fonction d'*inverser* la vérité d'une phrase ; c'est-à-dire que dans tous les cas où A est vraie alors $\neg A$ est fausse et réciproquement. Nous constatons donc que la définition 1.4 s'applique immédiatement à A et $\neg A$. Ainsi, par exemple, les phrases (17a) et (17b) sont contradictoires :

(17) a. Les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont parallèles.
b. Les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ ne sont pas parallèles.

Ce phénomène, illustré par (17), s'appelle la LOI DE CONTRADICTION. Elle peut sembler évidente, mais elle met néanmoins en avant une propriété sémantique fondamentale de la négation ; et nous aurons donc intérêt à définir formellement le sens de la négation de manière à respecter cette loi (cf. §2.3.3, p. 77). Par ailleurs, nous verrons que cette loi constitue un outil intéressant lorsque nous aborderons les propriétés sémantiques des groupes nominaux (cf. §3.3, p. 151).

Définition 1.5 : Loi de contradiction
Si A représente une phrase déclarative, alors A et $\neg A$ sont contradictoires.

Bien sûr nous pouvons trouver des paires de phrases contradictoires qui ne suivent pas (du moins explicitement) le schéma de la loi de contradiction. Ainsi :

(18) a. Mercredi matin, à la réunion, Pierre était présent.
b. Mercredi matin, à la réunion, Pierre était absent.

Dans la définition 1.4, la contradiction est définie comme une relation sémantique, c'est-à-dire qui s'établit entre deux phrases. Mais il est également courant de faire usage du terme de contradiction pour désigner une *propriété* sémantique de phrase, c'est-à-dire quelque chose que l'on peut dire au sujet d'une seule phrase.

[13] Astuce : il n'est pas toujours facile de « prononcer » $\neg A$ en français avec les tournures négatives standards (i.e. *ne… pas*). Dans ce cas, il est prudent d'utiliser une version non équivoque qui est : *il est faux que A* ou *il n'est pas vrai que A*. Par exemple, si A représente *Léo n'a aucun ennemi*, alors $\neg A$ se prononcera *il est faux que Léo n'a aucun ennemi*.

Définition 1.6 : Contradiction (propriété)
On dit qu'une phrase est CONTRADICTOIRE ou que c'est une CONTRADICTION ssi elle ne peut, en aucune circonstance, être vraie.

Autrement dit, une phrase contradictoire est une phrase *toujours* fausse.

Un moyen simple de construire une phrase contradictoire consiste à coordonner par les conjonctions *et* ou *mais* deux phrases qui sont entre elles en relation de contradiction, comme en (19) :

(19) a. Alice est intelligente mais Alice n'est pas intelligente.
b. La Terre est sphérique et plate.

L'exemple (19b) montre aussi que la notion de contradiction peut s'avérer utile pour tirer des informations de sémantique lexicale (en l'occurrence sur le sens des adjectifs *sphérique* et *plat*). C'est ce que montre également la contradiction (20).

(20) Ce carré est un triangle.

1.2.3.2 Tautologies

S'il y a des phrases qui sont toujours fausses, il est tout aussi utile de considérer celles qui sont toujours vraies et qui s'appellent les *tautologies*.

Définition 1.7 : Tautologie
Une phrase est une TAUTOLOGIE ssi elle est vraie en toute circonstance.

Il s'ensuit que si A est une tautologie, alors $\neg A$ est une contradiction et vice-versa. Et à l'instar de la conséquence logique, il y a une méthode assez simple de démontrer qu'une phrase est une tautologie : il suffit d'essayer d'imaginer un cas de figure où cette phrase serait fausse ; si cela s'avère impossible ou incohérent, c'est que nous avons une tautologie. C'est ce que montrent les exemples suivants :

(21) a. Mon cheval est un cheval.
b. Peut-être qu'en ce moment il pleut à Cherbourg, et peut-être pas.
c. Si Alice a la grippe, alors elle est malade.

Les tautologies jouent un rôle important en logique – où elles sont souvent appelées des LOIS – pour formaliser les raisonnements et les démonstrations. D'un point de vue linguistique, on peut s'interroger sur l'intérêt de les examiner car, comme l'illustrent les exemples ci-dessus, elles paraissent souvent sémantiquement triviales (nous allons immédiatement y revenir). Pourtant notre capacité à juger qu'une phrase est tautologique est révélateur de la compréhension que nous en avons et donc de son sens. C'est à la sémantique d'expliquer pourquoi ces phrases sont des tautologies.

1.2.3.3 Absurdités et anomalies sémantiques

Les exemples de tautologies et de contradictions que nous avons vus ont la particularité de nous apparaître comme un peu saugrenus, un peu absurdes. Il se trouve qu'en logique, la contradiction est aussi nommée l'*absurde* (comme dans les raisonnements *par l'absurde*). Mais il ne faudra pas confondre cet *absurde* logique avec ce que nous qualifions ordinairement d'absurde pour désigner quelque chose d'insensé, d'incohérent ou de ridicule. D'ailleurs *insensé*, comme son nom l'indique, suggère l'idée de quelque chose qui n'a pas de sens. Mais est-ce que ce que nous pouvons parfois trouver insensé est vraiment dépourvu de sens ? Il est possible (et légitime) de défendre que les tautologies et les contradictions ont un sens et que c'est justement ce sens qui nous permet de les reconnaître comme telles. Tautologies et contradictions nous frappent par leur absurdité mais pour des raisons un peu différentes. Les tautologies sont dramatiquement évidentes et dans une conversation, du point de vue de l'échange d'information (du moins si nous les prenons littéralement), elles n'apportent rien, n'apprennent rien, ne servent à rien. Le cas des contradictions est un peu plus grave : en matière d'informations, elles s'autodétruisent puisqu'elles disent quelque chose qui ne peut jamais être vrai.

De fait, nous pouvons concevoir des phrases qui « clochent » de par leur sens et que nous pouvons juger comme problématiques du point de vue de leur compréhension. Il est dans l'intérêt de la sémantique d'étudier et d'expliquer ces dérèglements de sens car ils peuvent nous en apprendre beaucoup sur les mécanismes d'interprétation dans la langue[14] : savoir juger qu'une phrase est sémantiquement dysfonctionnelle est révélateur de notre faculté de compréhension. Autrement dit, à l'instar de la syntaxe qui porte des jugements d'(in)acceptabilité grammaticale, il peut nous être utile de porter des jugements d'*anomalies sémantiques*. Mais il convient alors de prendre certaines précautions. Contrairement aux inacceptabilités grammaticales qui sanctionnent une malformation syntaxique, les anomalies sémantiques ne témoignent pas nécessairement d'une malformation du sens. Cela est dû en partie à ce que, comme nous l'avons vu ci-dessus, il existe différents types d'anomalies, différents phénomènes sémantiques qui provoquent des sentiments d'étrangeté lors de la compréhension. Il convient donc de savoir correctement les distinguer afin de ne pas se méprendre sur les conclusions que nous pourrions en tirer. À cet effet je reprends ici (en partie) la typologie proposée par Cruse (1986 : 10–14) et qui est illustrée par les exemples suivants :

(22) a. Il est tombé de la neige blanche ce matin.
b. L'avion monte vers le haut.
c. Mon écrevisse apprivoisée a fini tous les mots-croisés du journal.

[14] Tout comme il est dans l'intérêt de la médecine et de la biologie d'étudier les maladies, c'est-à-dire les dérèglements de la santé, pour comprendre le fonctionnement des organismes vivants.

d. Le monde est un grand disque posé sur le dos de quatre immenses éléphants se tenant sur la carapace d'une gigantesque tortue.
e. Les émois intriqués des synapses rougeoient géologiquement.
f. La racine cubique du canapé de Mireille a bu notre altérité.

Les phrases (22a) et (22b) contiennent des *pléonasmes*, c'est-à-dire des redondances, des répétitions superflues d'informations. Les tautologies sont souvent des pléonasmes, mais les pléonasmes ne sont pas tous des tautologies[15]. Ils ne posent pas de graves problèmes de compréhension et nous les jugeons probablement plus lourds qu'anormaux, parce que mal équilibrés sémantiquement. Mais ils sont utiles pour l'analyse car ils signalent une répétition à laquelle la sémantique est sensible.

Les phrases (22c) et (22d) font partie de ce que Cruse appelle les *invraisemblances* (ang. *improbablities*) et il arrive souvent qu'elles soient, dans un réflexe néophyte, rejetées comme sémantiquement déviantes. Mais en réalité elles sont parfaitement compréhensibles et il n'y a donc pas de raison de voir une anomalie dans leur sens. Les anomalies se trouvent dans l'histoire racontée ou le tableau dépeint, qui se trouvent s'écarter singulièrement de notre réalité quotidienne, mais cela n'est pas un problème linguistique. Cela fait partie des propriétés du langage que d'avoir le pouvoir expressif de mettre en scène les fruits de notre imagination[16]. Nous aurons donc intérêt à ne pas traiter les invraisemblances comme des anomalies sémantiques.

Au contraire, les phrases (22e) et (22f) présentent, elles, des anomalies flagrantes. Nous peinons à les comprendre précisément et cela implique que nous ne parvenons pas (du moins pas entièrement) à leur attribuer un sens[17]. Cruse les appelle des *dissonances* pour souligner qu'elles présentent des incompatibilités ou des discordances entre plusieurs éléments de la phrase qui en bloquent la compréhension. C'est bien sûr lié à l'idée que le sens d'une phrase se construit et que parfois cette construction peut échouer. C'est généralement à la sémantique d'expliquer et de prédire de tels échecs.

Souvent les dissonances les plus susceptibles d'intéresser les sémanticiens ne sont pas aussi spectaculaires que (22e) et (22f). Elles peuvent être spécifiquement localisées et ne pas contaminer complètement la compréhension de la phrase. Mais nous avons tout de même la faculté de juger qu'elles comportent des défauts sémantiques, comme par exemple dans les phrases (23).

(23) a. Ce trou est entièrement profond.
b. Mon voisin est très veuf.
c. Seuls tous les étudiants ont écouté le professeur.

[15] Par exemple (22a) peut être fausse s'il n'a pas neigé ce matin.

[16] Et c'est ce qui nous permet de lire tout naturellement de la fiction sans sombrer dans des abîmes de perplexité. D'ailleurs une recette pour aider à porter ce type de jugement est de se dire que si la scène décrite par la phrase peut être dessinée ou « filmée » (même avec des effets spéciaux virtuoses), alors il s'agit d'une invraisemblance, pas d'une véritable anomalie sémantique.

[17] Certes il est souvent possible, si nous faisons preuve de suffisamment de créativité (et de charité envers l'auteur des phrases), de finir par leur trouver un sens imagé (mais généralement peu conventionnel et pas forcément consensuel). Pour autant cela ne change rien au jugement initial que nous portons, car si nous devons faire des efforts particuliers pour les déchiffrer (contrairement à des phrases ordinaires) c'est justement parce qu'elles sont au départ sémantiquement déficientes.

Ce sont les dissonances que nous qualifierons véritablement de sémantiquement mal formées ou anormales, car nous pouvons estimer que, globalement, elles ne veulent à peu près rien dire. Et il est à remarquer que la malformation sémantique n'est pas liée à une malformation syntaxique[18] : les phrases (22e) et (22f) sont tout à fait correctes pour ce qui est de leur syntaxe. En syntaxe, il est usuel de marquer les jugements d'agrammaticalité en préfixant d'un * les séquences rejetées. En sémantique, on utilise souvent la marque # pour signaler une anomalie. Mais il faut faire attention car ce symbole est aussi employé pour marquer des phrases parfaitement bien formées et compréhensibles mais qui sont *inappropriées* dans le contexte où elles sont énoncées. C'est le cas par exemple des réponses en (24).

(24) a. – Tu aurais de la monnaie sur 10 euros s'il te plaît ?
#– J'ai passé d'excellentes vacances en Lozère il y a deux ans.
b. – Qui est-ce qui a invité Jeremy à mon anniversaire ?
#– C'est Jeremy que Thierry a invité.

Cela pourrait constituer une catégorie supplémentaire à l'inventaire de Cruse, que nous pourrions appeler les *incongruïtés* (*contextuelles*), mais il faudra bien garder à l'esprit que ce type d'anomalies relève au moins autant de la pragmatique que de la sémantique, puisque le contexte entre en jeu.

1.2.4 Les ambiguïtés

Nous venons de voir que les phrases les plus anormales sémantiquement sont difficiles (voire impossibles) à comprendre. Il existe par ailleurs des phrases qui peuvent nous sembler difficiles à comprendre sans pour autant que nous les jugions vraiment mal formées sémantiquement. Ce sont ce que nous pourrons appeler des phrases obscures ou absconses. Il peut y avoir diverses causes à cet effet, et l'une de celles qui viennent le plus souvent à l'esprit est que ces phrases sont *ambiguës*. Les ambiguïtés peuvent effectivement être des sources d'incompréhension, mais *ambigu* ne signifie pas nécessairement « peu clair » ou « difficile à comprendre ». Une phrase ambiguë, par définition, est une phrase à laquelle on peut attribuer (au moins) deux sens différents. C'est ce qui crée parfois un flottement dans la compréhension, même si souvent le contexte nous aide beaucoup à résoudre les ambiguïtés (et parfois sans que nous en ayons conscience). Évidemment cette définition, comme celle de la paraphrase, boucle sur une connaissance préalable du sens, et nous aurons donc intérêt à donner une caractérisation plus objective. Le but de la sémantique est d'expliciter le sens des expressions de la langue, et donc si une expression est ambiguë, la sémantique se doit d'en rendre compte en en proposant des sens distincts. Et cela implique que la sémantique doit se munir d'un critère précis et rigoureux qui permette d'établir que deux sens sont différents. Nous voyons ainsi que les ambiguïtés jouent un rôle important pour nous[19].

[18] C'est par exemple l'idée que défend Chomsky (1957 : §2.3).

[19] C'est même une des principales missions de la sémantique : repérer et identifier les ambiguïtés. Il faut savoir en revanche que la sémantique théorique et descriptive n'a pas pour objectif de *résoudre* (on dit aussi *lever*) les ambiguïtés, même si, bien sûr, les principes de résolutions doivent fondamentalement s'appuyer sur la sémantique et la pragmatique.

Nous allons commencer par examiner quelques exemples, qui montrent que les ambiguïtés peuvent se nicher à divers niveaux de l'analyse linguistique.

(25) a. L'obstination de cet homme brave la tourmente.
b. Les figurants ne sont pas dans le champ.
c. Dans le parc, j'ai vu un singe avec un télescope.
d. Julie a proposé à Clara d'aller chez elle.
e. Voltaire et Rousseau s'admiraient beaucoup.
f. Alex a seulement présenté Sam à Maria.

Une façon pratique et simple de révéler des ambiguïtés consiste à donner à la phrase différentes reformulations ou paraphrases. Parfois quelques commentaires suffisent. Ainsi (25a) nous parle soit d'un homme qui est brave et qui cause des tourments à quelqu'un (probablement une femme), soit d'un homme qui affronte une tempête ou une agitation. Cette phrase joue malicieusement sur l'homonymie des mots *brave* (adjectif ou verbe), *la* (pronom ou déterminant) et *tourmente* (nom ou verbe).

L'exemple (25b) est également un cas d'ambiguïté lexicale, mais au sein d'une même catégorie grammaticale : le nom *champ* peut être compris comme désignant un terrain ou le champ d'une caméra. Notons à ce propos qu'en ce qui concerne les unités lexicales, il est habituel de distinguer l'ambiguïté de la *polysémie*. L'ambiguïté correspond généralement à de l'homonymie, c'est-à-dire deux unités lexicales distinctes (et donc de sens différents) qui se trouvent avoir, souvent accidentellement, la même forme ; la polysémie, qui littéralement signifie « plusieurs sens », qualifie *une* unité lexicale qui possède plusieurs acceptions, différentes mais sémantiquement apparentées. À cet égard, *champ* est polysémique (puisqu'il renvoie toujours à l'idée d'un espace où se produit une certaine activité). Ici nous ne parlerons pas de phrases polysémiques, et nous dirons que l'emploi d'une unité lexicale polysémique peut rendre une phrase ambiguë.

(25c) est un exemple classique d'ambiguïté syntaxique portant sur le rattachement structurel du groupe prépositionnel *avec un télescope* : soit c'est moi qui avais un télescope à l'aide duquel j'ai vu le singe, soit c'est le singe qui tenait un télescope.

L'ambiguïté de (25d), quant à elle, n'est pas liée à l'organisation syntaxique de la phrase ; elle réside dans l'interprétation du pronom personnel *elle* qui peut renvoyer à Julie ou à Clara. Cela nous rappelle, au passage, qu'un pronom comme *il* ou *elle* ne s'interprète pas en isolation : pour permettre une compréhension complète, il a besoin d'être mis en relation avec un élément du contexte (la phrase, le discours précédent ou la situation d'énonciation), élément que nous appellerons (pour faire simple) l'*antécédent* du pronom. Pour lever ce type d'ambiguïté, il est courant d'insérer, dans l'écriture de la phrase, des INDICES numériques dits référentiels pour faire apparaître ce lien entre le pronom et son antécédent, et ainsi sélectionner l'une ou l'autre des interprétations disponibles : *Julie*$_1$ *a proposé à Clara*$_2$ *d'aller chez elle*$_1$ *vs Julie*$_1$ *a proposé à Clara*$_2$ *d'aller chez elle*$_2$.

C'est aussi un pronom qui engendre l'ambiguïté de (25e), le pronom réfléchi *se* qui peut donner lieu à une interprétation réflexive (Voltaire admirait Voltaire et Rousseau admirait Rousseau) ou réciproque (Voltaire admirait Rousseau et Rousseau admirait Voltaire).

Enfin (25f) est au moins triplement ambiguë, ce que nous pouvons faire ressortir au moyen de paraphrases qui utilisent la tournure *ne...que* au lieu de *seulement* : soit Alex n'a fait qu'une seule présentation, Sam à Maria ; soit il n'a présenté que Sam à Maria ; soit il n'a présenté Sam qu'à Maria.

Donner des paraphrases nous aide à révéler les différents sens de phrases ambiguës, mais cela ne peut pas constituer une méthode de démonstration qu'une phrase est réellement ambiguë. Tout simplement parce qu'en théorie, rien ne nous garantit que deux paraphrases, même formellement distinctes, aient effectivement des sens distincts. Nous ne pourrons pas non plus fonder la démonstration de l'existence d'une ambiguïté sur la possibilité d'assigner à une phrase deux analyses syntaxiques différentes. Car là encore rien ne prouve que deux analyses syntaxiques distinctes donnent lieu nécessairement à deux sens distincts. Et réciproquement, il ne va pas de soi qu'une distinction de sens coïncide nécessairement avec une distinction de structure syntaxique. S'il est assez évident par exemple que (25a) et (25c) recouvrent chacun plusieurs analyses syntaxiques, ça l'est moins pour (25b), (25d) et (25f). Pour dire les choses autrement, si la syntaxe est en mesure de rendre compte de *tout* type d'ambiguïté c'est qu'elle présuppose la notion de sens (et qu'à ce titre, elle n'est peut-être pas *que* de la syntaxe). En fin de compte, une méthode objective (et fondamentalement sémantique) de démontrer qu'une phrase est ambiguë a intérêt à contourner les a priori d'une analyse linguistique préalable. Et pour ce faire, nous allons, là encore, utiliser la notion de vérité, en appuyant notre méthode sur la définition suivante[20] :

Définition 1.8 : Phrase ambiguë
Une phrase (déclarative) A est sémantiquement ambiguë ssi il existe au moins un même cas de figure par rapport auquel A peut être jugée à la fois vraie et fausse.

Cette définition s'applique seulement aux phrases déclaratives mais en avançant dans la théorie (notamment avec les chapitres 2 et 4) nous pourrons voir comment elle peut s'étendre à toute catégorie d'expressions ambiguës. Elle est certes « plus seconde » que celle qui précédemment évoquait plusieurs sens, mais nous verrons également que cette définition est en fait une conséquence directe de la première ainsi que de la définition formelle du sens que nous adopterons dès le chapitre suivant. De plus elle a le mérite de s'affranchir d'une idée préconçue de ce que serait le ou les sens d'une phrase.

La définition repose sur le fait qu'une phrase comprise avec *un sens déterminé* ne peut jamais être à la fois vraie et fausse quand nous la jugeons par rapport un cas de figure donné (cf. la loi de contradiction p. 14). Par conséquent, si nous arrivons à la trouver vraie *et* fausse (sans changer le cas de figure), c'est que nous parvenons à la comprendre avec *deux* sens différents. Nous avons ainsi une méthode opérationnelle pour *démontrer* qu'une phrase est ambiguë. Il suffit d'inventer un scénario, nous avons le droit de le

[20] Voir Gillon (2004) sur ce point et sur la notion d'ambiguïté en général.

choisir comme nous le souhaitons, mais en nous arrangeant de telle sorte qu'il rende la phrase vraie selon un certain sens et fausse selon un autre. Par exemple, reprenons (25c). Supposons donc que je me promène un matin dans un parc, sans télescope, et que j'aperçoive dans un arbre un singe qui tient un télescope. Dans ce cas de figure, la phrase (25c) est vraie car ce que j'ai vu est bien *un singe avec un télescope*, mais elle est également fausse car je n'ai pas utilisé un télescope pour voir le singe.

Il est tout à fait crucial ici de bien insister sur le fait que cette méthode consiste à inventer un *et un seul* scénario. Inventer deux scénarios différents qui rendent chacun la phrase vraie selon un sens puis l'autre *ne prouve absolument rien*. Car une phrase non ambiguë peut être vraie par rapport à une multitude de scénarios différents. Par exemple, la phrase simple *j'ai vu un singe* sera vraie dans des scénarios où le singe est orang-outan, un gibbon ou un gorille, où je me trouvais dans un zoo, une forêt ou le métro, etc.

Cela nous donne l'occasion de souligner une distinction importante à faire entre d'une part les ambiguïtés et d'autre part les propriétés que sont le VAGUE et l'IMPRÉCISION. Ces deux propriétés ne recouvrent pas les mêmes phénomènes, mais il s'agit surtout ici de les opposer à l'ambiguïté. Par exemple, nous savons que le nom *singe* peut renvoyer à de nombreuses espèces différentes ; cela ne veut pas dire que ce nom est ambigu, son sens est bien déterminé, il est simplement assez général, moins précis que le sens de certains autres mots. Il n'est pas vague non plus, car le vague correspond à l'existence de zones d'incertitudes et de frontières floues lorsqu'il s'agit par exemple de juger de la vérité ou de la fausseté d'une phrase. C'est ainsi le cas des noms de couleurs : sur un spectre chromatique (ou un arc-en-ciel) à partir de quel endroit pouvons nous être sûr de ne plus être dans le bleu et déjà dans le vert ? Souvent les expressions vagues sont également imprécises. *Beaucoup* et *nombreux* en sont d'autres exemples[21] :

(26) Il y a beaucoup de vaches dans ce pré.

Dans (26), *beaucoup* est imprécis dans la mesure où il ne nous donne pas le nombre exact de vaches et qu'il ne répond pas idéalement à la question *combien il y a de vaches ?*. *Beaucoup* est aussi vague car nous ne pouvons pas dire clairement à partir de quel nombre n de vaches la phrase (26) est vraie (sachant alors que pour $n-1$ vaches, elle sera fausse). Et cela se complique d'autant plus que *beaucoup* comporte certainement un élément de subjectivité variable qui entre en jeu dans l'évaluation de la quantité. Ainsi, par rapport à un scénario qui spécifie un nombre précis de vaches, par exemple 15, sans autre information sur ce que pense le locuteur, nous ne saurons pas dire si (26) est vraie ou fausse, et donc nous ne pourrons pas dire qu'elle est à la fois vraie et fausse. Alternativement, si nous savons que le locuteur estime que 15 n'est pas un nombre élevé de vaches pour un troupeau, alors nous jugerons la phrase fausse (et donc pas vraie). Dans les deux cas, nous n'aurons pas démontré que (26) est ambiguë.

Profitons-en pour introduire un outil d'observation qui permet de distinguer empiriquement une véritable ambiguïté sémantique de ce qui n'en est pas une. C'est ce que

[21] Il faut cependant être prudent car *par ailleurs* ces termes peuvent aussi être ambigus, compris comme signifiant soit « une grande quantité » soit « une grande proportion ». Nous y reviendrons au chapitre 6, §6.5.1.

nous appellerons le test des ellipses. Il consiste d'abord à ajouter à la phrase une proposition elliptique, par exemple avec *aussi*, *non plus* ou *mais pas*, qui reprend implicitement (c'est-à-dire sans la répéter) l'expression ambiguë. Par exemple, pour (25c), nous aurons :

(27) Dans le parc, j'ai vu un singe avec un télescope, et Alice aussi.

Pour comprendre globalement (27), nous devons mentalement restituer ce qui n'est pas exprimé dans la seconde partie, afin d'obtenir *et Alice aussi a vu un singe avec un télescope*. Or il se trouve que cette restitution se fait en « recopiant » *le sens* d'une expression de la première partie de la phrase. Autrement dit, si cette expression est ambiguë, elle aura néanmoins le même sens dans les deux parties de la phrase : nous ne pouvons pas panacher en mêlant les deux sens, (27) ne peut pas se comprendre comme disant que j'ai vu, à l'œil nu, un singe qui tenait un télescope, et qu'Alice a vu, dans un télescope, un singe (qui n'avait pas de télescope). En revanche, (28) est acceptable pour décrire une situation où j'ai vu un ourang-outan et Alice un macaque. *Singe* n'est (évidemment) pas ambigu à cet égard.

(28) J'ai vu un singe, et Alice aussi.

Il en va de même pour (29) où il n'y a pas de raison de penser qu'il y a forcément autant de vaches dans le pré et dans l'étable.

(29) Il y a beaucoup de vaches dans le pré, et dans l'étable aussi.

Repérer précisément les ambiguïtés et savoir expliciter leurs différentes interprétations est donc une tâche essentielle de la sémantique. Cela dessine des éléments importants de son programme : une théorie sémantique doit être en mesure de produire des descriptions de sens suffisamment fines et précises pour faire apparaître les ambiguïtés, et aussi de rendre compte *en tant que tels* de l'imprécision et du vague lorsqu'ils sont présents, sans chercher à les rendre plus précis ou plus nets.

Exercice 1.3 (Ambiguïtés)
Montrez, en utilisant la définition 1.8 ci-dessus, que les phrases suivantes sont ambiguës.

1. J'ai rempli ma bouteille d'eau.
2. Pierre s'est fait arrêter par un policier en pyjama.
3. Daniel n'est pas venu à la fête parce que le président était là.
4. Alice ne mange que des yaourts au chocolat.
5. Kevin dessine tous les gens moches.

Exercice 1.4
La phrase *ce bijou n'est pas une bague en or* peut servir à communiquer que le bijou n'est pas une bague ou qu'il n'est pas en or. Est-ce à dire que la phrase est ambiguë ?

1.3 Dire et vouloir dire

Les relations, propriétés et jugements de sens que nous avons vus précédemment constituent les premiers composants d'une boîte à outils pour notre étude et commencent à dresser le contenu d'un cahier des charges de la sémantique : la théorie devra, si possible, se donner les moyens de rendre compte de ces phénomènes que sont la conséquence logique, les anomalies, les ambiguïtés, etc. Pour compléter notre investigation, nous allons aborder maintenant des relations qui vont nous conduire progressivement vers le domaine de la pragmatique mais qui jouent un rôle très important dans l'observation des symptômes de la compréhension.

1.3.1 Projections et présuppositions

1.3.1.1 Contenus projectifs *vs* contenus en jeu

Commençons par faire une observation sur la conséquence logique. Mettons la phrase (9a) à la forme négative (30a) et confrontons-la aux conséquences que nous avions précédemment en (9) :

(30) a. L'objet qui est dans la boîte *n'est pas* une bague en or.
b. L'objet qui est dans la boîte est en or.
c. L'objet qui est dans la boîte est une bague.

Nous pouvons montrer très facilement que (30a) $\not\models$ (30b) et que (30a) $\not\models$ (30c). Il suffit de trouver un contre-exemple. Supposons que l'objet en question est une boucle d'oreille en argent. Alors (30a) est vraie, mais (30b) et (30c) sont fausses. Cela semble être une règle assez générale : lorsque *A* entraîne *B*, la négation de *A* pour autant n'entraîne pas forcément *B*. Nous dirons que la conséquence logique *ne résiste pas* à la négation.

Maintenant examinons les exemples (31)–(34) :

(31) a. Jean sait que c'est le colonel Moutarde le coupable.
b. C'est le colonel Moutarde le coupable.

(32) a. Fred est allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

(33) a. Marie regrette d'avoir accepté de garder mon panda pendant les vacances.
b. Marie a accepté de garder mon panda pendant les vacances.

(34) a. Annie, qui était au lycée avec moi, a reçu le prix Goncourt.
b. Annie était au lycée avec moi.

Ces exemples semblent faire apparaître des conséquences logiques des phrases (a) vers les phrases (b). Par exemple nous ne pouvons pas imaginer un scénario cohérent où Jean sait que le colonel est le coupable et où, en même temps, le colonel n'est pas le coupable. Mais il y a une différence frappante avec les exemples que nous avons vus en §1.2.1 et avec ce que montre (30) ci-dessus : les formes négatives des phrases (a) semblent aussi entraîner chacune des phrases (b).

(31) a′. Jean ne sait pas que c'est le colonel Moutarde le coupable.
b. C'est le colonel Moutarde le coupable.

(32) a′. Fred n'est pas allé chercher son fils à l'école.
b. Fred a un fils.

(33) a′. Marie ne regrette pas d'avoir accepté de garder mon panda pendant les vacances.
b. Marie a accepté de garder mon panda pendant les vacances.

(34) a′. Annie, qui était au lycée avec moi, n'a pas reçu le prix Goncourt.
b. Annie était au lycée avec moi.

Autrement dit, ces phrases (b) *résistent à la négation* dans (a′). Avec (30) nous avons montré qu'à partir de $A \models B$ nous ne devions *pas nécessairement* conclure $\neg A \models B$. Allons plus loin en regardant ce qu'implique la résistance à la négation, c'est-à-dire la coexistence de $A \models B$ et $\neg A \models B$. La première conséquence dit qu'à chaque fois que A est vraie, B est vraie aussi. La seconde dit qu'à chaque fois que $\neg A$ est vraie, c'est-à-dire que A est fausse, B est vraie aussi. Y a-t-il alors des cas où B pourrait être fausse ? Visiblement pas, car A et $\neg A$ recouvrent à eux deux tous les cas de figure possibles. Si B ne peut pas être fausse, c'est une tautologie. Ainsi la logique prédit que les seules phrases qui résistent à la négation sont des tautologies. Mais, de toute évidence, les phrases (b) de (31)–(34) n'en sont pas.

Ce paradoxe logique nous amène à conclure que la relation à l'œuvre dans (31)–(34) n'est pas véritablement la conséquence logique. Il s'agit de ce que nous allons appeler, dans un premier temps, une relation de PROJECTION. C'est un peu une autre façon de dire qu'il y a là une résistance à la négation : le sens des phrases (b) de (31)–(34) « se projette hors » des phrases (a) et (a′), échappant ainsi à l'effet de la négation.

Le phénomène de projection est *relativement* robuste, car il ne se manifeste pas seulement avec la négation. Une bonne façon de le diagnostiquer, inspirée de Chierchia & McConnell-Ginet (1990 : 23–27), consiste à observer une famille de phrases comme celle illustrée en (35). Les phrases qui la composent sont : la phrase originale à la simple forme affirmative (35a), sa forme négative (35b), son enchâssement dans une supposition (une subordonnée conditionnelle en *si*) (35c), et sa version interrogative (35d) :

(35) a. Fred est allé chercher son fils à l'école.
b. Fred n'est pas allé chercher son fils à l'école.
c. Si Fred est allé chercher son fils à l'école, il sera rentré vers 17h.
d. Est-ce que Fred est allé chercher son fils à l'école ?

Une famille comme (35) fonctionne un peu comme une grille ou un tamis : elle « laisse passer » certaines inférences mais pas d'autres. Ainsi nous pouvons remarquer que (32a), répété en (35a), a pour (réelle) conséquence logique que *Fred s'est rendu à l'école*, mais cette conséquence disparaît des phrases (35b)–(35d)[22]. En contraste, les projections sont ces inférences que l'on tire de la phrase de départ (comme (35a)) *et* qui se maintiennent (ou plus exactement qui *peuvent* se maintenir) dans les autres phrases de la famille. Ainsi, dans (35b)–(35d), nous continuons à comprendre que Fred a un fils.

Il s'agit là, il faut bien le reconnaître, plus d'une caractérisation empirique des projections que d'une véritable définition ; mais cela nous permet dès à présent de faire une observation cruciale sur une certaine manière dont le sens des phrases est organisé. Si nous considérons, somme toute assez naturellement, que les conséquences logiques et les projections d'une phrase donnée dépendent du sens de cette phrase, alors nous pouvons poser l'hypothèse qu'il y a une partie de ce sens qui est responsable des conséquences logiques et une autre partie responsable des projections. Nous appellerons cette première partie le CONTENU EN JEU[23] de la phrase. On admet couramment que c'est ce qui constitue la part centrale et principale de ce qui est dit, ce qui est mis au premier plan dans la communication. Quant à l'autre partie, en quelque sorte le contenu « hors-jeu », nous la désignerons par le terme général de CONTENU PROJECTIF. Celui-ci regroupe donc les éléments de sens dont relèvent les projections, et par exemple en (35d), c'est ce sur quoi la question *ne porte pas*. En effet, si on répond *non* à (35d), cela ne remet pas en cause que Fred a un fils (mais seulement qu'il n'est pas allé le chercher). De même c'est ce qui n'est pas nié en (35b) et ce qui n'est pas supposé en (35c).

La distinction entre contenu en jeu et contenu projectif va jouer un rôle important dans cet ouvrage, ne serait-ce parce que nous nous concentrerons essentiellement sur le premier en laissant un peu en marge le second, pour des raisons qui seront données dans les lignes qui suivent. Et c'est précisément pourquoi il importe ici de se donner une idée suffisamment claire de ce que sont les contenus projectifs, au moins pour bien savoir les identifier et, le cas échéant, les mettre de côté. Or il se trouve que ce terme, « contenu projectif », n'est pas spécialement courant en sémantique, notamment du fait qu'il recouvre un ensemble hétérogène de phénomènes[24]. En particulier les projections de (31)–(33) sont plus classiquement identifiées sous le nom de PRÉSUPPOSITIONS. On dit que, dans de tels exemples, les phrases (b) sont des présuppositions des phrases (a), ou que les phrases (a) présupposent les phrases (b)[25]. Les présuppositions constituent, depuis longtemps, un vaste domaine d'étude pour la sémantique, la pragmatique et la philosophie, qui mérite que nous nous y attardions un peu dans les sous-sections qui suivent. L'exemple (34) illustre, quant à lui, une catégorie de projections qui, depuis Potts (2005), sont désignées sous le nom d'IMPLICATURES CONVENTIONNELLES. Je ne vais pas expliquer immédiatement cette dénomination particulière car elle a eu une histoire terminologique

[22] Évidemment pour (35d), la démonstration n'est pas triviale puisque notre définition de $\models$ en §1.2.1 ne porte que sur les phrases déclaratives ; néanmoins nous comprenons bien que la réponse à cette question peut être *oui* ou *non*, et que ce second cas de figure (*non*) peut être justement un cas où Fred ne s'est pas rendu à l'école.

[23] J'utilise cette appellation pour traduire l'anglais *at-issue* et *at-issueness*.

[24] Sur ce sujet, voir Tonhauser et al. (2013) dont je reprends ici quelques éléments de terminologie et de classification.

[25] Il est important de noter qu'ici *présupposition* et *présupposer* sont des termes techniques qui renvoient à des notions spécifiques de la théorie et qui donc ne coïncident pas nécessairement avec l'usage ordinaire qu'ils peuvent avoir dans la langue quotidienne.

fluctuante et il sera plus cohérent d'y revenir en §1.3.2. Prenons-la pour l'instant comme une simple étiquette regroupant des projections qui se distinguent des présuppositions, comme nous le verrons en 1.3.1.4.

1.3.1.2 Présuppositions sémantiques et pragmatiques

Il y a plusieurs manières d'appréhender le phénomène des présuppositions, ce qui fait qu'il n'en existe pas forcément une définition unique et consensuelle – même si à peu près tout le monde s'accorde à leur reconnaître les mêmes propriétés remarquables. Nous allons ici retenir deux grands types d'approches : une vision que, pour faire simple, nous appellerons sémantique, et une vision pragmatique. Nous verrons qu'elles ne s'opposent pas catégoriquement, mais plutôt qu'elles se complètent avantageusement.

L'approche dite sémantique des présuppositions remonte traditionnellement aux travaux de P. Strawson[26] et s'appuie sur ce que nous appellerons la VALEUR DE VÉRITÉ d'une phrase (déclarative). La valeur de vérité d'une phrase, c'est tout simplement le *vrai* ou le *faux*, selon que nous jugeons la phrase en question vraie ou fausse (par rapport à un cas de figure donné).

Définition 1.9 : Présupposition sémantique
Une phrase A présuppose une phrase B ssi B doit nécessairement être vraie pour que A possède une valeur de vérité définie.

Posséder une valeur de vérité définie veut dire être vraie ou être fausse. Cette définition a un corollaire immédiat qui est que si A présuppose B et si nous nous trouvons dans une situation où B est fausse, alors A se retrouve sans valeur de vérité définie, c'est-à-dire que A n'est ni vraie ni fausse. À ce titre, A devient contextuellement inappropriée car sans pertinence. Reprenons, par exemple, (32a) et supposons que nous sommes dans une situation où Fred n'a pas de fils, c'est-à-dire où (32b) est fausse. Dans ce cas (32a) ne peut pas être vraie, mais elle ne peut pas être fausse non plus (car cela voudrait dire qu'il n'est pas allé chercher son fils à l'école). En fait nous voyons bien que si Fred n'a pas de fils, ça n'a tout simplement pas de sens d'énoncer (32a). Ce phénomène, que nous appelons le *défaut de valeur de vérité* (en anglais *truth-value gap*), donne lieu à une sévère anomalie sémantique mais aussi pragmatique.

Dans l'approche pragmatique, principalement développée par R. Stalnaker[27], la présupposition n'est pas vue comme une relation entre phrases ou entre contenus, mais comme une attitude mentale des locuteurs et interlocuteurs d'une conversation. Selon cette vision, on ne dira pas qu'une phrase en présuppose une autre, ce sont les locuteurs qui présupposent telle ou telle phrase.

[26] Voir Strawson (1950), sachant que Strawson n'y emploie jamais le terme de *présupposition*, mais il y pose les bases de sa définition.
[27] Voir, entre autres, Stalnaker (1973 ; 1974).

Définition 1.10 : Présupposition pragmatique
Une présupposition est une phrase dont le locuteur tient la vérité pour acquise en supposant que les autres participants de la conversation font de même.

Il s'agit là d'une définition parmi d'autres de la présupposition pragmatique, et de surcroît dans une version assez simplifiée[28]. Mais l'idée centrale est qu'une présupposition est une connaissance commune, admise et partagée tacitement par les interlocuteurs dans le contexte d'une conversation. Toute communication langagière se déroule forcément sur un fond de présuppositions, qui constituent ainsi un arrière-plan informationnel indispensable sur lequel se produisent et s'interprètent les énoncés. Par exemple, en écrivant ces lignes, je présuppose, entre autres choses, que mes lecteurs parlent et comprennent le français. En bref, les présuppositions sont ce qu'ensemble nous savons déjà (ou plus exactement ce que nous *supposons* savoir communément). Il s'ensuit que les présuppositions sont des éléments constitutifs d'un contexte d'énonciation et qu'elles y ont le statut d'évidences, des vérités que les interlocuteurs sont censés s'accorder à ne pas remettre en question.

Un point commun essentiel entre la définition sémantique et la définition pragmatique est qu'une présupposition jouit d'une certaine antériorité par rapport à l'énoncé que l'on considère : les interlocuteurs savent (ou sont censés savoir) qu'elle est *déjà* vraie. Autrement dit, une présupposition est une information qui est manipulée comme *préalablement vraie* dans le processus de compréhension d'un énoncé donné. D'où le nom de «*pré*-supposition ».

Dans la vision sémantique, nous disons qu'une phrase A présuppose une phrase B. Cette relation est habituellement *déclenchée* par un élément formel de A, c'est-à-dire un mot ou une construction syntaxique ; à cet effet on parle généralement de DÉCLENCHEURS DE PRÉSUPPOSITIONS pour désigner ces éléments[29]. Cela laisse entendre qu'il s'agit d'une propriété sémantique générale, quasiment grammaticale, attachée à A en tant que phrase (plus qu'en tant qu'énoncé). La vision pragmatique aide à expliciter cette propriété. Dire que A présuppose B signifie que B représente une information contenue dans A mais qui est censée être déjà connue dans le contexte. Autrement dit, le sens de B est une partie du sens de A qui n'est pas nouvelle. Cela permet à A de s'ancrer avec pertinence et cohérence dans le contexte en se reliant avec des choses que les interlocuteurs savent déjà ou ont en tête.

[28] Citons pour information, deux définitions plus détaillées ; dans Stalnaker (1973 : 448) : « Un locuteur présuppose que P à un moment donné de la conversation ssi il est disposé à agir comme s'il tenait la vérité de P pour acquise, et comme s'il supposait que son auditoire reconnaît qu'il agit ainsi » ; dans Stalnaker (1974 : 200) : « P est une présupposition pragmatique d'un locuteur dans un contexte donné ssi le locuteur suppose ou croit que P, suppose ou croit que son auditoire suppose ou croit que P, et suppose ou croit que son auditoire reconnaît qu'il fait ces suppositions ou a ces croyances ».

[29] Dans (31)–(33), les déclencheurs sont respectivement le verbe *savoir*, le possessif *son* et le verbe *regretter*.

1.3.1.3 Propriétés des présuppositions

La vérité préalable des présuppositions est ce qui explique leur comportement projectif ; par exemple pourquoi elles résistent (ou échappent) à la négation. Si elles sont déjà reconnues comme vraies, la négation qui apparaît dans la phrase ne peut pas les concerner ; elles sont hors d'atteinte. Et c'est aussi ce qui explique, de la même façon, leur projection des interrogatives et des conditionnelles que nous avons vue en §1.3.1.1.

Dans le même ordre d'idée, et pour les mêmes raisons, dans une conversation, une présupposition contenue dans une phrase déclarative n'est pas ce sur quoi l'on peut directement et simplement enchaîner (par exemple pour approuver ou pour objecter) :

(36) a. — Marie regrette d'avoir accepté de garder mon panda pendant les vacances.
b. — En effet. / Oui c'est vrai. / Je confirme.
b′. — Non, c'est pas vrai. / Je ne te crois pas.

Dans ce dialogue, les répliques (b) et (b′) ne portent que sur le regret de Marie, pas sur le fait qu'elle ait accepté de garder mon panda. Si le second locuteur veut contester la présupposition du premier, il ne peut pas le faire avec une simple négation équivalant à *il est faux que*, il doit s'attaquer globalement à la parole de son interlocuteur par un commentaire revenant à *il n'est pas pertinent de dire que* :

(36) b″. — N'importe quoi, tu ne peux pas dire ça : elle n'a rien accepté du tout.

Ce faisant il signale que le contexte courant est défectueux car le premier locuteur y fait une présupposition qui, en fait, n'en est pas une (puisque les interlocuteurs ne sont pas d'accord à son sujet). Dans cet exemple, le second locuteur défait une présupposition du premier. Dans certains cas, un locuteur peut lui-même révoquer une présupposition sémantique déclenchée par l'une de ses phrases, à condition que celle-ci soit négative :

(37) Fred n'est pas allé chercher son fils à l'école, puisqu'il n'a pas de fils.

Ce mécanisme dit d'ANNULATION[30] des présuppositions n'est pas toujours possible, mais il existe une autre manière par laquelle un locuteur peut faire disparaître une présupposition sémantique, par le phénomène de SUSPENSION. Par exemple, comparons (38a) et (38b) :

(38) a. Si Steve est toujours aussi colérique, je plains sa femme.
b. Si Steve est marié, je plains sa femme.

(38a) présuppose que Steve est marié à cause du groupe nominal *sa femme*, mais globalement (38b) ne le présuppose pas, précisément parce que cette information est suspendue, rendue hypothétique dans la proposition conditionnelle (si *Steve est marié*). Pour dire les choses autrement, dans (38b) la présupposition ne se projette pas, contrairement à ce que

[30] Il est en fait plus approprié de parler de *méta-annulation* (cf. Amsili (2007) sur ce sujet) dans la mesure où cela fait intervenir une négation dite *métalinguistique*, i.e. une négation qui ne nie pas le sens d'une phrase mais conteste la pertinence et la validité de l'énoncé en soi.

nous observions dans les exemples (35) de §1.3.1.1. Les présuppositions sont projectives parce qu'elles *peuvent* se projeter (notamment de la famille de constructions du type de (35)) mais il y a des situations où elles ne le font pas. Ce fait relève d'une problématique plus générale, appelée la PROJECTION DES PRÉSUPPOSITIONS, et qui consiste à déterminer, lorsqu'une expression E déclenche une présupposition B, ce qui est encore présupposé (ou projeté) par une expression plus grande qui inclut E.

Comme annoncé en §1.3.1.1, dans le mécanisme de la communication, les contenus présupposés sont singulièrement hors jeu. À tel point que, comme l'explique Stalnaker, si le contenu de B est pragmatiquement présupposé dans un contexte donné, alors il est particulièrement inapproprié de la part d'un locuteur d'affirmer simplement B, car dans la conversation ce serait « un coup pour rien ». S'il tient à mentionner le contenu de B, il est obligé de le faire en le présentant sous la forme d'une présupposition sémantique (en utilisant des déclencheurs adéquats). C'est la réciproque de ce que nous avons évoqué ci-dessus : tout ce qui est sémantiquement présupposé est déjà connu, et tout ce qui est déjà connu doit être sémantiquement présupposé. Il s'agit d'une règle élémentaire de pragmatique de la conversation. Et bien sûr, comme toute règle, il peut lui arriver d'être transgressée. On ne doit normalement pas présupposer (sémantiquement) ce qui n'est pas une connaissance partagée des interlocuteurs, mais si on le fait, ce peut être une stratégie, parfois un peu sournoise, de faire passer une information nouvelle sur l'air du « tu es censé le savoir ». Il peut aussi arriver que le locuteur transmette plus innocemment une information nouvelle sous une forme présupposée, par mégarde, négligence ou simplement parce que c'est une information secondaire. Cela ne crée pas nécessairement de conflit dans la conversation et l'allocutaire peut alors choisir de réparer le contexte courant par le mécanisme dit d'ACCOMMODATION (introduit par Lewis 1979) qui consiste à intégrer rétroactivement l'information nouvelle parmi les présuppositions pragmatiques de la conversation comme si elle était connue dès le début[31].

Le fait qu'une présupposition pragmatique ne doit normalement pas être directement affirmée permet d'établir un test[32] pour vérifier qu'une phrase B est bien (sémantiquement) présupposée par une phrase A : si A présuppose B, l'enchaînement de phrases B *et/mais* A nous paraîtra acceptable (si nous négligeons d'éventuelles maladresses stylistiques), alors que A *et/mais* B sera perçu comme étrangement et péniblement redondant, une anomalie sémantique et pragmatique comparable aux pléonasmes.

(39) a. Fred a un fils et il est allé chercher son fils à l'école.
b. #Fred est allé chercher son fils à l'école et il a un fils.

Dans la première partie de (39a), *Fred a un fils* est simplement affirmé, c'est donc une information nouvelle dans le discours. Mais une fois que cette proposition est énoncée publiquement, elle devient une information connue de tous les interlocuteurs et donc une présupposition pragmatique. Le locuteur peut alors énoncer la seconde partie qui

[31] Il convient cependant de préciser que l'accommodation doit être vue comme une stratégie de dernier recours ou de « sauvetage » par l'allocutaire, car la règle qui dissuade de présupposer une information nouvelle dans le contexte reste normalement prioritaire dans le jeu pragmatique de la conversation.

[32] Ce test dérive d'observations faites notamment par Ducrot (1972), Lewis (1979), Krifka (1993).

présuppose légitimement que Fred a un fils. À l'inverse (39b) commence par une phrase qui présuppose que Fred a un fils ; c'est donc une information connue dès le départ (ou *accommodée* alors comme telle). Énoncer ensuite *il a un fils* ne fait que la répéter inutilement.

1.3.1.4 Présuppositions *vs* implicatures conventionnelles

En §1.3.1.1, les contenus projectifs ont été présentés comme comportant d'une part les présuppositions et d'autre part les implicatures conventionnelles. Revenons un instant sur ces dernières pour montrer en quoi elles se distinguent des présuppositions. Globalement, les implicatures conventionnelles servent au locuteur à véhiculer un commentaire sur le contenu *en jeu* de son énoncé. Potts (2005) les subdivise en deux grandes catégories : les contenus additionnels (40a)–(40b) et les contenus expressifs (40c)–(40d).

(40) a. Annie, *qui était au lycée avec moi*, a reçu le prix Goncourt.
b. *Entre nous*, Annie n'écrit pas si bien que ça.
c. *Cet abruti de* Donald est en train de déjeuner.
d. Assey*ez-vous*, *cher ami*.

Les contenus additionnels sont habituellement réalisés par des constructions dites appositives, parenthétiques ou incidentes, qui apportent un commentaire supplémentaire, souvent utile à la compréhension de l'ensemble du discours, mais relativement accessoire vis à vis du propos principal, comme une sorte de brève digression. Les contenus expressifs sont ce par quoi le locuteur manifeste son ressenti ou une disposition personnelle par rapport à un ou plusieurs éléments du contenu en jeu. Par exemple en (40c), le locuteur montre, par implicature conventionnelle, qu'il tient ce Donald en très basse estime. Les ressentis ou dispositions ainsi exprimés peuvent être d'ordre affectif ou émotif mais aussi relever de signaux qui marquent un rapport de rang social, de respect ou de politesse[33].

En tant que projections, les implicatures conventionnelles sont proches des présuppositions, mais on peut montrer cependant qu'elles s'en distinguent sur plusieurs points essentiels. Nous avons vu en §1.3.1.3 que, par le phénomène de suspension, des présuppositions peuvent parfois ne pas se projeter au niveau d'une phrase complexe. C'est ce qu'illustre cet autre exemple de suspension (41) :

(41) Sylvie croit que Fred est allé chercher son fils à l'école.

Cette phrase peut très bien être jugée pertinente et vraie dans un scénario où Fred n'a en fait pas de fils mais où Sylvie croit que c'est le cas (par exemple parce qu'elle l'a vu rentrer dans l'école et en a tiré une inférence rapide et erronée). Selon une telle interprétation, (41) globalement ne présuppose pas que Fred a un fils. À l'opposé, les implicatures conventionnelles, elles, se projettent *toujours*. Par exemple en (42), l'information sur la

[33] C'est ce qui est plus ou moins richement encodé dans les systèmes d'*honorifiques*, présents dans des langues comme le japonnais, le coréen, le thaï… En français, on peut penser à l'opposition entre le vouvoiement et le tutoiement.

scolarité passée d'Annie ne peut pas être circonscrite aux croyances (éventuellement fausses) de Sylvie, elle est forcément assumée par le locuteur.

(42) Sylvie croit qu'Annie, qui était au lycée avec moi, a reçu le prix Goncourt.

De plus, contrairement aux présuppositions, les implicatures conventionnelles ne semblent pas sujettes au défaut de valeur de vérité (p. 26). Si une phrase *A* a pour implicature conventionnelle un contenu *B* et si nous sommes dans une situation où nous savons ou estimons que *B* est faux, nous aurons tendance à juger que le locuteur de *A* se trompe en partie, mais pas que l'énoncé *A* est absurde ou sans pertinence. Par exemple, même si nous savons que Thomas est en fait né à Rouen, nous considérerons que (43) donne une information vraie, simplement entachée d'une inexactitude.

(43) Thomas, *natif du Havre*, a passé six mois et demi dans l'espace.

Enfin, même si, comme nous l'avons vu p. 29, le mécanisme d'accommodation permet d'accepter une information nouvelle sous forme d'une présupposition, celle-ci se présente néanmoins sur le mode du « déjà connu ». Au contraire, les implicatures conventionnelles sont plutôt destinées à transmettre des contenus qui ne sont pas préalablement partagés par les interlocuteurs. On peut s'en rendre compte en étendant le test vu p. 29 : si *B* est une implicature conventionnelle de *A*, alors les *deux* séquences *B et/mais A* et *A et/mais B* seront perçues comme anormalement redondantes. C'est ce qui apparaît en (44), à comparer avec le test des présuppositions en (39), p. 29.

(44) a. #Félix est le fils de Fred, et Félix, le fils de Fred, est rentré de l'école.
b. #Félix, le fils de Fred, est rentré de l'école, et Félix est le fils de Fred.

C'est ainsi que nous pouvons établir la ligne de démarcation pragmatique la plus notable entre présuppositions et implicatures conventionnelles : les présuppositions s'occupent des contenus « anciens », déjà connus, formant l'arrière-plan communicationnel du contenu en jeu ; les implicatures conventionnelles se chargent des contenus nouveaux que le locuteur ajoute en contrepoint du contenu en jeu.

Pour conclure, ces observations sur le « hors-jeu » des contenus projectifs nous permettent de faire l'hypothèse que le sens véhiculé par une phrase ou un énoncé est structuré sur (au moins) deux ou trois niveaux, deux ou trois dimensions communicatives. En ce qui concerne les présuppositions, nous aurons d'une part (et d'abord) ce qui est présupposé, et d'autre part ce qui est en jeu, c'est-à-dire ce qui est réellement affirmé (ou questionné, demandé, etc.), que j'appellerai ici ce qui est *proféré*[34], autrement dit la partie centrale et cruciale de ce qui est dit. De la sorte, nous pouvons décomposer le contenu d'une phrase en séparant les deux modes de contribution sémantique dans l'ordre suivant :

[34] Je m'inspire ici du terme anglais *proffered* judicieusement choisi par Roberts (1996). C'est un faux-ami, sauf si l'on revient à l'étymologie latine qui signifie « porter en avant, présenter ». Et ici, pour simplifier, *proféré* et *en jeu* seront utilisés comme renvoyant à la même chose.

(45) Fred est allé chercher son fils à l'école.
  a. présupposé : *Fred a un fils.*
  b. proféré : *Fred est allé le chercher à l'école.*

D'après cette décomposition, la partie proférée se comprend *à la suite de* et *par rapport à* la présupposition, comme le montre le lien qu'établit le pronom *le*. Cela apparaît d'autant plus dans le cas de phrases qui possèdent plusieurs présuppositions qui s'emboîtent un peu comme des poupées russes :

(46) Marie regrette d'avoir accepté de garder mon panda pendant les vacances.
  a. présupposé : *J'ai un panda.*
  b. présupposé : *Marie a accepté de le garder pendant les vacances.* (*le = mon panda*)
  c. proféré : *Marie le regrette.* (*le = d'avoir accepté de garder etc.*)

Et il est possible de faire apparaître les implicatures conventionnelles en les dissociant du contenu en jeu de façon tout à fait similaire. Elles interviendront sur une dimension parallèle à celle de ce qui est proféré et que nous pouvons appeler, par exemple, le *commentaire.*

(47) Annie, qui était au lycée avec moi, a reçu le prix Goncourt.
  a. proféré : *Annie a reçu le prix Goncourt.*
  b. commentaire : *Annie était au lycée avec moi.*

Ainsi nous voyons que pour rendre compte, entre autres, du rapport sémantique entre (45), (46) ou (47) avec leurs formes négatives respectives, nous saurons que la négation n'opère que sur le proféré.

Comme les contenus projectifs ne sont pas l'élément principal de ce qui est dit et de ce qui est compris, la démarche que nous adopterons ici pour décrire et expliciter le sens des phrases se concentrera essentiellement sur leur partie proférée. Cela ne veut pas dire que nous ignorerons complètement les contenus projectifs, mais simplement que nous ferons l'hypothèse de travail que 1) elles sont *déjà là* dans le contexte lorsque nous interprétons une phrase, et 2) que les implicatures conventionnelles sont calculables en parallèle du contenu en jeu. C'est une démarche assez simplificatrice mais il faut avant tout la voir comme une étape préliminaire de l'analyse. Elle permet, méthodologiquement, d'alléger le fardeau de la sémantique (qui a déjà beaucoup à faire sans cela) en développant une théorie cohérente du sens des phrases qu'il est possible ensuite de perfectionner en y intégrant un traitement adéquat et compatible des présuppositions et des implicatures conventionnelles[35].

[35] L'option présentée ici de répartir le sens d'un énoncé sur plusieurs dimensions se retrouve, sous une forme ou une autre, dans divers travaux, comme Karttunen & Peters (1979), van der Sandt (1992), Roberts (1996), Kamp (2001), Potts (2005).

Exercice 1.5
Explicitez les projections de chacune des phrases suivantes.

1. Si Pierre était venu, Marie serait partie.
2. Hélène aussi fait de la linguistique.
3. Hélène fait aussi de la linguistique.
4. Marianne a arrêté de fumer.
5. Lorsque le téléphone a sonné, j'étais dans mon bain.
6. Laurence a pris seulement une salade.
7. Antoine n'est plus barbu.
8. Jean a réussi à intégrer l'ENA.
9. C'est Pierre qui a apporté des fleurs.
10. Même Robert a eu la moyenne au partiel.
11. Jean sait que c'est le colonel Moutarde le coupable.

Exercice 1.6
Beaucoup de présuppositions sont attachées à la structure « syntactico-sémantique » de la phrase, c'est-à-dire au choix de certains mots-outils (déterminants, conjonctions, adverbes…). Pour les identifier, il peut alors être pratique d'utiliser des mots (pleins) inventés, dont on ne connaît pas le sens. On ne comprendra pas entièrement les énoncés observés, mais cela ne nous empêchera pas d'établir certaines relations de sens entre phrases qui contiennent ces mêmes mots inventés. Cela permet, par la même occasion, de neutraliser les inférences que nous pourrions tirer à partir de nos connaissances du monde, et ainsi de nous focaliser uniquement sur ce que déclenche la structure des phrases.

Trouvez, s'il y en a, les présuppositions des phrases suivantes :

1. Il y a des verchons qui ont bourniflé.
2. Tous les verchons ont bourniflé.
3. Aucun verchon n'a bourniflé.

1.3.2 Les implicatures conversationnelles

1.3.2.1 Suppléments de sens

Jusqu'ici nous avons essayé d'approcher quelques propriétés sémantiques des phrases en nous servant d'un outil sérieux et intraitable : la logique. Cette façon de procéder a l'intérêt d'éviter de nous laisser aveugler ou fourvoyer par des préjugés ou des intuitions légères que nous pourrions avoir au sujet du sens des phrases. Pour autant, nous ne pouvons probablement pas tout expliquer dans le phénomène de compréhension seulement par le genre de relations logiques que nous avons examinées précédemment. De plus, si nous devons prendre des précautions vis-à-vis de nos intuitions, il n'en est pas moins utile d'expliquer pourquoi et comment ces intuitions (ou moins certaines d'entre elles) existent. C'est que nous allons faire ici en nous penchant sur un phénomène éminemment pragmatique qui peut se présenter sous la forme de relations de sens entre phrases.

En §1.2.1, nous avons montré que (48b) se trouve être une conséquence logique (48a).

(48) a. Douze étudiants ont eu la mention TB.
 b. Trois étudiants ont eu la mention TB.

Cela provient du fait que (48b) doit être jugée vraie si le nombre d'étudiants qui ont eu la mention est supérieur ou égal à 3. Il s'ensuit que (48b) est logiquement équivalente à *au moins trois étudiants ont eu la mention TB*. Autrement dit la logique nous oblige à considérer que, par la force des choses, *trois* est synonyme de *au moins trois*. Si nous peinons à nous en convaincre complètement, remplaçons les étudiants par des euros. Supposons que je flâne dans une librairie avec exactement douze euros sur moi en liquide (et pas de carte bancaire) et que je trouve un livre que je cherchais depuis longtemps et qui coûte trois euros. Dans cette situation, il serait parfaitement ridicule que je m'exclame :

(49) Ah flûte ! Je ne peux pas l'acheter, je n'ai *pas trois* euros : j'ai *douze* euros !

Nous n'avons pas le choix : si j'ai douze euros, la phrase *j'ai trois euros* est vraie. Et pourtant, le plus souvent ce n'est pas ainsi que nous la comprenons, nous l'interprétons naturellement comme signifiant *j'ai exactement trois euros*[36], comme par exemple dans le contexte du dialogue :

(50) — Tu as combien sur toi ?
— Voyons voir… j'ai trois euros.

Notons que ce sens *exactement trois* peut se décomposer en *au moins trois* (qui est l'équivalence logique observée ci-dessus) complété de *pas plus de trois*. Ce complément ou ajout de sens est une inférence pragmatique qui, à la suite des travaux fondateurs du philosophe H. P. Grice (1975), porte le nom d'IMPLICATURE CONVERSATIONNELLE – à ne pas confondre avec les implicatures *conventionnelles* présentées §1.3.1 (voir aussi *infra* §1.3.2.4)[37]. Une implicature *n'est pas* pas une implication (qui, comme nous l'avons vu, peut être une manière de nommer la conséquence logique), et il faudra bien prendre soin de bannir le verbe *impliquer* pour y renvoyer ; faute de mieux nous dirons qu'une implicature est « implicatée », ou sous-entendue[38].

1.3.2.2 Les implicatures et principes conversationnels

La notion d'implicature repose sur l'idée qu'en s'exprimant, un locuteur en dit généralement plus que ce que disent ses phrases. Cela conduit à concevoir une distinction entre d'une part *ce qui est dit*, que nous pouvons appelé le sens conventionnel voire littéral et qui est, en sorte, le sens de la phrase, et d'autre part *ce qui est communiqué*, qui est le sens visé par le locuteur et qui correspond ainsi au sens effectif de l'énoncé. Les implicatures conversationnelles font partie de ce sens communiqué et ainsi relèvent fondamentalement de la pragmatique, puisqu'elles caractérisent la compréhension d'un énoncé. En voici une définition générale.

---

[36] Pour être tout à fait précis, nous pouvons parfois la comprendre comme *j'ai trois euros et quelques centimes*, c'est-à-dire que, par ailleurs, nous nous autorisons à passer sous silence certaines quantités négligeables. Mais ce n'est pas vraiment ce qui est discuté ici. Et dans le cas de *trois étudiants* cet effet, évidemment, ne se produit pas.

[37] À noter que, comme c'est assez souvent le cas dans la littérature, l'emploi du terme *implicature* seul renverra ici toujours aux implicatures *conversationnelles*.

[38] Terme qui permet ainsi de rejoindre la notion de SOUS-ENTENDU développée par Ducrot (cf. par exemple Ducrot 1984) et qui se trouve coïncider à peu près avec celle d'implicature de Grice.

Définition 1.11 : Implicature conversationnelle

Une IMPLICATURE CONVERSATIONNELLE est une inférence que l'on tire par défaut en raisonnant à partir du sens d'une phrase, d'hypothèses sur le contexte et des « règles du jeu » de la conversation.

« Par défaut » signale qu'il s'agit d'une inférence qui a normalement cours *sauf* si l'on se trouve dans une situation où l'on a de bonnes raisons de ne pas la tirer. Autrement dit, une implicature, contrairement à la conséquence logique, est une relation de sens qui « ne marche pas à tous les coups », elle peut ne pas avoir lieu, c'est une sorte de pari que nous faisons en interprétant un énoncé. Cela est en partie dû à ce qu'elle ne découle pas automatiquement du sens conventionnel de la phrase ; elle s'obtient, comme l'indique la définition, par un raisonnement systématique, une sorte de calcul, qui exploite plusieurs sources d'information, et notamment ce que j'ai appelé les règles du jeu de la conversation.

Ces règles ont été mises au jour par Grice en partant du constat que la communication langagière est un processus *rationnel et coopératif*. Dans un échange verbal, les interlocuteurs sont naturellement attachés à ce que la communication réussisse. Ils sont disposés en quelque sorte à s'associer pour atteindre leur objectif ou pour progresser dans la direction qu'ils ont acceptée de prendre dans leur conversation. Et parmi ces objectifs, il y a celui de bien se comprendre mutuellement. C'est ce que Grice définit comme le *principe de coopération*, qui s'applique normalement, naturellement et par défaut dans une conversation. Quelqu'un qui ne serait pas capable de suivre et reconnaître ce principe s'exclurait de lui-même de la communication (un peu comme vouloir jouer au basket en s'attachant les mains dans le dos).

En pratique, la coopération dans la communication consiste à se conformer à une série de règles, des MAXIMES (c'est-à-dire de petits commandements que l'on s'assigne à soi-même) qui organisent et disciplinent le mécanisme de la conversation. Converser est donc un peu comme jouer à un jeu dont voici les règles élémentaires :

Définition 1.12 : Maximes conversationnelles

Quantité : (a) Fais en sorte que ta contribution soit aussi informative que nécessaire (pour l'échange linguistique en cours). (b) Fais en sorte que ta contribution ne soit pas plus informative que nécessaire.

Qualité : (a) Ne dis pas ce que tu crois être faux. (b) Ne dis pas ce pour quoi tu manques de preuve.

Relation : Sois pertinent.

Manière : (a) Évite d'être obscur. (b) Évite d'être ambigu. (c) Sois bref. (d) Sois ordonné.

Ces maximes peuvent nous sembler banales et évidentes, mais c'est justement parce nous les connaissons tous. Elles sont universelles et prennent racine dans cette qualité évolutive qu'est notre instinct de coopération. Elles sont caractéristiques de notre coopération mais aussi de notre rationalité : quelqu'un qui enfreint ces maximes *sans motif explicable* nous semblera un peu dérangé ou du moins inapte à la communication. La précision de « sans motif explicable » (ou sans raison valable) est fondamentale car, précisément, le moteur de la théorie de Grice est que, même si nous savons que nous sommes supposés respecter ces maximes, nous passons notre temps à y déroger ; mais ces transgressions ne sont qu'apparentes et superficielles. Et c'est en sachant cela que nous sommes en mesure de « calculer » les implicatures qui se greffent sur un énoncé[39].

1.3.2.3 Calcul des implicatures

Dans ses grandes lignes le mode de raisonnement qui fait émerger les implicatures conversationnelles peut se résumer de la manière suivante. Nous partons d'abord de l'hypothèse (ou du constat) que nous nous trouvons dans un contexte où le locuteur n'a pas de raison de ne pas respecter les maximes conversationnelles. Ensuite nous constatons que ce qui est dit par le locuteur (c'est-à-dire le sens conventionnel de sa phrase) semble transgresser une ou plusieurs maximes. Mais comme, par hypothèse, il est coopératif, c'est que les maximes sont transgressées en surface seulement, et qu'elles sont respectées à un niveau plus profond de la communication. À partir de là, nous en inférons un élément de sens qui complète ou rectifie le sens de la phrase initiale en respectant les maximes apparemment enfreintes. Cet élément de sens est l'implicature de la phrase dans le contexte courant.

Il y a plusieurs façons de mettre œuvre un tel raisonnement, selon ce qui est dit dans la phrase, les maximes transgressées, le contexte, etc. En voici une application assez courante qui nous sera utile dans les illustrations qui suivent.

(51) a. Le locuteur énonce la phrase A dans un contexte C ;
  b. B est une phrase alternative, pertinente dans C et compatible avec A ;
  c. si B était vraie dans C (ou tenue pour vraie par le locuteur), alors en disant A, et pas B, le locuteur transgresserait, dans C, des maximes conversationnelles ;

[39] Bien entendu, les menteurs violent délibérément les maximes (en particulier celles de qualité), dans une stratégie qui est fondamentalement non coopérative. Mais les menteurs sont des tricheurs du jeu de la conversation et, pour atteindre leur objectif, les tricheurs compétents se doivent de connaître et maîtriser les règles du jeu. Autrement dit, dans le cas du mensonge (surtout s'il est habile), le principe de coopération reste présent, à ceci près qu'il est *simulé* malhonnêtement par le locuteur. C'est différent de l'ironie (qui peut être vue comme un cas d'implicature conversationnelle) où le locuteur prononce quelque chose de faux mais en comptant sur le principe de coopération pour que son allocutaire reconnaisse l'intention initiale de communiquer le contraire de ce qui est dit.

d. par hypothèse, le locuteur est rationnel et coopératif (i.e. il respecte les maximes) ;
e. nous en inférons alors que *B* est fausse dans C (ou que le but du locuteur est de ne pas présenter *B* comme vraie ou valable) ;
f. donc ¬*B* est l'implicature de *A* dans le contexte C.

Ce raisonnement sert notamment à identifier un certain type d'implicatures très courantes et beaucoup étudiées, appelées IMPLICATURES SCALAIRES[40]. L'implicature est ici la négation d'une ou plusieurs alternatives *B* plus informatives que *A*. En bref, elle procède de la devise « si *B* était vraie, le locuteur l'aurait dite ». Et c'est ainsi que nous pouvons expliquer l'implicature de notre exemple initial (48b) *trois étudiants ont eu la mention TB*. Dans une situation où quatre étudiants ont eu la mention, (48b) est vraie mais n'est pas optimalement coopérative (cf. la première maxime de quantité) ; de même pour cinq, six, sept… étudiants. L'implicature est donc qu'il n'y a pas quatre, ni cinq, ni six… étudiants qui ont la mention, autrement dit : pas plus de trois.

En guise d'illustration, voici quelques exemples d'implicatures conversationnelles. Dans chaque groupe de phrases, l'implicature de (a) est donnée en (c), et (b) indique une alternative possible utilisée pour le calcul et présentée de telle sorte que (c) est généralement équivalente à la négation de (b).

(52) a. Quelques étudiants ont bien réussi l'examen.
b. *B* : Tous les étudiants ont bien réussi l'examen.
c. IC : *Les étudiants n'ont pas tous bien réussi l'examen*, c'est-à-dire : *il y a des étudiants qui n'ont pas bien réussi l'examen.*

(53) a. J'ai croisé une femme dans les escaliers.
b. *B* : J'ai croisé ma femme/ma fiancée/ma sœur/ma mère/une amie/une voisine/…
c. IC : *J'ai croisé une femme que je ne connais pas.*

(54) a. Pierre et Anne sont allés au cinéma hier soir.
b. *B* : Pierre et Anne sont allés au cinéma séparément.
c. IC : *Ils y sont allés ensembles.*

(55) a. Léa a trouvé un boulot au Parlement Européen et elle a déménagé à Strasbourg.
b. *B* : Léa a trouvé un boulot au Parlement Européen après avoir déménagé à Strasbourg.
c. IC : *Léa a trouvé un boulot au Parlement Européen, puis elle a déménagé à Strasbourg.*

(56) a. Je crois que Sylvie est partie.
b. *B* : Je sais que Sylvie est partie.
c. IC : *Je n'en suis pas sûr.*

[40] Cf. Horn (1972 ; 1989).

(57) a. Paul croit que Sylvie est partie.
b. *B* : Paul sait que Sylvie est partie.
c. IC : *Paul se trompe.*

Les raisonnements comme (51) sont très dépendants du contexte où la phrase est énoncée, comme le montre en particulier la condition (51c) où le jugement qu'une maxime est transgressée n'est pas absolu et prend place au milieu d'informations et d'hypothèses qui proviennent du contexte C : une même phrase *A* peut violer des maximes dans un contexte mais pas dans d'autres. C'est pour cela que les implicatures conversationnelles sont des inférences *défectibles*, c'est-à-dire qu'elles ne s'obtiennent pas toujours. En d'autres termes, elles peuvent être *annulées* explicitement par le locuteur :

(58) a. Oui Bertrand a trois enfants. Il en a même six.
b. Plusieurs étudiants ont eu la moyenne au partiel. En fait ils ont tous eu la moyenne.

Elles peuvent également être *suspendues* dans certains environnement grammaticaux, comme (59) qui ne se comprend pas comme *si vous avec exactement trois enfants, vous avez le droit à une réduction* (ce qui serait le cas si l'implicature était maintenue).

(59) Si vous avez trois enfants, vous avez le droit à une réduction.

L'annulation et la suspension nous font penser aux présuppositions, mais elles ne se produisent pas dans les mêmes conditions avec les implicatures[41]. D'autre part, et contrairement aux présuppositions et aux conséquences logiques, les implicatures sont également *renforçables*, c'est-à-dire que le locuteur peut expliciter le contenu implicaté sans créer de redondance pragmatique. C'est ce que montre (60a), à comparer avec (60b) qui explicite une conséquence logique de la première phrase.

(60) a. Plusieurs étudiants ont réussi l'examen, mais pas tous.
b. Plusieurs étudiants ont réussi l'examen, #et pas aucun.

Mentionnons également qu'il est courant, depuis Grice, de diviser les implicatures conversationnelles en deux grandes sous-catégories. Il y a d'une part les IMPLICATURES CONVERSATIONNELLES GÉNÉRALISÉES, ce sont celles que nous avons examinées jusqu'ici (et qui sont le plus souvent étudiées en pragmatique formelle). Elles sont *régulières*, en ce sens que *lorsqu'*elles se produisent, leur calcul donne toujours le même résultat. D'autre part, les IMPLICATURES CONVERSATIONNELLES PARTICULARISÉES, ont, elles, au contraire, un contenu qui dépend spécifiquement du contexte d'énonciation ; il est parfois assez difficile de les deviner en n'examinant que la phrase qui les déclenche. Levinson (1983) donne ainsi l'exemple (61), auquel nous serions bien en peine d'associer une implicature sans plus d'information.

(61) Le chien a l'air content.

[41] Voir là encore Amsili (2007).

Mais si (61) est donnée en réponse à la question *Mais où est donc passé le rôti ?*, nous pourrons comprendre que la phrase suggère une explication en sous-entendant que le rôti a été probablement mangé par le chien (et que c'est pour cela qu'il a l'air si content).

1.3.2.4 Rapide retour sur les implicatures conventionnelles

Revenons un instant sur les implicatures conventionnelles, présentées en §1.3.1.4, pour faire un petit point de clarification épistémologique. Ce terme d'implicature conventionnelle a été également introduit par Grice (1975), avec cette idée que les implicatures en général (conversationnelles et conventionnelles) désignent un effet de sens qui n'est pas capté par les propriétés logiques de la phrase. Mais au delà de ce point commun, les implicatures conventionnelles s'opposent diamétralement aux conversationnelles, en ce qu'elles ne sont pas inférées par raisonnement mais codées dans le lexique ou la grammaire (d'où leur nom de *conventionnelles*), et qu'elles ne sont ni annulables, ni suspendables, ni renforçables. Les exemples typiques que donne Grice sont l'idée de concession ou d'opposition véhiculée par *mais* et celle de conséquence accompagnant *donc*. Nous pouvons y ajouter les valeur concessives d'autres connecteurs comme *pourtant*, *cependant*, et les valeurs additives de *de plus*, *en outre*.

Les implicatures conventionnelles ne jouent pas un rôle central dans la théorie de Grice ; il les identifie principalement pour signaler des phénomènes interprétatifs particuliers à tenir à l'écart de ceux dérivés des maximes conversationnelles. Par la suite, plusieurs travaux se sont attachés à raviver l'intérêt de leur étude. Leur caractère projectif (cf. §1.3.1.1) a amené, pendant un certain temps, à les assimiler simplement aux présuppositions[42]. Mais, nous l'avons vu (§1.3.1.4), cette assimilation s'est avérée impropre, et la notion d'implicature conventionnelle a progressivement gagné en autonomie, notamment en voyant s'étendre sa couverture empirique[43] : on a pu y ajouter les commentaires parenthétiques, les valeurs expressives, émotives et affectives d'adverbes ou d'épithètes, certaines interjections, les honorifiques et autres signaux de relations sociales ou interpersonnelles, etc. De la sorte, le terme d'*implicature conventionnelle* s'est finalement réactualisé pour prendre une acception plus large que ce que visait probablement Grice initialement.

Pour conclure, il faut reconnaître que les implicatures (conversationnelles, mais aussi conventionnelles) jouent un rôle fondamental dans la compréhension des énoncés, ne serait-ce que par leur grande fréquence dans la pratique langagière. En complétant le sens littéral et conventionnel des phrases, elles permettent d'expliciter ce qui relève du non-dit, du sous-entendu, du sens « entre les lignes ». Elles relèvent prioritairement du champ de la pragmatique, en particulier parce que ce sont des inférences qui ne sont pas inéluctables, elles peuvent être annulées ou suspendues. Mais ce ne sont pas pour autant des associations d'idées énigmatiques : elles procèdent de raisonnements relativement bien identifiés. Dans les chapitres suivants, un peu comme avec les présuppositions, nous

[42] Par exemple, Karttunen & Peters (1979), contribution majeure sur le problème de la projection des présuppositions, est intitulé « Conventional implicature ».

[43] Voir, par exemple, Levinson (1983 : 127–132) et Potts (2005 : chap. 2).

laisserons les implicatures de côté pour nous concentrer sur le sens conventionnel des phrases, précisément parce que ces raisonnements qui les font émerger exploitent ce sens conventionnel. Autrement dit, le calcul pragmatique des implicatures conversationnelles intervient *après* la construction sémantique du sens « de base »[44]. Il est donc méthodologiquement sain et cohérent de commencer par faire le point sur la dimension strictement sémantique (hors contexte). Par la même occasion, en divisant le travail de la sorte, cela soulage encore la sémantique d'un certain nombre de complications qu'il ne serait pas utile d'aborder à ce niveau de l'analyse. En particulier, la théorie des implicatures nous dispense de postuler des ambiguïtés lexicales ou grammaticales artificielles, comme celle qui associerait à *trois* tantôt le sens de *au moins trois* tantôt celui de *exactement trois*[45].

Exercice 1.7 (Relations sémantiques)
Pour chaque paire suivante, indiquez quelle est la *relation de sens* qui relie la phrase (a) à la phrase (b).

1. a. Jack est retourné en Pantagonie.
   b. Jack a déjà été en Patagonie.
2. a. Charlie a failli réveiller Lucy.
   b. Charlie n'a pas réveillé Lucy.
3. a. J'ai des amis qui aiment le chocolat.
   b. J'ai des amis qui n'aiment pas le chocolat.
4. a. J'ai des amis qui aiment le chocolat.
   b. Je n'ai pas d'amis qui aiment le chocolat.
5. a. Patty est déjà allée en Inde.
   b. Il est faux que Patty n'a jamais été en Inde.
6. a. François est allé à New York.
   b. François n'est pas allé à New York à la nage.

1.3.3 Les actes de langage

Nous venons de voir que les implicatures conversationnelles rendent compte de la distinction entre ce qui est dit et ce qui est communiqué. Nous pouvons la reformuler en parlant de la distinction entre ce que *veut dire* une phrase et ce que *veut dire* le locuteur qui l'énonce. En jouant ainsi sur la signification de *vouloir dire* (« avoir pour sens » *vs* « avoir l'intention de communiquer »), nous replaçons le locuteur et ses intentions au cœur de la problématique du sens des énoncés. C'est central pour la théorie des implicatures et ça l'est probablement encore plus pour celle des ACTES DE LANGAGE[46].

[44] Cela ne veut pas dire que le calcul des implicatures doive nécessairement attendre que le sens de la phrase soit complètement construit, il peut s'effectuer localement sur des parties interprétées d'une phrase, mais toujours sur la base d'un sens conventionnel.

[45] Nous pouvons montrer que *trois* n'est pas sémantiquement ambigu en reprenant le test de l'ellipse. Dans un contexte approprié, la phrase *J'ai trois euros, toi aussi (nous pouvons donc aller à la piscine)* peut être énoncée si j'ai exactement trois euros et que mon allocutaire en a cinq.

[46] Le terme anglais universellement adopté depuis Austin (1965) est *speech acts*. Diverses traductions françaises se rencontrent dans la littérature, comme *actes de discours*, *actes de parole*, *actes d'énonciation*, *actes de langage* ; je reprends ici celle qui est la plus fréquemment utilisée et qui se retrouve dans la traduction du titre de Searle (1969).

Cette théorie, initiée par J. L. Austin (1965) puis reprise et systématisée par J. Searle (1969), se fonde sur le principe que parler, c'est avant tout *agir socialement.* Cela permet d'appréhender la compréhension et la question du sens en étudiant les énoncés comme le produit d'une action et en s'interrogeant sur ce que fait un locuteur lorsqu'il énonce quelque chose.

Le point de départ fameux de l'étude d'Austin est d'attirer l'attention sur une catégorie d'énoncés qui fonctionnent de manière assez particulière, que l'on appelle les énoncés PERFORMATIFS, illustrés en (62) (les exemples sont d'Austin).

(62) a. Je baptise ce bateau le Queen Elizabeth.
b. Je donne et lègue ma montre à mon frère.
c. Je vous unis par les liens du mariage.
d. Je vous parie six pence qu'il pleuvra demain.
e. Je promets de venir.

Un performatif est un énoncé qui accomplit ce qu'il dit par le simple fait de le dire. Nous voyons ainsi que les phrases de (62) ne se contentent pas d'accompagner une certaine action, elles en sont une condition indispensable et fondatrice. Comme le déclare la traduction française du titre d'Austin, « dire, c'est faire ». Mais toute phrase à la première personne qui met en scène le locuteur dans une certaine activité ne donne pas systématiquement lieu à un performatif. Par exemple, si effectivement l'énonciation de (63a) vaut en soi pour une félicitation, on n'insultera jamais personne en énonçant (63b).

(63) a. Je te félicite.
b. Je t'insulte.

En étudiant les conséquences logiques, les ambiguïtés, les présuppositions et même les implicatures, nous nous interrogions sur les cas de figure où des phrases pouvaient être jugées vraies ou fausses. Avec les performatifs, cette question semble hors sujet, ou du moins très secondaire. Ce qui compte ici, c'est plutôt de savoir si l'action décrite par un performatif a réellement été accomplie lors de son énonciation. Cela justifie l'intérêt à décrire ces énoncés en explicitant leurs conditions de « félicité » c'est-à-dire de réussite et de légitimité.

Mais il faut remarquer que les énoncés ordinaires, non performatifs, qu'Austin nomme CONSTATIFS, réalisent eux aussi des actions, même si celles-ci ne sont pas décrites explicitement par les phrases énoncées. Par exemple, en énonçant (64a), le locuteur fait ce que nous appellerons une certaine ASSERTION (c'est-à-dire une affirmation), avec (64b) il pose une certaine question et avec (64c) il donne un certain ordre.

(64) a. J'ai oublié d'acheter du pain.
b. À quelle heure est la réunion ?
c. Range ta chambre !

Ces actions semblent conventionnellement associées à la forme (grammaticale) des phrases et appartenir seulement à la sphère linguistique et communicative (contrairement aux actions de (62)). Mais cette perspective rend possible la généralisation qui consiste à étudier ces énoncés de la même façon que les performatifs, en décrivant leurs conditions de félicité qui sont, en quelque sorte, leur « mode d'emploi » linguistique.

Les actes de langage sont donc ces actions qu'accomplit le locuteur en s'exprimant (qu'elles soient comme celles de (62) ou de (64)) ou, si l'on veut, ce sont les énoncés vus globalement comme des actions. Austin les décrit comme la réunion indissociable de trois actes[47] :

- un ACTE LOCUTOIRE qui est l'acte concret d'énonciation, la production d'une expression linguistique avec une forme (phonétique ou graphique), une structure (grammaticale) et un sens (conventionnel) ;
- un ACTE ILLOCUTOIRE qui est l'acte de faire une assertion, poser une question, émettre une demande, donner un ordre ou un conseil, promettre, remercier, féliciter, etc. ; il est souvent caractérisé comme étant l'acte accompli *en* disant ce qui est dit ;
- un ACTE PERLOCUTOIRE qui est l'acte de causer ou provoquer un effet, par exemple sur l'auditoire, comme informer, convaincre, obliger, émouvoir, faire peur, séduire, amuser, rassurer, etc. ; il est caractérisé comme l'acte obtenu *par* le fait de dire ce qui est dit.

La pragmatique s'intéresse principalement aux actes illocutoires, car c'est à leur niveau que se situe le sens que le locuteur souhaite communiquer par son énoncé. Les actes illocutoires sont traditionnellement décrits au moyen de deux ingrédients fondamentaux : une certaine FORCE ILLOCUTOIRE et un CONTENU PROPOSITIONNEL. La force illocutoire est ce qui correspond aux étiquettes *assertion*, *question*, *requête*… que nous avons utilisées ci-dessus. Nous pouvons généralement la faire apparaître à travers le verbe que nous choisissons si nous relatons « en vue objective » un acte de langage dont nous avons été témoin. Par exemple, pour les actes de (64), en supposant que le locuteur s'appelle Loïc et l'allocutaire Aline, nous pourrons relater :

(65) a. Loïc *affirme* à Aline qu'il a oublié d'acheter du pain.
b. Loïc *demande* à Aline à quelle heure est la réunion.
c. Loïc *ordonne* à Aline de ranger sa chambre.

Dans sa définition (en termes de conditions de félicité), une force illocutoire est toujours caractérisée, entre autres choses, par une certaine *intention* du locuteur. Par exemple, avec une assertion il a l'intention d'apprendre quelque chose à l'allocutaire, avec une question celle d'obtenir une information, avec un ordre ou une requête celle de voir une action être accomplie, etc.

Le contenu propositionnel, quant à lui, serait l'ensemble d'informations sur lequel portent l'assertion, la question, l'ordre… et en (65) il correspond à ce qui est exprimé par les subordonnées.

[47] Il est important de noter que ces trois actes ne sont pas des actions indépendantes qui se produiraient simultanément (comme regarder la télé en mâchant du chewing-gum) ; il faut les voir comme trois facettes constitutives d'*un même* acte.

À partir de là, nous pouvons voir comment la question du sens (pragmatique) s'articule dans la théorie des actes de langage. En fait, comprendre un énoncé, c'est reconnaître l'acte illocutoire que le locuteur accomplit effectivement dans le contexte, autrement dit, c'est retrouver l'intention qu'il avait en énonçant ce qu'il dit. Cela implique que la compréhension a pour tâche de restituer la force illocutoire et le contenu propositionnel en jeu.

Le contenu propositionnel *semble* dériver assez directement du sens conventionnel composé dans l'acte locutoire, et parmi les questions majeures qui occupent les études sur les actes de langage, il y a surtout celles de savoir comment la force illocutoire est encodée dans l'énoncé, comment elle est reconnue dans la compréhension et dans quelle mesure le contenu propositionnel (lié au sens littéral récupéré via la grammaire) et la force illocutoire sont dissociés dans les mécanismes linguistiques. Ce sont des problématiques plus complexes qu'il n'y paraît et qui ont donné lieu à diverses approches théoriques souvent très concurrentes. Nous n'entrerons pas ici dans le détail de ces débats[48], nous nous contenterons de faire quelques remarques générales sur l'illocution et de donner quelques arguments pour la position qui sera adoptée dans cet ouvrage vis-à-vis des actes de langage.

Les exemples (64) semblent indiquer que les forces illocutoires sont conventionnellement attachées à la structure grammaticale, ce que l'on appelle des TYPES DE PHRASES SYNTAXIQUES (déclaratives, interrogatives, impératives, exclamatives…). Mais cette corrélation n'est pas suffisante, car les inventaires d'actes illocutoires proposent souvent plus de variété et de granularité que ceux des catégories syntaxiques de phrases : les assertions, avertissements, menaces, promesses, félicitations, remerciements, nominations, etc. peuvent être réalisés au moyen de phrases déclaratives. De plus, les forces illocutoires peuvent parfois être aussi marquées par des éléments qui ne relèvent pas directement de la structure syntaxique. Par exemple, *évidemment*, *hélas*, *après tout* ne sont compatibles qu'avec des assertions et surtout pas avec des questions ou des requêtes ; *s'il te plaît* signale forcément une requête, etc. Ajoutons qu'il est parfois possible de réaliser ce que nous appellerons des ACTES DE LANGAGE COMPLEXES qui sont la conjonction de plusieurs actes illocutoires dans une même phrase (une manière pour le locuteur de faire d'une pierre deux coups) :

(66) a. Est-ce que Jean, qui a arrêté l'école en 4ème, veut vraiment s'inscrire en licence ?
b. Austin était anglais, n'est-ce pas ?

(66a) réalise une question, mais également une assertion via la proposition relative. Et (66b) est le croisement d'une assertion et d'une demande de confirmation (l'ensemble n'étant pas illocutoirement équivalent à la question *Est-ce qu'Austin était anglais ?*).

Enfin la situation se complique dramatiquement par l'existence des ACTES DE LANGAGE INDIRECTS dont la valeur illocutoire réelle est différente de celle exprimée littéralement :

(67) a. Peux-tu me passer le sel ?

48 Voir Levinson (1983 : chap. 5) pour un panorama approfondi.

b. Tu te tais maintenant !
c. Tu ne tueras point.
d. J'aimerais savoir à quelle heure ferme le guichet.
e. Franchement, qui regarde encore la télé de nos jours ?

L'exemple fameux (67a) est, en surface, une question mais le locuteur n'attend pas qu'on lui réponde oui ou non, il attend qu'on lui donne le sel ; l'énoncé est compris comme un acte illocutoire de requête. Les apparentes assertions (67b) et (67c) sont comprises comme des ordres, et celle de (67d) comme une question. Et (67e) est une question rhétorique, qui n'attend pas de réponse et fonctionne comme une assertion. Ces phénomènes de réinterprétation pragmatique d'un sens littéral font évidemment penser aux implicatures conversationnelles et il est assez clair que la théorie de Grice rejoint celle des actes de langage au moins sur ce point. Même si les implicatures n'expliquent peut-être pas entièrement le fonctionnement des actes de langage indirects et la compréhension des actes illocutoires en général, les remarques qui concluaient la section précédente peuvent être reprises ici.

Pour conclure, je souhaiterais apporter une petite clarification attenante à cette question de l'appariement entre le sens de surface et l'acte illocutoire réalisé. On trouve, assez fréquemment et depuis assez longtemps, l'idée que les énoncés de (68) réalisent des actes de langage différents parce qu'ils ont des forces illocutoires différentes – ce qui est juste – tout en ayant le même contenu propositionnel – ce qui est très probablement faux.

(68) a. Félix range sa chambre.
b. Est-ce que Félix range sa chambre ?
c. Félix, range ta chambre !

Les avancées en sémantique formelle, depuis plusieurs décennies, permettent de soutenir que les structures logico-sémantiques précises de ces trois phrases ne sont pas les mêmes. Leur sens (que nous l'appelions de surface, littéral, conventionnel ou locutoire) comporte un composant, souvent appelé le MODE de la phrase[49], qui est le pendant sémantique des types syntaxiques (déclaratives, interrogatives, impératives…). Le mode fait partie intégrante du contenu propositionnel, qui est ainsi un objet sémantique suffisamment spécifiée pour décrire ce qu'est le sens d'une phrase. La force illocutoire s'obtient ensuite par un raisonnement pragmatique qui exploite ce contenu (entre autres choses). Par exemple, c'est notamment parce que nous savons que la *phrase* (67a) a un contenu de question qui interroge sur la capacité de l'allocutaire à passer le sel que nous comprenons l'*acte* (67a) comme une requête qui revient à *passe-moi le sel*. Avec les exemples (68), c'est encore plus simple : ainsi parce que la phrase (68c) a un contenu propositionnel de requête que nous comprenons que l'acte illocutoire (68c) est une requête ou un ordre. La force illocutoire est donc quelque chose qui *s'ajoute* à un sens de phrase déjà disponible. Et comme avec les implicatures, il s'avère normal de commencer par expliciter le contenu propositionnel (assimilable au sens conventionnel des phrases). C'est ce à quoi nous

[49] À ne pas confondre avec ce que l'on appelle plus traditionnellement les modes de conjugaison comme l'indicatif, le subjonctif, le conditionnel…

nous attacherons dans cet ouvrage. Comme le montre la théorie des actes de langage, ce n'est pas suffisant pour rendre entièrement compte du sens effectif d'un énoncé, mais c'est nécessaire.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait apparaître diverses manifestations objectives du sens des phrases et des énoncés en mettant en œuvre quelques méthodes d'observation et d'investigation qui constitueront nos premiers outils pour l'étude sémantique que nous allons entreprendre dans la suite de cet ouvrage. Cela nous aura aussi permis d'esquisser les premières grandes lignes d'un programme scientifique de la théorie sémantique, notamment en dessinant une délimitation, arbitraire mais utile, entre ce qui relève de son domaine et ce qu'il est plus raisonnable de traiter, en aval, dans le cadre de la pragmatique. Pour résumer, les phénomènes présentés en §1.2 appartiendront au cahier des charges de la sémantique, et ceux de §1.3 seront, en sachant bien les identifier, mis de côté, en réserve pour la pragmatique. La théorie de sémantique formelle qui sera présentée dans les chapitres suivants sera donc consacrée au sens des phrases (en privilégiant presque exclusivement les phrases déclaratives).

Repères bibliographiques

Il n'est pas inutile, à ce stade, de compléter les présentations de ce chapitre par des lectures qui approfondissent les notions de pragmatique qui ne seront plus tellement discutées dans les chapitres qui suivent. En français, de bonnes introductions étendues à ces notions sont fournies, en français, par Moeschler & Reboul (1994) et, en anglais, par Levinson (1983). Sur les présuppositions, on pourra consulter Ducrot (1972 ; 1984), Levinson (1983 : chap. 4) et, pour un panorama plus actualisé, Beaver (1997) et Beaver & Geurts (2012) ; sur les implicatures, outre Grice (1975), on pourra se reporter à Levinson (1983 : chap. 3), Horn (2004), Spector (2006 : intro & chap. 1) et Simons (2012). Ce ne sont que quelques indications bibliographiques parmi d'autres, la littérature sur ces sujets étant assez abondante.

2 Sémantique vériconditionnelle et calcul des prédicats

2.1 Introduction à la sémantique vériconditionnelle

2.1.1 Sens, dénotation et référence

Les phrases (ou énoncés) de la langue nous permettent de parler des choses, du monde, c'est-à-dire de la réalité. Elles nous permettent assurément d'exprimer et de faire d'*autres* choses, mais il semble très difficile d'écarter cette vocation à commenter le réel. Par conséquent la sémantique doit être amenée à s'intéresser – entre autres – aux rapports entre les entités linguistiques (mots, syntagmes, phrases) et les entités du monde (choses). Il y a beaucoup de manières (philosophiques ou cognitives, pratiques ou théoriques) d'envisager ces rapports[1]. Nous allons nous en tenir à une vision assez claire et très classique, initiée par Frege (1892b)[2] dans son célèbre article « *Über Sinn und Bedeutung* » (en français « Sens et dénotation »).

Partant d'une démarche avant tout philosophique, en cherchant à asseoir solidement une théorie générale de la connaissance, Frege pose une distinction fondamentale entre d'une part le SENS et d'autre part la DÉNOTATION d'une expression linguistique – les termes originaux employés par Frege sont respectivement *Sinn* et *Bedeutung*. Notons tout de suite que *Bedeutung* est parfois traduit par RÉFÉRENCE (ou RÉFÉRENT)[3], cela se présente parfois comme une variante terminologique libre ; cependant nous ferons ici (dans les pages qui suivent) une distinction subtile entre référence et dénotation.

[1] Sur cette incontournable relation qui se tient entre la langue, en tant que système, et ce qui lui est, d'une manière ou d'une autre, extérieur, et en particulier sur ce qu'il convient de concevoir comme réalité extralinguistique dans une perspective sémantique, je ne peux que recommander la lecture de Kleiber (1999 : chap. 1).

[2] Frege (1892b,a) sont des lectures très abordables et incontournables. Les travaux de Frege peuvent être tenus pour le point de départ de la sémantique formelle (ainsi que de la logique moderne).

[3] Il faut ajouter que dans le langage courant, c'est-à-dire hors du vocabulaire technique des linguistes, *Bedeutung* est aussi traduit par *signification*. Mais cette traduction n'est guère appropriée pour nommer la notion identifiée par Frege ; de plus nous essaierons ici de ne pas retenir *signification* comme un terme technique, c'est-à-dire que nous ne lui attribuerons pas une définition précise et scientifique, et nous l'utiliserons dans son acception quotidienne.

Définition 2.1 : Dénotation
La DÉNOTATION d'une expression linguistique est l'objet du monde que cette expression désigne.

Cette définition est une première approximation et nous la raffinerons plus tard. Regardons tout de suite l'exemple de Frege : *l'étoile du matin* et *l'étoile du soir*. Ces deux expressions ont la même dénotation car elles désignent le même objet céleste : la planète Vénus[4]. La dénotation est donc cette notion qui incarne directement la relation entre les éléments linguistiques et les entités de la réalité. Cependant Frege montre que la dénotation ne peut pas suffire à décrire le rôle (qu'on appellera plus tard *sémantique*) d'une expression dans une phrase, et que ce qui importe c'est, finalement, le *sens* de l'expression. Et *l'étoile du matin* et *l'étoile du soir* n'ont pas le même sens. C'est ce que révèle, par exemple, le test de substitution suivant :

(1) a. L'étoile du matin est l'étoile du soir.
    b. L'étoile du matin est l'étoile du matin.

La phrase (1b) est obtenue en remplaçant dans la phrase (1a) le second groupe nominal (*l'étoile du soir*) par un autre groupe nominal qui a la même dénotation (en l'occurrence *l'étoile du matin*). Cette phrase (1b) est vraie par nécessité, elle le sera toujours, sa vérité est inscrite dans sa forme : c'est une TAUTOLOGIE. Et en tant que telle, elle n'apporte aucune information pertinente. En revanche, la phrase (1a), elle, apporte de l'information, elle est intéressante, elle n'est pas une tautologie. Ces deux phrases sont loin d'être synonymes : elles ne disent pas la même chose. Puisque *l'étoile du matin* et *l'étoile du soir* ont la même dénotation, rien ne distingue (1b) de (1a) du strict point de vue dénotationnel. D'ailleurs si l'on s'en tenait uniquement aux dénotations, les deux phrases reviendraient simplement à un schéma équatif de la forme : "VÉNUS = VÉNUS". On voit bien que ce qui les distingue, c'est autre chose : c'est le sens des expressions qu'elles contiennent.

Comment Frege définit-il le SENS ? Si la dénotation est l'objet du monde désigné par l'expression, son sens est « le mode de donation » de cet objet. Par mode de donation, il faut comprendre *ce qui nous donne la dénotation de l'expression*. On peut voir le sens comme une construction linguistique[5], c'est-à-dire la fonction intellectuelle qui permet d'appréhender un objet du monde à partir d'une expression. Adoptons cette définition.

[4] À noter que le nom propre *Vénus* a ici, lui aussi, cette même dénotation.

[5] Frege insiste sur la distinction entre le sens et la représentation mentale (et donc subjective) que le locuteur peut se faire d'un objet. Le sens est conventionnel, consensuel dans la mesure où il est ancré au code de la langue.

Définition 2.2 : Sens

Le SENS d'une expression est ce qui nous permet de connaître la dénotation de cette expression.

Le sens n'est donc pas la dénotation, mais il est défini à partir d'elle. On peut le voir comme une sorte de mécanisme d'*attribution* d'objets à des expressions de la langue. Cela peut paraître un peu abstrait de prime abord (mais après tout, le sens est une notion relativement abstraite), mais nous verrons au fil des pages de ce manuel (jusqu'au chapitre 4) que la définition de Frege est suffisante pour développer notre théorie sémantique et pour recevoir une formalisation précise.

Voici une autre paire d'expressions qui ont la même dénotation mais des sens différents : *le vainqueur d'Iéna* et *le vaincu de Waterloo*[6]. Ici la différence de sens ne réside pas dans l'éventuel contraste de connotations « affectives » ou appréciatives qui pourraient venir se greffer sur les mots *vainqueur* et *vaincu*. Les sens de ces deux groupes nominaux diffèrent car pour en connaître les dénotations, il faut être au fait, d'une part, de l'issue de la bataille d'Iéna, savoir qui l'a remportée (et donc savoir ce qui signifie *vainqueur*), et d'autre part, savoir qui a perdu la bataille de Waterloo (en sachant donc ce que signifie *vaincu*). Il se trouve que dans les deux cas, la réponse est Napoléon, qui est la dénotation commune des deux expressions, mais on voit bien qu'on y accède par deux cheminements (c'est-à-dire deux sens) distincts.

Frege souligne que différentes expressions de la langue peuvent avoir le même sens (*la somme de 1 et 3* et *la somme de 3 et 1*[7]), que des expressions de sens distincts peuvent avoir la même dénotation (par exemple *l'étoile du matin* et *l'étoile du soir*), et des expressions peuvent avoir un sens mais pas de dénotation (par exemple on peut concevoir le sens de *la suite qui converge le moins rapidement* bien qu'elle n'existe pas ; de même pour *le plus grand nombre premier* ou *un cercle carré* ; et c'est précisément parce que l'on perçoit leurs sens que l'on sait que ces expressions n'ont pas de dénotation).

Référence et référent. Avant de poursuivre, ouvrons une petite parenthèse terminologique et notionnelle qui pourra s'avérer utile par la suite. Le terme de RÉFÉRENCE est souvent employé comme synonyme de dénotation, et ce en vertu de la définition qu'on lui assigne couramment. En effet on appelle référence la relation qui s'établit entre une expression et ce dont parle un locuteur en utilisant cette expression. Ainsi on dira que *le vainqueur d'Iéna* fait référence, ou réfère, à Napoléon. Et on dira conséquemment que Napoléon est le RÉFÉRENT de l'expression. Cela coïncide bien avec la dénotation.

[6] Exemple tiré de Lyons (1977), qui l'emprunte à Husserl.

[7] Cet exemple est loin d'être trivial. On le sait, une simple modification de l'ordre des mots peut avoir des répercussions sémantiques non négligeables, y compris dans les expressions qui parlent d'opérations mathématiques. Comparez *le produit de 3 par 2* vs. *le produit de 2 par 3* avec *la division de 3 par 2* vs. *la division de 2 par 3*.

Cependant on peut (et même on doit) appréhender ces deux notions de deux points de vue différents. D'une certaine manière, la référence a un pied dans la pragmatique, dans la mesure où sa définition fait intervenir le locuteur. On peut d'ailleurs faire ici une remarque similaire à celle faite en §1.3.3 (p. 40) sur l'idée de *vouloir dire* : si l'on peut dire que le groupe nominal *le vainqueur d'Iéna* fait référence à Napoléon, on peut dire que c'est également le locuteur qui, en prononçant ce groupe nominal, fait référence à Napoléon. Il s'ensuit que la référence se présente comme un lien *contingent* entre une expression employée et un objet du monde ; elle pointe sur ce à quoi le locuteur pense lorsqu'il utilise telle ou telle expression. C'est donc un *fait* attaché à un énoncé et dont est responsable le locuteur ; certains philosophes parlent d'ailleurs à ce propos d'*acte de référence*[8]. Au contraire on considérera que la dénotation est une *propriété* sémantique (donc linguistique) des expressions et que cette propriété est envisageable indépendamment du contexte et de ce que pense le locuteur. Bien entendu il ne s'agit pas là d'une violente opposition de notions ; c'est, comme nous l'avons dit, une question de points de vue. Et dans la plupart des cas, c'est parce que telle expression a la propriété de dénoter tel objet qu'un locuteur la choisira pour faire référence à l'objet en question. C'est pourquoi les deux notions se superposent très simplement, surtout lorsque l'on se focalise sur les propriétés sémantiques des productions linguistiques, comme nous le ferons dans l'essentiel de ce manuel (même si nous revendrions un peu sur la question dans le chapitre 8, vol. 2).

2.1.2 Sens et conditions de vérité

Revenons à l'opposition entre sens et dénotation. Ce que nous avons illustré jusqu'ici s'applique à des groupes nominaux (GN), et plus précisément à des GN qui fonctionnent comme des noms propres. Dans son article, Frege précise également ce que sont le sens et la dénotation d'une phrase déclarative. Dans ses termes, le sens d'une phrase est une pensée (*Gedanke*, en v.o.), et sa dénotation la VALEUR DE VÉRITÉ de la phrase (cf. §1.3.1.2).

Rappelons que la valeur de vérité d'une phrase, c'est *vrai* ou *faux*, selon que la phrase en question est jugée vraie ou fausse. Nous retrouvons ici le rôle important que joue la vérité dans la théorie sémantique (cf. §1.2.1 au chapitre précédent). Cela peut paraître un peu contre-intuitif de considérer ces concepts abstraits, le vrai et le faux, comme des dénotations, c'est-à-dire des objets du mondes, au même titre que ce que nous avons déjà vu, par exemple une planète ou un être humain (qui eux sont des objets tangibles). Mais examinons un instant ce qu'est au juste la vérité d'une phrase. Une phrase est vraie, ou jugée vraie, si elle est conforme à la réalité, c'est-à-dire aux faits qui constituent l'agencement du monde tel qu'il est ; et la phrase est jugée fausse dans le cas contraire. On

[8] Le titre de l'article de Strawson (1950), « *On referring* », a été traduit en français par « De l'acte de référence », et le chapitre 4 de Searle (1969) s'intitule, dans la traduction française, « La référence comme acte de langage ». Sur la distinction entre référence et dénotation, on peut également se reporter, entre autres, à Lyons (1977 : chap. 7), (en prenant garde au fait qu'il a un usage terminologique légèrement différent de celui que nous adoptons ici – notamment concernant la dénotation) ainsi qu'à Abbott (2010 : chap. 1 & 2) qui distingue la référence pragmatique et la référence sémantique (cette dernière étant assimilée à la dénotation).

constate donc que les valeurs de vérité ont à voir avec l'univers des dénotations, la réalité. Il y a d'autres justifications à cette proposition de Frege. L'une d'elles est que la valeur de vérité d'une phrase ne change pas si dans cette phrase on remplace un constituant, par exemple un GN, par un autre qui à la même dénotation. C'est ce qu'illustrent les exemples (2a) et (2b) : si (2a) est vraie, alors forcément (2b) l'est aussi, car les deux GN sujets ont la même dénotation (les deux phrases parlent du même individu). En revanche si l'on leur substitue un GN qui diffère par sa dénotation, comme en (2c), la valeur de vérité de la phrase peut changer. Cela vient appuyer l'idée que la dénotation du tout (i.e. la valeur de vérité de la phrase) est étroitement déterminée par la dénotation de ses parties (entre autres ses GN).

(2) a. Le vainqueur d'Iéna est mort en 1821.
  b. Napoléon est mort en 1821.
  c. Jules César est mort en 1821.

Enfin ajoutons que l'assimilation de la dénotation d'une phrase déclarative à sa valeur de vérité permet de qualifier sémantiquement les différents types (grammaticaux) de phrases de la langue. Toutes les phrases déclaratives, et seulement elles, ont (ou dénotent) une valeur de vérité, et en cela elles s'opposent aux interrogatives, impératives et exclamatives. En vertu de la proposition de Frege, on peut donc établir que les différents types de phrase se caractérisent sémantiquement par différents types de dénotation[9].

Venons-en maintenant au sens des phrases déclaratives. L'interrelation entre sens et dénotation, que pose Frege, vaut toujours ici : le sens est ce qui nous permet de trouver (systématiquement) la dénotation (possible) d'une expression. Cela va nous permettre d'appréhender un peu plus clairement la notion de sens, qui jusqu'ici restait un peu énigmatique. Appliqué aux phrases, cela nous donne le principe suivant.

Principe 2.1
Comprendre une phrase c'est être *capable, d'une manière ou d'une autre*, de juger de sa vérité.

Et comprendre une phrase signifie en percevoir le sens. Le principe ne fait donc rien d'autre que de reformuler la définition 2.2 pour le cas particulier des phrases. Mais il faut expliciter un peu ce « d'une manière ou d'une autre ». Souvenons-nous que la vérité d'une phrase n'est jamais absolue. Elle *dépend* de circonstances (i.e. des cas de figure), et précisément les circonstances qui forment la réalité, qui font que le monde est tel qu'il est. Ainsi si l'on sait qu'une phrase donnée est vraie ou fausse, c'est que l'on connaît certaines informations sur l'état du monde. Et réciproquement, si on dispose des infor-

[9] Nous n'aborderons pas dans ce manuel la sémantique des phrases non déclaratives (au delà des remarque d'ordre pragmatique faites au chapitre précédent). Mais nous indiquerons quelques pistes et quelques renvois bibliographiques dans les chapitres 8 et 12 (vol. 2). À présent, dans ce qui suit, le terme *phrases* tout court sera utilisé simplement pour faire référence aux phrases déclaratives.

mations nécessaires, on saura dire si une phrase (que l'on comprend) est vraie ou fausse. En bref, comprendre une phrase, c'est savoir effectuer un appariement entre elle et la configuration du monde. Cela nous permet d'expliciter le principe précédent de la manière suivante.

Principe 2.2 : Sémantique vériconditionnelle
Connaître le sens d'une phrase (déclarative) c'est savoir comment doit, ou devrait, être le monde pour que cette phrase soit vraie.

Pour dire les choses autrement : savoir ce que signifie une phrase, c'est savoir *dans quelles conditions* elle est vraie. C'est pourquoi on considère que le sens d'une phrase consiste en ses CONDITIONS DE VÉRITÉ. Lorsqu'une théorie sémantique s'appuie sur ce principe, elle est dite VÉRICONDITIONNELLE. Nous allons voir un exemple de formulation de conditions de vérité (et nous en verrons beaucoup d'autres tout au long de ce manuel), mais auparavant il est nécessaire de bien appuyer ce point : savoir dans quelles conditions une phrase est vraie ne signifie pas savoir si elle est effectivement vraie. C'est pour cette raison que le principe 2.1 insiste sur « être capable ». Ce « être capable » sous-entend « si on a les informations nécessaires sur le monde ». Mais en soi, ces informations ne sont pas utiles pour connaître le sens d'une phrases. Prenons par exemple (3) :

(3) Il y quatorze planètes qui gravitent autour de l'étoile Sirius.

Personne, y compris les astrophysiciens, ne connaît aujourd'hui la dénotation de cette phrase, mais elle est parfaitement compréhensible : son sens est clair. C'est-à-dire que l'on sait dire dans quels cas elle s'avérera vraie : (3) est vraie si et seulement s'il existe dans la galaxie au moins quatorze objets qui sont de grandes masses de matière à peu près sphériques, i.e. des planètes, qui se déplacent sur des trajectoires circulaires ou elliptiques autour d'un objet très grand et lumineux, une étoile, connu sous le nom de Sirius. Cette description constitue précisément les conditions de vérité de (3). Reste à savoir si notre univers vérifie bien ces conditions – auquel cas (3) sera admise comme vraie – et c'est l'observation astronomique qui pourra nous le dire, et se faisant, augmentera notre connaissance du monde (en l'occurrence de l'univers ou du cosmos).

Ainsi, établir la vérité ou la fausseté, c'est-à-dire la dénotation, des phrases, d'une manière générale, n'est pas l'affaire des sémanticiens[10] mais plutôt des scientifiques de la nature, des historiens, des philosophes etc., voire des juges ou des détectives. Connaître les dénotations n'est pas une fin en soi en sémantique, mais s'interroger sur les dénotations est un moyen de décrire le sens. C'est ce que dit le principe 2.2, car on peut en tirer la règle méthodologique suivante : décrire le sens d'une expression c'est spécifier les règles de calcul de sa dénotation ; on n'a pas besoin de mener ce calcul jusqu'au bout, car pour cela il faudrait connaître des informations plus ou moins précises sur le monde.

[10] Sauf bien sûr lorsqu'il s'agit de phrases qui portent sur le sens linguistique.

C'est pourquoi il faut s'assurer que ces règles de calcul puissent marcher pour n'importe quelle configuration du monde.

Et il est très important d'être également conscient que le principe 2.2 peut se reformuler en l'envisageant sous sa réciproque. Il nous dit alors que si l'on connaît le sens d'une phrase et que l'on admet que cette phrase est vraie, alors on apprend des informations sur le monde. Et c'est bien ainsi que fonctionne basiquement la communication, lorsque des interlocuteurs s'échangent des informations en énonçant des assertions.

Pour terminer et résumer cette section, voici un autre exemple. Soit la phrase :

(4) Le père d'Alexandre le Grand était boiteux.

Et supposons que je vous demande la dénotation de cette phrase, i.e. que je vous demande si elle est vraie ou fausse. A priori, vous ne savez probablement pas répondre. Mais si vous voulez trouver la solution, que pouvez-vous faire ? Vous pouvez, par exemple, aller consulter une *encyclopédie* ou un livre d'Histoire, qui donnera des informations historiques sur le monde ; mais vous n'irez certainement pas consulter un *dictionnaire* de langue comme le Petit Robert. Vous iriez regarder un dictionnaire seulement si vous aviez un doute sur le sens de cette phrase, ou de certaines de ses parties ; et le dictionnaire vous aiderait ainsi à déterminer les *conditions* de vérités de (4). Mais ce n'est pas ce dont vous avez besoin, car vous connaissez ces conditions de vérité ; elles disent approximativement qu'il faut et il suffit qu'il ait existé un individu de sexe masculin qui avait, disons, un jambe plus courte que l'autre et qui avait un fils connu sous le nom d'Alexandre le Grand[11]. Ce dont vous avez besoin, et que vous pourrez trouver dans une encyclopédie, c'est une information sur les *faits* réels (historiques) : une information d'ordre « anatomique » sur l'homme qui était le père d'Alexandre. Ensuite vous n'avez plus qu'à vérifier si cette information encyclopédique respecte ou non les conditions de vérité de la phrase, pour en déduire la dénotation.

2.1.3 La compositionnalité

Jusqu'à présent, nous avons vu les dénotations des GN et des phrases. Nous savons quel genre de dénotation correspond à certains GN : des objets du monde ; et quel genre de dénotation correspond aux phrases déclaratives : le vrai ou le faux. Évidemment, on sera intéressé de connaître aussi à quels genres de dénotation correspondent les autres catégories de constituants (parties du discours) de la langue : les verbes, les noms (substantifs), les adjectifs, les déterminants, les prépositions, etc. Nous verrons cela au fur et à mesure dans les pages qui suivent, car en fait il sera assez simple de déduire ces types de dénotations les unes des autres. Pour le moment, je vais introduire un principe important de la sémantique vériconditionnelle, et qui justement permettra de déduire les types de dénotation des autres catégories grammaticales.

[11] Ces conditions de vérité sont approximatives car d'abord on peut être boiteux pour une autre raison que celle indiquée ici, et aussi car ce n'est pas exactement ainsi que l'on spécifie les conditions de dénotation pour un GN défini comme *le père de…* ; nous y reviendrons au chapitre suivant, §3.3.4.

Il s'agit du PRINCIPE DE COMPOSITIONNALITÉ[12]. Nous l'avons entr'aperçu dans la section précédente en disant que la dénotation du tout dépend de la dénotation de ses parties. Mais le principe va plus loin. En voici une première formulation que l'on retrouve assez couramment dans la littérature :

Principe 2.3 : Principe de compositionnalité (i)
La signification d'une expression *dépend* de la signification de ses parties.

Notons tout d'abord que cette formulation utilise un terme que nous n'avons guère manipulé : « signification ». Il s'agit ici de ce que nous avons défini précédemment comme le sens. Mais si le principe 2.3 est ainsi formulé, c'est souvent pour tirer profit du caractère peu technique du terme de signification, car le principe s'applique également à la dénotation des expressions (donc ici signification recouvre à la fois sens et dénotation).

Maintenant examinons ce qu'exprime et implique ce principe. La compositionnalité repose naturellement sur l'idée de composition, et de son opération inverse, la décomposition. En cela elle incarne simplement le procédé d'*analyse* (au sens premier du terme) sémantique : on reconstitue le sens d'une expression en la décomposant en ses parties, ces parties ont elles-mêmes un sens et ces « petits » sens se composent (ou combinent) entre eux pour donner le sens de l'expression globale. On peut voir cela comme une arithmétique sémantique élémentaire. Mais le principe a des fondements plus importants, car il illustre en quelque sorte le pendant sémantique de l'aspect *génératif* de la description grammaticale défini par Chomsky (1957). Nous sommes capables d'interpréter une infinité potentielle de phrases de la langue, même si nous n'avons jamais entendu ou lu ces phrases. Il est évident que nous n'apprenons pas des listes de sens de phrases les uns après les autres, puisque ces phrases sont en nombre infini. Nous comprenons une phrase parce que nous connaissons le sens de ses constituants (syntagmes, mots, morphèmes) et que nous savons assembler ces sens. C'est ce que pose le principe de compositionnalité, de manière assez stricte car il semble assujettir fermement le sens d'une phrase à celui de ses unités constituantes.

À cet égard, plusieurs critiques ont été émises à l'encontre du principe. J'en mentionnerai et commenterai ici trois[13]. La première, et la moindre, est qu'il ne suffit pas de connaître le sens des mots pour établir le sens d'une phrase, il est également nécessaire de tenir compte de son ordonnancement syntaxique. Cela paraît évident si l'on compare (5a) et (5b) où les mêmes mots n'occupent pas la même position syntaxique.

(5) a. Un hélicoptère a survolé un porte-avions.
    b. Un porte-avions a survolé un hélicoptère.

[12] Le principe est parfois aussi appelé *principe de Frege*, ce qui est sujet à caution car Frege n'en a jamais fait mention dans ses écrits. Cependant on considère habituellement que le principe est particulièrement fregéen dans l'esprit. Pour plus détails sur la compositionnalité, voir Partee (1984).

[13] Voir Godard (2006) pour un panorama plus détaillé.

C'est pourquoi le principe de compositionnalité est généralement amendé de la façon suivante :

> **Principe 2.4 : Principe de compositionnalité (ii)**
> La signification d'une expression est *fonction* de la signification de ses parties et de leur mode de combinaison syntaxique.

C'est cette version du principe que nous prendrons en compte dorénavant. Notons au passage que, dans sa formulation, « dépendre » a été remplacé par « être fonction », ce qui revient au même ; on dit aussi parfois que la signification d'une expression est *une fonction* de la signification de ses parties etc., ce qui donne un petit air mathématique au principe, mais nous prépare également à des éléments de formalisation que nous verrons au chapitre 5.

Une autre critique repose sur le fait que le sens d'une phrase dépend également (et parfois totalement) du contexte, ce que le principe ne mentionne pas. Nous en avions fait l'expérience au chapitre précédent notamment avec les implicatures, les significations illocutoires et les actes de langage indirects. Mais, comme je l'avais précisé, ces significations pragmatiques se distinguent du sens littéral, qui est ce qui fait l'objet de l'étude sémantique (dans ce manuel). La compositionnalité est une propriété sémantique du langage et ne concerne véritablement que les sens littéraux. Et c'est au-delà de l'application du principe (et donc de l'analyse sémantique) que s'opère un calcul interprétatif pragmatique, qui n'annule cependant pas la validité du principe de compositionnalité car le sens littéral sert de point de départ à ce calcul.

Enfin, la troisième critique concerne les expressions idiomatiques, c'est-à-dire des expressions plus ou moins figées et souvent imagées telles que *casser sa pipe*, *prendre une veste*, *sucrer les fraises* ou *jeter le bébé avec l'eau du bain*, etc. La particularité de ces expressions est que non seulement leur sens ne se résume pas à la composition du sens de leurs parties, mais en plus qu'il n'a souvent rien à voir. Lorsque l'on dit de quelqu'un qu'il va jeter le bébé avec l'eau du bain, il n'y a souvent aucun bébé dans l'histoire. Mais si à ces expressions on applique le principe de compositionnalité « jusqu'au bout », on obtient un sens littéral qui n'est généralement pas celui voulu par le locuteur. Et il ne s'agit pas ici d'implicatures, car les sens des idiomes est parfaitement codifié et conventionnel, on peut le trouver dans un dictionnaire. C'est là une réelle mise en échec de la compositionnalité ; mais il y a néanmoins une manière de contourner ce problème en prenant la précaution suivante : on considère que les idiomes sont des expressions composées (des locutions) et qui à ce titre ne doivent pas être décomposées sémantiquement, mais plutôt être traitées d'un bloc (après tout *casser sa pipe*, par exemple, n'est qu'une manière coquette de dire *mourir*) en y empêchant l'application du principe.

En conclusion, même si le principe de compositionnalité peut être mis en défaut et sembler parfois insuffisant, nous considérerons ici qu'il est nécessaire à l'analyse sémantique et nous en tiendrons compte comme outil d'investigation.

2.1.4 Analyse sémantique formelle

Récapitulons. Toute expression interprétable a une dénotation, ou est au moins susceptible d'en avoir une (n'oublions pas que certaines expressions ne dénotent rien). La dénotation d'une expression est toujours relative à un certain état du monde, celui par rapport auquel le locuteur situe le contenu de son propos. Le sens d'une expression est ce qui détermine sa dénotation pour tout état du monde possible. Décrire le sens d'une expression, ce qui est l'objet de la sémantique, revient donc à donner les règles de calcul de sa dénotation (ou de son absence de dénotation, le cas échéant) ; c'est-à-dire, dans le cas particulier des phrases, les conditions de vérité. Les conditions de vérité sont des stipulations sur le monde, elles ne disent pas comment est le monde mais comment il devrait être pour qu'une phrase soit vraie. Nous pouvons, comme nous l'avons fait précédemment, exprimer ces conditions dans notre langage de tous les jours, le français, mais cela deviendrait rapidement lourd et incommode lorsque nous serons amenés à analyser des phrase un peu compliquées, de plus nous risquerions d'y perdre en précision, sachant que les langues naturelles, comme le français, comportent leur part inévitable de vague et de polysémie. Pour exprimer des descriptions sémantiques, nous nous devons d'être précis et explicites. C'est pourquoi une méthode couramment employée en sémantique consiste à utiliser un langage symbolique, artificiel et formel dans lequel est formulé de manière concise et précise le sens des expressions de la langue que l'on étudie. L'intérêt d'un tel langage, assez éloigné des langues naturelles dans sa structure, est qu'il permet, lorsque l'on en est familier, de lire immédiatement et directement dans ses formulations les conditions de vérité qu'il représente, aussi facilement que l'on voit immédiatement une opération d'addition dans l'écriture mathématique « $4 + 3$ ». D'ailleurs le langage de représentation sémantique que nous allons voir est emprunté aux mathématiques et plus exactement à la logique et ce que l'on appelle le CALCUL DES PRÉDICATS. On lui donne donc habituellement le nom de langage du calcul des prédicats, mais dans ce manuel nous l'appellerons le LANGAGE OBJET ou LO, d'abord pour bien insister sur le fait qu'il sera en grande partie l'objet de notre étude[14], et ensuite parce qu'il sera amené à évoluer au cours des pages jusqu'à s'éloigner un peu de ce que l'on appelle traditionnellement le langage du calcul des prédicats (même s'il en conservera les fondements). Ce chapitre cependant se consacre à la présentation des bases classiques du calcul des prédicats, d'où les intitulés du chapitre et de la section qui suit. Une des tâches de la description sémantique va donc maintenant consister à traduire des expressions du français dans ce langage formel LO, et pour mener à bien ces opérations de traduction, il nous faut apprendre à « parler couramment le LO ».

[14] Pour être tout à fait exact, l'objet de notre étude sémantique ici est également, et probablement avant tout, le français. Mais nous étudierons la sémantique du français par l'intermédiaire du langage symbolique LO, qui fera l'objet d'observations et de commentaires.

2.2 Le langage du calcul des prédicats

Le calcul des prédicats est une branche assez ancienne de la logique classique[15], mais il a commencé à être formalisé, au moyen de systèmes d'écriture symbolique, appelés aussi des idéographies, à partir de la fin du XIX^e et au début du XX^e siècle, notamment par les travaux de C. Pierce, G. Frege, G. Peano, B. Russell et de bien d'autres par la suite. Ce type de langages visait surtout à exprimer sans équivoque des énoncés mathématiques et à formaliser des principes de logique. Mais son application à la représentation du sens des phrases (plus ou moins courantes) des langues naturelles fut également assez précoce et prit un essor important à partir des années 1960 notamment (mais pas seulement) avec les travaux de R. Montague. Montague, qui était philosophe et logicien, et bien qu'il ne s'inscrivait pas du tout dans le cadre de la grammaire générative, a eu un rôle important dans le développement de la linguistique formelle (et plus exactement la sémantique formelle) telle qu'a pu l'initier Chomsky. Chomsky a défendu la thèse que le langage naturel peut être traité (i.e. analysé) comme un système formel ; Montague est allé plus loin dans cette idée en posant que le langage naturel peut être traité comme un système formel *interprété*[16], c'est-à-dire un système muni d'une sémantique (ce qu'avait écarté Chomsky). Et ce système est bien sûr celui du calcul des prédicats. Les théories d'analyse sémantique développées par Montague[17] sont regroupées aujourd'hui sous le nom de *Grammaire de Montague* (il s'agit plus d'une famille de grammaires que d'un formalisme unique). Et c'est dans ce paradigme d'analyse sémantique que se place le présent manuel.

Comme nous l'avons vu plus haut, l'analyse sémantique consiste donc à expliciter les conditions de vérité des phrases de la langue en les formulant dans le langage formel du calcul des prédicats. Comme tout langage, bien que celui-ci soit artificiel, il possède une syntaxe et une sémantique. C'est ce que vont présenter les sections qui suivent, d'abord informellement (§2.2.1 et 2.3.1) puis de façon plus rigoureuse (§2.2.2 et 2.3.3).

2.2.1 Les éléments du langage formel

2.2.1.1 Prédicats

Comme son nom l'indique, le langage du calcul des prédicats repose fondamentalement sur la notion de… PRÉDICAT. Dans la perspective que nous adoptons ici, qui va consister à traduire (ou transcrire) le sens de phrases du français dans un langage formel (LO), les prédicats seront les symboles par lesquels nous traduirons les *verbes*, les *noms communs* (substantifs), les *adjectifs*. Nous utiliserons souvent aussi les prédicats pour

[15] Il est déjà présent chez Aristote et dans la syllogistique médiévale.

[16] La déclaration, volontiers provocatrice, de Montague que l'on cite souvent à cet égard est : « Il n'y a selon moi aucune différence théorique importante entre les langues naturelles et les langages artificiels des logiciens ; en effet, je considère que l'on peut comprendre la syntaxe et la sémantique de ces deux types de langage au sein d'une même théorie naturelle et mathématiquement précise » (Montague 1970b : 373). Voir aussi Bach (1989 : 6–7).

[17] Voir notamment Montague (1970a,b ; 1973). Pour un panorama historiographique et épistémologique du développement de la sémantique formelle sous l'impulsion de Montague, on pourra se reporter notamment à Partee (1996 ; 2005).

traduire directement les tournures attributives de la forme *être Adj* et *être* (*un*) *N*. Voici quelques exemples de matériaux linguistiques qui seront traduits par des prédicats :

(6)	… est gentil	… dort
	… est un canard	… a faim
	… est (un) acteur	… fume
	… est ventru	… aime …
	… est italien	… connaît …
	… est le frère de …	… embrasse …

D'un point de vue plus général, les prédicats seront définis ici comme ces symboles qui correspondent à des *propriétés* ou des *relations*. Et le propre d'une propriété est d'être *attribuée* à quelque chose, de même qu'une relation *porte sur* des choses. Plus généralement, un prédicat est censé *concerner*, *porter sur* ou encore *s'appliquer à* une ou plusieurs choses. Et ces choses sont ce que l'on appelle les ARGUMENTS du prédicat. Cela transparaît déjà dans la formulation des exemples (6) via les points de suspensions : en fait les arguments des prédicats sont « ce qui manque » en (6).

Définition 2.3 : Argument
On appelle ARGUMENT d'un prédicat ce à quoi s'applique ou ce que concerne le prédicat.

Il apparaît clairement, de par la série (6), que la notion d'argument est (à peu de chose près) le pendant sémantique de la notion syntaxique de *complément* (en y incluant le sujet). Et nous constatons ainsi que la langue naturelle, le français ici, nous invite à envisager des prédicats qui attendent un seul argument (*est gentil*, *dort*, etc), pour traduire certains noms et les verbes ou GV intransitifs, et des prédicats qui attendent deux arguments (*aime*, *est le frère de*, etc), pour traduire des constructions transitives et relationnelles. On pourra même considérer des prédicats à trois arguments (*… préfère … à …*), voire à quatre (*… vend … à … pour …*) ou plus… La relation entre un prédicat et ses arguments est caractérisée par une propriété importante que l'on appelle l'ARITÉ[18] du prédicat.

Définition 2.4 : Arité
On appelle ARITÉ d'un prédicat le nombre d'arguments qu'il prend. Ainsi, si un prédicat attend n arguments, on dit que son arité est n ; on dit aussi que le prédicat est n-aire[19], ou encore qu'il s'agit d'un prédicat à n places.

[18] On trouve également le terme de *valence* pour désigner cette propriété.
[19] En particulier, pour $n = 1$ on prononcera *unaire*, pour $n = 2$ *binaire*, pour $n = 3$ *ternaire*, etc.

Un prédicat donné a une et une seule arité ; l'arité est une caractéristique déterminante des prédicats.

Notation 2.1 : Prédicats

Dans LO, un prédicat est représenté par un symbole, dit *symbole de prédicat*, et ses arguments sont indiqués à sa suite entre parenthèses[20], séparés par des virgules s'il y en a plusieurs.
Par convention, les symboles de prédicats seront écrits en **gras**. Et, toujours par convention, on utilisera des mots ou des abréviations de mots de la langue pour représenter ces symboles dans LO[21].

Voici par exemple comment l'on peut traduire dans LO les expressions de (6) – pour l'instant je n'y représente pas explicitement les arguments, à la place je note, provisoirement, un espace vide, ␣, à l'endroit qui leur est réservé :

(7)

gentil(␣)	**dormir**(␣)
canard(␣)	**avoir-faim**(␣)
acteur(␣)	**fumer**(␣)
ventru(␣)	**aimer**(␣, ␣)
italien(␣)	**connaître**(␣, ␣)
frère-de(␣, ␣)	**embrasser**(␣, ␣)

Les symboles de prédicats en (7) sont dénommés par des mots du français, mots qui reprennent ceux des expressions de (6). Mais ce n'est là qu'une simple commodité. Pour écrire ces prédicats dans LO, nous aurions pu choisir d'emprunter des mots de l'anglais ou du latin, etc., ou même d'utiliser des symboles abstraits comme par exemple G_3, D_1, C_{14}, F_7, A, $\heartsuit$, etc. Cela ne ferait fondamentalement aucune différence. Le choix des noms de symboles pour transcrire les prédicats est complètement *conventionnel* et *arbitraire*. Et c'est simplement pour des raisons pratiques, de transparence et de facilité de lecture, que nous choisirons ici de reprendre des mots du français pour écrire les symboles de prédicats. Il est alors très important de bien faire la distinction entre le (symbole de) prédicat **aimer** – que l'on peut aussi écrire **aimer**(␣, ␣) – et le verbe transitif *aimer*. Car le premier appartient au langage objet LO, alors que le second appartient à la langue

[20] Il s'agit donc d'une notation de type *fonctionnelle* ; d'ailleurs le terme d'argument se retrouve dans le vocabulaire mathématique concernant les fonctions – ce n'est pas un hasard.

[21] Il existe une autre convention de notation très couramment utilisée dans la littérature en sémantique formelle qui consiste à écrire les symboles de prédicats en les marquant d'un prime (′), par exemple, gentil′, aimer′, etc.

naturelle qu'est le français[22]. Pour conclure cette remarque, il faut bien être conscient que, malgré les apparences, ce n'est pas le nom du symbole de prédicat qui porte en soi la sémantique du prédicat qu'il représente, cette sémantique est définie par ailleurs (en §2.3 *infra*).

La définition 2.4 pose qu'un prédicat donné a une arité fixe. On postule également qu'un prédicat donné de LO a un et un seul sens. Cela a pour conséquence de multiplier le nombre de prédicats susceptibles de traduire un mot donné du français. Par exemple (7) donne le prédicat **fumer** (à un argument) pour traduire le verbe intransitif *fumer*, mais *fumer* a aussi un emploi transitif (comme dans *fumer un cigare*) qui devra se traduire par un prédicat binaire. Même si ces deux verbes *fumer* sont sémantiquement reliés, on ne pourra pas les traduire par le même prédicat **fumer**, car il doit avoir une arité fixe. C'est pourquoi lorsque l'on a besoin de refléter dans LO la polyvalence ou la polysémie d'un mot du français, on peut adopter une notation qui décore les symboles de prédicat d'indices numériques pour distinguer les différentes acceptions. Ainsi on pourra écrire $\mathbf{fumer_1}(\textvisiblespace)$ pour traduire le verbe intransitif (signifiant être un fumeur), $\mathbf{fumer_2}(\textvisiblespace, \textvisiblespace)$ pour le verbe transitif (brûler du tabac en aspirant la fumée), et pourquoi pas $\mathbf{fumer_3}(\textvisiblespace)$ pour le sens de dégager de la fumée (*la cheminée fume*), etc. Les indices n'ont aucune signification en soi, ils servent juste à poser des distinctions dans les noms de symboles de prédicats.

2.2.1.2 Constantes d'individus

Les prédicats sont des symboles de LO ; le terme d'argument, quant à lui, ne désigne pas une catégorie de symboles mais plutôt un *rôle* que certains symboles peuvent jouer vis à vis des prédicats. Nous devons maintenant voir quels sont les éléments du langage objet qui peuvent jouer ce rôle. Les exemples précédents nous ont montré que, au moins dans certains cas, les arguments correspondent à des expressions qui dénotent des choses, des personnes, des objets au sens large, ce que nous regroupons ici sous l'appellation d'individus. Dans LO, ces expressions s'appellent des termes[23]. Il existe deux grands types de termes, et le premier que nous allons regarder est celui des constantes d'individus.

Les constantes d'individus sont l'équivalent dans LO des *noms propres* de la langue naturelle. Ainsi, comme un nom propre, une constante désigne directement un individu du monde, à ceci près que nos constantes n'auront pas l'ambiguïté que peuvent avoir certains noms propres comme *Pierre Dupont*, *John Smith* ou *Nathalie Lebrun*, etc. Par définition, chaque constante d'individu a une dénotation unique, et c'est notamment pour cela qu'on l'appelle une constante.

[22] Remarquez que, par conséquent, rien ne nous empêcherait formellement de traduire dans LO par exemple l'adjectif français *gentil* par le symbole de prédicat **méchant** ou par le symbole **manchot** ou encore $\mathbf{schtroumpf_{257}}$… Cela ne poserait aucun problème théorique ; seulement, dans la pratique, nos notations deviendraient alors bêtement obscures.

[23] Ne confondons pas termes et individus : les termes sont des symboles de LO, les individus sont les objets du monde.

Notation 2.2 : Constantes d'individus

Dans LO, les constantes d'individus seront notées par des lettres minuscules, prises plutôt au début de l'alphabet[24], et éventuellement complétées par des indices numériques. Elles seront également écrites en **gras**.

Par exemple si nous souhaitons parler des individus suivants : Joey, Chandler, Monica, Phoebe, Rachel, Ross, nous pourrons les désigner respectivement par les constantes $\mathbf{j}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$. Là encore, le choix des lettres est complètement arbitraire : il se trouve que c'est pratique de reprendre les initiales des prénoms traduits sous formes de constantes, mais nous aurions pu tout aussi bien prendre $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, $\mathbf{a}_4$, $\mathbf{a}_5$, $\mathbf{a}_6$.

Remarquez aussi que notre convention d'écriture n'est pas innocente : les constantes d'individus seront notées comme les prédicats, en caractères gras, car en fait les prédicats sont considérés eux aussi comme des constantes ; et on parle alors de constantes prédicatives (ou constantes de prédicats) par opposition aux constantes d'individus. Ces deux types de constantes (c'est-à-dire tout ce que nous écrirons en gras dans LO) sont regroupés sous le terme de CONSTANTES NON LOGIQUES[25].

Avec ces premiers éléments de LO, nous pouvons déjà commencer à traduire quelques phrases simples du français (la flèche $\rightsquigarrow$ servira à indiquer les traductions du français vers le langage objet). Il suffit pour cela de placer des constantes dans les positions argumentales de prédicats :

(8) a. Joey a faim $\rightsquigarrow$ $\mathbf{avoir\text{-}faim(j)}$
b. Joey est acteur $\rightsquigarrow$ $\mathbf{acteur(j)}$
c. Chandler fume $\rightsquigarrow$ $\mathbf{fumer(c)}$
d. Ross aime Rachel $\rightsquigarrow$ $\mathbf{aimer(r_2, r_1)}$

Lorsque l'on fournit des arguments à un prédicat, on dit alors que l'on *sature* le prédicat, et on obtient une expression qui peut être vraie ou fausse. De telles expressions, qui ont donc bien le type de dénotation des phrases déclaratives, s'appellent des FORMULES. Les formules sont les « phrases » de LO.

2.2.1.3 Connecteurs logiques

Certes, pour l'instant, les formules que nous pouvons écrire dans LO sont un peu rudimentaires. Pour gagner en sophistication nous avons besoin d'augmenter notre vocabulaire. Une manière d'obtenir des formules plus complexes est de *combiner* entre elles des formules simples. La manière la plus basique de procéder à ces combinaisons utilise des CONNECTEURS LOGIQUES. Les connecteurs sont en quelque sorte le pendant en LO des

[24] Les lettres de la fin de l'alphabet, u, v, w, x, y, z, seront réservées à un autre usage.

[25] Constantes non logiques, car il existe encore d'autres constantes, qui sont les constantes logiques et qui comprennent notamment les symboles de connecteurs et de quantification que nous allons voir en §2.2.1.3 et §2.2.1.4.

conjonctions de coordination d'une langue comme le français. Mais il sera dès à présent prudent de ne pas trop pousser la comparaison. Car d'une part les connecteurs de LO ne « coordonnent » que des formules, c'est-à-dire des phrases. Et d'autre part, toutes les conjonctions du français ne se traduisent pas forcément par un connecteur logique[26].

Définition 2.5 : Connecteur logique

Un connecteur logique est un symbole de LO qui permet d'assembler deux formules pour former une nouvelle formule.
Une formule est dite complexe si elle est construite à l'aide d'un ou plusieurs connecteurs.

Les connecteurs que nous allons utiliser dans LO sont au nombre de quatre. Le premier s'appelle la CONJONCTION, il sera noté par le symbole $\wedge$ et il traduit la conjonction de coordination *et* du français. On l'appelle d'ailleurs aussi le « et logique », car la conjonction est ce connecteur qui permet de construire une formule (ou phrase) qui sera vraie si et seulement si les formules qu'il connecte sont toutes deux vraies.

Le second connecteur est la DISJONCTION, il est noté par le symbole $\vee$ et traduit la conjonction française *ou*. C'est donc le « ou logique », et il construit une formule qui est vraie si au moins l'une des deux formules qu'il connecte est vraie.

Le troisième connecteur est l'IMPLICATION dite MATÉRIELLE. Il traduit notamment la relation de condition que l'on exprime en français avec des structures en *si…, alors…* ou simplement *si…, …* On le note par le symbole $\rightarrow$. Attention : $\rightarrow$ ne se place pas « au même endroit » que *si* en français ; en LO, on place $\rightarrow$ entre deux formules.

Enfin le dernier est l'ÉQUIVALENCE dite aussi MATÉRIELLE. Il correspond à l'expression française *si et seulement si*, et se note par $\leftrightarrow$ (et on comprend pourquoi ce connecteur est parfois appelé aussi la *bi-implication*). Ce connecteur semble plus approprié pour traduire des énoncés de type mathématique que pour rendre compte de la sémantique de la langue naturelle, dans la mesure où la tournure *si et seulement si* est assez marginale dans le discours courant. Mais nous le retenons malgré tout dans le jeu de nos connecteurs car il sera utile pour formaliser certains éléments de sémantique du français.

Voyons maintenant quelques exemples de phrases que nous pouvons transcrire dans LO au moyen de connecteurs :

(9) a. Ross aime Rachel et Chandler aime Monica.
$\leadsto$ $[\mathbf{aimer}(\mathbf{r_2}, \mathbf{r_1}) \wedge \mathbf{aimer}(\mathbf{c}, \mathbf{m})]$
b. Si Chandler a faim, il (Chandler) fume.
$\leadsto$ $[\mathbf{avoir\text{-}faim}(\mathbf{c}) \rightarrow \mathbf{fumer}(\mathbf{c})]$

Notez l'usage des crochets [ ] que nous avons introduit au passage pour parenthéser chaque connexion de formules. Ces crochets sont d'une grande utilité lorsqu'une formule

[26] Nous reviendrons plus en détail sur l'explication de ce point en §2.4.1.

complexe comprend plusieurs connecteurs, exactement comme en mathématiques les parenthèses sont importantes pour marquer la priorité d'une opération sur une autre (exemple : $(4 + 1) \times 2 \neq 4 + (1 \times 2)$).

La finalité du langage objet est de nous permettre d'expliciter le sens des énoncés, et pas seulement de refléter leur construction syntaxique ou grammaticale. C'est pourquoi les connecteurs vont également nous servir à faire des traductions analytiques comme en (10).

(10) a. Joey est un acteur italien.
$\rightsquigarrow$ $[\mathbf{acteur(j)} \wedge \mathbf{italien(j)}]$
b. Ross et Rachel s'aiment.
$\rightsquigarrow$ $[\mathbf{aimer(r_2, r_1)} \wedge \mathbf{aimer(r_1, r_2)}]$

En effet, la phrase (10a) par exemple nous dit bien conjointement deux choses : que l'individu nommé Joey est acteur *et* qu'il est italien. De même (10b) dit que Ross aime Rachel et que Rachel aime Ross. Notons que (10b) est en fait ambiguë : Ross et Rachel peuvent s'aimer soi-même sans s'aimer l'un l'autre. Dans ce cas on traduira la phrase par $[\mathbf{aimer(r_2, r_2)} \wedge \mathbf{aimer(r_1, r_1)}]$. Cela illustre que LO fait bien son travail d'explicitation du sens des phrases : si une phrase a plusieurs sens, elle reçoit différentes traductions en LO.

Enfin pour compléter au moins minimalement l'expressivité de LO, nous allons avoir besoin de pouvoir traduire des phrases négatives, c'est-à-dire de *nier* des propos ou, plus précisément, des formules. On fabrique des formules négatives dans LO grâce à l'opérateur de NÉGATION que nous avons déjà vu et qui se note par le symbole ¬. Il ne s'agit plus à proprement parler d'un *connecteur* logique : il ne connecte rien, il se place devant une formule pour former sa négation. Mais comme les connecteurs présentés *supra*, la négation « agit » sur des formules et sa contribution sémantique est aussi définie en termes de valeurs de vérité : la négation est cet opérateur qui rend vraies les formules fausses et fausses les formules vraies.

(11) a. Phoebe n'a pas faim.
$\rightsquigarrow$ $\neg\mathbf{avoir\text{-}faim(p)}$
b. Si Chandler dort, il ne fume pas.
$\rightsquigarrow$ $[\mathbf{dormir(c)} \rightarrow \neg\mathbf{fumer(c)}]$

2.2.1.4 Variables et quantificateurs

Jusqu'ici, dans LO pour parler des individus, de ces choses sur lesquelles on fait porter les prédicats, nous ne disposons que des constantes d'individus, qui rappelons-le sont en quelque sorte les noms propres du langage objet. Or, nous nous en doutons bien, nous pouvons difficilement nous permettre de donner un nom propre à tout individu du monde que nous souhaiterions évoquer dans des énoncés. Ce ne serait pas très réaliste, car rappelons aussi que nous comptons également les objets inanimés parmi ce que nous appelons ici les individus. Même si certains objets reçoivent les honneurs de l'onomastique (comme par exemple la Tour Eiffel, Saturne, Hubble, Durandal, Deep Blue, etc.), la pratique n'est pas courante et surtout absolument pas indispensable. En effet, la langue nous permet d'évoquer des individus, y compris des êtres humains ou animaux, *sans* mentionner leur nom. Soit que nous ne le connaissons pas, soit que nous n'avons pas envie ou pas besoin de faire mention du nom de l'individu en question. On utilise à cet effet des procédés linguistiques bien connus : c'est l'usage que l'on fait des syntagmes nominaux, comme par exemple *une chaise*, *le voisin d'en face*, *un employé de banque*, *les pains au lait*, etc. Et nous devons donc nous donner les moyens dans LO de faire référence aux individus de façon similaire.

Pour ce faire, nous avons d'abord besoin d'un autre type de termes, les VARIABLES. Comme les constantes, les variables dénotent des individus. Mais alors qu'une constante donnée dénotera toujours le même individu précis, par un lien conventionnel et permanent, une variable permettra de désigner tout et n'importe quoi, sans contrainte particulière *a priori*. D'où leur nom, variables, car ce qu'elles désignent peut varier librement *a priori*. « *A priori* » signifie que si ce que désigne une variable est contraint dans une phrase, ce n'est pas la variable en soi qui pose cette contrainte. Ou pour dire encore les choses autrement, on sait qu'une variable est censée dénoter quelque chose, mais on ne sait pas quoi, du moins pas systématiquement. C'est pourquoi les variables de LO fonctionnent un peu comme les pronoms personnels de la langue naturelle (et plus précisément les pronoms de troisième personne, *il*, *elle*, *le*, *la*, *lui*, etc.).

Notation 2.3 : Variables

Dans LO, les variables seront notées par des lettres, de préférence minuscules, en italiques, prises à la fin de l'alphabet : principalement x, y, z, mais aussi parfois u, v, w. Elles pourront être éventuellement complétées d'indices numériques : x_1, x_2, x_3, y_1..., ou de « primes » : x', x''...

Voici alors une manière simple de traduire dans LO une phrase française contenant un pronom personnel[27] :

(12) Il dort. $\leadsto$ $\mathbf{dormir}(x)$

Cependant les variables ne vont pas être utilisées seulement pour traduire les pronoms de la langue dans LO. Elles nous servent à établir des références anonymes aux choses dont nous voulons parler. Mais pour compenser le manque d'information dû à cet anonymat, nous avons besoin d'apporter d'autres éléments qui vont contraindre la référence des variables. Pour ce faire on utilise des prédicats (comme en (12)), mais aussi des opérateurs logiques particuliers qui imposent aux variables un « mode de variation » précis. Ce sont les QUANTIFICATEURS, qu'on appelle aussi (plus précisément d'ailleurs) les SYM-

[27] Notez cependant que contrairement aux pronoms du français, les variables de LO ne portent pas le trait grammatical de genre, de nombre ou de personne.

BOLES DE QUANTIFICATION. Les deux quantificateurs de la logique classique (sur laquelle est fondé LO) sont :

- le QUANTIFICATEUR EXISTENTIEL, noté $\exists$, qui impose à une variable de dénoter *au moins un individu* ; ainsi $\exists x$... se lit « il existe un x tel que... » ;
- le QUANTIFICATEUR UNIVERSEL, noté $\forall$, qui impose à une variable de dénoter *successivement tous les individus* ; ainsi $\forall x$... se lit « quel que soit x... » ou « pour tout x... ».

Voyons tout de suite des exemples :

(13) a. $\exists x\, \mathbf{acteur}(x)$ ↜ il existe un x (i.e. un individu ou une chose quelconque) qui est un acteur ou tel que x est un acteur : il existe un acteur, ou il y a un acteur.
b. $\exists x\, [\mathbf{acteur}(x) \wedge \mathbf{fumer}(x)]$ ↜ il existe un x qui est un acteur et qui fume : un acteur fume.
c. $\exists x\, [\mathbf{acteur}(x) \wedge \mathbf{connaître}(\mathbf{m}, x)]$ ↜ Monica connaît un acteur.
d. $\exists x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{p})$ ↜ il y a quelqu'un qui aime Phoebe.

(14) a. $\forall x\, \mathbf{avoir\text{-}faim}(x)$ ↜ quel que soit x, x a faim : tout le monde à faim.
b. $\forall x\, [\mathbf{acteur}(x) \rightarrow \mathbf{fumer}(x)]$ ↜ quel que soit x, si x est un acteur, alors x fume : tous les acteurs fument.

Remarquons cependant que (14a) n'est pas une traduction très rigoureuse de *tout le monde à faim*, car en français *tout le monde* ne concerne que les êtres humains. Pour un bonne traduction, il faut employer un prédicat signifiant « être humain », par exemple **humain**, et écrire $\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \mathbf{avoir\text{-}faim}(x)]$.

2.2.2 La syntaxe du langage formel

Nous allons à présent faire la synthèse que ce que nous venons de voir sur le langage formel LO en définissant précisément ce langage. En particulier nous devons définir précisément comment les éléments vus précédemment s'organisent au sein du langage. Commençons par en redonner la liste, ils forment le *vocabulaire* de notre langage, ses atomes, sa matière première.

Définition 2.6 : Vocabulaire de LO

Le vocabulaire de LO comporte :

- un ensemble de variables : $\{x\ ;\ y\ ;\ z\ ;\ x_1\ ;\ x_2\ ;\ \ldots\ ;\ y_1\ ;\ y_2\ ;\ \ldots\}$;
- un ensemble de constantes d'individus :
  $\{\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{b}\ ;\ \mathbf{c}\ ;\ \mathbf{d}\ ;\ \ldots\ ;\ \mathbf{a}_1\ ;\ \mathbf{a}_2\ ;\ \mathbf{a}_3\ ;\ \ldots\ ;\ \mathbf{b}_1\ ;\ \mathbf{b}_2\ ;\ \ldots\}$;
- un ensemble de constantes de prédicats :
  $\{$**acteur** ; **gentil** ; **dormir** ; **canard** ; **aimer** ; **connaître** ; ...$\}$;
- un ensemble de symboles logiques : $\{\neg\ ;\ \wedge\ ;\ \vee\ ;\ \rightarrow\ ;\ \leftrightarrow\ ;\ =\ ;\ \forall\ ;\ \exists\}$;
- les crochets [ ] et les parenthèses ( ).

Notons que nous avons ajouté le symbole = parmi les symboles logiques ; il servira à représenter l'identité, c'est-à-dire l'égalité de dénotation.

En principe, les ensembles de variables et de constantes d'individus et de prédicats sont supposés être finis (ce qui est bien raisonnable, nous n'allons pas manipuler un langage au vocabulaire infini) et être présentés exhaustivement, ce que masque l'usage des points de suspension dans la définition ci-dessus. La tradition « montagovienne »[28] a l'habitude (depuis les travaux de Montague lui-même) de proposer des *fragments* de langage, c'est-à-dire des sous-parties (très) petites de ce que serait un langage objet réaliste de l'envergure d'une langue naturelle. Procéder par fragments constitue une méthodologie de travail très rigoureuse car tout y est complètement et précisément défini, aucun élément du langage ne risque de rester dans l'ombre ou le vague. Je ne compte pas ici m'autoriser une quelconque mollesse ou désinvolture dans la méthode de travail, simplement, pour des raisons de clarté et de commodité, je me permettrai d'utiliser des ensembles de constantes et de variables « ouverts », c'est-à-dire suffisamment grands pour permettre de la variété dans les exemples de phrases traduites en LO. Autant que faire se peut, chaque nouveau prédicat introduit dont la sémantique ne serait pas immédiate sera explicitement commenté.

Un autre élément d'information attaché au vocabulaire et qui n'apparaît pas dans la définition 2.6 doit être précisé : nous faisons l'hypothèse que pour chaque constante de prédicat nous connaissons son arité, et qu'elle est unique. Cela veut dire que l'ensemble de symboles de prédicat est en fait partitionné en plusieurs sous-ensembles (celui des prédicats unaires, celui des prédicats binaires etc.) et que nous connaissons cette partition. Cette hypothèse est importante et précieuse, car dans nos notations rien ne nous indique formellement le nombre d'arguments qu'attend un prédicat[29].

Nous allons également en profiter pour définir tout de suite la notion de *terme*, qui va nous être utile par la suite. Il s'agit juste de regrouper sous une même appellation les variables et les constantes.

Définition 2.7 : Termes

Les variables et les constantes d'individus sont des TERMES.

Définir un langage, au sens des langages formels, consiste à indiquer, d'une manière ou d'une autre, toutes les séquences correctes qu'admet ce langage. Et bien entendu, la manière que l'on retient consiste à spécifier l'ensemble des règles qui permettent de construire n'importe quelle séquence admissible, c'est-à-dire la *syntaxe* du langage. Nous reconnaissons là, naturellement, la démarche de la grammaire générative, sauf que nous n'allons pas ici exprimer les règles syntaxiques sous formes de règles de réécriture comme dans la tradition chomskienne par exemple, mais par ce que l'on appelle la méthode inductive. Définir une syntaxe par induction consiste à spécifier des règles (ou des

[28] *Montagovien* signifie relatif à Montague ou à ses travaux.
[29] Nous verrons comment perfectionner tout cela au chapitre 5.

« recettes ») qui indiquent comment construire récursivement des formules de plus en plus complexes à partir de formules plus simples que l'on sait déjà construire.

La définition 2.8 présente la syntaxe de LO, et c'est en fait ni plus ni moins que la définition détaillée et complète de ce qu'est une formule de LO. Dans ces règles, j'utilise des lettres grecques, $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi$, ainsi que P pour désigner des expressions plus ou moins quelconques de LO. Ces symboles en soi ne font pas partie de LO (tous les symboles de LO sont donnés par le vocabulaire 2.6), ce sont des sortes de macro-symboles ou méta-symboles qui nous permettent de dire des choses générales sur LO. Ainsi, en toute rigueur, on ne devrait pas dire que φ est une formule, mais que φ représente une formule (cependant, par la suite, nous nous autoriserons quelque liberté de langage en qualifiant φ de formule).

Définition 2.8 : Syntaxe de LO

(Syn.1)
a. Si α est un terme et P un symbole de prédicat à une place, alors $P(\alpha)$ est une formule ;
b. Si α et β sont des termes et P un symbole de prédicat à deux places, alors $P(\alpha, \beta)$ est une formule ;
c. Si α, β et γ sont des termes et P un symbole de prédicat à trois places, alors $P(\alpha, \beta, \gamma)$ est une formule ;
d. etc.

(Syn.2) Si α et β sont des termes, alors $\alpha = \beta$ est une formule ;

(Syn.3) Si φ est une formule, alors $\neg\varphi$ est une formule ;

(Syn.4) Si φ et ψ sont des formules, alors $[\varphi \wedge \psi]$, $[\varphi \vee \psi]$, $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi]$ sont des formules ;

(Syn.5) Si φ est une formule et v une variable, alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi$ sont des formules.

Il convient ensuite de conclure cet ensemble de règles par une dernière règle de *clôture* qui dit ceci : rien d'autre que ce qui peut être construit en un nombre fini d'étapes par les règles de (Syn.1) à (Syn.5) n'est une formule. Cela permet de garantir que notre syntaxe définit bien *toutes* les formules de LO.

Les règles (Syn.1) sont celles qui permettent de construire les formules les plus simples (dites atomiques) en fournissant aux symboles de prédicat des arguments en quantité nécessaire. La règle (Syn.2) construit aussi des formules simples, qui pose une identité entre deux termes ; en fait le symbole $=$ pourrait tout aussi bien être rangé parmi les prédicats binaires (on devrait alors plutôt écrire $=(\alpha, \beta)$) et (Syn.2) ne présente qu'une variante particulière de ce que recouvre (Syn.1b) ; simplement on préfère utiliser la notation habituelle, plus claire et naturelle, pour le symbole $=$. Les règles (Syn.3) et (Syn.4) introduisent les connecteurs logiques dans la construction des formules ; rappelons que (pour le moment) les crochets $[\,]$ sont indispensables dans (Syn.4). Enfin la (double) règle (Syn.5) introduit les symboles de quantification ; notons que cette règle autorise d'accoler une séquence quantificateur–variable devant n'importe qu'elle formule φ, c'est-à-dire qu'on n'a pas à vérifier si la variable v figure ou non dans φ (nous y reviendrons *infra*).

Illustrons à présent le fonctionnement de notre syntaxe avec un exemple. La syntaxe indique comment construire correctement des formules et en même temps comment reconnaître si des séquences de symboles du vocabulaire de LO sont ou non des formules bien formées (ce que l'on appelle aussi des expressions bien formées ou EBF). Essayons donc de montrer que (15) est bien formée.

(15) $\exists x \forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$

Pour vérifier la bonne formation de (15), il suffit de la reconstruire en appliquant les règles de la syntaxe, et seulement elles, qui sont nécessaires. On peut également déconstruire la formule en appliquant les règles syntaxiques, mais dans l'autre sens, jusqu'à ce que l'on n'obtienne que des éléments du vocabulaire de base. Voici les étapes de construction de (15) :

- $\mathbf{aimer}$ est un prédicat à deux places, $\mathbf{c}$ est une constante et x est une variable, donc $\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x)$ est une formule bien formée en vertu de la règle Syn.1b ;
- de même, $\mathbf{gentil}$ est un prédicat à une place et y est une variable, donc $\mathbf{gentil}(y)$ est une formule bien formée, en vertu de la règle Syn.1a ;
- donc en vertu de la règle Syn.4, avec le connecteur $\wedge$, $[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$ est une formule bien formée ;
- donc, comme y est une variable, $\forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$ est une formule bien formée, en vertu de la règle Syn.5 pour $\forall$;
- et donc, comme x est une variable, $\exists x \forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$ est une formule bien formée, en vertu de la règle Syn.5 pour $\exists$.

On peut illustrer graphiquement une telle démonstration à l'aide de ce qu'on appelle l'ARBRE DE CONSTRUCTION d'une formule. L'arbre de (15) est donné en Figure 2.1.

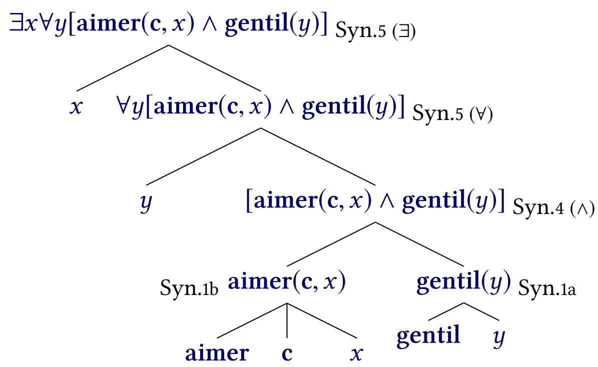


FIG. 2.1 : Arbre de construction de (15)

Chaque nœud de l'arbre représente une étape de la construction de la formule, la racine (ou nœud supérieur) correspondant à la formule complète. Chaque branche et embranchement représente l'application d'une règle syntaxique, et les nœuds directement inférieurs dans un embranchement représentent les « ingrédients » à partir desquels on construit ce qui est dans le nœud directement supérieur.

Il y a un théorème qui dit que toute formule bien formée est représentable par un et un seul arbre de construction. Donc pour montrer qu'une séquence donnée est une formule bien formée, il suffit de dessiner son arbre de construction. Et si on n'y parvient pas, c'est que la séquence n'est pas une formule bien formée[30]. Ainsi on peut montrer que (16) n'est pas bien formée, car son arbre de construction complet (Figure 2.2) n'est pas possible.

(16) $\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{b}x)$

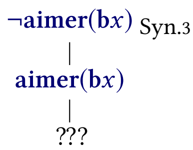


Fig. 2.2 : Échec de la construction de (16)

Aucune règle de la syntaxe ne permet de construire $\mathbf{aimer}(\mathbf{b}x)$; celle qui s'en rapprocherait le plus serait (Syn.1b), mais elle exige de placer une virgule entre deux arguments d'un prédicat binaire.

En revanche, (17) est parfaitement bien formée (comme le prouve l'arbre en Figure 2.3), même si elle semble un peu bizarre ; mais cela n'est (et ne doit être) qu'une impression, car (17) ne pose aucun problème pour le système du calcul des prédicats[31].

(17) $\exists y\, \mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

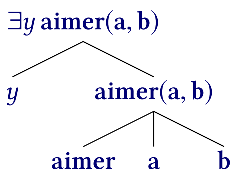


Fig. 2.3 : Arbre de construction de (17)

[30] Ou bien qu'on s'est trompé dans l'analyse !

[31] Nous verrons, en examinant la sémantique de LO, que cette formule est en fait équivalente à $\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$.

Le concept d'arbre de construction d'une formule permet de définir facilement une notion qui sera très utile par la suite, celle de SOUS-FORMULE d'une formule. Une sous-formule est tout simplement une formule bien formée que l'on trouve à l'intérieur d'une formule plus grande.

Définition 2.9 : Sous-formule

On dit que ψ est une SOUS-FORMULE de la formule φ si et seulement si ψ est une formule qui apparaît dans l'arbre de construction de φ.

Ainsi $\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x)$, $\mathbf{gentil}(y)$, $[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$ et $\forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x) \wedge \mathbf{gentil}(y)]$ sont des sous-formules de (15), mais pas $\exists x \forall y\, \mathbf{aimer}(\mathbf{c}, x)$.

Exercice 2.1

Parmi les séquences suivantes, lesquelles sont des formules correctes de LO ?

1. $\exists z\,[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$
2. $\exists x \forall y \exists z\,[\mathbf{aimer}(y, z) \vee \mathbf{aimer}(z, x)]$
3. $\forall xy\, \mathbf{aimer}(x, y)$
4. $\neg\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{r_1}, \mathbf{m})$
5. $\exists x \neg \exists z\, \mathbf{connaître}(x, z)$
6. $\exists x[\mathbf{acteur}(x) \wedge \mathbf{dormir}(x) \vee \mathbf{avoir\text{-}faim}(x)]$
7. $[\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, \mathbf{b})]$
8. $\exists y[\mathbf{acteur}(x) \wedge \mathbf{dormir}(x)]$

Exercice 2.2

Traduisez dans LO les phrases françaises ci-dessous. Vous choisirez les noms de prédicats et de constantes comme cela vous arrange, mais vous indiquerez à chaque fois ce qu'ils traduisent du français. Si une phrase contient une présupposition, ne traduisez que son contenu asserté (i.e. non présupposé). On ne tiendra pas compte de valeur sémantique des temps verbaux (on les néglige pour l'instant).

1. Antoine n'est plus barbu.
2. Tout est sucré ou salé.
3. Soit tout est sucré, soit tout est salé.
4. Le chien qui aboie ne mord pas. (proverbe)
5. C'est Marie que Jérôme a embrassée.
6. Il y a des hommes et des femmes qui ne sont pas unijambistes.
7. Tout le monde aime quelqu'un.
8. Si tous les homards sont gauchers alors Alfred aussi est gaucher.
9. Quelqu'un a envoyé une lettre anonyme à Anne.
10. Seule Chloé est réveillée.

Exercice 2.3

Même exercice.

1. Il existe des éléphants roses.
2. Quelque chose me gratouille et me chatouille.

3. Quelque chose me gratouille et quelque chose me chatouille.
4. Nimes est entre Avignon et Montpellier.
5. S'il y a des perroquets ventriloques, alors Jacko en est un.
6. Anne a reçu une lettre de Jean, mais elle n'a rien reçu de Pierre.
7. Tout fermier qui possède un âne est riche.
8. Il y a quelqu'un qui a acheté une batterie et qui est en train d'en jouer.
9. Il y a un seul océan.
10. Personne n'aime personne.

Récapitulons. La syntaxe présentée ici nous permet de faire le tri entre ce qui est une formule correcte de LO et ce qui est une simple séquence écrite n'importe comment avec les éléments du vocabulaire. Les formules correctes, reconnues ou admises par la syntaxe, sont souvent appelées des expressions bien formées (EBF), par opposition à des expressions qui seraient mal formées. Cette discrimination entre expressions bien formées et mal formées n'est pas purement normative ou arbitraire. N'oublions pas que nous sommes en sémantique ; et le but du jeu n'est pas simplement de dire que telle expression est bien écrite et que telle autre ne l'est pas. Ici, la syntaxe anticipe sur la sémantique, car ce que la syntaxe reconnaît comme expressions bien formées sont en fait des expressions qui ont du sens (i.e. des expressions que l'on peut interpréter). Nous les appellerons alors des EXPRESSIONS INTERPRÉTABLES (trad. de *meaningful expressions*). Donc si une expression bien formée est une expression qui a un sens, une expression mal formée est une expression à laquelle on ne peut pas (ou on ne saurait pas) attribuer un sens. Remarquons que cela a des implications importantes : qu'une expression mal formée soit non interprétable, cela ne pose guère de problème ; en revanche, ce qui est moins évident, c'est que toute expression que nous nous autoriserons à manipuler dans LO (c'est-à-dire que nous accepterons comme bien formée) devra obligatoirement être clairement et systématiquement interprétable ; de plus, tout ce que nous souhaiterons interpréter dans notre théorie devra recevoir une écriture (bien formée) dans LO.

Nous allons maintenant voir ce qu'est le sens d'une expression de LO, c'est-à-dire la sémantique de ce langage.

2.3 Interprétation dans le calcul des prédicats

2.3.1 Sémantique informelle

Le sens est ce qui nous permet de trouver la dénotation d'une expression. Donc décrire le sens des expressions revient à spécifier les règles de calcul des dénotations des expressions. La finalité de l'analyse sémantique ici est principalement d'exprimer les conditions de dénotation des formules (leurs conditions de vérité), et comme les formules peuvent être plus ou moins complexes, construites à partir d'éléments plus simples, nous devons d'abord avoir une idée précise de ce que sont les dénotations de ces éléments, c'est-à-dire les expressions de base du langage LO.

Par définition, la dénotation d'une constante d'individu est simplement l'individu (du monde) désigné par cette constante. Par exemple si nous nous intéressons à un individu, humain de sexe masculin, nommé Chandler Bing, etc. nous pourrons choisir de lui faire correspondre le symbole de constante **c** de LO. Et donc nous saurons ainsi que **c** dénote cet individu particulier.

Venons-en à la dénotation des prédicats et d'abord des prédicats à une place comme **acteur**. Rappelons que la dénotation est en quelque sorte la projection dans le monde de ce que « vaut » l'expression. Le prédicat **acteur** traduit le substantif français *acteur*, il représente le concept abstrait d'être acteur et dans le monde, concrètement, ce concept se réalise par l'ensemble de tous les individus du monde qui sont acteurs. Cet ensemble est la dénotation du prédicat. De manière générale, la dénotation d'un prédicat à une place est l'*ensemble de tous les individus* qui le vérifient, c'est-à-dire qui tombent sous le chef du concept représenté par le prédicat.

Il en va de même pour les prédicats qui traduisent des adjectifs qualificatifs, comme **gentil**, dont la dénotation est l'ensemble de tous les individus gentils, ainsi que des prédicats qui traduisent des verbes intransitifs, comme **dormir**, qui dénote l'ensemble de tous les individus qui sont en train de dormir dans le monde.

Faisons ici deux remarques importantes. D'abord parler d'ensembles tels que l'ensemble de *tous* les acteurs peut paraître contre-intuitif et peu naturel, car ces ensembles sont immenses et personne ne peut prétendre sérieusement connaître exhaustivement l'ensemble de tous les acteurs du monde. C'est vrai, mais en fait cela ne pose aucun problème pour la théorie. Nous reviendrons sur ce point un peu plus loin, mais disons pour l'instant que savoir que la dénotation du prédicat **acteur** est l'ensemble de tous les acteurs ce n'est pas la même chose que savoir exhaustivement et précisément qui sont les individus qui appartiennent à cette dénotation. Dans la théorie sémantique, ce qui va compter c'est ce premier savoir, bien plus que le second.

Ensuite, les dénotations présentées ici sous forme d'ensembles sont celles de prédicats qui traduisent des termes *singuliers* du français : *acteur*, *gentil*, *dort*, et non pas *acteurs*, *gentils*, *dorment*. On pourrait penser que lorsque l'on dit quelque chose comme *Joey est acteur* ou simplement *cet acteur*, il n'est question que d'un seul individu et pas d'un ensemble d'acteurs. Mais dans ces expressions, le caractère singulier de la dénotation n'est pas porté par le prédicat lui-même, mais d'une certaine manière, il est imposé par un autre élément de la phrase, comme la structure syntaxique ou un déterminant[32]. En soi et pris isolément, un prédicat comme **acteur** n'a aucune raison de distinguer un acteur parmi d'autres, puisqu'il ne fait que présenter le concept ou la propriété d'être acteur.

Nous pouvons nous convaincre de cela en nous interrogeant sur la dénotation d'une formule, car nous avons à présent en main ce qu'il nous faut pour effectuer le calcul de la valeur de vérité d'une formule simple comme (18), qui traduit la phrase *Joey est acteur*.

(18) **acteur(j)**

j dénote un individu (celui qui s'appelle Joey dans le cas de figure que nous examinons ici) et **acteur** dénote un ensemble d'individus (les acteurs). Maintenant dans quels cas (18) est-elle vraie ? Simplement si l'individu dénoté par **j** appartient à l'ensemble dénoté

[32] Pour le moment, nous laissons de côté l'analyse sémantique des pluriels ; cela sera abordé plus précisément dans le chapitre 10 (vol. 2).

par **acteur**. Et cela n'est rien d'autre que la condition de vérité de (18). La « rencontre » dénotationnelle du prédicat et de son argument, qui donne la dénotation de la formule, se fait par la relation d'appartenance (le ∈ de la théorie des ensembles) entre un objet et un ensemble d'objets.

La dénotation d'un prédicat binaire, comme **aimer** ou **frère-de**, est un peu plus complexe, mais poursuit le même genre de formalisation. Un tel prédicat exprime une relation qui se joue entre deux individus ; sa dénotation ne peut donc pas être directement un ensemble d'individus où chacun vérifie un concept indépendemment de ses « compagnons d'ensemble ». Il faut pouvoir rendre compte du fait que, par exemple, Ross peut être le frère de Monica mais pas de Chandler, et aussi que Monica n'est pas le frère de Ross.

Par conséquent, la dénotation d'un prédicat binaire est un ensemble dans lequel des individus sont explicitement mis en relation avec d'autres. Un moyen technique d'indiquer une mise en relation est d'utiliser des listes ou ce qu'on appelle des N-UPLETS ; un *n*-uplet est une liste qui contient exactement *n* objets. Un *n*-uplet ou une liste est une manière de représenter mathématiquement une collection d'objets, mais c'est très différent d'un ensemble, car dans un *n*-uplet les objets qu'il contient sont présentés dans un *ordre* précis et déterminant, alors que la notion d'ordre n'a aucune pertinence à l'intérieur d'un ensemble ; de même, un objet donné peut apparaître plusieurs fois dans un *n*-uplet, c'est-à-dire y occuper plusieurs positions, alors qu'un objet appartient une fois pour toutes à un ensemble.

Pour expliciter une relation binaire, nous utiliserons des *n*-uplets à deux éléments, ce que l'on appelle des COUPLES[33]. Ainsi la dénotation d'un prédicat binaire est un ENSEMBLE DE COUPLES D'INDIVIDUS, tous les couples tels que leur premier membre vérifie vis-à-vis de leur second membre la relation exprimée par le prédicat. Par exemple, on peut supposer que la dénotation de **frère-de** contiendra, entre autres, le couple composé de Ross et de Monica, mais pas le couple composé de Monica et de Ross (les couples sont ordonnés), qui lui pourra appartenir à la dénotation de **sœur-de**.

Et le calcul de la dénotation d'une formule comme (19) reste fondamentalement le même, sauf qu'elle s'applique à des couples.

(19) $\mathbf{frère\text{-}de}(\mathbf{r_2}, \mathbf{m})$

(19) est vraie si le couple constitué de la dénotation de $\mathbf{r_2}$ et de celle de $\mathbf{m}$ appartient à la dénotation de **frère-de**, qui est l'ensemble de tous les couples frère–sœur ou frère–frère du monde. Remarque : si un individu a plusieurs sœurs, mettons trois, alors il apparaîtra en tête de trois couples différents dans la dénotation de **frère-de**, un couple pour chaque sœur.

On peu maintenant généraliser : la dénotation d'un prédicat à *n* arguments (avec $n \geqslant 2$) est un ensemble de *n*-uplets d'individus. Pour un prédicat ternaire, on parlera d'ensembles de triplets, pour un prédicat quaternaire, d'ensembles de quadruplets, etc.

Nous allons voir maintenant comment représenter précisément (c'est-à-dire formellement) ce système de dénotations au moyen de l'outil mathématique que sont les modèles.

[33] *Couple* ici est un terme technique. Si l'on veut, c'est la manière normale de prononcer « 2-uplet » en français. Notons en passant qu'en français, un *ensemble* à deux éléments s'appelle une PAIRE.

2.3.2 Les modèles

Nous avons vu que la dénotation de la plupart des expressions interprétables n'est pas absolue : elle *dépend* d'un certain nombre de circonstances, de cas de figure, bref de *comment est le monde*. Par exemple, pour que **acteur(j)** soit vraie, il faut que Joey soit effectivement un acteur dans le monde que nous envisageons. C'est peut-être le cas, ça peut ne pas l'être. Les choses sont ce qu'elles sont, mais elles pourraient être autrement ; et de toute façon, personne ne sait tout sur tout.

En fait si la dénotation d'une expression dépend d'un certain état du monde, c'est qu'il ne convient pas de parler de dénotation seule, et dorénavant nous prendrons soin d'envisager la dénotation d'une expression toujours *relativement* à une certaine configuration du monde.

Nous avons donc besoin de tenir compte de cette « certaine configuration du monde ». Cela veut dire que nous allons devoir nous donner un moyen de *représenter* suffisamment précisément le monde et son « état ». Pour ce faire, l'outil que nous allons utiliser est celui des MODÈLES.

Un modèle est une figuration mathématique du monde ; c'est une représentation ENSEMBLISTE et STRUCTURÉE. Dans sa version la plus simple, la notion de modèle nous fournit ce que l'on peut vraiment appeler une image du monde, au sens d'un cliché ou d'un instantané. Et pour des raisons avant tout pratiques, les modèles que nous examinerons de près ne constituent que des images *partielles* du monde, comme les photographies qui ne restituent nécessairement que de minuscules portions de la réalité. Mais qu'un modèle décrive fidèlement, scrupuleusement et donc démesurément le monde ou qu'il n'en donne qu'une image partielle, les caractéristiques définitoires qui le sous-tendent restent exactement les mêmes. Les modèles partiels, souvent minuscules, que nous verrons en exemples par la suite, je les appellerai des « modèles-jouets » ; un véritable modèle quant à lui est un objet plutôt théorique et est supposé décrire *complètement* le monde.

Qu'est-ce qui fait que le monde, ou *un* monde, est tel qu'il est et pas autrement ? Ce qui le caractérise c'est tout d'abord l'ensemble des choses, c'est-à-dire des individus, qui le peuplent. Un monde dans lequel existe King-Kong est assurément différent du monde dans lequel existent les lecteurs de ces pages. Un modèle indique ce genre d'information en définissant un DOMAINE – ce que l'on appelle aussi un UNIVERS[34]. Le domaine d'un modèle donné est un *ensemble d'individus*, l'ensemble de tous les individus qui appartiennent au monde que décrit ce modèle.

Remarquons qu'une façon de se donner des modèles partiels est de les définir sur de petits domaines, qui ne comportent que très peu d'individus. Nous dirons alors qu'ils ne contiennent que les individus qui nous intéressent dans notre modélisation du monde, que les individus dont nous sommes susceptibles de parler dans un contexte de discours particulier[35].

[34] Les appellations complètes et plus précise que l'on trouve souvent sont DOMAINE ou UNIVERS DE QUANTIFICATION, ou encore DOMAINE ou UNIVERS D'INTERPRÉTATION.

[35] En réalité, les choses sont un peu plus compliquées que cela ; nous y reviendrons en §3.1.5.

Voici un exemple de (petit) domaine d'individus – appelons-le $\mathcal{A}$:

(20) $\mathcal{A}$ = {MonicaG ; PhoebeB ; RachelG ; ChandlerB ; JoeyT ; RossG}[36]

Ce que contient l'ensemble $\mathcal{A}$, en tant que domaine, ce sont des individus, et pas des noms. Il se trouve que les individus de cet exemple sont des personnes, mais nous aurions pu aussi faire figurer des objets ou des animaux dans $\mathcal{A}$.

Notation 2.4

Pour bien marquer la distinction entre les mots ou noms de la langue et les individus qui appartiennent à la réalité décrite dans un modèle, ces derniers seront représentés à l'aide d'une forme de caractères spéciale, en Petites Capitales.

Il faudra donc bien veiller à ne pas confondre le prénom *Joey*, qui appartient à la langue naturelle (le français ou l'anglais), la constante **j** qui appartient au langage objet LO, et l'individu JoeyT qui appartient au modèle. Il serait probablement plus pédagogique de présenter un dessin ou une photo de l'individu au lieu de la séquence JoeyT pour bien montrer qu'il s'agit là d'une portion de réalité. Mais cette stratégie, qui deviendrait vite graphiquement encombrante, ne resterait somme toute qu'un moyen terme tout aussi artificiel. Accommodons-nous plutôt des contraintes matérielles imposées par un ouvrage écrit en faisant usage de la convention de notation typographique 2.4.

Donc un modèle établit une description (éventuellement partielle) du monde en spécifiant un domaine d'individus, la « population » du monde. Un domaine n'est qu'un ensemble, dans lequel les individus nous sont présentés en vrac. Une description du monde ne se ramène pas qu'à cela ; cela se doit d'être plus sophistiqué, plus informatif. C'est pour cela que j'ai dit plus haut qu'un modèle est *structuré*. Les individus du domaine sont organisés d'une certaine manière, et cette « certaine manière » n'est ni plus ni moins qu'un certain état du monde. Le modèle spécifie une telle organisation en indiquant « qui est qui », « qui est quoi » et « qui fait quoi », etc. dans le domaine.

En d'autres termes, un modèle décrit l'état du monde en explicitant le lien entre le domaine et le langage (en l'occurrence LO). Ce lien est en fait la dénotation du vocabulaire. En effet, savoir dans quel état est le monde, ou savoir ce qui se passe dans le monde, cela revient finalement à connaître les dénotations de tous les prédicats du langage, puisque les prédicats servent à donner, dans le langage, des informations sur le monde[37].

Illustrons cela en reprenant « notre histoire » introduite via les exemples (6)–(11). Un modèle qui décrit fidèlement la réalité d'un monde devra par exemple nous dire qui est

[36] On utilise la notation mathématique habituelle qui représente le contenu d'un ensemble encadré d'accolades { }, ses éléments étant séparés par des points-virgules.

[37] À noter que l'on pourrait connaître certaines informations sur le monde qui soient indicibles ; elles ne correspondraient donc à la dénotation d'aucun prédicat. Cela est tout à fait concevable (encore que les langues naturelles ont un pouvoir expressif immense). Mais comme nous étudions ici la sémantique de la langue, nous ne nous intéresserons qu'aux informations « dicibles ».

italien parmi les individus du domaine, autrement dit quel est l'ensemble des italiens,… autrement dit quelle est dénotation du prédicat **italien**. Et de même, il devra nous dire qui est une femme, qui est un homme, qui est acteur, qui fume, qui dort, etc. Mais aussi qui aime qui, qui connaît qui, qui embrasse qui, qui est le frère de qui, etc. Bref, on attend d'un modèle qu'il réponde à ce genre de question pour tout prédicat du langage.

Par exemple, notre modèle en cours pourra nous faire savoir que (21a) est la dénotation de **italien**, (21b) celle de **acteur**, (21c) celle de **femme**, (21d) celle de **homme**, etc. Ces ensembles sont forcément des sous-ensembles de $\mathcal{A}$.

(21) a. {JoeyT}
b. {JoeyT}
c. {MonicaG ; PhoebeB ; RachelG}
d. {JoeyT ; ChandlerB ; RossG}

Dans ce mini-modèle, **italien** et **acteur** ont la même dénotation, mais c'est justement parce que le modèle est très petit. Cela ne tire donc pas vraiment à conséquence.

Pour les prédicats n-aires, nous représenterons les n-uplets en les encadrant de chevrons ⟨ ⟩ en séparant leurs membres par des virgules. Par exemple : ⟨RossG, RachelG⟩ est un couple d'individus. Le modèle pourra ainsi nous dire que (22a) est la dénotation de **aimer** et (22b) celle de **frère-de**.

(22) a. {⟨RachelG, RossG⟩ ; ⟨RossG, RachelG⟩ ; ⟨MonicaG, ChandlerB⟩ ; ⟨ChandlerB, MonicaG⟩}
b. {⟨RossG, MonicaG⟩}

Ce que nous devons voir pour terminer, c'est comment le modèle nous fournit ces réponses. On utilise à cet effet un outil formel simple : une fonction qui à chaque constante non logique de LO associe sa dénotation dans le modèle. Une telle fonction s'appelle une fonction d'interprétation, et elle est, au côté du domaine, un élément constitutif du modèle. Notons-la F. Un début de description (possible) du monde apparaîtra alors comme ci-dessous ; de manière générale, nous représenterons graphiquement une fonction sous forme de « matrice » à deux colonnes, la première correspondant à l'ensemble de départ de la fonction, la seconde à son ensemble d'arrivée et chaque élément de l'ensemble de départ est mis en regard de son image par une flèche (⟼).

$$F : \begin{bmatrix} \textbf{italien} & \longmapsto \{\text{JoeyT}\} \\ \textbf{acteur} & \longmapsto \{\text{JoeyT}\} \\ \textbf{femme} & \longmapsto \{\text{MonicaG ; PhoebeB ; RachelG}\} \\ \textbf{homme} & \longmapsto \{\text{JoeyT ; ChandlerB ; RossG}\} \\ \textbf{fumer} & \longmapsto \{\text{ChandlerB}\} \\ \textbf{aimer} & \longmapsto \{\langle\text{RachelG, RossG}\rangle \text{ ; } \langle\text{RossG, RachelG}\rangle \text{ ; } \\ & \quad\ \langle\text{MonicaG, ChandlerB}\rangle \text{ ; } \\ & \quad\ \langle\text{ChandlerB, MonicaG}\rangle\} \\ \textbf{frère-de} & \longmapsto \{\langle\text{RossG, MonicaG}\rangle\} \\ \text{etc.} & \end{bmatrix}$$

Nous pouvons également expliciter F avec la notation fonctionnelle habituelle, en écrivant par exemple : F(**italien**) = {JoeyT}, F(**femme**) = {MonicaG ; PhoebeB ; RachelG}, etc.

Le modèle nous dit aussi « qui est qui ». Cela signifie que la fonction d'interprétation indique également à quel individu du domaine correspond chaque constante d'individu du langage. Donc F doit être complétée par les attributions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m} \longmapsto \text{MonicaG} \\ \mathbf{p} \longmapsto \text{PhoebeB} \\ \mathbf{r_1} \longmapsto \text{RachelG} \\ \mathbf{c} \longmapsto \text{ChandlerB} \\ \mathbf{j} \longmapsto \text{JoeyT} \\ \mathbf{r_2} \longmapsto \text{RossG} \end{bmatrix}$$

Résumons par la définition suivante :

Définition 2.10 : Modèle

Un modèle (simple) d'interprétation sémantique d'un langage LO est défini par un couple $\langle \mathcal{A}, F \rangle$ où $\mathcal{A}$ est un ensemble non vide et F une fonction qui projette les constantes non logiques (i.e. d'individus et de prédicats) de LO dans $\mathcal{A}$.
Si $\mathcal{M}$ est le nom du modèle, on pose $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ en guise de définition.
On dit que $\mathcal{A}$ est le domaine de $\mathcal{M}$ et on le tient pour l'ensemble de tous les individus du monde décrit par $\mathcal{M}$.
F s'appelle la fonction d'interprétation de LO dans $\mathcal{M}$.

2.3.3 Les règles sémantiques

Nous pouvons maintenant définir la sémantique du langage LO, c'est-à-dire ses règles d'interprétation. Comme nous le savons maintenant, il s'agit de règles de calcul, et plus précisément du calcul de la dénotation de toute expression de LO. Pour exprimer ces calculs, introduisons d'abord un élément de notation.

Notation 2.5 : Valeur sémantique

Soit α une expression interprétable quelconque de LO.
$[\![\alpha]\!]$ représente la valeur sémantique de l'expression α. On l'appelle également l'interprétation de α.

Nous allons nous servir de cette notation pour représenter la dénotation des expressions. La dénotation est, comme il se doit, la valeur sémantique relativisée à un certain modèle.

Notation 2.6 : Dénotation

Soit α une expression interprétable quelconque (de LO) et $\mathcal{M}$ un modèle.
$[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}}$ représente la DÉNOTATION de α *relativement* au modèle $\mathcal{M}$.

Remarque : $[\![\ ]\!]$ est une notation symbolique, mais elle n'appartient pas au langage LO ; là encore c'est un méta-symbole que les sémanticiens utilisent pour parler de la sémantique d'une expression.

Pour décrire le sens dans LO, nous devons définir la valeur sémantique de *toute* expression interprétable relativement à *tout* modèle possible. Pour ce faire, il suffit d'exprimer les règles de calcul par rapport à un modèle absolument quelconque, c'est-à-dire complètement général ; nous sommes sûrs ainsi qu'elles vaudront pour n'importe quel modèle. Comme l'ensemble des expressions de LO est déterminé par les règles de syntaxe, le plus efficace est de reprendre chacune de ces règles et de lui associer une règle d'interprétation sémantique. Ainsi nous aurons la garantie d'avoir défini une sémantique pour toutes les expressions possibles de LO.

Commençons d'abord par définir l'interprétation du « lexique » de base de LO, c'est-à-dire les constantes d'individus et de prédicats. Nous l'avons vu, la valeur sémantique de ces constantes nous est directement donnée par la fonction d'interprétation F du modèle par rapport auquel nous avons choisi d'effectuer le calcul.

Définition 2.11 : Interprétation des constantes non logiques

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

1. Si α est une constante d'individu, alors $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}} = F(\alpha)$; i.e. l'individu de $\mathcal{A}$ assigné à α par F.
2. Si P est une constante de prédicat, alors $[\![P]\!]^{\mathcal{M}} = F(P)$; i.e. un ensemble d'individus de $\mathcal{A}$ si P est unaire, un ensemble de couples d'individus de $\mathcal{A}$ si P est binaire, etc.

Ensuite, nous devons spécifier comment obtenir la dénotation de n'importe quelle formule syntaxiquement bien construite. Les règles d'interprétation sont récursives (comme celles de la syntaxe) et compositionnelles car l'interprétation de toute formule est définie via l'interprétation de ses constituants. Comme la dénotation d'une formule est une valeur de vérité, nous allons devoir manipuler le vrai et le faux, et nous le ferons au moyen des symboles 1 et 0[38] :

Notation 2.7 : Valeurs de vérité

On note $\{0 ; 1\}$ l'ensemble des valeurs de vérité. 1 représente « vrai » et 0 représente « faux ».

Ainsi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ signifie que φ est vraie par rapport au (ou dans le) modèle $\mathcal{M}$, et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ que φ est fausse par rapport à $\mathcal{M}$.

Définition 2.12 : Interprétation des formules

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

(Sém.1)
- a. Si P est un prédicat à une place et si α est une constante, alors $[\![P(\alpha)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
- b. Si P est un prédicat à deux places et si α et β sont des constantes, alors $[\![P(\alpha, \beta)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
- c. Si P est un prédicat à trois places et si α, β et γ sont des constantes, alors $[\![P(\alpha, \beta, \gamma)]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M}}, [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M}} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M}}$;
- d. etc.

(Sém.2) Si t_1 et t_2 sont des termes, alors $[\![t_1 = t_2]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![t_1]\!]^{\mathcal{M}} = [\![t_2]\!]^{\mathcal{M}}$.

(Sém.3) Si φ est une formule, alors $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

(Sém.4) Si φ et ψ sont des formules, alors
- a. $[\![[\varphi \wedge \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ *et* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
- b. $[\![[\varphi \vee \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
- c. $[\![[\varphi \rightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
- d. $[\![[\varphi \leftrightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M}}$.

Arrêtons-nous là pour le moment et laissons de côté provisoirement l'interprétation des formules quantifiées, nous y reviendrons en temps voulu.

Ces règles nous disent dans quels cas (et seulement quels cas) une formule de telle ou telle structure est vraie. Il s'agit bien de *conditions de vérité*. Et ces règles d'interprétation définissent donc bien le *sens* des formules.

Les règles (Sém.1) ne font que reformuler précisément ce que nous avons vu en §2.3.1 :

[38] 0 et 1 sont eux aussi des méta-symboles, il n'appartiennent pas à LO. Nous aurions pu à la place utiliser F et V, mais par expérience je trouve que 0 et 1 permettent une lecture plus fluide, ils se distinguent mieux graphiquement (surtout dans les tables de vérité, cf. §2.4.1). Et puis nous avons déjà F pour la fonction d'interprétation, évitons autant que possible les homographies.

la dénotation d'une formule atomique s'obtient en vérifiant l'appartenance ensembliste ($\in$) de la dénotation des arguments (seuls ou en n-uplets) à la dénotation des prédicats. La règle (Sém.2) est assez simple : elle dit que $t_1 = t_2$ est vrai dans $\mathcal{M}$ si et seulement si les dénotations de t_1 et de t_2 sont identiques.

Ce qui est un peu plus nouveau, ce sont les règles (Sém.3) et (Sém.4) qui interprètent le rôle des connecteurs logiques. Mais d'après ce que nous avons vu en §2.2.1.3, elles sont assez simples à comprendre, sauf peut-être (Sém.4c) que nous commenterons un peu plus en §2.4.1.

Pour illustrer le fonctionnement de ces règles, regardons un exemple d'application. Une façon de mettre en œuvre les calculs sémantiques consiste à se donner un modèle petit mais détaillé et d'évaluer des formules par rapport à ce modèle. Soit donc le modèle-jouet $\mathcal{M}_1 = \langle \mathcal{A}_1, F_1 \rangle$, défini comme suit (nous lui mettons l'indice $_1$ pour montrer que c'est un modèle bien particulier).

(23) $\mathcal{A}_1 = \{$Thésée ; Hippolyta ; Hermia ; Héléna ; Lysandre ; Démétrius ; Egée ; Puck ; Obéron ; Titania ; Bottom$\}$

$F_1(\mathbf{t_1})$ = Thésée, $F_1(\mathbf{e})$ = Egée,
$F_1(\mathbf{h_1})$ = Hippolyta, $F_1(\mathbf{p})$ = Puck,
$F_1(\mathbf{h_2})$ = Hermia, $F_1(\mathbf{o})$ = Obéron,
$F_1(\mathbf{h_3})$ = Héléna, $F_1(\mathbf{t_2})$ = Titania,
$F_1(\mathbf{l})$ = Lysandre, $F_1(\mathbf{b})$ = Bottom
$F_1(\mathbf{d})$ = Démétrius,
$F_1(\textbf{elfe}) = \{$Obéron ; Titania ; Puck$\}$
$F_1(\textbf{âne}) = \{$Bottom$\}$
$F_1(\textbf{farceur}) = \{$Thésée ; Obéron ; Titania ; Puck$\}$
$F_1(\textbf{triste}) = \{$Héléna$\}$

$$F_1(\textbf{mari-de}) = \left\{\begin{array}{l}\langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta}\rangle \ ; \\ \langle \text{Obéron}, \text{Titania}\rangle\end{array}\right\}$$

$$F_1(\textbf{père-de}) = \left\{\langle \text{Egée}, \text{Hermia}\rangle\right\}$$

$$F_1(\textbf{aimer}) = \left\{\begin{array}{l}\langle \text{Thésée}, \text{Hippolyta}\rangle \ ; \\ \langle \text{Hippolyta}, \text{Thésée}\rangle \ ; \\ \langle \text{Lysandre}, \text{Hermia}\rangle \ ; \\ \langle \text{Hermia}, \text{Lysandre}\rangle \ ; \\ \langle \text{Démétrius}, \text{Hermia}\rangle \ ; \\ \langle \text{Héléna}, \text{Démétrius}\rangle \ ; \\ \langle \text{Titania}, \text{Bottom}\rangle\end{array}\right\}$$

Cette présentation de $\mathcal{M}_1$ implique que nous travaillons présentement sur une petite portion d'un langage de type LO qui ne comprend que les constantes d'individu $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{h_1}$, $\mathbf{h_2}$, $\mathbf{h_3}$, **l**, **d**, **e**, **p**, **o**, $\mathbf{t_2}$, **b**, et les prédicats **elfe**, **âne**, **farceur**, **triste**, **mari-de**, **père-de** et **aimer**. Ce petit fragment est loin de nous permettre de rédiger en LO un résumé d'une pièce de Shakespeare, mais il nous suffira pour évaluer la vérité d'une bonne variété de formules. Notons aussi que $\mathcal{M}_1$ sous-entend aussi (mais sans équivoque possible) que tous les prédicats sont à un argument sauf **mari-de**, **père-de** et **aimer** qui sont binaires.

Commençons avec une formule très simple ; nous pouvons nous demander quelle est la dénotation de (24) relativement à $\mathcal{M}_1$:

(24) $\mathbf{aimer(d, h_2)}$

Autrement dit, que vaut $[\![\mathbf{aimer(d, h_2)}]\!]^{\mathcal{M}_1}$? La règle (Sém.1b) nous dit que $[\![\mathbf{aimer(d, h_2)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi $\langle [\![\mathbf{d}]\!]^{\mathcal{M}_1}, [\![\mathbf{h_2}]\!]^{\mathcal{M}_1} \rangle \in [\![\mathbf{aimer}]\!]^{\mathcal{M}_1}$. Or, d'après la règle 1 de l'interprétation des constantes non logiques, $[\![\mathbf{d}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{d})$ c'est-à-dire Démétrius d'après la donnée de $\mathcal{M}_1$, et $[\![\mathbf{h_2}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{h_2}) =$ Hermia. Donc $\langle [\![\mathbf{d}]\!]^{\mathcal{M}_1}, [\![\mathbf{h_2}]\!]^{\mathcal{M}_1} \rangle = \langle$Démétrius, Hermia$\rangle$. Quant à $[\![\mathbf{aimer}]\!]^{\mathcal{M}_1}$ c'est égal à $F_1(\mathbf{aimer})$, qui vaut l'ensemble de couples donné plus haut. Et nous constatons que $\langle$Démétrius, Hermia$\rangle$ fait bien partie de cet ensemble. Nous avons donc bien montré que $[\![\mathbf{aimer(d, h_2)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, (24) est vraie dans $\mathcal{M}_1$.

Essayons avec (25) :

(25) $[\mathbf{triste(b)} \wedge \mathbf{aimer(t_2, b)}]$

La règle (Sém.4a) nous dit que $[\![[\mathbf{triste(b)} \wedge \mathbf{aimer(t_2, b)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi $[\![\mathbf{triste(b)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ et $[\![\mathbf{aimer(t_2, b)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Regardons d'abord $[\![\mathbf{triste(b)}]\!]^{\mathcal{M}_1}$. $[\![\mathbf{b}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{b}) =$ Bottom et $[\![\mathbf{triste}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{triste}) = \{$Héléna$\}$. Donc évidemment $[\![\mathbf{b}]\!]^{\mathcal{M}_1} \notin [\![\mathbf{triste}]\!]^{\mathcal{M}_1}$ et donc, en vertu de (Sém.1a), nous en concluons que $[\![\mathbf{triste(b)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$. Nous pouvons nous arrêter là, car la condition demandée par (Sém.4a) n'est pas remplie : il faut que les *deux* sous-formules soient vraies pour que (25) le soit ; si la première est fausse, il est inutile d'évaluer la seconde, nous savons que $[\![[\mathbf{triste(b)} \wedge \mathbf{aimer(t_2, b)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$.

Remarquons en passant que ce qui est faux par rapport à $\mathcal{M}_1$, comme $\mathbf{triste(b)}$, c'est ce qui n'est pas donné comme information par $\mathcal{M}_1$.

Regardons une formule négative, (26) :

(26) $\neg[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]$

(Sém.3) nous dit que $[\![\neg[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi $[\![[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$. Calculons donc $[\![[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]]\!]^{\mathcal{M}_1}$. (Sém.4b) dit que cette sous-formule est vraie si $[\![\mathbf{\hat{a}ne(p)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ou si $[\![\mathbf{farceur(p)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Là nous pouvons gagner du temps en observant $\mathcal{M}_1$ qui nous conseille de regarder d'abord la valeur de $\mathbf{farceur(p)}$. $[\![\mathbf{p}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{p}) =$ Puck et $[\![\mathbf{farceur}]\!]^{\mathcal{M}_1} = F_1(\mathbf{farceur}) = \{$Thésée ; Obéron ; Titania ; Puck$\}$, donc $[\![\mathbf{p}]\!]^{\mathcal{M}_1} \in [\![\mathbf{farceur}]\!]^{\mathcal{M}_1}$, et donc $[\![\mathbf{farceur(p)}]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Et cela suffit à montrer que $[\![[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, puisque selon (Sém.4b) il suffit que l'un des deux membres d'une disjonction soit vrai pour que l'ensemble soit vrai. Maintenant la règle (Sém.3) – comme toutes les règles d'interprétation – est en *si et seulement si* ; cela veut dire que $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ si $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ *et* $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ si $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Par conséquent, $[\![\neg[\mathbf{\hat{a}ne(p)} \vee \mathbf{farceur(p)}]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$.

Exercice 2.4
Calculez la dénotation relativement à $\mathcal{M}_1$ des formules suivantes :

1. $[\textbf{père-de}(\textbf{o}, \textbf{p}) \leftrightarrow \textbf{elfe}(\textbf{b})]$
2. $[\neg\textbf{aimer}(\textbf{d}, \textbf{h}_3) \rightarrow \textbf{triste}(\textbf{h}_3)]$
3. $\neg[\textbf{elfe}(\textbf{p}) \wedge \textbf{farceur}(\textbf{p})]$
4. $[\textbf{farceur}(\textbf{t}_1) \rightarrow [\textbf{elfe}(\textbf{t}_1) \rightarrow \textbf{âne}(\textbf{t}_1)]]$

2.4 Un peu de logique

Afin de bien maîtriser la sémantique de LO, il est temps de faire un petit détour vers la logique, car en se fondant sur le calcul des prédicats, LO met surtout en avant les propriétés logiques de la structure sémantique des phrases. Nous allons donc examiner de plus près les connecteurs logiques, ainsi que des notions formelles attachées aux formules de LO, ce qui nous permettra de nous donner des règles d'interprétation assez simples pour les formules quantifiées. Cette section permettra par ailleurs de s'entraîner un peu à l'analyse par conditions de vérité.

2.4.1 Tables de vérité

Les connecteurs logiques ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$) de LO sont également appelés des CONNECTEURS VÉRIFONCTIONNELS. Cela veut dire que leur dénotation peut être considérée comme une *fonction* à un (pour $\neg$) ou deux (pour les autres) argument(s) pris dans $\{0 ; 1\}$ et qui retourne une valeur de $\{0 ; 1\}$. C'est ce qu'on appelle une FONCTION DE VÉRITÉ. C'est juste une façon mathématique de dire que la valeur de vérité d'une formule construite avec un connecteur dépend simplement de la valeur de vérité de ses sous-formules connectées. Et la définition de ces fonctions nous est donnée dans les règles (Sém.3) et (Sém.4).

Ces règles peuvent s'expliciter de manière systématique à l'aide de ce qu'on appelle des TABLES DE VÉRITÉ. Une table de vérité est un tableau qui permet de visualiser très facilement toutes les dénotations que peuvent prendre une formule (ou un schéma de formules) construite avec un connecteur. Le principe est le suivant : les premières colonnes d'une table vont correspondre aux sous-formules connectées ; on y fait figurer toutes les combinaisons de valeurs de vérité qu'elles peuvent prendre (lorsqu'on examine un connecteur binaire, il y a quatre combinaisons possibles) ; et dans la colonne suivante, en face de chaque combinaison de valeurs, on pose la valeur de vérité résultante pour la formule complexe. Les tables de vérité sont aux connecteurs logiques ce que nos vieilles tables de multiplication sont à la multiplication. Le tableau 2.1 regroupe les tables de vérité des quatre connecteurs logiques de LO.

Chaque ligne d'une table est donc une combinaison possible des valeurs de φ et ψ. Par rapport à notre formalisation sémantique, cela veut dire que chaque ligne résume une certaine *catégorie* de modèles : la première ligne représente tous les modèles par rapport auxquels φ et ψ sont toutes deux vraies, la deuxième tous les modèles par rapport auxquels φ est vraie et ψ est fausse, etc. Quand on regarde la dénotation d'une formule construite avec un connecteur binaire, on ne s'intéresse qu'à quatre grandes catégories de modèles.

TAB. 2.1 : Tables de vérité des connecteurs logiques de LO

φ	ψ	$[\varphi \wedge \psi]$	$[\varphi \vee \psi]$	$[\varphi \rightarrow \psi]$	$[\varphi \leftrightarrow \psi]$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

On peut aussi dresser la table de vérité de la négation, et là on n'a à regarder que deux catégories de modèles : ceux où la formule de départ est vraie et ceux où elle est fausse ; cf. tableau 2.2.

TAB. 2.2 : Table de vérité de la négation

φ	$\neg\varphi$
1	0
0	1

Le principe des tables de vérité permet également de calculer toutes les dénotations possibles de formules complexes, ou plus exactement de schémas généraux de formules, qui comprennent plusieurs connecteurs[39]. Techniquement il suffit d'ajouter des colonnes intermédiaires pour les différentes étapes du calcul et ainsi on obtient progressivement le résultat final en réutilisant les résultats intermédiaires[40]. Ces calculs sont courants en logique, et ici ils peuvent nous être utiles car il y a une règle de logique qui dit que deux formules qui ont la même table de vérité sont logiquement (et sémantiquement) équivalentes, puisque cela veut dire qu'elles sont vraies dans exactement les mêmes modèles[41].

Regardons, par exemple, les dénotations de $[\neg\varphi \wedge \neg\psi]$ puis de $\neg[\varphi \vee \psi]$ données dans le tableau 2.3 (page suivante).

Dans la table de gauche on calcule d'abord les valeurs pour $\neg\varphi$ et $\neg\psi$, en se servant de la table 2.2 de la négation ; puis sur ces deux colonnes on applique les règles de calcul de la conjonction $\wedge$ données dans la table 2.1 et cela nous donne les valeurs pour $[\neg\varphi \wedge \neg\psi]$. La construction de la table de vérité suit les étapes de la construction syntaxique de la formule. Et donc dans la table de droite, on commence par indiquer les valeurs de $[\varphi \vee \psi]$, et à partir de cette colonne on calcule les valeurs de $\neg[\varphi \vee \psi]$. Les colonnes

[39] Cependant l'outil des tables de vérité n'est opérant que sur les formules qui ne contiennent pas de quantificateurs ni de variable, car alors la variété de modèles à prendre en compte est immense et ne peut pas se résumer à quelques lignes.

[40] Mais attention : il ne faut pas oublier d'énumérer sur les lignes de la table *toutes* les combinaisons possibles de valeurs de vérité pour les sous-formules de base prises en compte. Plus une formule complexe connecte de formules simples différentes, plus elle aura de lignes.

[41] Il ne s'agit que d'une reformulation pour LO de ce que nous avions vu au chapitre 1 sur l'équivalence logique ; cf. la définition 1.3, §1.2.2, p. 13 ; voir aussi la définition 2.22, p. 103.

Tab. 2.3 : Tables de vérité de $[\neg\varphi \wedge \neg\psi]$ et de $\neg[\varphi \vee \psi]$

φ	ψ	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$[\neg\varphi \wedge \neg\psi]$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

φ	ψ	$[\varphi \vee \psi]$	$\neg[\varphi \vee \psi]$
1	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

de résultat final des deux tables sont identiques, les deux formules sont logiquement (et sémantiquement) équivalentes. Pour illustrer cela, reprenons l'exemple (26) :

(26) $\neg[\textbf{âne}(\textbf{p}) \vee \textbf{farceur}(\textbf{p})]$

Cette formule peut littéralement traduire la phrase française *il est faux que Puck est un âne ou un farceur* ; en clair, cela signifie la même chose que *Puck n'est ni un âne, ni un farceur*, autrement dit *Puck n'est pas un âne et Puck n'est pas un farceur*, ce qui se traduit bien en (26)′ :

(26)′ $[\neg\textbf{âne}(\textbf{p}) \wedge \neg\textbf{farceur}(\textbf{p})]$

Cette équivalence logique fait partie de ce qui est connu sont le nom de lois de Morgan. Il y en a une seconde qui est que $\neg[\varphi \wedge \psi]$ et $[\neg\varphi \vee \neg\psi]$ sont aussi logiquement équivalentes. On peut l'illustrer avec les exemples suivants : *il est faux que Puck est un âne et un farceur*, c'est-à-dire *Puck n'est pas un âne farceur*, ce qui veut bien dire *Puck n'est pas un âne ou bien Puck n'est pas farceur*. Les lois de Morgan peuvent donc s'avérer utiles pour comprendre certaines formules ou phrases négatives.

Théorème 2.1 : Lois de Morgan

Pour toutes formules φ et ψ :

1. $\neg[\varphi \wedge \psi]$ et $[\neg\varphi \vee \neg\psi]$ sont logiquement équivalentes.
2. $\neg[\varphi \vee \psi]$ et $[\neg\varphi \wedge \neg\psi]$ sont logiquement équivalentes.

Exercice 2.5

1. Montrez, par la méthode des tables de vérité, que $[[\varphi \wedge \psi] \wedge \chi]$ et $[\varphi \wedge [\psi \wedge \chi]]$ sont logiquement équivalentes. NB : ici les tables auront 8 lignes.
2. De même pour $[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$ et $[\varphi \vee [\psi \vee \chi]]$.
3. Montrez que $[[\varphi \rightarrow \psi] \rightarrow \chi]$ et $[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$ *ne sont pas* logiquement équivalentes.

Les deux équivalences de l'exercice 2.5 disent finalement que par exemple lorsqu'on a deux conjonctions qui « se suivent » dans une formule, peu importe comment on les regroupe, c'est-à-dire comment on place les crochets, la dénotation de la formule reste toujours la même. On dit que la conjonction et la disjonction sont des connecteurs *associatifs* (comme le sont l'addition et la multiplication sur les nombres), et pour cette raison on peut s'autoriser à faire l'économie de ces crochets dans l'écriture des formules : ils n'ont pas d'impact sémantique. Ainsi nous pourrons écrire de temps en temps $[\varphi \wedge \psi \wedge \chi]$ et $[\varphi \vee \psi \vee \chi]$ à la place des quatre premières formules de l'exercice 2.5. Mais il faut bien garder à l'esprit que $[\varphi \wedge \psi \wedge \chi]$ n'est qu'une commodité d'écriture : en toute rigueur, ce n'est pas une formule bien formée de LO, mais juste un raccourci qui vaut indifféremment pour $[[\varphi \wedge \psi] \wedge \chi]$ ou $[\varphi \wedge [\psi \wedge \chi]]$.

En revanche, comme le montre la troisième partie de l'exercice, $[\varphi \rightarrow \psi \rightarrow \chi]$ n'est pas une écriture autorisée, cette (pseudo-)formule n'a vraiment aucun sens. De même on n'a pas le droit d'écrire $[\varphi \wedge \psi \vee \chi]$.

Il y a une autre règle de suppression des crochets que nous pouvons nous accorder pour alléger les écritures de formules. Les crochets servent à regrouper les sous-formules à l'intérieur d'une formule complexe pour éviter toute équivoque et pour bien marquer le « champ d'application » d'un connecteur. Par conséquent lorsqu'une formule (mais pas une sous-formule !) est entièrement encadrée de crochets, ceux-ci ne servent pas à grand chose, car justement cette formule globale n'est connectée à aucune autre. Ainsi il est sémantiquement inoffensif de supprimer les crochets les plus extérieurs d'une formule et on peut écrire $\varphi \rightarrow \psi$ à la place de $[\varphi \rightarrow \psi]$ tant qu'il s'agit d'une formule autonome. Mais attention, cela ne concerne que les crochets complètement extérieurs : on n'a pas le droit de les supprimer dans $\neg[\varphi \wedge \psi]$ ou dans $\exists x[\mathbf{elfe}(x) \wedge \mathbf{farceur}(x)]$ (mais on a le droit d'écrire $\exists x\, \mathbf{elfe}(x) \wedge \exists x\, \mathbf{farceur}(x)$ pour $[\exists x\, \mathbf{elfe}(x) \wedge \exists x\, \mathbf{farceur}(x)]$).

Exercice 2.6

Montrez que les paires de formules suivantes sont chacune logiquement équivalentes :

1. φ et $\neg\neg\varphi$
2. $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\neg\varphi \vee \psi]$
3. $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\neg\psi \rightarrow \neg\varphi]$
4. $[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$ et $[[\varphi \wedge \psi] \rightarrow \chi]$
5. $[\varphi \wedge [\psi \vee \chi]]$ et $[[\varphi \wedge \psi] \vee [\varphi \wedge \chi]]$
6. $[\varphi \vee [\psi \wedge \chi]]$ et $[[\varphi \vee \psi] \wedge [\varphi \vee \chi]]$

Il n'est pas inutile de connaître par cœur ces équivalences (la n°1 s'appelle d'ailleurs la *loi de la double négation* et la n°3 la *loi de contraposition*[42]).

2.4.2 Disjonctions inclusive et exclusive

La table de vérité de la disjonction $\vee$, répétée dans le tableau 2.4, de même que la règle (Sém.4b) nous disent que $[\varphi \vee \psi]$ est vraie si l'une des deux sous-formules est vraie et aussi lorsqu'elles sont vraies toutes deux. C'est ce qu'on appelle la DISJONCTION INCLUSIVE, et c'est pourquoi elle est parfois prononcée « et/ou ». Il existe en logique un autre

[42] Un exemple d'équivalence via la double négation est donnée par *Marie fume* et *il est faux que Marie ne fume pas*. La loi de contraposition peut s'illustrer par *s'il y a du feu, il y a de la fumée* et *s'il n'y a pas de fumée, il n'y a pas de feu*.

connecteur disjonctif, qu'on appelle la DISJONCTION EXCLUSIVE ; notons-la par le symbole $\veebar$[43] ; sa table de vérité est donnée dans le tableau 2.4.

TAB. 2.4 : Tables de vérité des disjonctions inclusive et exclusive

φ	ψ	$[\varphi \vee \psi]$	$[\varphi \veebar \psi]$
1	1	1	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

Nous voyons que $[\varphi \veebar \psi]$ est vraie si l'une des deux sous-formules est vraie mais pas les deux en même temps. C'est fromage ou dessert.

Une question importante qui se pose en sémantique, c'est de savoir si les expressions de la langue qui expriment la disjonction, en français *ou*, *ou bien*, *soit…, soit…*, doivent s'analyser par une disjonction inclusive ou exclusive. Nous pouvons deviner la réponse puisque c'est $\vee$ et pas $\veebar$ qui a été introduit dans LO, mais regardons les choses plus précisément.

En fait, il peut sembler que la plupart (ou au moins un grand nombre) des phrases disjonctives du français sont plus naturellement comprises comme exprimant une disjonction exclusive plutôt qu'inclusive. Un exemple classique est (27) :

(27) Alice est dans sa chambre ou dans la salle de bain.

Il paraît assez évident que cette phrase ne suggère pas qu'Alice est peut-être à la fois dans sa chambre et dans la salle de bain. La disjonction en (27) a bien l'air exclusive. Remarquons au passage que, parmi les raisons qui peuvent amener un locuteur à utiliser une disjonction dans son énoncé, l'une des plus courantes est lorsqu'il ne dispose pas d'une information absolument certaine, que pour lui deux possibilités sont en balance. Mais cela ne veut pas dire que ces énoncés ne sont pas informatifs ; ils ne sont pas vagues ; (27) exclut tous les autres endroits où Alice peut être.

Les phrases suivantes fonctionnent de la même manière, en illustrant des disjonctions exclusives :

(28) a. Ce type, il s'appelle Hubert ou Herbert.
b. Daniel travaille à Biarritz ou à Bayonne.
c. Cet été pour les vacances, Adèle est allée en Espagne ou en Italie.

Mais il faut faire une remarque importante ici : ce n'est pas forcément parce que l'on comprend ces phrases comme exprimant une disjonction exclusive ou qu'elles nous semblent exprimer une disjonction exclusive que leur *sens* doit être analysé de la sorte.

[43] Ce symbole n'est pas spécialement consacré dans la littérature logique. Mais à ma connaissance, il n'y a aucun consensus de notation clairement établi ; on trouve facilement les variantes suivantes : $\underline{\vee}$, $\triangledown$, $+$, $\oplus$, $\not\equiv$, etc., ce qui tend à montrer le côté relativement marginal de ce connecteur.

Nous savons à présent comment décrire le sens d'une phrase : ce sont ses conditions de vérité. Or demandons-nous dans quels cas la phrase (28c) est vraie. Elle est vraie bien sûr si Adèle est effectivement allée en Espagne ou si elle est allée en Italie. Mais qu'en est-il si elle a fait deux voyages pendant ses vacances et qu'elle a visité les deux pays ? Dans ce cas, force est d'admettre que (28c) est également vraie. Autrement dit, les conditions de vérité nous donnent clairement une disjonction inclusive. La phrase (29) en est un autre exemple. Imaginez un inspecteur menant une enquête et qui, après avoir recueilli des indices et des témoignages, énonce la conclusion suivante :

(29) Le coupable est roux ou il porte une perruque rousse.

Devra-t-on alors écarter un suspect qui à la fois serait roux et porterait une perruque rousse ? Bien sûr que non. Par conséquent, même si elle n'en a pas l'air, la phrase (29) a une structure sémantique de disjonction inclusive.

On peut cependant faire une double objection : d'abord les disjonctions des phrases (27), (28a) et(28b) ont l'air « plus » exclusives qu'en (28c) et (29), ensuite comment expliquer que malgré tout il y a une lecture exclusive qui se présente nettement lorsqu'on lit tous ces exemples ? Il y a plusieurs manières de répondre à cela.

Une première explication serait d'ordre strictement sémantique et grammaticale. Elle dirait que la conjonction *ou* du français[44] est ambiguë : il y aurait deux *ou*, un inclusif et un exclusif. Ainsi (28c) recevrait deux traductions possibles en LO :

(30) a. $[\mathbf{aller}(\mathbf{a},\mathbf{e}) \vee \mathbf{aller}(\mathbf{a},\mathbf{i})]$
b. $[\mathbf{aller}(\mathbf{a},\mathbf{e}) \veebar \mathbf{aller}(\mathbf{a},\mathbf{i})]$

Mais il a été montré (par Gazdar (1979) notamment) que cette analyse est difficilement défendable et on retient préférentiellement des explications plus pragmatiques.

D'abord il ne faut pas manquer d'observer dans les exemples (27) et (28a) que, dans le cours normal des choses, les cas où les deux membres de la disjonction sont vrais (Alice est à deux endroits à la fois, le type porte deux prénoms usuels) sont hautement improbables, si ce n'est impossibles ou absurdes. Il s'agit là en fait d'une sorte de *présupposé* de bon sens, quelque chose que le locuteur et l'allocutaire savent ou présument ensembles et tacitement. Et cela se reflète dans les conditions de vérité : savoir si (27) est vraie lorsqu'Alice est dans les deux pièces à la fois est tout simplement sans intérêt, sans pertinence. Et on peut même dire que dans un tel cas, (27) n'est ni vraie ni fausse, mais hors de propos – ce qui est bien une propriété des présuppositions. Si on tient compte de cette présupposition, la disjonction n'a de valeur que pour dire qu'un et un seul des deux membres est vrai, ce qui provoque bien une lecture exclusive. Simplement ce qui fait l'exclusivité de la disjonction n'est pas affirmé par le locuteur mais présupposé, et ce n'est donc pas dans la structure sémantique de sa phrase. En bref, nos phrases ici sont sémantiquement des disjonctions inclusives qui par présupposition reviennent à des disjonctions exclusives[45].

[44] Mais cela se retrouverait probablement dans toutes les langues.

[45] Mais attention : il s'agit bien là de présuppositions *pragmatiques*, en ce sens qu'elles constituent des informations évidentes. Le fait qu'on est enclin à présumer qu'une même personne ne peut pas être à la fois dans deux endroits différents est indépendant de la sémantique de la disjonction en français. Il serait donc fautif de considérer ici la conjonction *ou* comme un déclencheur de présupposition.

Il y a une autre explication pragmatique, qui ne s'oppose pas à la première, et selon laquelle les lectures disjonctives exclusives sont des effets d'implicatures conversationnelles. L'idée est la suivante : une conjonction de deux formules $[\varphi \wedge \psi]$ est plus informative, plus précise que la disjonction de ces mêmes formules $[\varphi \vee \psi]$, car la conjonction est vraie dans moins de cas que la disjonction (cf. tableau 2.1) et car $[\varphi \vee \psi]$ est une conséquence logique de $[\varphi \wedge \psi]$ (quand la conjonction est vraie la disjonction l'est aussi). Par exemple, dire qu'Adèle est allée en Espagne *et* en Italie est évidemment plus précis que de dire qu'elle est allée en Espagne *ou* en Italie. Par conséquent, si un locuteur énonce la formule la moins informative, c'est qu'il est probable qu'il ne pense pas que la formule la plus informative soit vraie. Autrement dit, une implicature que l'on peut tirer normalement de $[\varphi \vee \psi]$ c'est $\neg[\varphi \wedge \psi]$. Et si on réunit les deux, cela nous donne : φ ou ψ et pas les deux à la fois, ce qui est bien l'interprétation de la disjonction exclusive. Précédemment, l'exclusivité était donnée a priori par une présupposition, ici elle est obtenue a posteriori par une implicature.

Terminons ces observations avec le coup de grâce que nous pouvons porter à une analyse sémantique de la disjonction exclusive. Reprenons l'hypothèse qui suggérait que *ou* soit sémantiquement (i.e. lexicalement) ambigu entre $\vee$ et $\veebar$. Cela veut dire que toute phrase en *ou* reçoit deux traductions *plausibles* et qu'éventuellement ensuite l'une des deux soit écartée parce que peu appropriée dans le contexte.

Regardons alors ce qui se passe avec une disjonction multiple, c'est-à-dire à plus de deux membres, comme par exemple (31) :

(31) Marie a prévenu Pierre ou Albert ou Jacques.

Si *ou* est ambigu, alors (31) peut se traduire au moins de deux façons :

(32) a. $[[\mathbf{prévenir(m,p)} \vee \mathbf{prévenir(m,a)}] \vee \mathbf{prévenir(m,j)}]$ ou
b. $[[\mathbf{prévenir(m,p)} \veebar \mathbf{prévenir(m,a)}] \veebar \mathbf{prévenir(m,j)}]$

c'est-à-dire les schémas de formules $[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$ ou $[[\varphi \veebar \psi] \veebar \chi]$. Avant même d'analyser ces formules, on peut déjà expliciter les conditions de vérité de (31) simplement en regardant la phrase. On peut y voir effectivement deux lectures, une inclusive et une exclusive. Pour la lecture disjonctive inclusive, (31) est vraie si et seulement si Marie a prévenu *au moins un* des trois garçons – et donc c'est vrai aussi si elle en a prévenu deux ou les trois. Pour la lecture disjonctive exclusive c'est moins simple car il y a deux manières de voir les choses. On pourrait envisager une lecture exclusive faible qui dirait que (31) est vraie ssi Marie a prévenu au moins un des trois garçons mais pas tous les trois – ce serait donc vrai si elle en a prévenu deux. Mais cette interprétation semble peu naturelle et plutôt compliquée. L'autre lecture serait exclusive forte, elle dirait que (31) est vraie ssi Marie a prévenu *un seul* des trois garçons. Examinons maintenant ce que nous disent les tables de vérité de nos deux schémas de formules. Elles sont donnée dans le tableau 2.5.

La table de $[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$ est bien conforme à nos attentes. Quant à celle de $[[\varphi \veebar \psi] \veebar \chi]$ elle correspond *presque* à la lecture exclusive forte ; « presque » à cause de la première ligne qui ne donne pas le résultat escompté. Et c'est beaucoup plus grave

Tab. 2.5 : Tables de vérité de disjonctions à trois termes

φ	ψ	χ	$[\varphi \vee \psi]$	$[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$	$[\varphi \veebar \psi]$	$[[\varphi \veebar \psi] \veebar \chi]$
1	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0

qu'il n'y paraît car si on recommence l'exercice avec une disjonction à quatre ou cinq membres, on constatera une étonnante régularité : une disjonction exclusive multiple (en $\veebar$) est vraie ssi il y a un *nombre impair* de sous-formules atomiques connectées qui sont vraies. Et cette règle n'a décidément rien à voir avec ce que peut vouloir dire un locuteur qui énonce une phrase disjonctive. Autrement dit, le connecteur $\veebar$ donne des résultats erronés quand il s'agit d'exprimer le sens des phrases du français.

La conclusion de tout cela est que d'un point vue strictement sémantique, c'est-à-dire concernant uniquement les conditions de vérité, l'expression d'une disjonction en français sera toujours traduite par une disjonction inclusive, $\vee$. C'est à un autre niveau de l'analyse (pragmatique) que se manifeste le caractère exclusif de l'interprétation d'une disjonction. Nous n'utiliserons donc pas $\veebar$ dans LO.

2.4.3 Implication matérielle

Le connecteur de l'implication matérielle, $\rightarrow$, a été présenté comme étant ce qui permet de traduire en LO les constructions conditionnelles en *si…, (alors)…*. Voici un exemple :

(33) Si Démétrius n'aime pas Héléna, alors elle sera triste.
$[\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{d}, \mathbf{h_3}) \rightarrow \mathbf{triste}(\mathbf{h_3})]$

Introduisons d'abord deux éléments de vocabulaire attachés aux implications :

Définition 2.13 : Antécédent et conséquent d'une implication

Dans une implication de la forme $[\varphi \rightarrow \psi]$, la sous-formule φ s'appelle l'antécédent de l'implication, et la sous-formule ψ son conséquent.
Par extension on parle aussi de l'antécédent et du conséquent d'une phrase condi-

tionnelle pour désigner respectivement la proposition subordonnée (en *si*) et la principale[46].

Les conditions de vérité données en (Sém.4c) et la table de vérité, reproduite dans le tableau 2.6, peuvent paraître un peu éloignées de ce que l'on attend de la sémantique d'une structure conditionnelle du français en *si*. Il faut d'abord savoir que la formulation de (Sém.4c) n'est qu'une façon de dire parmi d'autres variantes équivalentes ; on aurait pu tout aussi bien écrire : $[\![[\varphi \rightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ si et seulement si, si $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ alors $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ aussi. Mais la version (Sém.4c) a le mérite d'être plus analytique et moins alambiquée.

Tab. 2.6 : Table de vérité de $\rightarrow$

φ	ψ	$[\varphi \rightarrow \psi]$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Ce qui gêne souvent dans la table de vérité de $\rightarrow$, c'est sa troisième ligne : comment le faux peut-il impliquer le vrai ? ou comment de quelque chose de faux peut-on déduire quelque chose de vrai ?

D'abord, il faut bien être avisé du fait que l'implication matérielle n'est pas la même chose que la déduction ; ce sont deux concepts orthogonaux. L'implication matérielle est un symbole de LO qui permet d'écrire des formules ; la déduction est un type de raisonnement, ou éventuellement un jugement que l'on porte sur une forme de raisonnement (on dit par exemple que tel raisonnement est déductif). Une manière d'établir une déduction est d'utiliser la relation de conséquence logique que nous avons vue au chapitre précédent. On la notait par $\models$, et ce symbole ne fait pas partie de LO, c'est un méta-symbole. Il sert à *affirmer* qu'il y a une conséquence logique entre des phrases, et nous avons bien vu que cette relation ne s'établit pas n'importe comment (nous y reviendrons en §2.4.5). Au contraire, la règle syntaxique (Syn.4) nous autorise à placer le connecteur $\rightarrow$ entre n'importe quelles formules, pourvu qu'elles soient bien formées. C'est que $[\varphi \rightarrow \psi]$ en soi n'affirme rien, quand on l'écrit on ne dit pas si elle est vraie ou fausse (d'où l'utilité des modèles et de $[\![\ ]\!]$). Ainsi on a tout à fait le droit d'écrire $[\varphi \rightarrow \neg\varphi]$ puisque c'est une ebf, alors qu'écrire $P \models \neg P$ c'est commettre une flagrante erreur de logique. Car ces deux écritures ne se situent pas sur le même plan : la première fait partie de LO, le langage objet qu'observent et étudient les sémanticiens, alors que la seconde appartient au métalangage, dans lequel s'expriment les sémanticiens.

[46] L'antécédent d'une conditionnelle est parfois aussi appelé la *protase* et son conséquent l'*apodose*.

Ensuite, on doit remarquer que le faux n'implique pas que le vrai, il implique aussi le faux (cf. la table de vérité). Autrement dit le faux implique n'importe quoi[47] : lorsque l'antécédent d'une implication est faux, la valeur de son conséquent n'est pas discriminante. Ce qui est surtout déterminant, ce sont les deux premières lignes de la table de vérité. Cela peut s'illustrer avec l'exemple suivant :

(34) Si je pars de chez moi après 8h, je rate mon train.

C'est une phrase que je peux énoncer très raisonnablement si je dois prendre un train qui part à 8h20 et que je sais pertinemment qu'il me faut au minimum 20 minutes pour aller à la gare[48]. Maintenant imaginons que finalement je suis parti à 7h40 et que malgré tout, à cause d'une panne de métro ou d'un embouteillage, j'ai quand-même raté mon train (c'est-à-dire on imagine un modèle où les choses se sont passées ainsi). Ainsi l'antécédent de (34) est faux et son conséquent est vrai. Devons-nous alors en conclure que dans ce cas (34) est fausse ? Pas du tout, elle reste vraie, simplement parce qu'elle ne se prononce pas sur ce qui se passe dans le cas où je pars avant 8h (i.e. lorsque l'antécédent est faux).

Il faut tout de même mentionner un effet de sens qui se produit assez souvent avec des phrases conditionnelles, et qui là encore est d'ordre pragmatique. Prenons l'exemple de parents qui disent à leurs enfants :

(35) Si vous êtes sages, on ira au parc d'attraction cet après-midi.

Cet énoncé est une sorte de promesse. Et comme précédemment, plaçons-nous dans une situation où l'antécédent est faux et le conséquent vrai : les enfants n'ont pas été sages du tout et les parents les ont emmenés au parc. Dans ce cas, on ne peut pas vraiment dire qu'ils n'ont pas tenu leur promesse, techniquement ils ne se sont pas parjurés (ça aurait été le cas si les enfants avaient été sages mais n'avaient pas été emmenés au parc). En revanche, on peut estimer que les parents sapent ainsi dangereusement leur autorité et leur crédibilité. La raison en est que, comme l'a montré, entre autres, Ducrot (1984), une affirmation de la forme de (35) s'accompagne habituellement d'un *sous-entendu* (et donc probablement d'une implicature conversationnelle) de la forme de (36) :

(36) Si vous n'êtes pas sages, on n'ira pas au parc d'attraction cet après-midi.

C'est pourquoi une phrase comme (35) se comprend souvent comme exprimant une équivalence matérielle ($\leftrightarrow$) plutôt qu'une implication, car l'affirmation (35) ($[\varphi \rightarrow \psi]$) complétée du sous-entendu (36) ($[\neg\varphi \rightarrow \neg\psi]$) revient à *on ira au parc d'attraction, si et seulement si vous êtes sages.* Cet effet d'équivalence, comme l'effet d'exclusivité pour la disjonction, est le fruit d'un raisonnement pragmatique[49], mais il n'est pas inscrit dans la structure sémantique de la phrase de départ (35).

[47] C'est même une loi logique fameuse et depuis longtemps identifiée sous le joli nom de *e falso sequitur quodlibet* (du faux s'ensuit n'importe quoi, ou le faux implique tout).

[48] Pour les besoins de la démonstration, nous faisons aussi l'hypothèse extravagante que les trains partent toujours à l'heure.

[49] Très informellement, ce raisonnement peut se résumer ainsi : si les parents énoncent (35) tout en envisageant la possibilité d'emmener les enfants au parc quoi qu'il arrive, alors ça ne sert à rien de mettre une condition à la promesse, car dans ce cas, il leur suffirait de dire simplement : *on ira au parc cet après-midi.*

Pour conclure sur l'implication matérielle, disons qu'il faut toujours penser à évaluer *globalement* la dénotation d'une phrase conditionnelle. Une implication ou une conditionnelle met en place une hypothèse exprimée par l'antécédent qui, seulement si elle est vraie, nous invite à examiner (i.e. à vérifier) une conséquence, c'est-à-dire le conséquent. Si l'hypothèse est fausse, alors globalement l'implication n'a rien à signaler et donc elle est – trivialement – vraie. L'hypothèse, donc l'antécédent, a le statut de CONDITION SUFFISANTE dans l'implication. C'est pourquoi on peut s'aider à bien interpréter une phrase conditionnelle en prononçant l'implication par *il suffit que*[50] (mais surtout pas *il faut que* !), comme par exemple (37) qui est une bonne variante logique de (35).

(37) Il suffit que vous soyez sages pour que nous allions au parc d'attraction cet après-midi.

2.4.4 La quantification

Il est temps de revenir aux formules quantifiées de LO et à leur sémantique. Pour cela, il nous faut examiner quelques propriétés formelles et quelques notions attachées aux formules qui comportent des symboles de quantification. La plus fondamentale est celle de PORTÉE.

> **Définition 2.14 : Portée d'un quantificateur**
> Si une formule φ contient une sous-formule de la forme $\exists v\psi$ ou $\forall v\psi$, on dit que ψ est la PORTÉE respectivement du quantificateur $\exists v$ ou $\forall v$ dans φ.

Regardons tout de suite un exemple (volontairement compliqué, et laissons de côté ce que la formule peut bien signifier) :

(38) $\neg\exists x\exists y[\forall z[\exists w\, \mathbf{aimer}(z,w) \rightarrow \mathbf{aimer}(y,z)] \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]$

En (38), la portée de $\exists w$ est $\mathbf{aimer}(z,w)$, celle de $\forall z$ est $[\exists w\, \mathbf{aimer}(z,w) \rightarrow \mathbf{aimer}(y,z)]$, celle de $\exists y$ est $[\forall z[\exists w\, \mathbf{aimer}(z,w) \rightarrow \mathbf{aimer}(y,z)] \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]$ et celle de $\exists x$ est $\exists y[\forall z[\exists w\, \mathbf{aimer}(z,w) \rightarrow \mathbf{aimer}(y,z)] \wedge \mathbf{aimer}(x,y)]$.

La portée d'un quantificateur $\exists v$ ou $\forall v$ est simplement la sous-formule (complète !) qui le suit immédiatement dans la formule globale, ou, si l'on préfère, la sous-formule qui a été utilisée en appliquant la règle (Syn.5) au moment d'introduire $\exists v$ ou $\forall v$ lors de la construction de la formule globale.

Remarquez qu'ici on appelle *quantificateur* une séquence composée d'un symbole de quantification suivi d'une variable. À ce propos, la formulation de la définition 2.14 est un peu simplifiée ; pour être tout à fait précis il faut en fait l'énoncer en disant : « … on dit que ψ est la portée *de cette occurrence particulière* du quantificateur $\exists v$ ou $\forall v$, respectivement, dans φ». En effet, rien n'empêche d'avoir plusieurs fois par exemple $\exists x$ dans une

[50] C'est-à-dire que $[\varphi \rightarrow \psi]$ peut se prononcer en *si φ, ψ* ou *il suffit que φ pour que ψ*.

formule, et ce qui nous intéresse ici c'est le rôle du quantificateur à un certain endroit de la formule. Ainsi dans (39), $\textbf{mari-de}(x, \textbf{t}_2)$ est la portée de la première occurrence de $\exists x$ et $[\textbf{aimer}(\textbf{t}_2, x) \wedge \neg\textbf{mari-de}(x, \textbf{t}_2)]$ la portée de sa seconde occurrence.

(39) $\exists x\, \textbf{mari-de}(x, \textbf{t}_2) \wedge \exists x[\textbf{aimer}(\textbf{t}_2, x) \wedge \neg\textbf{mari-de}(x, \textbf{t}_2)]$

La quantification, par nature, concerne les variables. Sémantiquement la portée d'un quantificateur c'est, en quelque sorte, son rayon d'action : elle délimite la zone où se trouvent les variables qui sont concernées par ce quantificateur dans une formule. « Concerner » n'est pas un terme retenu en sémantique formelle ; on parle plutôt des VARIABLES LIÉES par un quantificateur. Et lorsqu'une variable n'est pas liée dans une formule, on dit qu'elle y est LIBRE.

Définition 2.15 : Variables libres, variables liées

1. L'occurrence d'une variable v dans une formule φ est dite LIBRE dans φ si elle n'est dans la portée d'aucun quantificateur $\exists v$ ou $\forall v$.
2. Si $\exists v \psi$ (ou $\forall v \psi$) est une sous-formule de φ et si v est libre dans ψ, alors cette occurrence de v est dite LIÉE par le quantificateur $\exists v$ (ou $\forall v$).

Là aussi, *libre* et *liée* sont des propriétés d'*occurrences* de variables, c'est-à-dire de variables situées à un certain endroit dans une formule[51]. Regardons par exemple les variables de (40) :

(40) $\forall x[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \exists y\, \textbf{elfe}(y)]$

Et examinons les choses pas à pas. Localement dans $\textbf{elfe}(y)$, y est libre puisque dans cette sous-formule il n'y a pas de quantificateur. Donc cette occurrence de y est liée par $\exists y$ dans $\exists y\, \textbf{elfe}(y)$ en vertu de la définition 2.15–2. De même dans $[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \exists y\, \textbf{elfe}(y)]$, x et la première occurrence de y sont libres (et la seconde occurrence de y est liée, comme on vient de le voir). Donc x est liée par $\forall x$ dans (40). Par contre, la première occurrence de y, elle, reste libre car elle est dans la portée d'un $\forall x$ mais pas dans celle d'un $\forall y$ ou d'un $\exists y$.

On pourrait se demander pourquoi la définition 2.15 est si compliquée et pourquoi faut-il définir la notion de variable liée à partir de celle de variable libre. Ne suffirait-il pas de dire simplement qu'une variable v est liée par $\exists v$ ou $\forall v$ si elle se trouve dans sa portée ? Eh non, cela ne suffirait pas, car des quantificateurs sur v peuvent se trouver eux-mêmes dans la portée d'un autre quantificateur sur v. Par exemple :

(41) $\forall x[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \exists x\, \textbf{elfe}(x)]$

[51] Lorsque l'on parle d'occurrences de variables (libres ou liées), on ne prend pas en compte les variables accolées à un symbole quantification (comme dans $\exists x$ ou $\forall x$) ; car celles-ci font partie du quantificateur.

Ici y est libre et le premier x est lié par $\forall x$, comme en (40). Mais le second x, lui, n'est pas lié par $\forall x$, même s'il est dans sa portée. Car il n'est pas libre dans $[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \exists x\, \textbf{elfe}(x)]$, il est lié par $\exists x$.

Le principe de la définition 2.15, en fait, est qu'une variable v libre dans une (sous-)formule φ est toujours susceptible d'être ensuite liée par un $\exists v$ ou $\forall v$ qui serait placé devant φ. De par cette définition, on appelle d'ailleurs les symboles de quantification des LIEURS. C'est une notion fondamentalement sémantique, mais il est aussi très simple de la définir syntaxiquement. Nous rencontrerons plus tard d'autres lieurs que $\exists$ et $\forall$; c'est pourquoi la définition suivante utilise le méta-symbole ℓ, pour une formulation générique.

Définition 2.16 : Lieur

Un symbole ℓ de LO est appelé un LIEUR s'il est introduit dans le langage par une règle syntaxique qui dit que si v est une variable et α une expression bien formée de LO, alors $\ell v\alpha$ est aussi une expression bien formée de LO[52].

Tout lieur a une portée (c'est α ci-dessus), et il suffit d'adapter la définition 2.15 en la généralisant à tout lieur ℓ pour savoir que, par définition, un lieur est simplement un symbole qui lie des variables.

Il est très important de savoir reconnaître les variables liées, notamment pour l'interprétation de la quantification puisqu'évidemment, les quantificateurs quantifient sur les variables qu'ils lient.

Exercice 2.7

Pour chacune des formules suivantes, dites : *i*) quelle est la portée de chaque quantificateur, *ii*) quelles sont les occurrences de variables libres (s'il y en a), et *iii*) et par quels quantificateurs sont liées les autres variables.

1. $\exists x[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \textbf{âne}(x)]$
2. $\exists x\, \textbf{aimer}(x, y) \wedge \textbf{âne}(x)$
3. $\exists x \exists y\, \textbf{aimer}(x, y) \rightarrow \textbf{âne}(x)$
4. $\forall x[\exists y\, \textbf{aimer}(x, y) \rightarrow \textbf{âne}(x)]$
5. $\neg\exists x \exists y\, \textbf{aimer}(x, y) \rightarrow \textbf{âne}(x)$
6. $\neg\textbf{âne}(x) \rightarrow [\neg\forall y[\neg\textbf{aimer}(x, y) \vee \textbf{âne}(x)] \rightarrow \textbf{elfe}(y)]$
7. $\neg\exists x[\textbf{aimer}(x, y) \vee \textbf{âne}(y)]$
8. $\neg\exists x\, \textbf{aimer}(x, x) \vee \exists y\, \textbf{âne}(y)$
9. $\forall x \forall y[[\textbf{aimer}(x, y) \wedge \textbf{âne}(y)] \rightarrow \exists z\, \textbf{mari-de}(x, z)]$
10. $\forall x[\forall y\, \textbf{aimer}(y, x) \rightarrow \textbf{âne}(y)]$

Maintenant intéressons-nous aux conditions de vérité des formules (et des phrases) qui contiennent des quantificateurs. Quand ces formules sont simples, leurs conditions

[52] On parle ici d'expressions bien formées et pas simplement de formules, afin d'avoir une définition suffisamment générale (et donc valide aussi pour les autres lieurs que nous verrons).

de vérité sont assez faciles à caractériser, et elles nous donnent le principe général d'interprétation de la quantification. Par exemple, la formule $\exists x\, \textbf{âne}(x)$ est vraie dans un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F\rangle$ ssi il y a un individu, au moins, de $\mathcal{A}$ qui appartient à $F(\textbf{âne})$, l'ensemble des ânes de $\mathcal{M}$. Et $\forall x\, \textbf{âne}(x)$ est vraie dans $\mathcal{M}$ ssi tous les individus de $\mathcal{A}$ appartiennent à $F(\textbf{âne})$ (tout le monde est un âne). Et *très* informellement, on généralisera en disant que $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi la formule φ est vraie pour au moins un individu de $\mathcal{A}$ et $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi φ est vraie pour tout individu de $\mathcal{A}$. Ainsi comme avec les autres règles sémantiques de LO l'interprétation se fait par simplification progressive de la formule : on se débarrasse du quantificateur et on examine la dénotation de φ – une fois avec $\exists x$ et autant de fois que nécessaire avec $\forall x$.

Mais il nous faut ici être précis sur ce que cela signifie lorsqu'on dit qu'une formule φ est *vraie pour tel ou tel individu* de $\mathcal{A}$. D'abord si le quantificateur lie la variable x, on doit regarder les individus qui *en tant que* x rendent vraie la formule. Cela veut dire simplement que les individus à tester doivent en quelque sorte prendre la place de la variable dans la formule φ pour qu'ensuite on vérifie sa dénotation. Mais les individus appartiennent au modèle, pas à LO, ils ne peuvent pas intervenir eux-mêmes dans les formules. C'est pourquoi une manière de procéder consiste à utiliser les constantes comme des représentants des individus dans LO. Le mécanisme interprétatif de la quantification peut alors s'exprimer facilement pour toute formule de LO, il suffit de dire que $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi il y a au moins une constante d'individu telle que si on remplace x par cette constante dans φ, φ devient alors vraie dans $\mathcal{M}$, et $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi quand on remplace x successivement par toutes les constantes d'individus, φ est alors à chaque fois vraie dans $\mathcal{M}$.

Cette façon d'interpréter les formules quantifiées n'est pas complètement satisfaisante sur le plan théorique, car elle se débarrasse des variables (en les remplaçant par des constantes) simplement parce que nous ne savons pas ce qu'est $[\![x]\!]^{\mathcal{M}}$ (effectivement nous n'avons jamais défini la dénotation d'une variable dans les règles des définitions 2.11 et 2.12). C'est pourquoi nous verrons au chapitre suivant une autre façon, plus rigoureuse et régulière, d'interpréter la quantification. Cependant, sur le plan pratique, la méthode présentée ici est tout à fait opérationnelle, *à condition* de poser une contrainte particulière sur LO qui est qu'à chaque individu du domaine $\mathcal{A}$ d'un modèle est associée au moins une constante de LO. C'est le cas par exemple dans le modèle-jouet $\mathcal{M}_1$ (p. 80), mais a priori rien n'oblige à ce que cela soit toujours ainsi ; ce serait même peu réaliste tant qu'on assimile les constantes aux noms propres. Mais cette contrainte est nécessaire ici puisque les constantes sont censées jouer le rôle des individus. Disons qu'elle ajoute une propriété formelle au système de LO sans pour autant avoir un impact sur l'interprétation sémantique de la langue naturelle : nous considérerons que chaque nom propre de la langue se traduit par une constante de LO, mais que toute constante ne traduit pas forcément un nom propre.

Pour formaliser proprement cette méthode d'interprétation par substitution de constantes, nous avons simplement besoin d'introduire explicitement la procédure de remplacement des variables par des constantes. C'est une opération générale sur la structure des formules, que nous noterons comme suit :

Notation 2.8 : Substitution

Soit φ une formule de LO, v une variable et t un terme. On note $[t/v]\varphi$ le résultat de la SUBSTITUTION dans φ de *toutes les occurrences libres* de v par t.

La substitution ne doit concerner que les occurrences libres de la variable, car elle sera déclenchée par un quantificateur ; et les occurrences libres de x dans φ sont bien celles qui sont liées par $\exists x$ dans $\exists x\varphi$. (42) nous donne un exemple de l'opération[53] :

(42) $[\mathbf{b}/x][\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(x,y) \vee \exists x\, \mathbf{mari\text{-}de}(y,x)]]$
$=[\mathbf{\hat{a}ne}(\mathbf{b}) \wedge \forall y[\mathbf{aimer}(\mathbf{b},y) \vee \exists x\, \mathbf{marie\text{-}de}(y,x)]]$

À présent nous pouvons formuler les règles d'interprétation systématiques des formules quantifiées :

Définition 2.17 : Interprétation des formules quantifiées

(Sém.5) a. $[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve (au moins) une constante κ telle que $[\![[\kappa/v]\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$
b. $[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour toute constante κ, $[\![[\kappa/v]\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$

En somme, ces règles transposent sur des constantes les quantifications qui sont indiquées sur des variables dans les formules ; et comme chaque individu est représenté par une constante, cela revient bien à effectuer les quantifications sur les individus du modèle.

Illustrons l'application de ces règles en calculant la dénotation des formules suivantes par rapport à $\mathcal{M}_1$ (p. 80).

(43) $\exists x[\mathbf{elfe}(x) \wedge \mathbf{farceur}(x)]$

La règle (Sém.5a) nous dit que $[\![\exists x[\mathbf{elfe}(x) \wedge \mathbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi il existe une constante κ telle que $[\![\mathbf{elfe}(\kappa) \wedge \mathbf{farceur}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Dans cette écriture, κ n'est qu'une constante virtuelle, et pour montrer que (43) est vraie dans $\mathcal{M}_1$, il suffit donc de trouver une (véritable) constante qui fonctionne en tant que κ. En examinant $\mathcal{M}_1$ nous voyons que nous pouvons prendre par exemple la constante $\mathbf{o}$ (et poser ainsi $\kappa = \mathbf{o}$). En effet $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{o}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, car $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ et $[\![\mathbf{farceur}(\mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, car $F_1(\mathbf{o}) =$ OBÉRON $\in F_1(\mathbf{elfe})$ et OBÉRON $\in F_1(\mathbf{farceur})$ (nous appliquons ici les règles (Sém.4a) et (Sém.1a)). Nous avons ainsi montré que $[\![(43)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$: il existe bien un elfe farceur dans $\mathcal{M}_1$.

[53] L'opérateur de remplacement noté $[\mathbf{b}/x]$ ne fait pas partie de LO, c'est juste un moyen notationnel qui fait passer d'une formule à une autre.

Le mécanisme d'interprétation est similaire lorsqu'on a plusieurs quantificateurs existentiels :

(44) $\exists x \exists y\, \mathbf{aimer}(x, y)$

Toujours selon (Sém.5a), $[\![\exists x \exists y\, \mathbf{aimer}(x, y)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi nous trouvons une constante κ telle que $[\![\exists y\, \mathbf{aimer}(\kappa, y)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Prenons $\kappa = \mathbf{t_1}$; nous avons donc maintenant à calculer la valeur de $[\![\exists y\, \mathbf{aimer}(\mathbf{t_1}, y)]\!]^{\mathcal{M}_1}$. Là encore (Sém.5a) nous dit que $[\![\exists y\, \mathbf{aimer}(\mathbf{t_1}, y)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi nous trouvons une constante κ telle que $[\![\mathbf{aimer}(\mathbf{t_1}, \kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Et là encore, il suffit de trouver une constante qui marche parmi celles dont nous disposons. Prenons donc maintenant $\kappa = \mathbf{h_1}$. Et nous avons bien $[\![\mathbf{aimer}(\mathbf{t_1}, \mathbf{h_1})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, car $F_1(\mathbf{t_1}) =$ Thésée, $F_1(\mathbf{h_1}) =$ Hippolyta et $\langle$Thésée, Hippolyta$\rangle \in F_1(\mathbf{aimer})$ (cf. p. 80). Nous avons donc trouvé deux constantes qui font l'affaire et cela prouve que $[\![(44)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$: il y a quelqu'un qui aime quelqu'un dans $\mathcal{M}_1$.

Bien sûr, nous aurions pu mener cette démonstration en utilisant d'autres constantes, par exemple $\mathbf{l}$ et $\mathbf{h_2}$, ou $\mathbf{d}$ et $\mathbf{h_2}$, ou $\mathbf{h_1}$ et $\mathbf{t_1}$, etc. Si nous avions choisi $\mathbf{p}$ pour la première constante (i.e. pour remplacer x), nous n'aurions pas trouvé de seconde constante adéquate pour y, mais cela n'a pas d'importance car pour qu'une formule existentielle soit vraie, il suffit qu'au moins une constante la satisfasse ; peu importe celles qui échouent. L'exercice consiste donc à bien choisir les constantes qui prouvent la vérité de la formule.

Évidemment c'est différent lorsqu'il s'agit de prouver qu'une formule existentielle est fausse ou qu'une formule universelle est vraie. Commençons par calculer la dénotation dans $\mathcal{M}_1$ de l'universelle (45) :

(45) $\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \mathbf{farceur}(x)]$

La règle (Sém.5b) dit que $[\![\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \mathbf{farceur}(x)]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ ssi pour *toutes les* constantes κ, on a $[\![\mathbf{elfe}(\kappa) \rightarrow \mathbf{farceur}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. La démonstration ici est plus longue : il va falloir effectuer le calcul pour $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{h_1}$, $\mathbf{h_2}$, $\mathbf{h_3}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{d}$, $\mathbf{e}$, $\mathbf{p}$, $\mathbf{o}$, $\mathbf{t_2}$ et $\mathbf{b}$ (donc 11 calculs !). Heureusement la table de vérité de $\rightarrow$ va nous permettre de sauter rapidement des étapes. Souvenons-nous que lorsque l'antécédent d'une implication est faux, alors l'implication entière est vraie, quelle que soit la valeur du conséquent. Or dans les cas où κ est $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{h_1}$, $\mathbf{h_2}$, $\mathbf{h_3}$, $\mathbf{l}$, $\mathbf{d}$, $\mathbf{e}$ ou $\mathbf{b}$, on sait que $[\![\mathbf{elfe}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ car aucun des individus dénotés par ces constantes n'est dans $F_1(\mathbf{elfe})$. Donc pour ces huit constantes, on sait tout de suite que $[\![\mathbf{elfe}(\kappa) \rightarrow \mathbf{farceur}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Ce qu'il reste à vérifier, et ce qui est déterminant pour la formule, ce sont les cas où κ est $\mathbf{p}$ ou $\mathbf{o}$ ou $\mathbf{t_2}$ (constantes pour lesquelles $[\![\mathbf{elfe}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$). Et c'est bien normal puisque (45) traduit la phrase *tous les elfes sont farceurs* – phrase qui ne s'intéresse qu'aux individus qui sont des elfes. Commençons par $\mathbf{p}$; $[\![\mathbf{farceur}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ car Puck $\in F_1(\mathbf{farceur})$, et donc $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. La même démonstration vaut pour $\mathbf{o}$, car Obéron $\in F_1(\mathbf{farceur})$, et pour $\mathbf{t_2}$, car Titania $\in F_1(\mathbf{farceur})$. Ainsi $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{o}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{o})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ et $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{t_2}) \rightarrow \mathbf{farceur}(\mathbf{t_2})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Donc $[\![\mathbf{elfe}(\kappa) \rightarrow \mathbf{farceur}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ pour toute constante κ, ce qui prouve bien que $[\![(45)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$.

Pour résumer la méthode d'interprétation des formules quantifiées, on peut considérer l'algorithme extrêmement minutieux suivant :

- pour calculer $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$, on passe en revue chaque constante κ pour calculer chaque $[\![[\kappa/x]\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ et on s'arrête dès qu'on trouve le résultat 1 ; dans ce cas cela montre que $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$; en revanche, si pour tous les κ on a trouvé 0 (i.e. on a jamais trouvé 1), alors c'est que $[\![\exists x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$;
- pour calculer $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$, on passe en revue chaque constante κ pour calculer chaque $[\![[\kappa/x]\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ et si à chaque fois le résultat est 1, c'est que $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$; au contraire dès qu'on trouve le résultat 0, on peut s'arrêter, car cela suffit à prouver que $[\![\forall x\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.

Cette procédure nous indique du même coup les « conditions de fausseté » d'une formule quantifiée, ou si l'on préfère, les conditions de vérité de sa négation.

(46) $\exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{triste}(x)]$

$[\![(46)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ car *il n'existe pas* de constante κ telle que $[\![\textbf{âne}(\kappa) \wedge \textbf{triste}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Pour le démontrer très rigoureusement, il faudrait effectuer le calcul pour les onze constantes et montrer que le résultat est toujours 0.

(47) $\forall x[\textbf{farceur}(x) \rightarrow \textbf{elfe}(x)]$

$[\![(47)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ car *il existe au moins une* constante κ telle que $[\![\textbf{farceur}(\kappa) \rightarrow \textbf{elfe}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$. Cette constante est $\mathbf{t_1}$, car $[\![\textbf{farceur}(\mathbf{t_1})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ et $[\![\textbf{elfe}(\mathbf{t_1})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$. En effet, si quelque chose n'est pas vrai de tous les individus, c'est qu'il existe au moins un individu pour lequel c'est faux.

Ces exemples illustrent la dualité bien connue qu'entretiennent entre eux les deux types de quantificateurs : la négation d'une formule existentielle est une formule universelle, et la négation d'une formule universelle est une formule existentielle. Je ne vais pas donner ici le détail de la démonstration, mais nous pouvons facilement nous convaincre de ces équivalences en décortiquant un peu les exemples (46) et (47).

La négation de (46) (i.e. $\neg\exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{triste}(x)]$) signifie qu'il n'existe pas d'individu qui soit à la fois un âne et triste, autrement dit pour tout individu (ou toute constante κ) ou bien ce n'est pas un âne ou il n'est pas triste, ce qui peut se reformuler en : pour tout individu, s'il est un âne, alors il n'est pas triste (tout âne est non-triste). Et cela, ce sont bien les conditions de vérité d'une formule universelle, à savoir :

(48) $\forall x[\neg\textbf{âne}(x) \vee \neg\textbf{triste}(x)]$
ou (c'est équivalent)[54] :
$\forall x[\textbf{âne}(x) \rightarrow \neg\textbf{triste}(x)]$

Remarquons aussi que (48) (qui équivaut à ¬(46)) traduit également la phrase *aucun âne n'est triste*. Une phrase en *aucun* s'analyse par une quantification universelle du type (48) ou, ce qui revient au même, par la négation d'une existentielle.

[54] Cf. l'équivalence logique n°2 dans l'exercice 2.6, p. 85.

Quant à la négation de (47), c'est-à-dire $\neg\forall x[\textbf{farceur}(x) \rightarrow \textbf{elfe}(x)]$, ses conditions de vérité disent qu'il y a au moins un individu qui est farceur mais pas un elfe, ce qui correspond bien à la formule existentielle suivante :

(49) $\exists x[\textbf{farceur}(x) \wedge \neg\textbf{elfe}(x)]$

En effet ¬(47), *il n'est pas vrai que tous les farceurs sont des elfes*, veut dire la même chose que *il y a au moins un farceur qui n'est pas elfe* (49).

Récapitulons cette dualité entre $\exists$ et $\forall$ par le théorème suivant :

Théorème 2.2

Les quatre paires de formules suivantes sont des équivalences logiques :

1. $\neg\exists x\varphi$ et $\forall x\neg\varphi$
2. $\neg\forall x\varphi$ et $\exists x\neg\varphi$
3. $\neg\exists x\neg\varphi$ et $\forall x\varphi$
4. $\neg\forall x\neg\varphi$ et $\exists x\varphi$

Les deux dernières équivalences se déduisent directement des deux premières et de la loi de double négation vue *supra* dans l'exercice 2.6.

Exercice 2.8

Calculez par rapport à $\mathcal{M}_1$ (cf. p. 80) la dénotation des formules suivantes :

1. $\forall x[\textbf{elfe}(x) \wedge \textbf{farceur}(x)]$
2. $\forall x[\textbf{elfe}(x) \rightarrow \neg\textbf{triste}(x)]$
3. $\neg\exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{elfe}(x)]$
4. $\exists x\forall y\ \textbf{aimer}(y, x)$
5. $\forall y\exists x\ \textbf{aimer}(y, x)$

Pour chaque formule, proposer une phrase en français qui peut se traduire par cette formule.

Comparer la formule n°1 avec la formule (45) *supra*.

La sémantique de la quantification (Sém.5) nous permet aussi de faire une remarque très importante sur l'interprétation et l'usage des variables liées dans LO. Ceci est illustré par la formule (50) :

(50) $\exists x[\textbf{elfe}(x) \wedge \textbf{mari-de}(x, \mathbf{t}_2)] \wedge \exists x[\textbf{âne}(x) \wedge \textbf{aimer}(\mathbf{t}_2, x)]$

Cette formule est vraie par rapport à $\mathcal{M}_1$ (je ne détaille pas la démonstration, j'invite les lecteurs à la faire). Son sens peut à peu près se restituer en français par *Titania est mariée à un elfe et elle aime un âne*. L'elfe et l'âne qui permettent de la vérifier dans $\mathcal{M}_1$ ne sont pas le même individu, mais cela ne nous empêche nullement d'utiliser la même variable x dans les deux sous-formules quantifiées existentiellement. Car dans une étape du calcul interprétatif, les diverses occurrences d'une variable liée renvoient toujours au même individu, *mais seulement* au sein de la portée du quantificateur (ou lieur) qui les lie. C'est comme si, à l'extérieur de cette portée, les compteurs étaient remis à zéro, que la variable « oubliait » la constante qui l'a remplacée précédemment, et ainsi elle peut, par la suite, être réutilisée pour désigner autre chose. Cela est une conséquence directe de (Sém.5) où les substitutions de variables par des constantes se fait uniquement dans la portée du quantificateur en cours d'interprétation. Il s'agit d'un théorème du système.

Théorème 2.3 : Renommage des variables liées

Soit φ une formule, ℓ un lieur, x une variable et y une variable *non libre*[55] dans φ. Alors $\ell x \varphi$ est logiquement équivalente à $\ell y[y/x]\varphi$.

Ce théorème dit que l'on peut toujours, et sans risque, renommer une variable liée (par une nouvelle variable) au sein de la portée où elle est liée. Ainsi (50) est équivalent à, par exemple, $\exists z[\mathbf{elfe}(z) \wedge \mathbf{mari\text{-}de}(z, \mathbf{t_2})] \wedge \exists y[\mathbf{\hat{a}ne}(y) \wedge \mathbf{aimer}(\mathbf{t_2}, y)]$. La pratique du renommage des variables nous sera très utile par la suite. Notons aussi que, pour les mêmes raisons que précédemment, dans une formule comme $\exists x\, \mathbf{elfe}(x) \wedge \exists y\, \mathbf{farceur}(y)$, rien n'interdit de la vérifier en choisissant la même constante pour remplacer x et y. Les noms des variables liées n'ont globalement pas d'importance.

Pour conclure cette partie sur la quantification, voici en tableau 2.7 (ci-contre) un petit *vade-mecum* de traduction français–LO de phrases quantifiées typiques. N représente un substantif quelconque et V un verbe intransitif (ou éventuellement un groupe verbal simple) et $\mathbf{n}$ et $\mathbf{v}$ représentent les prédicats qui traduisent respectivement N et V.

Les formules qui sont dans une même cellule du tableau sont équivalentes, ce sont donc de simples variantes de traduction en LO, cela ne marque pas d'ambiguïté. En revanche, la tournure *tous les N ne V pas* est réellement ambiguë. Nous y reviendrons au chapitre suivant.

Exercice 2.9 (Quantificateurs et connecteurs)
Indiquez (informellement[56]) les conditions de vérité des formules suivantes :

1. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \wedge \mathbf{gaucher}(x)]$
2. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \vee \mathbf{gaucher}(x)]$
3. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$
4. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \leftrightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$
5. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \wedge \mathbf{gaucher}(x)]$
6. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \vee \mathbf{gaucher}(x)]$
7. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$
8. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \leftrightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$

Quelles sont celles qui peuvent être des traductions de phrases simples et naturelles du français ?

Il est bon de se souvenir que lorsqu'on traduit des phrases du français (ou de toute autre langue naturelle) il faut toujours s'attendre à ce que $\exists$ aille de paire avec $\wedge$ et $\forall$ avec $\rightarrow$.

[55] Non libre dans φ signifie soit que y est liée dans φ, soit qu'elle n'apparaît pas du tout dans φ. Cette précaution est nécessaire pour ne pas conclure que $\exists x\, \mathbf{aimer}(x, y)$ serait équivalent à $\exists y\, \mathbf{aimer}(y, y)$.

[56] C'est-à-dire en français, sans entrer dans les détails techniques.

Tab. 2.7 : Schémas de traductions du français en LO

Schémas de phrases	Schémas de formules de LO
Un *N V* Des *N V*	$\exists x[\mathbf{n}(x) \wedge \mathbf{v}(x)]$
Tout/chaque *N V* Tous les *N V* Les *N V*	$\forall x[\mathbf{n}(x) \rightarrow \mathbf{v}(x)]$
Un *N* ne *V* pas Des *N* ne *V* pas Pas tous les *N* ne *V* Tout/chaque/tous les *N* ne *V* pas	$\exists x[\mathbf{n}(x) \wedge \neg\mathbf{v}(x)]$ $\neg\forall x[\mathbf{n}(x) \rightarrow \mathbf{v}(x)]$
Aucun *N* ne *V* Tout/chaque/tous les *N* ne *V* pas Les *N* ne *V* pas	$\neg\exists x[\mathbf{n}(x) \wedge \mathbf{v}(x)]$ $\forall x[\mathbf{n}(x) \rightarrow \neg\mathbf{v}(x)]$

2.4.5 Quelques définitions logiques

Nous avons maintenant les moyens formels de définir certaines notions vues dans le chapitre 1.

Notation 2.9 : Satisfaction

Si une formule φ est vraie dans un modèle $\mathcal{M}$, c'est-à-dire si $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, on dit que φ est SATISFAITE par $\mathcal{M}$, ou encore que $\mathcal{M}$ SATISFAIT φ.
On note alors : $\mathcal{M} \models \varphi$.

Attention : le symbole $\models$ est à double emploi. Il exprime soit la satisfaction d'une formule par un modèle, soit la conséquence logique entre des phrases ou des formules que nous avions vue au chapitre 1. En toute rigueur nous devrions utiliser deux symboles différents. D'ailleurs on trouve parfois la variante de notation $\models_{\mathcal{M}} \varphi$ pour exprimer la satisfaction de φ par $\mathcal{M}$. Mais normalement il n'y a pas de confusion à craindre : si on trouve un modèle à la gauche de $\models$, le symbole désigne la satisfaction, si on trouve une ou plusieurs formules, il désigne la conséquence logique.

Dans le chapitre 1, la conséquence logique entre deux phrases (ou deux formules) était définie en disant que dans tous les cas où la première phrase est vraie, la seconde l'est aussi. Maintenant nous savons ce qu'est formellement un *cas* : c'est un modèle. La définition précise se donne donc dans ces termes : $\varphi \models \psi$ si et seulement si dans tous les modèles par rapport auxquels φ est vraie, ψ est vraie aussi.

Définition 2.18 : Conséquence logique

La formule ψ est une CONSÉQUENCE LOGIQUE de la formule φ, ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$ tel que $\mathcal{M} \models \varphi$ alors $\mathcal{M} \models \psi$.
Plus généralement, ψ est une conséquence logique de l'ensemble de formules $\{\varphi_1 ; \varphi_2 ; \ldots ; \varphi_n\}$, ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$ tel que $\mathcal{M} \models \varphi_1$ et $\mathcal{M} \models \varphi_2$... et $\mathcal{M} \models \varphi_n$ alors $\mathcal{M} \models \psi$.
On note alors : $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n \models \psi$.

Partant, on peut aussi redéfinir les notions de tautologies et de contradiction en termes de modèles. Une tautologie est vraie dans tout modèle et une contradiction dans aucun.

Définition 2.19 : Tautologie

Une formule φ est une TAUTOLOGIE, ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$, $\mathcal{M} \models \varphi$.
On note alors : $\models \varphi$

Définition 2.20 : Contradiction

Une formule φ est une CONTRADICTION, ou est contradictoire, ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$, $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ (c'est-à-dire $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 0$).
On note alors : $\models \neg\varphi$

Il reste toutes les autres formules, celles qui ne sont ni tautologiques ni contradictoires. On les appelles des FORMULES CONTINGENTES. Ce sont toutes ces formules qui sont parfois vraies, parfois fausses.

Définition 2.21 : Formule contingente

Une formule φ est CONTINGENTE, ssi il existe au moins un modèle $\mathcal{M}_1$ tel que $\mathcal{M}_1 \models \varphi$ et un modèle $\mathcal{M}_2$ tel que $\mathcal{M}_2 \models \neg\varphi$.

De même, la notion d'équivalence logique entre deux formules peut également être définie précisément maintenant.

Définition 2.22 : Équivalence logique
Deux formules φ et ψ sont LOGIQUEMENT ÉQUIVALENTES, ou on pourra dire aussi SÉMANTIQUEMENT ÉQUIVALENTES, ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M}}$.

On peut également définir la notion à l'aide de la conséquence logique, comme on l'avait bu au chapitre 1, §1.2.2 : φ et ψ sont logiquement équivalentes, ssi $\varphi \models \psi$ et $\psi \models \varphi$.

Si φ et ψ sont logiquement équivalentes, cela veut dire qu'elles ont exactement le même sens dans LO. C'est une conséquence directe de la définition du sens que nous nous sommes donnée : le sens est ce qui détermine la dénotation pour n'importe quel modèle. Donc si φ et ψ ont une dénotation identique par rapport à tout modèle, c'est bien que leur sens est le même. C'est aussi ce qui explique la méthode de démonstration des ambiguïtés que nous avons vue au chapitre 1, §1.2.4. Si une phrase est ambiguë, c'est qu'elle peut être traduite par (au moins) deux formules φ et ψ qui représentent des sens différents. Et si ces sens sont différents, c'est que φ et ψ ne sont pas logiquement équivalentes. Ce qui, par la définition 2.22, veut dire qu'il existe au moins un modèle $\mathcal{M}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} \neq [\![\psi]\!]^{\mathcal{M}}$. Et comme φ et ψ sont des formules, si leurs dénotations sont différentes, c'est qu'il y en a une qui est vraie et l'autre qui est fausse. Il s'agit bien là de la méthode présentée en §1.2.4 : on cherche un cas de figure, c'est-à-dire un modèle, pour lequel la phrase, ambiguë, sera jugée à la fois vraie et fausse.

Enfin terminons avec le théorème suivant :

Théorème 2.4 : $\models$ et $\rightarrow$
$\varphi \models \psi$ si et seulement si $\models [\varphi \rightarrow \psi]$.

Nous n'allons pas chercher à démontrer ce théorème ici, je le mentionne juste à titre d'entraînement à la lecture et à la manipulation des notions et des symboles que nous avons vus jusqu'ici. Ce théorème montre le rapport qui existe entre la conséquence logique et l'implication matérielle : il dit que ψ est une conséquence de φ si et seulement si $[\varphi \rightarrow \psi]$ est une tautologie ; autrement dit la conséquence logique correspond à une implication *toujours* vraie.

Exercice 2.10
Supposons que les φ et ψ représentent des formules qui ne contiennent pas de variables libres. En utilisant les tables de vérité, dites si chacune des formules suivantes est une tautologie, une contradiction ou une formule contingente :

1. $[\varphi \wedge \neg\varphi]$
2. $[\varphi \vee \neg\varphi]$[57]
3. $[\varphi \rightarrow \neg\varphi]$
4. $[\varphi \rightarrow \varphi]$
5. $[\neg\varphi \rightarrow [\varphi \rightarrow \psi]]$
6. $[[\varphi \rightarrow \psi] \vee [\psi \rightarrow \varphi]]$

[57] Indice : cette formule illustre ce qui s'appelle la LOI DU TIERS EXCLU. Nous la retrouverons plus tard.

Exercice 2.11
En utilisant la définition 2.18, démontrez les conséquences logiques suivantes :

1. $[\varphi \wedge \psi] \models \varphi$
2. $\varphi \models [\varphi \vee \psi]$
3. $[\varphi \rightarrow \psi] \models [\neg\psi \rightarrow \neg\varphi]$
4. $[\varphi \wedge [\varphi \rightarrow \psi]] \models \psi$
5. $[\varphi \rightarrow [\psi \wedge \neg\psi]] \models \neg\varphi$

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit un système sémantique qui s'appuie sur un langage formel LO issu de la logique du calcul des prédicats. Le langage LO est *interprété* ; cela veut dire qu'il est muni d'une sémantique rigoureusement définie par un ensemble de règles d'interprétation (donné dans les définitions 2.12 et 2.17). La démarche d'analyse qu'engendre ce type de système est souvent qualifiée de *méthode d'interprétation indirecte*, parce que LO est utilisé comme un langage intermédiaire ou pivot pour représenter le sens des expressions linguistiques. C'est ce qu'illustre l'architecture du processus d'analyse sémantique schématisé en figure 2.4. Nous y voyons que ce sont les expressions de LO (les formules) qui possèdent une interprétation directe (représentée par la flèche de droite), pas les expressions de la langue (par exemples les phrases). Le processus nécessite donc en amont une phase de *traduction* des expressions linguistiques (flèche de gauche) afin que par transitivité le sens défini formellement pour une expression de LO soit identifiée au sens de l'expression linguistique dont elle est la traduction.

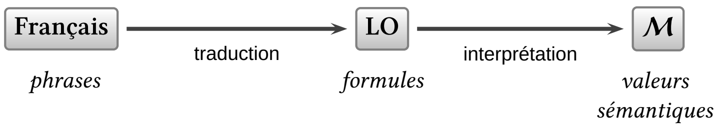


Fig. 2.4 : Processus d'analyse sémantique (1)

L'opération de traduction peut se formaliser comme une fonction qui à chaque expression du français associe une expression de LO qui représente son sens. Appelons-la $\mathfrak{T}$. Nous aurons ainsi, par exemple, $\mathfrak{T}$(*un homme dort*) = $\exists x[\textbf{homme}(x) \wedge \textbf{dormir}(x)]$. D'autre part, l'opération d'interprétation de LO dans un modèle est également une fonction ; c'est ce que nous représentons par $[\![\ ]\!]^{\mathcal{M}}$ qui à toute expression de LO associe sa valeur sémantique (i.e. sa dénotation) dans $\mathcal{M}$. Autrement dit analyser sémantiquement une expression E de la langue revient à définir $[\![\mathfrak{T}(E)]\!]^{\mathcal{M}}$, qui consiste en un enchaînement des deux fonctions $\mathfrak{T}$ et $[\![\ ]\!]^{\mathcal{M}}$. Ainsi l'analyse se fait effectivement en deux passes.

Il est important ici de faire une remarque sur le statut de $\mathfrak{T}$. Elle vient d'être présentée comme une fonction ; cela implique qu'à toute expression de la langue elle associe une et une seule traduction dans LO. Et les expressions de LO, par définition, ont un et un seul sens. Or nous savons pertinemment que de très nombreuses expressions linguistiques sont ambiguës ou polysémiques (c'est le propre des langues naturelles), c'est-à-dire qu'elles peuvent être associées à plusieurs sens et donc recevoir plusieurs traductions différentes. En tant que fonction, $\mathfrak{F}$ ne peut pas faire cela. C'est pourquoi, pour la cohérence globale du système, il est nécessaire de considérer qu'il existe en fait une grande pluralité de fonctions $\mathfrak{F}$, chacune sélectionnant un sens particulier pour chaque expression ambiguë de la langue. Il faudra donc se souvenir que les analyses sémantiques que nous réalisons se font toujours par rapport au choix (implicite) d'une certaine fonction de traduction[58].

La méthode indirecte est couramment utilisée en sémantique formelle et c'est celle qui est adoptée notamment par Montague (1973) et les très nombreux travaux qui y ont fait suite. Elle se distingue bien sûr de la méthode d'interprétation *directe* qui consiste à définir des règles d'interprétation directement sur les expressions de la langue, avec des formulation comme, par exemple, $[\![\textit{Joey dort}]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi $[\![\textit{Joey}]\!]^{\mathcal{M}} \in [\![\textit{dort}]\!]^{\mathcal{M}}$. Cette méthode est employée notamment par Montague (1970a) et Heim & Kratzer (1997). Sur le fond il n'y a pas vraiment de différence entre les deux méthodes (souvent, beaucoup des notations utilisées dans le langage intermédiaire se retrouvent réimportées au niveau du modèle dans la méthode directe), elles se distinguent essentiellement sur la manière de mettre forme les descriptions sémantiques. La méthode indirecte, que nous adoptons ici, a généralement l'avantage de présenter des formulations de sens à la fois explicites et concises.

Le langage LO est en quelque sorte le langage sémantique le plus simple que nous pouvons développer pour commencer à formaliser le sens d'une bonne variété de phrases de la langue. Il sera amené à évoluer et à se perfectionner tout au long des chapitres qui suivent. Tel qu'il est défini ici, LO est EXTENSIONNEL. *Extension* est synonyme de *dénotation*, et un langage extensionnel est un langage qui satisfait le principe dit d'extensionnalité. Ce principe dit que si, dans une expression E, on remplace une de ses sous-expressions A par une expression B qui a la même dénotation que A, alors la dénotation de E ne change pas. C'est ce que nous avons appliqué avec les exemples (2) p. 51 *supra*. Nous verrons au chapitre 4 qu'un langage extensionnel n'est pas entièrement adéquat pour rendre compte des propriétés sémantiques de la langue, et ce sera une occasion de modifier LO en conséquence.

L'extensionnalité de LO fait aussi que, techniquement, les règles d'interprétation nous font calculer la dénotation des expressions par rapport à un modèle (avec $[\![\;]\!]^{\mathcal{M}}$). La dénotation n'est pas le sens et on peut être tenté alors de se demander : où est exactement le sens dans le système ? En sémantique, ça n'est jamais le résultat du calcul de la dénotation d'une expression par rapport à un modèle donné qui importe vraiment, ce qui compte c'est la *règle* qui a permis de réussir ce calcul pour n'importe quel modèle. Et comme cela a été mentionné plusieurs fois dans ce chapitre, c'est cela le sens d'une expression : *la règle de calcul* de sa dénotation – ce que l'on appelle *les conditions de vérité* dans le cas d'une phrase ou une formule. Le sens est donc d'une certaine manière une généralisation sur la dénotation ; cette généralisation consiste à faire abstraction du mo-

58 Sachant qu'à partir des chapitres 5 et 6 nous verrons que les traductions s'effectuent à partir d'expressions linguistiques analysées syntaxiquement, ce qui réduit considérablement le nombre d'ambiguïtés potentielles.

dèle en regardant ce qui reste constant dans le calcul quel que soit modèle utilisé. Ainsi si $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ représente la dénotation d'une formule φ dans $\mathcal{M}$, on peut dire que $[\![\varphi]\!]$ et même simplement φ représentent le sens de φ. Les formules de LO et les conditions de vérité sont finalement la même chose, dans la mesure où elles donnent la même information.

Un reproche qui est souvent adressé à cette manière de théoriser le sens est qu'elle trouverait ses limites quand on se place au niveau des prédicats et qu'elle ferait ainsi l'impasse sur la sémantique lexicale. Mais formellement ce n'est pas exact. Certes les systèmes de sémantique formelle se concentrent prioritairement sur les propriétés logiques de l'interprétation des phrases et développent moins souvent la dimension lexicale du sens[59]. Et il est vrai que lorsque l'on dit que **dormir** représente le sens de *dormir*, on n'a pas dit grand chose sur le sens de ce verbe… si ce n'est qu'il est (probablement) différent du sens de, par exemple, **écumoire**, simplement parce qu'on a utilisé des symboles de prédicats différents. Cependant le sens lexical est formellement présent dans le système, ne serait-ce que par hypothèse. Il est encapsulé dans la fonction d'interprétation F du modèle. En effet pour tout prédicat de LO, F sait dire quels individus appartiennent à sa dénotation dans le modèle ; cette connaissance, par définition, est le sens du prédicat. Le sens lexical n'est donc pas explicité mais il a néanmoins sa place dans le système. C'est une erreur de supposer que la sémantique lexicale et la sémantique formelle seraient orthogonales ou disjointes parce qu'elles auraient des objets d'étude distincts. L'objet de la sémantique formelle est le sens linguistique, et ce qui la caractérise fondamentalement c'est un cadre méthodologique scientifique qui garantit la formulation d'hypothèses d'analyses falsifiables et dont on peut tirer les conséquences avec fiabilité. Depuis longtemps la sémantique formelle aborde le lexique dans ce cadre méthodologique[60] et de nos jours les travaux dans ce domaine sont de plus en plus nombreux. Cet intérêt apparemment tardif est en réalité seulement ordonné : il est plus raisonnable de s'attaquer aux problèmes complexes une fois que nous sommes équipés d'un système d'analyse suffisamment élaboré que de procéder dans l'ordre inverse. En l'état, tel que LO est défini dans ce chapitre et tant que nous n'avons pas avancé sur l'intensionnalité (chapitre 4) et la compositionnalité (chapitres 5 & 6), il est probablement prématuré de soulever en profondeur la question du lexique.

Repères bibliographiques

Ce chapitre aborde assez longuement des notions de logiques indispensables à une bonne maîtrise de la sémantique formelle. Mais il ne peut se substituer entièrement à une véritable et complète introduction à la logique[61]. Il existe de nombreux ouvrages dédiés à la discipline, en anglais et en français, qui permettront d'approfondir avantageu-

[59] Principalement parce que c'est une question formidablement vaste et complexe, lestée notamment par l'épineux problème de la polysémie.

[60] Cf. par exemple Dowty (1979) pour un exemple particulièrement précoce.

[61] En particulier le chapitre n'aborde pas les systèmes de démonstration, comme par exemple les *systèmes axiomatiques* ou la *déduction naturelle*, qui formalisent des méthodes pour construire « mathématiquement » les conséquences logiques d'un ensemble de formules données. Même si la connaissance de ces systèmes et des théories de la preuve est importante (et recommandée) pour une bonne maîtrise de la logique, ils sortent un peu de la portée d'un ouvrage principalement consacré à l'analyse sémantique des énoncés de la langue.

sement ce que présente le chapitre. Dans une perspective explicitement orientée vers la sémantique formelle, Gamut (1991a) est particulièrement approprié ; en français, Lucas, Berlanger & De Greef (2003) constitue une introduction très pédagogique.

Les premiers chapitres de la plupart des manuels de sémantique formelle (p. ex. Dowty, Wall & Peters 1981 ; Chierchia & McConnell-Ginet 1990 ; Corblin 2013) peuvent servir de lectures complémentaires, sachant cependant que beaucoup abordent rapidement des notions que nous verrons à partir des chapitres 3 et 5.

Exercices supplémentaires

Traductions

Exercice 2.12 (QCM de traductions)

Pour chaque phrase suivante, indiquez quelle est sa (ou ses) traduction(s) correcte(s) dans LO parmi celles proposées. Pour chacune des phrases, il y a au moins une traduction correcte, mais pour certaines phrases, il peut y en avoir plusieurs.

1. Quelques étudiants connaissent toutes les réponses.
   - □ a. $\forall r[\textbf{étudiant}(x) \land \textbf{connaître}(x, r)]$
   - □ b. $\exists x \forall y[[\textbf{étudiant}(x) \land \textbf{réponse}(y)] \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]$
   - □ c. $\forall x[\textbf{réponse}(x) \rightarrow \exists y[\textbf{étudiant}(y) \land \textbf{connaître}(y, x)]]$
   - □ d. $\exists x[\textbf{étudiant}(x) \land \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
2. Tous les étudiants connaissent une réponse.
   - □ a. $\forall x \exists y[[\textbf{étudiant}(x) \land \textbf{réponse}(y)] \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]$
   - □ b. $\forall x \exists y[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow [\textbf{réponse}(y) \land \textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ c. $\forall x[[\textbf{étudiant}(x) \land \exists y\, \textbf{réponse}(y)] \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]$
   - □ d. $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \exists y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
3. Alice connaît des réponses, mais pas toutes.
   - □ a. $\forall x[\textbf{réponse}(x) \rightarrow [\textbf{connaître}(\textbf{a}, x) \lor \neg\textbf{connaître}(\textbf{a}, x)]]$
   - □ b. $\exists x[\textbf{réponse}(x) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)] \land \neg\forall x[\textbf{réponse}(x) \rightarrow \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)]$
   - □ c. $\exists x[[\textbf{réponse}(x) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)] \land [\textbf{réponse}(x) \land \neg\textbf{connaître}(\textbf{a}, x)]]$
   - □ d. $\exists x[\textbf{réponse}(x) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)] \land \neg\exists y[\textbf{réponse}(y) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, y)]$
4. Aucun étudiant ne connaît toutes les réponses.
   - □ a. $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \neg\textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ b. $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \neg\forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ c. $\neg\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ d. $\forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \neg\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
5. Il est faux que quelques étudiants ne connaissent aucune réponse.
   - □ a. $\neg\exists x[\textbf{étudiant}(x) \land \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \neg\textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ b. $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ c. $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \exists y[\textbf{réponse}(y) \land \neg\textbf{connaître}(x, y)]]$
   - □ d. $\neg\forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \exists x[\textbf{étudiant}(x) \land \neg\textbf{connaître}(x, y)]]$
6. Alice connaît une seule réponse.
   - □ a. $\exists x[\textbf{réponse}(x) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)] \land \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \neg\textbf{connaître}(\textbf{a}, y)]$
   - □ b. $\exists x[\textbf{réponse}(x) \land \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)] \land \exists y[\textbf{réponse}(y) \land \neg\textbf{connaître}(\textbf{a}, y)]$

- ☐ c. $\exists x[\textbf{réponse}(x) \wedge \forall y[[\textbf{réponse}(y) \wedge \textbf{connaître}(\textbf{a}, y)] \rightarrow y = x]]$
- ☐ d. $\exists x[[\textbf{réponse}(x) \wedge \textbf{seul}(x)] \wedge \textbf{connaître}(\textbf{a}, x)]$

7. Seuls les tricheurs connaissent toutes les réponses.
   - ☐ a. $\forall x[\textbf{tricheur}(x) \rightarrow \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$
   - ☐ b. $\forall x[\forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)] \rightarrow \textbf{tricheur}(x)]$
   - ☐ c. $\forall x \forall y[[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)] \rightarrow \textbf{tricheur}(x)]$
   - ☐ d. $\neg\exists x[\neg\textbf{tricheur}(x) \wedge \forall y[\textbf{réponse}(y) \rightarrow \textbf{connaître}(x, y)]]$

Exercice 2.13 (Structure logique des formules)
Pour embellir LO, j'ai écrit les constantes non logiques en runes elfiques. En vous basant sur la structure logique des formules 1–5, retrouvez quelle formule est la traduction de quelle phrase du français (indiquez simplement les correspondances lettres–chiffres).

NB : Ci-dessous, seuls x et y sont des variables.

a. Il n'y a que les élus qui voient la Dame du Lac.
b. Si Merlin réussit un sort, Arthur sera étonné.
c. Lancelot n'est le cousin d'aucun chevalier.
d. Les dames ne portent jamais d'armure.
e. Les chevaliers n'ont pas tous une épée.

1. ∀x[[illegible](x) → ¬∃y[[illegible](y) ∧ [illegible](x, y)]]
2. ¬∀x[[illegible](x) → ∃y[[illegible](y) ∧ [illegible](x, y)]]
3. [∃x[[illegible](x) ∧ [illegible]([illegible], x)] → [illegible]([illegible])]
4. ∀x[[illegible](x, [illegible]) → [illegible](x)]
5. ∀x[[illegible](x) → ¬[illegible]([illegible], x)]

Interprétation

Exercice 2.14 (Modèle)
Représentez l'état de choses représenté dans l'image en figure 2.5 sous la forme d'un modèle $\langle \mathcal{A}, F \rangle$.

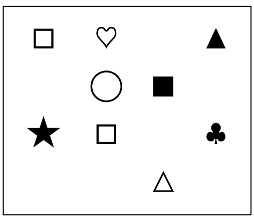


Fig. 2.5 : Modèle « casseaux »

Vous poserez $\mathcal{A} = \{\square_1 ; \heartsuit ; \blacktriangle ; \bigcirc ; \blacksquare ; \bigstar ; \square_2 ; \clubsuit ; \triangle\}$, avec $\square_1$ pour le carré en au haut à gauche et $\square_2$ pour l'autre carré blanc. Vous définirez F pour les prédicats unaires **carré**, **rond**, **cœur**, **triangle**, **étoile**, **trèfle**, **blanc**, **noir**, **objet** et les prédicats binaires **à-gauche-de**, **à-droite-de**, **au-dessus-de**, **en-dessous-de**.

Exercice 2.15 (Interprétation dans un modèle)
Soit le modèle suivant $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$, avec :

- $\mathcal{A} = \{$Almv ; Rosn ; Figr ; Suzn ; Mrcl ; Chrb ; Fnch ; Antn ; Bart$\}$;
- $F(\mathbf{a_1})$ = Almv ; $F(\mathbf{r})$ = Rosn ; $F(\mathbf{f_1})$ = Figr ; $F(\mathbf{s})$ = Suzn ; $F(\mathbf{m})$ = Mrcl ; $F(\mathbf{c})$ = Chrb ; $F(\mathbf{f_2})$ = Fnch ; $F(\mathbf{a_2})$ = Antn ; $F(\mathbf{b})$ = Bart ;
- $F(\textbf{homme}) = \{$Almv ; Figr ; Chrb ; Antn ; Bart$\}$;
- $F(\textbf{femme}) = \{$Rosn ; Suzn ; Mrcl ; Fnch$\}$;
- $F(\textbf{domestique}) = \{$Figr ; Suzn ; Fnch ; Antn$\}$;
- $F(\textbf{noble}) = \{$Almv ; Rosn ; Chrb$\}$;
- $F(\textbf{roturier}) = \{$Figr ; Suzn ; Mrcl ; Fnch ; Antn ; Bart$\}$;
- $F(\textbf{comte}) = \{$Almv$\}$; $F(\textbf{comtesse}) = \{$Rosn$\}$;
- $F(\textbf{infidèle}) = \{$Almv$\}$; $F(\textbf{volage}) = \{$Almv ; Chrb$\}$;
- $F(\textbf{triste}) = \{$Rosn$\}$;
- $F(\textbf{époux-de}) = \{\langle$Almv, Rosn$\rangle$; $\langle$Figr, Suzn$\rangle\}$;
- $F(\textbf{épouse-de}) = \{\langle$Rosn, Almv$\rangle$; $\langle$Suzn, Figr$\rangle\}$;
- $F(\textbf{père-de}) = \{\langle$Antn, Fnch$\rangle\}$;
- $F(\textbf{aimer}) = \{\langle$Figr, Suzn$\rangle$; $\langle$Suzn, Figr$\rangle$; $\langle$Almv, Suzn$\rangle$; $\langle$Rosn, Almv$\rangle$; $\langle$Chrb, Rosn$\rangle$; $\langle$Chrb, Suzn$\rangle$; $\langle$Chrb, Fnch$\rangle$; $\langle$Fnch, Chrb$\rangle$; $\langle$Mrcl, Figr$\rangle\}$

1. Donnez la dénotation dans $\mathcal{M}$ de chacune des formules suivantes. Vous justifierez vos réponses sans entrer dans le détail du calcul formel, mais en explicitant les étapes de votre raisonnement.

   a. $\exists x[\textbf{femme}(x) \land \neg\textbf{triste}(x)]$
   b. $\forall x[\textbf{homme}(x) \rightarrow [\textbf{infidèle}(x) \lor \textbf{volage}(x)]]$
   c. $\exists x \exists y[\textbf{aimer}(x, y) \land \textbf{aimer}(y, x)]$
   d. $[\textbf{aimer}(\mathbf{a_1}, \mathbf{s}) \rightarrow \exists x\, \neg\textbf{aimer}(x, \mathbf{a_1})]$
   e. $\neg\exists x[\textbf{femme}(x) \land \exists y\, \textbf{aimer}(x, y)]$
   f. $\forall x[[\textbf{homme}(x) \land \exists y[\textbf{épouse-de}(y, x) \land \neg\textbf{aimer}(x, y)]] \rightarrow \textbf{volage}(x)]$

   Conseil : commencez par traduire les formules en phrases de la langue, puis demandez-vous si ces phrases sont vraies ou fausses dans $\mathcal{M}$ (ainsi vous savez à l'avance la réponse que vous devez trouver).

2. Modifiez le modèle $\mathcal{M}$ pour faire en sorte que : Rosn ne soit plus triste, que Fnch et Chrb soient mariés et que tous les maris aiment leur femme et seulement elle.

3 Groupes nominaux et quantification

Ce chapitre est consacré à une exploration approfondie de la sémantique du domaine nominal, et plus précisément des groupes nominaux (GN). Le langage du calcul des prédicats, sur lequel est fondé LO, donne une part importante au phénomène de la quantification, qui se réalise principalement dans l'interprétation de certains GN de la langue. Il est donc assez naturel de s'y attarder un peu à ce stade de l'ouvrage. Dans un premier temps, comme annoncé, nous allons perfectionner la sémantique de la quantification pour la rendre plus satisfaisante sur le plan formel (§3.1). Dans la suite du chapitre (§3.2 et 3.3), à partir de notions issues du système formel et d'observations empiriques sur des données linguistiques, nous étudierons un certain nombre de propriétés sémantiques typiquement attachées aux GN. Cela nous donnera l'occasion de mieux appréhender l'interprétation et la traduction en LO de diverses phrases et constructions du français.

3.1 Sémantique de la quantification

Nous l'avons vu, le jeu de règles d'interprétation définies dans le chapitre précédent est problématique par rapport à l'objectif théorique et descriptif que nous nous sommes donné. Le premier problème est qu'il est incomplet : nous ne savons pas interpréter les variables. Or les variables sont des expressions de LO à part entière, qui peuvent intervenir dans des formules qui représentent le sens de phrases correctes du français. C'est par exemple le cas des formules quantifiées, et dans le chapitre précédent, pour les interpréter, nous prenions bien soin de nous débarrasser de leurs variables, en les remplaçant par des constantes, justement parce que nous n'avions pas de règle permettant de calculer $[\![x]\!]$. Et nous arrivons là à notre deuxième problème (qui est lié au premier) : les règles de sémantique vues jusqu'ici ne sont pas pleinement compositionnelles. Nous avons une règle syntaxique qui nous permet de construire une formule quantifiée, par exemple $\exists x\varphi$, à partir de x et surtout à partir de φ. En suivant le principe de compositionnalité, l'interprétation de $\exists x\varphi$ devrait donc dépendre l'interprétation de φ. Mais nous l'interprétions à partir de $[\kappa/x]\varphi$, ce qui n'est pas la même chose. Il y a pire : comment interpréter une formule comme $\exists x[\mathbf{aimer}(x, y)]$? C'est une expression bien formée de LO et donc elle *doit* être interprétable. Or nous ne savons pas le faire. Nous verrons d'ailleurs que nous rencontrerons de telles formules au cours de l'interprétation de formules plus complexes.

La première question qui va donc nous occuper dans cette section est : comment interpréter les variables ? c'est-à-dire : comment calculer $[\![x]\!]^{\mathcal{M}}$?

3.1.1 Variables et pronoms

La réponse à la question précédente est toute simple, et c'est : « on ne peut pas ». Pour un modèle $\mathcal{M}$ donné, on ne peut raisonnablement pas trouver une valeur à $[\![x]\!]^{\mathcal{M}}$, du moins avec le même type de méthode que celle vue dans le chapitre précédent. Le reste de cette section va consister à montrer i) pourquoi « on ne peut pas » et ii) comment s'en sortir malgré tout.

Nous avons vu déjà que ce qui traduit le mieux les variables (libres) en français ce sont les pronoms personnels comme *il* ou *elle* (ou *le*, *la*, etc.). Or les pronoms ont une façon de dénoter qui est très particulière, très différente de celle des noms propres par exemple.

Revenons un instant au principe général d'interprétation des phrases. Imaginons que je parle d'un groupe d'étudiants, c'est-à-dire que mon modèle, appelons-le $\mathcal{M}_0$, contient essentiellement les individus qui composent ce groupe. Si je prononce la phrase :

(1) Aurélie bâille.
bâiller(a)

pour connaître sa dénotation dans $\mathcal{M}_0$, il faut et, surtout, il suffit de connaître certaines informations sur $\mathcal{M}_0$: savoir qui est Aurélie et si elle fait partie de l'ensemble des bâilleurs de $\mathcal{M}_0$. Autrement dit, il suffit de savoir comment est le monde (dont je parle). De même pour trouver la dénotation de :

(2) Quelqu'un bâille.
$\exists x\, \mathbf{b\hat{a}iller}(x)$[1]

Cette phrase est vraie dans $\mathcal{M}_0$ si et seulement s'il existe un individu du domaine qui appartient à l'ensemble des bâilleurs. Et peu importe qui est cet individu. Maintenant examinons le cas où je prononce :

(3) Elle bâille.
$\mathbf{b\hat{a}iller}(x)$

sans faire aucun geste de démonstration. Ici, il ne suffit plus de savoir comment est le monde pour trouver la dénotation de (3), nous avons besoin d'une autre information : nous avons besoin de savoir de qui on parle exactement quand on dit *elle*. En effet, supposons que dans $\mathcal{M}_0$, Aurélie fait partie des bâilleurs, mais pas Émilie. Si en disant *elle* je pense à Aurélie, alors (3) est vraie, mais si *elle* c'est Émilie, alors (3) est fausse (mais dans $\mathcal{M}_0$ (2) est indéniablement vraie). Ainsi – et c'est ce qui est important – une même phrase, (3), peut être vraie ou fausse relativement à un *même* modèle. Pour dire encore les choses différemment, si nous ne disposons *que* d'un modèle (i.e. une description du monde), nous sommes incapables de trouver la valeur de vérité précise de la phrase (3). Il est même possible de pousser plus loin : relativement à un modèle seul, comme $\mathcal{M}_0$, (3) ne dénote pas une valeur de vérité. Cette observation est tout à fait cohérente et

[1] Cette traduction est simplifiée. Pour être plus précis, il faudrait plutôt écrire quelque chose comme : $\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{b\hat{a}iller}(x)]$.

conforme à l'intuition, bien qu'elle malmène quelque peu la thèse de Frege : (3) n'aurait pas exactement la même catégorie sémantique que (1) et (2), puisqu'elles n'ont pas des types de dénotation comparables. En fait, nous n'allons pas nous engager d'avantage sur ce chemin de fracture entre la vision fregéenne et notre observation sur les phrases à pronoms comme (3) ; au contraire nous allons nous diriger vers une conciliation, qui reprend la proposition due au logicien A. Tarski (Tarski 1944).

La solution s'appuie sur les points suivants : une phrase déclarative comme (1), (2) ou (3), dénote toujours une valeur de vérité ; cette dénotation se calcule toujours *relativement à* un état du monde (i.e. un modèle), *mais pas seulement* ; elle dépend aussi d'un autre paramètre qui spécifie ce à quoi fait référence toute occurrence de pronoms, ou plus exactement ce à quoi fait référence toute variable du langage objet. Ce paramètre sera formalisé au moyen d'une *fonction* qui à chaque variable du langage assigne une valeur dans le domaine du modèle. Une telle fonction se nomme, donc, une fonction d'assignation de valeurs aux variables, ou plus simplement une FONCTION D'ASSIGNATION ou encore une ASSIGNATION.

Définition 3.1 : Fonction d'assignation

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ et $\mathcal{V}ar$ l'ensemble des variables de LO. Une fonction d'assignation est une fonction de $\mathcal{V}ar$ vers $\mathcal{A}$.

Les fonctions d'assignation seront notées ici g (ou g', g_1, etc.).

Voici un exemple. Partons d'un (petit) modèle $\mathcal{M}_1 = \langle \mathcal{A}_1, F_1 \rangle$ qui ne comprend que quatre individus : $\mathcal{A}_1 = \{$ADA ; CORDULA ; LUCETTE ; VAN$\}$. Supposons que notre langage objet comporte trois variables, x, y, z. Une fonction d'assignation projettera alors chacune de ces variables sur un élément de $\mathcal{A}_1$. Ci-dessous, g_1, g_2 et g_3 en sont des exemples :

$$g_1 : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Cordula} \\ y \longmapsto \textsc{Lucette} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix} g_2 : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Ada} \\ y \longmapsto \textsc{Van} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix} g_3 : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Lucette} \\ y \longmapsto \textsc{Van} \\ z \longmapsto \textsc{Cordula} \end{bmatrix} \ldots$$

On notera que rien n'empêche une fonction d'assigner la même valeur à différentes variables (comme g_2). Pour un exemple aussi minimal que celui-ci, il y a 64 (4^3) fonctions d'assignations différentes, qui présentent toutes les combinaisons possibles de dénotations pour le trio de variables.

À présent nous calculerons les dénotations des expressions par rapport à un modèle $\mathcal{M}$ *et* une fonction g ; nous écrirons $[\![\cdot]\!]^{\mathcal{M},g}$. C'est la fonction g qui nous donne la dénotation des variables, alors que la dénotation des constantes nous est fournie par la fonction d'interprétation F, c'est-à-dire par le modèle. Ainsi la règle sémantique qui interprète les termes possède en fait deux volets.

Définition 3.2 : Interprétation des termes

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ et g une fonction d'assignation :

- si v est une variable de LO, $[\![v]\!]^{\mathcal{M},g} = g(v)$;
- si a est une constante de LO, $[\![a]\!]^{\mathcal{M},g} = F(a)$.

Par ailleurs, nous gardons les mêmes règles sémantiques que précédemment (sauf bien sûr pour les quantifications).

La question qui peut se poser ici est : comment choisir g ? En fait, d'une certaine manière, nous pouvons dire que nous ne la choisissons pas et qu'elle nous est donnée (ou que nous nous la donnons) *arbitrairement*. Car comme pour les modèles, ce qui compte pour nous c'est d'être capable d'effectuer les calculs pour n'importe quelle assignation ; g n'a donc pas à être spéciale a priori. C'est ainsi que nous la considérerons dans ce qui suit : une fonction d'assignation *quelconque*. Je reviendrai cependant sur la question en disant quelques mots sur le statut des fonctions d'assignation en §3.1.4 *infra*.

Reprenons l'exemple (3) et interprétons le par rapport à $\mathcal{M}_0$ (= $\langle \mathcal{A}_0, F_0 \rangle$) et une certaine fonction d'assignation g. Selon la règle d'interprétation des formules prédicatives, donnée dans la définition 2.12, p. 79, nous savons que $[\![\textbf{bâiller}(x)]\!]^{\mathcal{M}_0,g} = 1$ ssi $[\![x]\!]^{\mathcal{M}_0,g} \in [\![\textbf{bâiller}]\!]^{\mathcal{M}_0,g}$; poursuivons, puisque x est une variable, cela nous donne la condition : ssi $g(x) \in F_0(\textbf{bâiller})$.

Évidemment, tout cela ressemble fort à l'interprétation de phrases avec des noms propres (i.e. des constantes) : g semble jouer un rôle très semblable à celui de F_0. Et d'une certaine manière, cette analogie n'est pas incongrue : après tout, on peut dire que les fonctions d'assignation sont aux variables ce que les fonctions d'interprétation sont aux constantes. Mais il faut bien se garder de perdre de vue ce qui les distingue : F_0 est une partie constitutive du modèle, alors que g n'en fait pas partie. Et rappelons-nous que cela permet d'obtenir plusieurs valeurs sémantiques différentes pour une phrase par rapport à un modèle donnée : il suffit pour cela de changer de fonction g. Autrement dit la fonction qui décrit la dénotation des variables peut varier sans altérer le modèle. C'est ce qui fait que les variables sont bien variables : elles varient indépendamment du modèle ; et c'est aussi ce qui va permettre de définir précisément la sémantique des expressions quantifiées.

3.1.2 Interprétation des formules quantifiées

Revenons à la comparaison de (2) et (3) :

(2) Quelqu'un bâille.
$\exists x\, \textbf{bâiller}(x)$

(3) Elle bâille.
$\textbf{bâiller}(x)$

Et rappelons que ce qui les oppose en premier lieu, c'est que la dénotation de (2) n'est pas dépendante d'une d'assignation, mais simplement du modèle (c'est bien ce qu'engendre la distinction grammaticale en français entre un pronom indéfini et un pronom anaphorique ou déictique). Il semble donc inutile de recourir à une fonction g pour interpréter (2) contrairement à (3). Cependant, nous remarquons que la traduction de (3) est une sous-formule de la traduction de (2), et donc, par compositionnalité, l'interprétation de (2) devra bien, à un moment ou à un autre, « passer par » l'interprétation de (3), c'est-à-dire se faire au moyen d'une assignation g. Le principe interprétatif est donc le suivant : pour déterminer leur dénotation, les expressions quantifiées ont besoin des assignations car on les interprète justement en quantifiant sur des fonctions d'assignation. C'est ce que nous allons voir en détail dans ce qui suit, mais auparavant, introduisons un élément de notation correspondant à un concept qui va nous être utile pour l'interprétation.

À partir d'une fonction d'assignation donnée, g, nous allons avoir besoin de considérer certaines « variantes » de g.

Notation 3.1

Soit g une fonction d'assignation, v une variable de LO et $\textsc{d}$ un individu du domaine $\mathcal{A}$. La fonction notée $g_{[\textsc{d}/v]}$ est la fonction d'assignation identique[2] à g *sauf* que la valeur qu'elle assigne à v est $\textsc{d}$.
Ainsi pour toute variable u autre que v, $g_{[\textsc{d}/v]}(u) = g(u)$ et $g_{[\textsc{d}/v]}(v) = \textsc{d}$, quelle que soit la valeur de $g(v)$[3].

Cette notation nous permet en quelque sorte de contraindre certaines valeurs d'une assignation. Ou pour dire les choses plus précisément, cela nous permet de voir directement dans l'écriture du nom de l'assignation ($g_{[\textsc{d}/v]}$) quelle valeur précise est assignée à telle ou telle variable. Voici un exemple, qui reprend l'assignation g_1 donnée ci-dessus :

$$g_1 : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Cordula} \\ y \longmapsto \textsc{Lucette} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix} \quad g_{1[\textsc{Ada}/x]} : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Ada} \\ y \longmapsto \textsc{Lucette} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix} \quad g_{1[\textsc{Van}/y]} : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Cordula} \\ y \longmapsto \textsc{Van} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix}$$

Et dans cet exemple, g_1 étant ce qu'elle est, nous avons $g_{1[\textsc{Ada}/z]} = g_1$. Et puisque par exemple $g_{1[\textsc{Van}/y]}$ est elle-même une assignation, nous pouvons envisager également $g_{1[\textsc{Van}/y][\textsc{Ada}/x]}$ qui est tout autant une assignation. Cela permet de contraindre plusieurs valeurs pour une assignation de départ.

---

[2] Rappelons que deux fonctions sont identiques si elles ont mêmes ensembles de départ et d'arrivée et qu'à chaque élément de l'ensemble de départ elles assignent exactement les mêmes valeurs.

[3] Remarquons que rien n'empêche d'avoir par ailleurs $g(v) = \textsc{d}$; dans ce cas là, $g_{[\textsc{d}/v]}$ et g sont alors complètement identiques.

Profitons-en aussi pour mentionner la variante de notation $g_{[v \to \textsc{d}]}$, que l'on peut rencontrer dans la littérature, et qui représente la même chose que $g_{[\textsc{d}/v]}$.

$$g_{1[\textsc{Van}/y][\textsc{Ada}/x]} : \begin{bmatrix} x \longmapsto \textsc{Ada} \\ y \longmapsto \textsc{Van} \\ z \longmapsto \textsc{Ada} \end{bmatrix}$$

Nous avons maintenant en main les éléments de métalangage nécessaires pour définir les règles d'interprétation des formules quantifiées par rapport à un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$.

Définition 3.3 : Interprétation des formules quantifiées

(Sém.6′) a. $[\![\exists v \varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe au moins un individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$;

b. $[\![\forall v \varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour tout individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$.

D'une certaine manière, ces deux règles ne sont pas spectaculairement différentes de celles vues au chapitre 2, p. 79. Ici nous opérons des quantifications (respectivement existentielle et universelle) sur des individus du domaine, alors que précédemment nous quantifions sur des constantes. Mais à présent, nous ne touchons pas à la forme de φ. L'interprétation est bien compositionnelle. Et nous nous débarrassons de l'hypothèse qu'à chaque individu de $\mathcal{A}$ correspond une constante de LO.

Illustrons le fonctionnement des règles (Sém.6′) à l'aide d'un petit modèle $\mathcal{M}_2 = \langle \mathcal{A}_2, F_2 \rangle$, avec $\mathcal{A}_2 = \{\textsc{Ada} ; \textsc{Cordula} ; \textsc{Lucette} ; \textsc{Van}\}$. Nous considérons quatre constantes d'individus interprétées comme suit : $F_2(\mathbf{a}) = \textsc{Ada}$, $F_2(\mathbf{c}) = \textsc{Cordula}$, $F_2(\mathbf{l}) = \textsc{Lucette}$, $F_2(\mathbf{j}) = \textsc{Van}$; et regardons simplement l'interprétation de **aimer** définie ainsi : $F_2(\mathbf{aimer}) = \{\langle \textsc{Ada}, \textsc{Van} \rangle ; \langle \textsc{Cordula}, \textsc{Van} \rangle ; \langle \textsc{Lucette}, \textsc{Van} \rangle ; \langle \textsc{Van}, \textsc{Ada} \rangle ; \langle \textsc{Van}, \textsc{Van} \rangle\}$. Calculons maintenant la valeur sémantique de la formule (4) par rapport à $\mathcal{M}_2$ et g_1 (telle que définie plus haut).

(4) $\exists x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})$

(4) peut être une traduction (approximative) de *quelqu'un aime Ada*. Appliquons la règle (Sém.6′.a) :

- $[\![\exists x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_1} = 1$ ssi il existe au moins un individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}_2$ tel que $[\![\mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{d}/x]}} = 1$;
- choisissons $\textsc{Van}$ comme individu $\textsc{d}$ et calculons $[\![\mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}$; si nous trouvons 1, nous aurons bien montré que (4) est vraie ;
- d'après la règle (Sém.1) d'interprétation de LO (p. 79), nous savons que $[\![\mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}} = 1$ ssi $\langle [\![x]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}, [\![\mathbf{a}]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}} \rangle \in [\![\mathbf{aimer}]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}$;
- par définition, $[\![x]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}} = \textsc{Van}$, $[\![\mathbf{a}]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}$ vaut $\textsc{Ada}$ (cf. $F_2(\mathbf{a})$), et $[\![\mathbf{aimer}]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}$ est donné ci-dessus par F_2 ;
- il reste donc à vérifier que $\langle \textsc{Van}, \textsc{Ada} \rangle$ appartient à $F_2(\mathbf{aimer})$; et c'est bien le cas ;
- donc $[\![\mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}} = 1$, et donc $[\![\exists x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M}_2,g_1} = 1$.

Cet exemple illustre aussi le fait que nous avons montré, en « allant chercher » Van dans le domaine, que (4) est vrai par rapport à $\mathcal{M}_2$ et surtout par rapport à une fonction d'assignation (g_1) qui en soi ne parle pas du tout de Van. Mais c'est normal, car comme nous l'avons vu précédemment, *globalement* la dénotation d'une formule comme (4) *ne dépend* d'aucune fonction d'assignation : la démonstration ci-dessus repose surtout sur $g_{1[\text{Van}/x]}$, et nous aurions donc pu mener la même démonstration en partant de n'importe qu'elle assignation.

Cette remarque peut nous amener à la réflexion suivante : en fait les règles (Sém.6′) interprètent les formules en quantifiant sur les fonctions d'assignation. Et nous pourrions ainsi simplifier leurs énoncés en disant simplement : $[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe au moins une assignation g' telle que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g'} = 1$; en effet si $\exists v\varphi$ est vraie, on trouvera toujours une assignation g' qui assigne à v une valeur qui « marche ». De même, nous pourrions simplifier : $[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour toute assignation g', $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g'} = 1$, car, de fait, g' devra ainsi passer en revue toute les valeurs possibles pour v.

Cette idée est pertinente, mais la simplification suggérée est en fait trop… simple. Pour s'en convaincre regardons la formule (5) :

(5) $\exists x\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)$

Cette formule correspond (toujours approximativement) à *il y a quelqu'un que tout le monde aime*. Tentons de calculer sa dénotation par rapport à $\mathcal{M}_2$ et g_1 avec la version simplifiée des règles d'interprétation :

- $[\![\exists x\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_1} = 1$ ssi il existe une autre assignation, appelons-la d'abord g', telle que $[\![\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g'} = 1$;
- bien sûr nous aurons intérêt de choisir $g_{1[\text{Van}/x]}$ pour g' (car en regardant $\mathcal{M}_1$ on se doute que c'est Van qui est aimé de tous) ; donc maintenant calculons $[\![\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\text{Van}/x]}}$;
- par la règle simplifiée, nous aurons $[\![\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\text{Van}/x]}} = 1$ ssi pour toute fonction d'assignation possible, g'', $[\![\textbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g''} = 1$;
- mais maintenant si nous devons regarder *toutes* les assignations g'', alors nous allons passer en revue toutes les valeurs possibles pour x et y et nous allons trouver de mauvaises conditions de vérité : en examinant toutes les valeurs possibles combinées pour x et y nous chercherons à montrer que tout le monde aime tout le monde, ce qui n'est bien sûr pas le sens de (5).

L'erreur qui a été commise dans ce calcul est que nous avons oublié que nous avions choisi d'examiner seulement les cas où x représente Van, c'est-à-dire que nous avons oublié $g_{1[\text{Van}/x]}$. Pendant l'interprétation d'une formule, lorsque l'on rencontre une quantification existentielle, on contraint (et on modifie) l'assignation qui est initialement donnée en choisissant de fixer une valeur pour la variable quantifiée, mais on ne touche pas aux valeurs des autres variables, car celles-ci ont pu être déjà fixées par une passe précédente d'interprétation. On transmet ensuite l'assignation que l'on a contrainte à l'étape suivante de l'interprétation qui doit (récursivement) se souvenir des choix précédents. De même, lorsque l'on rencontre une quantification universelle, on fait varier la fonction d'assignation que l'on a, mais on la fait varier uniquement pour la valeur qu'elle peut donner à la variable quantifiée universellement. Il y a ensuite autant de passes d'interprétation qu'il y de a valeurs possibles pour cette variable (en fait autant qu'il y a d'individus dans $\mathcal{A}$) et chaque passe se souvient de la valeur provisoirement assignée à la variable quantifiée.

C'est pour ces raisons qu'une reformulation correcte des règles (Sém.6′) doit se faire dans les termes suivants :

a. $[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe au moins une assignation g' identique à g sauf pour la valeur qu'elle peut assigner à v et telle que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g'} = 1$;
b. $[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour toute assignation g' identique à g sauf pour la valeur qu'elle peut assigner à v, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g'} = 1$.

Ces assignations g' « identiques à g sauf pour la valeur qu'elles peuvent assigner à v » indiquent clairement qu'il faut se souvenir des valeurs assignées aux autres variables par g. Et finalement, ces reformulations sont tout à fait équivalentes à celles de (Sém.6′) (cf. la notation 3.1, p. 115), sauf qu'elles ne font plus explicitement mention des individus du domaine. Si je prends la peine de les présenter ici, c'est d'abord parce que de nombreux ouvrages de sémantique en font usage et qu'il est utile de les maîtriser. Ensuite, il est important de concevoir l'interprétation des formules quantifiées comme des quantifications sur les fonctions d'assignation, car certains phénomènes sémantiques s'expliquent adéquatement avec cette vision. Cependant, et cela ne change rien à la vision de la quantification, dans la suite de cet ouvrage, nous prendrons l'habitude de manipuler les formulations de (Sém.6′), qui restent plus commodes.

Pour conclure sur ce point, reprenons, mais correctement cette fois, l'interprétation de (5) :

- $[\![\exists x\forall y\,\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_1} = 1$ ssi il existe un individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}_2$, tel que $[\![\forall y\,\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{d}/x]}} = 1$;
- choisissons Van pour $\textsc{d}$ et calculons $[\![\forall y\,\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}}$;
- $[\![\forall y\,\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x]}} = 1$ ssi pour tout individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}_2$, on a $[\![\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{d}/y]}} = 1$;
- il nous faut donc examiner successivement
  - $[\![\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Ada}/y]}}$,
  - $[\![\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Cordula}/y]}}$,
  - $[\![\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Lucette}/y]}}$, et
  - $[\![\mathbf{aimer}(y,x)]\!]^{\mathcal{M}_2,g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Van}/y]}}$;
- en accélérant un peu le processus, cela nous amène à vérifier successivement que ⟨Ada, Van⟩, ⟨Cordula, Van⟩, ⟨Lucette, Van⟩, et ⟨Van, Van⟩ appartiennent à $F_2(\mathbf{aimer})$; c'est bien le cas, donc (5) est vraie par rapport à $\mathcal{M}_2$ et à g_1.

$$\begin{tikzcd}
 & & g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Ada}/y]} \\
g_1 \arrow[r] & g_{1[\textsc{Van}/x]} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Cordula}/y]} \\
 & & g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Lucette}/y]} \\
 & & g_{1[\textsc{Van}/x][\textsc{Van}/y]}
\end{tikzcd}$$

Fig. 3.1 : Parcours des assignations pour l'interprétation de (5)

Enfin, à titre de comparaison, nous pouvons regarder dans les grandes lignes l'interprétation de (6) par rapport à $\mathcal{M}_2$ et g_1 :

(6) $\forall y \exists x\, \mathbf{aimer}(y, x)$

En gardant les mêmes simplifications de traduction que précédemment, (6) signifie à peu près *tout le monde aime quelqu'un* (i.e. *une personne possiblement différente*), comme le montrent les étapes de calcul suivantes :

- $[\![\forall y \exists x\, \mathbf{aimer}(y, x)]\!]^{\mathcal{M}_2, g_1} = 1$ ssi pour tout individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}_2$, nous obtenons : $[\![\exists x\, \mathbf{aimer}(y, x)]\!]^{\mathcal{M}_2, g_{1[\textsc{d}/y]}} = 1$;
- il faudra donc calculer la valeur sémantique de $\exists x\, \mathbf{aimer}(y, x)$ successivement avec les valeurs Ada, Cordula, Lucette et Van pour y, c'est-à-dire avec quatre variantes « en y » successives de g_1 ;
- pour la variante $g_{1[\textsc{Ada}/y]}$, il faudra ensuite trouver une variante « en x » de cette assignation pour vérifier la quantification existentielle, cette nouvelle variante pourra être par exemple $g_{1[\textsc{Ada}/y][\textsc{Van}/x]}$;
- cette opération sera répétée pour $g_{1[\textsc{Cordula}/y]}$, puis pour $g_{1[\textsc{Lucette}/y]}$, puis pour $g_{1[\textsc{Van}/y]}$;

$$\begin{tikzcd}
 & g_{1[\textsc{Ada}/y]} \arrow[r] & g_{1[\textsc{Ada}/y][\textsc{Van}/x]} \\
g_1 \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & g_{1[\textsc{Cordula}/y]} \arrow[r] & g_{1[\textsc{Cordula}/y][\textsc{Van}/x]} \\
 & g_{1[\textsc{Lucette}/y]} \arrow[r] & g_{1[\textsc{Lucette}/y][\textsc{Van}/x]} \\
 & g_{1[\textsc{Van}/y]} \arrow[r] & g_{1[\textsc{Van}/y][\textsc{Van}/x]}
\end{tikzcd}$$

Fig. 3.2 : Parcours des assignations pour l'interprétation de (6)

Autrement dit, il faudra choisir *à quatre reprises* une assignation pour satisfaire (quatre fois) la quantification existentielle de (6) (i.e. $\exists x\ \mathbf{aimer}(y, x)$). Chacune de ces assignations prolonge une des quatre assignations exigées par la quantification universelle de (6). Il se trouve que par rapport à $\mathcal{M}_2$ (et à g_1) (6) est vraie, comme (5). Mais si dans le modèle on avait eu, dans $F_2(\mathbf{aimer})$, $\langle \textsc{Lucette}, \textsc{Ada}\rangle$ *au lieu de* $\langle \textsc{Lucette}, \textsc{Van}\rangle$, alors (6) aurait été encore vraie, mais (5) fausse. En effet (6) sera vraie dans ce nouveau modèle, et relativement à g_1, car on trouvera par exemple les assignations $g_{1[\textsc{Ada}/y][\textsc{Van}/x]}$, $g_{1[\textsc{Cordula}/y][\textsc{Van}/x]}$, $g_{1[\textsc{Lucette}/y][\textsc{Ada}/x]}$, et $g_{1[\textsc{Van}/y][\textsc{Ada}/x]}$ pour vérifier $\mathbf{aimer}(y, x)$; ici la combinaison de valeurs pour les variables x et y reste assez libre. Elle est beaucoup plus contrainte en revanche pour (5) : on peut au départ choisir librement une valeur pour x mais il faut s'y tenir dans la suite de l'interprétation.

Ces exemples montrent bien que les règles d'interprétation données ici rendent compte systématiquement des variations de lectures dues aux positions relatives des quantificateurs dans la représentation sémantique d'une phrase. Pour synthétiser (et schématiser) ces différentes lectures, les figures 3.1 et 3.2 représentent graphiquement les « parcours » successifs des assignations au cours des étapes de l'interprétation de (5) et (6).

3.1.3 Synthèse

Pour faire le point sur ce mécanisme d'interprétation qui met en jeu des fonctions d'assignation, récapitulons l'ensemble des règles qui définissent la sémantique de LO.

Nous identifions dans le langage de représentation sémantique LO, l'ensemble $\mathcal{V}ar$ qui est l'ensemble des variables de LO et l'ensemble *Cns* l'ensemble de ses constantes non logiques (comprenant donc les constantes d'individus et les constantes de prédicats). Les règles de formation des formules de LO sont données par la définition syntaxique 2.8, p. 67.

Définition 3.4 : Interprétation des termes

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F\rangle$ et g une fonction d'assignation :

- si v est une variable de $\mathcal{V}ar$, $[\![v]\!]^{\mathcal{M},g} = g(v)$;
- si a est une constante de *Cns*, $[\![a]\!]^{\mathcal{M},g} = F(a)$.

Définition 3.5 : Interprétation des formules

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F\rangle$ et g une fonction d'assignation de $\mathcal{V}ar$ dans $\mathcal{A}$.

(Sém.1) a. $[\![P(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},g}$;
b. $[\![P(\alpha, \beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g}\rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},g}$;
c. $[\![P(\alpha, \beta, \gamma)]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g}, [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},g}\rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},g}$;
d. etc.

(Sém.2) $[\![\alpha = \beta]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g}$.

(Sém.3) $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 0$.

(Sém.4) a. $[\![[\varphi \wedge \psi]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *et* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$.

b. $[\![[\varphi \vee \psi]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$.

c. $[\![[\varphi \rightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 0$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$.

d. $[\![[\varphi \leftrightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}$.

(Sém.5) a. $[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe au moins un individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$;

b. $[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour tout individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$.

Comme nous l'avons indiqué, ce qui fonde le principe interprétatif dont nous disposons à présent, c'est que la valeur sémantique, i.e. la dénotation, d'une expression se définit relativement à un modèle *et* à une fonction d'assignation donnée. La notion de vérité d'une formule (ou d'une phrase) est donc doublement relativisée. Mais cela ne nous empêchera pas, de temps à autre, de parler de la vérité d'une formule par rapport à un modèle seul,... du moins pour certaines formules de LO. Avec les éléments formels de métalangage que nous avons, nous pouvons exprimer la vérité d'une formule de la manière suivante.

Définition 3.6 : Vérité, ou satisfaction, d'une formule

$\mathcal{M}, g \models \varphi$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$; on dira alors que $\mathcal{M}$ et g satisfont φ.
On peut également noter : $\models_{\mathcal{M},g} \varphi$.
$\mathcal{M} \models \varphi$ ssi pour toute fonction d'assignation g, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$; et on dira que $\mathcal{M}$ satisfait φ.

C'est là ce que l'on nomme habituellement *le principe de satisfaction de Tarski*. Si $\mathcal{M} \models \varphi$, nous pourrons également nous autoriser à écrire $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, puisqu'alors la vérité de φ ne dépend d'aucune assignation[4].

En utilisant les règles d'interprétation de la définition 3.5, on peut montrer facilement que pour qu'un modèle $\mathcal{M}$ satisfasse à lui seul une formule φ (i.e. $\mathcal{M} \models \varphi$), il est nécessaire que φ ne contiennent pas de variables libres, puisque par définition, $\mathcal{M} \models \varphi$ vaut pour *toute* assignation[5].

[4] Mais attention, cette notation de $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ ne devra pas être confondue avec notre ancienne manière de représenter les dénotations au chapitre 2, car maintenant g est un paramètre obligatoire pour noter les dénotations. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ est une *généralisation* de la dénotation de φ.

[5] En fait, il existe quelques formules exceptionnelles qui contiennent des variables libres et dont la valeur de vérité reste la même quelle que soit l'assignation prise en compte ; le meilleur exemple est la formule : $x = x$.

Ainsi grâce aux assignations, nous pouvons également nous faire une idée du pendant sémantique des notions de variables libres et variables liées[6]. Si x apparaît comme variable libre dans φ, alors $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ dépend de la valeur que g assigne à x (sauf cas particuliers, cf. note 5). Inversement, si φ ne contient que des variables liées, alors la valeur de $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ ne dépend pas de g. De même, si ℓ est un lieur de LO, alors quand $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ dépend de la valeur que g assigne à x, $[\![\ell x\, \varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ ne dépend pas de cette valeur.

Enfin, à partir de la définition 3.6, nous pouvons redéfinir la notion de conséquence logique, d'une manière plus générale.

Définition 3.7 : Conséquence logique

$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n \models \psi$ ssi pour *tout* modèle $\mathcal{M}$ et pour *toute* assignation g tels que $\mathcal{M}, g \models \varphi_1$, $\mathcal{M}, g \models \varphi_2$,… et $\mathcal{M}, g \models \varphi_n$, on a $\mathcal{M}, g \models \psi$. On dira que ψ est une conséquence logique de l'ensemble de formules $\{\varphi_1 ; \varphi_2 ; \cdots ; \varphi_n\}$.

3.1.4 Sur le statut des fonctions d'assignation

Les fonctions d'assignation sont au cœur de la théorie. Elles constituent un appareil formel et technique qui permet d'effectuer des calculs de type quantificationnel (des sortes de dénombrements) afin d'interpréter des variables et les formules qui les contiennent. Précisément, elles permettent de déplacer (d'exporter) les mécanismes quantificationnels hors du langage objet (où les quantifications ne sont que représentées, par $\exists$ et $\forall$) vers le métalangage et le modèle (où les quantifications sont alors interprétées) : grâce aux assignations, ce qui est dit des variables dans LO est transposé, à l'extérieur de LO, aux valeurs que peuvent prendre ces variables. Les assignations sont donc un outil très précieux et efficace pour la sémantique. Mais au-delà de ce rôle utilitaire, nous pouvons nous demander si ces objets, ces fonctions d'assignations de valeurs aux variables, que nous manipulons dans nos calculs sémantiques, correspondent à (ou formalisent) quelque chose d'un peu plus « tangible » ou d'identifiable dans la réalité extralinguistique ; ou bien s'il s'agit d'un simple artifice d'aide au calcul exigé seulement pour les besoins de la théorie.

Rappelons d'abord que les fonctions d'assignations *ne font pas partie* du modèle : un modèle décrit un état du monde, et une distribution particulière de valeurs à des variables n'a rien à voir avec « comment est le monde ». C'est ce que nous avions vu avec les exemples (2) et (3), p. 112. Nous pouvons déjà nous accorder l'opinion que les assignations ne sont guère objectives, et même très arbitraires. Lorsqu'une variable représente réellement un pronom, comme en (3), les assignations sont, d'une certaine manière, chargées de nous dire à qui ou à quoi réfère le pronom, par exemple qui est *elle* en (3) :

(3) Elle bâille.
bâiller(x)

[6] Attention, il ne s'agit pas là de définitions, mais simplement de caractéristiques sémantiques de ce que sont les variables libres et les variables liées.

Or cette information, qui est *elle*, n'est contenue ni dans la phrase (et sa sémantique), ni dans le modèle : c'est uniquement l'affaire du locuteur, qui pense à un individu particulier en disant *elle*, ou qui a choisi d'appeler *elle* un individu particulier au sujet duquel il souhaite dire quelque chose. À la rigueur, nous pouvons considérer que c'est également l'affaire de l'allocutaire qui, face à (3), essaie de retrouver quel individu le locuteur a décidé de désigner par *elle*. Mais il est toujours question d'une certaine disposition mentale du locuteur, une sorte de « casting » des variables (ou des pronoms) dont il est le directeur. C'est pourquoi les fonctions d'assignation peuvent être vues comme des éléments de formalisation (de certaines dimensions) des *états cognitifs* du locuteur. Bien sûr, une assignation ne suffirait pas à elle seule à modéliser complètement les connaissances, l'attention ou la conscience d'un locuteur, mais elle y participe très certainement.

Il y a un autre angle d'attaque pour concevoir les assignations, qui n'est pas sans rapport avec le précédent. Une formule, comme (3), qui contient une ou plusieurs variable(s) libre(s) ne peut être ni vraie ni fausse si on l'interprète uniquement relativement à un modèle. Par conséquent, nous avons établi que la dénotation d'une expression correspond à sa valeur sémantique par rapport à un modèle et une assignation. Cependant, si on ne tient compte que d'un modèle, on peut malgré tout calculer une valeur sémantique pour l'expression. Et gardons à l'esprit que dans une conversation, l'enjeu n'est pas de juger de la vérité ou de la fausseté de ce que nous dit un locuteur : au contraire, la règle du jeu de la conversation consiste à accepter (au moins provisoirement) comme vrai ce que l'on nous dit et, de là, à « affiner » un modèle que nous supposons[7]. Et donc nous ne connaissons pas non plus par avance l'assignation que le locuteur à en tête : nous cherchons justement à la reconstituer. Ainsi, si nous supposons φ vraie dans un modèle $\mathcal{M}$, nous pouvons donner une valeur à $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$, même (et surtout) si φ contient des variables libres : $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M}}$ est l'ensemble de toutes les fonctions g telles que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$. C'est la valeur sémantique de φ relativement à $\mathcal{M}$, mais ce n'est pas sa dénotation. Et qu'ont en commun toutes les assignations, par exemple, de $[\![\textbf{bâiller}(x)]\!]^{\mathcal{M}}$? Simplement le fait qu'elles assignent toutes à x un individu qui bâille dans le modèle. Nous ne savons pas encore qui est exactement cet individu, mais nous savons que (3) est *pertinente* (i.e. vraie et conforme à l'état mental du locuteur) par rapport à de telles assignations. Nous avons donc là une condition *contextuelle* qui nous dit sous quelles hypothèses il est convenable d'interpréter (3) (pour à terme pouvoir efficacement affiner le modèle). Pour dire les choses autrement, nous avons une condition qui nous dit : « attention, avec (3), il y a quelqu'un derrière x, et ce quelqu'un n'est pas n'importe qui ». Comme cette condition est un préalable, elle peut se voir comme définissant un certain type de CONTEXTE. Il ne s'agit pas à proprement parler de ce que l'on appelle le contexte (ou la situation) d'énonciation (encore que ce ne soit pas complètement sans rapport, cf. *infra*) ; on parle plutôt de *contexte linguistique*[8] lorsque l'on cherche à « incarner » les assignations.

[7] Nous reviendrons sur cette question d'affinage du modèle dans le chapitre 4.

[8] Toute la sémantique dynamique se fonde sur cette idée ; cf. entre autres Groenendijk & Stokhof (1991). Nous n'aborderons pas explicitement la sémantique dynamique dans cet ouvrage, mais nous venons de l'effleurer ici.

Nous reviendrons plus précisément sur les contextes dans le chapitre 8 (vol. 2), mais nous pouvons déjà rattacher cette notion à un phénomène linguistique bien connu. En effet, les pronoms de la langue ont normalement un emploi soit ANAPHORIQUE soit DÉICTIQUE. Les pronoms anaphoriques ont cette propriété d'être interprétables en relation avec une autre expression qui est intervenue en général plus tôt[9] dans le discours, autrement dit dans le contexte. Cette expression est l'ANTÉCÉDENT du pronom et la relation qui les unit est une relation de CORÉFÉRENCE, c'est-à-dire d'identité de dénotation. Par conséquent, pour interpréter un pronom anaphorique, il faut savoir quels sont les antécédents disponibles dans le contexte du discours, en les gardant d'une certaine manière en mémoire. Les fonctions d'assignation (ou des ensembles de fonctions d'assignation) peuvent jouer ce rôle : si un pronom est représenté par la variable x, on pourra considérer qu'il est pertinent, ou approprié, de l'interpréter par rapport à une assignation pas complètement quelconque, mais une assignation dont on sait déjà qu'elle assigne à x une valeur valable comme antécédent pour le pronom. À cet égard les pronoms déictiques ne sont pas si différents des pronoms anaphoriques : ce qui les distingue essentiellement c'est que leur référence (dénotation) n'est pas donnée par le discours qui précède (via un antécédent), mais par le contexte d'énonciation, à savoir la situation dans laquelle a lieu l'acte de communication. Dans un telle situation il peut y avoir des individus que l'on désignera par les pronoms *il* ou *elle*. Il est parfois considéré que lorsqu'il ne semble pas y avoir d'antécédents satisfaisant dans le contexte linguistique, la fonction d'assignation va alors « piocher » des valeurs pour les variables pronominales dans le contexte d'énonciation, i.e. parmi les individus présents physiquement.

3.1.5 Restriction du domaine de quantification

Les règles d'interprétation des quantifications (Sém.5) « regardent » tout le domaine d'individus $\mathcal{A}$ du modèle, c'est-à-dire la population entière du monde décrit par le modèle. Mais en français, lorsque l'on emploie des expressions qui s'analysent par une quantification (des déterminants) comme *tous les* ou *un*, on ne se base pas sur ce domaine en entier, on le restreint implicitement. Cela semble tout à fait évident et ordinaire, mais il faut savoir ce que le système d'interprétation de LO a à dire sur ce phénomène.

Imaginons par exemple une conversation où il est fait le récit d'un dîner qui s'est déroulé quelques jours auparavant, on raconte qu'il y a eu de la tarte à la rhubarbe au dessert, et quelqu'un ajoute alors[10] :

(7) Et tout le monde a fait une crise d'urticaire.

Le locuteur qui énonce (7) n'est pas en train de signaler une pandémie mondiale ; il ne parle que des convives du dîner en question. Or si on considère que *tout le monde*

[9] Lorsque l'expression intervient après le pronom, on dit que celui-ci a un emploi cataphorique ; exemple : *Si elle*$_1$ *remporte ce tournoi, Amélie*$_1$ *deviendra N°1 mondiale.* On considérera que dans ces cas là, la structure syntaxique produit un ordre hiérarchique où l'antécédent domine d'une certaine manière le pronom. Cela ne résout pas forcément tous les cas de cataphores, mais nous nous en tiendrons à cette hypothèse dans le cadre de cet ouvrage.

[10] Cet exemple est emprunté à von Fintel (1994).

correspond à une quantification universelle restreinte aux êtres humains, alors (7) se traduit par (8) (sans entrer dans le détail de l'analyse du prédicat verbal) :

(8) $\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \mathbf{crise.urtic}(x)]$

Les conditions de vérité de (8) sont que tout individu du modèle (donc du monde) qui est humain a fait une crise d'urticaire. Par conséquent, si (8) était exactement le sens de la phrase (7), alors le locuteur qui l'a prononcée dirait quelque chose de certainement faux dans le contexte que nous imaginons ici. Ce n'est évidemment pas ce qui se passe en réalité. Pourtant en (7) il s'agit grammaticalement du même *tout le monde* que dans (9), où là il est bien question de tous les individus du modèle qui sont dans la dénotation de **humain**.

(9) Tout le monde meurt un jour.

Mais les restrictions implicites du domaine de quantification sont plutôt extrêmement courantes dans l'usage[11]. C'est ce que montrent encore les exemples suivants :

(10) a. Tous les étudiants ont eu la moyenne.
b. Un étudiant a eu la moyenne.

Sans restreindre la quantification à un ensemble particulier (et certainement petit) d'étudiants, (10a) sera trivialement fausse par rapport à tout modèle réaliste et normal (car dans le monde on trouvera toujours un étudiant qui n'a pas la moyenne) et (10b) sera trivialement vraie (car on en trouvera toujours un qui a eu la moyenne). Autrement dit, si l'on prend au pied de la lettre les quantifications de ces exemples, on obtient de mauvaises conditions de vérité.

On pourrait suggérer que des phrases comme celles-ci « travaillent » en fait sur des mini-modèles comme les modèles-jouets vus précédemment pour illustrer les règles d'interprétation de LO. Mais de tels modèles ne sont pas vraiment réalistes ; nous les employions à des fins purement pédagogiques. Dans un cadre de communication standard (et réaliste) on tient compte d'un modèle qui est supposé décrire un état du monde entier. L'exemple suivant illustre ce fait (l'exemple est de D. Westerståhl, cité par von Fintel (1994)) :

(11) La Suède est un pays étonnant. Tous les joueurs de tennis ressemblent à Björn Borg, et il y a plus d'hommes qui jouent au tennis que de femmes. Bien sûr, les hommes comme les femmes détestent les joueurs de tennis étrangers.

Sans entrer dans les détails de l'analyse sémantique de cet exemple, nous pouvons cependant constater que si nous décidions d'interpréter cette suite de phrases par rapport

[11] Il est possible que toutes les expressions de la quantification en français n'exigent pas le même type de restriction. Ainsi il semble plus naturel de dire *tout homme est mortel* pour énoncer une grande généralité (i.e. non restreinte) que de dire *chaque homme est mortel* – *chaque* donnant l'impression de devoir quantifier sur un ensemble d'hommes bien particulier.

à un sous-modèle qui ne contient dans son domaine que des habitants de la Suède, cela permettrait d'avoir les bonnes conditions de vérité allant avec *tous les joueurs de tennis*, *les hommes*, *les femmes*, mais ensuite nous serions alors bloqués, car dans ce modèle il n'y aurait pas de dénotation pour le GN *les joueurs de tennis étrangers* puisque son domaine ne comprend que des suédois.

La restriction implicite qui s'ajoute à une quantification est en fait dépendante du *contexte* de la conversation ou, si l'on veut, elle est sous-entendue par le locuteur. C'est pourquoi une telle restriction n'est pas codée par le modèle, car un modèle décrit l'état du monde et un locuteur ne décide pas de comment est le monde. Par contre il décide de ce dont il veut parler, de ce à quoi il fait référence. C'est comme si par exemple les phrases (10a) et (10b) contenaient une sorte d'expression anaphorique ou déictique invisible mais plus ou moins équivalente à ce qu'on retrouve dans *tous les étudiants* du groupe en question, *un étudiant* du groupe en question. Et cela tend à montrer que la restriction est non seulement contextuelle mais aussi *locale* à la phrase qui contient la quantification. À tout moment dans la conversation (y compris à l'intérieur d'une même phrase), le locuteur peut modifier la restriction (la réduire ou l'étendre) ; c'est ce qui se passe dans la dernière phrase de (11).

Une manière de sauver les conditions de vérité d'une phrase quantifiée usuelle consiste donc à faire intervenir un prédicat supplémentaire dans la représentation sémantique de la phrase en LO. Ce prédicat traduit la condition de restriction qui est « invisible », i.e. implicite dans la phrase. Pour l'instant, nous n'avons pas encore les moyens techniques de traduire cela exactement dans LO, mais l'idée est la suivante : on ajoute dans la formule un « pseudo-prédicat » ou un prédicat « anonyme » au côté du prédicat nominal qui correspond au GN quantifié de la phrase. Appelons par exemple C ce pseudo-prédicat, les phrases (7), (10a) et (10b) seront alors correctement traduites respectivement par :

(12) a. $\forall x[[\mathbf{humain}(x) \wedge C(x)] \rightarrow \mathbf{crise.urtic}(x)]$
b. $\forall x[[\mathbf{étudiant}(x) \wedge C(x)] \rightarrow \mathbf{avoir.moyenne}(x)]$
c. $\exists x[[\mathbf{étudiant}(x) \wedge C(x)] \wedge \mathbf{avoir.moyenne}(x)]$

De manière générale, on ne sait pas forcément ce que dénote exactement ce prédicat C, mais on sait que c'est un prédicat à une place et qu'il dénote donc un certain ensemble d'individus. Et c'est précisément ce dont nous avons besoin : un sous-ensemble de $\mathcal{A}$ auquel se restreint la quantification. Les conditions de vérité de (12b) par exemple sont : pour tout individu qui est un étudiant *et* qui fait partie de l'ensemble C (ou plus exactement de l'ensemble $[\![C]\!]^{\mathcal{M},g}$) cet individu a eu la moyenne. En fait C est une *variable de prédicat* – ce qui n'existe pas pour le moment dans LO tel que nous l'avons défini[12], mais disons simplement que C est aux ensembles d'individus ce que les pronoms sont aux individus. C'est pour cela que j'ai parlé de prédicat anonyme, et cela rend également compte de la dépendance contextuelle de la restriction. Comme C est une variable, elle est en fait interprétée par une fonction d'assignation g, qui encode des informations du contexte. Ainsi (7) s'interprétera le plus naturellement si on l'évalue par rapport à une

[12] Mais ce n'est pas une hérésie formelle : nous verrons au chapitre 5 comment introduire très rigoureusement dans LO toute sorte de variables, dont des variables de prédicat.

fonction g qui assigne à C l'ensemble des convives du dîner dont on parle dans la conversation. De même pour (10a) et (10b) qui seront normalement évaluées par rapport à une assignation qui fait de C la classe d'étudiants dont parle le locuteur[13].

3.2 Groupes nominaux et portées

3.2.1 La notion de portée dans la langue

Nous avons vu au chapitre précédent que, par nature, un quantificateur possède une PORTÉE ; c'est une propriété structurelle, c'est-à-dire syntaxique, de LO. Rappelons (définition 2.14, p. 92) que la portée d'un quantificateur $\exists x$ ou $\forall x$ dans une formule est la sous-formule qui suit immédiatement le quantificateur ; c'est-à-dire φ dans $\exists x\varphi$ ou $\forall x\varphi$.

Mais la portée est aussi (et avant tout) un phénomène interprétatif, dont a déjà pu se faire une idée dans les pages qui précèdent. Nous allons ici examiner de près ce phénomène, pour voir comment au juste il se manifeste dans les données linguistiques, c'est-à-dire dans des phrases du français. En effet, la démarche de l'analyse sémantique n'est pas exactement de se dire qu'un GN se reflète par un quantificateur dans LO, qu'un quantificateur a une portée dans LO, et donc qu'un GN a une portée. Au contraire, il s'agit plutôt de constater que sémantiquement tel GN induit ou s'accompagne d'un phénomène de portée, et d'en conclure alors que ce GN doit (probablement) se traduire par une quantification dans LO. Il s'agit donc d'abord de voir comment détecter des portées dans des phrases.

Cela va nous amener à constater que la notion de portée dite logique que nous avons vue ne coïncide pas exactement avec ce que l'on appelle la portée d'un constituant dans une langue comme le français ; cependant les deux sont corrélées et nous essaierons de voir comment. De plus, les observations que nous allons faire vont finir par nous amener, en sous-texte, à soulever la question (non triviale) de ce que dénote au juste un GN.

3.2.1.1 Portées des GN et covariation

Nous savons maintenant, au moins intuitivement, que la traduction de GN construits avec certains déterminants du français fait intervenir des quantificateurs : ainsi *tout(e) N*, *chaque N*, *tou(te)s les N* et dans une certaine mesure *les N* correspondent à une quantification universelle ($\forall$), et l'indéfini *un(e) N* correspond à une quantification existentielle ($\exists$)[14]. Regardons ainsi une phrase qui combine ces deux types de déterminants :

(13) Chaque appartement possède une salle de bain.

[13] Remarque : un autre traitement formel envisageable de la restriction serait de l'implémenter directement au niveau des assignations, sans faire intervenir de prédicat C dans la traduction en LO. Il suffirait simplement de dire qu'une phrase doit normalement s'interpréter par rapport à des fonctions g qui ne projettent pas les variables sur tout $\mathcal{A}$ mais seulement un sous-ensemble pertinent pour le contexte. Cela reviendrait à peu de chose près à la solution présentée *supra* sauf qu'il serait techniquement moins aisé de rendre compte des changements locaux et multiples de la restrictions comme en (11).

[14] L'indéfini pluriel *des N* peut aussi, dans certaines conditions, se traduire par une quantification existentielle.

Le phénomène sémantique à observer ici est que, le GN indéfini *une salle de bain* a beau être singulier, on constate que cette phrase ne fait pas référence à *une* salle de bain. En fait en (13), il est question d'autant de salles de bain qu'il y a d'appartements ; c'est donc un effet de *multiplication* dénotationnel qui est à l'œuvre ici : le GN existentiel *une salle de bain* (ou plus exactement sa dénotation) semble être multiplié par le GN universel *chaque appartement*. Cela peut s'illustrer facilement : il suffit d'imaginer des modèles par rapport auxquels (13) est vraie. Par exemple, un modèle $\langle \mathcal{A}, F \rangle$ où $\mathcal{A}$ contient, disons, 138 objets qui sont des appartements et 138 autres objets qui sont des salles de bains et tels que chacune des salles de bains se trouve dans un des appartements (l'important pour que (13) soit vraie, c'est qu'il n'y ait pas dans $\mathcal{A}$ d'appartement sans salle de bain, et donc il y aura au moins autant de salles de bain que d'appartements).

On dit également, pour exprimer cette même idée, que le GN *une salle de bain* COVARIE avec le GN *chaque appartement*. En effet *chaque appartement* correspond à une quantification universelle et provoque donc une variation (i.e. la variation de valeurs assignées à une variable) et *une salle de bain* se retrouve comme entraîné ou embarqué par la variation due au premier GN. Cette COVARIATION, ou cet effet de multiplication, est précisément une manifestation interprétative du phénomène de portée des GN : si le second GN covarie avec le premier GN c'est que le second se trouve *dans la portée* du premier. Et bien sûr, cela apparaît clairement dans la traduction de (13) en LO :

(14) $\forall x[\mathbf{appart}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{sdb}(y) \wedge \mathbf{possède}(x, y)]]$

Dans cette formule (14), la portée de $\forall x$ est $[\mathbf{appart}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{sdb}(y) \wedge \mathbf{possède}(x, y)]]$ où l'on retrouve bien le quantificateur existentiel $\exists y$ qui provient du GN objet de (13). Et le phénomène de multiplication dénotationnelle observée en (13) est proprement prédit par les règles d'interprétation de LO, en l'occurrence (Sém.6), si on les applique à (14). On s'en est déjà rendu compte avec les exemples (5) et (6) vus en §3.1.2 et les figures 3.1 et 3.2 (pp. 119 et 119). (14) est de la forme $\forall x[\varphi \rightarrow \exists y\psi]$ et on doit interpréter cette formule par rapport à une assignation quelconque g ; et pour ce faire, la règle (Sém.6) nous demande d'interpréter $[\varphi \rightarrow \exists y\psi]$ pour toutes les variantes en x de g, par conséquent on devra ensuite recommencer l'interprétation de $\exists y\psi$ autant de fois qu'il y a de ces variantes ; et comme l'interprétation de $\exists y\psi$ consiste à trouver une variante en y de l'assignation courante, on obtient bien l'effet de multiplication attendu sur la valeur de y (assignée par les variantes successives de g).

Il est important de remarquer ici que nous faisons un double usage du terme (et de la notion) de PORTÉE. Nous avons parlé de la portée d'un GN et ce faisant nous nous situons par rapport au français (ou tout autre langue naturelle) ; et nous avons également parlé de la portée d'un quantificateur, en nous situant alors dans LO. Techniquement, ce n'est pas exactement la même chose ; simplement la notion formelle de portée définie dans LO *explique* le phénomène sémantique de portée observé dans la langue. Et d'ailleurs, un quantificateur de LO, c'est-à-dire une séquence $\forall x$ ou $\exists y$, ne traduit pas complètement la contribution d'un GN puisqu'il faut évidemment tenir compte du matériau lexical (nominal) du GN qui correspond à des prédicats (ici **appart** et **sdb** pour *appartement* et *salle de bain* respectivement)[15].

Pour dire les choses encore autrement, nous constatons que certains groupes nominaux induisent de la covariation, et par analogie avec les quantificateurs de LO, nous en concluons qu'ils ont une portée et donc qu'il peut être raisonnable de les analyser au moyen des quantifications logiques définies en (Sém.6).

3.2.1.2 Portée large et portée étroite

Ce parallélisme observé entre les GN de la langue et les quantificateurs de LO va nous permettre de définir les termes de PORTÉE LARGE et PORTÉE ÉTROITE, que nous aurons souvent l'occasion d'employer par la suite. Par la syntaxe de LO, nous savons repérer (dans une formule donnée) qu'un quantificateur se trouve dans la portée d'un autre quantificateur. Par exemple en (14), $\exists y$ est dans la portée de $\forall x$. En retournant au français, nous en avons déduit que *une salle de bain* s'interprète dans la portée de *chaque appartement*. Dans ce cas, nous dirons aussi que le GN *chaque appartement* a portée large par rapport (ou sur) le GN *une salle de bain*, dont on dira qu'il a portée étroite.

Définition 3.8 : Portée large *vs* portée étroite

On dit que dans une phrase, un GN α s'interprète avec portée large par rapport à un GN β, et que β s'interprète avec portée étroite par rapport à α, si en traduisant la phrase dans LO, β correspond à un quantificateur situé dans la portée du quantificateur qui représente α.
Par extension on dira qu'un GN a portée étroite lorsqu'il n'y a aucun autre GN dans sa portée, et qu'un GN a portée large lorsque tous les autres GN sont dans sa portée.

Pour résumer que α a portée large sur β, on utilise parfois la notation $\alpha > \beta$[16].

À ce stade, il est légitime de se demander jusqu'à quel point le parallélisme français–LO est robuste et de voir s'il peut faire les prédictions attendues au sujet des GN de la langue. Cela va nous amener à nous interroger sur les règles (ou les contraintes) qui déterminent la portée effective d'un GN dans la langue.

Nous avons vu que la portée d'un GN, comme celle d'un quantificateur de LO, est en quelque sorte la zone d'influence du GN (ou du quantificateur), en ce sens qu'une variation induite par un GN (comme un quantificateur universel) se répercute sur un GN qui en soi ne produit pas de variation (comme un quantificateur existentiel). Matériellement, dans une langue comme le français, cette zone d'influence semble être délimitée d'une

[15] La traduction compositionnelle et méthodique des GN dans LO est d'ailleurs une tâche qui est loin d'être triviale ; nous y reviendrons précisément dans le chapitre 5.

[16] Cette notation ne fait, bien sûr, pas partie de LO, c'est juste un raccourci paresseux pour indiquer que α a portée large sur β.

manière qui « imite » ce qu'on observe dans la structure de LO : en (13) le GN qui est à droite d'un autre GN se retrouve dans sa portée, de même qu'en LO la portée d'un quantificateur est une zone qui se situe sur sa droite. On pourrait donc en déduire une règle très simple pour interpréter les GN en français : tout GN α qui se trouve à droite d'un GN β se trouve dans la portée de β.

Cependant, comme on s'en doute bien, les choses ne se passent du tout ainsi dans les faits, comme en témoigne la phrase (15a) qui se traduit naturellement en (15b).

(15) a. Tous les policiers dépendent d'un ministre.
b. $\exists x[\mathbf{ministre}(x) \wedge \forall y[\mathbf{policier}(y) \rightarrow \mathbf{dépendre}(y, x)]]$

Bien que situé à droite du GN *tous les policiers*, le GN *un ministre* ne covarie pas avec le premier, et c'est pourquoi $\forall y$ apparaît dans la portée de $\exists x$ en (15b). Et on dira donc que *tous les policiers* est interprété dans la portée de *un ministre*.

Ce que cet exemple fait apparaître, en premier lieu, c'est que la portée d'un GN n'est pas déterminée par sa position dans la phrase. C'est particulièrement visible avec (16) où là (du moins dans l'interprétation la plus naturelle de la phrase) le GN complément circonstanciel *chaque pièce* a portée sur le GN complément d'objet *un tableau* (il y a bien covariation de ce GN).

(16) Annie a accroché un tableau dans chaque pièce.

Les exemples (15) et (16) illustrent ce que l'on nomme le phénomène de PORTÉE INVERSÉE : un groupe nominal qui se trouve à droite d'un autre est néanmoins interprété avec portée large sur ce dernier.

Or nos règles sémantiques (Sém.5) n'expliquent pas (et pour cause, car ce n'est pas leur rôle) pourquoi l'ordre des quantificateurs dans les traductions de (13) et (15) est différent, alors que les structures syntaxiques des deux phrases sont assez similaires.

L'explication (si c'en est une…) est qu'en fait, par défaut, les phrases contenant plusieurs quantificateurs (différents) sont AMBIGUËS. Le quantificateur qui représente un GN peut se placer à « divers » endroits de la formule qui traduit la phrase où il apparaît. C'est ce qu'illustrent (17) et (18), qui sont effectivement ambiguës.

(17) a. $\left.\begin{array}{l}\text{Chaque dossier sera examiné}\\ \text{Tous les dossiers seront examinés}\end{array}\right\}$ par un relecteur.
b. $\forall x[\mathbf{dossier}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{relecteur}(y) \wedge \mathbf{examiner}(y, x)]]$
c. $\exists y[\mathbf{relecteur}(y) \wedge \forall x[\mathbf{dossier}(x) \rightarrow \mathbf{examiner}(y, x)]]$

(18) a. (Tous) les élèves ont dessiné une fresque.
b. $\forall x[\mathbf{élève}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{fresque}(y) \wedge \mathbf{dessiner}(x, y)]]$
c. $\exists y[\mathbf{fresque}(y) \wedge \forall x[\mathbf{élève}(x) \rightarrow \mathbf{dessiner}(x, y)]]$

Et (13) et (15) sont également ambiguës dans leurs structures sémantiques, au moins initialement. Simplement, dans ces exemples, nous excluons immédiatement, sans y penser, une des deux lectures, car elle est à chaque fois très décalée de notre vision habituelle du monde : une même salle de bain pour plusieurs appartement et un ministre par policier sont des idées qui nous semblent saugrenues ou inattendues. Mais ce sont nos connaissances du monde qui nous font porter ces jugements, et pas la sémantique (du français) en soi. Donc linguistiquement, (13) et (15) sont très probablement similaires à (17) et (18), du point de vue de leurs structures.

La conclusion que nous pouvons tirer maintenant mérite d'être posément explicitée ; elle n'est pas triviale, car elle malmène un peu notre principe de compositionnalité. D'abord l'interprétation des GN n'est pas nécessairement locale, au contraire elle peut se faire « distance », elle est déplaceable ou extraposable vers la gauche de la structure sémantique. Ce phénomène, qui nous est objectivement signalé par les données linguistiques, devra être intégré dans le système formel par lequel nous décrivons le fonctionnement de la langue. Mais pour l'instant nous n'en avons pas les moyens. En effet ce déplacement interprétatif des GN est d'une part optionnel, mais aussi toujours possible, ce qui cause les ambiguïtés systématiques observées ci-dessus. C'est ce qui met en péril le principe de compositionnalité : nous trouvons des phrases qui a priori possèdent *une* structure syntaxique mais donnent lieu à plusieurs interprétations ; leur sens n'est donc pas simplement déterminé par le sens de leurs parties et leurs modes de combinaison. Il nous faudra trouver une solution à cette carence du système, et nous y reviendrons dans le chapitre 6, §6.3, lorsque nous aborderons la question de l'interface syntaxe–sémantique. Pour l'instant, nous devons nous contenter d'admettre cette « mobilité sémantique » des GN.

Terminons cette sous-section en examinant quelques exemples supplémentaires concernant le phénomène. D'abord il a été postulé que l'ambiguïté de portée des GN est systématique (du moins tant qu'on ne fait pas intervenir de considérations pragmatiques), et elle se manifeste par un effet de covariation. Cependant – on s'en doute bien – on peut trouver des phrases comportant plusieurs GN mais qui ne font pas apparaître de covariation. Ce sont les cas où les GN en question correspondent au même type de quantification, comme en (19a) et (20a).

(19) a. Tout le monde connaît toutes les réponses.
b. $\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \forall y[\mathbf{réponse}(y) \rightarrow \mathbf{connaître}(x,y)]]$
c. $\forall y[\mathbf{réponse}(y) \rightarrow \forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \mathbf{connaître}(x,y)]]$
d. $\begin{Bmatrix}\forall x\forall y\\ \forall y\forall x\end{Bmatrix}[[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{réponse}(y)] \rightarrow \mathbf{connaître}(x,y)]$

(20) a. Quelqu'un a trouvé une clé.
b. $\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \exists y[\mathbf{clé}(y) \wedge \mathbf{trouver}(x,y)]]$
c. $\exists y[\mathbf{clé}(y) \wedge \exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{trouver}(x,y)]]$
d. $\begin{Bmatrix}\exists x\exists y\\ \exists y\exists x\end{Bmatrix}[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{clé}(y) \wedge \mathbf{trouver}(x,y)]$

Dans ces exemples, quel que soit le GN auquel on attribue une portée large par rapport à l'autre (ce qui est illustré dans les formules (b) et (c) ci-dessus), la phrase en français a toujours la même interprétation. La raison est que les formules (b) et (c) de (19) et (20) sont sémantiquement équivalentes, et peuvent d'ailleurs se ramener aussi aux variantes (d). Par exemple (19b) dit qu'un individu x, quel qu'il soit, connaît l'ensemble des réponses, et (19c) dit que pour chacune des réponses y, celle-ci est connue de l'ensemble des individus. À l'arrivée, il est demandé dans les deux cas de vérifier que $[[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{réponse}(y)] \rightarrow \mathbf{connaître}(x, y)]$ est vrai pour toutes les valeurs qu'on peut assigner à x et à y. Les conditions de vérité sont bien identiques. C'est similaire pour (20). On peut déduire alors que le mécanisme de déplacement interprétatif des GN est possiblement à l'œuvre ici, mais il produit des ambiguïtés artificielles et invisibles.

Cependant il est important de noter que les ambiguïtés de portée peuvent néanmoins se faire sentir entre deux GN qui font intervenir des quantifications assez similaires. Ainsi les phrases qui comportent deux indéfinis pluriels et numéraux comme en (21a). Bien sûr, pour le moment, LO ne nous permet pas de rendre compte précisément de la sémantique des déterminant cardinaux comme *deux* et *trois* ; LO reste assez grossier à cet égard : il ne sait expliciter directement que la contribution de GN correspondant à des quantifications existentielles simples (i.e. singulières) et à des universelles. Mais les gloses données en (21b) et (21c) nous livrent des conditions de vérités qui distinguent deux attributions différentes de portées larges et étroites :

(21) a. Trois stagiaires ont appris deux langues étrangères.
b. *Il existe trois individus stagiaires tels que pour chacun de ces stagiaires il existe deux langues étrangères qu'il a apprises.*
c. *Il existe deux langues étrangères telles que pour chacune de ces langues il existe trois stagiaires qui l'ont apprise.*

En (21b) il est question possiblement de six langues différentes : *deux langues étrangères* subit la covariation de *trois stagiaires* du fait de sa portée étroite. En (21c) on n'évoque que deux langues (et éventuellement jusqu'à six stagiaires), du fait de l'inversion de portée. Notons que par analogie avec le déterminant *un*, qui est l'indéfini singulier mais aussi le cardinal unitaire, il s'avère raisonnable d'interpréter *deux* et *trois* par des quantifications existentielles comme le suggèrent les gloses (21b) et (21c) en *il existe…*. Mais on remarquera aussi que ces gloses révèlent une quantification universelle, via *chacun(e)*. C'est vraisemblablement un effet du pluriel[17] et aussi ce qui peut expliquer l'ambiguïté effective de la phrase : les portées larges et étroites confrontent ici des quantificateurs existentiels et un quantificateur universel « caché ».

Enfin, il est important de signaler que les GN et les quantificateurs ne sont pas les seuls éléments susceptibles d'avoir une portée et d'entrer ainsi dans la ronde des ambiguïtés observées ici. C'est par exemple le cas de la négation. Dans LO, on peut définir la portée de l'opérateur $\neg$: c'est la (sous-)formule à laquelle il s'adjoint par la règle syntaxique (Syn.3). Posons donc une définition générique concernant tout opérateur unaire de LO :

[17] Nous reviendrons plus précisément sur cette question en étudiant la pluralité au chapitre 10 (vol. 2). Indiquons seulement que la difficulté qui se pose à LO ici est qu'il n'est pas (encore) capable d'interpréter la relation exprimée par la préposition *de* dans les parties de gloses comme : *pour chacun de ces stagiaires.*

Définition 3.9 : Portée d'un opérateur de LO

Soit $*$ un opérateur de LO que la syntaxe introduit par une règle de la forme :

si φ est une formule, alors $*\varphi$ est aussi une formule.

On dira alors que φ est la portée de cette occurrence de l'opérateur $*$ dans la formule plus grande où il s'insère.

Pour le moment nous ne connaissons que l'opérateur $\neg$ qui remplisse ces conditions, mais nous en verrons d'autres plus tard ; c'est pourquoi la définition est formulée sur un mode générique, au moyen du méta-opérateur $*$.

Puisque $\neg$ a une portée, celle-ci peut être large ou étroite relativement à celle d'un quantificateur (ou d'un autre opérateur). Une ambiguïté est alors envisageable et elle se répercute effectivement en français, comme l'illustre (22) où dans chaque traduction la portée de la négation est soulignée :

(22) a. Marie n'aime pas tous ses camarades.
b. $\forall x[\mathbf{camarade}(x, \mathbf{m}) \rightarrow \neg\, \underline{\mathbf{aimer}(\mathbf{m}, x)}]$
c. $\neg \underline{\forall x[\mathbf{camarade}(x, \mathbf{m}) \rightarrow \mathbf{aimer}(\mathbf{m}, x)]}$

Selon (22b), le GN *tous ses camarades* a porté large sur la négation. La phrase dit alors que tous les camarades de Marie font l'objet de sa « non-affection » : elle n'en aime aucun. Selon (22c), le GN a portée étroite, et c'est la quantification universelle qui est niée par $\neg$: il n'est pas vrai que Marie les aime tous, donc il en suffit d'un qu'elle n'aime pas.

Remarquons qu'il n'est pas indispensable ici de supposer que la négation s'interprète à distance, comme nous l'avons postulé pour les GN. Le déplacement interprétatifs des GN seuls est suffisant pour rendre compte de l'ambiguïté en (22) : on peut se contenter de dire que c'est *tous ses camarades* qui s'est « déplacé » en (22b) (alors qu'il n'a pas bougé en (22c)).

La négation n'induit pas en soi une covariation[18], simplement sa sémantique interagit, ou non, avec celle d'un quantificateur, en fonction de leurs portées relatives. Mais il y a d'autres expressions de la langue qui, sans être des GN sujets ou compléments, interagissent également avec des GN/quantificateurs et qui par elles-mêmes induisent de la covariation. Ce sont des expressions « adverbiales » comme celles soulignées en (23) :

(23) a. En vacances, Bill visite *souvent* un musée.
b. Ces jours-ci, Bill visite un musée *quotidiennement*.
c. *Tous les jours*, Bill visite un musée.

Dans ces exemples, l'indéfini singulier *un musée* peut, sous une certaine lecture, être multiplié. C'est la lecture où Bill visite un musée différent à chaque fois. Si le GN est multiplié c'est qu'il covarie avec un autre élément de la phrase. Et cet élément, respon-

[18] À moins d'y voir éventuellement une multiplication par zéro.

sable de la variation, c'est justement l'adverbe ou l'expression adverbiale. À cet égard, on les nomme habituellement ADVERBES DE QUANTIFICATION, car ils expriment eux aussi une quantification et ils ont une portée qui peut être large ou étroite par rapport à des GN.

Nous reviendrons sur ce genre d'adverbes en §3.2.3. Pour l'instant nous pouvons simplement remarquer que là encore LO, en l'état, manque d'expressivité pour traduire précisément les phrases (23). Au mieux, nous pouvons suggérer les pseudo-formules suivantes, où l'adverbe interviendrait sous la forme d'un opérateur unaire :

(24) a. *Souvent* $\exists x[\mathbf{musée}(x) \wedge \mathbf{visiter}(\mathbf{b}, x)]$
b. $\exists x[\mathbf{musée}(x) \wedge \textit{Souvent}\ \mathbf{visiter}(\mathbf{b}, x)]$

Mais attention, il n'agit pas de vraies formules de LO, donc cela ne peut pas constituer pour l'instant une véritable analyse sémantique du phénomène (nous ne saurions expliciter leurs conditions de vérité). Prenons les seulement comme un moyen de subodorer une analyse possible. Et pour une approche plus approfondie de ce genre d'analyse, on peut se reporter à l'article important de Lewis (1975).

3.2.1.3 Limite de portée

Les exemples que nous venons de voir, et notamment ceux qui présentent des ambiguïtés, nous montrent que les GN sont sémantiquement mobiles en ce sens qu'ils peuvent s'interpréter « plus à gauche » que là où ils apparaissent dans la structure de la phrase. Et j'ai même indiqué que cette mobilité était systématique, c'est-à-dire que ce déplacement interprétatif à gauche était toujours possible. Mais en fait c'est inexact : les données linguistiques nous montrent clairement qu'il y a des contraintes et des limites à la mobilité sémantique des GN/quantificateurs. Même si, comme nous allons le voir, ces contraintes semblent relever de la structure syntaxique de la phrase, il est très important de les connaître pour l'analyse sémantique, par exemple lorsqu'il s'agit de caractériser les propriétés sémantiques des différents types de GN.

Pour mettre en évidence cette limite de portée mobile des GN, le plus simple est de comparer les deux exemples (25) et (26).

(25) Jean a une femme dans chaque port.

L'interprétation la plus naturelle pour (25) est aussi la moins morale : c'est celle où *une femme* covarie avec *chaque port*, c'est-à-dire celle où *chaque port* s'interprète avec une portée large. Quant à l'autre lecture, celle où *une femme* a portée large et ne covarie pas, nous l'excluons immédiatement, pour des raisons pragmatiques : elle implique qu'une même femme habite dans tous les ports que Jean fréquente, et c'est assez peu plausible. Or c'est précisément pour cette raison que (26) est bizarre.

(26) $^{?}$Jean a une femme qui vit dans chaque port.

Contrairement à (25), (26) ne présente qu'une seule lecture, celle où *chaque port* a portée étroite, c'est-à-dire où les GN sont interprétés *in situ*. En (26) le déplacement interprétatif n'est donc pas possible, sinon (26) serait tout simplement synonyme de (25).

Ce blocage du déplacement interprétatif de GN en (26) et le contraste que cela provoque entre (25) et (26) (qui pourtant sont très proches) s'expliquent par une contrainte[19] qui dit que les GN ou les quantificateurs ne peuvent pas prendre portée large au-delà de la proposition syntaxique où ils interviennent en surface.

Cette contrainte constitue une règle empirique qui discipline un peu la mobilité de portée des GN et qui fait quelques bonnes prédictions. On peut ainsi expliquer pourquoi (26) n'a pas la lecture de (25) : en (26) le GN *chaque port* est situé à l'intérieur de la proposition relative *qui vit dans chaque port* et la contrainte ci-dessus exclut que sa portée s'étende à l'extérieur de cette proposition, donc il ne peut pas avoir portée large sur *une femme.*

La portée des GN et des quantificateurs semble donc enfermée dans les propositions syntaxiques ; mais bien sûr au sein même d'une proposition, la portée des GN reste variable. C'est ce que montre par exemple (27) : s'il n'est question que d'une seule femme, celle-ci connaît cependant plusieurs banquiers, car *chaque capitale* s'interprète avec portée large sur (c'est-à-dire « à gauche » de) *un banquier* à l'intérieur de la relative.

(27) Jean a une femme qui connaît un banquier dans chaque capitale.

En (26) et (27), la proposition syntaxique qui circonscrit la portée des GN est une relative ; mais la contrainte s'applique pour tout type de proposition, comme par exemple une subordonnée complétive. C'est ce qu'illustre cet exemple de Farkas (1981) :

(28) $^?$Jean a raconté à un journaliste [que Pierre habite dans chaque ville de France].

Là encore la phrase nous frappe par son absurdité, où du moins parce qu'elle prête à Jean un discours absurde ou fumeux. C'est que nous l'interprétons forcément avec une portée large de *un journaliste* sur *chaque ville de France.* Si ce dernier GN pouvait étendre sa portée hors de la complétive indiquée entre crochets et prendre ainsi portée large sur *un journaliste*, celui-ci pourrait covarier, et on aurait alors une lecture un peu plus cohérente, équivalente à :

(29) Pour chaque ville de France, Jean a raconté à un journaliste que Pierre habite dans cette ville.

Mais en aucun cas (28) ne peut s'interpréter de la sorte. La portée de *chaque ville de France* ne peut pas « sortir » de la complétive.

Cette limitation de portée peut également s'illustrer dans les subordonnées conditionnelles, introduites par *si*, comme par exemple en (30).

(30) Si tous les étudiants sont recalés, le prof sera renvoyé.

Le principe est toujours le même : nous comprenons la phrase d'une seule manière, et l'interprétation putative où le GN (ici *tous les étudiants*) aurait une portée large, hors de sa proposition syntaxique, n'est pas disponible. (30) signifie simplement que le prof sera renvoyé si *la totalité* des étudiants se trouvent recalés. Cette interprétation se traduit

[19] Cette explication a été amorcée notamment par Rodman (1976), puis révisée par Farkas (1981).

comme il se doit en LO par la formule (31) où la quantification universelle de *tous les étudiants* est bien localisée dans l'antécédent de la conditionnelle, c'est-à-dire la sous-formule qui correspond à la proposition subordonnée en *si* (pour faciliter la lecture j'ai marqué par $\stackrel{si}{\rightarrow}$ l'implication qui traduit la structure conditionnelle, à ne pas confondre avec celle qui accompagne la quantification universelle) :

(31) $[\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \textbf{recalé}(x)] \stackrel{si}{\rightarrow} \textbf{renvoyé}(\textbf{p})]$

Ce qui est intéressant avec un tel exemple c'est que nous pouvons faire apparaître la portée large putative du GN universel sans avoir besoin de le confronter à un GN existentiel ailleurs dans la phrase. En effet si *tous les étudiants* avait une portée très large débordant de la subordonnée conditionnelle, cela voudrait dire que l'implication $\stackrel{si}{\rightarrow}$ se trouverait dans la portée de la quantification universelle ; mais nous obtiendrions alors une interprétation nettement différente, représentée en (32)[20] :

(32) $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow [\textbf{recalé}(x) \stackrel{si}{\rightarrow} \textbf{renvoyé}(\textbf{p})]]$

(32) nous dit qu'il suffit d'un étudiant recalé, n'importe lequel, pour que le prof soit renvoyé. Par exemple, (32) est fausse dans un modèle où un seul étudiant est recalé et que le prof n'est pas renvoyé, alors que dans ce même modèle (31) sera vraie. En effet les conditions de vérité de (32) disent que pour chaque individu assigné à x et qui appartient à l'ensemble des étudiants, si cet individu est recalé alors le prof est renvoyé, et si l'individu n'est pas recalé alors peu importe que le prof soit renvoyé ou non, $[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow [\textbf{recalé}(x) \stackrel{si}{\rightarrow} \textbf{renvoyé}(\textbf{p})]]$ est vrai, car dans ce cas l'antécédent de l'implication $\stackrel{si}{\rightarrow}$ est faux. Par conséquent, (32) est nécessairement vraie dès qu'un seul étudiant est recalé et que le prof est renvoyé.

Tous ces exemples nous montrent la pertinence de la contrainte sur la limite de portée des GN ; les prédictions qu'elle fait, à savoir l'impossibilité d'une portée large pour des GN dans certaines configurations, se sont avérées correctes. Cependant, il nous faut maintenant reconnaître que cette contrainte, du moins telle qu'elle que nous l'avons formulée précédemment (p. 135), *est inexacte*. Les exemples précédents n'examinaient que des GN correspondant à des quantifications universelles. Or les GN qui correspondent à des quantifications existentielles, les indéfinis, eux échappent à la contrainte[21] ; ce sont de véritables contre-exemples, comme le montrent (33a), (33b), (33c) :

(33) a. Jean a acheté tous les livres qui étaient publiés par un éditeur new-yorkais.

[20] L'explication de ce phénomène est assez simple. Nous avons vu que la portée d'un GN/quantificateur par rapport à une négation est significative ; or l'implication contient logiquement une négation, $[\varphi \rightarrow \psi]$ équivaut à $[\neg\varphi \vee \psi]$. Donc si l'implication est dans la portée d'un quantificateur, cela veut dire que ce dernier a portée sur $\neg\varphi$; inversement s'il est localisé dans l'antécédent φ, alors c'est la négation qui a portée sur lui.

[21] Cette importante observation est due entre autres à Farkas (1981) et Fodor & Sag (1982). Un autre exemple, dû à Fodor et Sag, et souvent cité, est :

(i) Chaque professeur a eu vent de la rumeur qu'un de mes étudiants a été convoqué chez le doyen.

b. Jon drague chaque fille qui connaît un diplomate à Washington.
c. Si un étudiant est recalé, le prof sera renvoyé.

On peut parfaitement interpréter (33a) et (33b) avec une portée large des indéfinis, *un éditeur new-yorkais* et *un diplomate*, par rapport aux GN universels *tous les livres* et *chaque fille*. Selon ces lectures, il s'agit respectivement d'un seul et même éditeur et d'un seul et même diplomate. Par exemple pour (33b), cela correspondra à la glose *il y a un diplomate dont Jon drague chaque fille qui le connaît*, ce que nous pouvons rendre à l'aide de traduction suivante :

(34) $\exists x[\mathbf{diplomate}(x) \land \forall y[[\mathbf{fille}(y) \land \mathbf{connaître}(y,x)] \rightarrow \mathbf{draguer}(\mathbf{j},y)]]$

Et comme les GN universels se trouvent hors de la relative où apparaît l'indéfini, cela prouve bien que ce dernier a une portée qui s'étend au-delà de sa proposition syntaxique d'origine. Il en va de même avec (33c), qui est le pendant indéfini de (30). Notons d'abord que l'interprétation de (30) avec une portée étroite (et limitée à la subordonnée conditionnelle) de *un étudiant* équivaut à (32), la lecture qui ne passait pas pour (30) et qui dit qu'il suffit d'un étudiant recalé, n'importe lequel, pour renvoyer le prof[22]. Mais la lecture avec une portée large de l'indéfini est également disponible, bien que peut-être moins immédiate ; cette lecture ne parle pas de n'importe quel étudiant, mais d'un étudiant particulier, et c'est son échec personnel (et pas forcément celui des autres) qui entraînera le renvoi du prof. La traduction suivante explicite cette lecture :

(35) $\exists x[\mathbf{étudiant}(x) \land [\mathbf{recalé}(x) \xrightarrow{si} \mathbf{renvoyé}(\mathbf{p})]]$

La conclusion à laquelle nous arrivons ici peut s'énoncer en deux parties. D'abord nous devons abandonner, en l'état, la contrainte sur la limite de portée des GN que nous avons présentée précédemment. Nous la remplaçons par une version plus restreinte, mais correcte, de la contrainte sur la portée des GN, donnée dans la proposition 3.1.

Proposition 3.1 : Contrainte sur la portée des GN universels
Les GN qui correspondent à une quantification universelle ne peuvent pas prendre portée large au-delà de la proposition syntaxique où ils interviennent en surface.

La seconde partie de la conclusion est que les GN indéfinis ont des propriétés interprétatives particulières, notamment en ce qui concerne leur portée. Nous y reviendrons dans les sections qui suivent et nous verrons qu'ils constituent une classe de GN bien à part.

[22] (33c) se traduira alors par $[\exists x[\mathbf{étudiant}(x) \land \mathbf{recalé}(x)] \xrightarrow{si} \mathbf{renvoyé}(\mathbf{p})]$. Formellement cette formule n'est pas identique à (32), mais elle lui est sémantiquement équivalente. Voir l'équivalence °4 de l'exercice 2.6, page 85.

3.2.2 Spécifique *vs* non spécifique

Parmi les propriétés interprétatives typiquement associées aux GN indéfinis et qui peuvent expliquer en partie le comportement singulier que nous venons de constater, figure la SPÉCIFICITÉ. La spécificité a directement trait à la référence des GN, et il est assez courant d'entendre parler « d'indéfinis spécifiques », opposés aux « indéfinis non spécifiques ». Cependant ce genre de formulation est quelque peu inapproprié, et il est important, je pense, de donner une définition bien précise de cette propriété pour éviter toute confusion et ainsi clairement cerner ce dont il s'agit. En effet, plutôt qu'une propriété de GN, la spécificité qualifie en fait l'*usage* ou l'*interprétation* d'un GN indéfini. C'est pourquoi il conviendra mieux de parler de l'usage spécifique qu'un locuteur fait d'un indéfini lorsqu'il l'emploie dans une phrase, ou encore de l'interprétation spécifique qu'un allocutaire attribue à un indéfini qu'il rencontre dans une phrase. À partir de là, nous pouvons nous donner la définition suivante[23] :

Définition 3.10 : Spécificité
Un GN indéfini a un usage ou une interprétation spécifique lorsqu'il « renvoie » à un individu bien *particulier*, identifiable et identifié (au moins pour le locuteur), bref si le locuteur a un individu bien particulier en tête lorsqu'il utilise l'indéfini pour le mentionner.

Illustrons cela avec les exemples suivants :

(36) a. Quelqu'un a réparé la sonnette.
b. Un vampire a mordu Alice.

Dans ces phrases, les indéfinis *quelqu'un* et *un vampire* peuvent être interprétés spécifiquement ou bien non spécifiquement. L'interprétation spécifique présume à chaque fois que le locuteur sait précisément de qui il parle lorsqu'il utilise le GN indéfini. Ainsi le contraste avec les interprétations non spécifiques est assez net. En (36a), l'usage non spécifique de *quelqu'un* peut correspondre par exemple à une circonstance où le locuteur constate que la sonnette, qui était en dérangement depuis un certain temps, est à nouveau en état de marche, et sachant qu'il est improbable qu'elle se soit réparée toute seule, il signale ce nouveau fait en énonçant (36a) ; il aurait pu dire aussi *la sonnette a été réparée*. De même, le locuteur qui fait un usage non spécifique de l'indéfini en (36b) aurait pu dire simplement quelque chose comme *il y a des traces de morsure de vampire sur le cou d'Alice*.

[23] Je m'inspire ici de Bende-Farkas & Kamp (2001), véritable somme sur les indéfinis et la spécificité, où l'on trouvera des définitions plus rigoureuses encore. Par ailleurs, il est important d'ajouter qu'il existe en fait plusieurs sortes de spécificités (cf. Farkas (2002a) à cet égard) ; pour être précis ce que nous appelons ici spécificité renvoie à ce que D. Farkas définit comme la *spécificité épistémique*, et c'est la plus courante.

Il existe quelques moyens linguistiques de diagnostiquer un usage spécifique, ou encore de certifier une interprétation spécifique. La spécificité se caractérise par un renvoi à une entité précise et particulière, il est donc alors facile d'apporter des « compléments d'information » sur des GN indéfinis sans dénaturer leur interprétation spécifique. De telles précisions peuvent être exprimées par l'ajout d'explicitations (37a), d'appositions (37b), de propositions relatives descriptives[24] (37c), etc. :

(37) a. Quelqu'un a réparé la sonnette : ton frère.
b. Un vampire, à savoir Dracula en personne, a mordu Alice.
c. Un vampire, que je connais très bien d'ailleurs, a mordu Alice.

Dans ces trois variantes, l'ajout de précisions n'est compatible qu'avec l'interprétation spécifique. Ce sont donc de bons tests pour assurer la spécificité.

De même, l'adjectif antéposé *certain* employé avec l'article indéfini singulier *un* ou *une* force toujours la lecture spécifique du GN (comme en (38)), car *certain* a justement une sémantique qui implique quelque chose comme *pas n'importe lequel.*

(38) Un certain vampire a mordu Alice.

Toujours dans le même ordre d'idée, un indéfini interprété spécifiquement pourra très naturellement être repris anaphoriquement par un pronom personnel dans une phrase subséquente. Ainsi dans (39), les continuations de la première phrase montrent clairement que le locuteur sait précisément de quelle coquille il est question.

(39) Le relecteur a laissé passer une coquille$_1$ dans le manuscrit. Pourtant *elle*$_1$ est énorme / on ne peut pas *la*$_1$ louper…

Mais il faut faire attention : la reprise pronominale ne constitue pas un test parfaitement discriminant. Un indéfini avec une lecture non spécifique peut, sous certaines conditions, être aussi repris par un pronom. Par exemple, il ne serait pas cohérent d'attribuer une interprétation spécifique à *un vampire* en (40) :

(40) Un vampire$_1$ a mordu Alice. Il$_1$ a dû pénétrer dans sa chambre vers minuit. On n'en sait pas plus…

Enfin la spécificité à une implication très importante pour ce qui nous intéresse dans cette section : un indéfini interprété spécifiquement a toujours une portée large, et même une portée maximale. On peut par exemple le constater vis-à-vis d'une négation, comme en (41) :

(41) Le relecteur n'a pas vu une coquille dans le manuscrit.

Dans la lecture de (41) où le GN *une coquille* a une portée étroite par rapport à la négation, la phrase signifie que le relecteur n'a vu *aucune coquille.* C'est bien ce qu'indique la

[24] Les relatives *descriptives*, dites aussi appositives, s'opposent aux relatives dites *restrictives.* Un moyen facile de garantir qu'une relative est bien descriptive est d'y insérer l'adverbe *d'ailleurs.*

traduction en LO[25] : $\neg\exists x[\mathbf{coquille}(x) \wedge \mathbf{voir}(\mathbf{r}, x)]$, en niant l'existence de coquilles vues par le relecteur. Et donc dans ce cas, on ne va évidemment pas envisager qu'il est fait référence à une coquille particulière ; autrement dit le GN indéfini est forcément interprété non spécifiquement. Inversement, pour l'interpréter spécifiquement, il faut au contraire que l'existence de la coquille en question soit bien affirmée dans la structure sémantique de la phrase ; autrement dit l'indéfini doit alors échapper à la négation en ayant portée large sur elle, comme dans la traduction : $\exists x[\mathbf{coquille}(x) \wedge \neg\mathbf{voir}(\mathbf{r}, x)]$. Remarquons que même si ce n'est peut-être pas la première lecture qui se présente dans (41), l'interprétation spécifique de l'indéfini est parfaitement disponible, comme le montrent les exemples (42).

(42) a. Le relecteur n'a pas vu une coquille$_1$ dans le manuscrit. Pourtant elle$_1$ est énorme / on ne peut pas la$_1$ louper…
b. Le relecteur n'a pas vu une coquille, qui d'ailleurs se trouvait à la première ligne de la première page.

La portée large due à la spécificité apparaît également vis à vis d'un GN universel, comme en (43) :

(43) Un vampire, que je connais très bien d'ailleurs, a mordu chacune de mes cousines.

Ici l'interprétation spécifique de *un vampire* est forcée par la relative descriptive. Or (43) ne peut s'interpréter qu'en faisant référence à un seul et même vampire. Cela veut dire que l'indéfini ne covarie pas avec l'universel *chacune de mes cousines* ; et par conséquent c'est bien l'indéfini qui a portée large.

Maintenant, étant donné que la spécificité est un phénomène qui a de réelles répercussions sur l'interprétation, en admettant par exemple que des phrases comme (36a) et (36b) sont clairement ambiguës, nous devons alors nous demander comment intégrer précisément ce phénomène dans l'analyse sémantique, et en l'occurrence, chercher s'il y a un moyen de le représenter proprement dans LO.

Or il faut constater que cette question ne se résout pas si simplement. En effet, l'analyse sémantique que nous menons ici et les traductions en LO rendent compte du sens en termes de conditions de vérité. La contribution vériconditionnelle d'un indéfini consiste à poser l'existence d'un individu ; et il semble bien que cela vaut aussi bien pour une interprétation non spécifique que pour une interprétation spécifique. Par conséquent les conditions de vérité à attribuer à une phrase comme (36b) sont (au moins) celles exprimées par la formule suivante :

(44) Un vampire a mordu Alice.
$\exists x[\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{mordre}(x, \mathbf{a})]$

En fait, si (44) nous donne les conditions de vérité *communes* aux deux interprétations, ce que nous pouvons raisonnablement supposer c'est qu'il y a « quelque chose en plus » dans l'interprétation spécifique. Et la question qui se pose revient alors à savoir si ce

[25] Là encore, juste par souci de simplification, le GN défini *le relecteur* est traduit par une constante, $\mathbf{r}$.

quelque chose en plus est vraiment de nature vériconditionnelle. C'est là une question que nous n'allons pas trancher ici (mais l'exercice 3.2 *infra* sera une occasion d'y réfléchir un peu) car elle semble encore faire débat dans la littérature (cf. à cet égard Bende-Farkas & Kamp 2001).

Ce qui fait le propre de l'usage spécifique d'un GN indéfini, c'est que le locuteur a en tête un individu bien particulier lorsqu'il emploie ce GN. De même, l'interprétation spécifique correspond à une hypothèse que fait l'allocutaire sur ce que le locuteur a en tête. C'est pourquoi, on peut avoir le droit de conclure que, d'une certaine manière, l'emploi ou la lecture spécifique d'un indéfini, c'est l'affaire du locuteur. Celui-ci pense à un individu particulier, et cette « pensée » est localisée dans son état cognitif. Les conditions de vérité d'un énoncé décrivent partiellement un état du monde objectif, et habituellement on considère que les états cognitifs des interlocuteurs ne font pas partie de telles descriptions. Entre autres parce qu'un état cognitif est quelque chose de privé et de relativement libre (chacun peut penser à ce qu'il veut, ça ne change pas en soi l'état du monde). En d'autres termes, les états cognitifs seraient des composantes du contexte plutôt que du modèle. Et selon cette optique, la spécificité serait un phénomène cognitif ou, disons, pragmatique plutôt que sémantique.

Il est certainement prudent de voir les choses ainsi, mais ce n'est pas pour autant complètement satisfaisant. La spécificité (en tant qu'attitude et usage mentaux du locuteur) ne fait pas partie du monde décrit par la phrase, mais ce n'est peut-être pas une raison pour l'exclure de la structure linguistique, et donc sémantique, des énoncés. Car d'abord nous avons vu que la spécificité a des effets sur cette structure : les GN spécifiques ont toujours portée large (et pas une portée variable comme les autres GN indéfinis). Par ailleurs il est parfois possible d'exprimer explicitement l'usage spécifique d'un indéfini. En français l'adjectif *certain* a ce pouvoir. D'autres langues grammaticalisent encore plus nettement la spécificité ; par exemple le latin dispose de deux pronoms signifiant *quelqu'un* : *quidam*, pour l'usage spécifique, et *aliquis*, pour l'usage non spécifique ; en roumain, le préfixe *pe*- rend spécifique les GN indéfinis qu'il précède. La langue a donc les moyens de *marquer* la spécificité et cela devrait apparaître dans l'analyse sémantique.

Or il se trouve que notre système LO permet des représentations qui, en quelque sorte, rendent vériconditionnelles les interprétations spécifiques. Cette solution s'inspire de la proposition de Fodor & Sag (1982). Fodor & Sag dans un article très fameux proposaient d'analyser les indéfinis à lecture spécifique au moyen de CONSTANTES. Ainsi (36b) pouvait se traduire par (45) (en plus de la traduction (44) pour l'interprétation non spécifique) :

(45) Un vampire a mordu Alice.
$[\mathbf{vampire}(\mathbf{v}) \wedge \mathbf{mordre}(\mathbf{v}, \mathbf{a})]$ (lecture spécifique)

Une constante, par nature, ne covarie pas avec une quantification, elle se comporte donc comme si elle avait une portée maximalement large[26], ce qui est bien une propriété attendue pour l'interprétation spécifique des indéfinis. On obtient dès lors des conditions de vérité correctes pour une lecture de (33b), celle où *un diplomate* est interprété spécifiquement :

[26] À proprement parler, une constante n'a pas de portée, ce qui compte ici c'est qu'elle échappe à tout effet de quantification.

(46) Jon drague chaque fille qui connaît un diplomate à Washington.
$\forall x[[\textbf{fille}(x) \wedge \textbf{connaître}(x, \textbf{d}) \wedge \textbf{diplomate}(\textbf{d})] \rightarrow \textbf{draguer}(\textbf{j}, x)]$

Ici il n'est question que d'un seul diplomate, représenté par **d**. Le GN indéfini n'est pas traduit par un quantificateur existentiel ayant une portée large, mais au bout du compte l'interprétation revient au même : l'indéfini échappe à la portée de tout autre opérateur de la phrase.

Cette analyse implique qu'un GN indéfini ou plus exactement que l'article indéfini *un* est ambigu : il y aurait en français l'indéfini existentiel (traduit au moyen de $\exists$) et l'indéfini spécifique (traduit au moyen d'une constante). On pourrait penser que cette solution est un peu gênante « esthétiquement », du fait qu'elle postule deux articles indéfinis différents (mais homonymes) ; ce n'est pas spécialement intuitif, ni économique. Mais bien entendu cela ne constitue pas un argument scientifique à l'encontre de l'analyse. En revanche, nous verrons par la suite un argument qui condamne plus sérieusement la proposition de Fodor & Sag sur un critère véritablement sémantique.

En attendant, nous pouvons commencer à l'aménager, en y apportant deux légères modifications. On peut d'abord imaginer une variante qui « fusionne » l'emploi habituel de la quantification existentielle et celui des constantes de Fodor & Sag. Pour ce faire, on considère que l'article indéfini correspond toujours à une quantification existentielle sur une variable, mais qu'en plus, l'interprétation spécifique est représentée par l'ajout d'une information qui relie, par une égalité, la variable quantifiée à une constante[27]. Illustrons cela en reformulant les traductions de (36b) et (33b) respectivement en (47) et (48) :

(47) Un vampire a mordu Alice.
$\exists x[\textbf{vampire}(x) \wedge x = \textbf{v} \wedge \textbf{mordre}(x, \textbf{a})]$

(48) Jon drague chaque fille qui connaît un diplomate à Washington.
$\forall x[[\textbf{fille}(x) \wedge \exists y[\textbf{connaître}(x, y) \wedge \textbf{diplomate}(y) \wedge y = \textbf{d}]] \rightarrow \textbf{draguer}(\textbf{j}, x)]$

En (48), la variable quantifiée existentiellement y peut a priori covarier avec le quantificateur $\forall x$, mais « à condition » que la valeur de y soit toujours identique à la dénotation de **d**, comme stipulé par la sous-formule $y = \textbf{d}$. À l'arrivée on n'a donc pas le choix : la valeur de y se retrouve scotchée à celle d'une constante, ce qui finalement l'empêche de varier.

Ainsi (47) et (48) ont les mêmes conditions de vérité que (45) et (46) (elles sont respectivement logiquement équivalentes), mais ces variantes de traductions sont plus conformes à une vision économique de la spécificité. Ici un indéfini n'est pas en soi ambigu : il se traduit toujours par une quantification existentielle ; simplement si de surcroît il reçoit une interprétation spécifique, on ajoute une information du type $y = \textbf{d}$. Cela permet de représenter la spécificité comme un phénomène interprétatif additionnel.

La seconde modification que nous pouvons apporter à l'analyse de Fodor & Sag concerne l'emploi de constantes pour contrecarrer les effets de covariation. Les constantes employées ici sont d'un type un peu particulier car on sait qu'elles dénotent

[27] Cette stratégie s'inspire, en simplifiant beaucoup, de l'analyse proposée par Bende-Farkas & Kamp (2001) notamment.

fixement un individu précis, mais on ne sait pas directement lequel (contrairement aux constantes qui traduisent des noms propres). Cela n'est pas exactement le fonctionnement standard des constantes de LO, car dès qu'un modèle $\mathcal{M}$ et donc une fonction d'interprétation F nous sont donnés, pour toute constante $\mathbf{c}$, on connaît directement sa dénotation dans $\mathcal{M}$, à savoir l'individu $F(\mathbf{c})$. Or l'allocutaire qui donne une interprétation spécifique à un indéfini fait l'hypothèse que le locuteur pense à un individu précis, mais il peut tout à fait ne pas savoir de qui il s'agit. C'est pourquoi, pour rendre compte du caractère possiblement inconnu d'une interprétation spécifique, une solution consiste à utiliser, en place des constantes, des *variables libres*.

(49) a. $\exists x[\mathbf{vampire}(x) \wedge x = z \wedge \mathbf{mordre}(x, \mathbf{a})]$
b. $\forall x[[\mathbf{fille}(x) \wedge \exists y[\mathbf{connaître}(x, y) \wedge \mathbf{diplomate}(y) \wedge y = z]] \rightarrow \mathbf{draguer}(\mathbf{j}, x)]$

En (49a) et (49b) la variable z joue le même rôle de point fixe que les constantes $\mathbf{v}$ et $\mathbf{d}$ en (47) et (48). En effet, la valeur de z dépend seulement de l'assignation g par rapport à laquelle on évalue globalement la formule ; et l'interprétation de quantificateurs comme $\exists x$ ou $\forall x$ peuvent changer la valeur de $g(x)$ mais jamais celle de $g(z)$. Dans ces formules, z aura donc toujours une valeur fixe, qui en fait ne dépend que de l'état cognitif du locuteur dans le contexte d'interprétation, et nous avions justement suggéré (§3.1.4) que les fonctions d'assignations pouvaient servir à modéliser une partie des états cognitifs des interlocuteurs.

L'avantage de cette solution est qu'elle pourrait nous autoriser à abandonner la contrainte révisée énoncée dans la proposition 3.1 (p. 137) et à revenir à la version originale et plus générale donnée p. 135 qui disait qu'*aucun* GN ne peut s'interpréter hors de la proposition syntaxique où il apparaît. C'est en effet ce qu'illustre (49b) où le quantificateur $\exists y$ est « physiquement » dans la portée de $\forall x$. Autrement dit *un diplomate* s'interprète dans sa proposition, et donc dans la portée de *chaque fille* ; mais il ne covarie pas, à cause de $y = z$. Cependant, comme annoncé précédemment, nous allons voir que cette approche n'est pas complètement satisfaisante pour rendre compte de la sémantique des GN indéfinis.

L'hypothèse de Fodor & Sag est que lorsqu'un indéfini semble s'interpréter en dehors de sa proposition syntaxique, c'est parce qu'il est spécifique. Dans ce cas, alors, l'indéfini doit avoir (ou donner l'impression d'avoir) une portée *maximale* – puisqu'il est spécifique. Par conséquent, un moyen de falsifier cette hypothèse consiste simplement à chercher des phrases où un indéfini s'interpréterait en dehors de sa proposition *sans* avoir une portée maximale dans la phrase – par exemple en covariant avec un autre GN. Et il se trouve que de tels phrases existent, par exemple (50) (inspiré de Abusch (1994)[28]) :

(50) Chaque professeur a récompensé chaque étudiant [qui a lu un roman de Flaubert].

Par le jeu des trois GN employés ici, (50) a trois interprétations. La première est la simple lecture linéaire : chaque professeur a récompensé chaque étudiant ayant lu un

[28] L'exemple original (traduit en français) est : *Chaque enseignant a récompensé chaque étudiant qui a lu un livre qu'il a recommandé.*

roman de Flaubert, n'importe lequel ; c'est-à-dire *chaque professeur* > *chaque étudiant* > *un roman de Flaubert*, autrement dit la *portée étroite* de l'indéfini. Elle se représente par la traduction (51) :

(51) $\forall x[\mathbf{prof}(x) \rightarrow \forall y[[\mathbf{étudiant}(y) \wedge \exists z[\mathbf{roman\text{-}F}(z) \wedge \mathbf{lire}(y,z)]] \rightarrow \mathbf{récompenser}(x,y)]]$

La deuxième correspond à la portée large et *maximale* de l'indéfini, *un roman de Flaubert* > *chaque professeur* > *chaque étudiant* : il y a un roman de Flaubert particulier (par exemple Salambô) tel que chaque professeur a récompensé chaque étudiant qui l'a lu, c'est le même roman pour tout le monde. Selon Fodor & Sag, il s'agit de la lecture spécifique de l'indéfini, ce qui est illustré par (52b)[29] :

(52) a. $\exists z[\mathbf{roman\text{-}F}(z) \wedge \forall x[\mathbf{prof}(x) \rightarrow \forall y[[\mathbf{étudiant}(y) \wedge \mathbf{lire}(y,z)] \rightarrow \mathbf{récompenser}(x,y)]]]$

b. $\forall x[\mathbf{prof}(x) \rightarrow \forall y[[\mathbf{étudiant}(y) \wedge \exists z[\mathbf{roman\text{-}F}(z) \wedge z = u \wedge \mathbf{lire}(y,z)]] \rightarrow \mathbf{récompenser}(x,y)]]$

Et la troisième interprétation, celle qui nous intéresse ici, correspond à ce que l'on appelle la PORTÉE INTERMÉDIAIRE de l'indéfini, *chaque professeur* > *un roman de Flaubert* > *chaque étudiant*. C'est la lecture qui dit que pour chaque professeur, il y a un roman de Flaubert (possiblement propre à chaque professeur) tel qu'il a récompensé chaque étudiant qui l'a lu. *Un roman de Flaubert* covarie donc avec *chaque professeur* mais pas avec *chaque étudiant* ; ce qui fait que l'analyse (52b) ne tient pas ici, car la variable libre u ne peut pas covarier. Nous sommes donc obligés d'admettre l'analyse (53) où l'interprétation de l'indéfini est intercalée entre celles des deux autres GN, et donc *à l'extérieur* de la proposition relative :

(53) $\forall x[\mathbf{prof}(x) \rightarrow \exists z[\mathbf{roman\text{-}F}(z) \wedge \forall y[[\mathbf{étudiant}(y) \wedge \mathbf{lire}(y,z)] \rightarrow \mathbf{récompenser}(x,y)]]]$

En conclusion, la spécificité n'explique pas tout. En tout cas, nous venons de le voir, elle n'explique pas la portée extra-propositionnelle des indéfinis[30]. Et nous devons donc admettre 1) que la proposition 3.1 sur l'interprétation mobile des GN est toujours valable, et 2) que les indéfinis ont un comportement sémantique bien particulier. Nous verrons d'ailleurs en §3.3 plusieurs propriétés qui confirment la particularité des indéfinis.

[29] Mais j'indique également (52a), car on peut également défendre l'idée qu'ici l'indéfini n'est pas nécessaire spécifique pour le locuteur : il peut ignorer de quel roman précis il est question.

[30] Notons cependant qu'il est possible de récupérer la lecture à portée intermédiaire de l'indéfini de (50) tout en conservant (localement) notre mécanisme de la spécificité tel qu'il apparaît en (52b). Pour cela, il « suffit » de proposer, par exemple, la traduction suivante :

(i) $\forall x[\mathbf{prof}(x) \rightarrow \exists u \forall y[[\mathbf{étudiant}(y) \wedge \exists z[\mathbf{roman\text{-}F}(z) \wedge z = u \wedge \mathbf{lire}(y,z)]] \rightarrow \mathbf{récompenser}(x,y)]]$

Cette formule est similaire à (52b) sauf que la variable u n'est plus libre, elle a été astucieusement liée par un $\exists u$ correctement placé. Évidemment toute la difficulté de cette analyse réside dans le pourquoi et le comment de l'introduction de ce $\exists u$; c'est un point qui est loin d'être trivial et qui ne sera pas développé ici, mais je le mentionne car il n'est pas complètement étranger à certaines analyses qui ont été proposées pour traiter les portées extra-propositionnelles des indéfinis.

Exercice 3.1
Déterminez, en les glosant, toutes les lectures possibles de chacune des phrases suivantes – en prenant bien soin de repérer notamment la lecture avec portée intermédiaire de l'indéfini singulier.

1. Chaque convive a raconté plusieurs histoires qui impliquaient un membre de la famille royale.
2. Chaque sénateur a raconté à plusieurs journalistes qu'un membre du cabinet était corrompu.
3. Un professeur croit que chaque étudiant a lu un roman de Flaubert.

Exercice 3.2
En reprenant la définition 1.8 donnée en §1.2.4 (p. 20), essayez de montrer si (36b) est, ou non, un cas de véritable ambiguïté sémantique.

(36) b. Un vampire a mordu Alice.

Exercice 3.3
Quel problème peut éventuellement poser la phrase ci-dessous vis-à-vis de la définition de la spécificité vue dans cette section ?

1. Alice croit qu'un vampire, à savoir Dracula en personne, l'a mordue pendant la nuit.

Exercice 3.4
Essayez d'imaginer un contexte dans lequel la phrase ci-dessous peut être prononcée avec un usage *non spécifique* du GN *un acteur américain.*

1. Hier j'ai rencontré un acteur américain.

3.2.3 Générique *vs* non générique

À ce stade de l'étude, il n'est pas inutile d'aborder (sommairement) la notion de généricité, ne serait-ce que, dans un premier temps, pour tordre le cou à une idée reçue, malheureusement fort répandue. En effet, il arrive assez souvent de voir opposer GÉNÉRIQUE à SPÉCIFIQUE, selon une relation de complémentarité. C'est une erreur. Il s'agit en fait de deux catégories orthogonales[31], qui sont définies indépendamment l'une de l'autre. Il faudra donc bien se garder de nommer spécifique ce qui n'est pas générique et vice versa. Si la spécificité a trait à la manière dont le locuteur conçoit la référence à un objet, la généricité est à mettre en rapport avec un certain mode de quantification. De plus, il faut préciser que la notion de généricité est assez difficile à définir sémantiquement, c'est-à-dire en termes de conditions de vérité précises. Ici je ne ferai qu'esquisser l'idée générale qui sous-tend cette sémantique. À cela s'ajoute une autre complication

[31] Ce qui implique que l'on peut rencontrer des interprétations qui ne sont ni génériques ni spécifiques, ou au contraire, à la fois génériques et spécifiques. Voici des exemples de phrases qui expriment à la fois la généricité et la spécificité :

(i) a. Un hominidé a vécu au Sahel il y a 7 millions d'années : le *Sahelanthropus tchadensis*.
b. En Australie, on rencontre une petite araignée rouge extrêmement venimeuse.

Nous y reviendrons au chapitre 10 (vol. 2).

qui est qu'aujourd'hui, il est couramment admis que ce que l'on appelle généricité recouvre en fait deux phénomènes sémantiques distincts. Dans cette section, nous allons surtout observer celui qui apparaît essentiellement avec les GN indéfinis en français[32].

Les GN indéfinis singuliers que nous avons vu s'interprètent sémantiquement en posant l'existence d'(au moins) un individu comme une condition nécessaire et suffisante. Mais parfois un GN indéfini n'exprime pas une simple existence, ou du moins, la simple existence d'un individu ne suffit pas à déterminer correctement le sens de la phrase qui contient l'indéfini. C'est ce que l'on peut constater en (54), par contraste avec (55) :

(54) a. Un lion est un mammifère. (générique)
b. Un lion est paresseux. (idem)
c. Un lion mange de la viande. (idem)

(55) a. Un lion a saccagé le canapé. (spécifique ou non)
b. Un lion a mangé de la viande (qui était dans le frigo). (idem)

Les phrases en (54) illustrent le phénomène de généricité. Pour le présenter assez simplement, disons que la généricité apparaît lorsque dans une phrase, quelque chose de général ou de typique est affirmé au sujet de *tous* les membres d'une classe, d'une espèce, d'une catégorie… C'est donc, au moins en partie, une affaire de quantification universelle (même si, comme nous le verrons ci-dessous, il s'agit d'une universalité un peu particulière). Et c'est bien ce que l'on observe en (54) : ces exemples expriment ce qui semble être une quantification universelle, malgré le fait qu'ils contiennent un indéfini singulier. En effet une bonne manière de rendre le sens de (54a) avec ce dont on dispose dans LO, c'est d'écrire tout simplement :

(54) a. Un lion est un mammifère.
$\forall x[\mathbf{lion}(x) \rightarrow \mathbf{mammif\grave{e}re}(x)]$

Et c'est aussi pour exactement la même raison qu'il est légitime de considérer que (56a) et (56b) sont de très bonnes paraphrases l'une de l'autre :

(56) a. Un triangle a trois côtés.
b. Tout triangle a trois côtés.

Évidemment en (55), nous n'observons aucune quantification universelle ; la généricité n'est pas à l'œuvre dans ces phrases. Et il importe de bien constater que, pour autant, les GN indéfinis en (55) n'ont pas forcément un usage spécifique : le locuteur peut très bien prononcer (55) sans avoir aucune idée de quel lion particulier est l'auteur des méfaits relatés.

Il existe un test très efficace en français pour diagnostiquer une interprétation générique dans une phrase qui contient un indéfini singulier en position sujet. C'est le test de la dislocation en *ça*[33] du GN indéfini, illustré en (57). Ce type de construction très

[32] Le second phénomène sera abordé plus tard dans le chapitre 10 (vol. 2).

[33] La dislocation est une construction syntaxique dans laquelle les GN pleins qui correspondent aux arguments (sujet ou compléments) du verbe ne sont pas réalisés dans leur position syntaxique canonique, mais

particulière n'est compatible qu'avec une interprétation générique, comme le montre le contraste avec les exemples (58).

(57) a. Un lion, c'est paresseux
b. Un lion, ça mange de la viande.

(58) a. *Un lion, ça a saccagé le canapé.
b. *Un lion, ça a mangé de la viande.

La question qui se présente à nous alors est : serait-on (encore une fois !) en présence d'une ambiguïté de l'article indéfini singulier en français ? Aurait-on deux homonymes : le *un* existentiel non générique et le *un* universel générique ? La réponse est non ; cette option n'est pas retenue, et nous allons voir quelques arguments qui indiquent que l'on peut rendre compte de ce phénomène de généricité sans postuler une telle ambiguïté.

On peut d'abord remarquer un parallélisme intéressant avec les GN définis singuliers comme en (59) et (60) (à comparer avec (54) et (55)).

(59) a. Le lion est un mammifère.
b. Le lion est paresseux.
c. Le lion mange de la viande.

(60) a. Le lion a saccagé le canapé.
b. Le lion a mangé de la viande.

Nous n'avons pas encore regardé de près la sémantique des GN définis comme *le lion*, mais on peut dores et déjà constater que dans (59a), il n'est pas fait référence à un lion particulier et singulier, contrairement à (60a). On pourrait en conclure que le phénomène de généricité qu'on avait en (54) se reproduit ici en (59) avec l'article défini. En réalité, les choses ne sont pas aussi simples : ce n'est pas exactement le même type de généricité qui se manifeste en (59)[34]. Mais cette symétrie (au moins apparente) entre (54)–(55) et (59)–(60) a le mérite de suggérer que ce n'est peut-être pas sur le GN sujet qu'est localisée la source de la généricité.

En effet si l'hypothèse de l'ambiguïté de l'article indéfini était correcte, on pourrait s'attendre à retrouver assez systématiquement cette ambiguïté au niveau des phrases qui contiennent cet article, et qui pourraient être ainsi interprétées soit génériquement soit non génériquement. De telles phrases existent, mais il est d'abord intéressant de noter que les phrases (55), elles, ne sont en aucun cas ambiguës à cet égard (c'est d'ailleurs ce que montre (58)). En revanche, on peut admettre que les phrases (54c) et (61) sont ambiguës : elles peuvent aussi avoir une interprétation non générique (même si celle-ci est a priori moins naturelle ou moins immédiate).

(61) Un chat miaule.

dans une position « périphérique » initiale (dislocation à gauche) ou finale (dislocation à droite) de la phrase. La position canonique des éléments disloqués est alors occupée par un pronom personnel. Exemples : *Paul, il est parti à midi* ; *Je ne l'ai pas vu, Paul.* Le type de dislocation mentionné ci-dessus est particulier du fait que le pronom sujet utilisé n'est pas *il* ou *elle*, mais *ça* (ou *ce*).

[34] Rendez-vous au chapitre 10 (vol. 2) pour plus détails sur ce point.

La dislocation en *ça* permet de faire apparaître la lecture générique dans ce genre de phrase (*un chat, ça miaule*). À l'inverse, il y a une autre construction qui ne peut exprimer que la lecture existentielle non générique. Il s'agit de la tournure dite justement… existentielle, de la forme *il y a* suivi du GN et d'une proposition relative, comme illustré en (62). Cela nous fournit un nouveau test : lorsqu'une phrase est sémantiquement équivalente à sa variante en *il y a*, c'est que la lecture existentielle est disponible et que c'est celle-ci qui est prise en compte.

(62) a. Il y a un chat qui miaule.
b. #Il y a un lion qui est un mammifère.
c. ?Il y a un lion qui est paresseux.
d. Il y a un lion qui mange de la viande.
e. Il y a un lion qui a saccagé le canapé.
f. Il y a un lion qui a mangé de la viande.

Cette construction existentielle n'est pas compatible avec la généricité, car, comme on peut l'observer, la relative y exprime toujours quelque chose de particulier : souvent un événement ou une action qui a lieu à un moment donné (un miaulement (62a), un saccage (62e), etc.), ou simplement un fait singulier. Et avec la généricité, d'une certaine manière, il ne se passe rien ; on se contente d'assigner une propriété. Ainsi en (62c), au mieux, on comprend que parmi un groupe de lions, un en particulier se distingue des autres par sa paresse – ce qui n'est pas du tout l'interprétation générique naturelle de (54b). Et pour (62b), on ne peut carrément pas obtenir une interprétation similaire : notre connaissance du monde exclut de considérer *être un mammifère* comme une propriété particulière d'un individu qui l'opposerait à ses congénères.

Ces observations tendent à montrer qu'en fait, ce n'est pas le déterminant indéfini qui cause la lecture générique, mais un autre élément de la phrase. C'est d'ailleurs pourquoi il est préférable de ne pas parler de GN génériques pour (54), mais plutôt de PHRASES GÉNÉRIQUES. Cet élément qui déclenche la lecture générique est localisé sur le groupe verbal et est associé au temps qui le conjugue. En effet, les phrases (54) sont conjuguées au présent avec cette valeur que, dans les grammaires traditionnelles, on appelle justement « de vérité… *générale* ». Les phrases existentielles de (55) et celles qui fonctionnent bien en (62) sont conjuguées au passé composé ou au présent dit actuel, qui ont une valeur épisodique et donc particulière[35]. D'ailleurs le rôle du temps verbal et ces deux valeurs distinctes du présent apparaissent très clairement dès que l'on traduit nos phrases en anglais : le présent « générique » se traduit par le présent simple (63a), et le présent « épisodique » par une forme progressive (63b).

(63) a. A cat meows. (ou Cats meow.)
Un chat miaule. (générique)
b. A cat is meowing.
Un chat miaule. (existentielle)

[35] Le passé simple a aussi cette valeur épisodique qui induit l'interprétation existentielle. L'imparfait et le futur sont un peu plus neutres à cet égard : il peuvent parfois donner une lecture générique, même si leur ancrage temporel favorise souvent la lecture existentielle.

Mais maintenant que nous avons débusqué la source de la généricité dans le groupe verbal, que pouvons nous conclure sur l'analyse sémantique des GN indéfinis dans les phrases génériques ? Pour cela, nous devons faire le rapprochement avec le phénomène de covariation causé par les ADVERBES DE QUANTIFICATION qui a été abordé en §3.2.1.2 (p. 134). Il s'agit d'adverbes (habituellement qualifiés de temporels dans les grammaires) comme *toujours*, *souvent*, *parfois*, *rarement*, *jamais*..., ainsi que de syntagmes adverbiaux qui contiennent une idée de quantification (*quelques fois*, *de temps en temps*, *la plupart du temps*...). Nous avions vu que ces expressions ont le pouvoir de faire covarier un indéfini singulier qui se trouve dans leur portée. Le résultat n'est pas forcément une phrase générique, mais l'indéfini perd, comme il se doit, sa valeur de singulier (puisqu'il covarie). C'est ce qu'illustrent les phrases de (64) :

(64) a. Le soir, à la fermeture du magasin, *un client* vient *souvent* me déranger.
  b. *De temps en temps*, Pierre fume *un cigare* après le dîner.
  c. *Un roman de Stephen King* fait *rarement* moins de 600 pages.
  d. *Une mère* aime *toujours* son enfant.

Deux choses importantes sont à noter ici. D'abord, dans ces constructions, l'indéfini s'analyse de façon ordinaire, au moyen d'une quantification existentielle. C'est précisément ce qui lui permet de covarier (sous la portée du quantificateur contenu dans l'adverbe). Ensuite il faut bien remarquer que, bien que ces adverbes soient formellement liés à la temporalité, ils ne quantifient pas systématiquement sur des instants, des moments, des périodes ou des occasions. Ainsi dans (64d), *toujours* ne signifie pas vraiment *perpétuellement* ou *à tout moment* ou *éternellement*. En fait l'interprétation de (64d) nous fait comprendre qu'ici *toujours* sert simplement à « fabriquer » une quantification universelle sur *une mère* : (64d) signifie *toute mère aime son enfant*. Il est d'ailleurs remarquable de constater que, dans ce type d'interprétation, à tout adverbe de quantification correspond, en fonction de sa valeur quantificationnelle propre, un quantificateur nominal (i.e. un certain déterminant). C'est ce qu'illustrent les paires d'équivalences en (65) :

(65)	a.	Un prof est toujours sévère.	=	Tous les profs sont sévères.
	b.	Un prof est souvent sévère.	=	Beaucoup[36] de profs sont sévères.
	c.	Un prof est parfois sévère.	=	Quelques profs sont sévères.
	d.	Un prof est rarement sévère.	=	Peu de profs sont sévères.
	e.	Un prof n'est jamais sévère.	=	Aucun prof n'est sévère.

Deux questions restent ouvertes ici. D'abord nous savons que ces adverbes introduisent un quantificateur, mais, de façon générale, nous ne savons pas exactement sur quoi il quantifie. C'est une question assez complexe, et nous la laisserons en suspens ici[37]. Ensuite nous ne disposons pas dans LO de symbole de quantification pour traduire *souvent*/*beaucoup*/*la plupart* et *rarement*/*peu*. Mais cela va venir ; nous verrons comment

[36] Dans certains cas, le déterminant *la plupart de* peut aussi valoir comme équivalent de *souvent*, même si *la plupart* et *beaucoup* n'ont exactement le même sens (voir §6.5).

[37] Mais là encore, je renvoie à Lewis (1975) pour l'approche originale de l'analyse sémantique de ce phénomène.

leur attribuer une sémantique assez simple en §6.5. Ce qui nous intéresse pour le moment c'est seulement que l'adverbe fait covarier le quantificateur existentiel introduit par l'indéfini qui se trouve dans sa portée.

Et maintenant nous pouvons revenir à nos phrases génériques, car nous avons en main les éléments nécessaires pour expliquer leur fonctionnement sémantique. Leur analyse repose sur l'hypothèse suivante : dans la structure sémantique d'une phrase générique, le temps verbal (en l'occurrence le présent générique) s'accompagne d'un quantificateur dont la contribution sémantique est similaire à celle d'un adverbe de quantification avec une portée maximale. Ou pour dire les choses plus simplement, les phrases génériques contiennent un adverbe de quantification implicite[38]. De quel adverbe s'agit-il ? A priori, on pourrait penser qu'il s'agit de *toujours*, puisque les phrases génériques expriment une quantification universelle. Cela serait d'ailleurs confirmé par l'exemple (56a) : *un triangle a* toujours *trois côtés*[39]. Mais nous devons constater que la généricité ne correspond pas forcément à une quantification telle que celle exprimée par *toujours*. En effet, comparez (66a), qui est typiquement une phrase générique, à (66b), qui équivaut à (66c).

(66) a. Une voiture a quatre roues.
  b. Une voiture a toujours quatre roues.
  c. Toute voiture a quatre roues.

Intuitivement, on perçoit assez bien une nuance qui distingue les conditions de vérité de (66a) de celles de (66b). Dans notre monde, il y a des voitures qui n'ont pas quatre roues[40] ; donc on peut assez légitimement estimer que, dans notre monde, la phrase de (66b) est fausse. En revanche, on s'autorise aussi facilement à juger (66a) vraie : l'existence de quelques voitures qui n'ont pas quatre roues ne suffit pas, semble-t-il, à falsifier la phrase. C'est que (66a) parle des voitures *en général*, des voitures typiques ou prototypiques, des voitures normales. Par conséquent, sémantiquement, la généricité correspond à une quantification universelle un peu spéciale, qui peut tolérer des exceptions (au moins dans certains cas).

C'est pourquoi les adverbes de quantification qui, par défaut, sont sous-jacents dans les phrases génériques standards sont plutôt *généralement*, *en général*, *normalement*, *typiquement*…

(67) $\left.\begin{array}{l}\text{Généralement}\\ \text{En général}\\ \text{Normalement}\\ \text{Typiquement}\end{array}\right\}$ une voiture a quatre roues.

[38] En fait cet adverbe n'est pas forcément implicite ; nous allons tout de suite voir des exemples où il est explicitement exprimé dans la phrase.

[39] Mais ici on peut envisager un autre adverbe qui, à sa manière, est aussi un adverbe de quantification : *nécessairement*. Il convient pour (56a) (un triangle a *nécessairement* trois côtés) et pour (54a) (un lion est *nécessairement* un mammifère). *Nécessairement* est un adverbe modal qui contient une quantification universelle. Nous aborderons les modalités le chapitre 4. Ici il faut comprendre *nécessairement* au sens de *par définition*.

[40] Celle de Mr. Bean en a trois, par exemple.

On remarquera d'ailleurs que cette forme de généricité n'est pas sans rapport avec ce que l'on pourrait appeler l'habitualité : dans une certaine mesure (et dans certains cas), l'adverbe *habituellement* peut aussi fonctionner dans le paradigme (67). Et ce que tendent à montrer ces exemples, finalement, c'est que la généricité phrastique n'est probablement qu'un cas particulier d'un phénomène sémantique plus large, celui de la quantification induite par ce type d'adverbes[41]. À ce moment-là, la particularité de la généricité est avant tout qu'elle peut apparaître par défaut, c'est-à-dire sans adverbe explicite.

Nous nous arrêtons là pour le moment sur la généricité[42] ; nous avons atteint ce que nous visions, à savoir, je le répète ici, que dans les phrases génériques, il n'y a pas de raison d'analyser les GN indéfinis singuliers différemment que dans les phrases ordinaires. Ceux-ci correspondent toujours à des quantificateurs existentiels ; simplement, par l'effet d'un adverbial implicite ou explicite, ils se retrouvent multipliés sur un « mode de généralité ».

3.3 Catégories de groupes nominaux

Dans la section précédente (§3.2), nous avons vu que certains GN avaient une portée, que cette portée pouvait être variable et que l'interprétation de ces GN était mobile. Nous avons vu aussi que l'interprétation de certains GN pouvait covarier avec d'autres expressions de la phrase. Ces phénomènes, du moins dans les cas simples, sont correctement restitués dans les traductions en LO grâce à la sémantique que nous avons attribuée aux quantificateurs. La question que nous pouvons nous poser à présent est : est-ce que ces observations et l'analyse sémantique formelle qui les accompagne s'appliquent à tous les GN ? Autrement dit, est-ce que tous les GN du français peuvent s'analyser de la même façon, au moyen de quantificateurs ? On se doute bien que ce n'est pas le cas : ne serait-ce que pour les noms propres et les pronoms, nous avons déjà vu qu'ils se traduisaient respectivement par des constantes et par des variables. Cette question en engendre alors une seconde qui est : existe-t-il différentes catégories sémantiques de GN et si oui, lesquelles ? Et ce qui pourrait être intéressant pour nous, c'est de voir si ces catégories sémantiques sont corrélées à, disons, des catégories grammaticales de GN. Cela nous fournirait en effet un guide intéressant pour traduire les phrases en LO : on saurait que telle catégorie grammaticale bien identifiée de GN correspond à une catégorie sémantique particulière et donne ainsi lieu à un type de traduction précis.

[41] Ainsi on peut même être tenté d'envisager une échelle de gradation qui ordonnerait les différentes forces quantificationnelles exprimées par les adverbes : à une extrémité de l'échelle on aurait l'universalité stricte (*toujours*, *nécessairement*), ensuite une universalité un peu « molle » (*généralement*, *normalement*), puis une haute fréquence (*souvent*, *habituellement*), puis une fréquence moyenne (*parfois*), une fréquence faible (*rarement*), jusqu'à l'universalité négative (*jamais*). L'idée d'une telle échelle n'est pas absurde, mais elle n'est probablement pas suffisante, et l'histoire est un peu plus compliquée que cela. Il a été suggéré (par ex. Krifka et al. 1995) que certains de ces adverbes (et en particulier les adverbes génériques) ont des propriétés modales qui les distinguent singulièrement des autres.

[42] Les lecteurs intéressés par le phénomène peuvent se reporter, entre autres, à Krifka et al. (1995), Cohen (2002), Dobrovie-Sorin (2006) pour un panorama plus approfondi.

3.3.1 Critères logico-sémantiques

3.3.1.1 Effets de portée

Une première chose que nous pouvons regarder c'est quels sont les GN qui induisent de la covariation. Mais il faut être assez vigilant sur les conclusions que nous pouvons tirer de ces observations. Si un GN induit de la covariation, nous pourrons en conclure qu'il a probablement une portée et que son interprétation met en jeu, d'une manière ou d'une autre, un calcul répété de la valeur sémantique de ce qui se trouve dans sa portée. Mais si un GN n'induit pas de covariation, nous ne devrons pas nécessairement en conclure qu'il n'a pas de portée. On s'en doute bien, pour induire de la covariation par lui-même, un GN doit être associé à une idée de pluralité[43], et donc les GN fondamentalement singuliers, se ramenant au mieux à « une multiplication par 1 », ne risquent pas vraiment de provoquer de la covariation. Pourtant, nous l'avons vu, les indéfinis singuliers ont tout de même une portée. Donc si ce qui nous intéresse est de détecter les GN qui ont une portée, il y a certainement des stratégies plus robustes ; pour autant la propriété de pouvoir induire de la covariation n'est pas complètement sans intérêt et sémantiquement, et nous reviendrons sur ce test via l'exercice 3.6, p. 164 *infra*.

Nous pouvons également tester les GN qui sont susceptibles ou non de *subir* de la covariation. Mais là encore il faut bien faire attention aux conclusions à tirer. D'abord qu'un GN puisse ou non covarier, cela ne nous dit rien au sujet de sa portée potentielle. Mais ça n'est pas grave, car ce test peut commencer à faire apparaître des catégories pertinentes de GN, en particulier ceux qui semblent ne jamais covarier. Dans un premier temps nous ne pourrons donc que constater l'émergence de ces catégories, sans tirer de conclusion plus avancée, et nous devrons par la suite essayer d'expliquer ce phénomène au moyen d'une analyse sémantique satisfaisante. Il faut également prendre quelques précautions sur l'application du test, car en fait il se trouve qu'il existe deux mécanismes sémantiques distincts qui causent un effet de covariation, ou de multiplication référentielle (nous y reviendrons en fin de chapitre) ; et cela nous induirait un peu en erreur si nous confondions les deux. À cet égard, le plus sûr est d'observer les covariations possibles de GN par rapport à un adverbe (ou adverbial) de quantification comme *souvent*, *parfois*, *toujours*, *à plusieurs reprises*, etc. Le principe du test est assez simple, il suffit d'abord de placer le GN à examiner dans une phrase où on s'attend qu'il puisse se retrouver dans la portée d'un adverbe de quantification. C'est ce que présente la série (68) en plaçant l'adverbial *à plusieurs reprises* en tête de phrases. Ensuite, pour chacune des phrases, on se demande si le GN en italique renvoie toujours à la même chose parmi les différentes « reprises » évoquées. Autrement dit, est-ce que chaque phrase, prise une par une, nous parle du même prisonnier ou du même groupe de prisonnier ? Si c'est le cas, alors c'est que le GN échappe à la covariation ; si au contraire il peut s'agir de prisonniers différents, c'est que le GN covarie (au moins dans une des interprétations de la phrase ; mais cela nous suffit). Dans la liste ci-dessous j'utilise exceptionnellement la marque ^{c} pour indiquer les phrases qui font apparaître de la covariation.

[43] Même s'il est grammaticalement singulier, comme avec *chaque* ou *tout*.

(68) a. À plusieurs reprises, *Joe* a tenté de s'évader.
b. À plusieurs reprises, *il* a tenté de s'évader.
c. À plusieurs reprises, *le prisonnier* a tenté de s'évader.
d. À plusieurs reprises, *ce prisonnier* a tenté de s'évader.
e. À plusieurs reprises, *mon prisonnier* a tenté de s'évader.[44]
f. ^{C}À plusieurs reprises, *un prisonnier* a tenté de s'évader.
g. ^{C}À plusieurs reprises, *trois prisonniers* ont tenté de s'évader.
h. ^{C}À plusieurs reprises, *des prisonniers* ont tenté de s'évader.
i. ^{C}À plusieurs reprises, *plusieurs prisonniers* ont tenté de s'évader.
j. ^{C}À plusieurs reprises, *quelques prisonniers* ont tenté de s'évader.
k. ^{C}À plusieurs reprises, *la plupart des prisonniers* ont tenté de s'évader.
l. À plusieurs reprises, *tous les prisonniers* ont tenté de s'évader.

On voit se dessiner deux grands groupes de GN (et donc de déterminants) (68a–e) et (68g–l). Il semble assez clair (en tenant compte de la note de bas de page 44) que les GN du premier groupe dénotent fixement un individu et ne donnent ainsi pas prise à la covariation. Par exemple dans (68b), bien qu'on ne sache pas qui est exactement ce *il*, on est sûr qu'il s'agit toujours de la même personne. Au contraire, dans le deuxième groupe, il ne s'agit pas forcément du même ou des mêmes prisonnier(s) qui tente(nt) de s'évader à chaque fois ; les GN covarient. Y compris pour (68k), où il est tout à fait possible qu'à chaque tentative d'évasion, les prisonniers impliqués ne soient pas toujours *tous* les mêmes. Quant au GN *tous les prisonniers* en (68l), à cause de sa force universelle, il est justement trop fort pour covarier : quoi qu'il arrive, il englobe toujours la totalité des prisonniers (et c'est un peu ce que nous avions déjà observé avec l'exemple (19a), §3.2.1.2 p. 131). Notre test le rattache donc au premier groupe de GN ; et nous verrons qu'il y a d'autres bonnes raisons de faire ce rattachement. Cependant nous allons immédiatement voir qu'il existe également de bonnes raisons de le tenir un peu à l'écart, ou plus exactement de procéder à des regroupements un peu différents de ceux de (68).

Nous avions constaté, en §3.2.1.2 (p. 133), que les GN qui correspondent à des quantificateurs, du fait de leur interprétation mobile, induisent une ambiguïté vis-à-vis de la négation. C'est une propriété qu'il est intéressant de tester pour d'autres GN, car cela constitue un test qui renforce et affine le précédent. De cette façon, ce que nous diagnostiquons est à la fois un cas limite, mais radical, de covariation (une sorte de multiplication par 0) et la possible mobilité interprétative des GN. Le principe du test est simple : nous plaçons des GN dans une phrase négative[45], et nous nous demandons si la phrase est ambiguë. Marquons ci-dessous par ^{A} les phrases qui présentent une ambiguïté :

[44] On peut voir ici un effet de covariation si on se place dans une situation où, par exemple, le locuteur est un geôlier qui a toujours eu la charge de ne surveiller qu'un seul prisonnier à la fois, mais que, au long de sa carrière, il ait eu différents prisonniers à surveiller. Avec ce genre de situation, on peut d'ailleurs même trouver un effet de covariation aussi pour (68c) (ainsi que pour (1) *mutatis mutandis*). Dans ce cas, ce n'est pas nécessairement le GN lui-même qui covarie, mais peut-être un autre paramètre de la structure sémantique de la phrase (nous aurons l'occasion de voir plus tard de quoi il peut s'agir). Pour le moment, pour ne pas fausser le test, faisons l'hypothèse que chacune des phrases se réfère implicitement à, disons, une certaine situation de captivité qui reste toujours la même.

[45] Le plus sûr est de le mettre dans une position objet ou oblique, car la position sujet peut parfois, pour d'autres raisons, exclure la portée inversée du GN et de la négation.

(69)
a. Jean n'a pas lu *Guerre et Paix*.
b. Jean ne *l'*a pas lu.
c. Jean n'a pas lu *le dossier*.
d. Jean n'a pas lu *ce dossier*.
e. Jean n'a pas lu *mon dossier*.
f. ᴬJean n'a pas lu *un dossier*.
g. ᴬJean n'a pas lu *trois dossiers*.
h. ᴬJean n'a pas lu *des dossiers*.
i. ᴬJean n'a pas lu *plusieurs dossiers*.
j. ᴬJean n'a pas lu *quelques dossiers*.
k. ᴬJean n'a pas lu *la plupart des dossiers*.
l. ᴬJean n'a pas lu *tous les dossiers*.

Le test reprend *presque* la même subdivision que (68), avec l'exception notable de *tous les N* qui est passé dans le second groupe. Mais comme les jugements de (69) ne sont pas tous entièrement triviaux, faisons quelques commentaires.

Pour (69a–e), il semble assez clair que les phrases ne sont pas ambiguës.

Pour (69f), la phrase peut signifier soit *il y a un dossier que Jean n'a pas lu* (mais il peut en avoir lu d'autres), soit *il n'a lu aucun dossier*. Cette deuxième lecture peut sembler moins naturelle ou moins fréquente, certainement pour des raisons pragmatiques, en particulier parce qu'il existe des manières moins équivoques de faire passer ces conditions de vérité. Par exemple, cette lecture apparaît, sans ambiguïté, si on ajoute *seul* dans le GN : *Jean n'a pas lu un seul dossier* ; ou si l'on accentue le déterminant : *Jean n'a pas lu* UN *dossier*. Mais on ne peut pas exclure que (69f) en lui-même possède cette interprétation.

Pour (69g), c'est un peu similaire, la phrase peut se comprendre comme *il y a trois dossiers que Jean n'a pas lus* (mais il peut en avoir lu une dizaine d'autres par ailleurs), ou comme *Jean a lu moins de trois dossiers*.

L'exemple (69h) est, quant à lui, différent ; d'abord la phrase semble, à première vue[46], sonner un peu bizarrement d'un point de vue grammatical, mais il existe deux types de circonstances où elle peut s'énoncer. Soit pour signifier qu'il y a des dossiers que Jean n'a pas lu ; soit pour dire quelque chose que l'on pourrait paraphraser un peu grossièrement en *ce n'est pas des dossiers que Jean a lu* (mais par exemple des bandes dessinées). Cette deuxième lecture implique, de fait, que Jean n'a lu aucun dossier[47].

(69i), avec *plusieurs*, fonctionne un peu comme (69g), sa deuxième lecture étant *Jean a lu au plus un dossier* ; et (69j), avec *quelques*, lui, fonctionne plutôt comme (69h).

Le cas de (69k), avec *la plupart*, est un peu plus difficile, car l'ambiguïté est assez fine. Mais elle existe bel et bien. Pour la mettre au jour, il nous faut d'abord faire une hypothèse sur le sens de *la plupart* ; cela ne va pas absolument de soi, même (ou surtout) si nous

[46] Ou à première ouïe…

[47] Ajoutons que, comme on le sait, il existe également en français la formulation *Jean n'a pas lu de dossier(s)*, mais elle n'est pas très pertinente pour notre test car cette forme *de N* est précisément celle que prend ordinairement l'indéfini pluriel lorsqu'il doit s'interpréter sous la portée d'une négation. Il n'y a alors pas d'ambiguïté possible.

nous fions à notre intuition, et c'est peut-être une question assez difficile à trancher. Accordons-nous simplement à considérer que nous ne prendrons pas trop de risque en posant que *la plupart* signifie *au moins* plus de la moitié ; cela nous suffira ici. Supposons maintenant, par exemple, que Jean avait douze dossiers à lire. S'il n'en a lu que cinq, ou quatre, ou trois, etc. alors nous jugerons que la phrase (69k) est vraie. C'est que nous l'interprétons comme signifiant *plus de la moitié des dossiers sont non lus*, autrement dit *la plupart des dossiers sont non lus*. L'autre lecture est moins saillante, elle se glose en *il est faux que Jean a lu la plupart des dossiers*, ce qui revient à *il n'en a pas lu plus de la moitié*. Cette lecture sera vraie si, dans notre exemple, Jean a lu exactement six dossiers, car six ce n'est pas *plus* de la moitié de douze. Il s'agit bien d'une véritable ambiguïté, car dans ce dernier cas de figure, la phrase sera en même temps fausse avec la première lecture. En effet si Jean a lu exactement six dossiers, alors il y a exactement six dossiers qu'il n'a pas lus, et donc il n'y a pas plus de la moitié des dossiers qui sont non lus. Certes l'ambiguïté est assez subtile, car il n'y a qu'un seul type de cas de figure qui discrimine les deux lectures, ceux où le partage se fait exactement à 50-50. Dans les autres cas, les deux lectures ne se distinguent pas[48]. Pour autant cela suffit à prouver l'ambiguïté.

Enfin l'ambiguïté de (69l), avec *tous les*, a déjà été observée en §3.2.1.2 (exemple (22), p. 133). Là encore une des deux lectures s'impose plus immédiatement que l'autre. C'est celle qui signifie qu'il est faux que Jean ait lu tous les dossiers, autrement dit qu'il y a au moins un dossier qu'il n'a pas lu. L'autre équivaut à *Jean n'a lu aucun dossier*.

Pour récapituler, nous voyons émerger deux grands groupes de GN, et donc de déterminants. Cela n'a rien de bien surprenant ; cela confirme, d'une certaine manière, ce que nous avons dans LO. Le premier groupe contient ce qui correspond aux constantes (N propres), aux variables (pronoms), et à des GN que nous ne savons pas (encore) traduire (définis, démonstratifs, possessifs) ; le second groupe contient ce qui correspond aux quantificateurs ($\exists$ et $\forall$) et à d'autres GN (*la plupart des…*), que nous ne savons pas traduire non plus. Mais, justement, nous commençons à nous faire une idée sur où ranger sémantiquement ces GN que nous ne savons pas encore traduire. Et nous allons encore affiner notre classification.

3.3.1.2 Tests de consistance et de complétude

Il existe une autre paire de tests souvent utilisés pour classer les GN. Ils exploitent deux lois logiques que nous avons vues au chapitre 2 dans l'exercice 2.10, la loi de contradiction (70a) et la loi du tiers exclu (70b) :

(70) a. $\models \neg[\varphi \wedge \neg\varphi]$
b. $\models [\varphi \vee \neg\varphi]$

La loi de contradiction dit qu'une formule de la forme $[\varphi \wedge \neg\varphi]$ est toujours fausse et la loi du tiers-exclu qu'une formule de la forme $[\varphi \vee \neg\varphi]$ est toujours vraie. Ces deux lois concernent LO, mais il est assez facile de les importer dans une langue naturelle

[48] Notons que si nous avions fait l'hypothèse plus audacieuse (mais probablement incorrecte) que *la plupart* signifie plus des deux tiers ou plus des trois quarts, alors nous aurions plus de configurations discriminantes.

comme le français. Les tests que nous allons regarder ici consistent justement à observer l'application de ces lois dans des phrases du français… en trichant un peu. Mais qu'on se rassure, cette « triche » n'est pas déloyale, elle fait partie du principe même des tests (voir note 49 *infra*). L'idée est la suivante. On considère d'abord des phrases à la structure syntaxique simple, de la forme [GN GV], où GV représente un groupe verbal simple. Ensuite on les coordonne, avec *et* puis *ou*, à leur négation. Comme en français la négation ordinaire d'une phrase se positionne au niveau du GV (avec *ne… pas* par exemple), la version négative des phrases de départ sera de la forme [GN Neg-GV], où Neg représente le constituant qui apporte la négation. À partir de là, on se demande si les phrases coordonnées, i.e. [GN GV *et* GN Neg-GV] et [GN GV *ou* GN Neg-GV], sont bien respectivement des contradictions et des tautologies. Et pour que les tests fonctionnent adéquatement, nous allons faire en sorte que Neg s'interprète toujours localement, sur le prédicat verbal[49]. Nous venons de le voir, la négation usuelle (*ne… pas*) interagit avec les GN de manière parfois complexe (les phrases peuvent être ambiguës, les portées peuvent être inversées, etc.) ; pour garantir que Neg porte seulement sur le GV, il est très préférable de passer par une négation de constituant, comme avec l'adverbe *non* antéposé à un prédicat ou carrément une négation lexicale. Je propose à cet égard que nous utilisions la paire d'antonymes *barbu* et *imberbe*, en faisait l'hypothèse que ces deux antonymes sont complémentaires, autrement dit qu'ils sont la négation l'un de l'autre[50]. Techniquement, cela peut se formaliser simplement, il suffit de contraindre tous nos modèles $\mathcal{M}$ à satisfaire la condition suivante : pour toute assignation g, $[\![\mathbf{imberbe}(x)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\neg\mathbf{barbu}(x)]\!]^{\mathcal{M},g}$[51]. Et on pourrait, de la même façon, faire le test avec *présent*/*absent*, *vivant*/*mort*, *malade*/*en bonne santé*, *qualifié*/*non qualifié*…

Dernière précaution à prendre pour se lancer dans les tests : chaque jugement de phrase doit se faire *à contexte constant*. Nous allons voir dans un instant ce que cela veut dire et ce que cela implique en pratique. La raison de cette précaution est que le contexte est un paramètre qui peut influer sur le sens des expressions ; or ce que nous visons ici c'est précisément d'examiner les propriétés du sens de certains GN ; nous ne devons donc pas prendre le risque de faire changer ce sens en cours du test, sans quoi nous ne saurions plus ce que nous observons exactement.

[49] C'est là que l'entorse logique peut apparaître. Car les lois de (70) utilisent la négation $\neg$ de LO, qui porte sur des *formules*, autrement dit des phrases complètes. Or Neg se présente plutôt comme une négation de « verbes ». Comme nous le savons bien maintenant, certaines phrases ont des traductions sémantiques à la structure relativement complexe, notamment lorsqu'elles font intervenir des quantificateurs, et donc si la négation, via Neg, s'interprète « collée » au prédicat verbal, nous nous doutons qu'elle n'aura pas le même effet sémantique que si elle s'interprète sur l'ensemble de la phrase comme en (70). Il est donc facile de prédire, *a priori*, que les deux lois ne s'appliqueront pas pour certains GN. Mais c'est précisément ce que guettent les tests : si les lois ne s'appliquent pas c'est que les GN en jeu ont très probablement une certaine mobilité interprétative vis-à-vis de la négation en donnant aux phrases une structure sémantique particulière.

[50] Il y a certainement des arguments légitimes pour contester cette hypothèse de sémantique lexicale, en pointant sur des cas intermédiaires. Mais pour les besoins du tests, autorisons-nous cette simplification (qui n'est pas entièrement déraisonnable) en considérant qu'un moustachu est imberbe et qu'un homme qui porte un collier de barbe ou un bouc est barbu.

[51] Nous pouvons, de façon équivalente, formaliser cela en posant que tout modèle $\mathcal{M}$ doit être tel que $\mathcal{M} \models \forall x[\mathbf{imberbe}(x) \leftrightarrow \neg\mathbf{barbu}(x)]$. C'est qu'on appelle un *postulat de signification* ; nous y reviendrons au chapitre 4.

Le premier test est le TEST DE CONSISTANCE, qui s'appuie sur la loi de contradiction ($[\varphi \wedge \neg\varphi]$). Nous construisons des phrases de la forme [GN GV *et* GN Neg-GV] comme dans la série (71), et pour chacune nous nous demandons s'il s'agit bien d'une contradiction. La méthode est assez simple : il suffit à chaque fois de chercher s'il existe ne serait-ce qu'un modèle, ou un type de modèle, par rapport auquel on peut juger la phrase *vraie*. Si l'on y parvient, c'est que la phrase n'est pas contradictoire ; si cela s'avère impossible, c'est qu'elle est bien une contradiction et donc qu'elle réussit le test. Dans ce dernier cas, nous le signalons en posant la marque $^\perp$ devant la phrase.

(71)
a. $^\perp$Pierre est barbu et Pierre est imberbe.
b. $^\perp$Il est barbu et il est imberbe.
c. $^\perp$Le candidat est barbu et le candidat est imberbe.
d. $^\perp$Ce candidat est barbu et ce candidat est imberbe.
e. $^\perp$Mon candidat est barbu et mon candidat est imberbe.
f. Un candidat est barbu et un candidat est imberbe.
g. Trois candidats sont barbus et trois candidats sont imberbes.
h. Des candidats sont barbus et des candidats sont imberbes.
i. Plusieurs candidats sont barbus et plusieurs candidats sont imberbes.
j. Quelques candidats sont barbus et quelques candidats sont imberbes.
k. Aucun candidat n'est barbu et aucun candidat n'est imberbe.
l. $^\perp$Chaque candidat est barbu et chaque candidat est imberbe.
m. $^\perp$La plupart des candidats sont barbus et la plupart candidats sont imberbes.
n. $^\perp$Tous les candidats sont barbus et tous les candidats sont imberbes.

La première chose à remarquer est que le test ne nous donne pas les mêmes regroupements que les précédents. Cette fois, nous isolons le groupe (71f–k) qui ne contient ni *la plupart des N* ni *tous les N*.

Le test est relativement simple à appliquer, mais pour certaines phrases néanmoins les jugements de (non-)contradictions ne sont pas entièrement triviaux et quelques remarques s'imposent. D'abord pour (71d), avec le démonstratif, on peut a priori très facilement concevoir une situation qui rende la phrase vraie : une situation où les deux occurrences du GN *ce candidat* sont utilisées par le locuteur pour désigner des candidats différents. On le sait, les GN démonstratifs s'accompagnent généralement d'une attitude qui, de la part du locuteur, établit une référence univoque vers un objet ; ce peut être un geste de pointage, un regard ou tout autre rapport à la situation d'énonciation qui rende un objet suffisamment saillant pour l'isoler. Il s'agit là d'une caractéristique certainement cruciale des démonstratifs, et on doit en tenir compte lorsque l'on est amené à spécifier le fonctionnement sémantique de ces expressions. Mais pour ce qui nous intéresse ici – le test de consistance – nous allons nous contenter de remarquer que cette attitude « monstrative » du locuteur est un paramètre constitutif du contexte, puisque c'est une attitude qui caractérise le locuteur au moment où il produit son énoncé. Et comme nous avons posé que le contexte doit être constant, il en résulte que *ce candidat* dénote à chaque fois le même individu. Et (71d) est alors bien contradictoire.

En (71k), *aucun* a été ajouté au paradigme (il s'appliquait assez mal aux tests précédents), et le jugement indiqué peut sembler contre-intuitif. Mais il existe un type de situations qui rende la phrase vraie. Imaginons une audition à laquelle sont convoqués quatre candidats, mais que finalement aucun des quatre ne se présente ; il n'y alors pas de candidat dans le domaine de quantification. Dans ce cas, par la force des choses, les deux phrases connectées de (71k) sont vraies.

Le second test est le TEST DE COMPLÉTUDE, qui utilise la loi du tiers exclu ($[\varphi \vee \neg\varphi]$). Cette fois, nous construisons des phrases de la forme [GN GV *ou* GN Neg-GV] et nous vérifions si ce sont des tautologies ou non. La méthode est inversée : il faut chercher s'il existe des modèles qui peuvent rendre chaque phrase fausse.

(72) a. $^{\top}$Pierre est barbu ou Pierre est imberbe.
b. $^{\top}$Il est barbu ou il est imberbe.
c. $^{\top}$Le candidat est barbu ou le candidat est imberbe.
d. $^{\top}$Ce candidat est barbu ou ce candidat est imberbe.
e. $^{\top}$Mon candidat est barbu ou mon candidat est imberbe.
f. Un candidat est barbu ou un candidat est imberbe.
g. Trois candidats sont barbus ou trois candidats sont imberbes.
h. Des candidats sont barbus ou des candidats sont imberbes.
i. Plusieurs candidats sont barbus ou plusieurs candidats sont imberbes.
j. Quelques candidats sont barbus ou quelques candidats sont imberbes.
k. Aucun candidat n'est barbu ou aucun candidat n'est imberbe.
l. Chaque candidat est barbu ou chaque candidat est imberbe.
m. La plupart des candidats sont barbus ou la plupart candidats sont imberbes.
n. Tous les candidats sont barbus ou tous les candidats sont imberbes.

Ici nous retombons *presque* sur la subdivision obtenue en (68). La différence notable est le classement de *tous les N*. En général il est assez facile d'appliquer le test sur ces phrases. Par exemple, (72n) est fausse dans un modèle qui contient des candidats barbus et des candidats imberbes ; c'est le cas aussi pour (72m) mais en ajoutant la condition qu'il y ait exactement autant de barbus que d'imberbes.

Pour (72f), cela saute un peu moins aux yeux, mais le cas de figure qui rend la phrase fausse est le même que pour (71k) : une situation où il n'y a pas de candidat.

Les tests de consistance et de complétude font donc apparaître trois grandes catégories de GN : ceux qui satisfont les deux tests (comme les noms propres, *le N*...), ceux qui satisfont le premier mais pas le second (*tous les N*, *la plupart des N*...) et ceux qui ne satisfont aucun des deux (*un N*, *quelques N*...). Et il se trouve que cette tripartition correspond aux trois grandes classes de GN traditionnellement identifiées en sémantique. La première classe est celle de ce que l'on appelle les EXPRESSIONS RÉFÉRENTIELLES (ou GN référentiels), la deuxième est celle des GN dits QUANTIFICATIONNELS et la troisième celle des INDÉFINIS (ou GN indéfinis). Ces dénominations montrent que les indéfinis constituent une classe à part, dissociée de celles de GN quantificationnels, même si les indéfinis (au moins certains d'entre eux) s'analysent au moyen de la quantification existentielle $\exists$. Cela semble confirmer que la quantification existentielle a des propriétés interprétatives particulières que la quantification universelle n'a pas (et vice versa) – ce que nous avions déjà pu observer en §3.2.1.3 sur les limites de portée large. Les GN quantificationnels ne correspondent, bien sûr, pas tous à de la quantification universelle, et nous verrons en §6.5, comment les analyser formellement.

> **Exercice 3.5**
> Dans le travail de classification des GN que nous venons d'opérer, le défini pluriel, *les N*, a été volontairement omis. C'est qu'il manifeste des propriétés interprétatives assez particulières. Appliquez les quatre tests présentés ci-dessus (covariation, ambiguïté avec la négation, consistance et complétude) sur un défini pluriel pour tenter de le rattacher à l'une de nos trois classes de GN. Qu'observe-t-on ?

3.3.2 Critères syntactico-sémantiques

Nous allons ici voir des corrélats (et tests) grammaticaux qui confirment assez nettement ce classement des GN en trois grandes catégories.

3.3.2.1 Dislocation à droite

L'exercice 3.5 ci-dessus vise à montrer que les définis pluriels, comme *les candidats*, s'insèrent apparemment mal dans la triple classification que nous venons de dégager : ils semblent hybrides entre référentiels et quantificationnels. Mais il s'avère que, par ailleurs, il y a de bonnes raisons pour les classer dans les expressions référentielles. Parmi ces raisons on trouve le test de la dislocation à droite : on peut constater que seules les expressions référentielles peuvent facilement apparaître en position disloquée à droite, comme le montrent les exemples (73). Et *les candidats* passe très bien dans cette construction. En revanche les indéfinis et les quantificationnels, en (74), sont soit exclus soit pas entièrement appropriés.

(73) a. Il était assez faible, Pierre.
  b. Il était assez faible, lui.
  c. Il était assez faible, le candidat.
  d. Il était assez faible, ce candidat.
  e. Il était assez faible, mon candidat.
  f. Ils étaient assez faibles, les candidats.

(74) a. *Il était assez faible, un candidat.
  b. *Ils étaient assez faibles, trois candidats.
  c. *Ils étaient assez faibles, quelques candidats.
  d. *Ils étaient assez faibles, plusieurs candidats.
  e. *Il était assez faible, chaque candidat.
  f. $^?$Ils étaient assez faibles, la plupart des candidats.
  g. $^?$Ils étaient assez faibles, tous les candidats.

En (74), j'utilise la marque * car on est en droit de juger que les exemples sont grammaticalement (i.e. syntaxiquement) inacceptables. Pour (74f–g), certes, les jugements sont beaucoup moins nets (et donc marqués par ?). Les locuteurs francophones peuvent être tentés (à juste titre) de ne pas rejeter ces phrases comme inacceptables (on peut les entendre et les produire sans trop de problème) ; mais à bien y regarder, elles ne semblent pas aussi naturelles et canoniques que celles de (73). Cette ambivalence de *la plupart des N* et *tous les N* vis-à-vis de ce test s'explique de plusieurs manières, et en particulier par le fait que ces GN peuvent dans certaines conditions être réinterprétés comme des expressions référentielles[52].

3.3.2.2 Déterminants forts *vs* déterminants faibles

Le test de la dislocation à droite confirme la subdivision entre les expressions référentielles et les autres GN ; celui que nous allons voir à présent, lui, isole la classe des indéfinis des deux autres. Il repose sur la distinction entre déterminants (ou GN) forts et faibles, introduite par Milsark (1977). Ce test met en jeu les constructions existentielles, c'est-à-dire les phrases en *il y a* ou *il existe*, en remarquant que seuls les GN dits faibles peuvent apparaître dans ces constructions. Et les GN faibles coïncident avec nos indéfinis.

Mais pour appliquer ce test, il est très important de prendre deux précautions. Il existe en français (au moins) trois types de constructions existentielles ; elle n'ont pas les mêmes fonctions, et il est nécessaire de savoir les distinguer car notre test concerne uniquement le premier type. Il s'agit :

1. des constructions existentielles proprement dites ; elles servent à indiquer la présence d'individus à certains endroits ou dans certains environnements ; elles sont de la forme *il y a GN (W)*, où *W* représente un complément circonstanciel, généralement de lieu, qui peut être omis sans nuire à la bonne formation de la phrase (il est alors récupéré via le contexte) ;
2. des constructions existentielles événementielles ; elles servent à décrire un événement particulier et ce sont celles que nous avons vues en §3.2.3, p. 148 ; elles sont de la forme *il y a GN Rel*, où *Rel* est une proposition relative obligatoire, comme par exemple dans *il y a le bébé qui pleure*, *il y a les flics qui sont passés ce matin*, etc. ;
3. des constructions événementielles énumératives, qui, comme leur nom l'indique, n'interviennent que dans des énumérations ; elles sont normalement de la forme *il y a* GN_1, GN_2, GN_3... (même si parfois l'énumération peut s'interrompre très vite et s'arrêter au premier élément) ; par exemple : *dans ce film, il y a John Travolta, Samuel L. Jackson, Bruce Willis, Uma Thurman...*

En prenant bien soin d'exclure les éventuelles lectures événementielles et énumératives (et pour ce faire, je place *dans la cour* entre parenthèses pour insister sur son optio-

[52] Sans entrer dans les détails, disons simplement que *la plupart des N* peut parfois s'analyser comme un superlatif (comme *les meilleurs N*, *les N les plus jeunes*...). Quant à *tous les N*, nous verrons au chapitre 10 (vol. 2) une analyse formelle qui en fait une véritable expression référentielle, proche de *les N*, en concurrence avec l'analyse quantificationnelle par $\forall$.

nalité), nous pouvons observer le contraste entre (75) (les indéfinis, donc les faibles) et (76) (les autres, les forts) :

(75)
a. Il y a un éléphant (dans la cour).
b. Il y a trois éléphants (dans la cour).
c. Il y a des éléphants (dans la cour).
d. Il y a quelques éléphants (dans la cour).
e. Il y a plusieurs éléphants (dans la cour).

(76)
a. $^{??}$Il y a Dumbo (dans la cour).
b. $^{??}$Il y a l'éléphant (dans la cour).
c. $^{??}$Il y a cet éléphant (dans la cour).
d. $^{??}$Il y a mon éléphant (dans la cour).
e. $^{??}$Il y a les éléphants (dans la cour).
f. $^{??}$Il y a chaque éléphant (dans la cour).
g. $^{??}$Il y a la plupart des éléphants (dans la cour).
h. $^{??}$Il y a tous les éléphants (dans la cour).

Les phrases (76) sont marquées $^{??}$, car on pourrait juger qu'elles ne sont pas inacceptables au point de mériter une *. C'est là la seconde précaution à prendre. Selon les variantes dialectales, régionales, de registre, etc., ces phrases peuvent sembler assez ordinaires[53], cependant si nous nous en tenons au français (très) standard, elles apparaissent malgré tout comme moins naturelles et moins correctes que celles de (75), surtout lorsque le circonstanciel de lieu est omis.

Ce test des existentielles confirme la singularité des indéfinis par rapport aux autres GN et suggère également une possible affinité sémantique entre les expressions référentielles (notamment les définis) et les GN quantificationnels forts.

3.3.3 Synthèse

Le tableau 3.1 (page suivante) résume les résultats de nos tests et montre les trois classes de GN qui s'en dégagent : les expressions référentielles, les GN indéfinis et les GN quantificationnels.

Les expressions référentielles sont nommées ainsi car elles ont la particularité, à l'instar des constantes de LO, de dénoter (ou de référer à) un individu précis du modèle. Les GN des deux autres classes, eux, n'ont pas ce même pouvoir référentiel. C'est en accord avec la sémantique de la quantification que nous avons vue au chapitre précédent et en §3.1.2 : l'interprétation des formules quantifiées met en jeu un ou plusieurs calculs, soit en *choisissant* (plus ou moins librement) une valeur pour la variable quantifiée (pour $\exists$), soit en *parcourant* l'ensemble de ses valeurs possibles (pour $\forall$). Nous pouvons également nous rendre compte de cette absence de pouvoir référentiel si nous reformulons les conditions de vérité de phrases incluant une quantification sans passer par LO mais en allant

[53] Et c'est notamment dû au fait que certaines de ces phrases peuvent être réinterprétées comme des existentielles événementielles elliptiques équivalant à *il y a l'éléphant (qui est) dans la cour* ou *il y a l'éléphant (qui fait quelque chose) dans la cours.*

Tab. 3.1 : Propriétés des différentes classes de GN

Classes de GN	Test de consistance	Test de complétude	Ambiguïté avec la négation	Dislocation à droite	Phrases existentielles	Exemples
expressions référentielles	+	+	−	+	−	noms propres, définis, démonstratifs...
GN indéfinis	−	−	+	−	+	*un* N, *des* N, *quelques* N, *plusieurs* N...
GN quantificationnels	+	−	+	−	−	*tous les* N, *chaque* N, *la plupart des* N...

consulter directement dans le modèle la dénotation des prédicats. Ainsi, par exemple, (77b) et (78b) – qui ne contiennent pas de variable – expriment tout à fait correctement les conditions de vérité de (77) et (78) :

(77) Un homme est entré.

a. $\exists x[\mathbf{homme}(x) \wedge \mathbf{entrer}(x)]$

b. $[\![\mathbf{homme}]\!]^{\mathcal{M},g} \cap [\![\mathbf{entrer}]\!]^{\mathcal{M},g} \neq \varnothing$

(78) Tous les hommes sont mortels.

a. $\forall x[\mathbf{homme}(x) \rightarrow \mathbf{mortel}(x)]$

b. $[\![\mathbf{homme}]\!]^{\mathcal{M},g} \subseteq [\![\mathbf{mortel}]\!]^{\mathcal{M},g}$

(77b) dit que l'intersection de l'ensemble des hommes et de l'ensemble de ceux qui sont entrés doit être non vide ; finalement peu importe quel homme précis est entré[54], il peut même y en avoir plusieurs, du moment qu'il y en a au moins un, la phrase sera vraie. (78b) dit que l'ensemble des hommes doit être inclus dans l'ensemble des mortels ; là encore il n'est pas fait référence à un ou plusieurs hommes particuliers, c'est tout l'ensemble qui est considéré. D'une certaine manière donc, l'interprétation des GN quantificationnels et indéfinis est plus une histoire d'ensembles que de référence.

Cette approche ensembliste de l'analyse de la quantification est tout à fait pertinente, en particulier pour le traitement des GN quantificationnels forts (et nous y reviendrons en §6.5). Elle permet également de mettre le doigt sur une curiosité, et même un problème, qui a pu nous apparaître et qui nous suit depuis le chapitre 2 et qui concerne la *dénotation* des GN. Les expressions référentielles dénotent des entités du modèle (comme ce que nous avions vu en introduisant la notion fregéenne de dénotation en §2.1.1) ; cela veut dire que nous n'aurons pas de problème à déterminer et calculer des valeurs pour $[\![\textit{Alice}]\!]^{\mathcal{M},g}$ ou $[\![\textit{la salle de bain}]\!]^{\mathcal{M},g}$ via leur traduction dans LO (voir §3.3.4 pour la traduction des

[54] Sauf, bien sûr, comme nous l'avons vu, si l'indéfini a une interprétation spécifique, auquel cas il devient, en quelque sorte, référentiel.

GN définis). En revanche nous ne pouvons pas le faire pour $[\![$*tous les hommes*$]\!]^{\mathcal{M},g}$ et $[\![$*un homme*$]\!]^{\mathcal{M},g}$, car leur interprétation ne renvoie pas directement à un élément du domaine, c'est plutôt une instruction qui procède du calcul interprétatif *global* de la phrase. Et cela se reflète dans LO : compositionnellement, ces GN ne se traduisent pas par des expressions bien formées de LO ; au mieux, ils correspondent à des « morceaux » de formules ($\forall x[\mathbf{homme}(x) \rightarrow \ldots$, $\exists x[\mathbf{homme}(x) \wedge \ldots$) mais qui ne sont pas interprétables en soi. Autrement dit, les GN quantificationnels et indéfinis ne semblent pas avoir de dénotation, ce qui est très handicapant pour leur définir formellement un sens. Nous résoudrons ce problème au chapitre 6.

Nous pouvons également généraliser ici des observations faites en §3.2. Les GN quantificationnels et les indéfinis ont tous une interprétation mobile et, de ce fait, une portée variable. Ce n'est pas le cas des expressions référentielles. Comme l'indique la proposition 3.1 (p. 137), la mobilité interprétative des GN quantificationnels est limitée à leur proposition syntaxique (même ceux qui ne correspondent pas à une quantification universelle, cf. (79a)), mais pas celle des indéfinis (79b).

(79) a. $^{?}$Jean a raconté à un journaliste [que Pierre habite dans la plupart des villes de France].
b. Chaque ministre a confié à chaque journaliste [que plusieurs membres du gouvernement étaient corrompus].

Comme nous l'avons vu, les indéfinis peuvent avoir un usage ou une interprétation spécifiques – y compris lorsqu'ils sont pluriels. Et la spécificité a pour effet, en quelque sorte, d'accorder aux indéfinis un certain pouvoir référentiel, puisqu'ils servent ainsi à désigner un individu particulier (ou un groupe particulier d'individus) auquel pense le locuteur. Mais cela ne veut pas dire que, par la spécificité, les indéfinis *deviendraient* des expressions référentiels ; ils restent des indéfinis (la spécificité ne les fait pas réussir les tests de consistance et de complétude), mais avec une propriété sémantique supplémentaire.

D'ailleurs, cette affinité que les indéfinis entretiennent avec la référentialité se retrouve dans un phénomène que nous avons déjà observé en §3.2.2 (p. 139), à savoir la reprise par un pronom anaphorique. Par nature, les expressions référentielles peuvent être reprises sans problème par un pronom (80a) : en effet elles dénotent une entité particulière et rien n'empêche un pronom, par la suite, de partager cette dénotation (c'est le phénomène de coréférence). Les GN quantificationnels singuliers ne peuvent normalement pas être repris par un pronom singulier[55] (80b), du fait précisément de la variation de valeurs qu'ils imposent sur une variable liée. Mais les indéfinis *peuvent* (dans certaines conditions) être repris très naturellement par des pronoms, même lorsqu'ils n'ont pas un emploi spécifique (80c).

(80) a. Le majordome$_1$ s'est absenté pendant une semaine. Il$_1$ était souffrant et alité.
b. Marie a examiné chaque dossier$_1$. $^{\#}$Il$_1$ est sur le bureau.

[55] Pour la reprise par des pronoms pluriels de quantificationnels « pluriels » en *tous les*, *la plupart*... c'est plus complexe, et nous y reviendrons brièvement au chapitre 8 (vol. 2).

c. Un espion_1 s'est introduit dans le quartier général et il_1 a dérobé des dossiers compromettants. Il_1 n'a laissé aucune empreinte.

Bien que la reprise anaphorique d'un indéfini par un pronom soit un phénomène linguistique somme toute très banal en soi, il pose de *très* épineux problèmes pour le système sémantique formel – nous y reviendrons au chapitre 8 et dans le chapitre conclusif 12 (vol. 2). Pour en donner un simple aperçu, considérons une des principales interrogations qu'ils soulèvent : si les indéfinis ne sont pas référentiels, comment peut-on formaliser leur « coréférence » avec des pronoms ? Et s'ils sont référentiels, pourquoi n'ont-ils pas les propriétés que nous avons vues des expressions référentielles ?

Les indéfinis manifestent beaucoup d'autres particularités, et ils sont encore aujourd'hui un sujet d'étude inépuisable en analyse sémantique du domaine nominal[56]. Même s'ils semblent partager certaines caractéristiques avec les expressions référentielles et les GN quantificationnels, ils constituent une catégorie bien à part, qui peut certes présenter de l'hétérogénéité, ou du moins de la variété, à la fois dans leurs propriétés sémantiques intrinsèques et dans leurs emplois possibles.

Rappelons enfin qu'il est extrêmement important de bien avoir en tête que les appellations de *quantificationnels* et *indéfinis* sont pour nous ici des *termes techniques* qui dénomment des catégories de GN que nous avons définies ici à l'aide de nos tests logiques et grammaticaux (cf. le tableau de synthèse 3.1). Il ne faudrait donc surtout pas commettre l'erreur de se fier simplement à notre compréhension informelle et quotidienne de ces termes pour en déduire l'appartenance de tel ou tel GN à telle ou telle catégorie. En particulier, les GN qui véhiculent une information sur une quantité ne sont pas nécessairement quantificationnels : c'est par exemple le cas des pluriels de la forme *trois N*, *un million de N*, *quelques N* ou *plusieurs N*, qui sont, comme nous l'avons vu, des indéfinis.

Exercice 3.6
En vous inspirant des tests (68) (p. 152) et (69) (p. 154), identifiez les GN qui induisent de la covariation (vous établirez donc à cet effet un test approprié).

Exercice 3.7
En appliquant les tests que nous avons à notre disposition, déterminez à quelles classes appartiennent les GN suivants : *un tiers des candidats*, *trois quarts des candidats*, *beaucoup de candidats*.

Exercice 3.8
Trouvez deux exemples (suffisamment différents) de phrases avec un GN défini singulier (en *le* ou *la*) qui (en dépit de ce que nous avons dit et montré ci-dessus) covarie avec un autre élément de la phrase. Et tentez une explication.

3.3.4 Les descriptions définies

Répétons-le, notre langage LO ne nous permet, *pour l'instant*, de traduire que très peu de GN parmi la variété que nous avons examinée précédemment : les indéfinis singuliers

[56] Voir par exemple Corblin (1987), Haspelmath (1997), Farkas (2002b), Dobrovie-Sorin & Beyssade (2005) pour d'amples panoramas. Sur le rapport entre indéfinis et pronoms, la meilleure introduction reste le chapitre 1 de Heim (1982).

(*un(e) N*), les quantifications universelles (*tous les N*, *chaque N*) et les noms propres. Cela peut nous suffire dans un premier temps, cependant il y a des GN qu'il nous serait particulièrement utile de savoir traiter formellement dès à présent, ne serait-ce que parce qu'ils sont extrêmement communs : les GN définis. C'est ce que nous allons aborder dans cette dernière section du chapitre, en les examinant sous l'angle de ce que les philosophes et les sémanticiens appellent des *descriptions définies*. Une description définie est tout simplement un GN défini singulier, donc de la forme *le N* ou *la N* (où *N* est un substantif ou un prédicat nominal complexe), dont on considère qu'il renvoie à un *unique* individu.

Dans cette présentation, je vais prendre la peine de retracer, brièvement, l'historique du débat qui a opposé Russell (1905) et Strawson (1950), afin de replacer dans leur contexte épistémologique les tenants et les aboutissants de la vision sémantique que nous pouvons avoir des GN définis.

3.3.4.1 Existence et unicité

Russell (1905) aborde le sujet, entre autres, en soulevant un paradoxe qui semble mettre à mal les propositions de Frege (1892b). Pour illustrer ce paradoxe, prenons tout de suite un exemple, la description définie *le président des États-Unis en 2015*. Et considérons qu'elle possède une dénotation. Celle-ci est bien unique, et, à ce titre, cela rappelle l'interprétation des noms propres. D'ailleurs, les dénotations de *le président des États-Unis en 2015* et de *Barack H. Obama* coïncident exactement dans notre monde. Traduire cette description définie dans LO sous la forme d'un terme, et plus exactement d'une constante, disons $\mathbf{p}$, semble donc une option raisonnable et judicieuse. Nous saurons alors que, par rapport à un modèle conforme à notre monde réel (en 2015), la formule $\mathbf{p} = \mathbf{o}$ est vraie, où $\mathbf{o}$ traduit *Barack Obama*.

Mais alors que faire d'une description définie comme *l'actuel roi de France* ? Elle ne dénote rien dans notre monde ; or chaque constante de LO est supposée dénoter un individu du domaine. On pourrait s'en tirer en admettant que le domaine peut contenir des individus fictifs, comme Lucky Luke, Ulysse, Dracula ou Lara Croft, avec dans LO des constantes qui leur correspondent (nous reviendrons d'ailleurs sur cette idée dans le chapitre 4). Mais cela ne résoudrait pas le problème.

Supposons en effet que *l'actuel roi de France* se traduise par la constante $\mathbf{r}$, dénotant un individu fictif. Et souvenons-nous de la loi du tiers-exclu, qui dit que pour une formule φ donnée, par rapport à une modèle donné, soit φ est vraie, soit $\neg\varphi$ est vraie (i.e. $[\varphi \vee \neg\varphi]$ est vraie pour tout modèle). Russell considère que la phrase (81) est fausse (dans notre monde).

(81) L'actuel roi de France est chauve
$\mathbf{chauve}(\mathbf{r})$

Donc en vertu de la loi du tiers exclu, la phrase (82) (négation de (81)) devrait être vraie (dans notre monde).

(82) L'actuel roi de France n'est pas chauve
$\neg\mathbf{chauve}(\mathbf{r})$

Mais c'est là une conclusion que nous n'avons pas envie d'accepter : il n'y a pas de raison de penser que (82) soit « moins fausse » que (81).

Pour résoudre ce problème, Russell défend une analyse qui va à l'encontre de ce que proposait Frege – et aussi de ce que nous avons vu dans les pages précédentes. Son idée est que les descriptions définies ont une contribution sémantique très différente de celle des noms propres, en ce sens qu'elles *ne dénotent pas* un individu ; leur rôle est au contraire d'introduire de l'information dans la phrase où elles interviennent. Par *information*, ici, il faut comprendre *des conditions de vérité*, c'est-à-dire, en pratique, des formules (ou plus exactement des « morceaux » de formules). Ces informations sont au nombre de deux : de manière générale, une description *le N* permet d'affirmer *i*) qu'il *existe* dans le domaine un individu qui satisfait le prédicat nominal *N* et *ii*) cet individu est *le seul* individu du domaine qui satisfait *N*. Ces conditions d'existence et d'unicité peuvent se traduire facilement dans LO. Pour (81), en traduisant *actuel roi de France* par le prédicat **rdf**, nous obtenons :

(83) L'actuel roi de France est chauve
$\exists x[\mathbf{rdf}(x) \wedge \forall y[\mathbf{rdf}(y) \leftrightarrow y = x] \wedge \mathbf{chauve}(x)]$

La première partie de la traduction de (83), $\exists x[\mathbf{rdf}(x)\ldots$, exprime la condition d'existence : il y a un individu, x, qui est roi de France. La deuxième partie, $\forall y[\mathbf{rdf}(y) \leftrightarrow y = x]$, dit qu'un individu y peut être roi de France si et seulement si cet individu est identique à x, autrement dit qu'il n'existe pas d'individu autre que x qui soit roi de France : c'est bien la condition d'unicité attendue.

Et ainsi le problème « du tiers exclu » disparaît, du moment que nous traduisons (i.e. interprétons) (82) avec une négation qui porte sur le prédicat verbal :

(84) L'actuel roi de France n'est pas chauve
$\exists x[\mathbf{rdf}(x) \wedge \forall y[\mathbf{rdf}(y) \leftrightarrow y = x] \wedge \neg\mathbf{chauve}(x)]$

(84) est bien fausse par rapport à notre monde, et ce pour les mêmes raisons que (83), car la condition d'existence n'est pas satisfaite : il n'y a pas d'individu qui soit roi de France, et cela suffit à falsifier (83) *et* (84).

Enfin, Russell ajoute qu'en fait, (82) peut avoir une autre interprétation, illustrée en (85), avec une portée large pour la négation :

(85) L'actuel roi de France n'est pas chauve
$\neg\exists x[\mathbf{rdf}(x) \wedge \forall y[\mathbf{rdf}(y) \leftrightarrow y = x] \wedge \mathbf{chauve}(x)]$

(85) dit que, dans le domaine, il n'existe pas d'individu qui soit à la fois l'unique roi de France et chauve. Elle est donc vraie dans notre monde. Ce qui semble justifier cette interprétation, c'est que l'on puisse dire (dans notre monde) quelque chose comme :

(86) Et oui, l'actuel roi de France n'est pas chauve, car justement il n'y a plus de roi de France aujourd'hui.

Notons également que (85) sera fausse dans un monde où il existe un unique roi de France et qu'il est chauve (comme pour (84)).

3.3.4.2 Définis et présupposition

On remarquera que par l'analyse de Russell, (81) s'interprète donc comme une phrase existentielle. Cela peut sembler ne pas aller de soi, mais ce n'est finalement pas incohérent, car c'est précisément ce que visait Russell. Partant, il justifie que (82) est sémantiquement ambiguë, ce que nous avons démontré ci-dessus, via les traduction (84) et (85), en trouvant des valeurs de vérités différentes pour un même modèle, à savoir un modèle conforme à la réalité de notre monde. Pourtant, ce point précis peut être sujet à critique. En particulier, sommes-nous vraiment prêts à admettre que (82) peut être vrai dans un monde tel que le nôtre ? ou pour dire les choses différemment, est-ce vraiment le cas que (82) puisse s'interpréter comme niant l'existence d'un unique roi de France ? L'argument que nous avons donné pour cette hypothèse est illustré en (86), mais justement : ne pourrions-nous pas considérer, somme toute, qu'en (86) ce n'est pas la phrase (82) qui par elle-même pose la négation de l'existence du roi, mais plutôt la seconde phrase de (86), et ce de manière « rétroactive » et a posteriori ? En considérant cette possibilité, nous réinstaurons la notion de présupposition que nous avions laissé de côté provisoirement. En effet, ce que (86), et surtout sa seconde phrase, illustre est bien un phénomène d'annulation d'une présupposition.

Nous touchons là la critique que Strawson (1950) avait adressée à la proposition de Russell. Un point de désaccord essentiel que Strawson soulève est que, par rapport à notre monde, la phrase (81) n'est pas fausse, contrairement à ce que disait Russell. Et (81) n'est pas vraie non plus. En fait, la question de sa valeur de vérité (par rapport à notre monde) ne se pose tout simplement pas. Il en va de même pour (82). Et cela n'est pas étrange, car Strawson ajoute que (81) ne pose pas (ou n'affirme pas) l'existence d'un roi de France, elle « l'*implique* ». Et ce que Strawson qualifie ainsi d'implication[57] correspond en fait à ce que nous connaissons aujourd'hui sous la notion de *présupposition*. Et comme cette présupposition n'est pas satisfaite dans notre monde (où il n'y a pas de roi en France), (81) est dépourvue de valeur de vérité, ce qui revient à dire qu'il est inapproprié de prononcer (81) (cf. chapitre 1, p. 23).

De nos jours c'est cette analyse qui est très majoritairement adoptée. Mais comment l'intégrer dans notre formalisation sémantique ? Nous avons vu (ou plutôt stipulé) dans le chapitre 1 que les présuppositions étaient un peu en dehors du champ de la sémantique, se situant sur un autre plan de la communication. Dans les termes que nous utilisons maintenant, nous dirons qu'une présupposition ne fait pas directement partie des conditions de vérité de la phrase qui la contient. Ce que l'on explicite en éclatant le « contenu » de (81) de la manière suivante :

[57] Strawson prend bien soin de préciser que cette implication doit être distinguée de l'implication logique (i.e. la conséquence logique). Il faut rappeler également que dans son article, Strawson n'emploie jamais les termes *présupposition* ou *présupposer* ; c'est plus tard que le rapport sera établi et que l'article de Strawson deviendra l'acte de naissance de l'analyse présuppositionnelle des GN définis dans la tradition contemporaine.

(87) présupposé : *il existe un et un seul roi de France*
proféré : *il (i.e. ce roi de France) est chauve*

Et les conditions de vérité de (81) sont données par la partie proférée seulement. Comme sa formulation ci-dessus contient un pronom, (81) devra se traduire simplement en :

(88) $\mathbf{chauve}(x)$

en considérant que l'on sait *par ailleurs* que ce x fait référence à cet unique roi de France dont l'existence est présupposée. C'est un peu comme si l'information présupposée fonctionnait comme l'antécédent d'un pronom représenté par x. Si cet antécédent n'est pas défini c'est probablement que parmi les fonctions d'assignation par rapport auxquelles on a le droit l'interpréter (88), aucune n'est en mesure de proposer une valeur (acceptable) pour x[58], et dans ce contexte on échouera à trouver une valeur de vérité pour la formule. Cette analogie entre les présuppositions et les anaphores n'a rien de fortuit : elle est au cœur d'une analyse moderne (et dynamique) de la présupposition, celle de van der Sandt (1992).

Cette manière de formaliser le sens de (81) est assurément satisfaisante sur le plan théorique, mais, comme nous l'avons dit, elle transcende la couverture de cet ouvrage, car elle met en jeu des principes de sémantique dynamique. Dans les pages qui suivent, ne nous interdirons pas de l'utiliser, mais il également intéressant d'examiner une autre façon de formaliser le phénomène. D'abord parce qu'elle est assez couramment usitée dans les écrits de sémantique formelle. Ensuite parce qu'elle présente l'avantage de ne pas escamoter le contenu « lexical » du GN défini, et aussi parce qu'elle peut astucieusement concilier les positions de Russell et de Strawson. Et enfin parce que cette formalisation est très facilement implémentable avec les outils formels dont nous disposons.

Pour ce faire, nous ajoutons au vocabulaire de LO un nouvel opérateur, $\rotatebox[origin=c]{180}{ι}$ (la lettre grecque *iota*, ι, mais inversée), que l'on appelle l'OPÉRATEUR DE DESCRIPTION DÉFINIE. Ce genre d'opérateur est un LIEUR, car il lie une variable. La règle de syntaxe qui l'introduit dans les expressions de LO ressemble à celle des quantificateurs, mais, attention, elle ne produit pas des formules mais des *termes*.

Définition 3.11 : Syntaxe de $\rotatebox[origin=c]{180}{ι}$

(Syn.6) Si φ est une formule bien formée de LO et si v est une variable de $\mathcal{V}ar$, alors $\rotatebox[origin=c]{180}{ι}v\varphi$ est un terme.

[58] Il faut cependant être vigilant sur ce genre de formulation : dans le cadre de la théorie et du formalisme que nous présentons dans cette ouvrage, nous avons défini les assignation comme des fonctions (totale) de $\mathcal{V}ar$ dans $\mathcal{A}$. Par conséquent tout variable de $\mathcal{V}ar$, y compris le x de (88) doit recevoir une valeur par toute assignation g. C'est que l'analyse de la présupposition que nous esquissons ici relève, là encore, de la sémantique dynamique.

Le terme $\iota v\varphi$ dénote l'unique individu du modèle qui satisfait φ. Ainsi *le roi de France* se traduira en $\iota x\, \mathbf{rdf}(x)$, et comme ceci est un terme, il peut apparaître en position d'argument d'un prédicat. De cette façon, (81) se traduira en :

(89) $\mathbf{chauve}(\iota x\, \mathbf{rdf}(x))$

La règle d'interprétation sémantique des « ι-termes » est la suivante :

Définition 3.12 : Interprétation de ι

(Sém.6) $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = \textsc{d}$ ssi $\textsc{d}$ est l'unique individu de $\mathcal{A}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$. $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ n'est pas défini sinon.

Nous pourrions expliciter cette règle en précisant rigoureusement la condition d'unicité qu'elle contient. Cela donnerait : $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = \textsc{d}$ ssi pour tout individu $\textsc{d}'$ de $\mathcal{A}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\textsc{d}'/v]}} = 1$ ssi $\textsc{d}' = \textsc{d}$.

Et que se passe-t-il si dans $\mathcal{A}$ il n'existe pas d'individu qui satisfait φ ou s'il en existe plusieurs ? Eh bien (Sém.6) nous dit que $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ n'est pas défini, que son calcul échoue, et que par conséquent on ne pourra pas trouver de valeur vérité pour les formules qui contiennent cette expression : il y aura échec global de l'interprétation. C'est bien ce que Strawson annonçait. En même temps la description définie reprend l'idée d'existence et d'unicité de Russell, mais cette existence et cette unicité ne sont pas exprimées dans LO, elles ont été exportées dans le métalangage et elles apparaissent comme des prérequis pour la définition sémantique de la description en ι ; autrement dit, elles sont présupposées[59].

3.3.4.3 Familiarité

L'opérateur ι va beaucoup nous dépanner pour traduire les GN définis (singuliers) du français. Mais gardons à l'esprit qu'il ne permet pas de formaliser les propriétés sémantiques de ces GN aussi bien que l'analyse par présupposition. À cet égard, il est important de mentionner ici une approche alternative (mais complémentaire) de l'analyse sémantique des définis. Elle est issue, elle aussi, d'une longue tradition, plus linguistique que philosophique[60], et qui, plutôt que de mettre en avant l'unicité du référent d'un GN défi-

[59] Petite précision épistémologique : j'ai annoncé que cette solution de l'opérateur ι conciliait les approches de Russell et Strawson ; mais elle le fait de manière un peu inattendue. Je choisis ici d'attribuer à ι une interprétation quelque peu différente de sa définition originale introduite par Whitehead & Russell (1910). Pour Whitehead & Russell, lorsque les conditions d'existence et d'unicité ne sont pas satisfaites, la valeur du ι-terme reste néanmoins définie, en étant identifiée à un individu particulier, abstrait et unique du domaine (que l'on pourrait noter $\bot$ ou NIL) et qui, par définition, n'appartient à la dénotation d'aucun prédicat. Ainsi, pour eux, $\mathbf{chauve}(\iota x\, \mathbf{rdf}(x))$ sera fausse dans notre monde. Il est préférable pour nous de maintenir notre définition (Sém.6) pour garantir, comme il se doit, le caractère présuppositionnel des GN définis.

[60] Voir par exemple Heim (1982 ; 1983) et les références qui y sont mentionnées.

ni, repose sur la notion de *familiarité*. L'idée, très communément admise, est qu'un défini, correctement employé, sert généralement à faire référence à un individu que les interlocuteurs connaissent déjà ou avec lequel ils partagent déjà une certaine accointance, c'est-à-dire avec lequel ils sont, d'une manière ou d'une autre, déjà familiers. Soit parce que l'individu en question a été mentionné plus tôt dans le discours ou la conversation, soit parce qu'il est particulièrement saillant dans le contexte. Et cette vision est assez cohérente avec ce que nous avons vu ci-dessus, à savoir que les GN définis fonctionnent comme des pronoms. La familiarité s'accorde donc très bien avec l'analyse présuppositionnelle (en particulier dans son traitement dynamique). Mais il y a moyen de sauver, en partie, la situation avec ι.

Par exemple, si des étudiants, en discutant entre eux, déclarent (90), nous comprenons bien qu'ils ne présupposent pas qu'il y a un et un seul professeur de sémantique dans le monde. Ils parlent d'un professeur précis, qu'ils connaissent, probablement celui dont ils suivent les cours.

(90) Le prof de sémantique est toujours mal habillé.

Cela rappelle le point que nous avons vu sur les restrictions des domaines de quantification (§3.1.5). Et il se trouve qu'à sa façon, ι fait de la quantification (existentielle *et* universelle, cf. (83)). Nous aurons donc tout intérêt à tirer profit, là aussi, des pseudo-prédicats C qui délimitent contextuellement les champs d'application des quantifications. Ainsi, *le prof de sémantique* se traduira en :

(91) $\iota x[\mathbf{prof\text{-}sem}(x) \wedge C(x)]$

Dans un modèle donné, (91) dénote l'unique individu qui est professeur de sémantique *et* qui appartient à l'ensemble représenté par C. Il suffit alors que cet ensemble ne contienne qu'un seul professeur de sémantique pour que (91) obtienne une valeur sémantique définie et appropriée.

Cette stratégie pour gérer la familiarité nous suffira ici, mais on peut concevoir, à juste titre, qu'elle n'est pas entièrement satisfaisante, car finalement elle ne fait que reporter le problème sur C. En effet une analyse comme (91) ne sera correcte qui si C renvoie à un ensemble dont la composition est conforme à ce que nous attendons de l'interprétation du GN. Cela apparaît plus nettement encore avec un exemple comme (92).

(92) Hier à une conférence, j'ai rencontré un allemand et une hollandaise. La hollandaise est logicienne à l'ILLC d'Amsterdam.

Non seulement il n'est toujours pas question de présupposer qu'il y a une seule hollandaise dans le modèle, mais nous sommes quasiment certains que la hollandaise dénotée par le GN défini est précisément celle qui est mentionnée par le GN indéfini de la première phrase. Il ne suffit donc pas que C contienne une seule hollandaise, il faut aussi pouvoir s'assurer qu'il s'agit de celle dont on vient juste de parler. Et rien n'indique cela dans la traduction $\iota x[\mathbf{hollandaise}(x) \wedge C(x)]$.

Notons enfin que la familiarité fait partie des critères qui distinguent sémantiquement les définis des indéfinis. Si les définis servent à dénoter un individu déjà connu ou présent dans le contexte, les indéfinis, au contraire, servent à *introduire* un individu nouveau dans l'univers du discours.

3.3.4.4 Les définis dépendants

L'opérateur ι nous permet bien d'analyser les GN définis comme des expressions référentielles. La règle (Sém.6) explique pourquoi un GN défini ne covarie pas avec un quantificateur, puisqu'il s'agit de trouver un individu unique du domaine. C'est ce qu'illustre la phrase (93) et sa traduction (j'omets à présent les restrictions C, afin de ne pas surcharger les formules).

(93) (Dans cette classe) tous les garçons sont amoureux de la maîtresse.
$\forall x[\mathbf{garçon}(x) \rightarrow \mathbf{amoureux}(x, \iota y\, \mathbf{maîtresse}(y))]$

Le défini et le ι-terme correspondant s'interprètent dans la portée du quantificateur universel, mais comme ils dénotent l'unique maîtresse du domaine, ils ne covarieront pas.

Cependant, en réalité, on trouve des GN définis qui covarient avec une expression quantifiée de la phrase (c'était l'objet de l'exercice 3.8 *supra*). C'est ce qui est illustré par exemple en (94).

(94) Chaque élève présentera *le roman qu'il a lu.*

Ici il est bien question (potentiellement) d'autant de romans qu'il y a d'élèves, bien que le GN soit singulier. Mais le phénomène à l'œuvre dans cette phrase est en fait très différent des covariations entre quantificateurs que nous avons vues jusqu'ici. Dans (94), ce qui importe, nous le voyons, c'est que le GN défini comprend une proposition relative qui elle-même contient un pronom (*il*) qui est *lié* à la variable quantifiée par *chaque élève*. La covariation que nous observons ici est donc fondamentalement due à un phénomène de LIAGE de variables, et pas seulement l'interprétation d'un GN dans la portée d'un autre. Cela se révèle clairement dans la traduction de (94) en utilisant ι :

(95) $\forall x[\mathbf{élève}(x) \rightarrow \mathbf{présenter}(x, \iota y[\mathbf{roman}(y) \wedge \mathbf{lire}(x, y)])]$

Le défini est traduit par $\iota y[\mathbf{roman}(y) \wedge \mathbf{lire}(x, y)]$, et pour une valeur donnée de x, il est prévu que ce ι-terme dénote un unique roman (celui lu par l'élève x). Mais dès que la valeur de x varie (ce que fait $\forall x$), nous obtenons plusieurs « uniques romans » (un par élève), ce qui explique bien la covariation observée en (94).

Un défini dépendant est donc un GN défini qui contient, dans sa traduction sémantique, une variable localement libre, mais liable (et liée) par un quantificateur dans la phrase. Notons que dans un ι-terme, de la forme $\iota x\varphi$, nous pouvons dire que ιx a une portée : c'est φ. Pour autant il serait impropre de dire que cela constitue la portée du GN correspondant ; les GN définis n'ont pas vraiment de portée. En revanche, on pourra dire que φ correspond à la portée du déterminant défini *le* ou *la* – car compositionnellement c'est bien le déterminant que traduit ιx.

De par cette définition, nous constatons qu'il y a une catégorie de GN, dont nous avons montré que ce sont des expressions référentielles, qui sont très souvent des définis dépendants, ce sont les possessifs, et en particulier ceux de 3^{e} personne en *son* et *sa*. Les déterminants possessifs « contiennent » sémantiquement un pronom (d'ailleurs dans beaucoup de langues, la possession s'exprime au moyen d'un pronom génitif) : *son* signifie *de lui* ou *d'elle* ou *à lui*, *à elle*. Ainsi un GN comme *son smartphone* se traduira en $\iota x[\mathbf{smartphone}(x) \wedge \mathbf{posséder}(y, x)]$: l'objet qui est un smartphone possédé par y. La variable y qui traduit la composante pronominale du possessif rend le GN potentiellement dépendant, comme dans :

(96) Tout le monde regarde son smartphone.
$\forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \mathbf{regarder}(y, \iota x[\mathbf{smartphone}(x) \wedge \mathbf{posséder}(y, x)])]$

Mais il faut remarquer que, malgré l'appellation de *possessif*, la relation qui relie la dénotation globale du GN à celle de la variable-pronom n'est pas nécessairement de la possession. Un exemple typique est celui de *son portrait* ou *sa photo*, qui sont particulièrement polysémiques. *Son portait* peut signifier *le portrait qu'*il *possède* ou, plus couramment, *le portrait qui* le *représente* ou *le portrait qu'*il *a réalisé*. *Portrait* est un nom relationnel ; il se traduit par un prédicat binaire, sachant que $\mathbf{portrait}(x, y)$ signifie que x est un portrait qui représente y (un portrait est toujours le portrait de quelqu'un). Les trois traductions possibles du GN sont donc :

(97) son portrait
   a. $\iota x[\exists z \mathbf{portrait}(x, z) \wedge \mathbf{posséder}(y, x)]$
   b. $\iota x\, \mathbf{portrait}(x, y)$
   c. $\iota x[\exists z \mathbf{portrait}(x, z) \wedge \mathbf{réaliser}(y, x)]$

Notons ici l'ajout du quantificateur $\exists z$ pour lier z qui n'a (probablement) pas besoin de rester libre ici. Mais sachons aussi que cet ajout n'est pas du tout une opération triviale d'un point de vue compositionnel.

De manière générale, avec les noms relationnels, le possessif viendra souvent (mais pas toujours, cf. (97)) occuper l'argument-complément du nom. Ainsi *son père* se traduit en $\iota x\, \mathbf{père}(x, y)$, i.e. l'unique individu qui est père de y. La relation **posséder** semble plutôt s'employer par défaut, et bien sûr c'est celle que nous retrouvons habituellement avec les noms simples (non relationnels, i.e. « unaires »). Mais là encore il faut être vigilant, car même dans le cas des noms simples, la relation n'est pas toujours de la possession à proprement parler. Un étudiant assis dans une salle de cours peut dire *ma chaise est cassée*, or elle ne lui appartient pas. Tout le monde a le droit de dire *ma rue*, *mon quartier*, *ma ville*, *mon pays*, etc. sans passer pour un mégalomane. De même avec *mon boulanger*, *mon dentiste*, *mon équipe*, *mon champion*, *ma cible*, *mon film*, etc. Ce sont des exemples de possessifs somme toute assez banals, mais ce qui nous occupe ici c'est comment gérer cela dans notre système formel. Il y a plusieurs possibilités. Une première serait de dire que ces emplois expriment la possession mais dans des sens figurés, métaphoriques, que ces GN mentent un peu en faisant passer pour de la possession ce qui n'en est pas exactement. Une autre possibilité, plus indulgente, serait de dire que la relation en question n'est en fait pas la même que celle exprimée par **posséder**, qu'il s'agit d'une relation plus large, que l'on pourrait représenter par un prédicat **poss** ou **gén** (comme *génitif*) et qui regrouperait les sens de *posséder*, *occuper*, *habiter*, *fréquenter*, etc. Enfin on peut considérer que le possessif introduit une relation qui est réellement sémantiquement sous-spécifiée (comme peuvent souvent l'être les contributions des prépositions *de* et *à*, ainsi que le verbe *avoir*), en laissant le soin au contexte de la préciser, par raisonnement pragmatique. Nous verrons au chapitre 5 que LO peut intégrer sans problème de tels prédicats sous-spécifiés (à l'instar de nos restrictions C).

Exercice 3.9
Traduisez dans LO les phrases suivantes, en utilisant l'opérateur ι.

1. Le maire a rencontré le pharmacien.
2. Gontran a perdu son chapeau.
3. Le boulanger a prêté l'échelle au cordonnier.
4. La maîtresse a confisqué le lance-pierres de l'élève.
5. Gontran a attrapé le singe qui avait volé son chapeau.
6. Celui qui a gagné le gros-lot, c'est Fabrice.
7. Celui qui a gagné un cochon, c'est Fabrice.
8. Tout cow-boy aime son cheval.
9. Georges a vendu son portrait de Picasso.

4 Sémantique intensionnelle

Dans ce chapitre nous allons mettre en œuvre une première amélioration de notre système sémantique – étape importante pour faire évoluer notre langage LO vers ce qui, à terme, se rapprochera suffisamment du formalisme proposé par Montague (1973 : entre autres) et qui reste la matrice théorique de la sémantique formelle contemporaine. La logique du calcul des prédicats, sur laquelle se fonde LO, est insuffisante pour rendre compte de certaines propriétés sémantiques des langues naturelles, et l'un des développements cruciaux de la sémantique formelle dans les années 1960 (et notamment de la Grammaire de Montague) a été d'adopter une logique *intensionnelle*, plus performante, issue des logiques modales déjà existantes. La première partie du chapitre va présenter les insuffisances de LO dans son état actuel et va introduire la notion clé d'intensionnalité. Ensuite nous verrons comment étendre formellement LO pour le rendre plus adéquat et quelles sont les applications qui peuvent découler de ce perfectionnement. Nous verrons notamment que cela nous permettra de formaliser plus précisément la notion de sens.

4.1 Les limites de la sémantique extensionnelle

Commençons par nous remettre en mémoire le principe d'extensionnalité que nous avions rencontré dans le chapitre 2 en §2.1.2 p. 51[1]. Le voici dans une formulation plus précise :

Principe 4.1 : Principe d'extensionnalité

Soit $\mathcal{M}$ un modèle. Si α est une expression de LO, β une sous-expression de α et γ une expression telle que, pour toute assignation g, $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},g}$ et si α' est l'expression α dans laquelle on a remplacé β par γ, alors $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha']\!]^{\mathcal{M},g}$ (pour toute assignation g).

En bref, ce principe dit que tant que l'on ne change pas la dénotation d'une partie d'une expression, alors la dénotation de l'expression complète ne change pas. Le terme d'extensionnalité vient d'*extension*, qui est un synonyme de *dénotation*.

[1] Ce principe est également appelé « principe de substitution » ou « principe de Leibniz ». La formulation originale de Leibniz, citée par Frege (1892b), est : *Eadem sunt qui substitui possunt salva veritate*, c'est-à-dire « sont identiques ceux que l'on peut substituer (l'un à l'autre) en préservant la vérité ».

Une manière de faire apparaître l'application de ce principe est de poser un raisonnement de la forme (1) où une des prémisses, (1b), expose l'identité de dénotation entre deux sous-expressions et où la conclusion, (1c), réalise la substitution de ces deux sous-expressions :

(1) a. Aristote a écrit *L'éthique à Nicomaque*.
b. Aristote était le précepteur d'Alexandre le Grand.
c. ⊨ Le précepteur d'Alexandre le Grand a écrit *L'éthique à Nicomaque*.

C'est bien en vertu du principe d'extensionnalité que (1c) est une conséquence logique de (1a) et (1b). Et bien sûr, cette inférence se retrouve immédiatement dans la traduction en LO du raisonnement :

(2) a. $\textbf{écrire}(\mathbf{a_0}, \mathbf{e})$
b. $\mathbf{a_0} = \iota x\, \textbf{précepteur}(x, \mathbf{a_1})$
c. $\models \textbf{écrire}(\iota x\, \textbf{précepteur}(x, \mathbf{a_1}), \mathbf{e})$

Quel que soit le modèle dans lequel nous nous plaçons, si (2b) est satisfaite dans ce modèle, alors, dans ce même modèle, le calcul de la dénotation de (2a) et (2c) donnera le même résultat.

Une sémantique qui respecte (toujours) ce principe est dite extensionnelle et un langage est dit extensionnel si sa sémantique l'est. Le langage LO que nous avons examiné jusqu'ici est extensionnel. En revanche, nous allons voir qu'une langue comme le français ne respecte pas le principe d'extensionnalité. Les deux sous-sections qui suivent sont consacrées à la présentation de phénomènes sémantiques du français qui montrent les limites de LO dans son état actuel. Le premier phénomène (§4.1.1) illustre un échec clair et net du principe d'extensionnalité. Le second (§4.1.2) fait apparaître des limites de l'expressivité de LO qui sont dues en partie à son caractère extensionnel. Ensuite les sections §4.2, §4.3 et §4.4 montreront comment améliorer formellement LO en le débarrassant de l'extensionnalité, et ce faisant nous le rendrons INTENSIONNEL.

4.1.1 Lectures *de re vs de dicto*

Nous allons examiner ici un nouveau type d'ambiguïtés qui a la particularité de mettre dramatiquement en échec le principe d'extensionnalité. Mais auparavant, faisons un rappel sur la manière dont les ambiguïtés sont traitées dans notre système sémantique. Le principe d'extensionnalité dans LO est directement lié au fait que pour n'importe quel modèle $\mathcal{M}$ et n'importe quelle assignation g, toute expression α de LO a *une et une seule* dénotation[2]. Autrement dit, le calcul de la dénotation, que nous représentons par la notation $[\![\ ]\!]^{\mathcal{M},g}$, est une fonction. Cela est dû à l'univocité de LO ; chaque expression du langage a un seul sens, et comme le sens est ce qui détermine la dénotation, on obtient

[2] Sauf dans les cas où α contient une présupposition qui est fausse par rapport à $\mathcal{M}$ et g, auquel cas α n'a aucune dénotation. Mais ce n'est pas un problème ici ; ce qui importe c'est qu'α n'aura jamais plus d'une dénotation.

une seule dénotation pour un modèle et une assignation donnés. Dans les langues naturelles, c'est un peu différent. Si, par exemple, E est une expression ambiguë du français, cela veut dire qu'il existe au moins un modèle $\mathcal{M}$ tel que $[\![E]\!]^{\mathcal{M},g}$ aura deux valeurs distinctes. C'est d'ailleurs ainsi qu'au chapitre 1 (§1.2.4, p. 20), on avait établi la méthode qui démontre les ambiguïtés sémantiques. Mais cette multiplicité de dénotations pour E n'est normalement pas un problème pour notre système, car si E est ambiguë, c'est qu'elle a (au moins) deux sens différents, qui correspondent donc à *deux traductions* différentes en LO, et chacune de ces traductions n'aura qu'une dénotation par rapport à ce modèle $\mathcal{M}$. En règle générale, les ambiguïtés de la langue ne contrarient pas le principe d'extensionnalité ; mais avec celles que nous allons examiner à présent, les choses se compliquent un peu.

L'ambiguïté qui nous intéresse ici est typiquement illustrée par l'exemple suivant[3] :

(3) Œdipe$_1$ voulait épouser sa$_1$ mère.

Une première remarque s'impose : je prends soin de décorer la phrase d'indices référentiels «$_1$» afin d'évacuer immédiatement une certaine ambiguïté, celle où le GN *sa mère* pourrait valoir soit pour *la mère d'Œdipe* soit pour *la mère de quelqu'un d'autre*. Les GN possessifs comportent un composant « pronominal » qui, à ce titre, induit une ambiguïté selon comment se résout son antécédent. C'est entendu. Mais ce n'est pas du tout ce qui va nous occuper ici. Ici il s'agit de regarder le GN *sa mère* comme correspondant toujours à *la mère d'Œdipe*, ce que contraint l'indice «$_1$». Et même avec cette consigne, (3) est encore ambiguë.

Une première lecture que l'on peut attribuer à (3) (peut-être la plus spontanée) est celle qui décrit une situation franchement et délibérément incestueuse, dans laquelle Œdipe pense que la femme qu'il souhaite épouser est sa mère. Ou, si l'on veut, une situation dans laquelle Œdipe se dirait : « moi, je veux me marier avec ma maman ». La seconde lecture est celle qui est plus conforme à la légende d'Œdipe de la mythologie grecque (contrairement à la précédente). Elle décrit une situation où, par exemple, Œdipe veut épouser Jocaste, et Jocaste se trouve être la mère d'Œdipe mais Œdipe ne le sait pas (ni Jocaste d'ailleurs).

Cette seconde interprétation est caractérisée en disant que le GN *sa mère* y a une lecture DE RE. *De re* signifie en latin[4] « au sujet de la chose » ; et il faut comprendre cette lecture comme étant celle par laquelle *sa mère* dénote l'individu qui est *réellement* ou en *réalité*[5] la mère d'Œdipe. Pour la première interprétation, on dit que *sa mère* a une lecture DE DICTO, qui signifie « au sujet du *dictum* » c'est-à-dire de ce qui est dit. Autrement dit, la lecture *de dicto* ne renvoie pas à la réalité mais au contenu propositionnel de la subordonnée infinitive *épouser sa mère*. Pour dire les choses plus simplement, sous la lecture *de dicto*, *sa mère* dénote l'individu qu'Œdipe croit être sa mère.

[3] La paternité de cet exemple, très récurrent dans la littérature philosophique et sémantique, revient à Linsky (1967).

[4] En philosophie, on fait traditionnellement remonter l'opposition et la terminologie *de re vs de dicto* à Thomas d'Aquin.

[5] *Ré*ellement et *ré*alité viennent de la racine *res* que l'on retrouve dans *de re*.

Cette ambiguïté peut sembler un peu artificielle, voire tirée par les cheveux, mais elle est bien réelle. Et cela vaut la peine de s'en assurer méthodiquement. Pour ce faire, construisons donc un modèle $\mathcal{M}_1$ par rapport auquel nous pourrons juger (3) à la fois vraie et fausse. Il est inutile de le décrire formellement (d'ailleurs nous ne saurions pas le faire, pour le moment), il suffit d'indiquer les informations importantes qui caractérisent l'état du monde qui nous intéresse. Voici un exemple de modèle qui fait l'affaire :

(4) $\mathcal{M}_1$ contient les individus et les faits suivants :
   a. Œdipe, un homme ;
   b. Jocaste, une femme, la mère d'Œdipe ;
   c. Hélène, une autre femme (qui n'est donc pas la mère d'Œdipe) ;
   d. Œdipe aime Hélène et souhaite l'épouser ;
   e. Œdipe croit qu'Hélène est sa mère ;
   f. Œdipe ne sait pas que Jocaste est sa mère ;
   g. Œdipe ne souhaite pas épouser Jocaste.

Par rapport à ce modèle $\mathcal{M}_1$, on peut dire que (3) est vraie, car voulant épouser Hélène en croyant que c'est sa mère, ce que veut Œdipe c'est bien : *épouser sa mère*. C'est le cas où on interprète *sa mère* avec la lecture *de dicto*. Mais on peut également juger (3) fausse, car Jocaste est la mère d'Œdipe et il ne veut pas l'épouser. Cette fois, c'est le cas où *sa mère* a la lecture *de re*.

Par cette démonstration, nous voyons que l'ambiguïté de (3) est bien localisée au niveau du GN *sa mère*. C'est d'ailleurs ce qui apparaît via les gloses suivantes, qui permettent d'expliciter précisément ce qui distingue les deux lectures :

(5) a. Œdipe voulait épouser *celle que le locuteur « sait »*[6] *être la mère d'Œdipe.*(*de re*)
   b. Œdipe voulait épouser *celle qu'Œdipe pensait être sa mère.* (*de dicto*)

Et lorsque nous évaluons (3) par rapport à $\mathcal{M}_1$, nous trouvons que *sa mère* dénote tantôt Jocaste (par la lecture *de re*) tantôt Hélène (par la lecture *de dicto*). Le GN a deux dénotations distinctes pour un même modèle, il est donc ambigu.

Mais… attendons une seconde. Si le GN *sa mère* est ambigu, cela voudrait qu'il a (au moins) deux sens… Deux sens… Sérieusement ?! C'est là une conclusion assez étrange. Car *sa mère* – ou, pour être plus précis, *la mère d'Œdipe* – n'a qu'un seul sens en français[7]. Son sens nous est donné par ses conditions de dénotation, et c'est *grosso modo* « l'unique individu qui est de sexe féminin et qui a engendré Œdipe », il n'y en a pas d'autre. D'ailleurs, nous savons traduire ce sens dans LO : c'est $\imath x\, \mathbf{mère}(x, \mathbf{œ})$. Et si nous calculons $[\![\imath x\, \mathbf{mère}(x, \mathbf{œ})]\!]^{\mathcal{M}_1, g}$, nous ne trouverons en fait qu'une seule valeur : Jocaste.

6 Je mets des guillemets ici, car le locuteur lui-même peut se tromper sur l'identité de la mère d'Œdipe. Mais cela n'a pas d'importance, car en interprétant la phrase, nous nous interrogeons sur ses conditions de vérité, c'est-à-dire que nous examinons l'hypothèse où elle est vraie.

7 Ici on ne s'intéresse pas à ce qui pourrait être un sens figuré de *mère*, comme dans *mère patrie* ou *mère de tous les vices*… Dans la phrase (3), *mère* n'est utilisé qu'au sens propre, pour les deux lectures. Et même si, avec cette acception, on choisit de voir de la polysémie dans ce terme (opposant par exemple *mère biologique* à *mère adoptive*), ce n'est pas du tout cette ambiguïté qui est à l'œuvre dans notre exemple.

Cette observation nous montre deux choses importantes. D'abord que l'ambiguïté de (3) est structurelle. Ce n'est pas parce qu'elle est localisée sur le GN *sa mère* que ce GN en est responsable. En fait, ce qui provoque l'ambiguïté *de re vs de dicto* en (3), c'est le verbe *vouloir*. De manière générale, les verbes comme *croire*, *penser*, *savoir*, *vouloir*, *souhaiter*, *décider*, *affirmer*, *regretter*, etc. vont avoir cet effet. Il s'agit de ces verbes qui ont la particularité de prendre une proposition subordonnée complétive en guise de complément d'objet (ça peut être une proposition finie introduite par *que* ou une proposition infinitive). On les appelle des verbes d'ATTITUDE PROPOSITIONNELLE, car ils dénotent une relation entre un individu (le sujet du verbe) et un contenu propositionnel (donné par la subordonnée), et cette relation exprime une certaine attitude du sujet vis-à-vis de ce contenu ; cette attitude peut être une croyance, un désir, un regret, etc.[8] Ces verbes sont à l'origine de l'ambiguïté précisément parce qu'ils font intervenir, dans la phrase, un attitude autre que celle du locuteur ; autrement dit, ils permettent de changer de point de vue dans le cours de l'interprétation de la phrase. À cet égard, on dit que ces verbes créent un environnement OPAQUE[9] (ou OBLIQUE).

La deuxième chose importante à constater est que nous sommes, en quelque sorte, *coincés* dans $\mathcal{M}_1$. En effet, nous venons de voir que *sa*$_1$ *mère* a, dans $\mathcal{M}_1$, forcément la même dénotation que *Jocaste*. En dépit de toutes les informations que fournit ce modèle, il ne nous permettra jamais de donner à *sa*$_1$ *mère* la dénotation HÉLÈNE – alors que c'est ce que nous voudrions pour rendre compte de la lecture *de dicto*. Nous n'avons pas le choix. Et d'une certaine manière, c'est normal, car la sémantique de LO est faite comme ça : elle respecte le principe de compositionnalité (et aussi d'extensionnalité) qui dit que pour interpréter une phrase dans un modèle donné, il faut interpréter ses parties dans *le même* modèle. Or ce dont nous aurions besoin, c'est la possibilité d'accéder à un autre modèle au cours de l'interprétation de la phrase. À partir du moment où l'on émet ce souhait, on ouvre la porte de l'INTENSIONNALITÉ. L'intensionnalité peut se caractériser simplement ainsi : c'est la capacité pour le langage d'envisager plusieurs modèles différents à la fois dans le calcul sémantique.

Bien sûr LO, tel qu'il est défini jusqu'à présent, dispose déjà d'une multitude de modèles différents de $\mathcal{M}_1$, et en particulier des modèles où le GN *sa*$_1$ *mère* dénote HÉLÈNE. Ce sont les modèles dans lesquels Hélène est réellement la mère d'Œdipe. Mais il faut bien comprendre que l'enjeu de l'intensionnalité n'est pas d'interpréter la phrase (3) dans un tel modèle (ça, nous savons déjà le faire), mais bien de se donner les moyens, au cours de l'interprétation de (3) dans $\mathcal{M}_1$, d'aller visiter provisoirement un autre modèle, puis de revenir à $\mathcal{M}_1$ pour déclarer que la phrase est vraie ou fausse (dans $\mathcal{M}_1$). Nous verrons dans les sections 4.3 et 4.4 comment intégrer cela formellement dans notre système sémantique, mais pour le moment continuons à explorer l'ambiguïté *de re vs de dicto*, qui est une des manifestations les plus nettes du phénomène d'intensionnalité.

[8] Il faut savoir que tout verbe qui sous-catégorise une complétive n'est pas nécessairement un verbe d'attitude propositionnelle. Certains verbes (certes peu nombreux) n'expriment pas d'attitude particulière du sujet vis-à-vis de la subordonnée ; c'est le cas, par exemple, de *mériter*, *risquer* ou *sembler*.

[9] C'est essentiellement à Quine (1960 : §30–32) que l'on doit la mise au jour et la qualification de *positions opaques*. Ensuite, par métonymie, les lectures *de dicto* sont également parfois appelées OPAQUES, et les lectures *de re* TRANSPARENTES.

Nous avons vu que la lecture *de dicto* de (3) était liée aux croyances d'Œdipe, c'est-à-dire d'un des protagonistes de la petite histoire décrite par la phrase. Mais ce n'est pas la prise en compte de croyances autres que celles du locuteur qui est déterminante pour déclencher l'ambiguïté ; ce qui compte, c'est vraiment la présence d'un élément qui installe un environnement opaque. Ainsi la phrase (6), elle, n'est en aucune manière ambiguë :

(6) Œdipe$_1$ a épousé sa$_1$ mère.

Bien sûr, on peut toujours distinguer les cas où Œdipe sait que celle qu'il épouse est sa mère des cas où il l'ignore. Mais cette distinction n'intervient pas du tout dans le sens de la phrase. Dans un modèle où Jocaste est la mère d'Œdipe, (6) est vraie ssi Œdipe a épousé Jocaste, point. Peu importe qu'ils soient au courant de leur lien de parenté. On pourrait dire, si l'on veut, que (6) ne présente qu'une lecture *de re* ; l'important c'est surtout que la phrase ne contient pas d'élément qui introduise un environnement opaque.

Voici, à titre d'illustration, quelques exemples supplémentaires qui font apparaître l'ambiguïté avec d'autres éléments opacifiants. Ceux-ci sont soulignés dans les phrases qui suivent, et les GN portant l'ambiguïté sont en italiques :

(7) a. Sue <u>croit</u> que c'est *un républicain* qui va remporter l'élection.
b. Arthur <u>cherche</u> *une licorne.*
c. Le procès de l'homme$_1$ qui a tué <u>deux fois</u> *sa$_1$ femme.*
d. *Miss France* est de plus en plus gourde <u>chaque année</u>.

L'exemple (7a) montre que l'ambiguïté peut porter aussi sur un GN indéfini. Selon la lecture *de dicto* de *un républicain*, qui est probablement la plus spontanée, la phrase signifie que Sue se dit à elle-même « c'est un républicain qui va gagner l'élection ». Selon la lecture *de re*, c'est le locuteur qui qualifie un individu de républicain et il ajoute que Sue pense que cet individu va remporter l'élection. Dans cette lecture, rien ne nous dit que Sue pense que ce candidat est républicain ; elle peut le penser, mais elle peut aussi penser qu'il est démocrate ou indépendant (et ainsi se tromper par rapport à ce que pense savoir le locuteur au sujet de l'affiliation du candidat).

La phrase (7b), qui est adaptée d'un exemple de Montague (1973), illustre aussi l'ambiguïté sur un GN indéfini, mais elle montre également que l'environnement opaque peut être déclenché par un verbe comme *chercher*, qui n'est pas à proprement parler un verbe d'attitude propositionnelle (il n'y a pas de proposition subordonnée dans la phrase). Mais *chercher* incorpore néanmoins un certain point de vue du sujet ; d'ailleurs le sens de *chercher* inclut une idée de *vouloir trouver*, qui contient un verbe d'attitude propositionnel. Avec la lecture *de re* de *une licorne*, (7b) nous parle d'une licorne et nous dit qu'Arthur est à sa recherche. La phrase implique alors que les licornes existent (en tout cas qu'il en existe au moins une) ; et dans un modèle similaire à notre monde, où les licornes n'existent pas, elle sera fausse[10]. Avec la lecture *de dicto*, la phrase (7b) peut

[10] En vérité, c'est un peu plus complexe que cela. La lecture *de re* ne s'engage pas tant sur l'existence réelle des licornes que sur la qualification par le locuteur que quelque chose est une licorne. C'est un peu subtil, mais nous reviendrons sur ce point plus tard dans le chapitre. Pour le moment, tenons-nous en à la présente simplification, elle n'est pas vraiment dommageable pour la bonne compréhension du phénomène.

être vraie dans notre monde, il suffit qu'Arthur croit à l'existence des licornes et qu'il désire en attraper une (c'est ce qui pourrait se passer si le nommé Arthur venait nous voir en disant « Dites, vous n'auriez pas vu une licorne ? Je suis à sa poursuite depuis ce matin » ; même si nous ne croyons pas à l'existence des licornes et que nous pensons qu'il délire, nous avons tout à fait le droit de rapporter cet épisode en utilisant la phrase (7b)).

L'exemple (7c) est le titre d'un fait divers (sordide) paru il y a quelques années dans *Libération*. Il montre que l'environnement opaque qui déclenche l'ambiguïté peut aussi être instauré par un adverbial de localisation temporelle (*deux fois*). Dans ce cas, l'opposition *de re vs de dicto* ne repose plus vraiment sur une distinction de points de vue entre des agents, mais sur une distinction de points de repère temporels. Au-delà de cela, l'opposition de lectures fonctionne de la même manière. La lecture *de re* de *sa femme* se situe par rapport au point de repère global de la phrase, c'est-à-dire celui adopté par le locuteur et que l'on peut plus ou moins assimiler au moment de l'énonciation : le locuteur fait référence à la femme de l'homme en question et nous dit que ce dernier l'a tuée deux fois. À moins d'admettre que la malheureuse ait pu ressusciter entre temps, c'est une lecture assez absurde par rapport à ce que nous savons du monde. Évidemment la lecture visée par l'auteur est la lecture *de dicto*. Celle-ci place l'interprétation de *sa femme* par rapport aux points de repère temporels qui sont les « fois » mentionnées dans la phrase. Autrement dit, (7c) résume l'histoire d'un récidiviste qui a tué sa femme, puis s'est remarié et finalement a tué sa seconde femme. Selon la lecture *de dicto*, *sa femme* renvoie à celle qui est la femme de l'homme à « chaque fois ».

L'exemple (7d) est tout à fait similaire au précédent. Selon la lecture *de re* de *Miss France*, on nous parle d'une certaine personne, qui se trouve être Miss France, et on nous dit que sa bêtise empire d'année en année. Selon la lecture *de dicto*, on nous dit que, depuis un certain temps, la Miss France de l'année n est encore plus bête que celle de l'année $n-1$. L'exemple permet également de montrer que l'ambiguïté *de dicto vs de re* peut s'appliquer sur des GN comme *Miss France*, qui grammaticalement (au moins dans (7d)) fonctionnent comme des noms propres. Il s'agit d'un nom propre un peu particulier puisque c'est un titre et non un nom de baptême ; cependant nous allons voir (cf. (11) *infra*) que d'une certaine manière, et dans certaines circonstances, des noms propres plus ordinaires peuvent eux aussi faire les frais de l'ambiguïté (ou en tout cas de quelque chose qui y ressemble fort).

L'ambiguïté *de re vs de dicto* met en échec le principe d'extensionnalité, car la dénotation de certaines expressions (ayant un seul sens) n'apparaît plus déterminée univoquement pour un modèle donné. Nous pouvons donc la détecter assez facilement en posant des formes de raisonnements comme celle que nous avons vu en (1) :

(8) a. Œdipe$_1$ voulait épouser sa$_1$ mère.
  b. Jocaste était la mère d'Œdipe.
  c. $\not\models$ Œdipe voulait épouser Jocaste.

Ici $\not\models$ indique que la conclusion (8c) ne peut pas être tenue pour une véritable conséquence logique des phrases qui précèdent. La non validité du raisonnement est due au fait qu'il est formulé en français et que la phrase (8a) est ambiguë. Si nous l'interprétons avec une lecture *de re* du GN *sa*$_1$ *mère*, le raisonnement est valide, mais il ne l'est plus si nous retenons la lecture *de dicto* (ce que montre le modèle $\mathcal{M}_1$).

Les formes de raisonnements suivantes (adaptées de Gamut 1991b) illustrent encore l'échec du principe d'extensionnalité :

(9) a. L'inspecteur sait que le voleur est passé par le toit.
b. Le voleur est Arsène Lupin.
c. $\not\models$ L'inspecteur sait qu'Arsène Lupin est passé par le toit.

(10) a. Le Président des USA a été assassiné à Dallas en 1963.
b. Barack Obama est le Président des USA.
c. $\not\models$ Barack Obama a été assassiné à Dallas en 1963.

(11) a. Tante May pense que Spider-Man est un criminel.
b. Peter Parker est Spider-Man.
c. $\not\models$ Tante May pense que Peter Parker est un criminel.

Terminons par deux petites remarques. On a parfois la tentation d'assimiler la lecture *de re* d'un indéfini à sa lecture spécifique (cf. 3.2.2). Mais il est probablement plus prudent de distinguer ces deux notions. D'abord, un indéfini peut très bien avoir une lecture *de re* sans avoir l'interprétation ou l'emploi spécifique. C'est par exemple ce que l'on retrouve dans la seconde phrase de (12)[11] :

(12) Arthur cherche une licorne. Sauf que, il ne le sait pas, mais en réalité il cherche une antilope.

Par ailleurs, il n'est pas impossible d'envisager un indéfini avec une lecture spécifique et *de dicto* – c'est ce qui faisait l'objet de l'exercice 3.3 du chapitre précédent, avec la phrase :

(13) Alice croit qu'un vampire, à savoir Dracula en personne, l'a mordue pendant la nuit.

Il y a au moins une lecture de cette phrase selon laquelle la spécificité de *un vampire* n'est pas tant assumée par le locuteur que par Alice (c'est elle qui est convaincue que c'est précisément Dracula qui l'a mordue, alors que le locuteur sait que les vampires n'existent pas). Notons que cet exemple a aussi le mérite de soulever la question du traitement sémantique des entités fictives (même si nous savons que Dracula n'existe pas, cela ne nous empêche pas de le considérer comme un individu bien particulier), nous y reviendrons plus tard dans ce chapitre.

[11] J'admets que cet exemple est un peu artificiel. Il joue sur le passage malicieux d'une lecture *de dicto* dans la première phrase à une lecture *de re* dans la seconde. De plus, en français, pour marquer le contraste, on aurait plus naturellement tendance à dire « sauf qu'en réalité c'est une antilope qu'il cherche » ; mais là, l'indéfini ne se trouve plus dans l'environnement opaque et l'opposition *de re*/*de dicto* n'est plus tellement pertinente. Cependant il est assez facile de trouver d'autres exemples d'indéfinis à lecture *de re* non spécifique et, en guise d'exercice, j'invite les lecteurs à en construire quelques uns.

L'autre remarque fait aussi une connexion avec le chapitre précédent. On peut légitimement se douter que l'opposition *de dicto vs de re* se ramène à une histoire de portées. D'ailleurs ce que montrent les exemples (7c), (7d) et (10) rappelle ce que nous avons vu au sujet des adverbes temporels et de quantification. L'intuition que nous pouvons avoir est que les environnements opaques correspondent à la portée de certains éléments de la phrase (par exemple les verbes d'attitudes propositionnelles) et qu'un GN a la lecture *de dicto* s'il est interprété dans cette portée et la lecture *de re* s'il est interprété en dehors. C'est ainsi que nous procéderons (dans un premier temps). Pour le moment, nous n'avons pas les moyens techniques de représenter l'opacité dans LO (mais c'est pour très bientôt), mais nous pouvons d'ores et déjà esquisser l'analyse pour des indéfinis, en glosant les conditions de vérité comme suit :

(7a) Sue croit que c'est un républicain qui va remporter l'élection.
- a. *de re* : il existe un individu qui est républicain et tel que Sue pense qu'il va gagner l'élection.
- b. *de dicto* : Sue pense qu'il existe un individu qui est républicain et qui va gagner l'élection.

Cependant (sans tout de suite dévoiler la fin de l'histoire) nous verrons également que cette stratégie, en termes de portées relatives, n'est pas sans poser problème pour l'analyse du phénomène.

Exercice 4.1
Trouvez les quatre lectures (théoriquement) possibles de :

1. Eugène$_1$ trouve que le Pape ressemble à son$_1$ arrière-grand-père.
2. Œdipe$_1$ ne savait pas que sa$_1$ mère était sa$_1$ mère.

4.1.2 Modifieurs non extensionnels

Le phénomène que je vais présenter ici est, linguistiquement, beaucoup plus marginal que l'ambiguïté *de dicto*/*de re* : il ne concerne que quelques mots de la langue. Mais il est assez souvent mentionné dans la littérature pour illustrer les limites d'expressivité d'un langage extensionnel comme LO. Il a trait à certains adjectifs employés comme épithètes (c'est-à-dire modifieurs de noms).

Jusqu'à présent, nous avons traité les adjectifs qualificatifs de la même manière que les noms communs, en les traduisant par des prédicats à une place[12]. À ce titre, ils dénotent donc des ensembles d'individus, et on les appelle des adjectifs INTERSECTIFS car lorsqu'ils se combinent avec un nom, la dénotation du constituant formé s'obtient en faisant l'intersection de la dénotation du nom et de celle de l'adjectif. En effet, la dénotation de *tigre édenté* par rapport à $\mathcal{M}$ (et une assignation g), c'est bien $[\![\textbf{tigre}]\!]^{\mathcal{M},g} \cap [\![\textbf{édenté}]\!]^{\mathcal{M},g}$. Et dans LO, nous obtenons correctement cette interprétation intersective, car nous traduisons la combinaison nom + adjectif au moyen d'une conjonction : (14a) se traduit par

[12] Tout en sachant qu'à l'instar de certains noms, il existe aussi des adjectifs relationnels qui se traduisent par des prédicats binaires ; par exemple : *fier*, *content*, *supérieur*...

[**tigre**(**h**)∧**édenté**(**h**)], qui dit que la dénotation de *Hobbes* appartient aux deux ensembles dénotés par les prédicats, donc qu'elle appartient à leur intersection.

(14) a. Hobbes est un tigre édenté.
  b. Hobbes est un tigre.
  c. Hobbes est édenté.

En observant les phrases de (14), il est très facile d'y voir les relations de conséquence logique suivantes : (14a) $\models$ (14b) et (14a) $\models$ (14c). Et ces conséquences sont parfaitement prédites par LO, grâce à un théorème élémentaire de logique qui dit que $[\varphi \wedge \psi] \models \varphi$. C'est précisément parce que l'adjectif *édenté* est intersectif que ces inférences sont disponibles.

Mais avec les adjectifs suivants, en (15), ces inférences ne tiennent plus.

(15) a. *ancien* étudiant
  b. *futur* Prix Nobel
  c. *présumé* coupable
  d. *faux* diamant

Par exemple, un ancien étudiant n'est pas nécessairement un étudiant. Si je dis de Jean qu'il est un futur Prix Nobel, on ne va pas en inférer que Jean est un Prix Nobel. Un présumé coupable ne doit pas être considéré comme un coupable, et un faux diamant n'est techniquement pas un diamant. Les inférences du type (14a) $\models$ (14b) ne sont pas valides, mais celles du type (14a) $\models$ (14c), quant à elles, sont en quelque sorte encore pire que cela : grammaticalement, ces adjectifs ne semblent pas pouvoir s'employer seuls, sans tête nominale, en position d'attribut (du moins dans le sens qu'ils ont en (15)). On ne peut pas dire que Jean est futur ou qu'il est présumé. Si l'on peut, éventuellement, dire que Jean est ancien, ce sera, au mieux, avec une acception très différente de l'adjectif.

Par conséquent, il sera incorrect de traduire le sens d'une phrase comme *Jean est un ancien étudiant* par [**ancien**(**j**) ∧ **étudiant**(**j**)]. Et c'est parce que les adjectifs de (15) ne sont pas intersectifs. D'ailleurs, on s'en rend compte assez facilement : s'ils étaient intersectifs, ils dénoteraient chacun un ensemble d'individus ; mais ça n'aurait guère de sens d'essayer de déterminer dans un modèle l'ensemble des individus anciens, des individus futurs, présumés ou faux. Certes le constituant *ancien étudiant* dénote lui un ensemble, mais cet ensemble n'a a priori aucun rapport avec celui dénoté par *ancien ministre* ou *ancien footballeur*. En fait ces adjectifs ne *semblent* pas avoir vraiment de dénotation autonome[13], et leur contribution sémantique dépend étroitement de celle de la tête nominale qu'ils accompagnent. Mais de quelle manière ? Le fait est que la dénotation de *ancien étudiant* dans un modèle $\mathcal{M}$ *ne dépend pas* de la dénotation de *étudiant* dans $\mathcal{M}$. Elle dépend plutôt de la dénotation qu'a *étudiant* dans *un autre* modèle, et plus précisément un modèle qui décrit un état du monde antérieur à celui décrit par $\mathcal{M}$. On retrouve ici la caractéristique de l'intensionnalité que nous avons vu dans les pages précédentes,

[13] En réalité, ils ont une dénotation propre, mais il ne s'agit pas d'un simple ensemble d'individus. Nous verrons comment cela peut se formaliser à partir du chapitre 5.

à savoir que pour interpréter une expression (ici *ancien étudiant*) dans un modèle donné nous avons besoin d'aller consulter un autre modèle. Et c'est pour cette raison que les adjectifs en (15) sont également appelés ADJECTIFS INTENSIONNELS. Informellement, le rôle sémantique de l'adjectif *ancien* est d'aller chercher dans un modèle du passé la dénotation de la tête nominale (par exemple *étudiant*) et de rapatrier cette dénotation dans le modèle actuel. Une expression qui fonctionne ainsi sémantiquement est intensionnelle.

Évidemment *ancien* et *futur* (ainsi, entre autres, que le préfixe *ex-*) annoncent la question de la temporalité, qui est en soi un phénomène intensionnel, et nous l'aborderons en §4.1.3 et plus précisément en §4.2 *infra*. Mais les adjectifs intensionnels ne sont pas nécessairement liés à la temporalité. Des adjectifs comme *présumé*, *prétendu*, *supposé*, *soi-disant*, etc. fonctionnent de manière similaire, mais au lieu de visiter des modèles passés ou à venir, ils visitent des modèles qui décrivent des réalités hypothétiques.

Pour démontrer que les adjectifs intensionnels mettent en échec le principe d'extensionnalité propre à LO, la méthode peut paraître un peu moins naturelle que pour les cas des ambiguïtés *de dicto vs de re*, car la substitution du principe d'extensionnalité 4.1 ne porte pas ici sur des GN pleins mais seulement sur des prédicats nominaux. L'idée générale est la suivante. Il faut se placer dans un modèle où deux prédicats nominaux X et Y ont la même dénotation (attention, cela ne veut pas dire que X et Y sont synonymes, mais simplement qu'il se trouve que, dans le modèle observé, leurs dénotations coïncident), et on démontre ensuite que le fait qu'un individu soit, par exemple, un ancien X n'implique pas nécessairement qu'il est aussi un ancien Y. Pour illustrer cela linguistiquement avec un exemple concret, on est obligé de passer par un mini-modèle ou un modèle-jouet qui comporte un domaine d'individus particulièrement restreint, simplement parce qu'autrement, il est difficile de trouver des prédicats de dénotations identiques. Supposons par exemple que nous assistons à une réception mondaine et que nous ne nous intéressons qu'aux personnes présentes. Et supposons également que nous savons que parmi les invités, tous les avocats, et seulement eux, sont alcooliques. Cela veut dire que, dans ce modèle particulier, *alcoolique* et *avocat* ont exactement la même dénotation. Dans ce cas, si nous savons que Pierre est un alcoolique, alors nous pouvons en conclure qu'il est un avocat. Autrement dit, le raisonnement (16) est valide.

(16) a. Ici, ce soir, tous les avocats sont alcooliques, et tous les alcooliques sont des avocats.
  b. Pierre est un alcoolique.
  c. $\models$ Pierre est un avocat.

Ce raisonnement est valide notamment grâce au principe d'extensionnalité car (16c) est le résultat de la substitution de *alcoolique* par *avocat* à partir de la prémisse (16b), sachant que les deux expressions ont la même dénotation (du fait de (16a)). En revanche, en appliquant la même substitution, le raisonnement (17), lui, n'est pas valide :

(17) a. Ici, ce soir, tous les avocats sont alcooliques, et tous les alcooliques sont des avocats.

b. Pierre est un ancien alcoolique.
c. $\not\models$ Pierre est un ancien avocat.

Les adjectifs que nous examinons ici sont donc eux aussi des symptômes du caractère intensionnel de la langue naturelle. Comme promis, nous allons, à partir de la section 4.2, commencer l'amélioration de LO pour le rendre intensionnel. Cependant les perfectionnements apportés dans ce chapitre ne suffiront pas à poser une analyse tout à fait complète des adjectifs intensionnels ; pour cela nous devrons poursuivre le développement de LO par le chapitre 5.

4.1.3 Temporalité et modalités

Je ne vais pas énormément développer ici le dernier exemple des limites d'expressivité de LO liées à son extensionnalité, d'une part parce qu'il s'agit d'un phénomène qui nous est apparu avec évidence dès le début de la présentation de LO, et d'autre part parce que c'est ce que nous allons aborder en détail dans les §4.2 et 4.3. Le phénomène en question est, bien sûr, celui de l'expression du temps et des modalités dans la langue naturelle. Depuis le début, lorsque nous avons traduit des phrases dans LO, nous avons toujours été obligés de négliger la contribution sémantique des temps verbaux (i.e. les temps de conjugaison) et des adverbiaux ou circonstanciels dits de temps. Autrement dit, LO ne nous permet pas de donner des traductions différentes pour les phrases en (18). Au mieux, on peut dire que LO sait produire une traduction pour (18a), mais dans ce cas, il manque quelque chose pour traduire (18b,c). Bien entendu, c'est une faiblesse considérable de l'expressivité de notre langage sémantique.

(18) a. Alice regarde un dessin animé.
b. Alice a regardé un dessin animé.
c. Alice regardera un dessin animé.

Notons que j'emploie ici « temporalité » dans un sens restreint pour désigner tout ce qui a trait à un renvoi au présent, au passé ou au futur et tout autre localisation chronologique. On sait par ailleurs que l'expression du temps dans les langues ne se réduit pas à cela. En particulier il y a aussi tout ce que l'on regroupe sous le terme général d'*aspect* (j'évoquerai brièvement cette question en §4.2.3 et nous y reviendrons plus sérieusement au chapitre 7, vol. 2). Autrement dit introduire la temporalité dans LO ne suffit pas à un faire un sort complet à la contribution des temps verbaux dans un système sémantique. Mais c'est un bon début, et c'est ce sur quoi nous allons nous concentrer dans les pages qui suivent.

Comme nous l'avons entrevu précédemment avec les adjectifs *ancien* et *futur*, la temporalité est un phénomène intensionnel. D'ailleurs, cela transparaissait aussi, par exemple, dans la forme de raisonnement (10) en §4.1.1 (p. 182). Parler du passé ou du futur c'est en quelque sorte aller visiter des états du monde (donc des modèles) différents de l'état actuel du monde. Là encore nous retrouvons la caractéristique fondamentale de l'intensionnalité.

Les modalités fonctionnent *un peu* de la même manière. La notion de modalité en sémantique ne correspond pas exactement à ce que l'on appelle traditionnellement les modes en grammaire (comme l'indicatif, le subjonctif, le conditionnel)[14], mais plutôt à tout ce qui a à voir avec l'hypothétique, le virtuel, l'incertain, etc. Nous l'aborderons en §4.3.

4.1.4 Conclusion : en route vers l'intensionnalité

Récapitulons brièvement. Notre langage LO est extensionnel. Cela implique que, pour un modèle $\mathcal{M}$ donné, et une assignation g donnée, une expression interprétable α de LO a une et une seule valeur sémantique : $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$. Nous avons vu que la langue naturelle n'est pas extensionnelle, mais intensionnelle, et nous allons donc devoir rendre LO lui aussi intensionnel. Passer à l'intensionnalité c'est concevoir, au sein du calcul interprétatif d'une phrase, que l'on puisse envisager qu'une expression donnée reçoive différentes valeurs sémantiques (i.e. différentes dénotations) en fonction de certaines circonstances. Techniquement cela veut dire que nous allons avoir besoin de manipuler une multitude de modèles concurrents dans notre système sémantique. Et voilà, d'une certaine manière, tout est dit sur l'idée de fond qui sous-tend l'intensionnalité en sémantique ; il ne nous reste plus qu'à attaquer la mise en œuvre formelle de ce principe. Mais par la même occasion, nous verrons que « l'intensionnalisation » de LO va aussi nous permettre d'exprimer dans LO le sens de constructions linguistiques que nous n'étions pas en mesure de traiter jusqu'à présent, ce qui va représenter un gain d'expressivité et d'efficacité considérable et indispensable pour notre système.

4.2 Une sémantique temporelle intensionnelle

Nous allons examiner dans cette section un système sémantique temporel, inspiré des travaux du logicien A. Prior (1967). Ce système va nous permettre d'introduire la dimension du temps dans notre langage objet LO et donc dans la théorie sémantique. Disons-le tout de suite, nous verrons que cette sémantique temporelle n'est pas parfaitement appropriée pour rendre compte correctement des phénomènes linguistiques qui mettent en jeu le temps, et il nous faudra l'abandonner en tant que telle pour la remplacer par une formalisation plus adéquate (chapitre 7, vol. 2). Cependant, l'approche qui va être décrite ici présente plusieurs intérêts. D'abord, elle introduit des notions qui resteront utiles pour décrire la sémantique de la temporalité. Ensuite, elle étend considérablement l'expressivité du système formel et constitue ainsi une approche très explicative et pédagogique pour commencer à se familiariser avec le principe d'intensionnalisation de la théorie sémantique (ce que nous aborderons de façon plus étendue dans les sections 4.3 et 4.4).

[14] Mêmes si les modes, en soi, contribuent à l'expression de modalités, mais la notion de modalité est plus large et ne se ramène pas uniquement aux modes.

4.2.1 Modèle temporel

L'enjeu pour nous est donc de nous donner les moyens de représenter différemment les conditions de vérités de phrases comme, par exemple, (19a) et (19b) :

(19) a. Alice dort.
b. Alice dormait.

La traduction de (19a) est **dormir(a)**. Et donc pour un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$, dans lequel nous savons, entre autres, que la constante **a** de LO dénote l'individu ALICE (autrement dit $F(\mathbf{a})$ = ALICE), les conditions de vérité de (19a) sont les suivantes : $[\![\mathbf{dormir}(\mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\mathbf{a}]\!]^{\mathcal{M},g} \in [\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},g}$ (Sém.1) ; donc ssi $F(\mathbf{a}) \in F(\mathbf{dormir})$; donc ssi ALICE appartient à l'ensemble (ou la classe) des individus de $\mathcal{A}$ qui dorment dans $\mathcal{M}$. Remarquons ici un sous-entendu un peu évident mais qui va prendre de l'importance : si les conditions de vérité de (19a) sont celles-là, cela veut dire que le modèle d'évaluation, $\mathcal{M}$, est pris comme décrivant l'état du monde actuel, correspondant au moment de l'énonciation.

Maintenant, pour expliciter les conditions de vérité de (19b), en nous inspirant de celles de (19a), nous pouvons dire que (19b) est vraie dans $\mathcal{M}$, si ALICE appartient à une classe de dormeurs, mais pas les dormeurs de maintenant, plutôt les dormeurs « d'auparavant », les dormeurs du passé. Et bien sûr, nous ne disposons pas d'une telle classe dans un modèle comme $\mathcal{M}$.

Nous pourrions nous la donner de manière simple, en envisageant dans le vocabulaire de LO un prédicat **dormait** qui dénote tous les dormeurs du passé, i.e. tel que $F(\mathbf{dormait})$ est l'ensemble des individus de $\mathcal{A}$ qui étaient dormeurs dans le passé. Ce n'est d'ailleurs pas si éloigné de ce que nous allons faire, mais nous allons procéder de manière plus systématique. Car le défaut de cette suggestion, c'est que l'on perdrait le lien sémantique entre *dormait* et *dort* : ces deux formes verbales ne correspondraient plus au même prédicat de LO, ce qui est assez contre-intuitif ; on aimerait plutôt avoir un prédicat **dormir** intemporel, mais qui a des dénotations différentes en fonction du temps. Car finalement dormir… c'est dormir, peu importe quand ; ce qui change avec le temps c'est *qui* dort, mais pas ce que signifie ce verbe. En d'autres termes : ce qui change avec le temps, c'est la dénotation du prédicat, mais pas son sens. Et rappelons qu'un symbole de prédicat représente (et synthétise) le sens d'un mot, pas sa dénotation.

Précédemment, nous avons vu que l'idée de base qui sous-tend l'intensionnalité est de démultiplier les modèles. À cet effet, ce que nous allons donc faire, c'est, en quelque sorte, découper modèle en tranches temporelles, et pour chaque tranche, nous allons définir une classe de dormeurs. Nous n'allons pas le découper en trois tranches qui seraient le passé, le présent et le futur. Car ça ne serait pas assez systématique ni réaliste. La classe des dormeurs (et toute autre classe) peut, au moins virtuellement, changer à tout moment. Pour accéder à « tous ces moments », nous allons modéliser le temps sous la forme d'un ensemble, ou d'une série, d'INSTANTS. Et cet ensemble va nous servir de patron pour effectuer le découpage en tranches temporelles.

Nommons $\mathcal{I}$ cet ensemble d'instants. Les instants que contient $\mathcal{I}$ seront notés par i_1, i_2, i_3 … (et i, i', i'' … quand nous voudrons parler d'instants quelconques). Par exemple, nous pouvons nous donner $\mathcal{I} = \{i_0 ; i_1 ; i_2 ; i_3 ; i_4 ; \ldots\}$. Les instants seront conçus comme des points de repère ou des jalons temporels, un peu à l'instar de marques sur une frise chronologique ou de ce que nous appelons ordinairement des dates. Ainsi $\mathcal{I}$ modélise le cours du temps ; on peut alors choisir de le rendre infini ou non, mais nous pouvons au moins nous attendre à ce qu'il contienne un nombre immense d'éléments. Dans l'immédiat, nous ne ferons pas ici d'hypothèses plus avancées sur la nature ontologique des instants. Par exemple, nous laisserons de côté les questions de savoir si les instants ont une épaisseur (i.e. une durée), ou si $\mathcal{I}$ est un ensemble infini dénombrable ou dense[15].

Ce qui va nous importer ici, c'est que les instants sont ORDONNÉS dans $\mathcal{I}$, i.e. ils sont organisés selon une RELATION D'ORDRE TOTAL. Nous utiliserons le symbole $<$ pour représenter cette relation d'ordre. Il s'agit bien sûr d'un ordre temporel, et donc d'un relation d'*antériorité*. Ainsi la notation $i < i'$ dit que l'instant i est antérieur à l'instant i', ou l'instant i est avant l'instant i', (ou encore i' est postérieur à i, etc.). Et cet ordre est total, ce qui signifie que tout instant est chronologiquement situable par rapport à tous les autres ; autrement dit, si nous prenons deux instants quelconques i et i' de $\mathcal{I}$, nous saurons que nécessairement soit $i < i'$, soit $i' < i$, soit $i = i'$[16]. Nous le saurons, car l'information nous sera donnée : l'ordre $<$ est prédéfini et il est constitutif de la définition de $\mathcal{I}$[17]. De la sorte, $\mathcal{I}$ est défini comme n'importe quel axe temporel qu'on a l'habitude de rencontrer sur les graphiques qui représentent des évolutions sur diverses périodes (Fig 4.1). Pour présenter $\mathcal{I}$ comme un ensemble muni de l'ordre $<$, on écrit habituellement $\langle \mathcal{I}, < \rangle$, ou éventuellement $\mathcal{I}_<$ pour faire court.

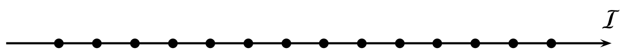


FIG. 4.1 : Représentation graphique de $\mathcal{I}_<$ comme un axe temporel

Maintenant, revenons au découpage temporel du modèle. L'idée est que la dénotation de n'importe quel prédicat, par exemple **dormir**, peut être différente selon les instants. Jusqu'à présent, dans un modèle extensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$, la dénotation de **dormir** était F(**dormir**). Dorénavant, nous allons avoir autant de dénotations pour le prédicat qu'il y a d'instants, c'est-à-dire que **dormir** aura une dénotation particulière pour chaque instant de $\mathcal{I}$. Cela se formalise en modifiant légèrement la fonction d'interprétation F. Nous allons considérer que F est à présent une fonction à *deux* arguments : le premier

15 Informellement, un ensemble ordonné est dit dense si entre deux éléments quelconques on trouvera toujours une infinité d'éléments « intermédiaires ».

16 De temps en temps, nous nous autoriserons à écrire $i \leqslant i'$ pour dire, comme de coutume, que $i < i'$ *ou* $i = i'$.

17 Même s'ils ne sont pas définis de la même manière, on voit que $\mathcal{I}$ est très similaire aux ensembles classiques de nombres ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$, etc.), sauf que pour les nombres, $<$ représente l'infériorité bien sûr. Nous aurions d'ailleurs pu prendre directement un de ces ensembles pour modéliser le temps, cela n'aurait pas changé grand chose formellement : les nombres ont les propriétés mathématiques nécessaires et suffisantes pour jouer le rôle de nos instants.

argument est un instant et le second une constante non logique de LO. Par exemple, si i est un instant, $F(i, \textbf{dormir})$[18] est la dénotation de **dormir** à l'instant i, i.e. l'ensemble de tous les dormeurs de $\mathcal{M}$ à l'instant i.

En faisant cela, nous avons d'une certaine manière temporalisé notre modèle : nous y avons injecté du temps (i.e. $\mathcal{I}_<$). Et ainsi nous l'avons rendu intensionnel.

Définition 4.1 : Modèle intensionnel (1)

Un modèle intensionnel temporel $\mathcal{M}$ est constitué d'un ensemble d'individus $\mathcal{A}$, d'un ensemble d'instants ordonnés $\langle \mathcal{I}, < \rangle$ et d'une fonction d'interprétation F à deux arguments qui pour chaque instant de $\mathcal{I}$ et pour chaque constante de Cns nous donne la dénotation de cette constante à cet instant.
On notera $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$.

Nous cherchions à multiplier les modèles. En insérant $\mathcal{I}_<$ dans $\mathcal{M}$ nous obtenons une sorte de super-modèle qui convient à nos besoins, car il équivaut à un *ensemble* de modèles extensionnels. C'est comme si nous avions un $\mathcal{M}_i = \langle \mathcal{A}, F_i \rangle$ pour chaque i de $\mathcal{I}$, et que nous avions « multiplié la notion de modèle par $\mathcal{I}$ ». Mais techniquement nous l'avons multipliée « de l'intérieur ». Une structure $\langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$ (i.e. donc un modèle intensionnel) n'est pas exactement un ensemble de modèles extensionnels, mais ce qu'il convient d'appeler une *famille* de modèles extensionnels dans laquelle $\mathcal{I}$ joue le rôle de ce que l'on nomme, en mathématiques, un ensemble d'INDICES. Les indices fonctionnent comme des étiquettes qui identifient les différents états du modèle. Ils sont cruciaux en sémantique intensionnelle et nous en ferons souvent usage.

Illustrons tout cela avec un exemple simple. Soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$ (c'est un modèle-jouet) avec quatre individus dans le domaine : $\mathcal{A} = \{$ALICE ; BRUNO ; CHARLES ; DINA$\}$, et quatre instants : $\mathcal{I} = \{i_1 \,;\, i_2 \,;\, i_3 \,;\, i_4\}$. Comme $\mathcal{I}$ est ordonné par $<$, il faut que l'ordre nous soit donné ; le voici : $i_1 < i_2 < i_3 < i_4$. Et regardons toujours le prédicat **dormir**. Voici à quoi peut ressembler son interprétation dans $\mathcal{M}$:

(20) $F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$BRUNO ; DINA$\}$
$F(i_2, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; DINA ; CHARLES$\}$
$F(i_3, \textbf{dormir}) = \{$CHARLES$\}$
$F(i_4, \textbf{dormir}) = \varnothing$

Cela se commente assez facilement. Par exemple, à i_2, les individus qui dorment sont ALICE, DINA et CHARLES. DINA a dormi de i_1 à i_2. Et à i_4, plus personne ne dort. Ce qui vaut pour **dormir** vaut évidemment pour n'importe quel prédicat. Ce qui est important en ajoutant $\mathcal{I}$ dans le modèle, c'est que la fonction d'interprétation F est modifiée : les valeurs que F attribue aux constantes non logiques *dépendent* d'un instant donné. Avec

[18] On pourrait aussi écrire $F_i(\textbf{dormir})$, mais la notation $F(i, \textbf{dormir})$ a l'avantage de bien expliciter la nouvelle arité de F.

les prédicats, on voit bien que ce mécanisme reflète le cours des choses, leur évolution, bref le temps qui passe. Les modèles extensionnels que nous manipulions auparavant étaient présentés comme des images fixes, de grandes photographies du monde ; avec les modèles intensionnels temporels, nous sommes passés au cinéma : ils nous livrent le grand film de l'histoire du monde.

Faisons, pour terminer, une remarque sur les individus et les constantes d'individus. Puisque F dépend du temps et que c'est également F qui interprète les constantes d'individus, on peut, théoriquement, très bien envisager une situation où pour deux instants i et i', $F(i, \mathbf{a}) \neq F(i', \mathbf{a})$, autrement dit où la dénotation d'une constante changerait avec le temps. Par rapport aux notions que nous manipulons depuis le chapitre 2, cela modéliserait l'idée qu'entre les instants i et i', la personne que nous appelons **a** dans LO (ou *Alice* en français) est devenue… un autre individu. Même si cela semble assez étrange, il pourrait y avoir une manière de justifier un tel cas de figure. Les individus du domaine $\mathcal{A}$ (y compris les objets inanimés) peuvent toujours changer et évoluer au cours du temps, ne serait-ce qu'en ce qui concerne leur taille, leur forme, leur apparence, etc. Poser $F(i, \mathbf{a}) \neq F(i', \mathbf{a})$ pourrait alors permettre de rendre compte du fait que sur un intervalle de temps donné, Alice (i.e. **a**) a tellement changé que l'on juge convenable de la représenter par deux individus distincts (et donc successifs) dans le domaine $\mathcal{A}$. Quelque chose qui pourrait aller dans ce sens est la possibilité d'énoncer en français des phrases non absurdes comme :

(21) Alice a beaucoup changé, elle n'est plus la même.

Cette manière de procéder pour modéliser des *changements* n'est pas si saugrenue qu'il n'y paraît (et d'ailleurs nous la revisiterons au chapitre 10, vol. 2), mais nous n'allons pas l'adopter ici pour les raisons suivantes. Nous allons considérer que dans un modèle intensionnel, les éléments du domaine $\mathcal{A}$ servent à représenter les individus dans leur *continuité* à travers le temps et les diverses évolutions qui se produisent. Et lorsqu'un individu nous apparaît comme ayant changé sur une certaine période, ce qui s'est, en fait, modifié avec le temps ce sont les *propriétés* que possède cet individu – autrement dit la dénotation des prédicats. Par exemple, si à i Alice est une enfant, et que i' se situe suffisamment d'années plus tard pour qu'à ce moment Alice soit maintenant une adulte, le modèle nous donnera : $\textsc{Alice} \in F(i, \mathbf{enfant})$, $\textsc{Alice} \notin F(i, \mathbf{adulte})$ et $\textsc{Alice} \notin F(i', \mathbf{enfant})$, $\textsc{Alice} \in F(i', \mathbf{adulte})$. Mais *Alice* et **a** dénoteront toujours l'individu ALICE.

Par conséquent, nous allons donc contraindre tout modèle intensionnel temporel à l'aide d'un postulat qui dit que toute constante d'individu dénote toujours le même individu, quel que soit l'instant où l'on se place. En faisant cela, nous traitons ces constantes comme ce que l'on appelle, en sémantique et en philosophie du langage, des DÉSIGNATEURS RIGIDES[19].

[19] Le terme (et le concept) de *désignateur rigide* a été introduit par Kripke (1972) essentiellement en relation avec le traitement des modalités. Dans ce contexte, il prend une valeur et une interprétation philosophiques un peu différente ; mais *mutatis mutandis*, appliqué à la temporalité, sa définition reste la même.

Postulat 4.1 : Désignateurs rigides (1)
Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$. Pour toute constante $\alpha \in Cns_0$ et pour toute paire d'instants $i, i' \in \mathcal{I}$, $F(i, \alpha) = F(i', \alpha)$.
On dit alors que les constantes d'individus sont des DÉSIGNATEURS RIGIDES.

Mais notons que notre définition d'un modèle intensionnel nous permet tout de même de tolérer, à profit, des exceptions à ce postulat. Souvenons-nous de ce que nous avons vu en §4.1.1. Si nous posons que la constante **m** traduit le GN français *Miss France*, alors il devient intéressant d'avoir, par exemple, $F(i, \mathbf{m})$ = GOURDELLA et $F(i', \mathbf{m})$ = CRUCHELINE. Techniquement, pour intégrer de telles exceptions, il suffit de distinguer un sous-ensemble de Cns_0 contenant les constantes « non rigides » de LO et de dire que le postulat ne s'applique qu'à Cns_0 privé de ce sous-ensemble.

Enfin, le postulat 4.1 a une conséquence non triviale sur notre modélisation temporelle du monde. Si chaque constante a toujours la même dénotation quel que soit l'instant choisi, cela semble impliquer que tout individu du domaine (du moins ceux nommées par des constantes) « existe » éternellement dans le modèle. De prime abord, c'est plutôt contre-intuitif : rares sont les individus qui existent de toute éternité ; aussi bien les choses que les êtres animés apparaissent ou naissent un jour puis meurent et disparaissent après avoir fait leur temps. Doit-on alors s'inquiéter de ce que $\mathcal{M}$ nous donnera toujours $F(i, \mathbf{a})$ = ALICE, même pour i situé en −400 avant J.C. ou au XXV^e siècle ? Eh bien pas vraiment. Car nous aurons intérêt à faire la différence entre la *présence* d'un individu dans le modèle et l'existence concrète d'un individu dans le monde. Le fait qu'un individu est présent dans le modèle (i.e. qu'il est un élément de $\mathcal{A}$) est lié à la possibilité d'y faire référence dans des énoncés ; et la référence est en quelque sorte intemporelle : la langue nous permet toujours de référer à un individu à partir de n'importe quel point de repère temporel, y compris d'un point de repère où cet individu n'existe pas (ou n'existe plus ou pas encore). Par exemple, je pense que l'on est en droit de juger que les phrases suivantes sont vraies :

(22) a. Mozart est l'auteur de *La Flûte Enchantée*.
b. Mozart est un compositeur autrichien.

Cela montre que l'on peut non seulement (et bien évidemment) faire référence à Mozart aujourd'hui (plus de deux siècles après sa mort), mais aussi que l'on peut dire certaines choses (mais pas toutes !) à son sujet *au présent*[20]. En pratique, cela veut dire que pour un instant i_1 qui se situe à notre époque, et si $\mathbf{m_0}$ est la traduction de *Mozart*, alors $F(i_1, \mathbf{m_0})$ est bien définie par le modèle et vaut MOZART, mais également que, par exemple, $F(i_1, \mathbf{compositeur})$ est un ensemble qui contient MOZART.

[20] Et il serait erroné de voir dans (22) un cas de présent de narration à interpréter comme une variante stylistique d'un temps du passé.

La notion d'existence dans le monde, quant à elle, est corrélée, là encore, à certaines propriétés, comme celles d'être vivant, d'être localisé spatialement quelque part, etc. Et ces propriétés correspondent à des prédicats dont la dénotation change avec le temps. Et bien sûr MOZART $\notin F(i_1, \textbf{vivant})$. Par conséquent, on peut figurer (éternellement) dans le modèle (c'est la bonne nouvelle), sans pour autant exister matériellement dans le monde sur de très longues périodes.

4.2.2 Opérateurs temporels

Nous venons de temporaliser la notion de modèle ; c'est-à-dire que nous pouvons (et même devons) tenir compte du temps qui passe dans notre représentation du monde. Mais il nous faut maintenant nous donner les moyens de parler du passé, du présent et du futur dans LO, c'est-à-dire de refléter dans le système formel une certaine contribution (approximative et simplifiée) des temps grammaticaux du français.

4.2.2.1 Syntaxe

Même si, dans une langue comme le français, ce sont les verbes (donc des prédicats) qui portent les marques de flexion temporelle, nous allons considérer que, dans LO, le rôle sémantique des temps concernent les formules. Nous dirons ainsi qu'une formule (et par extension une phrase) est au présent, au passé ou au futur.

Le temps est représenté dans LO à l'aide d'opérateurs qui se placent devant une formule (un peu comme la négation $\neg$). Ce sont des opérateurs temporels, nous allons en utiliser principalement deux : P pour le passé et F pour le futur[21]. Nous les intégrons à la syntaxe de LO en les faisant figurer dans l'ensemble des symboles logiques du vocabulaire et en ajoutant la règle suivante qui vient compléter la définition 2.8 du chapitre 2 (déjà augmentée par la règle (Syn.6) au chapitre 3).

Définition 4.2 : Syntaxe de P et F

(Syn.7) Si φ est une formule bien formée de LO, alors $\mathsf{P}\varphi$ et $\mathsf{F}\varphi$ le sont aussi.

Notons au passage que P et F permettent l'application de la définition 3.9 vue au chapitre 3 (p. 133), sur la portée d'un opérateur. Ainsi par exemple dans $\mathsf{P}\varphi$, on pourra dire que la sous-formule φ est la portée de cette occurrence de P.

$\mathsf{P}\varphi$ est une formule dont on trouvera la dénotation en allant chercher dans le passé ; et $\mathsf{F}\varphi$ en allant chercher dans le futur. Ainsi une façon de prononcer explicitement $\mathsf{P}\varphi$ et $\mathsf{F}\varphi$ peut être, respectivement « il a été vrai que φ » (ou « φ a été vraie ») et « il sera vrai que φ » (ou « φ sera vraie »). Une phrase au présent sera traduite simplement par φ, sans opérateur temporel. Par exemple, nous pouvons maintenant produire les traductions sémantiques suivantes :

[21] Attention : ne pas confondre F de futur et F, la fonction d'interprétation.

(23) a. Alice a dormi.
$\mathsf{P}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$
b. Alice dormira.
$\mathsf{F}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$
c. Alice dort.
$\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$

Bien sûr, rien n'empêche la règle (Syn.7) de s'appliquer récursivement, sur elle-même ou en interaction avec d'autres règles de la syntaxe de LO. Nous pouvons donc aussi écrire des formules comme : $\mathsf{PPP}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, $\mathsf{FP}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, $\mathsf{PFPF}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, $\mathsf{F}\neg\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, $\mathsf{P}\neg\mathsf{F}\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, etc. De même, dans une formule complexe, qui comporte plusieurs sous-formules, les opérateurs temporels peuvent se placer à divers endroits, comme le montrent les exemples (24).

(24) a. $\mathsf{P}\exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge \mathbf{dormir}(x)]$
b. $\exists x\mathsf{P}[\mathbf{enfant}(x) \wedge \mathbf{dormir}(x)]$
c. $\exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge \mathsf{P}\mathbf{dormir}(x)]$

Pour avoir une idée suffisamment claire de ce que signifient toutes ces formules, nous devons immédiatement définir l'interprétation de P et F en complétant la sémantique de LO.

4.2.2.2 Sémantique

On le sait, le passé et le futur sont des notions relatives : dans notre modélisation avec $\mathcal{I}$, le passé sera l'ensemble des i qui précèdent l'instant présent, et le futur l'ensemble de ceux qui le suivent. Mais peut-on considérer que $\mathcal{I}$ est en mesure d'identifier un instant particulier qui correspondrait au présent ? Non, car en tant qu'instant élément de $\mathcal{I}$, le présent est insaisissable, il avance toujours inexorablement sur la ligne temporelle. On sait aussi que, linguistiquement, le présent coïncide, d'une manière ou d'une autre, avec le moment de l'énonciation. Et ce moment ne fait pas partie du modèle, mais du contexte ; et jusqu'à présent nous avons pris soin de séparer le contexte du modèle[22]. Car le modèle sert à représenter idéalement et objectivement le cours de l'histoire du monde, et ce cours reste le même quelle que soit la position du locuteur ou de l'observateur. Mais en fait, tout cela n'est pas grave : si aucun instant de $\mathcal{I}$ n'a de raison de recevoir le privilège d'être *le* présent, cela veut dire que tous le sont potentiellement. En effet, tous les i de $\mathcal{I}$ ont été ou seront leur *propre présent*. Finalement, en tant que perspective temporelle, le présent est lui aussi relatif : pour tout i de $\mathcal{I}$, le présent de i, c'est i. Et cela convient tout à fait à l'objectif théorique de notre système sémantique qui est de décrire, de façon générale, les conditions de vérité de toute phrase, quel que soit le moment de son énonciation.

Cette idée converge avec le principe fondamental de l'interprétation en sémantique intensionnelle qui est qu'à présent, la dénotation d'une expression se définit et se calcule non seulement par rapport à un modèle et une fonction d'assignation, mais aussi

[22] À juste titre. Nous y reviendrons dans le chapitre 8 (vol. 2).

par rapport à un instant i donné. Et nos règles sémantiques vaudront, comme il se doit, pour n'importe quel instant de $\mathcal{I}$. Se faisant, nous multiplions bien, comme voulu, les dénotations potentielles de toute expression. Cela a une implication immédiate sur notre manière de noter les dénotations :

Notation 4.1 : Dénotation en sémantique intensionnelle (1)

Soit α une expression de LO. Et soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$ un modèle intensionnel, i un instant de $\mathcal{I}$ et g une fonction d'assignation. $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},i,g}$ est la dénotation de α dans $\mathcal{M}$, à l'instant i et relativement à g.

En relativisant la dénotation à un instant i et en écrivant $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},i,g}$, nous faisons jouer à i le rôle de ce que l'on appelle un INDICE INTENSIONNEL, ou plus simplement un indice (cf. *supra* p. 190). Un indice est, par définition, un paramètre nécessaire au calcul sémantique, il sert de point de référence, en identifiant l'état du monde concerné par l'interprétation. Dans les calculs de $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},i,g}$, nous appellerons généralement i l'instant d'évaluation.

Habituellement, si φ est une formule qui traduit une phrase complète, quand nous calculerons $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g}$, nous considérerons que, par défaut, i correspond au moment de l'énonciation. C'est ce qu'il y a de plus naturel, mais il faut savoir que cette hypothèse n'est pas nécessaire et qu'elle se fait extérieurement au système sémantique (c'est une sorte de complément pragmatique aux règles d'interprétation de LO).

L'ajout de i ne change rien aux règles sémantiques de LO que nous avons vues jusqu'ici, si ce n'est que maintenant elles se formulent avec $[\![\cdot]\!]^{\mathcal{M},i,g}$. Par exemple, les conditions de vérité de *Alice dort* s'explicitent en : $[\![\mathbf{dormir}(\mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi $[\![\mathbf{a}]\!]^{\mathcal{M},i,g} \in [\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},i,g}$, ssi $F(i,\mathbf{a}) \in F(i,\mathbf{dormir})$, etc. Les règles (Sém.1)–(Sém.6) traînent un indice i qui reste toujours le même. Mais bien sûr cela change avec (Sém.7) qui interprète P et F :

Définition 4.3 : Interprétation de P et F

(Sém.7) a. $[\![\mathsf{P}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$, ssi il existe un instant i' de $\mathcal{I}$ tel que $i' < i$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i',g} = 1$.

b. $[\![\mathsf{F}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$, ssi il existe un instant i' de $\mathcal{I}$ tel que $i < i'$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i',g} = 1$.

La règle (a) dit que $\mathsf{P}\varphi$ est vraie à l'instant i ssi il y a un instant antérieur à i où φ est vraie ; donc ssi φ est vraie dans le passé de i. De même, la règle (b) dit que $\mathsf{F}\varphi$ est vrai à l'instant i ssi il y a un instant postérieur à i où φ est vraie ; donc ssi φ est vraie dans le futur de i.

Sémantiquement, les opérateurs P et F font donc simplement du décalage temporel, mais avec un aller-retour. On peut les voir comme de petites machines à voyager (mentalement !) dans le temps. Par exemple, pour vérifier que $\mathsf{P}\varphi$ (i.e. « φ au passé ») est vraie à l'instant i, on se transporte dans un instant du passé de i ; là on constate que φ (donc « φ au présent ») est vraie – cela on sait le faire depuis le chapitre 2 ; puis on revient à i pour conclure que « φ au passé » est vraie.

Illustrons cela en reprenant le modèle $\mathcal{M}$ vu précédemment en (20), répété ici, avec $i_1 < i_2 < i_3 < i_4$:

(20) $F(i_1, \mathbf{dormir}) = \{\text{Bruno} ; \text{Dina}\}$
$F(i_2, \mathbf{dormir}) = \{\text{Alice} ; \text{Dina} ; \text{Charles}\}$
$F(i_3, \mathbf{dormir}) = \{\text{Charles}\}$
$F(i_4, \mathbf{dormir}) = \varnothing$

Si nous voulons évaluer $\mathsf{P}\mathbf{dormir(a)}$ par rapport à i_3 par exemple, la règle (Sém.7) nous dit que $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i_3,g} = 1$, ssi il existe un instant i tel que $i < i_3$ et $[\![\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$. L'instant i_2 fait l'affaire, puisque nous voyons que $[\![\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i_2,g} = 1$. Donc $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i_3,g} = 1$: il y a bien dans le passé de i_3 un instant où Alice dort, c'est i_2. Pour les mêmes raisons, $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i_4,g} = 1$, car $i_2 < i_4$. En revanche, $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},i_2,g} = 0$, car il n'y a pas ici d'instant antérieur à i_2 qui fasse l'affaire (le seul instant plus ancien que i_2, c'est i_1, et Alice ne dort pas à i_1).

Pour $\mathsf{F}\mathbf{dormir(a)}$, la formule n'est vraie que pour i_1 (grâce à i_2 qui est dans le futur de i_1). Et $\mathsf{F}\mathbf{dormir(c)}$ est vraie à i_1 et à i_2, mais pas à i_3.

Exercice 4.2
Toujours à partir du modèle $\mathcal{M}$ donné en (20), calculez :

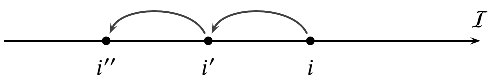
1. $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(d)} \wedge \mathsf{F}\mathbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},i_3,g}$
2. $[\![\mathsf{P}[\mathbf{dormir(b)} \wedge \mathbf{dormir(c)}]]\!]^{\mathcal{M},i_4,g}$
3. $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir(b)} \wedge \mathsf{P}\mathbf{dormir(c)}]\!]^{\mathcal{M},i_4,g}$
4. $[\![\mathbf{dormir(c)} \rightarrow \mathsf{F}\mathbf{dormir(c)}]\!]^{\mathcal{M},i_2,g}$
5. $[\![\mathsf{F}\neg\exists x\, \mathbf{dormir}(x)]\!]^{\mathcal{M},i_2,g}$
6. $[\![\neg\exists x\, \mathsf{F}\mathbf{dormir}(x)]\!]^{\mathcal{M},i_2,g}$

Quelle est la meilleure manière de traduire dans LO *tout le monde a dormi* ?

4.2.2.3 Combinaisons d'opérateurs

Une bonne manière d'apprivoiser l'interprétation de P et F est d'examiner le sens de formules qui combinent plusieurs opérateurs temporels, puisque, comme on l'a vu, (Syn.7) nous permet d'empiler les P et F devant une formule φ.

Commençons avec $\mathsf{PP}\varphi$. La sémantique nous dit que $[\![\mathsf{PP}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi $\mathsf{P}\varphi$ est vraie à un instant i' avant i. Et $\mathsf{P}\varphi$ est vraie à i' ssi φ est vraie à un instant i'' avant i'. On fait donc deux bonds successifs dans le passé comme l'illustre le schéma en (25).

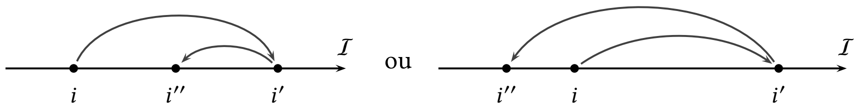
(25)


Ainsi, PP est en quelque sorte un passé de passé, ou un passé dans le passé. Pour cette raison, on a pu considérer que ce « double P » correspondait à la contribution temporelle de temps composés comme, en français, le plus-que-parfait (26a), ou le passé antérieur (26b), voire un passé surcomposé comme (26c).

(26) a. Alice avait dormi.
b. Alice eut dormi.
c. Alice a eu dormi.

Pour $\mathsf{FP}\varphi$, il faut faire attention : on interprète toujours les formules en les décomposant rigoureusement selon la règle (Syn.7) ; autrement dit, on commence toujours par interpréter l'opérateur le plus à gauche. Donc $\mathsf{FP}\varphi$ est vraie à l'instant i ssi $\mathsf{P}\varphi$ est vraie à un instant i' postérieur à i. Ceci est vrai ssi φ est vraie à un instant i'' antérieur à i'. Cette fois-ci, on fait d'abord un bond dans le futur, puis un bond qui recule dans le passé. Notons que ce deuxième bond, en arrière, peut nous ramener aussi bien avant qu'après l'instant de départ i, comme le montre le schéma (27).

(27)

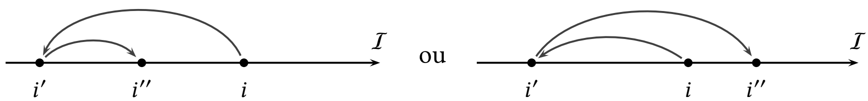


FP est donc un passé dans le futur (un passé vu du futur). Cela semble correspondre à l'emploi du futur antérieur en français :

(28) Alice aura dormi.

Inversement, on comprend rapidement que $\mathsf{PF}\varphi$ est un futur dans le passé. La formule est vraie à i ssi par rapport à un instant du passé de i, il y a un instant futur où φ est vraie. On fait d'abord un bond dans le passé, et de là on se dirige vers le futur pour vérifier que φ est vraie (29).

(29)

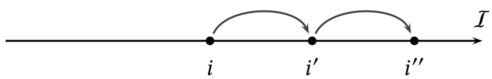


En français, on peut exprimer l'idée d'un futur du passé à l'aide du futur périphrastique en *aller* conjugué au passé (30a), ainsi qu'avec certains emplois du conditionnel, comme en (30b).

(30) a. Alice allait dormir.
b. Alice ne se doutait pas encore qu'*elle dormirait lorsque le Père Noël passerait.*

Enfin, le double futur $\mathsf{FF}\varphi$ nous fait faire deux bonds successifs dans l'avenir (31). $\mathsf{FF}\varphi$ revient à *il sera vrai qu'il sera vrai que* φ.

(31)



Le mieux que nous pouvons trouver pour rendre compte, plus ou moins, de cette idée en français serait d'utiliser un futur périphrastique doublé d'une conjugaison au futur :

(32) Alice ira dormir.

Nous pourrions également nous « amuser » à développer les conditions de vérités de formules comme $\mathsf{PFF}\varphi$, $\mathsf{PPP}\varphi$, $\mathsf{FPF}\varphi$, $\mathsf{FPFF}\varphi$, etc. Mais cela deviendrait vite artificiel, d'autant plus que non seulement il n'existe pas de formulations simples en français qui reflètent le sens de ces combinaisons, mais aussi, je m'empresse de le dire ici, que les analogies présentées ci-dessus entre les temps verbaux et les combinaisons de P et F ne tiennent pas vraiment la route sémantiquement. La contribution des temps verbaux de la langue est bien plus complexe qu'une simple opération de décalage temporel, nous aurons plusieurs fois l'occasion de revenir sur ce point (notamment au chapitre 7, vol. 2).

En revanche, il est intéressant d'examiner les interactions des opérateurs temporels avec la négation. Par exemple, $\mathsf{P}\neg\varphi$ est vraie à i, ssi il existe un instant du passé de i où φ est fausse. Autrement dit, $\mathsf{P}\neg\varphi$ signifie que « φ a été fausse ». De même, $\mathsf{F}\neg\varphi$ signifie que « φ sera fausse » (à un moment dans le futur de l'instant d'évaluation). À ne surtout pas confondre avec $\neg\mathsf{P}\varphi$ et $\neg\mathsf{F}\varphi$. $\neg\mathsf{P}\varphi$ est vraie à l'instant i, ssi *il n'existe pas* d'instant antérieur à i où φ est vraie. Cela signifie donc que φ n'a jamais été vraie dans le passé. Et $\neg\mathsf{F}\varphi$ que φ ne sera jamais vraie dans le futur. Partant, quelle est l'interprétation de $\neg\mathsf{P}\neg\varphi$ et de $\neg\mathsf{F}\neg\varphi$?

Avant de répondre à cette question, prenons le temps de faire un petit détour en revenant sur les règles (Sém.7). Leur formulation nous montre bien qu'il s'agit en fait de règles de quantification, et plus précisément des règles de quantification existentielle sur les instants. Rien ne nous empêche alors d'envisager aussi de la quantification universelle sur les instants. C'est d'ailleurs ce que fait la logique temporelle de Prior (1967), en introduisant deux autres opérateurs temporels H et G qui sont respectivement les duaux universels de P et F. Leurs interprétations sont donc les suivantes : $[\![\mathsf{H}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi pour tout instant i' tel que $i' < i$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i',g} = 1$, et $[\![\mathsf{G}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi pour tout instant i' tel que $i < i'$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i',g} = 1$. Ce sont des opérateurs très forts ; par exemple $\mathsf{G}\varphi$ signifie que φ sera toujours et définitivement vraie dans le futur de l'instant d'évaluation, et la formule $[\varphi \wedge \mathsf{G}\varphi \wedge \mathsf{H}\varphi]$ nous permet de dire que φ est une vérité éternelle. Pour cette raison, H et G ne sont pas d'une grande utilité pratique pour l'analyse sémantique de phrases de la langue. Mais le fait est que $\mathsf{H}\varphi$ et $\mathsf{G}\varphi$ sont respectivement équivalentes à $\neg\mathsf{P}\neg\varphi$ et $\neg\mathsf{F}\neg\varphi$.

Exercice 4.3
En supposant un modèle suffisamment réaliste (c'est-à-dire avec $\mathcal{I}$ comprenant un très grand nombre d'instants), comparez les conditions de vérité de $\mathsf{P}\varphi$ et $\mathsf{PPP}\varphi$ (en particulier en vous intéressant à ce qui distingue sémantiquement ces deux formules).

Terminons par une petite observation qui se rapporte à ce que nous avons vu en §4.1.2. De par leur sémantique, P et F sont aussi des candidats pour traduire la contribution d'adjectifs intensionnels comme *ancien* et *futur*. Nous pouvons, par exemple, proposer les traductions suivantes :

(33) a. Jean est un futur Prix Nobel.
$\mathsf{F}\mathbf{prix\text{-}nobel}(\mathbf{j})$

b. Tous les patients sont d'anciens alcooliques.
$\forall x[\mathbf{patient}(x) \rightarrow \mathsf{P}\mathbf{alcoolique}(x)]$

(33a) a ainsi les mêmes conditions de vérité que *Jean sera Prix Nobel*, ce qui semble assez vraisemblable. On peut néanmoins tenter de perfectionner un peu ces traductions : par exemple, pour dire que x est un ancien alcoolique, il est peut-être plus précis d'écrire $[\mathsf{P}\mathbf{alcoolique}(x) \wedge \neg\mathbf{alcoolique}(x)]$ (ajoutant ainsi qu'x *n'est plus* alcoolique[23]). Et ces adjectifs nous aident également à nous faire une idée de la portée des opérateurs temporels introduits par les temps verbaux. Par exemple la traduction la plus plausible de (34) est certainement (34a) plutôt que (34b).

(34) Marie a épousé un ancien footballeur.

a. $\mathsf{P}\exists x[\mathbf{épouser}(\mathbf{m}, x) \wedge [\mathsf{P}\mathbf{footballeur}(x) \wedge \neg\mathbf{footballeur}(x)]]$

b. $\exists x[\mathsf{P}\mathbf{épouser}(\mathbf{m}, x) \wedge [\mathsf{P}\mathbf{footballeur}(x) \wedge \neg\mathbf{footballeur}(x)]]$

(34a) signifie que le mari de Marie était déjà ancien footballeur lorsqu'elle l'a épousé, alors que (34b) dit simplement qu'il n'est plus footballeur aujourd'hui sans exclure qu'il ait cessé de l'être *après* son mariage. Cela tendrait à montrer que la contribution temporelle des temps verbaux porte sur toute la proposition (ou au moins sur le groupe verbal) et pas seulement sur le prédicat qui traduit le verbe.

4.2.3 Problèmes

Dans cette dernière section, nous allons passer en revue quelques problèmes que peut (éventuellement) poser, pour l'analyse sémantique, cette formalisation de la temporalité en termes de P et F.

Une première critique que l'on peut adresser à cette sémantique temporelle concerne la manière dont $\mathcal{I}_<$ modélise le cours du temps et en particulier le futur. $\mathcal{I}$ a une structure linéaire et $\mathcal{M}$ est défini de telle sorte que pour tout instant i du futur, l'état du monde y est parfaitement et définitivement déterminé. Or peut-on vraiment se permettre de présumer que le modèle connaît l'avenir ?

À cette question, plusieurs éléments de réponses peuvent être apportés, et je pense qu'au bout du compte, cette critique ne pose pas vraiment de problème compromettant pour le système sémantique. Il faut bien avoir en tête qu'un modèle est avant tout un outil théorique qui nous sert à formaliser des conditions de vérité. Ce qui est donc primordial pour nous, c'est de savoir si nos règles d'interprétation (notamment pour F) sont suffisamment conformes à ce que la langue nous permet de faire avec sa sémantique. Un modèle, par définition, contient tout ce à quoi on peut faire référence, et évidemment la

[23] Pour vérifier que cette deuxième condition relève bien des conditions de vérité (et pas d'une implicature par exemple), on peut examiner l'effet de la négation. Or *Pierre n'est pas un ancien alcoolique* semble bien signifier soit qu'il n'a jamais bu, soit qu'il boit encore, ce qui est effectivement la négation de la conjonction $[\mathsf{P}\mathbf{alcoolique}(\mathbf{p}) \wedge \neg\mathbf{alcoolique}(\mathbf{p})]$.

langue ne nous interdit nullement de faire référence à l'avenir – même si celui-ci n'existe pas encore et reste très incertain. Lorsqu'un locuteur affirme une phrase comme *Alice te téléphonera après-demain dans l'après-midi*, il accomplit une assertion d'un type particulier : c'est une sorte de prédiction, et se faisant, il s'engage de manière un peu audacieuse en posant une description précise (bien que partielle) de l'état du monde à un instant à venir. Il se trompe peut-être, sur le moment nous ne pouvons pas le vérifier, l'avenir nous le dira. Mais cela ne remet pas fondamentalement en cause les conditions de vérité de $\mathsf{F}\varphi$; elles semblent un peu irréalistes parce qu'elles nous demandent de nous projeter dans l'avenir pour vérifier que φ est vraie, et nous ne pouvons par faire un tel *saut* temporel. Mais ce n'est pas si grave. En pratique, pour évaluer une phrase au passé, il nous faut de la mémoire ou des archives ; pour évaluer une phrase au futur, il nous faut… de la patience. Autrement dit, l'évaluation effective de $[\![\mathsf{F}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g}$ ne peut se faire qu'a posteriori (par rapport à i), lorsque l'instant où φ doit être vérifiée sera devenu le présent (ou le passé). À ce moment là, l'état du monde sera univoquement défini, comme ce que propose $\mathcal{M}$, et le calcul de $[\![\mathsf{F}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g}$ se fera bien conformément à la règle (Sém.7b).

Et n'oublions pas qu'ordinairement, dans la pratique langagière, nous utilisons rarement les conditions de vérité pour vérifier qu'une formule est vraie dans un modèle ; nous faisons plutôt l'inverse, c'est-à-dire admettre, ou poser, qu'une formule est vraie pour ensuite apprendre des informations sur le monde (et donc sur le modèle). Prise de cette manière, (Sém.7b) nous permet simplement d'envisager (voire d'hypothéquer) l'avenir en « découvrant » ce que le modèle prédestine.

Enfin, il faut reconnaître que dès que nous voulons intégrer formellement la dimension temporelle dans notre modèle, nous sommes bien obligés de définir (au moins théoriquement) un état du monde pour tout instant i, puisque, comme nous l'avons vu, tous les i de $\mathcal{I}$ sont potentiellement un présent, et donc aussi un passé et un futur (par rapport à d'autres instants). $\mathcal{I}$ présente une vision absolue du temps[24] et dans $\mathcal{I}$ tous les instants sont logés à la même enseigne.

Cependant, il ne faut pas négliger pour autant cette propriété particulière que nous venons de voir, à savoir qu'une phrase au futur ne peut pas, en général, être évaluée au moment de son énonciation. Cela montre que le futur grammatical n'est pas un simple symétrique du passé. On explicite habituellement cette particularité en considérant que le futur est plus qu'un temps et qu'il comporte également une composante *modale* dans sa sémantique. Et à cet égard, nous verrons, à partir de la section suivante, des éléments de formalisation supplémentaires qui nous permettront de restituer cette idée d'un futur incertain et inconnu sans aller jusqu'à poser qu'il n'existe pas ou qu'il n'est pas défini dans le modèle.

Le deuxième problème qui se pose à notre sémantique temporelle est un peu plus évident. Il concerne l'expressivité de LO par rapport aux langues naturelles. Nous savons bien que les temps verbaux dans les langues ont des valeurs sémantiques beaucoup plus riches et fines que ce que nous donnent les opérateurs P, F et leurs combinaisons. Par

[24] Et en quelque sorte cette vision est newtonienne.

exemple, P ne peut pas rendre compte de la différence sémantique entre (35a) et (35b), qui sont toutes deux des phrases au passé :

(35) a. Alice a dormi.
b. Alice dormait.

Nous savons que ce qui distingue sémantiquement ces deux phrases n'est pas une question de temporalité mais une question d'*aspect*. Le passé composé et l'imparfait ont des valeurs aspectuelles différentes, et l'aspect n'est pas ce qui nous dit quand a lieu tel ou tel événement, mais comment les événements se déroulent dans le flux temporel, ou plus exactement comment ces déroulements sont perçus et/ou présentés dans les énoncés. Les opérateurs P et F ne font que du décalage sur $\mathcal{I}$, ils n'ont rien à dire sur les déroulements et leurs conceptualisations.

C'est d'ailleurs pour cela que les exemples données dans la section précédentes sont en fait un peu tendancieux : par exemple, la séquence PP, en fait, ne reflète pas très bien, en termes de conditions de vérité, la contribution sémantique du plus-que-parfait ou du passé antérieur. D'abord à cause des propriétés aspectuelles de ces temps verbaux, mais aussi parce que $\mathsf{PP}\varphi$ a (presque) exactement les mêmes conditions de vérité que $\mathsf{P}\varphi$ (c'était le sens de l'exercice 4.3).

Tout cela montre que le système sémantique est *insuffisant*. Cela n'implique pas forcément que le système est mauvais : il ne fait pas tout ce que l'on attendrait de lui, mais cela ne veut pas forcément dire qu'il fait mal ce qu'il fait. Et d'ailleurs, j'avais pris soin précédemment (cf. p 186) d'annoncer que la temporalisation de LO ne concernerait, justement, que la temporalité, et pas l'aspect. Nous pourrions encore envisager de réparer cette insuffisance en complétant le système, en lui ajoutant de l'expressivité, sans pour autant supprimer ce qui a été fait dans cette section.

Malheureusement, il nous faut lui donner le coup de grâce et reconnaître qu'il fait de mauvaises prédictions (i.e. de mauvaises analyses) : en plus d'omettre de dire des choses que l'on aimerait qu'il dise, le système dit aussi des choses qu'il ne devrait pas dire. Une des critiques les plus décisives adressées au système P-F réside dans ce fameux exemple de B. Partee[25] :

(36) Jean n'a pas coupé le gaz.

En fait, le problème qui se pose apparaît de manière systématique avec des phrases négatives au passé ou au futur. Essayons de traduire (36) dans LO à l'aide de la sémantique temporelle intensionnelle. Supposons, pour simplifier, que *le gaz* se traduit par une constante, $\mathbf{g}$. A priori, deux possibilités s'offrent alors à nous : (37a) ou (37b).

(37) a. $\neg\mathsf{P}\mathbf{couper}(\mathbf{j}, \mathbf{g})$
b. $\mathsf{P}\neg\mathbf{couper}(\mathbf{j}, \mathbf{g})$

Laquelle de ces deux formules traduit correctement (36) ? En fait, aucune des deux. Mais il nous faut le démontrer, en explicitant leurs conditions de vérité. Pour cela reve-

[25] Partee (1973). L'exemple original, en anglais, est : *John didn't turn off the stove.*

nons à ce que nous avons vu plus haut (p. 198) sur la différence entre $\neg\mathsf{P}\varphi$ et $\mathsf{P}\neg\varphi$. (37a) est vraie à un instant i ssi *il n'existe pas* d'instant i' antérieur à i où **couper(j, g)** est vraie. Autrement dit (37a) signifie que Jean n'a *jamais* coupé le gaz de sa vie. Et ce n'est pas le sens de (36), qui n'est pas aussi fort. Imaginons le dialogue suivant, dans le contexte d'un couple, Marie et Jean, sur la route des vacances :

(38) Marie : — Oh ! tu n'as pas coupé le gaz, andouille !
Jean : — Si, je l'ai coupé… un jour, en 1996, c'était un mardi matin, je m'en rappelle très bien…

Jean est d'une mauvaise foi éhontée, et c'est parce qu'il interprète la phrase de Marie comme si elle signifiait (37a).

Les conditions de vérité (37b) *semblent* un peu meilleures. Mais en réalité, elles sont encore pires que celles de (37a). (37b) est vraie à un instant i ssi il existe un instant i' antérieur à i où **couper(j, g)** est fausse. Quel est le problème ici ? C'est que (37b) est trivialement vraie : il suffit qu'il existe un instant quelconque du passé où Jean ne coupe pas le gaz pour que la formule soit vraie. Et un tel instant existe, car Jean ne passe pas sa vie à couper le gaz. Y compris lorsque Jean a effectivement coupé le gaz : il existe des instants, un peu avant et un peu après, où il n'est pas en train de le faire. Dans un tel cas de figure, (36) est fausse (il a bien coupé le gaz), mais (37b) est vraie (car il existe un, et même plusieurs, instants du passé où il ne le fait pas). Revenons à notre couple, Jean et Marie, mais cette fois avec le dialogue suivant :

(39) Marie : — Oh ! tu n'as pas coupé le gaz, andouille !
Jean : — Si si, je l'ai coupé avant de partir.
Marie : — Ouais… mais juste avant de le couper, tu ne l'as pas coupé ! Donc j'ai raison !

Là c'est Marie qui est d'une odieuse mauvaise foi : elle interprète (ou réinterprète) sa première phrase comme si elle signifiait (37b).

Nous devons donc conclure que notre langage LO n'est pas en mesure de traduire correctement le sens de (36) – car il n'y a pas d'autres possibilités pour placer la négation dans une formule au passé.

Ce que veut dire le locuteur en prononçant (36) (dans des circonstances normales et probes) c'est la chose suivante : « je pense à *une certaine période* du passé, et durant cette période particulière, il n'est pas vrai que Jean coupe le gaz ». Cela devrait nous rappeler quelque chose… Nous avons vu que P et F sont en fait des opérateurs de quantification existentielle, un peu comme $\exists$, mais qui quantifient sur $\mathcal{I}$ et non sur $\mathcal{A}$. Et au chapitre 3, §3.1.5, nous avions vu qu'en général, dans la langue, nous quantifions rarement sur le domaine complet, mais seulement sur un sous-domaine, restreint contextuellement (ce que nous implémentions au moyen d'un pseudo-prédicat C). C'est la même chose qui se passe avec la temporalité et la quantification sur les instants. Et dans la glose ci-dessus, cette *certaine période* joue précisément le rôle de la restriction contextuelle sur le domaine de quantification $\mathcal{I}$. C'est aussi le rôle joué par des compléments circonstanciels de temps comme *ce matin*, *tout à l'heure*, *avant de partir*, *le 7 décembre*, etc. Or LO ne nous permet pas plus d'encoder des restrictions implicites pour P et F que de traduire des circonstanciels de temps. Il s'agit là d'un autre symptôme de l'insuffisance de notre système. Comme signalé précédemment, il est encore possible de régler ces problèmes en améliorant la sémantique temporelle fondée sur P et F (en augmentant LO et en complexifiant les règles d'interprétation). Mais nous ne le ferons pas ici ; d'abord parce que ce serait techniquement un peu trop lourd, et nous verrons dans le chapitre 7 (vol. 2) une manière plus efficace, plus commode et plus standard de traiter la contribution des temps verbaux.

Cela signifie, pour conclure, que nous allons finalement abandonner l'usage de P et F dans notre langage formel ; nous allons les conserver, ainsi que $\mathcal{I}$, le temps des sections qui suivent, mais nous nous en séparerons à la fin de ce chapitre pour mieux réintroduire la temporalité dans le chapitre 7. Néanmoins ce que nous venons de voir n'aura pas servi à rien. D'abord cela nous a donné l'occasion de nous pencher sur l'idée de temporalité insérée dans un modèle, et nous serons amenés à réutiliser $\mathcal{I}$ par la suite (en l'étoffant un peu). Et surtout cela nous aura permis de nous familiariser assez simplement avec le principe de base de la formalisation de l'intensionnalité. Les sections suivantes poursuivent cette formalisation et nous allons voir que fondamentalement le mécanisme est à peu près le même.

4.3 Modalités et mondes possibles

Récapitulons quelques aspects essentiels de la théorie sémantique exposée jusqu'ici. Il doit maintenant être clair que la dénotation d'une expression interprétable dépend d'une certaine configuration du monde, ce que nous avons formalisé à l'aide de l'outil des modèles. Nous avons vu également, dans la sémantique temporelle de la section précédente, que la dénotation d'une expression dépend aussi d'un autre paramètre, que nous avons appelé un *indice*, et qui peut varier au sein du modèle. Ce paramètre est le point de référence temporel, c'est-à-dire l'instant auquel il faut se reporter pour envisager la dénotation d'une expression. La conséquence pour le système sémantique est importante : à présent, pour un modèle $\mathcal{M}$ donné, une même expression peut avoir différentes valeurs sémantiques, il suffit de changer l'instant d'évaluation. Nous sommes passés à une sémantique intensionnelle. Car, rappelons-le, l'intensionnalité est cette propriété du système interprétatif qui permet d'envisager un (grand) éventail de dénotations pour chaque expressions du langage.

Dans cette section (et la suivante) nous allons systématiser encore davantage cette idée de variabilité des valeurs sémantiques d'une expression donnée dans un modèle donné. Et dans un premier temps (§4.3.1) nous allons voir comment cela se justifie en regard de l'usage que l'on peut (et doit) faire de l'outil de modèle lorsqu'il s'agit de le mettre en rapport avec la notion de connaissance.

4.3.1 Savoir et ignorer

Un modèle est une description mathématique du monde : il encode l'ensemble des *informations* que l'on a, au moins potentiellement, sur le monde. Et pour être plus précis, ce « on » dont il est ici question et qui possède ces informations est un locuteur ou un allocutaire donné[26]. Ainsi un modèle peut être vu comme un outil formel qui a vocation de réaliser de la *représentation de connaissances* (en l'occurrence des connaissances d'un locuteur donné). Car rappelons que comprendre une phrase c'est, entre autres, être capable de confronter son contenu (c'est-à-dire son sens) avec les informations fournies dans un modèle.

Ajoutons qu'un modèle réaliste[27] vise à décrire le monde *en entier*. Cela signifie que non seulement un tel modèle est supposé fournir un domaine de quantification ($\mathcal{A}$) contenant tous les individus (tous les objets) auxquels un locuteur est susceptible de faire référence dans ses phrases, mais aussi que sa fonction d'interprétation (F) est définie pour tous les prédicats du langage du locuteur, c'est-à-dire au moins tous les noms, verbes, adjectifs de sa langue. Multiplions tout cela par l'axe temporel ($\mathcal{I}$) introduit *supra*, et nous imaginons tout de suite les formidables proportions qu'atteint ce genre de structure dans son développement. Autrement dit, un modèle (réaliste) est par définition une *immense* base de représentation de connaissances ; elle est immense car exhaustive : un modèle nous dit *tout* sur le monde.

Or nous, les locuteurs, ne savons pas tout ! Et c'est heureux, car sinon nous n'aurions rien à nous dire, nous n'aurions aucune information à nous échanger, à transmettre ou à recevoir, puisque nous les posséderions déjà toutes. L'omniscience est d'un ennui insondable. Puisque nous nous soucions de « réalisme » ici, et qu'un modèle peut servir à représenter des connaissance, il devient assez légitime de se poser la question de comment rendre compte, en termes de modèle, du fait qu'un locuteur donné ne sait pas tout. On sera peut-être tenté de répondre que si ce locuteur ne sait pas tout, c'est que sa base personnelle de connaissances du monde (donc son modèle) est incomplète. C'est là une idée tout à fait raisonnable et une piste qui mérite d'être poursuivie. Cependant je vais d'abord montrer qu'il est difficile de définir proprement ce que serait un modèle incomplet, ou pour dire les choses plus précisément, qu'il est difficile de formaliser l'incomplétude de connaissance au moyen d'un modèle incomplet. Mais nous verrons ensuite comment contourner ce problème.

Reprenons notre exemple de modèle-jouet précédent :

(40) $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{I}_<, F \rangle$ avec $\mathcal{A} = \{$Alice ; Bruno ; Charles ; Dina$\}$ et $\mathcal{I} = \{i_1 \; ; \, i_2 \; ; \, i_3 \; ; \, i_4\}$

[26] Il s'agira du locuteur ou de l'allocutaire selon que c'est l'angle de la production ou celui de la compréhension qui est adopté. Disons de manière générale qu'il s'agit du sujet parlant (et « comprenant ») dans la peau duquel nous nous glissons lorsque nous effectuons nos calculs sémantiques.

[27] Par « réaliste » j'entends ici : descriptivement en phase avec la réalité du monde qu'habite (ou qu'évoque) le locuteur. En revanche, il ne faudrait surtout pas penser que ce que j'appelle un modèle réaliste est une réplique vraisemblable et fidèle des ressources et processus mentaux et cognitifs des locuteurs humains. Un tel « réalisme » n'est pas l'objectif de la présente étude.

Faisons une première remarque. Ce modèle $\mathcal{M}$ est *partiel*, car il n'ambitionne pas de décrire le monde entier (ce n'est qu'un modèle-jouet) : il se contente de décrire un micro-univers contenant quatre entités. Cela ne veut pas dire pour autant que $\mathcal{M}$ serait incomplet (dans le sens qui nous occupe ici). L'idée de modèle incomplet que nous avons soulevée vise à traduire formellement l'ignorance du locuteur sur certains faits du monde. Et l'ignorance (comme le savoir) a en fait surtout à voir avec la fonction d'interprétation F.

Supposons que nous (locuteurs à qui « appartient » le modèle $\mathcal{M}$) savons parfaitement que l'individu ALICE dort à i_1. Cela signifie que nous sommes sûrs d'au moins une chose, c'est que :

(41) $\quad$ ALICE $\in F(i_1, \textbf{dormir})$

Continuons en supposant aussi que nous *ne savons pas* si les autres individus de $\mathcal{A}$ dorment ou pas à i_1. À présent, sous ces hypothèses, comment pouvons-nous définir F, pour les arguments qui nous occupent, i_1 et **dormir** ? Nous *ne pouvons pas* donner :

(42) $\quad F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE$\}$

Parce que (42) dit précisément qu'ALICE est *le seul* individu de $\mathcal{A}$ qui dort à i_1. Et donc avec (42) *nous savons* que BRUNO, CHARLES et DINA ne dorment pas. Mais cela n'est pas notre hypothèse de départ qui était que pour ceux-là nous *ne savons pas* s'ils dorment ou pas. Comment procéder alors ?

En fait ce qui correspond à l'ignorance, ou l'incertitude, c'est une *alternative* de valeurs pour $F(i_1, \textbf{dormir})$. Autrement dit, ne pas savoir si BRUNO, CHARLES et DINA dorment (tout en sachant que c'est le cas pour ALICE), c'est admettre que l'on peut choisir parmi :

(43) $\quad F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; BRUNO$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; CHARLES$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; DINA$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; BRUNO ; CHARLES$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; BRUNO ; DINA$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; CHARLES ; DINA$\}$
ou bien
$F(i_1, \textbf{dormir}) = \{$ALICE ; BRUNO ; CHARLES ; DINA$\}$

Seulement, dans $\mathcal{M}$, F est une fonction. Et donc elle ne peut (et ne doit) donner qu'une seule valeur pour le couple d'arguments $(i_1, \textbf{dormir})$; en tant que fonction, F par elle-même ne peut pas présenter un choix de dénotations. D'ailleurs c'est plutôt la liste (43) qui présente un choix de valeurs pour F. En fait (43) expose 8 fonctions d'interprétations *différentes* (il se trouve juste que ces 8 ont été appelées F, pour bien insister sur l'alternative). Et comme une fonction d'interprétation est définitoire d'un modèle, (43) nous propose donc 8 *modèles différents*. Par conséquent, ne pas savoir si une phrase P est vraie, cela revient à avoir le choix parmi de multiples modèles, i.e. de multiples états du monde.

Nous retrouvons évidemment le principe de l'intensionnalité, très similaire à ce que nous avons vu dans la section précédente. Mais cette fois, les différents états du monde dont nous avons besoin ne visent pas à décrire les étapes successives de « l'Histoire », mais à décrire comment peut ou pourrait être le monde. Formellement nous allons procéder de la même façon, en multipliant le modèle de l'intérieur : pour chaque instant de $\mathcal{I}$, nous allons envisager un multitude (et peut-être même une infinité) de réalités alternatives, c'est-à-dire d'états *possibles* du monde. Et c'est pour cette raison que ces alternatives sont appelées simplement des MONDES POSSIBLES. Un monde possible est donc une certaine variante de la réalité, parmi beaucoup d'autres.

Nous aborderons précisément l'implémentation de cette notion dans notre système sémantique au cours des pages qui suivent, mais nous pouvons dès à présent voir que, comme son nom l'indique, elle est étroitement liée à celle de possibilité et donc de modalité. En effet, si selon les informations données en (43), nous ne savons pas si Bruno dort à i_1, ou si simplement nous n'en sommes pas sûr, cela revient bien à admettre qu'il est *possible* qu'à i_1 Bruno dorme (et, cela va de pair, qu'il est possible qu'il ne dorme pas). Autrement dit, être incertain au sujet d'une chose consiste à envisager un certain nombre de « possibles », et un monde possible correspond en fait à ce que nous appelons, dans le langage ordinaire, une possibilité.

Et cela laisse aussi deviner que la connaissance (ainsi que l'ignorance) est une forme de modalité ; nous reviendrons sur ce point plus précisément en §4.3.3.3 et au chapitre 9 (vol. 2). Mais nous pouvons déjà nous faire une idée de la manière de rendre compte des connaissances partielles d'un locuteur. Le principe est que tout locuteur ne retient qu'un sous-ensemble de mondes possibles et qu'il rejette les autres : il retient les mondes qui décrivent des états de choses qui sont conformes avec tout ce qu'il sait mais qui diffèrent entre eux sur ce qu'il ne sait pas ; et il rejette tous les mondes qui décrivent des états de choses qu'il sait être faux. C'est ce qui est illustré en (43), où tout ce que nous savons, ou ce dont nous pensons être sûrs, est tout ce qu'il y a *en commun* à l'ensemble des alternatives. Avec (43), nous sommes sûrs qu'Alice fait partie des dormeurs.

Donc, pour résumer, les locuteurs étant ce qu'ils sont (ignorants, incertains ou oublieux), une description sémantique adéquate de leurs énoncés doit envisager, d'une manière ou d'une autre, une multiplicité de mondes – et si possible en conservant la notion d'un « super-modèle » englobant ces variantes. Ajoutons, et cela va dans le même sens, que ce n'est pas forcément par ignorance qu'un locuteur peut se retrouver à choisir parmi différents mondes possibles : il peut très bien choisir de se positionner délibérément vis-à-vis d'un monde alternatif qu'il sait être distinct de sa vision (et de ses connaissances) personnelle(s) du monde réel. C'est ce qui se produit par exemple lorsqu'un locuteur fait preuve d'imagination, et c'est quelque chose de très courant dans la pratique langagière.

Le reste de cette section va donc se consacrer à la présentation de la mise en place formelle et théorique de cette idée de démultiplication du modèle au moyen de mondes possibles. Et pour appréhender cette notion, nous allons commencer par examiner le phénomène des *modalités* en français, car elles constituent un procédé sémantique assez simple de manipuler les mondes.

4.3.2 Possible et nécessaire

Je ne vais pas immédiatement donner une définition générale de ce que l'on appelle la ou les modalité(s) en sémantique ; ce sera plus simple lorsque nous aurons un peu avancé dans l'observation du phénomène. Contentons-nous pour le moment de considérer que la modalité a trait, entre autres, aux notions de *possible* et de *nécessaire*. De plus, la présentation qui suit sera extrêmement sommaire (et peut-être un peu approximative), car les modalités représentent en elles-mêmes un continent de la sémantique et sont pléthoriques dans le langage, à la fois par leurs fréquences d'emploi et par leurs variétés de réalisations et de déclinaisons sémantiques. Dans cette section, je veux surtout mettre l'accent sur quelques particularités de l'interprétation de phrases modales.

Le possible et le nécessaire sont ce que l'on appelle des FORCES MODALES (il en existe quelques autres, mais ce sont les deux principales, avec bien sûr l'impossible, qui est la négation du possible). En français, ils sont exprimés par des tournures comme *il est possible que*, *il est nécessaire que*, des adverbes comme *éventuellement*, *peut-être*, *nécessairement*, *forcément*, et les verbes[28] *pouvoir* et *devoir*. Il y a bien sûr des nuances importantes entre ces différentes expressions, et certaines sont même particulièrement polysémiques. Mais fions-nous pour le moment à une idée intuitive de ce qu'elles peuvent signifier.

Pour ce faire, faisons un peu de fiction. Imaginez-vous au casino, à une table de roulette. Vous venez de miser sur le numéro 23, et quelqu'un vous murmure alors à l'oreille :

(44) Le 23 peut sortir (au prochain coup).

Laissons *au prochain coup* entre parenthèses, pour nous concentrer sur la partie de la phrase que nous pouvons simplement gloser par *il est possible que le 23 sorte*. Selon au moins une interprétation, (44) apparaît ni plus ni moins comme une remarque absurde, parce que la phrase est *trivialement* vraie. Si le jeu est, comme il se doit, de pur hasard, et si le croupier ne triche pas, il n'y a aucune raison d'exclure la sortie du numéro 23 au prochain coup. Donc, oui, *évidemment* que le 23 peut sortir ![29]

[28] Ces verbes sont souvent appelés *auxiliaires* modaux dans les grammaires, même si, d'un point de vue strictement syntaxique, ce ne sont pas vraiment des auxiliaires en français.

[29] Bien sûr, il y a d'autres manières de réagir face à (44), en accordant un peu plus de crédit au locuteur et donc en écartant l'interprétation où la phrase est trivialement vraie. Mais dans ce cas notre réaction sera probablement d'être interloqué ; nous nous demanderons pourquoi il nous dit cela ? que veut-il précisément dire par là ? sait-il des choses que nous ignorons ? mais lesquelles ?… Allons plus loin en imaginant le dialogue suivant :

(i) – Le 23 peut sortir.
– Ah bon ? Et pas les autres numéros ?
– Si si, les autres numéros aussi peuvent sortir.
– …

On voit bien que (44) n'est pertinente que si le locuteur sous-entend que d'autres numéros ne peuvent pas sortir, et c'est surtout ce sous-entendu qui est informatif en contexte.

De même (45), la négation de (44), que nous gloserons en *il est impossible que le 23 sorte*, est tout aussi incongrue car elle est, elle, trivialement fausse, pour les mêmes raisons que précédemment.

(45) Le 23 ne peut pas sortir (au prochain coup).

La phrase (46) nous paraîtra également immédiatement fausse, mais là pour une autre raison : les numéros de la roulette des casinos vont de 0 à 36.

(46) Le 38 peut sortir (au prochain coup).

Et nous ferons le même genre d'observations avec des phrases exprimant la nécessité comme :

(47) a. Nécessairement le 38 ne sortira pas (au prochain coup).
b. Nécessairement le 23 sortira (au prochain coup).

Nous constatons immédiatement que (47a) est vraie (sachant que (47a) équivaut à *il est impossible que le 38 sorte*) et que (47b) est fausse.

Si nous arrivons à expliquer pourquoi ces exemples (44)–(47b) ont ces valeurs de vérité, nous serons alors sur la bonne voie pour expliciter leurs sens. Il est important de remarquer que ces phrases ont une caractéristique sémantique assez particulière, qui apparaît clairement si nous comparons (44) avec (48a) et (48b) :

(48) a. Le 23 est sorti (au dernier coup).
b. Le 23 va sortir (au prochain coup).

Si nous nous interrogeons sur les valeurs de vérité de (48a) et (48b) comme nous l'avons fait pour (44)–(47b), nous retrouvons le principe fondamental de la théorie, qui dit que la dénotation d'une expression dépend des circonstances précises, c'est-à-dire du modèle. Or dans le petit exercice d'imagination que nous sommes en train de faire, nous ne nous sommes pas donné un modèle très précis, nous n'avons pas fait d'hypothèse sur les numéros qui réellement sont tombés ou vont tomber dans la situation envisagée. Et c'est pour cela que nous ne savons pas nous prononcer sur les valeurs de vérité de (48a) et (48b). Alors qu'avec (44)–(47b) nous savions répondre sans hésiter. Certes, nous avons vu en §4.2.3 que nous ne sommes généralement pas capable de trouver « en direct » la valeur de vérité d'une phrase au futur comme (48b) ; pour autant il y a malgré tout une différence notable entre (48b) et (47b) : si nous attendons un peu jusqu'au prochain tirage et s'il se trouve que c'est le 23 qui sort, nous pourrons alors dire rétroactivement que (48b) était vraie ; en revanche, même dans ces circonstances, (47b) demeurera fausse, car il n'était pas *nécessaire* que le 23 tombe.

Est-ce à dire que la dénotation de ces phrases (44)–(47b) est complètement indépendante du modèle ? En fait non. Par exemple, si nous imaginons une scène au casino où le croupier triche efficacement et a décidé de faire sortir le 16 au prochain coup ; dans cette circonstance (45) sera vraie. Cette phrase n'est donc pas si trivialement fausse que nous l'avions jugée initialement. De même, si nous imaginons un modèle où le casino en question possède des roulettes à 42 numéros, (47a) devient fausse. Par conséquent, comme pour la plupart des phrases déclaratives, les phrases modales (44)–(47b) ont une dénotation qui dépend du modèle – mais visiblement pas au même point que les phrases (48a)–(48b). Et l'analyse sémantique doit pouvoir expliquer cette différence de dépendance entre les phrases modales et les autres.

Cette analyse peut, dans ses grandes lignes, s'esquisser en utilisant la notion de mondes possibles vue précédemment en §4.3.1. Pour que (44), qui exprime une possibilité, soit vraie dans un monde donné, il suffit qu'il existe un monde possible dans lequel le 23 sort au prochain coup. En effet, nous avions assimilé les mondes possibles à ce que l'on appelle couramment des possibilités, et intuitivement (44) revient bien à dire *il y a une possibilité que le 23 sorte*. Le possible est donc une quantification existentielle sur les mondes possibles, c'est-à-dire les états alternatifs et concevables de la réalité. Et, on s'en doute, le nécessaire est analysé comme le dual du possible, c'est-à-dire une quantification universelle sur les mondes possibles : (47b) est vraie dans un monde donné, ssi le 23 sort au prochain coup dans tous les mondes possibles. Cette analyse nous permet de comprendre pourquoi les phrases modales dépendent aussi faiblement de l'état du monde dans lequel se trouve le locuteur. Pour prouver que (44) est vraie dans ce monde, nul besoin de vérifier que le 23 va réellement sortir au prochain coup, puisqu'il suffit qu'il existe un monde possible où cela se produit. Par monde possible qui existe, il faut comprendre un état du monde envisageable[30]. Et comme rien ne nous empêche d'envisager un cas de figure où le 23 sort, nous savons immédiatement que (44) est vraie. Inversement, parmi tous les mondes possibles envisageables, il n'y a pas de raison d'exclure ceux où un autre numéro que le 23 sort, ce qui fait que (47b) est évidemment fausse.

D'un autre côté, cette analyse permet également de considérer que la dénotation des phrases modales dépend tout de même de l'état courant du monde ou du contexte. Car selon les circonstances, les locuteurs seront amenés à retenir différents mondes possibles comme envisageables. Par exemple, si au casino, nous nous trouvons dans une situation où nous savons avec certitude que le croupier triche et va faire sortir un numéro pair, alors nous ne tiendrons pas pour envisageables les mondes possibles où le 23 sort (ainsi que les autres numéros impairs ; et par la même occasion, nous en profiterons pour ne pas miser sur le 23).

Bien sûr, la sémantique du possible et du nécessaire ne se réduit pas simplement à cette analyse, mais nous avons là déjà cerné quelques points importants de leur interprétation, et en particulier le recours aux mondes possibles. Et c'est ainsi que l'on peut donner une définition sémantique suffisamment générale des modalités : une modalité est ce qui, durant l'interprétation d'une phrase par rapport à un état du monde donné, nous invite à consulter d'autres états du mondes[31]. Les modalités sont donc fondamentalement intensionnelles, et l'intensionnalité est fondamentalement liée à la notion de mondes possibles.

[30] Bien entendu, une part importante de l'étude sémantique des modalités consiste à expliciter précisément ce que signifie *envisageable* ici. Nous aurons plusieurs fois l'occasion de revenir sur ce point.

[31] À ce titre, nos opérateurs temporels P et F sont aussi, à leur manière, des opérateurs modaux.

4.3.3 Formalisation de la modalité

Nous allons à présent voir comment formaliser ce type de conditions de vérité dans notre système sémantique, d'abord en enrichissant le modèle, puis en perfectionnant adéquatement le langage LO.

4.3.3.1 Mondes possibles

Notre est objectif est, une fois encore, de multiplier le modèle en y introduisant une multitude de réalités alternatives, c'est-à-dire des variantes de l'état du monde. Nous allons procéder exactement comme avec $\mathcal{I}$, en multipliant le modèle « de l'intérieur ». À cet effet, nous nous donnons un ensemble $\mathcal{W}$ non vide (et éventuellement infini) de symboles que nous noterons w_0, w_1, w_2, etc.[32] C'est ce que nous appellerons les MONDES POSSIBLES, et $\mathcal{W}$ est donc l'ensemble de tous les mondes possibles. Et pour désigner des mondes possibles quelconques, nous écrirons w, w', w''…

Notation 4.2 : Mondes possibles
Nous notons $\mathcal{W}$ l'ensemble de tous les mondes possibles.
Les mondes possibles eux-mêmes seront représentés par les symboles w_0, w_1, w_2…

C'est essentiellement par commodité que nous nommons *mondes possibles* ces symboles, car formellement ils ne sont que cela : des symboles. Dans le système, leur rôle est d'étiqueter, d'indexer, ou simplement de nommer des états possibles du monde (à un moment donné), et ce sont ces états possibles du monde qui sont véritablement les mondes possibles. Comme nous l'avons vu précédemment avec la temporalité, ce qui détermine un état particulier du monde, c'est l'ensemble des valeurs que nous donne la fonction d'interprétation F. Techniquement, le principe est donc toujours le même : nous allons ajouter un paramètre w à la fonction. Ainsi F devient une fonction à trois arguments, à savoir : la constante à interpréter, l'instant et le monde possible par rapport auxquels on l'interprète. Par convention, nous choisirons ici l'ordre de notation suivant : le premier argument de F est le monde possible, le deuxième l'instant et le troisième la constante interprétée. $F(w, i, \textbf{dormir})$ est donc la dénotation de **dormir** dans le monde w, à l'instant i. Selon le w choisi, cette dénotation, i.e. l'ensemble de tous les dormeurs, pourra varier puisque les différents w renvoient à différentes réalités. $\mathcal{W}$ est donc maintenant un composant de notre modèle intensionnel.

[32] Comme d'habitude, les indices numériques n'ont en soi aucune signification propre, ils servent simplement à distinguer les symboles entre eux.

Définition 4.4 : Modèle intensionnel (2)

Un modèle intensionnel $\mathcal{M}$ est constitué d'un ensemble d'individus $\mathcal{A}$, d'un ensemble de mondes possibles $\mathcal{W}$, d'un ensemble d'instants ordonnés $\langle \mathcal{I}, < \rangle$ et d'une fonction d'interprétation F à trois arguments qui pour chaque monde de $\mathcal{W}$, chaque instant de $\mathcal{I}$ et chaque constante de *Cns* nous donne la dénotation de cette constante dans ce monde, à cet instant.
On notera $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F \rangle$.

Pour illustrer cela voici un exemple partiel de l'interprétation de **dormir** dans notre modèle-jouet $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F \rangle$, avec $\mathcal{W} = \{\mathrm{w}_1 ; \mathrm{w}_2 ; \mathrm{w}_3 ; \mathrm{w}_4\}$:

(49) $F(\mathrm{w}_1, i_1, \textbf{dormir}) = \{\textsc{Bruno}\}$
$F(\mathrm{w}_2, i_1, \textbf{dormir}) = \{\textsc{Alice} ; \textsc{Bruno}\}$
$F(\mathrm{w}_3, i_1, \textbf{dormir}) = \{\textsc{Bruno} ; \textsc{Dina}\}$
$F(\mathrm{w}_4, i_1, \textbf{dormir}) = \{\textsc{Bruno} ; \textsc{Dina}\}$
$F(\mathrm{w}_1, i_2, \textbf{dormir}) = \{\textsc{Charles}\}$
etc.

Ici dans le monde w_1 à l'instant i_1 seul Bruno dort, et dans le monde w_2 Bruno et Alice dorment, etc. Une chose est *sûre* dans ce mini-modèle $\mathcal{M}$, c'est qu'à l'instant i_1, Bruno dort. Car il est dans la dénotation de **dormir** dans les quatre mondes. On remarque aussi que w_3 et w_4 sont deux mondes dans lesquels les mêmes individus, Bruno et Dina, dorment à l'instant i_1. Mais cela ne veut pas dire que w_3 et w_4 étiquettent des états identiques de la réalité. Car dans w_3 et w_4, à l'instant i_1, il se passe par ailleurs beaucoup d'autres choses qui peuvent être différentes. Par exemple on peut imaginer qu'à l'instant i_1, Alice est en train de lire un illustré dans w_3, mais pas dans w_4 (dans ce cas, nous pourrons avoir, par exemple, $F(\mathrm{w}_3, i_1, \textbf{lire}) = \{\langle \textsc{Alice}, \textsc{LeCosmoschtroumpf} \rangle\}$ et $F(\mathrm{w}_4, i_1, \textbf{lire}) = \varnothing$).

Cela nous amène à faire plusieurs remarques. D'abord, pour être tout à fait précis, ce qui étiquette un état particulier et distingué de la réalité ce n'est pas simplement un monde w, mais un couple $\langle w, i \rangle$, qui fonctionne comme un couple de coordonnées[33] d'une configuration donnée et possible du monde. Et d'ailleurs si nous fixons un w et un i, F nous donnera ce qui équivaut à un de nos anciens modèles extensionnels (une image figée d'un certain état du monde) ; de même si nous fixons w et que nous regardons tout ce que donne F pour tous les i de $\mathcal{I}$, nous obtenons un modèle temporel de §4.2.1 qui décrit toute l'histoire du monde w.

[33] Il serait impropre de parler de coordonnées spatio-temporelles, puisque w ne renvoie pas à une localisation spatiale, mais à une réalité toute entière. Il s'agirait plutôt donc de coordonnées « mondano-temporelles » – terme un peu extravagant, que bien sûr nous n'utiliserons pas ici…

Ensuite, si nous laissons de côté les modèles-jouets, et que nous revenons à une vision plus « réaliste » de ce que doit représenter un modèle intensionnel, nous devons nous poser la question de savoir quels états possibles du monde sont éligibles pour figurer dans $\mathcal{W}$. La réponse est très simple : tous. Tout état possible *imaginable* de la réalité, aussi farfelu et éloigné de notre réalité quotidienne soit il, fait partie de $\mathcal{W}$. La raison en est que notre système doit pouvoir interpréter toute phrase sémantiquement bien formée, et il n'y a aucune raison d'exclure celles qui racontent des choses extraordinaires ou fantastiques (c'est d'ailleurs ce qui nous permet de lire sans problème de la fiction). Interpréter une phrase implique en quelque sorte de supposer sa vérité (pour établir ses conditions de vérité), et supposer qu'une phrase est vraie revient imaginer un monde où ce qu'elle exprime se réalise. Par conséquent, dans $\mathcal{W}$, il y a, *entre autres*, des mondes où toute l'histoire de Harry Potter est vraie ; et bien sûr, tout un tas d'autres réalités plus ou moins plausibles ou plus ou moins fantaisistes. Introduire $\mathcal{W}$ dans le modèle c'est accepter de lâcher la bride à l'imagination[34]. Bien sûr, parmi tous les mondes de $\mathcal{W}$, il y en a un qui a un statut très particulier et privilégié, c'est *le* monde réel. Il n'y en a qu'un, c'est celui dans lequel vous et moi nous vivons réellement. Nous aurons plusieurs fois l'occasion de nous y intéresser, mais pour le moment, adoptons simplement la convention de notation w_0 pour le représenter[35].

Par conséquent, on se doute bien que la quantité de mondes qui composent $\mathcal{W}$ est tout à fait gigantesque, et peut-être même infinie. Car chaque monde représente (ou étiquette) un état possible de la réalité, et il suffit d'un détail, même infime, pour distinguer définitivement deux états de la réalité. Techniquement, pour juger que deux mondes w et w' sont distincts, il suffit qu'il existe ne serait-ce qu'un prédicat unaire P de LO et un individu x de $\mathcal{A}$ tels que $\mathrm{x} \in F(w, i, P)$ et $\mathrm{x} \notin F(w', i, P)$.

Il y a cependant deux limites que nous ne devrons pas nous autoriser à franchir pour définir $\mathcal{W}$. La première est que tous les mondes possibles doivent respecter les lois usuelles de la logique, sans quoi notre système sémantique cesserait de fonctionner formellement. Par exemple, nous ne pourrons pas imaginer un monde w dans lequel une formule comme $[\varphi \wedge \neg\varphi]$ sera vraie. Le second garde-fou est que chaque mot de la langue (et partant chaque prédicat de LO) doit avoir le même sens dans tous les mondes possibles[36]. La raison est que la notion de mondes possibles est avant tout, pour nous, un outil de la sémantique ; nous devons donc d'abord poser la langue comme un système stable que nous séparons du modèle, pour pouvoir ensuite l'étudier. Nous n'aurions aucun intérêt à prendre en compte des mondes hypothétiques dans lesquels la langue serait différente

[34] Cela peut sembler discorder un peu avec ce qui était mentionné en §4.3.2, où je parlais d'états du monde *envisageables*, ce qui est moins effréné que de s'intéresser à tous les états du monde imaginables. Mais ici nous définissons le *domaine* de *tous* les mondes possibles, $\mathcal{W}$, qui en soi se doit d'être exhaustif, pour les raisons expliquées *supra*. Bien sûr, par la suite, quand nous serons amenés à quantifier sur les mondes, comme toujours, nous aurons à restreindre contextuellement le domaine, et c'est ainsi que nous retrouverons la notion, plus retenue, de mondes envisageables. C'est ce qu'aborde §4.3.3.4.

[35] Pour représenter le monde réel, on rencontre fréquemment, chez beaucoup d'auteurs, la notation $\mathrm{w}_{@}$, voire @ – coquetteries que nous n'utiliserons pas ici.

[36] Et si un mot est polysémique, il doit conserver la même polysémie dans tous les mondes.

de ce qu'elle est en réalité (parce que les mots changeraient de sens), puisque c'est – et ne le perdons pas de vue – la langue en soi qui est l'objet de notre étude[37].

Enfin, dans le modèle, le domaine des individus $\mathcal{A}$ est introduit indépendamment de $\mathcal{W}$, et est donc en quelque sorte transversal à l'ensemble des mondes possibles. Cela implique que $\mathcal{A}$ contient tous les individus qui existent, ou ont existé ou existeront, réellement mais aussi tous les individus fictifs comme Dracula, James Bond, R2D2, Lucky Luke, Excalibur… Donc globalement, et dans l'absolu, les individus de $\mathcal{A}$ sont avant tout des « individus possibles », et ce n'est que *par rapport* à tel ou tel monde de $\mathcal{W}$ qu'ils acquièrent le statut d'individus réels. À cet effet, un prédicat **existher** ou **réel** (un peu comparable au prédicat **vivant** que nous avons vu avec la temporalité) peut nous être particulièrement utile : $F(\mathrm{w}, i, \textbf{exister})$ nous donne l'ensemble des individus et objets qui peuplent réellement le monde w (à l'instant i).

La transversalité de $\mathcal{A}$ nous permet également d'intégrer facilement l'hypothèse des DÉSIGNATEURS RIGIDES de Kripke (1972). Cette hypothèse repose sur l'idée qu'un nom propre, contrairement à une description définie, a cette propriété de toujours référer directement à la même entité, sans médiation sémantique. Ici « toujours » signifie « dans tous les mondes possibles ». Par exemple, le nom *Mozart* désigne le même individu dans tous les mondes ; cela implique qu'il n'y a qu'un seul MOZART dans $\mathcal{A}$, mais cela n'implique pas nécessairement que MOZART est toujours semblable et identique : nous pouvons très bien imaginer des mondes où Mozart satisfait des propriétés très différentes de celles qu'il a eues dans w_0. Par exemple des mondes où Mozart serait mort à 18 ans, ou bien à 75 ans ; des mondes où il serait né cent ans plus tard ; des mondes où il aurait été cordonnier, etc. Cela nous permet de résoudre un étrange paradoxe qui est que, lorsque nous interprétons une proposition comme *si Mozart était né dans une famille de cordonniers…*, nous imaginons un individu fort dissemblable du Mozart historique, tout en sachant que nous ne parlons pas de n'importe qui, mais bien de Mozart.

L'hypothèse des désignateurs rigides est donc un postulat épistémologique ; elle permet de capter une certaine notion d'*identité*, celle qui correspond à une sorte de permanence et d'unicité référentielles des noms à travers les mondes. Formellement, dans notre système, ce sont les constantes d'individu qui vont jouer le rôle des désignateurs rigides, en respectant la condition suivante.

Postulat 4.2 : Désignateurs rigides (2)

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F \rangle$. Pour toute constante $\alpha \in Cns_0$, quels que soient les mondes w et w' de $\mathcal{W}$ et les instants i et i' de $\mathcal{I}$, $F(w, i, \alpha) = F(w', i', \alpha)$. Les constantes d'individus de LO sont des DÉSIGNATEURS RIGIDES.

[37] Évidemment, cette hypothèse de travail pourrait sembler par trop simpliste. Dans la réalité, nous savons bien qu'il peut arriver que des locuteurs ne soient pas d'accord sur le sens de certains mots. Nous dirons alors ici qu'ils ne parlent pas exactement la même langue – il existe d'ailleurs le terme d'*idiolecte* pour renvoyer à ce fait linguistique. Cette variabilité de système entre locuteurs ne doit pas être irrévocablement négligée dans une étude sémantique, mais l'hypothèse que je fais ici est que ce phénomène ne relève probablement pas de l'intensionnalité : des locuteurs qui ne s'accordent pas sur le sens de certains mots ne se placent pas des mondes différents, mais dans des contextes discordants.

Comme avec la temporalité, l'hypothèse des désignateurs rigides enrichie du prédicat **exister** dans LO nous permet d'éviter le piège d'autres paradoxes, qui ont pu tracasser les philosophes, comme ce qu'illustrent les exemples (50).

(50) a. Dracula n'existe pas.
b. Dracula est un vampire, mais il n'existe pas car les vampires n'existent pas.

Il suffit pour cela de ne pas traduire le verbe *exister* au moyen de $\exists$, mais par le prédicat **exister**. En effet si nous traduisions (50a) par $\neg\exists x[x = \mathbf{d}]$, nous aurions une contradiction, puisque si la constante $\mathbf{d}$ est définie, c'est qu'il existe un individu de $\mathcal{A}$ qu'elle dénote, et donc il y a bien dans le domaine une valeur pour x telle que $[x = \mathbf{d}]$ est vraie. En revanche, si nous traduisons (50a) par $\neg\mathbf{exister}(\mathbf{d})$, le problème disparaît car il suffit que Dracula ne soit pas dans la dénotation de **exister** dans le monde où l'on se place pour que la formule soit vraie. De même (50b) n'est pas incohérente si l'on considère que la dénotation de **vampire** n'est pas vide mais ne contient que des vampires fictifs et si l'on traduit la dernière phrase par $\forall x[\mathbf{vampire}(x) \rightarrow \neg\mathbf{exister}(x)]$ (et non par $\neg\exists x\, \mathbf{vampire}(x)$).

Une dernière remarque qui peut être suscitée par l'ajout des mondes possibles dans le modèle concerne leur statut ontologique. De nombreuses questions ont occupé (et occupent encore) les philosophes et les théoriciens : quelle est la nature exacte des mondes possibles ? Sont-ils des objets de pensée ou des composants de la réalité ? Quelle est leur légitimité métaphysique ? Sont-ils cognitivement pertinents ? etc. Ce sont des débats qui ont leur importance (ne serait-ce que d'un point de vue épistémologique), mais qui, me semble-t-il, sont en dehors de la portée du présent ouvrage[38]. Nous nous contenterons de considérer les mondes possibles comme étant, au minimum, des objets théoriques, c'est-à-dire des éléments nécessaires de la théorie (et donc du système formel). Le fait que $\mathcal{W}$ est immense et certainement infini, ne devrait a priori être vu ni comme un obstacle théorique ni comme un égarement empirique. Nous pouvons très bien raisonner sur des objets innombrables, aussi facilement que nous pouvons calculer et raisonner sur les nombres réels sans avoir à stocker dans notre cerveau « l'intégralité » de l'ensemble $\mathbb{R}$. L'essentiel est que les mondes possibles n'empêchent pas notre système de faire des prédictions fiables à partir des analyses que nous y formulons.

Pour enchaîner avec les sections qui suivent, terminons en mentionnant que, bien sûr, l'ajout des mondes possibles comme paramètres pour l'interprétation se répercute au niveau de toutes les expressions interprétables du langage. Concrètement, cela implique que la dénotation de toute expression doit s'exprimer relativement à un modèle, une fonction d'assignation, un monde possible et un instant. Ce sont maintenant autant de paramètres à accoler à notre notation $[\![\ ]\!]$ pour les valeurs sémantiques. Les mondes possibles sont, comme les instants, des indices intensionnels.

[38] Pour un aperçu synthétique mais instructif de ces débats, on peut se reporter, entre autres, au chapitre 3 (§3.5) de Gamut (1991b).

Notation 4.3 : Dénotation dans un modèle intensionnel

Soit α une expression de LO, $\mathcal{M}$ un modèle intensionnel, et g une fonction d'assignation de valeurs aux variables de LO.

$[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ représente la dénotation de α par rapport au modèle $\mathcal{M}$, dans le monde w, à l'instant i et relativement à l'assignation g.

4.3.3.2 Syntaxe de la modalité

Maintenant que nous avons décuplé les modèles en y faisant figurer tous les états *possibles* du monde, nous allons pouvoir rendre compte de l'analyse des modalités au sein de notre système formel. En pratique, cela veut dire que nous allons pouvoir exprimer (i.e. représenter) puis interpréter des énoncés modaux dans le langage LO. Pour ce faire, nous devons d'abord augmenter le vocabulaire et la syntaxe de LO pour y traduire la contribution de tournures comme *il est possible que*, *il est nécessaire que*, etc.

Comme pour la temporalité avec P et F, nous utilisons deux opérateurs, dits modaux (et empruntés à la logique modale traditionnelle), qui s'appliquent à des formules. Ce sont les opérateurs $\Box$, qui exprime le nécessaire, et $\Diamond$, qui exprime le possible. Nous les introduisons dans LO à l'aide de la règle syntaxique suivante :

Définition 4.5 : Syntaxe de $\Diamond$ et $\Box$

(Syn.8) Si φ est une formule bien formée de LO, alors $\Diamond\varphi$ et $\Box\varphi$ le sont aussi.

Usuellement, $\Diamond\varphi$ se lit « il est possible que φ » ou simplement « φ est possible », et $\Box\varphi$ se lit « il est nécessaire que φ » ou « nécessairement φ » ou « φ est nécessaire »[39]. En ce qui concerne les traductions de phrases de la langue dans LO, $\Diamond$ et $\Box$ pourront, *pour l'instant*, être utilisés pour traduire diverses expressions du possible et du nécessaire. Par exemple, $\Diamond$**dormir**(**a**) sera la traduction commune de (51a–d) et $\Box$**dormir**(**a**) de (52a–d).

(51) a. Il est possible qu'Alice dorme.
b. Il se peut qu'Alice dorme.
c. Alice peut dormir.
d. Alice dort peut-être.

(52) a. Il est nécessaire qu'Alice dorme.
b. Alice dort nécessairement.

[39] Astuce mnémotechnique pour ne pas confondre les deux symboles : le losange $\Diamond$ est un carré « en équilibre » sur un de ses angles, et c'est un équilibre fragile : on se dit qu'il va *peut-être* tomber à gauche, *peut-être* tomber à droite ; d'où l'idée de *possible*. Le carré $\Box$, lui, est stable, solidement posé sur sa base : on est *sûr* qu'il ne basculera pas ; d'où l'idée de *nécessité*.

c. Alice doit dormir.
d. Forcément Alice dort.

En vérité, toutes ces formulations ne sont pas entièrement équivalentes sémantiquement, et nous verrons plus tard qu'il existe une importante variété de valeurs et de nuances des modalités dans la langue, ce que $\Diamond$ et $\Box$ semblent masquer. Mais nous verrons aussi qu'il est possible de rendre compte, en partie, de cette variété sémantique tout en conservant cette syntaxe.

Il n'y a pas grand chose de plus à ajouter sur la syntaxe de la modalité dans LO, si ce n'est, encore une fois, que le langage formel nous permet bien sûr d'empiler les opérateurs dans des combinaisons plus ou moins audacieuses telles que $\Box\Box\varphi$, $\Diamond\Box\Diamond\Diamond\varphi$, $[\Box\varphi \rightarrow \Box\psi]$, $\Diamond\neg\Diamond\neg\varphi$, $\Box\mathsf{P}\Diamond\varphi$, etc. Certaines deviennent vite très artificielles dans une perspective d'étude linguistique de la langue, d'autres s'éclairent facilement avec la sémantique des opérateurs modaux.

4.3.3.3 Sémantique de la modalité

Rappelons d'abord que maintenant nous écrivons $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ pour dire que φ est vraie dans le monde w (et à l'instant i, et relativement à l'assignation g) : l'interprétation d'une expression dépend, entre autres, d'un monde possible. Par défaut, lorsque l'on interprète une phrase entière, l'indice de monde possible (i.e. le monde dit d'évaluation) *pourra* être assimilé au monde réel, mais il faut toujours garder à l'esprit que cet indice peut en théorie être n'importe quel monde de $\mathcal{W}$, et nos règles sémantiques doivent donc valoir pour tout monde w.

Comme nous l'avons vu, le possible et le nécessaire correspondent à des quantifications respectivement existentielles et universelles sur les mondes possibles. Voici donc un premier jet des règles d'interprétation de $\Diamond$ et $\Box$, en se plaçant dans un modèle intensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F \rangle$.

Définition 4.6 : Interprétation de $\Diamond$ et $\Box$ (1^re^version)

(Sém.8)
a. $[\![\Diamond\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi il existe un monde w' de $\mathcal{W}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$.
b. $[\![\Box\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi pour tout monde w' de $\mathcal{W}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$.

Il est fondamental de ne pas confondre le monde d'évaluation, qui est le monde de « départ » du calcul et qui est noté w dans les règles ci-dessus, avec le ou les mondes dans lesquels on se rend au cours du calcul pour évaluer la sous-formule φ – mondes nommés w' dans les règles (Sém.8). Le monde d'évaluation nous donne véritablement le point de vue par rapport auquel la modalité s'interprète. Par exemple $[\![\Diamond\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ dit que $\Diamond\varphi$ est vraie dans w, ce qui revient à dire que φ est possible dans w ; et ce serait une erreur de dire, en lisant (Sém.8a), que φ est possible dans w'[40]. La vérité de $\Diamond\varphi$ dans un monde n'est pas directement corrélée à la vérité de φ dans ce même monde, mais à celle de φ dans un monde qui peut être différent. On peut ainsi très bien avoir $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 0$ et $[\![\Diamond\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ (i.e. dans w, φ est fausse mais reste possible).

Notons que les règles (Sém.8) s'insèrent dans une liste de règles sémantiques qui sont très similaires à celles de la définition 3.5 du chapitre 3 (p. 120), mais pas complètement identiques puisqu'à présent les valeurs sémantiques se calculent relativement aux indices w et i. Cependant, au delà de l'ajout de ces paramètres, les règles restent inchangées, en transmettant toujours les mêmes indices w et i (nous ferons un récapitulatif de toutes les règles plus tard dans le chapitre). Par exemple, la règle (Sém.1a) doit se reformuler en : $[\![P(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$. Seules les règles (Sém.8) changent l'indice w au cours du calcul, de même que seules les règles (Sém.7) changeaient l'indice i.

En guise d'application, prenons le temps de regarder les deux exercices suivants (des éléments de correction sont donnés juste après).

Exercice 4.4

En reprenant le modèle-jouet $\mathcal{M}$ esquissé en (49) et rappelé ici :

$F(\mathrm{w}_1, i_1, \textbf{dormir}) = \{\text{Bruno}\}$
$F(\mathrm{w}_2, i_1, \textbf{dormir}) = \{\text{Alice} ; \text{Bruno}\}$
$F(\mathrm{w}_3, i_1, \textbf{dormir}) = \{\text{Bruno} ; \text{Dina}\}$
$F(\mathrm{w}_4, i_1, \textbf{dormir}) = \{\text{Bruno} ; \text{Dina}\}$
$F(\mathrm{w}_1, i_2, \textbf{dormir}) = \{\text{Charles}\}$

calculez les valeurs suivantes :

1. $[\![\Diamond\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g}$
2. $[\![\Diamond\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_2,i_1,g}$
3. $[\![\Box\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g}$
4. $[\![\Box\textbf{dormir(b)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g}$
5. $[\![\Diamond\textbf{dormir(c)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_3,i_1,g}$
6. $[\![\neg\Box\textbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g}$
7. $[\![\Diamond\textbf{dormir(a)} \wedge \Diamond\textbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g}$
8. $[\![\Diamond[\textbf{dormir(a)} \wedge \textbf{dormir(d)}]]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g}$

Exercice 4.5

Chaque formule de la liste suivante est équivalente à une autre formule de la liste. Indiquez, en le démontrant, quelles sont ces paires d'équivalences.

1. $\Diamond\varphi$
2. $\Box\varphi$
3. $\Diamond\neg\varphi$
4. $\Box\neg\varphi$
5. $\neg\Diamond\varphi$
6. $\neg\Box\varphi$
7. $\neg\Diamond\neg\varphi$
8. $\neg\Box\neg\varphi$

Puis corroborez ces résultats en donnant des traductions en français de chacune des formules.

Dans l'exercice 4.4, on constate assez facilement que $[\![\Diamond\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 1$, car il existe bien un monde dans $\mathcal{M}$ où **dormir(a)** est vraie à l'instant i_1, c'est w_2 (en effet $[\![\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 1$). Et $[\![\Diamond\textbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_2,i_1,g} = 1$ pour exactement les mêmes

[40] Pour l'instant l'erreur n'est pas très grave puisque d'après (Sém.8a), si φ est vraie dans w', alors $\Diamond\varphi$ l'est aussi : en effet, pour que $\Diamond\varphi$ soit vraie dans w' il suffit qu'il existe un monde où φ est vraie, et par hypothèse ce monde existe, c'est w' lui-même. Mais nous verrons que cette implication ne tient plus forcément quand nous aurons amendé les règles d'interprétation.

raisons : $\Diamond\varphi$ est vraie dans w (à l'instant i) s'il existe un monde où φ est vraie (à l'instant i), et ce monde peut très bien être w lui-même. Ces résultats font apparaître une conséquence notable de la sémantique de (Sém.8), et qui est que la dénotation d'une formule modale ne dépend pas du monde dans laquelle nous l'évaluons : si $\Diamond$**dormir(a)** est vraie dans w_1, par définition, elle est vraie dans tous les autres mondes aussi. Cela nous rappelle une observation que nous avions faite en §4.3.2 (p. 208), mais une observation que nous avions nuancée : nous avions remarqué que la dénotation des phrases modales dépend *moins* du monde d'évaluation que les phrases ordinaires, mais sans aller jusqu'à dire qu'elle en est complètement indépendante. Même si elles captent un élément essentiel de l'interprétation des modalités, nos règles (Sém.8) ne sont donc pas absolument adéquates ; nous aimerions, lorsque nous calculons $[\![\Diamond\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$ ou $[\![\Box\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$, que le résultat dépende, au moins un peu, de w. Par rapport au modèle jouet de l'exercice, ce n'est pas dramatique, mais dès que nous revenons à un modèle intensionnel « réaliste », cela devient plus problématique.

En effet, (Sém.8) nous dit que $\Box\varphi$ signifie que φ est vraie dans tous les mondes de $\mathcal{W}$. Et comme $\mathcal{W}$ contient tous les mondes imaginables, les seules formules φ dont on pourra dire qu'elles sont nécessaires, sont les *tautologies*, c'est-à-dire les formules qui sont vraies en vertu de leur structure logique. De même, presque toute formule de LO est trivialement une formule possible : il suffit que φ soit contingente pour que $\Diamond\varphi$ soit vraie (car si φ est contingente, par définition, on trouvera toujours au moins un monde w de $\mathcal{W}$ où φ est vraie). Or ce n'est pas du tout ce qui se passe en langue naturelle : on peut parfaitement imaginer une situation (i.e. un monde possible) où (53a) est fausse ; et inversement (53b) peut parfaitement être vraie dans un monde donné, alors que la phrase racine (ici *Max est le coupable*) n'est nullement une contradiction ni une tautologie.

(53) a. Il se peut que Max soit le coupable.
b. C'est forcément Max le coupable.

Évidemment le problème qui se pose ici est toujours le même ; nous l'avions déjà rencontré avec la sémantique de la temporalité. Les règles d'interprétation quantifient sur tout le domaine, ici $\mathcal{W}$, alors qu'il serait plus raisonnable de restreindre cette quantification à un sous-ensemble pertinent de $\mathcal{W}$. Par exemple, si V est un ensemble de mondes strictement inclus dans $\mathcal{W}$, et si nous disons que $\Box\varphi$ est vraie ssi φ est vraie dans tous les mondes de V, alors φ n'a plus besoin d'être une tautologie, car elle peut par ailleurs être fausse dans des mondes qui ne sont pas dans V. Nous allons voir ci-dessous une façon assez classique de compléter les règles (Sém.8) et qui intègre ce type de restriction. Pour autant, la définition 4.6 n'est pas entièrement inappropriée dans un système formel, elle correspond à un type particulier de modalité, qui intéresse plus souvent les philosophes et les logiciens, et que l'on nomme la MODALITÉ ALÉTHIQUE[41]. La modalité aléthique est précisément celle par laquelle *nécessaire* est synonyme de *tautologique*, *possible* synonyme de *contingent* et *impossible* synonyme de *contradictoire*. On peut rencontrer ce type de modalité dans la langue naturelle, par exemple dans des énoncés de

[41] *Aléthique* vient du grec *alêthês* qui signifie *vrai*. La modalité aléthique est parfois aussi appelée *modalité logique*.

logique, comme la formulation d'un syllogisme : *si tous les homards sont gauchers et si Alfred est un homard, alors* nécessairement *Alfred est gaucher.* Mais elle est loin d'être la plus usuelle, et pour une plus grande adéquation avec les usages linguistiques, notre système doit être amendé.

4.3.3.4 Modèle de Kripke

La façon la plus simple de s'affranchir du problème emprunte à la logique modale classique, et notamment aux travaux de Kripke (1963) et Hintikka (1961). Elle consiste à ajouter de la structure dans $\mathcal{W}$, afin d'organiser les mondes possibles entre eux. Cette organisation se présente sous la forme d'une sorte de *réseau* de mondes, et techniquement elle est modélisée au moyen d'une *relation binaire* qui relie certains mondes avec certains autres mondes[42]. Cette relation est habituellement notée R et elle se nomme la RELATION D'ACCESSIBILITÉ du modèle. Et c'est précisément ce qu'elle représente : l'idée qu'à partir d'un monde donné w, on peut accéder à certains mondes mais pas à d'autres. Ainsi la notation $w\ R\ w'$ signifie que le monde w a accès au monde w', ou que w' est accessible depuis w. La relation R trace donc des « chemins » qui nous permettent de passer d'un monde à un autre.

R nous est donnée par le modèle, et dorénavant un modèle intensionnel sera déterminé par un quintuplet $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, R, \mathcal{I}_<, F \rangle$. C'est ce que l'on appelle couramment un MODÈLE DE KRIPKE. La composante $\langle \mathcal{W}, R \rangle$ du modèle, c'est-à-dire l'ensemble de mondes possibles organisé par R, s'appelle une STRUCTURE MODALE (ou parfois un *cadre modal*, par traduction de l'anglais *modal frame*).

Illustrons immédiatement cela à l'aide d'un modèle-jouet avec $\mathcal{W}$ contenant quatre monde w_1, w_2, w_3 et w_4. Et supposons que R soit définie comme suit : $\mathrm{w}_1\ R\ \mathrm{w}_2$, $\mathrm{w}_2\ R\ \mathrm{w}_3$, $\mathrm{w}_2\ R\ \mathrm{w}_4$, $\mathrm{w}_3\ R\ \mathrm{w}_4$, $\mathrm{w}_3\ R\ \mathrm{w}_3$, $\mathrm{w}_4\ R\ \mathrm{w}_2$. Il est possible de représenter graphiquement cette structure dans un plan où les mondes sont figurés par des points et la relation R par une série de flèches, comme dans la figure 4.2.

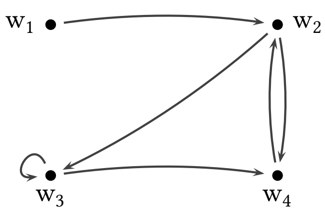


FIG. 4.2 : Représentation graphique d'une structure modale

Ce genre de figure peut être utile pour faire des calculs en logique modale, mais ici elle ne nous servira qu'à observer que R, d'abord, n'est pas nécessairement symétrique.

[42] À l'instar de la dénotation d'un prédicat binaire qui relie certains individus de $\mathcal{A}$ avec certains autres individus.

Par exemple dans ce modèle, à partir de w_1 on accède à w_2, mais de w_2 on n'accède pas à w_1. Autrement dit, $w\ R\ w'$ n'équivaut pas à $w'\ R\ w$. De même, w_3 accède à lui-même, mais ce n'est pas le cas des autres mondes. Cela peut paraître un peu contre-intuitif, mais en principe, une structure modale n'oblige pas R à être réflexive (i.e. à imposer « l'auto-accès » de chaque monde).

Évidemment tout cela semble un peu abstrait ; et ça l'est véritablement. Car la question qui se pose ici est : quelle est au juste la signification de cette notion d'accessibilité entre les mondes encodée par R ? En fait, la réponse dépend fondamentalement de la façon d'interpréter les modalités. Or comme on s'en doute, il y a plusieurs façons de les interpréter, et donc plusieurs façons de définir R et de lui assigner une signification précise. Nous reviendrons sur ce point dans les lignes qui suivent ainsi qu'en §5.4. Mais pour ne pas trop rester dans le vague ici, contentons-nous pour l'instant de considérer que R peut, par exemple, servir à modéliser une idée de proximité, ou plus exactement de ressemblance entre les mondes. En effet, parmi toutes les possibilités que propose $\mathcal{W}$, certains mondes peuvent être vus comme assez similaires, parce qu'ils ne diffèrent entre eux que par quelques faits ou quelques détails peu spectaculaires. Ainsi $w\ R\ w'$ se comprendra comme « w ressemble suffisamment à w' ». Il est à noter que dans ce cas, et contrairement à l'exemple précédent (qui présentait une structure modale *quelconque*), R sera au moins réflexive et symétrique : w ressemble évidemment à lui-même, et si w ressemble à w', alors w' ressemble à w.

Revenons maintenant aux modalités. Leur interprétation tient compte de R comme le montre la version corrigée de (Sém.8) :

Définition 4.7 : Interprétation de $\Diamond$ et $\Box$ (2^e^version)

(Sém.8)
a. $[\![\Diamond\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi il existe un monde w' de $\mathcal{W}$ tel que $w\ R\ w'$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$.
b. $[\![\Box\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi pour tout monde w' de $\mathcal{W}$ tel que $w\ R\ w'$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$.

Ces règles montrent que lorsque l'on interprète une formule modale par rapport à w, on ne quantifie que sur les mondes accessibles à w. Nous avons bien ce que nous cherchions. D'une part, les règles ne quantifient pas sur tout $\mathcal{W}$, mais seulement sur un sous-ensemble de mondes. Chaque monde w s'associe en effet à un ensemble de mondes particulier (i.e. l'ensemble des mondes w' tels que $w\ R\ w'$). Et donc, d'autre part, la dénotation d'une formule modale dépendra du monde d'évaluation puisque le domaine de quantification est directement dépendant de ce monde.

Si nous reprenons l'extrait de modèle de l'exercice 4.4 complété par la structure de la figure 4.2, en vertu des nouvelles règles (Sém.8), nous constatons que $[\![\Diamond\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 1$ (comme auparavant) car w_1 accède à w_2 et Alice dort dans w_2 ; mais à présent $[\![\Diamond\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_2,i_1,g} = 0$ car w_2 accède à w_3 et w_4 et dans aucun de ces deux mondes Alice ne dort. De même **dormir(d)** n'est pas vraie dans tous les mondes du modèle, cependant $[\![\Box\mathbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_2,i_1,g} = 1$ car **dormir(d)** est vraie dans w_3 et w_4 et cela suffit.

L'ajout d'une relation d'accessibilité entre les mondes améliore fondamentalement notre système intensionnel et particulièrement la sémantique des modalités. Mais dans une perspective d'analyse sémantique de la langue, ce n'est pas encore suffisant. Observons par exemple les phrases suivantes :

(54) a. Alice peut jouer de la trompette à l'heure qu'il est.
b. Les domestiques doivent parler anglais à la maîtresse de maison.

Nous pouvons facilement montrer que ces phrases sont ambiguës quant à l'interprétation de *pouvoir* et *devoir*.

Ainsi (54a) peut signifier qu'Alice a le droit de jouer de la trompette (par exemple parce qu'elle a fini ses devoirs et qu'elle a maintenant l'autorisation de pratiquer son instrument). Dans ce cas, on dira que *pouvoir* exprime une MODALITÉ DÉONTIQUE. La modalité déontique est liée à la notion de *devoir*[43] : le possible déontique correspond à ce qui est *permis*, le nécessaire à ce qui est *obligatoire* et l'impossible à ce qui est *interdit*. Ce sont effectivement des valeurs qu'ont les verbes *pouvoir* et *devoir* en français.

Mais (54a) peut se comprendre autrement. Imaginons que ces derniers jours Alice avait une bronchite qui l'affaiblissait et l'essoufflait au point de l'empêcher de souffler dans sa trompette : elle ne pouvait pas jouer de la trompette. Mais maintenant elle est guérie et a récupéré, et le locuteur peut le signaler en énonçant (54a). Nous appellerons cette lecture une MODALITÉ DYNAMIQUE[44] ; il s'agit de la modalité par laquelle le possible renvoie à une idée de *capacité* ou d'*aptitude*, ce que le français exprime par *pouvoir* ou, de manière plus univoque, *être capable de*, *être en état de*, *être en mesure de*…[45]

Plusieurs autres interprétations de (54a) sont certainement disponibles, en affinant les nuances, mais je n'en citerai ici qu'une troisième. C'est celle via laquelle le locuteur manifeste qu'il ne sait pas si Alice est en train de jouer de la trompette actuellement, mais qu'il n'en exclut pas l'éventualité. Dans ce cas, (54a) équivaut à peu près aux paraphrases *il se peut qu'Alice joue de la trompette* et *Alice joue peut-être de la trompette*. Nous sommes alors face à une MODALITÉ ÉPISTÉMIQUE. Ce type de modalité se positionne par rapport un ensemble de connaissances factuelles[46] (du locuteur ou d'un groupe de locuteurs ou éventuellement d'autres personnes), et permet au locuteur d'indiquer son degré de

[43] *Déontique* vient du grec *deon* qui signifie *ce qu'il faut faire*.

[44] Ici *dynamique* ne renvoie pas tant à l'idée de mouvement ; en l'occurrence le terme vient du grec *dynamis* qui signifie, entre autres, la capacité, la faculté. Il se trouve que, dans la littérature sémantique, ce type de modalité a reçu diverses étiquettes, comme *circonstancielle*, *volitionnelle* ou même *habilitative* (en écho à l'anglais *abilitative*)… Selon les auteurs, leur couverture sémantique n'est pas toujours exactement la même (cf. par exemple Portner (2009) pour un inventaire scrupuleux).

[45] Notons qu'en français, comme dans beaucoup d'autres langues, il ne semble pas y avoir d'expression nette et simple du « nécessaire dynamique ». On peut éventuellement envisager que cette valeur se réalise par certains emplois de périphrases comme *il est inévitable que*, *ne pas pouvoir s'empêcher de*, etc. Il n'est pas non plus exclu d'envisager qu'au moins dans certains cas, le futur puisse avoir également cette valeur.

[46] *Épistémique* vient du grec *epistêmê* qui signifie le savoir.

croyance ou de confiance sur ce qu'il affirme ; le nécessaire correspond alors à ce qui est *su* ou *certain*, le possible à ce qui est *ignoré* ou *incertain* (et l'impossible à ce que l'on sait être faux). C'est cette modalité qui était sous-jacente dans la présentation faite en §4.3.1 lorsque nous parlions d'états du monde « envisageables ».

De façon assez similaire, nous pouvons expliciter plusieurs lectures pour (54b). Les plus saillantes sont la lecture déontique (un règlement oblige les domestiques à parler anglais) et la lecture épistémique (à partir de ce qu'il sait, le locuteur déduit que les domestiques parlent anglais).

Ces exemples suffisent (s'il y avait besoin) à montrer qu'il existe dans la langue une variété non négligeable de valeurs sémantiques des modalités, et que des expressions modales comme *pouvoir* et *devoir* sont à cet égard éminemment ambiguës, ou du moins polysémiques. Nous avons donc un problème. Si les phrases (54) sont ambiguës, c'est qu'elles devraient recevoir chacune plusieurs traductions sémantiques distinctes. Or dans LO nous n'avons que deux symboles, $\Diamond$ et $\Box$, pour traduire respectivement *pouvoir* et *devoir*. Notre système n'est pas assez précis.

Une solution qui nous vient naturellement pour régler ce problème serait de multiplier les opérateurs modaux. Nous nous donnerions un opérateur pour le possible épistémique, un pour le possible déontique, un pour le possible dynamique, etc. C'est techniquement faisable, mais nous devons voir ce que cela implique sur l'ensemble du système. Ce qui détermine la valeur sémantique d'une modalité, c'est précisément la relation d'accessibilité qu'il faut utiliser pour interpréter cette modalité. Cela nous donne l'occasion d'expliciter un peu les significations que peut prendre R dans le modèle. Par exemple, si notre modalité est épistémique, alors $w\ R\ w'$ doit signifier quelque chose comme : tout ce qui est su (par exemple par le locuteur) dans w est vrai dans w'[47]. Si la modalité est déontique, alors $w\ R\ w'$ signifie à peu près : toutes les lois ou tous les commandements qui sont actifs dans w sont effectivement satisfaits (i.e. obéis) dans w'. Pour la modalité dynamique, c'est un peu plus complexe : $w\ R\ w'$ signifie que w' est similaire à w pour ce qui concerne les faits généraux (ou génériques), les propriétés intrinsèques et stables des choses et des individus, et les circonstances qui les entourent, mais w et w' peuvent différer quant aux événements particuliers et contingents qui s'y produisent. Notons d'ailleurs que la modalité aléthique n'est finalement qu'un cas particulier ; on peut considérer qu'elle se fonde sur une relation R qui connecte *tous* les mondes de $\mathcal{W}$ avec *tous* les mondes de $\mathcal{W}$. Cela équivaut à une absence de relation d'accessibilité, puisqu'une telle relation n'instaure aucune organisation ou hiérarchie particulière parmi les mondes.

Par conséquent, multiplier les opérateurs modaux implique de multiplier les relations d'accessibilité dans le modèle. Formellement, cela peut se réaliser en se donnant un ensemble de symboles (par exemple des nombres ou des lettres) qui renvoient chacun à une valeur modale particulière. Et pour chaque symbole n, nous aurons une relation d'accessibilité R_n dans le modèle et une paire d'opérateurs modaux que nous pourrons noter $\Diamond_n$ et $\Box_n$ ou $\langle n \rangle$ et $[n]$ dans LO. Les règles d'interprétation des modalités seront alors

[47] Mais la réciproque ne tient pas : tout ce qui est vrai dans w' n'est pas forcément su (par le locuteur) dans w. Ce que la relation dit c'est, en fait, que w' est *compatible* avec tout ce qui est su dans w, ou encore que w et w' sont semblables au regard de ce qui est su dans w et diffèrent au regard de ce qui y est ignoré.

paramétrées par ces étiquettes n, comme par exemple : $[\![\langle n\rangle\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi il existe un monde w' de $\mathcal{W}$ tel que $w\ R_n\ w'$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$. Le modèle intensionnel devient donc $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{I}_<, F\rangle$, où $\mathcal{R}$ est l'ensemble qui comprend toutes les relations R_n dont nous avons besoin.

C'est là une pratique courante en logique multimodale et elle améliore indéniablement l'expressivité de LO. Pour autant, si l'on approfondit l'étude sémantique des modalités dans la langue, on se rend compte que cette formalisation n'est pas encore parfaitement adéquate. Elle se heurte à quelques paradoxes logiques et pèche encore par quelques limites d'expressivité. Nous reviendrons sur ces problèmes dans le chapitre 9 (vol. 2). Elle masque aussi le fait que le choix exact de la relation d'accessibilité dépend très souvent du contexte. Certes on peut admettre que des expressions comme *avoir le droit* ou *il faut que* sont assez univoquement déontiques[48], de même que *il se peut que*, *peut-être*, *probablement* sont intrinsèquement épistémiques. Mais cela ne suffit pas. Par exemple, les modalités épistémiques s'appuient sur un ensemble de connaissances du monde ; on considère couramment qu'il s'agit vraisemblablement des connaissances du locuteur ou d'un groupe comprenant le locuteur, mais le locuteur (et donc ses connaissances) est un paramètre qui est fixé par le contexte, pas par le modèle. Au mieux il faudrait que $\mathcal{R}$ contienne une relation d'accessibilité épistémique pour chaque locuteur possible à chaque instant de $\mathcal{I}$, mais il nous manquerait encore un mécanisme qui permette de sélectionner celle qui est pertinente dans le contexte.

L'interprétation de modalités déontiques peut aussi dépendre du contexte. Le locuteur qui énonce (55) se réfère implicitement à une certaine autorité qui décrète ce qui est permis, obligatoire, interdit.

(55) Alice a le droit de jouer de la trompette.

Mais quelle est cette autorité ? Le locuteur lui-même ? Le médecin ? Les parents d'Alice ? Le règlement de copropriété ? Le droit pénal ?… À chacune correspond une relation déontique différente, et (55) est, à cet égard, vague, tout en ayant une valeur déontique : peut-être que le docteur a autorisé Alice à jouer de la trompette au vu de son état de santé, mais que ses parents le lui interdisent car il est tard et que cela dérangerait les voisins. L'interprétation exacte de (55) dépend donc d'un certain état mental du locuteur et cela est un paramètre du contexte.

Il existe plusieurs façons d'aménager notre langage LO multimodal pour refléter cette dépendance contextuelle. Une solution simple et propre consisterait à ajouter R parmi les indices d'évaluation, en écrivant ainsi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,R,g}$ pour l'interprétation de φ. Mais cette option a le défaut de nous obliger à interpréter tous les opérateurs modaux d'une formule avec la même relation R. Or nous n'avons aucune raison de faire cela, au contraire : lorsque plusieurs modalités s'empilent dans une phrase, comme par exemple *Alice doit pouvoir faire cet exercice*, elles ont normalement des valeurs différentes. Nous avons donc plutôt intérêt à exploiter le système des multimodalités ($\langle n\rangle$ et $[n]$) tout en nous servant de l'assignation g pour rendre compte de la sensibilité contextuelle de l'interprétation

[48] Encore que pour *falloir*, ce n'est pas si sûr…

des modaux. Le principe est de traiter les symboles n un peu comme des variables : nous faisons en sorte que les assignations g soient aussi définies pour l'ensemble de ces symboles, et à chacun d'eux les fonctions g assignent une relation de $\mathcal{R}$. Ainsi le « choix » de la valeur modale des opérateurs n'est pas directement déterminé par n, il se fait par l'intermédiaire de g qui est une composante du contexte. Précisons enfin que cette formalisation ne résout pas tous les problèmes (cf. la question du contenu précis de $\mathcal{R}$), mais elle offre suffisamment d'expressivité et de cohérence formelle pour ce qui nous occupe présentement.

4.3.3.5 Retour vers le futur

Pour conclure cette section sur les modalités et les mondes possibles ainsi que celle sur la temporalité, revenons un instant sur la critique que nous avions évoquée à propos de la modélisation du futur en §4.2.3 p. 199. Elle portait sur le caractère préétabli des états futurs du monde imposé par $\mathcal{I}$. Les arguments que j'avais proposés pour y répondre valent toujours, mais maintenant que notre modèle comporte les mondes possibles, nous disposons d'un outillage qui permet de relativiser avantageusement le problème.

Rappelons que ce qui identifie précisément un état possible de monde, c'est un indice double, c'est-à-dire un couple $\langle w, i\rangle$. Supposons que nous nous placions dans le monde w_1 à l'instant i_1 (donc dans l'état $\langle \mathrm{w}_1, i_1\rangle$), alors il est raisonnable de considérer que l'ensemble de tous les indices $\langle \mathrm{w}_1, i'\rangle$, avec $i' \leqslant i_1$, constitue *l'histoire passée* de w_1 jusqu'à i_1. À l'inverse, l'avenir de $\langle \mathrm{w}_1, i_1\rangle$, lui, n'est pas tout tracé, et il peut donc être judicieux d'utiliser plusieurs autres mondes possibles (en plus de w_1) pour se donner de multiples alternatives des évolutions possibles et à venir du cours des choses à partir de $\langle \mathrm{w}_1, i_1\rangle$. Le futur de cet état du monde est donc un ensemble d'indices $\langle w, i''\rangle$ tels que $i_1 < i''$ et w fait partie de l'ensemble des mondes qui peuvent être des continuations de w_1 depuis i_1. En procédant de la sorte, nous modélisons le cours des choses sous la forme d'une *structure branchante* où l'histoire du monde (ou plus exactement *des* mondes) se déploie en se ramifiant continuellement et de plus en plus, en diverses évolutions alternatives. Cette vision du « temps à venir » peut intuitivement se représenter sous la forme d'une arborescence, comme l'illustre la figure 4.3 (ci-contre).

Dans ce genre de représentation graphique, chaque point du plan est un état $\langle w, i\rangle$ et on l'identifie en posant un repère où $\mathcal{I}$ est l'axe des abscisses et $\mathcal{W}$ l'axe des ordonnées. Ainsi un état $\langle w, i\rangle$ a pour coordonnées… eh bien $\langle w, i\rangle$ tout simplement[49]. Tous les points qui sont sur une même ligne horizontale (parallèle à $\mathcal{I}$) sont des états d'un même monde w à différents instants ; et tous les points sur une même ligne verticale sont toutes les variantes de l'état du monde à un même instant. À partir de i_1 chaque branche tracée sur la figure représente une évolution possible du cours de l'histoire. Au fur et à mesure qu'elle avance dans le temps, l'histoire, à chaque intersection, emprunte une des branches qui se présentent et écarte les autres qui deviennent caduques. Ce fai-

[49] Habituellement en mathématiques, on note les coordonnées dans l'ordre inverse : abscisse, ordonnées ; ici, pour faire simple, nous conservons notre notation $\langle w, i\rangle$.

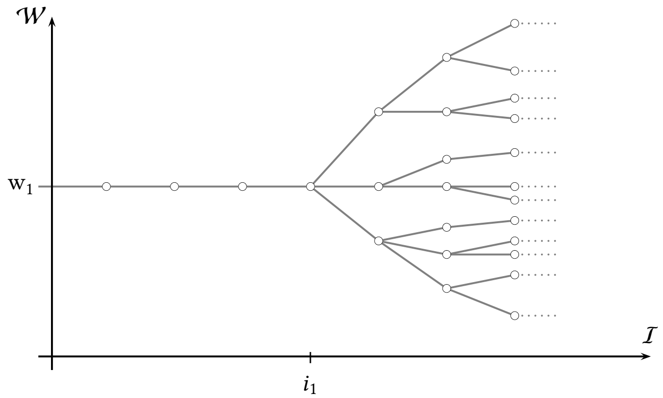


FIG. 4.3 : Représentation des futurs branchants de $\langle w_1, i_1 \rangle$

sant elle dessine progressivement le cours de l'histoire advenue, comme l'illustrent les figures 4.4 (page suivante).

Ces figures sont pratiques car elles illustrent très intuitivement le fonctionnement de la structure temporelle branchante. Mais elles ont le défaut de ne pas représenter très fidèlement sa modélisation, et à cet égard, elles peuvent parfois induire en erreur. C'est pourquoi je vais prendre ici le temps d'expliciter un peu la formalisation de ce type de structure.

Nous pouvons d'abord remarquer que dans la figure 4.3, la ramification prend sa source à $\langle w_1, i_1 \rangle$. Mais en réalité, dans le modèle, tout état $\langle w, i \rangle$ (y compris ceux du « passé ») est à l'origine de sa propre ramification de futurs possibles. Ces embranchements passés ne sont pas représentés dans la figure parce qu'elle se place du point de vue d'état $\langle w_1, i_1 \rangle$, mais en fait ils sont bien là dans le modèle et nous aurions tort de les oublier[50]. Ensuite, en regardant l'évolution sur les trois figures, nous remarquons qu'à partir de i_1, l'histoire part un peu en zigzag (on change de monde) alors que dans le passé de i_1 elle est rectiligne (on est toujours sur w_1). L'histoire passée ne devrait-elle pas être elle aussi en dents de scie ? Ce n'est pas un inoffensif artefact graphique, cela reflète plutôt une trop grande simplification dans la figure. En effet, si nous regardons la figure 4.4b, nous constatons que $\langle w_1, i_3 \rangle$ n'est finalement pas un état avéré du monde w_1 (car c'est semble-t-il bien l'histoire de w_1 que la figure cherche à dessiner) ce qui, formulé ainsi, semble assez contradictoire.

Comme nous nous en doutons, la structure branchante est assurée par une relation d'accessibilité. Mais il s'agit d'une relation un peu particulière car elle doit aussi tenir compte de la temporalité, autrement dit elle dépend du temps. Nous pourrions à cet effet envisager que la relation connecte directement des couples $\langle w, i \rangle$ plutôt que simplement des mondes ; mais techniquement, il est plus simple et plus satisfaisant de suivre la for-

[50] Par exemple pour interpréter des phrases comme *Le Titanic aurait pu ne pas couler.*

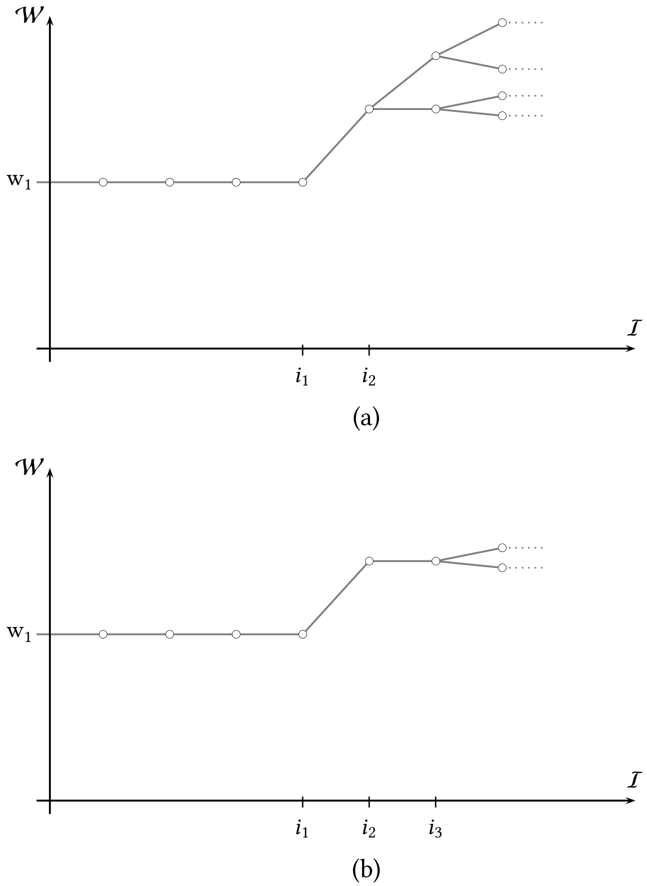


FIG. 4.4 : Structure branchante du point de vue de i_2, puis de i_3

malisation proposée par Thomason (1984) dans son système nommé *la sémantique* $T{\times}W$. Ce système n'utilise pas, en fait, *une* relation d'accessibilité, mais autant qu'il y a d'instants dans $\mathcal{I}$. Chaque relation est donc indexée par un instant i et nous la noterons R_i[51]. Poser $w\ R_i\ w'$ signifie que les mondes w et w' partagent la même histoire passée jusqu'à l'instant i. En pratique, cela veut dire que pour tout instant i' tel que $i' \leqslant i$, les états du monde $\langle w, i' \rangle$ et $\langle w', i' \rangle$ sont identiques. Cela ne veut pas dire que nous avons le droit d'écrire $\langle w, i' \rangle = \langle w', i' \rangle$, car normalement les mondes w et w' restent distincts ($w \neq w'$), précisément parce qu'à des instants postérieurs à i, nous prévoyons que w et

51 Thomason la note $\approx_i$ car il s'agit d'une relation d'équivalence, c'est-à-dire qu'elle est réflexive, symétrique et transitive.

w' renvoient à des états du monde qui ne seront plus identiques. Et c'est ainsi que nous obtenons notre structure de futurs branchants (ou divergents).

Notons que cette relation d'accessibilité engendre elle aussi une valeur particulière de modalité que l'on appelle la MODALITÉ HISTORIQUE (ou parfois également MÉTAPHYSIQUE). Avec cette valeur, le nécessaire correspond à ce qui est *inévitable* (ou du moins historiquement inévitable, historiquement fixé). L'interprétation d'une formule modale dépend alors à la fois du monde et de l'instant d'évaluation. Par exemple, nous aurons $[\![\Box\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$, ssi pour tout monde w' de $\mathcal{W}$ tel que $w\ R_i\ w'$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',i,g} = 1$.

Pour que les R_i jouent correctement leur rôle de relations d'accessibilité historiques, il faut contraindre notre modèle à respecter les conditions suivantes. La première est que si $w\ R_i\ w'$, alors pour tout $i' < i$, $w\ R_{i'}\ w'$; c'est-à-dire que les connexions que la relation établit à l'instant i sont aussi établies dans tout le passé de i. Cette condition est nécessaire pour garantir le parallélisme historique entre w et w', mais elle ne suffit pas encore pour dire qu'ils ont le *même* passé. Pour cela, nous devons faire en sorte que $\langle w, i\rangle$ et $\langle w', i\rangle$ désignent des états du monde identiques, ce qui se réalise en contraignant la fonction d'interprétation F du modèle. F doit être telle que si $w\ R_i\ w'$, alors pour tout prédicat P de LO, $F(w, i, P) = F(w', i, P)$[52]. Ainsi il se passe exactement les mêmes choses dans $\langle w, i\rangle$ et $\langle w', i\rangle$. Et combinée à la condition précédente, cette égalité vaut aussi pour tous les instants antérieurs à i. Les mondes w et w' partagent donc bien la même histoire jusqu'à i. La structure branchante que nous obtenons peut, plus rigoureusement, se représenter graphiquement comme dans la figure 4.5.

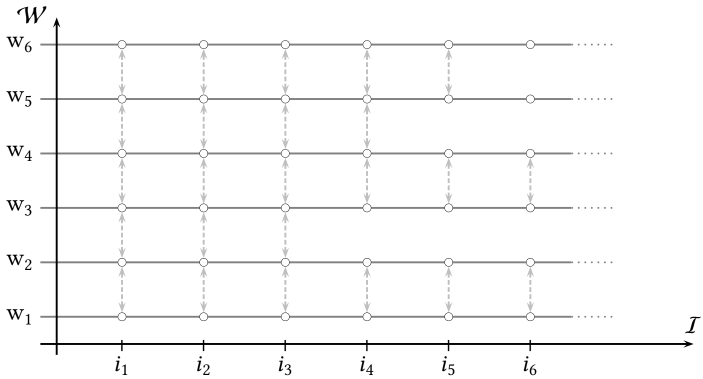


FIG. 4.5 : Structure branchante par une relation d'accessibilité historique

Cette figure montre que, formellement, chaque monde de $\mathcal{W}$ suit sa propre histoire, linéaire et unique, et ce jusqu'à la fin des temps. Les flèches verticales marquées ←- - -→ représentent les relations R_i, et donc deux états du monde reliés par ces flèches sont identiques. Bien sûr il y a aussi dans $\mathcal{W}$ une multitude de mondes qui ne sont pas du

[52] Cette égalité vaut aussi pour les constantes d'individu, mais nous l'avions déjà par l'hypothèse des désignateurs rigides.

tout reliés à ceux de la figure (ils ne sont juste pas représentés ici). Supposons maintenant que nous nous considérons dans $\langle w_3, i_3\rangle$. Mais en fait, comme cet état est indiscernable (en soi et par son passé) des cinq autres états de i_3, nous pourrions tout aussi bien être dans $\langle w_1, i_3\rangle$ ou $\langle w_5, i_3\rangle$, etc. En réalité, nous ne savons pas exactement dans lequel des six états nous sommes. Lorsque le temps aura passé, et que nous nous retrouverons à i_4, nous en saurons un peu plus. Par exemple à ce moment-là, nous découvrirons que nous ne sommes pas dans w_1 (ni donc dans w_2) et donc que nous sommes dans un des quatre autres mondes (car ils ne sont pas identiques aux deux premiers). Et ainsi de suite. À i_5 nous découvrirons peut-être que nous sommes dans w_5 ou w_6, et les alternatives w_3 et w_4 seront devenues caduques.

Cette formalisation de structure branchante repose donc fondamentalement sur une série d'équivalences entre états du monde qui induit, à un moment donné, une indétermination entre les mondes, et donc une relative ignorance des locuteurs sur le monde exact dans lequel ils se situent. Mais ce n'est pas grave (au contraire, cela confirme que nous ne connaissons pas l'avenir). Et à l'arrivée, ce que dessine la figure 4.5 est, dans l'esprit, similaire à ce que suggère intuitivement la figure 4.3. C'est juste que ce qui apparaît, dans cette dernière, comme une simple ligne historique (le passé de $\langle w_1, i_1\rangle$) est en réalité un faisceau de multiples états équivalents. Notons à ce propos que l'ajout d'une structure branchante dans le modèle décuple encore formidablement les proportions de $\mathcal{W}$. Par exemple, il existe une quantité inouïe de mondes possibles qui sont jusqu'à présent strictement identiques à notre monde réel et qui ne commenceront à en diverger qu'au XXVII^{e} siècle.

La dernière question qui se pose évidemment c'est : comment utiliser ce type modèle pour rendre compte de la contribution sémantique des expressions linguistiques du futur ? Nous ne la trancherons pas ici, mais nous pouvons voir quels éléments sont utiles pour y répondre. J'ai mentionné en §4.2.3 que le futur linguistique comportait une composante modale. Nous pourrions alors envisager d'introduire un nouvel opérateur, « temporo-modal », qui fait à la fois un décalage sur l'indice i et de la quantification sur les w. Mais nous pouvons aussi exploiter ce dont nous disposons déjà, en combinant $\Box$ (à interpréter avec une relation d'accessibilité historique) et F. La force modale associée au futur est très certainement de l'ordre du nécessaire, car les phrases au futur se présentent généralement comme des prédictions du locuteur. Mais il faudra bien avoir à l'esprit que $\Box\mathsf{F}\varphi$ et $\mathsf{F}\Box\varphi$ ne sont pas équivalentes, la première étant plus forte que la seconde. La traduction la plus satisfaisante du futur est probablement du côté de $\Box\mathsf{F}$, mais en perfectionnant l'interprétation du nécessaire, comme nous le verrons au chapitre 9 (vol. 2).

Exercice 4.6
On interprète $\Box$ comme historique. Démontrez, en utilisant par exemple le modèle de la figure 4.5, que $\Box\mathsf{F}\varphi$ et $\mathsf{F}\Box\varphi$ ne sont pas équivalentes.
Et démontrez que $[\mathsf{P}\varphi \rightarrow \Box\mathsf{P}\varphi]$ est vraie pour tout w et tout i.

4.4 Intension et extension

L'ajout de $\mathcal{I}$ et $\mathcal{W}$ dans le modèle rend notre système intensionnel, et il gagne ainsi en précision ontologique. Cela augmente significativement l'expressivité de LO, en permettant d'aborder le traitement de la temporalité et des modalités. Mais cela a aussi une conséquence épistémologique très précieuse pour notre théorie, en ce que cela va nous permettre de formaliser précisément la notion de *sens*. Certes le sens est déjà présent dans notre système formel, ce sont les conditions de vérité (ou plus généralement les conditions de dénotation). Techniquement, ces conditions sont des règles de calcul, articulées avec un *si et seulement si* ; les calculs qu'elles permettent s'exécutent dans le système, mais elles-mêmes, telles qu'elles sont formulées, se situent un peu à l'extérieur du système, ou du moins à l'interface entre le système et ses utilisateurs (i.e. nous-mêmes). Formaliser le sens consiste à en faire un objet complètement défini *à l'intérieur du système*. Il devient alors techniquement plus autonome et plus facilement manipulable, et l'on peut ainsi l'étudier, l'exploiter, le mettre à l'épreuve avec des méthodes scientifiques suffisamment robustes. Et par la même occasion, nous verrons que cette formalisation va nous permettre d'améliorer encore un peu l'expressivité de LO.

4.4.1 Sens et mondes

Commençons par récapituler un point important : pour un modèle donné, la valeur sémantique, c'est-à-dire la DÉNOTATION, d'une expression dépend maintenant d'un monde possible et d'un instant donnés. Et nous écrivons $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} = 1$ pour dire que φ est vraie dans le monde w à l'instant i (et relativement au modèle $\mathcal{M}$ et à l'assignation g). Ces paramètres w et i jouent le rôle de points de références sur lesquels s'appuie l'évaluation sémantique de l'expression. Ils constituent ce que l'on appelle des INDICES. Techniquement un indice est ainsi défini comme un couple de coordonnées $\langle w, i\rangle$, qui identifie un état possible et particulier du monde.

Passons maintenant au SENS d'une expression. Et souvenons-nous de la définition frégéenne que nous avions adoptée (§2.2, p. 49) : le sens d'une expression est ce qui nous donne sa dénotation. À l'aide de l'appareil formel que nous avons introduit dans ce chapitre, nous pouvons la reformuler de la manière suivante (pour toute expression α).

Point 4.1

Connaître le sens de α c'est être capable de retrouver, pour n'importe quel monde w et n'importe quel instant i, quelle est la dénotation de α dans w à i.

En effet, si vous connaissez le sens de *moustachu*, alors quel que soit le monde (et l'instant) dans lequel vous vous situez, vous saurez dire si un individu appartient ou non à la dénotation de *moustachu*. De même, pour une phrase ou une formule φ, comprendre φ, c'est être à même de dire : « donnez-moi un monde w (quelconque) et un instant i

(quelconque), et je vous dirai si φ est vraie ou fausse dans $\langle w, i\rangle$ ». Car rappelons-nous qu'un indice $\langle w, i\rangle$ donné fournit une description *complète* d'un état de choses (grâce à la fonction d'interprétation F du modèle).

Le sens est donc une sorte de *mécanisme* qui, à partir de la donnée d'un état du monde $\langle w, i\rangle$, nous retourne la dénotation (dans $\langle w, i\rangle$). Formellement, un tel mécanisme correspond tout simplement à une FONCTION. Une fonction qui à tout indice $\langle w, i\rangle$ associe la dénotation de l'expression par rapport à cet indice. Un telle fonction s'appelle l'INTENSION d'une expression. *Intension* sera maintenant pour nous synonyme de *sens*, de même que *extension* sera synonyme de *dénotation*[53].

Définition 4.8 : Intension

Soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F\rangle$ un modèle intensionnel, g une fonction d'assignation et α une expression interprétable de LO.
L'INTENSION de α est la fonction $\langle w, i\rangle \longmapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$, c'est-à-dire la fonction qui à tout monde w de $\mathcal{W}$ et tout instant i de $\mathcal{I}$ associe l'extension de α dans $\langle w, i\rangle$.

L'intension de α, en tant que fonction, a pour ensemble de départ l'ensemble de tous les couples $\langle w, i\rangle$, qui se note $\mathcal{W}\times\mathcal{I}$. L'ensemble d'arrivée de la fonction, lui, dépend de la nature de α. Si α est un prédicat unaire, alors son intension associe à chaque $\langle w, i\rangle$ un ensemble d'individus, i.e. un sous-ensemble de $\mathcal{A}$; l'ensemble d'arrivée de la fonction est donc l'ensemble de tous les sous-ensembles de $\mathcal{A}$, qui se note $\mathcal{P}(\mathcal{A})$. Par exemple, l'intension du prédicat **dormir** est cette fonction qui nous révèle l'ensemble des dormeurs pour chaque état du monde :

(56)
$$\begin{aligned} \mathcal{W}\times\mathcal{I} &\longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{A}) \\ \langle w, i\rangle &\longmapsto \text{l'ensemble des dormeurs de } \mathcal{A} \text{ dans } \langle w, i\rangle, \\ &\qquad \text{i.e. } [\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \end{aligned}$$

Ce qui peut sembler curieux dans (56), c'est que cette fonction ne fait pas apparaître la « définition » du verbe ou prédicat *dormir* (comme on parle d'une définition de dictionnaire qui nous donne, informellement, le sens d'un mot). Nous retrouvons là la discussion de la fin du chapitre 2 (§2.5). Rappelons que nous n'ouvrons pas le capot de la

[53] Les notions d'intension et d'extension sont relativement anciennes en philosophie. *Intension* est originellement synonyme de *compréhension*. Par exemple, l'intension d'un concept est l'ensemble des traits caractéristiques qui le définissent en propre et l'opposent aux autres concepts. L'extension d'un concept est en quelque sorte son « étendue » dans le monde, c'est-à-dire la classe des objets qui l'instancient. De même, la définition par extension d'un ensemble est l'énumération complète de son contenu ; sa définition par intension est la spécification des conditions nécessaires et suffisantes que doit satisfaire un objet pour en être un élément. L'assimilation du sens à l'intension de la logique modale remonte essentiellement à Carnap (1947), et la formalisation (sous forme de fonction) que nous adoptons ici reprend notamment celle de Kripke (1963).

sémantique lexicale, et de fait nous n'explicitons pas les détails de l'analyse sémantique du prédicat dans la fonction (56). Mais non explicite ne veut pas dire absent ; le sens du prédicat est compris dans (56), c'est l'ensemble des conditions qui font que la fonction sait toujours retrouver la dénotation correcte. Ce qui importe dans l'approche que nous suivons ici, c'est que l'objet formel défini en (56) a les mêmes propriétés que ce que nous concevons informellement comme le sens de *dormir*. Nous attendons du sens qu'il détermine la dénotation à partir de toute donnée de l'état du monde ; c'est ce que fait la fonction intension, et cela nous suffit[54]. Si par la suite, nous trouvons que l'intension a des propriétés qui contreviennent à ce que devrait être le sens, alors il sera temps de revenir sur cette hypothèse (en la supprimant, en l'amendant ou en la relativisant), mais en attendant, notre identification du sens à l'intension convient à notre programme de formalisation sémantique.

L'intension d'un prédicat unaire, donc une fonction de $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$ vers $\mathcal{P}(\mathcal{A})$, s'appelle une PROPRIÉTÉ. Il s'agit d'un terme technique de la théorie, mais il converge bien avec l'usage courant et informel que nous faisons du mot *propriété*[55].

L'intension d'un prédicat binaire associe à tout indice un ensemble de couples d'individus. L'ensemble de tous les couples composés d'éléments de $\mathcal{A}$ se note $\mathcal{A} \times \mathcal{A}$ (ou $\mathcal{A}^2$) et l'ensemble de tous les ensembles possibles de couples se note $\mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A})$ (ou $\mathcal{P}(\mathcal{A}^2)$). Par exemple, l'intension du prédicat **regarder** est donc une fonction de $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$ vers $\mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A})$:

(57) $$\begin{array}{rcl} \mathcal{W} \times \mathcal{I} & \longrightarrow & \mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A}) \\ \langle w, i \rangle & \longmapsto & \text{l'ensemble de tous les couples } \langle \textsc{x}, \textsc{y} \rangle \text{ tels que } \textsc{x} \text{ regarde } \textsc{y} \\ & & \text{dans } \langle w, i \rangle \text{, i.e. } [\![\mathbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M}, w, i, g} \end{array}$$

Une telle fonction, i.e. donc le sens d'un prédicat binaire, s'appelle une RELATION INTENSIONNELLE, ou parfois aussi une RELATION EN INTENSION. Il en va de même pour tout autre prédicat *n*-aire, dont l'intension est une fonction de $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$ vers $\mathcal{P}(\mathcal{A}^n)$ (et que l'on nomme également une relation intensionnelle).

L'intension d'un terme est une fonction beaucoup plus simple, qui va de $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$ vers $\mathcal{A}$. En ce qui concerne les constantes d'individus (et les noms propres), tant que nous nous plaçons sous l'hypothèse des désignateurs rigides, leur intension n'est pas très spectaculaire[56]. En effet l'intension de **a** est simplement :

[54] Notons d'ailleurs que, formellement, nous manipulions déjà des intensions depuis un petit moment : par l'intermédiaire de la fonction d'interprétation F du modèle. C'est une sorte de « super-fonction intension » qui pour chaque constante non logique du langage représente la fonction qui donne son extension pour tout indice $\langle w, i \rangle$. F interprète le vocabulaire de base de LO (i.e. livre son sens), mais les intensions que nous définissons ici valent pour toute expression du langage.

[55] En tout rigueur, il sera donc fautif d'appeler *propriété* la dénotation d'un prédicat, même si c'est ce que nous avons fait occasionnellement dans les chapitres précédents. Cela dit, il faut avouer qu'il est parfois pratique – pour alléger les explications – de regrouper sous une même dénomination le symbole (prédicat), la dénotation (ensemble) et le sens (fonction), en les appelant indistinctement des propriétés, dans une acception informelle.

[56] Mais rappelons que nous pouvons aussi nous autoriser à exclure quelques constantes de cette hypothèse, comme **m** de Miss France par exemple.

(58) $$\begin{array}{rcl} \mathcal{W} \times \mathcal{I} & \longrightarrow & \mathcal{A} \\ \langle w, i \rangle & \longmapsto & \textsc{Alice} \end{array}$$

Elle renvoie toujours la même valeur, il s'agit d'une *fonction constante*. Une telle fonction constitue un objet intensionnel un peu appauvri, mais qui est, somme toute, assez conforme à l'intuition que nous avons sur la sémantique des noms propres, à savoir qu'ils n'ont pas vraiment de sens (du moins qu'ils n'ont pas de sens au même titre que les substantifs par exemple[57]). Et il faudra bien prendre garde à ne pas confondre (ni assimiler) l'*individu* Alice (l'extension de **a**) et la *fonction* (58) (l'intension de **a**), car ce sont des objets formels de natures différentes. L'intension d'un terme s'appelle un concept d'individu. Elle prend toute sa dimension lorsque le terme en question est une description définie, comme $\imath x\, \mathbf{président}(x, \mathbf{u})$ (en posant que **u** dénote les États-Unis) :

(59) $$\begin{array}{rcl} \mathcal{W} \times \mathcal{I} & \longrightarrow & \mathcal{A} \\ \langle w, i \rangle & \longmapsto & \text{l'unique individu qui est président des USA dans } \langle w, i \rangle, \\ & & \text{i.e. } [\![\imath x\, \mathbf{président}(x, \mathbf{u})]\!]^{\mathcal{M}, w, i, g} \end{array}$$

(59) est *le* concept *le-président-des-USA*, et nous voyons qu'en tant que fonction, il peut « s'incarner » en différents individus selon les indices w et i donnés en arguments.

L'intension d'une description définie (i.e. d'un $\imath$-terme) nous donne également l'occasion d'examiner un cas de figure particulier, celui des présuppositions. En effet, d'après l'interprétation que nous avons donnée à $\imath$, si nous prenons un état du monde $\langle w, i \rangle$ dans lequel il n'y a pas de président des USA (pour une raison quelconque, par exemple le pays serait devenu une monarchie…), alors $[\![\imath x\, \mathbf{président}(x, \mathbf{u})]\!]^{\mathcal{M}, w, i, g}$ n'est pas défini. Et cela se répercute directement sur l'intension de l'expression. Ce n'est pas un problème, au contraire ; cela nous permet de gérer (en partie !) les présuppositions dans notre système. L'intension est une fonction sur $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$, et les fonctions ne sont pas toujours définie sur *tout* leur ensemble de départ[58]. Ainsi, lorsque l'on présente une fonction donnée, il est très utile de préciser ce que l'on appelle son *domaine de définition*, qui est le sous-ensemble de l'ensemble de départ pour les éléments duquel la fonction donne une valeur (nous y reviendrons au chapitre suivant, §5.3.4.3). Pour les intensions, leur domaine de définition est déterminé via les présuppositions. Le principe est le suivant : si α est une expression qui présuppose ψ, alors l'intension de α n'est définie que pour les indices $\langle w, i \rangle$ tels que $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M}, w, i, g} = 1$.

Enfin, l'intension d'une formule φ est une fonction de $\mathcal{W} \times \mathcal{I}$ vers $\{0\ ;\ 1\}$. C'est la fonction qui pour chaque indice $\langle w, i \rangle$ renvoie la valeur « oui, φ est vraie dans $\langle w, i \rangle$ » ou « non, φ est fausse dans $\langle w, i \rangle$ » :

[57] Et cela transparaît dans le fait qu'en pratique, contrairement aux autres GN, nous n'avons pas besoin de *comprendre* un nom propre, ce qui compte c'est simplement de savoir ce qu'il dénote.

[58] Comme certaines fonctions numériques qui ne sont pas définies pour tous les nombres. Par exemple la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ n'est pas définies pour 0, et, sur les nombres réels, $x \mapsto \sqrt{x}$ n'est pas définie pour les nombres négatifs.

(60) $$\begin{array}{lcl} \mathcal{W} \times \mathcal{I} & \longrightarrow & \{0\ ;\ 1\} \\ \langle w, i \rangle & \longmapsto & \begin{cases} 1 \text{ si } \varphi \text{ est vraie dans } \langle w, i \rangle \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \end{array}$$

Nous retrouvons bien là le principe de la sémantique vériconditionnelle qui dit que connaître le sens d'une phrase, c'est être capable de juger de sa vérité en fonction des informations sur le monde. L'intension d'une formule s'appelle une PROPOSITION[59]. Le tableau 4.1 récapitule les différents types d'intensions pour chaque catégorie d'expressions de LO.

TAB. 4.1 : Extensions et intensions des différentes catégories de LO

Catégories d'expressions	**Extension (dénotation)**	**Intension (sens)**
formule φ (phrase)	une valeur de vérité 0 ou 1	une fonction $\mathcal{W} \times \mathcal{I} \longrightarrow \{0\ ;\ 1\}$ = une PROPOSITION
terme, constante (N propre, GN défini)	un individu de $\mathcal{A}$	une fonction $\mathcal{W} \times \mathcal{I} \longrightarrow \mathcal{A}$ = un CONCEPT D'INDIVIDU
prédicat unaire (N, Adj, GV)	un ensemble d'individus ($\in \mathcal{P}(\mathcal{A})$)	une fonction $\mathcal{W} \times \mathcal{I} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{A})$ = une PROPRIÉTÉ
prédicat binaire (V transitif,...)	un ensemble de couples d'individus ($\in \mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A})$)	une fonction $\mathcal{W} \times \mathcal{I} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A})$ = une RELATION INTENSIONNELLE

Nous avons examiné l'intension des termes, mais qu'en est-il des variables ? Nous pouvons leur assigner aussi une intension, en appliquant la définition 4.8. Par exemple, pour la variable x, son intension est la fonction qui à tout indice $\langle w, i \rangle$ associe l'extension de x dans $\langle w, i \rangle$ relativement à $\mathcal{M}$ et g, c'est-à-dire $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$. Et par définition, cette extension vaut $g(x)$. L'intension de x est donc :

(61) $$\begin{array}{lcl} \mathcal{W} \times \mathcal{I} & \longrightarrow & \mathcal{A} \\ \langle w, i \rangle & \longmapsto & g(x), \text{ i.e. } [\![x]\!]^{\mathcal{M},w,i,g} \end{array}$$

Il s'agit là encore d'une fonction constante puisque le résultat ne dépend pas de l'argument $\langle w, i \rangle$. Cela ne devrait pas être déroutant car les variables non plus n'ont pas vraiment de sens : elles se contentent de pointer plus ou moins arbitrairement sur un objet du domaine et ce pointage n'est pas déterminé par l'état possible du monde auquel le locuteur se réfère. En revanche, l'intension de x dépend de l'assignation g, qui fait partie du contexte.

[59] Attention, il ne faudra pas confondre une proposition qui est le sens d'une phrase et ce qu'on appelle une proposition en syntaxe (cf. propositions subordonnées, principales, indépendantes...). Il se trouve qu'elles portent le même nom en français ; l'anglais les distingue par *proposition* et *clause*, respectivement.

Cela nous amène à faire quelques observations importantes. D'une part :

Point 4.2
L'intension, c'est-à-dire le sens, d'une expression ne dépend pas de l'état du monde dans lequel on se place pour évaluer cette expression.

Car le sens est bien ce qui est constant d'un état du monde à l'autre : par exemple le sens du mot *dormir* (ou du prédicat **dormir** dans LO) ne change pas selon qui dort ou ne dort pas dans telle ou telle situation. Et c'est bien ce qui est reflété par la formalisation des intensions en tant que fonction sur les indices : puisque leur travail est de fournir une valeur pour *tout* indice, elles font une généralisation, c'est-à-dire une *abstraction* sur les $\langle w, i\rangle$, elles ne dépendent pas des indices[60].

D'autre part, d'après la définition 4.8 et ce que nous venons de voir au sujet des variables :

Point 4.3
L'intension d'une expression *dépend* d'un modèle et d'une fonction d'assignation.

Comme nous avons mis dans le modèle tout ce qui est possible et imaginable, nous pouvons difficilement le faire varier[61]. Au contraire, les assignations peuvent varier sans problème (elles sont un peu conçues pour cela), et par conséquent une expression donnée pourra ne pas avoir le même sens selon l'assignation choisie pour l'interpréter. Supposons une fonction g_1 qui assigne à la variable $\boldsymbol{x}$ la valeur Alice. Avec cette assignation, l'intension de la formule (62b), traduction de la phrase (62a), est la fonction qui retourne 1 pour tous les états du monde dans lesquels Alice fait partie des dormeurs. Avec g_1, (62b) est sémantiquement équivalente à **dormir(a)**.

(62) a. Elle dort.
b. **dormir**(x)

Et si nous interprétons (62b) avec g_2 telle que $g_2(x) =$ Dina, alors la formule est équivalente à **dormir(d)**.

[60] Cette indépendance de la fonction vis-à-vis de ses arguments peut dérouter de prime abord lorsque l'on n'est pas très familier de la notion de fonction. Car, certes, la valeur précise que retourne la fonction-intension *dépend* bien, à chaque fois, de l'indice particulier qu'on lui donne. C'est le propre d'une fonction : son travail est de mettre en rapport un argument (ici un indice) avec une valeur (i.e. un résultat). Mais le mécanisme qui établit ce rapport vaut pour n'importe quel argument. C'est pourquoi une fonction, en soi et globalement, ne dépend pas de ses arguments, car elle fait le même « calcul » pour tous les arguments.

[61] En fait, le modèle comprend la définition du sens des « mots » par l'intermédiaire de F. Ainsi dans notre approche, changer de modèle revient essentiellement à changer de langue.

Nous avons pris l'habitude de considérer que les assignations sont un composant du contexte, et de ce fait, le point 4.3 ne fait rien d'autre que nous rappeler ce qui est bien connu en sémantique, à savoir que le sens dépend du contexte.

Les points précédents et la définition 4.8 nous permettent également d'inférer que l'intension d'une expression est sa *valeur sémantique indépendante* de w et de i (mais dépendante de $\mathcal{M}$ de g). Comme nous utilisons $[\![\cdot]\!]$ pour représenter les valeurs sémantiques, nous avons une notation évidente pour l'intension d'une expression α, c'est $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$.

Notation 4.4

Soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{I}_<, F \rangle$ un modèle intensionnel, g une fonction d'assignation et α une expression interprétable de LO. L'intension de α relativement à $\mathcal{M}$ et g se note $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$.

Cela ressemble à notre manière de noter la dénotation (i.e. l'extension) de α dans les chapitres 2 et 3[62]. Mais nous ne ferons pas la confusion, car maintenant notre système est (et restera) intensionnel : les indices w et i sont des paramètres indispensables pour définir, et donc noter, l'extension. Par conséquent, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ peut apparaître comme une écriture « incomplète » ; et c'est voulu. L'intension de α est une fonction et $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ est le *nom* de cette fonction ; à ce titre, c'est aussi ce que l'on appelle un *foncteur*, c'est-à-dire le symbole qui représente la fonction dans les notations formelles (comme F et g sont des foncteurs dans les notations mathématiques $F(w, i, \mathbf{a})$ et $g(x)$). Nous pouvons donc donner à cette fonction (ou ce foncteur) $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ des arguments attendus, c'est-à-dire des indices $\langle w, i \rangle$, en les accolant entre parenthèses comme nous faisons habituellement[63]. Ainsi nous pouvons écrire $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}(w, i)$; c'est la valeur que retourne la fonction $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ pour l'indice $\langle w, i \rangle$, ce qui, par définition, est la dénotation de α dans $\langle w, i \rangle$, autrement dit $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$.

Point 4.4

Quels que soient α, $\mathcal{M}$, g, w et i, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}(w, i) = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,i,g}$.
Ces deux notations sont, par définition, équivalentes.

[62] À ce propos, certains auteurs, comme Dowty, Wall & Peters (1981), utilisent des notations différentes pour bien distinguer les deux ; ils écrivent $[\![\alpha]\!]_{¢}^{\mathcal{M},g}$ pour l'intension de α.

[63] Notons à cet égard que généralement en mathématiques, les notations en chevrons $\langle\ \rangle$ et en parenthèses ( ) ne sont que des variantes graphiques équivalentes pour représenter les listes et les n-uplets. Donc $\langle w, i \rangle$ est la même chose que (w, i).

4.4.2 Simplifications et interlude graphique

Comme promis en §4.2.3, nous allons à présent opérer une simplification du système, en abandonnant *provisoirement* $\mathcal{I}_<$. Cette simplification n'a pour but que d'alléger nos notations et nos descriptions des intensions dans les formulations que nous serons amenés à manipuler lorsque le système LO se perfectionnera encore dans les chapitres suivants. Elle va un peu affaiblir notre langage LO (P et F disparaissent) et diminuer la précision du modèle (les futurs branchants de §4.3.3.5 ne sont plus implémentés), mais, que l'on se rassure, tout cela reviendra, sous une forme légèrement différente, dans le chapitre 7 (vol. 2). Le gain en simplification est que seuls les mondes possibles vont jouer le rôle des indices intensionnels. Ainsi le domaine des intensions devient simplement $\mathcal{W}$, et les dénotations sont plus sobrement notées $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Une conséquence est que, pour nous maintenant, les termes « états du monde » et « mondes possibles » seront utilisés comme des synonymes. Et partout où, précédemment, nous écrivions $\langle w, i\rangle$ nous écrirons dorénavant simplement w.

Ensuite, nous avons vu précédemment que le sens d'une phrase, i.e. une *proposition*, est une fonction qui pour tout indice (w) nous renvoie la valeur vrai (1) ou faux (0). C'est donc une fonction qui fait du *tri* parmi les indices, et ainsi elle « divise » l'ensemble de tous les indices ($\mathcal{W}$) en deux sous-ensembles : d'une part, l'ensemble de tous les états du mondes où la phrase est vraie, et d'autre part celui qui contient tous les états où elle est fausse. Or la connaissance du premier de ces sous-ensembles et la connaissance de la fonction intension sont complètement équivalentes, puisque les deux nous disent exactement dans quels états du monde la phrase est vraie. Par conséquent, si nous le voulons, nous pouvons – sans risque – adopter une vision alternative de ce qu'est l'intension d'une phrase : c'est l'ensemble de tous les indices où cette phrase est vraie.

Point 4.5
L'intension d'une formule φ peut être assimilée à l'ensemble de tous les indices pour lesquels φ est vraie.

Cette assimilation d'une fonction qui se projette sur $\{0\ ;\ 1\}$ avec un ensemble est très importante pour notre formalisme – à tel point que je prendrai le temps d'y revenir plus longuement dans le prochain chapitre. En effet, ce sera pour nous particulièrement pratique, de temps en temps, de raisonner sur les propositions en les considérant comme des ensembles d'indices, parce que les ensembles sont souvent des objets plus simples à manipuler que des fonctions. Mais il faudra bien garder à l'esprit qu'il ne s'agit que d'une assimilation ; techniquement un ensemble n'est pas la même chose qu'une fonction, et en toute rigueur, si nous voulons représenter les propositions en tant qu'ensembles de mondes, nous devons adopter une notation spécifique, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ par exemple[64]. Ainsi nous

[64] Ce n'est pas une notation consacrée dans la littérature ; je l'introduis ici pour bien marquer la distinction de nature entre $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$, même si nous nous autoriserons à nommer les deux des *propositions*.

pouvons définir : $[\![\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g} = \{w \in \mathcal{W} \mid [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1\}$. Et de cette manière, nous disposons maintenant de trois variantes pour notifier qu'une formule φ est vraie dans un monde w : $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}(w) = 1$ et $w \in [\![\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$.

La conception ensembliste des propositions nous permet d'en donner une visualisation graphique très simple et parfois très pratique. En effet, nous pouvons dessiner des propositions sur un plan où chaque point représente un monde possible (ainsi ce plan figure tout $\mathcal{W}$). Une proposition, en tant qu'ensemble de mondes, se dessine comme un ensemble de points, i.e. une surface du plan. C'est ce qu'illustre la figure 4.6 pour une formule φ quelconque.

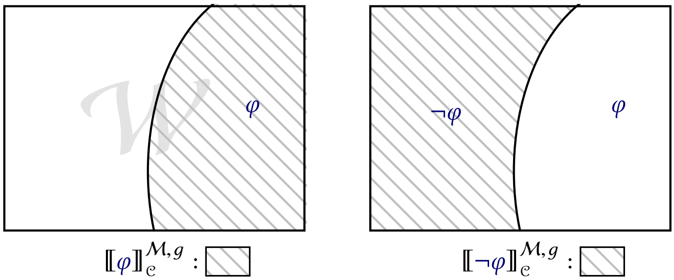


FIG. 4.6 : Représentation graphique de $[\![\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$ et $[\![\neg\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$

Ces représentations graphiques nous montrent qu'il est aisé de définir compositionnellement la version intensionnelle des connecteurs vérifonctionnels. Ainsi l'intension de la négation d'une formule, c'est bien évidemment le *complémentaire* par rapport à $\mathcal{W}$ de l'intension de cette formule. De même, comme le montrent les figures 4.7, intensionnellement la conjonction correspond à *l'intersection* et la disjonction à *l'union* de propositions. Autrement dit : $[\![\varphi \wedge \psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g} = [\![\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g} \cap [\![\psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$ et $[\![\varphi \vee \psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g} = [\![\varphi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g} \cup [\![\psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$.

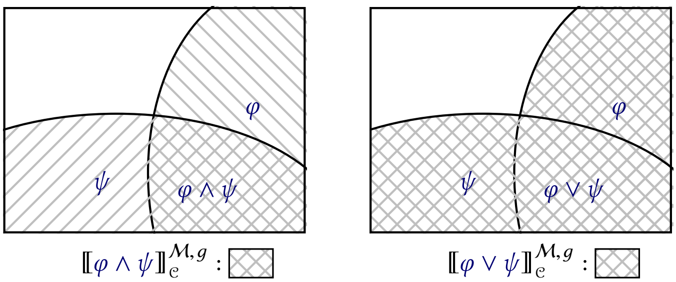


FIG. 4.7 : Représentation graphique de $[\![\varphi \wedge \psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$ et $[\![\varphi \vee \psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$

La représentation graphique de $[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},g}$ est moins intuitive (il faut se souvenir que $\varphi \rightarrow \psi$ équivaut à $\neg\varphi \vee \psi$), et il n'est pas souvent utile de la dessiner. En revanche, la représentation graphique de la conséquence logique (cf. 4.5.2), elle, est très simple et très utile : $\varphi \models \psi$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} \subseteq [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$. Cela montre, si c'était encore nécessaire, que l'implication matérielle et la conséquence logique ne doivent pas être confondues. Graphiquement, avec l'implication on fabrique une nouvelle proposition à partir du dessin de deux propositions données, alors qu'avec la conséquence on dessine une relation, ou un rapport « géométrique », entre deux propositions.

Profitons-en également pour revenir un instant sur ce que nous avons vu précédemment sur les présuppositions. Supposons qu'une formule φ contienne un élément qui présuppose un contenu qui se représente par la formule ψ. Nous ne connaissons qu'un symbole de LO qui fait cela, c'est ι (mais rien n'empêche d'en définir d'autres si le besoin s'en fait sentir). Par exemple, la formule $\textbf{chauve}(\iota x\, \textbf{rdf}(x))$ présuppose qu'il existe un et un seul roi de France (**rdf**), ce qui peut se représenter par la formule $\exists x[\textbf{rdf}(x) \wedge \forall y[\textbf{rdf}(y) \leftrightarrow y = x]]$. Si nous dessinons $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$, i.e. l'ensemble des mondes où φ est vraie, nous respecterons forcément la condition $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} \subseteq [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ (l'ensemble des mondes où le roi de France est chauve est inclus dans l'ensemble des mondes où il existe un et un seul roi de France). Mais dans ce cas, $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ ne sera le complémentaire de $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ par rapport à tout $\mathcal{W}$ (comme dans la figure 4.6), mais seulement par rapport à $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$; autrement dit $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} - [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ (l'ensemble des mondes de $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ privé de ceux de $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$), et donc $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} \subseteq [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$.

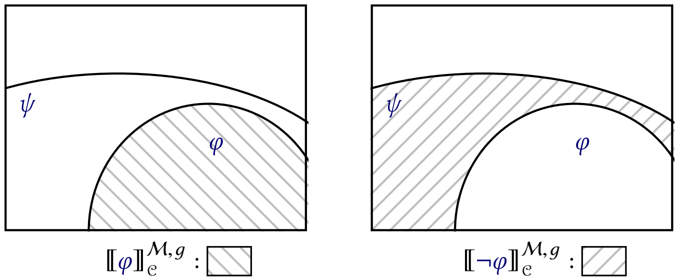


Fig. 4.8 : Représentation graphique φ et $\neg\varphi$ présupposant ψ

La situation est légèrement différente (graphiquement) dans les cas où l'on analyse une phrase de la langue comme présupposant un certain contenu sans que cette présupposition soit directement prise en charge par un symbole de LO. Mais le principe reste le même. Au chapitre 1, nous avions vu qu'une phrase comme (63a), par exemple, a une contribution sémantique qui peut se diviser en deux parts : un contenu présupposé (63b) et un contenu « proféré » (63c) qui correspond à ce que nous tenons habituellement pour les conditions de vérité, et donc le sens, de la phrase (puisque nous laissons généralement de côté les présuppositions dans nos traductions en LO).

(63) a. Seul Lancelot est amoureux de Guenièvre.
  b. présupposé : *Lancelot est amoureux de Guenièvre.* ($\textbf{amoureux}(\textbf{l}, \textbf{g})$)

c. proféré : *Tout individu amoureux de Guenièvre est Lancelot.*
($\forall x[\mathbf{amoureux}(x, \mathbf{g}) \rightarrow x = \mathbf{l}]$)

Résumons (63b) par la formule ψ et (63c) par φ. Nous pouvons dessiner leurs intensions comme sur la figure 4.9 – $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ est l'ensemble qui recouvre la partie inférieure du plan et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ l'ensemble de droite dont une partie de la frontière est tracée en pointillés. Et là, même si φ est ce que nous utiliserions pour traduire (63a), la véritable intension de (63a), en tenant compte de la présupposition, est en fait seulement la partie hachurée dans la figure. La partie supérieure de $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ (délimitée par des pointillés) contient les mondes où *personne* n'aime Guenièvre, et ce sont bien des mondes où φ (63c) est (trivialement) vraie[65]. Donc ici encore l'intension réelle de la phrase sera un ensemble inclus dans l'intension de sa présupposition ($[\![(63\text{a})]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} \subseteq [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$) ; de même pour l'intension de la négation de (63a)) ($[\![\neg(63\text{a})]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}} - [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$).

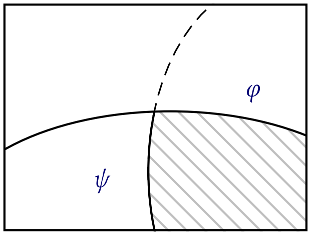


Fig. 4.9 : Intension d'une phrase exprimant φ en présupposant ψ

Exercice 4.7
Démontrez que les écritures $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ et $w \in [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathfrak{e}}$ disent la même chose.

4.4.3 Expression des intensions dans le langage

Nous allons ici aborder un problème qui avait déjà été identifié, et en grande partie expliqué, par Frege (1892b) : le problème de ce qu'il appelait les *dénotations indirectes*. La notion d'intension introduite précédemment va nous permettre de formaliser une solution à ce problème, en reprenant notamment le système que propose Montague (1973).

4.4.3.1 Le problème des complétives

Pour nous sensibiliser au problème des dénotations indirectes, commençons par nous interroger sur la manière dont nous pourrions traduire, et donc analyser, compositionnellement des phrases qui contiennent une subordonnée complétive comme (64) :

(64) Charles pense qu'Alice est en colère.

[65] Car rappelons que lorsque l'antécédent d'une implication est faux, l'implication est vraie.

En admettant que *Alice est en colère* se traduise simplement par **colère(a)**, et en tenant compte du fait que *penser* est un verbe transitif, nous pouvons tout d'abord être tenté de proposer la traduction suivante :

(65) **penser(c, colère(a))**

Mais nous savons que cela n'est qu'une tentation à laquelle nous ne devrions pas oser céder, car la syntaxe de LO ne nous autorise pas, pour l'instant, à écrire (65). En effet **colère(a)** est une formule et pour cette raison elle ne peut pas apparaître en tant qu'argument d'un prédicat binaire comme **penser**.

Cependant, s'il le faut, nous pouvons toujours envisager d'amender la syntaxe de LO en ajoutant une règle qui autorise (65) et ainsi permette de traduire le sens de (64). Une telle règle serait de la forme : si α est un terme, si P est un *certain* prédicat binaire (comme **penser**, **croire**, **dire**, **vouloir**...) et si φ est une formule, alors $P(\alpha, \varphi)$ est une formule bien formée de LO. Cela nous permettrait d'écrire dans LO ce que l'on appelle des expressions du *second ordre*, c'est-à-dire qui enchâssent des formules comme arguments de prédicats.

Mais si nous nous accordons le droit d'écrire (65), nous devons aussitôt vérifier la justesse de ses conditions de vérité. A priori, nous pouvons interpréter (65) par la règle sémantique (Sém.1b) (p. 120) ; ses conditions de vérité s'établiront alors comme suit :

(66) $[\![\textbf{penser(c, colère(a))}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$
ssi $\langle [\![\textbf{c}]\!]^{\mathcal{M},w,g}, [\![\textbf{colère(a)}]\!]^{\mathcal{M},w,g} \rangle \in [\![\textbf{penser}]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

Nous savons que $[\![\textbf{c}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \textsc{Charles}$, mais que vaut $[\![\textbf{colère(a)}]\!]^{\mathcal{M},w,g}$? Cela dépend de w, mais ce qui est sûr, c'est que c'est une valeur de vérité, 0 ou 1, puisqu'il s'agit d'une formule. Par conséquent (65) est vraie dans w ssi $\langle \textsc{Charles}, 1 \rangle$ ou $\langle \textsc{Charles}, 0 \rangle$ (selon qu'Alice est ou non en colère dans w) appartient à la dénotation de **penser** dans w. Or cela présuppose qu'un prédicat comme **penser** dénoterait une relation entre des individus (comme Charles) et des valeurs de vérité (0 ou 1). Mais cela est évidemment absurde ! On ne pense pas des valeurs de vérité ; les objets de pensée sont des objets bien plus sophistiqués, ce sont... eh bien ce que l'on appelle justement des « pensées ». De manière générale, ces verbes qui enchâssent une complétive et qui sont pour la plupart des verbes d'attitude propositionnelle (cf. p. 179) expriment une attitude cognitive d'un individu vis-à-vis du contenu d'une phrase (déclarative). Et le contenu d'une phrase, c'est son sens (ou son intension), c'est-à-dire une *proposition*.

Si nous considérons ainsi que le second argument de **penser** est une proposition, c'est-à-dire que **penser** dénote une relation entre un individu et une fonction de $\mathcal{W}$ vers $\{0 ; 1\}$ (ou un ensemble de mondes possibles), nous pouvons arriver à une analyse sémantique correcte pour une phrase comme (65)[66]. Il suffit tout simplement de considérer que dans tout monde w, **penser** met en relation chaque individu du modèle avec chaque proposition que cet individu estime être vraie dans w. Concrètement, il faut que la dénotation de **penser** soit un ensemble de couples de la forme $\langle \textsc{x}, \textsc{p} \rangle$, où $\textsc{p}$ est une proposition. De

[66] Car les propositions, en tant que fonctions de $\mathcal{W}$ vers $\{0 ; 1\}$, sont bien présentes et accessibles dans le modèle.

même, la dénotation de **vouloir** dans w sera l'ensemble de tous les couples $\langle \text{x}, \text{p} \rangle$ tels que x souhaite voir p devenir vraie dans w. C'est là le principe de base de l'interprétation de tout verbe d'attitude propositionnelle.

Pour autant, tout n'est pas encore réglé pour LO car notre règle (Sém.1b) ne peut pas interpréter correctement (65). En effet (Sém.1b) calcule – comme il se doit – le couple formé de *l'extension* des arguments du prédicat d'attitude propositionnelle. Or nous venons de voir que pour déterminer l'extension de la phrase globale, ce n'est pas l'extension de la complétive qu'il faut prendre en compte, mais son intension. En pratique, il y a plusieurs façons de régler cela. Une première solution « simple » consiste à dire que puisque nous avons eu recours à une règle syntaxique spéciale pour former (65), il est normal d'introduire aussi une règle sémantique *ad hoc* pour interpréter ce type de formule. Cette règle est la suivante : $[\![P(\alpha, \varphi)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}, [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Ce qui est crucial ici, c'est que la règle nous fait calculer $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ et non $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Une autre façon de procéder consiste à enrichir LO, pour le rendre plus encore expressif, et en contrepartie nous pourrons interpréter (65) avec (Sém.1b) sans ajouter de règle supplémentaire. C'est ce que nous allons voir à présent.

4.4.3.2 Dénotation indirecte : $^\wedge$ et $^\vee$

Frege (1892b) identifiait le problème qui nous occupe en disant que dans certains contextes, des expressions de la langue ont une dénotation inhabituelle, indirecte. Et il ajoutait que la dénotation indirecte d'une expression, c'est précisément *son sens habituel* – autrement dit, pour nous, son intension. Et c'est bien ce que nous avons observé *supra* : une subordonnée complétive est une phrase qui ne dénote pas ce que dénote habituellement une phrase (i.e. une valeur de vérité) mais une proposition, c'est-à-dire son propre sens. Cela d'ailleurs ne concerne peut-être pas seulement les subordonnées, et de manière générale, nous pouvons en bref faire le constat que parfois certaines expressions dénotent leur sens.

Or notre système sémantique intensionnel nous permet de formaliser ce phénomène en le répercutant au niveau des traductions dans LO. Fondamentalement les expressions de LO ont pour vocation de représenter le sens d'expressions de la langue ; mais comme le sens détermine la dénotation (pour tout indice), dans nos calculs, ces expressions nous servent aussi à représenter les dénotations. Supposons maintenant qu'une expression E de la langue se traduise ordinairement par α dans LO ; nous saurons alors que la dénotation de E (par rapport à w) sera la dénotation de α (par rapport à w). Et si ensuite il se trouve que E apparaisse dans un environnement où elle a sa dénotation indirecte, nous ne voudrons pas alors qu'elle se retrouve avec la même dénotation que α. Il nous suffira donc d'assigner à E une autre traduction. Et cette traduction devra être une expression de LO qui *dénote l'intension* de α.

La sémantique intensionnelle dispose d'un opérateur qui réalise exactement cela. Il se note $^\wedge$ et se place devant une expression de LO pour former l'expression qui dénote le sens de la première[67]. Nous l'introduisons dans LO via les deux règles suivantes.

[67] Dans ces pages, j'appellerai le symbole $^\wedge$ l'opérateur d'*intensionnalisation*. Il n'y a pas vraiment, dans la littérature, de terme consacré pour le nommer, même si on trouve parfois celui d'*intenseur*.

Définition 4.9 : Syntaxe et sémantique de $^\wedge$

(Syn.9) Si α est une expression bien formée de LO, alors $^\wedge\alpha$ est aussi une expression bien formée de LO.

(Sém.9) $[\![{}^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ = la fonction $w' \longmapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w',g}$.
Autrement dit : $[\![{}^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$.

À sa manière, $^\wedge$ est lui aussi un opérateur modal. Mais il est plus « puissant » que $\Diamond$ et $\Box$, car (Syn.9) parle d'expressions bien formées, et pas seulement de formules : $^\wedge$ peut aussi se placer devant une constante, un prédicat, une variable… Par commodité, nous appellerons ici *expression intensionnelle* toute expression de LO de la forme $^\wedge\alpha$.

La règle (Sém.9) montre que, comme il se doit, la dénotation de $^\wedge\alpha$ ne dépend pas du monde dans lequel nous l'évaluons. Autrement dit, quel que soit w, $[\![{}^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ aura toujours la même valeur, puisque $^\wedge\alpha$ dénote le *sens* de α et que, comme nous l'avons vu, le sens est constant d'un monde à l'autre. Ainsi $[\![{}^\wedge\mathbf{colère}(\mathbf{a})]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est une proposition, que nous pouvons ramener à l'ensemble de tous les mondes dans lesquels Alice est en colère.

Nous pouvons maintenant traduire dans LO des phrases comme (64) en réaménageant la règle syntaxique *ad hoc* de la manière suivante : si α est un terme, si P est un prédicat d'attitude propositionnelle et si φ est une formule, alors $P(\alpha, {}^\wedge\varphi)$ est une formule bien formée de LO. Notons qu'il faudra aussi veiller à ajouter une règle similaire pour certains prédicats ternaires, etc. Nous verrons dans le chapitre suivant comment reformuler de telles règles de manière plus efficace, générique et élégante. En attendant, nous pouvons déjà traduire (64) par :

(67) $\mathbf{penser}(\mathbf{c}, {}^\wedge\mathbf{colère}(\mathbf{a}))$

Cette formule s'interprète directement au moyen de (Sém.1b) qui va tester si la dénotation de $\mathbf{c}$ (un individu) est bien en relation de « croyance » avec la dénotation de $^\wedge\mathbf{colère}(\mathbf{a})$ (une proposition), conformément à ce que nous avons posé comme type de dénotation pour **penser**.

L'opérateur $^\wedge$ permet donc d'intégrer littéralement la proposition d'analyse de Frege formulée en termes de dénotations indirectes. Même si l'on peut parfois s'en passer pour analyser certains phénomènes (cf. par exemple la piste suggérée en §4.4.3.1), il revêt une importance notoire en sémantique intensionnelle, en particulier depuis les travaux de Montague (1973) qui a généralisé fondamentalement l'usage de la notion de dénotation indirecte et d'expressions intensionnelles (nous y reviendrons dans le chapitre 6).

Et si, dans une telle perspective, le recours à $^\wedge$ est amené à se multiplier, il s'avère assez naturellement utile de munir notre système de l'opérateur inverse, c'est-à-dire l'opérateur qui restitue l'extension, dans le monde d'évaluation courant, de toute expression intensionnelle. C'est donc en quelque sorte l'opérateur « d'extensionnalisation » ; il se note $^\vee$ et nous l'introduisons dans LO par les deux règles suivantes.

Définition 4.10 : Syntaxe et sémantique de $^\vee$

(Syn.10) Si α est une expression intensionnelle de LO (i.e. de la forme $^\wedge\beta$), alors $^\vee\alpha$ est aussi une expression de LO.

(Sém.10) $[\![^\vee\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(w)$

La règle (Syn.10) dit que $^\vee$ est supposé ne se placer que devant $^\wedge$ (mais il acquerra plus de liberté formelle dans le prochain chapitre), ce qui est normal étant donnée son interprétation. Celle-ci, (Sém.10), nous fait simplement calculer la valeur que α fournit pour le monde w. Car, par hypothèse, α est une expression intensionnelle, donc $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est une fonction sur $\mathcal{W}$ à laquelle on peut donner un indice w en argument. Formellement, il serait inexact de dire que $[\![^\vee\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est l'extension de α dans w (car l'extension de α est… une intension) ; en fait α étant de la forme $^\wedge\beta$, $[\![^\vee\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est précisément l'extension de β dans w, i.e. $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Autrement dit, par définition, $^\vee$ annule l'effet de $^\wedge$.

Théorème 4.1

Pour toute expression α de LO et pour tout modèle $\mathcal{M}$, tout monde w et toute assignation g : $[\![^{\vee\wedge}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

La démonstration est immédiate. Par (Sém.10), $[\![^{\vee\wedge}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(w)$, et par (Sém.9), $[\![^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$; donc $[\![^{\vee\wedge}\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}(w)$, ce qui par définition vaut $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

Certes, au stade où nous en sommes, l'utilité pratique de $^\vee$ peut sembler un peu spécieuse : si $^\vee$ ne sert qu'à annuler $^\wedge$, autant ne pas mettre $^\wedge$ dès le départ… Mais nous verrons par la suite que le rôle de $^\vee$ ne se réduit pas à ce que présente le théorème ci-dessus et qu'il peut avoir d'autres usages plus pertinents. En particulier, nous verrons que la combinaison inverse ne s'annule pas toujours : $^{\wedge\vee}\alpha$ n'est pas nécessairement équivalent à α.

4.4.3.3 Retour aux lectures *de re* et *de dicto*

Il est temps pour nous d'entreprendre de boucler la boucle en revenant à l'ambiguïté *de re vs de dicto* qui nous occupait en début de chapitre.

Nous avons maintenant à notre disposition des éléments d'analyse sémantique qui nous permettent *presque* de résoudre le problème. « Presque », car nous allons voir que tout n'est pas encore gagné, en particulier en ce qui concerne les GN définis ; il nous faudra encore avancer dans le perfectionnement de LO (chapitre 5) pour parvenir à un traitement suffisamment satisfaisant du problème. Mais nous pouvons déjà avoir un bon aperçu de l'analyse formelle de l'ambiguïté lorsqu'elle concerne les GN indéfinis (que nous avions esquissée en §4.1.1). Revenons pour cela à l'exemple (68).

(68) Alice croit qu'un vampire l'a mordue (pendant la nuit).

Cette phrase comporte une subordonnée complétive (qui est d'ailleurs ce qui correspond au contexte opaque responsable de l'ambiguïté), que nous allons traduire en utilisant $^\wedge$. Commençons par la lecture *de dicto* de *un vampire*. Rappelons que dans ce cas, (68) s'interprète comme : Alice croit que *ce qu'elle pense être un vampire* l'a mordue. Autrement dit, l'existence du vampire qui l'a mordue est « localisée » dans les croyances d'Alice (et il se peut tout à fait que dans le monde d'évaluation les vampires n'existent pas). La traduction de (68) est alors (69) :

(69) $\mathbf{croire}(\mathbf{a}, {}^\wedge\exists x\, [\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{mordre}(x, \mathbf{a})])$

Le second argument de **croire** est ${}^\wedge\exists x\, [\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{mordre}(x, \mathbf{a})]$ qui dénote la proposition équivalant à l'ensemble de tous les mondes possibles dans lesquels il y a un vampire qui a mordu Alice. Et (69) est vraie dans un monde w ssi Alice est, dans w, en relation de croyance avec cette proposition – c'est-à-dire qu'elle estime que w appartient à cet ensemble de mondes (mais rien n'oblige à ce que w soit réellement un élément de cet ensemble, pour peu qu'Alice ait une vision erronée de l'état du monde w).

Avec la lecture *de re* de *un vampire*, (68) signifie quelque chose comme : il y a un vampire (réel) tel qu'Alice croit qu'il l'a mordue. Cela nous donne immédiatement la clé pour traduire cette interprétation dans LO :

(70) $\exists x\, [\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{croire}(\mathbf{a}, {}^\wedge\mathbf{mordre}(x, \mathbf{a}))]$

Dans (70), ce que croit Alice, c'est la proposition dénotée par ${}^\wedge\mathbf{mordre}(x, \mathbf{a})$, c'est-à-dire l'ensemble de tous les mondes dans lesquels $g(x)$ a mordu Alice, où g est l'assignation courante (au moment où l'on interprète cette expression). Dans tous ces mondes, $g(x)$ peut être ou non un vampire (selon les mondes), en revanche, $g(x)$ sera toujours le même individu (car l'interprétation de la proposition dépend de g, i.e. elle n'affecte pas g). L'identité de cet individu est fixé en amont de la formule par $\exists x$ (qui modifie l'assignation de départ pour donner une certaine valeur à x) et par $\mathbf{vampire}(x)$ (qui demande que cette valeur de x, $g(x)$, soit un vampire dans le monde où l'on évalue globalement (70)). Ainsi (70) est vraie dans un monde w ssi il existe dans w un individu qui est vampire et tel qu'Alice croit qu'il l'a mordue[68].

L'exercice 4.8 p. 246 permet d'appréhender plus en détail de mécanisme interprétatif qui distingue les lectures *de re* et *de dicto*. Les analyses (69) et (70) nous montrent

[68] Les lecteurs attentifs auront cependant remarqué que (70) n'implique pas en l'état l'existence réel du vampire, dans le sens du prédicat **exister** que nous avons introduit en §4.3.3.1. En effet, dans w, le vampire x pourrait être un individu fictif. Est-ce à dire que la lecture *de re* doit être corrigée en $\exists x\, [\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{exister}(x) \wedge \mathbf{croire}(\mathbf{a}, {}^\wedge\mathbf{mordre}(x, \mathbf{a}))]$ pour correctement l'opposer à la lecture *de dicto* ? Ce n'est pas certain (même si c'est une question qui mériterait d'être approfondie). Si (70) n'implique pas l'existence d'un vampire dans w, elle reste néanmoins compatible avec une telle existence. Et cela peut suffire pour la lecture *de re*. Ce qui importe surtout pour cette lecture, c'est que le locuteur qualifie x de vampire dans le monde d'évaluation (que ce vampire soit fictif ou réel) ; alors que pour la lecture *de dicto* x est qualifié de vampire au sein des croyance d'Alice ; ainsi avec (70), Alice peut ne pas penser que celui qui l'a mordue est un vampire.

que, comme nous l'avions prévu en début de chapitre, l'ambiguïté *de re vs de dicto* peut s'expliquer en termes de différence de portées relatives du GN et de $^\wedge$: nous obtenons la lecture *de dicto* lorsque le GN est interprété dans la portée de $^\wedge$, et la lecture *de re* lorsqu'il est interprété à l'extérieur. C'est en fait l'opérateur $^\wedge$ (ainsi également que les opérateurs modaux) qui crée dans LO ces contextes opaques qui nous occupent depuis le début. Nous comprenons maintenant pourquoi : hors de la portée de $^\wedge$, le GN est interprété par rapport au monde d'évaluation globale de la phrase (et que, par défaut, le locuteur assimilera au monde réel), alors que dans la portée de $^\wedge$, il est interprété par rapport à tous les mondes qui rendent vraie la proposition enchâssée. Mais l'exercice 4.10 va nous montrer que finalement l'histoire n'est peut-être pas aussi simple que cela. Par ailleurs, comme annoncé précédemment, cette analyse bloque encore sur les GN définis, mais, en l'occurrence, à cause d'une limite d'expressivité formelle de LO.

Reprenons notre exemple récurrent (71) :

(71) Œdipe$_1$ voulait épouser sa$_1$ mère.

Sans entrer dans les détails de l'analyse syntaxique et sémantique, nous allons d'abord faire l'hypothèse – très raisonnable – que la subordonnée infinitive [*épouser sa*$_1$ *mère*] se traite comme les complétives que nous avons vues jusqu'ici (ainsi cette infinitive équivaut à *qu'il*$_1$ *épouse sa*$_1$ *mère*). En traduisant *sa*$_1$ *mère* par $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$, nous obtenons très facilement l'analyse pour la lecture *de dicto* ; il suffit d'avoir $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ dans la portée de $^\wedge$:

(72) $\mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, \imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})))$

Pour tout monde w, $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ dénote l'unique individu de $\mathcal{A}$ qui est la mère d'Œdipe *dans* w. Donc ${}^\wedge[\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, \imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ}))]$ dénote la proposition qui correspond à l'ensemble de tous les mondes w dans lesquels Œdipe épouse celle qui est sa mère dans w. Et (72) sera vraie dans le monde d'évaluation si, dans ce monde, Œdipe est en relation de *vouloir* avec cette proposition (il se trouve que, sémantiquement, le verbe *vouloir* pose une relation qui exprime non seulement le désir mais aussi la croyance, c'est-à-dire que si un individu veut ou souhaite que la proposition p se réalise, c'est qu'il considère que le contenu de p est compatible avec ses croyances).

Maintenant, pour rendre compte de la lecture *de re*, il faudrait faire en sorte que $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ s'interprète en dehors de la portée de $^\wedge$, mais nous n'avons tout simplement aucun endroit où le placer dans la formule. Car n'oublions pas que $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ est un terme, et pas une sous-formule[69]. La seule option qui s'offre à nous, en désespoir de cause, est la traduction (73), où $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ et $\imath z\, \mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, z))$ seront évalués et identifiés dans le même monde :

[69] Il serait donc complètement fautif de proposer $\imath y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ}) \wedge \mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, y))$, car ce n'est pas une expression bien formée de LO (on ne peut connecter par $\wedge$ que des *formules*). De même $\imath y\, [\mathbf{mère}(y, \mathbf{œ}) \wedge \mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, y))]$ ne convient pas non plus, car même si c'est une expression bien formée de LO, il ne s'agit pas globalement d'une formule et cela ne peut être la traduction d'une phrase (cette expression dénote l'unique individu qui est la mère d'Œdipe et qu'il veut épouser).

(73) $\iota y\,\textbf{mère}(y, \text{œ}) = \iota z\,\textbf{vouloir}(\text{œ}, {}^{\wedge}\textbf{épouser}(\text{œ}, z))$

Mais c'est peu satisfaisant. D'abord sémantiquement, même si elle présente les bonnes conditions de vérité, la formule (73) présuppose par ailleurs qu'Œdipe ne voulait épouser qu'une seule personne, présupposition qui, en dépit de nos connaissances usuelles du monde, n'est pas du tout présente dans (71). Ensuite, sur le plan compositionnel, cette traduction nous fait passer par une périphrase qui consiste en *la mère d'Œdipe est celle qu'Œdipe veut épouser*, et il semble peu plausible que la grammaire du français nous mène simplement de (71) à (73). Nous préférerions une traduction dans LO dont la structure logique soit plus proche de celle de (71). Nous aboutissons donc à un semi-échec, et qui est, en grande partie, lié à un problème de compositionnalité ; les chapitres 5 et 6 se consacrent intensivement à ce problème, et les développements de LO que nous y aborderons vont nous permettre de donner à (71) une traduction qui soit plus dans l'esprit de (70), c'est-à-dire avec la contribution sémantique du GN correctement placée en dehors de la portée de $^{\wedge}$ (sans passer par l'égalité artificielle de (73)).

Notons, pour terminer, qu'à ce stade, il peut être intéressant d'examiner le problème en revisitant l'approche alternative que nous avions envisagée au chapitre 3, §3.3.4.2, pour l'analyse des GN définis. Selon cette approche, la contribution sémantique de ces GN se réalise au moyen de variables localement libres (et non des ι-termes) en traitant séparément le contenu présupposé par le défini. Cela change significativement la donne. Je ne vais pas présenter explicitement cette option ici, elle va faire l'objet de l'exercice 4.9, et nous verrons que la situation se retrouve inversée : la lecture *de re* du défini se traduit simplement, mais nous butons un peu sur sa lecture *de dicto*.

Exercice 4.8

Reprenons en détail l'analyse d'un GN indéfini ambigu comme en :

(a) Sue pense qu'un républicain va remporter l'élection.

Pour simplifier l'exercice, nous considérerons que le groupe verbal *va remporter l'élection* se traduit par le prédicat à une place **élu** (ainsi $\textbf{élu}(x)$ signifie x est ou sera élu) ; de plus nous ne tiendrons pas compte du temps verbal.

Soit le modèle-jouet suivant $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, F \rangle$, avec $\mathcal{A} = \{\text{BARRY} ; \text{JOHNNY} ; \text{SUE}\}$, et $\mathcal{W} = \{w_1 ; w_2 ; w_3 ; w_4 ; w_5 ; w_6 ; w_7 ; w_8\}$.

On supposera que dans le modèle $\mathcal{M}$, on ne peut pas être à la fois républicain et démocrate, et qu'une seule personne peut remporter l'élection. Le tableau 4.2 nous donne les dénotations de **républicain**, **démocrate** et **élu** dans $\mathcal{M}$. Et complétons ce modèle, en ajoutant que dans les mondes w_1 et w_7, SUE croit la proposition $\{w_1 ; w_2 ; w_3 ; w_6\}$, dans les mondes w_2, w_3 et w_4, elle croit la proposition $\{w_2 ; w_4 ; w_6 ; w_8\}$, et dans les mondes w_5, w_6 et w_8, elle croit la proposition $\{w_1 ; w_3 ; w_5 ; w_7\}$.

Dans tout cet exercice, nous manipulerons les intensions des formules (i.e. les propositions) directement comme des ensembles de mondes.

1. Quelle est l'intension de $\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{élu}(x)]$ dans $\mathcal{M}$ et par rapport à une assignation g quelconque ?
2. Quelle est l'intension de $\textbf{élu}(x)$ dans $\mathcal{M}$, par rapport à une assignation g_1 telle que $g_1(x) = \text{BARRY}$? Et par rapport à l'assignation g_2 telle que $g_2(x) = \text{JOHNNY}$?

TAB. 4.2 : Interprétations de **républicain**, **démocrate** et **élu** dans $\mathcal{M}$

$F(\mathrm{w}_1, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Barry} ; \textsc{Johnny}\}$,	$F(\mathrm{w}_5, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Johnny}\}$,
$F(\mathrm{w}_1, \textbf{démocrate}) = \varnothing$,	$F(\mathrm{w}_5, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Barry}\}$,
$F(\mathrm{w}_1, \textbf{élu}) = \{\textsc{Barry}\}$;	$F(\mathrm{w}_5, \textbf{élu}) = \{\textsc{Barry}\}$;
$F(\mathrm{w}_2, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Barry} ; \textsc{Johnny}\}$,	$F(\mathrm{w}_6, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Johnny}\}$,
$F(\mathrm{w}_2, \textbf{démocrate}) = \varnothing$,	$F(\mathrm{w}_6, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Barry}\}$,
$F(\mathrm{w}_2, \textbf{élu}) = \{\textsc{Johnny}\}$;	$F(\mathrm{w}_6, \textbf{élu}) = \{\textsc{Johnny}\}$;
$F(\mathrm{w}_3, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Barry}\}$,	$F(\mathrm{w}_7, \textbf{républicain}) = \varnothing$,
$F(\mathrm{w}_3, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Johnny}\}$,	$F(\mathrm{w}_7, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Barry} ; \textsc{Johnny}\}$,
$F(\mathrm{w}_3, \textbf{élu}) = \{\textsc{Barry}\}$;	$F(\mathrm{w}_7, \textbf{élu}) = \{\textsc{Barry}\}$;
$F(\mathrm{w}_4, \textbf{républicain}) = \{\textsc{Barry}\}$,	$F(\mathrm{w}_8, \textbf{républicain}) = \varnothing$,
$F(\mathrm{w}_4, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Johnny}\}$,	$F(\mathrm{w}_8, \textbf{démocrate}) = \{\textsc{Barry} ; \textsc{Johnny}\}$,
$F(\mathrm{w}_4, \textbf{élu}) = \{\textsc{Johnny}\}$;	$F(\mathrm{w}_8, \textbf{élu}) = \{\textsc{Johnny}\}$;

3. Quelle est l'intension de $\textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\textbf{élu}(x))$ par rapport à g_1 ? Et par rapport à g_2 ? ($\textbf{s}$ dénote SUE, naturellement)
4. Quelle est l'intension de $\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\textbf{élu}(x))]$?
5. Quelle est l'intension de $\textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{élu}(x)])$?

Exercice 4.9

Selon l'approche explicitement présuppositionnelle (cf. §3.3.4.2, chapitre 3) de l'analyse des définis, une phrase comme *Œdipe a épousé sa mère* se traduira par $\textbf{épouser}(\textbf{œ}, x)$ (ou éventuellement par $\textbf{épouser}(\textbf{œ}, x) \wedge \textbf{mère}(x, \textbf{œ})$) sachant que par présupposition, nous savons que dans le contexte d'énonciation, x dénote l'unique individu qui est « mère d'Œdipe » (formellement la présupposition se traduit donc par $\exists x[\textbf{mère}(x, \textbf{œ}) \wedge \forall y[\textbf{mère}(y, \textbf{œ}) \leftrightarrow y = x]]$).

Donnez la traduction de *Œdipe voulait épouser sa mère* d'abord pour la lecture *de re* de *sa mère*. Puis expliquez la difficulté qui se pose pour sa traduction avec la lecture *de dicto*.

Exercice 4.10

Cet exercice, en plus d'être une application de ce qui est présenté dans cette section, met le doigt sur un « petit » problème d'analyse sémantique.

(a) [*C'est l'anniversaire de Paul. Ses amis ont décidé d'organiser une fête surprise chez lui. Et ils ont opté pour une soirée déguisée. Tous ses amis hommes ont choisi de se déguiser en femmes : en héroïnes de bande-dessinée. Et leurs déguisements étaient si bien réussis que sur le moment, quand il est arrivé...*] Paul a cru que tous les hommes qui étaient là étaient des femmes.

La phrase qui nous intéresse ici est la dernière de ce paragraphe ; le texte en italique est là pour fixer un contexte et orienter la compréhension. Cette phrase est ambiguë (au moins théoriquement).

1. Explicitez les deux lectures en donnant, en français, deux paraphrases (ou gloses) précises et suffisamment distinctes de la dernière phrase de (a).
2. Prouvez qu'il s'agit bien d'une ambiguïté en utilisant la méthode vue au chapitre 1.

3. Traduisez les deux lectures en LO[70].
4. L'ambiguïté de la phrase ne saute pas aux yeux car une des deux lectures est assez peu naturelle. De laquelle s'agit-il ? Et essayer d'expliquer pourquoi elle est si peu naturelle.
5. Cet exercice montre que la dernière phrase de (a) est intrigante car elle remet en cause quelque chose que nous avons vu dans un chapitre précédent. De quoi s'agit-il ?

4.5 Récapitulatif et conclusions

4.5.1 LO intensionnel

Pour conclure ce chapitre, prenons le temps de récapituler les modifications que l'intensionnalisation a apporté à notre langage sémantique LO.

Rappelons d'abord quelques définitions de base. $\mathcal{V}ar$ est l'ensemble de toutes les variables. Cns_0 est l'ensemble des constantes d'individus, et pour tout nombre entier n pertinent, Cns_n est l'ensemble des constantes de prédicats n-aires. Cns regroupe toutes les constantes (i.e. de Cns_0, Cns_1, Cns_2, Cns_3, etc.). Les éléments de Cns_0 et ceux de $\mathcal{V}ar$ sont des termes. Les éléments de Cns, ceux de $\mathcal{V}ar$ ainsi que les formules sont expressions bien formées de LO. Toutes les autres expressions bien formées sont spécifiées dans la syntaxe suivante.

Définition 4.11 : Syntaxe de LO

(Syn.1)
a. Si α est un terme et P une constante de Cns_1, alors $P(\alpha)$ est une formule ;
b. Si α et β sont des termes et P une constante de Cns_2, alors $P(\alpha, \beta)$ est une formule ;
c. Si α, β et γ sont des termes et P une constante de Cns_3, alors $P(\alpha, \beta, \gamma)$ est une formule ;
d. etc.

(Syn.2) Si α et β sont des termes, alors $\alpha = \beta$ est une formule ;

(Syn.3) Si φ est une formule, alors $\neg\varphi$ est une formule ;

(Syn.4) Si φ et ψ sont des formules, alors $[\varphi \wedge \psi], [\varphi \vee \psi], [\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi]$ sont des formules ;

(Syn.5) Si φ est une formule et v une variable, alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi$ sont des formules ;

(Syn.6) Si φ est une formule et v une variable, alors $\iota v\varphi$ est un terme ;

(Syn.7) Si φ est une formule et si n est un nombre entier, alors $[n]\varphi$ et $\langle n\rangle\varphi$ sont des formules ;

[70] Ne traduisez pas la relative *qui étaient là*, elle n'est pas déterminante pour l'exercice.

(Syn.8) Si α est une expression bien formée, alors ${}^{\wedge}\alpha$ est une expression bien formée, et c'est une expression intensionnelle ;
(Syn.9) Si α est une expression intensionnelle, alors ${}^{\vee}\alpha$ est une expression bien formée.

Nous voyons que les expressions bien formées de LO ne sont plus seulement des formules – précisément par l'ajout des règles (Syn.8) et (Syn.9). Et notons également que cette syntaxe en soi est incomplète (et donc imparfaite), car si (Syn.8) nous permet de créer des expressions intensionnelles, aucune autre règle ne les réutilise pour les insérer dans des expressions plus complexes (à part (Syn.9) mais qui le fait de manière encore trop simpliste). Nous avions déjà mentionné cela en §4.4.3.2, et en toute rigueur, nous devrions ajouter des compléments aux règles (Syn.1), produisant des formules comme $P({}^{\wedge}\varphi)$, $P(\alpha, {}^{\wedge}\varphi)$, $P(\alpha, {}^{\wedge}\varphi, \beta)$... pour certaines constantes P des ensembles Cns_n[71]. Mais autorisons nous à ne pas surcharger davantage cette définition 4.11, car nous allons voir dans le prochain chapitre une façon de remettre proprement et rigoureusement de l'ordre dans ces règles (sans avoir donc à faire des cas particuliers pour l'enchâssement de propositions).

La règle (Syn.7) introduit les opérateurs modaux en adoptant l'option des multimodalités, c'est-à-dire que nous nous autorisons à les multiplier à volonté pour autant d'entiers n qui nous conviennent. Et pour nous aligner avec les notations traditionnelles, nous continuerons à utiliser $\Box$ et $\Diamond$ comme de simples variantes typographiques de $[0]$ et $\langle 0 \rangle$.

Nous n'avons pas repris les opérateurs temporels P et F, puisque, comme annoncé, la temporalité sera réintroduite au chapitre 7 (vol. 2) sous une forme légèrement différente. Notre modèle intensionnel se retrouve ainsi allégé (provisoirement) de $\mathcal{I}$.

Définition 4.12 : Modèle intensionnel

Un modèle intensionnel $\mathcal{M}$ est défini comme une structure $\langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$ où $\mathcal{A}$ est un ensemble d'individus, $\mathcal{W}$ un ensemble de mondes possibles, $\mathcal{R}$ un ensemble de relations d'accessibilité sur $\mathcal{W}$, et F une fonction d'interprétation qui pour tout monde w de $\mathcal{W}$ et toute constante de Cns associe la dénotation de cette constante dans w.

$\mathcal{R}$ est un ensemble fini qui se compose d'une série de $m + 1$ relations d'accessibilité que nous allons nommer en les indiçant numériquement successivement de la manière suivante : R_0, R_1, R_2, ..., R_m. Et par convention, nous posons que R_0 est la relation d'accessibilité aléthique, c'est-à-dire celle qui relie chaque monde de $\mathcal{W}$ avec tous les autres (elle correspond donc à tout l'ensemble $\mathcal{W} \times \mathcal{W}$).

[71] Ces constantes seront les traductions de verbes qui prennent une complétive en argument, et ils peuvent être de diverses arités, notamment d'arité 1 pour traduire les tours impersonnels en *il semble que*, *il paraît que*, ou d'arité 3 pour les verbes comme *promettre*, *annoncer*, etc.

Et rappelons, pour être tout à fait précis, que l'ensemble d'arrivée de la fonction F dépend du type de constante qu'elle interprète. Pour les constantes de Cns_0 cet ensemble est $\mathcal{A}$, pour les constantes de Cns_1 c'est $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ (l'ensemble de tous les sous-ensembles de $\mathcal{A}$), pour les constantes de Cns_2 c'est $\mathcal{P}(\mathcal{A}^2)$ (l'ensemble de tous les ensembles de couples d'éléments de $\mathcal{A}$), etc. Autrement dit, pour les constantes de Cns_n, avec $n > 0$, l'ensemble d'arrivée de F est $\mathcal{P}(\mathcal{A}^n)$.

L'interprétation, c'est-à-dire le calcul de la dénotation, d'une expression α de LO se fait par rapport à un modèle $\mathcal{M}$, un monde possible w de $\mathcal{W}$ et une fonction d'assignation g. Jusqu'à présent les assignations étaient des fonctions de $\mathcal{V}ar$ vers $\mathcal{A}$; dorénavant elles seront également définies entre $\mathbb{N}$ (l'ensemble des entiers naturels) et l'intervalle d'entiers $[0, m]$ (où m est l'indice de la « dernière » relation de $\mathcal{R}$). Ainsi à tout nombre entier, les fonctions g associent un entier compris entre 0 et m. Et par convention, nous posons la contrainte que pour toute assignation g, $g(0) = 0$.

La dénotation de α est donc sa valeur sémantique indicée par ces trois paramètres : $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Et par définition, l'intension de α est sa valeur sémantique relative seulement à $\mathcal{M}$ et g, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$, c'est-à-dire la fonction sur $\mathcal{W}$ définie par $w \longmapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

Définition 4.13 : Interprétation des variables et des constantes

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$ et g une fonction d'assignation :

- si v est une variable de $\mathcal{V}ar$, $[\![v]\!]^{\mathcal{M},w,g} = g(v)$;
- si a est une constante de Cns, $[\![a]\!]^{\mathcal{M},w,g} = F(w, a)$.

Définition 4.14 : Interprétation des expressions bien formées

Soit un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$ et g une fonction d'assignation.

(Sém.1) a. $[\![P(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;
b. $[\![P(\alpha,\beta)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;
c. $[\![P(\alpha,\beta,\gamma)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi
$\langle [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}, [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}, [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g} \rangle \in [\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;
d. etc.

(Sém.2) $[\![\alpha = \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;

(Sém.3) $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 0$;

(Sém.4) a. $[\![[\varphi \wedge \psi]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ *et* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
b. $[\![[\varphi \vee \psi]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
c. $[\![[\varphi \rightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 0$ *ou* $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
d. $[\![[\varphi \leftrightarrow \psi]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;

(Sém.5) a. $[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi il existe au moins un individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$;

b. $[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi pour tout individu $\textsc{d}$ de $\mathcal{A}$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$;

(Sém.6) $[\![\imath v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \textsc{d}$ ssi $\textsc{d}$ est l'unique individu de $\mathcal{A}$ tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\textsc{d}/v]}} = 1$;

(Sém.7) a. $[\![\langle n\rangle\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi il existe un monde $w' \in \mathcal{W}$ tel que $w\ R_{g(n)}\ w'$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',g} = 1$;

b. $[\![[n]\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi pour tout monde $w' \in \mathcal{W}$ tel que $w\ R_{g(n)}\ w'$, alors $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',g} = 1$;

(Sém.8) $[\![{}^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$, c'est-à-dire la fonction $w' \longmapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w',g}$;

(Sém.9) $[\![{}^\vee\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(w)$.

Les règles (Sém.7) présentent précisément l'interprétation « contextualisée » des opérateurs modaux. La relation d'accessibilité utilisée pour interpréter $\langle n\rangle$ et $[n]$ est $R_{g(n)}$ qui dépend bien de g. Cependant pour $n = 0$, i.e. $\Diamond$ et $\Box$, comme $g(0) = 0$ et que R_0 est la relation aléthique, nous savons que $\Diamond$ et $\Box$ représentent forcément les modalités aléthiques.

4.5.2 Validités et conséquence logique

La vérité d'une formule dépend d'un modèle, d'un monde et d'une assignation. En adaptant la définition 3.6 (p. 121) du chapitre précédent, nous pouvons dire qu'une formule φ est satisfaite par $\mathcal{M}$, w et g ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, et nous noterons $\mathcal{M}, w, g \models \varphi$ ou $\models_{\mathcal{M},w,g} \varphi$. À partir de là, la logique modale nous permet de définir un certain nombre de notions de validités.

Définition 4.15 : Validités dans LO intensionnel

Soit $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F\rangle$ un modèle intensionnel, w un monde de $\mathcal{W}$ et g une assignation.

1. $\mathcal{M}, w \models \varphi$: φ est valide par rapport à $\mathcal{M}$ et w ssi pour toute assignation g, on a $\mathcal{M}, w, g \models \varphi$.
2. $\mathcal{M}, g \models \varphi$: φ est valide par rapport à $\mathcal{M}$ et g ssi pour tout monde possible w de $\mathcal{W}$, on a $\mathcal{M}, w, g \models \varphi$.
3. $\mathcal{M} \models \varphi$: φ est valide par rapport à $\mathcal{M}$ ssi pour tout monde possible w de $\mathcal{W}$ et toute assignation g, on a $\mathcal{M}, w, g \models \varphi$.
4. $\models \varphi$: φ est valide ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$, on a $\mathcal{M} \models \varphi$.

La validité 1 rappelle celle vue au chapitre 3, et elle dit simplement que φ est vraie dans le monde w quel que soit le contexte (i.e. g). Ainsi, ici encore, la plupart des formules qui contiennent des variables libres (comme par exemple $x = \mathbf{a}$ ou $\mathbf{dormir}(x)$) ne pourront pas être « valides-1 ». Mais comme nous avons pris le parti de gérer l'interprétation des modalités au moyen de g, cette définition a également un impact sur les formules qui contiennent un opérateur modal. Pour un monde w donné, par exemple pour avoir $\mathcal{M}, w \models \langle n\rangle\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$, il faudrait que $\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$ soit possible dans w pour *toutes* les valeurs modales proposées par $\mathcal{R}$; cela dépend crucialement de w, mais si (comme il se doit) $\mathcal{R}$ contient une suffisamment grande variété de relations d'accessibilité, il n'est pas complètement impossible de trouver une assignation g (i.e. une relation $R_{g(n)}$) qui rende $\langle n\rangle\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$ fausse dans w. Il en va de même pour des formules plus générales, comme par exemple $[n]\varphi \longrightarrow \varphi$.

La validité 2 est, elle, beaucoup plus forte. Elle dit que φ est vraie dans *tous* les mondes de $\mathcal{W}$, pour une assignation donnée. Et du fait que nous avons décidé de mettre dans $\mathcal{W}$ tous les mondes possibles imaginables (car nous n'avions pas de raison d'en exclure), nous voyons que cette validité 2 exclut (*presque*) toutes les vérités contingentes, c'est-à-dire les formules qui, intuitivement, nous semblent avoir des valeurs de vérité variables. *Presque*, car il y a encore quelques exceptions ; par exemple, si nous considérons l'assignation g_1 telle que $g_1(x) =$ Alice, alors la formule $x = \mathbf{a}$ sera « valide-2 » par rapport à g_1[72]. Cette formule peut traduire la phrase *C'est Alice*, qu'il est assez difficile de compter comme une tautologie standard. Pourtant, dans un contexte fixé où il est établi que le démonstratif *ce* désigne Alice, la phrase se retrouve nécessairement vraie. En ce qui concerne les formules comprenant des opérateurs modaux, la validité 2 est utile pour mettre en évidence certaines propriétés logiques des différents types de modalité (car g étant fixée, nous savons pour tout opérateur à quelle modalité il renvoie). Par exemple si $R_{g(n)}$ est une relation d'accessibilité épistémique, alors quelle que soit φ, nous aurons $\mathcal{M}, g \models [n]\varphi \longrightarrow \varphi$, car si φ est sue (i.e. $[n]\varphi$) alors, par définition, φ est vraie. En revanche, si $R_{g(n)}$ est une relation déontique, alors cette validité ne tient plus, car pour n'importe quelle φ[73], on peut toujours trouver des mondes où φ est obligatoire (i.e. $[n]\varphi$) mais pas respectée.

Les validités 3 et 4 correspondent à la traditionnelle validité logique. Selon ces définitions, ni $x = \mathbf{a}$ ni $[n]\varphi \longrightarrow \varphi$ ne sont valides. Évidemment, ce qui devrait nous préoccuper ici, c'est ce qui distingue la validité 3 et la validité 4. En théorie, elles sont nettement différentes (et la validité 4 est bien sûr la plus forte), mais en pratique, du fait des choix que nous avons fait pour constituer notre système, elles s'avèrent très proches. D'après les définitions que nous avons posées, nous pourrions décrire la validité 3 comme correspondant aux nécessités aléthiques *par rapport à un modèle donné* et la validité 4 comme correspondant aux tautologies de la logique classique. Cependant, formuler les choses ainsi peut paraître incohérent et prêter à confusion, précisément parce qu'en §4.3.3.3 nous avons défini les nécessités aléthiques comme identiques aux tautologies logiques.

[72] Toujours sous l'hypothèse que les constantes sont des désignateurs rigides et que $\mathbf{a}$ dénote Alice dans tous les mondes.

[73] À condition, bien sûr, que φ ne soit pas contradictoire.

Nous allons donc prendre le temps d'examiner un peu plus précisément cet apparent paradoxe *infra* (§4.5.3).

À l'instar de la validité, nous pouvons, en sémantique intensionnelle, définir plusieurs conséquences logiques. Mais nous n'allons pas toutes les passer en revue, car il n'y en a qu'une qui est vraiment intéressante pour nous, et elle est donnée dans la définition 4.16.

Définition 4.16 : Conséquence logique
Soit φ_1, φ_2..., φ_n et ψ $n + 1$ formules de LO. On dit que ψ est une conséquence logique de $\varphi_1, \varphi_2..., \varphi_n$, i.e. $\varphi_1, \varphi_2..., \varphi_n \models \psi$, ssi, pour tout modèle $\mathcal{M}$, tout monde w et toute assignation g tels que $\mathcal{M}, w, g \models \varphi_1$, $\mathcal{M}, w, g \models \varphi_2$,... et $\mathcal{M}, w, g \models \varphi_n$, on a aussi $\mathcal{M}, w, g \models \psi$.

Nous pouvons également définir l'équivalence logique, comme nous l'avons fait dans les chapitres précédents (à partir de $\varphi \models \psi$ et $\psi \models \varphi$, par exemple). L'équivalence logique, comme la validité et la conséquence, concerne les formules. Or maintenant que nous somme passés à l'intensionnalité, nous pouvons définir une notion plus puissante, qui s'applique à toute expression de LO et dont l'équivalence logique sera un cas particulier. Pour la distinguer, nous l'appellerons l'*équivalence sémantique*, et elle correspond simplement à l'identité de sens, i.e. d'intension.

Définition 4.17 : Équivalence sémantique
Soit $\mathcal{M}$ un modèle intensionnel, et α et β deux expressions bien formées de LO. On dit que α et β sont sémantiquement équivalentes dans $\mathcal{M}$ ssi, pour toute assignation g, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g}$.

Pour que cette notion soit particulièrement profitable, il est utile de la poser en généralisant sur les assignations comme le fait la définition (afin notamment d'éviter que x soit parfois équivalente à y, ce qui peut être handicapant par endroits). Nous pouvons également la généraliser pour tout modèle $\mathcal{M}$, mais à l'arrivée cela ne fera guère de différence (cf. §4.5.3).

L'équivalence sémantique nous permet de formuler un théorème simple et pratique qui concerne la substitution d'expressions. Nous avons vu, au début de ce chapitre, que le principe d'extensionnalité n'est pas respecté dans la langue : si l'on remplace, dans une phrase, une expression par une autre ayant la même dénotation (pour un monde donné donc), la dénotation de la phrase (dans ce même monde) n'est pas forcément préservée. Cela se produit notamment si la substitution est opérée dans la portée d'un opérateur modal ou de $^\wedge$. Et donc le principe d'extensionnalité n'est pas non plus respecté dans LO intensionnel, comme il se doit. Mais maintenant nous pouvons envisager un pendant intensionnel de ce principe, et celui-ci est valide dans LO : si, dans une phrase, on remplace une expression par une autre ayant *la même intension*, alors l'intension (et donc les extensions) de la phrase ne change pas. C'est un théorème du système.

Théorème 4.2

Si α est une expression de LO, β une sous-expression de α et γ sémantiquement équivalente à β, et si α' est l'expression α dans laquelle on a remplacé β par γ, alors α est sémantiquement équivalente à α'.

Nous pourrions d'ailleurs appeler cela le principe de synonymie. C'est en effet ce qui qualifie théoriquement les synonymes : deux expressions interchangeables dans tout environnement sans altérer le sens du tout. Évidemment nous savons bien que dans la langue, au niveau lexical, les substitutions ne sont vraiment possibles que dans certains contextes, mais rarement dans tous (à cause de la polysémie des mots) : la synonymie lexicale exacte n'existe quasiment pas. Mais au niveau d'expressions « supra-lexicales », i.e. d'expressions complexes (des syntagmes ou des phrases), le principe peut s'appliquer raisonnablement et profitablement. L'équivalence sémantique n'est pas un mirage.

4.5.3 Postulats de signification

Revenons à ce qui distingue la validité 3 et la validité 4. En théorie, on peut concevoir une formule qui serait valide-3 (i.e. toujours vraie dans un modèle donné) mais pas valide-4 (i.e. telle qu'il existe au moins un modèle et un monde de ce modèle qui la rendent fausse). La validité 4 sous-entend donc une pluralité de modèles intensionnels différents. Or par hypothèse de travail, pour rendre notre système suffisamment performant, nous avons décidé que l'ensemble $\mathcal{W}$ d'un modèle intensionnel devait contenir *tous* les mondes possibles imaginables (mais logiquement et linguistiquement cohérents) ; il n'y a donc qu'un seul ensemble $\mathcal{W}$, et par conséquent tous les modèles intensionnels que nous voudrions envisager partagent le même $\mathcal{W}$. Et donc s'il existe des modèles intensionnels différents, ils se distinguent essentiellement par leur fonction d'interprétation F[74]. La fonction F incorpore (et ainsi détermine) le sens des prédicats de LO, et par conséquent le sens des mots de la langue que nous étudions (par exemple le français). F est donc constitutive de l'identité du système LO qui lui-même se doit d'être le reflet de *la* langue étudiée. Si nous considérons que cette langue, en tant que système, possède *sa* sémantique, alors nous devrons en conclure qu'il n'y a qu'une seule véritable fonction F. Ou pour être plus précis, parmi toutes les fonctions d'interprétation théoriquement possibles, il n'y en a qu'une seule valable et digne d'intérêt aux yeux du sémanticien :

[74] Ils peuvent, certes, aussi se distinguer par leur ensemble $\mathcal{R}$, mais $\mathcal{R}$ dépend aussi en partie du contexte et nous laisserons cela de côté dans la présente discussion, pour ne pas encore la compliquer.

celle qui reflète correctement le sens des mots de la langue[75]. Ainsi s'il n'y a qu'un seul $\mathcal{W}$ et une seule F à prendre compte, il n'y a finalement qu'un seul modèle intensionnel à envisager en sémantique, et nous devrions donc nous arrêter à la validité 3 (avec ce modèle). Nous pouvons ainsi éclaircir un peu le paradoxe apparent signalé plus haut, en reformulant les choses de la manière suivante : la validité 4 correspond aux nécessités aléthiques strictement logiques, et la nécessité 3 à ce que nous pourrions appeler les nécessités aléthiques sémantiques, ou pour faire plus simple et moins ambigu, les *nécessités sémantiques*.

Mais comment sommes-nous sûrs que nous manipulons *le* modèle adéquat, c'est-à-dire *la* fonction d'interprétation adéquate ? En réalité, nous ne nous en soucions pas vraiment, nous nous contentons de présupposer que tel est le cas, sans tellement examiner de près la fonction F. Cependant, n'est-il pas de la responsabilité du sémanticien de spécifier les informations que contient F pour faire en sorte qu'il ne s'agit pas de n'importe quelle fonction d'interprétation, mais bien de celle qui est le plus possible conforme à la réalité sémantique de la langue ? On peut assurément penser que oui. Et il se trouve que notre système intensionnel nous permet de contraindre F et ainsi de la renseigner (au moins un peu) avec des faits de sémantique lexicale.

Pour nous sensibiliser à cela, considérons la phrase (74a) et sa traduction (74b) :

(74) a. Bob a tué Sam, et Sam n'est pas mort.
b. $\mathbf{tuer(b, s)} \wedge \neg\mathbf{mort(s)}$

(74a) semble bien contradictoire. Mais d'un point de vue strictement logique, il n'y a aucun principe (aucune règle) qui permette de démontrer que (74b) l'est aussi. Parce que $\mathbf{tuer(b, s)}$ et $\neg\mathbf{mort(s)}$ sont deux formules atomiques formellement distinctes, et leur conjonction est donc forcément contingente (il suffit de dresser la table de vérité de (74b)). Autrement dit, la négation de (74b) n'est pas valide-4. La validité 4 ne s'occupe pas du sens des mots. Mais nous sommes en sémantique et nous voudrions pouvoir dire que les négations de (74a) et (74b) sont valides. Pour cela, nous avons la validité 3, du moment que le modèle que nous prenons en compte vérifie un principe qui dit que lorsque quelqu'un se fait tuer, alors il est mort. Ce principe peut d'ailleurs se formuler très facilement dans LO, c'est :

[75] Attention, qu'on ne se méprenne pas. Je ne suis pas en train de dire que tout mot de la langue possède un unique sens simple encodé par la « bonne » fonction F. Nous savons bien que la plupart des mots sont plus ou moins hautement polysémiques ; mais F interprète univoquement les *prédicats* de LO, pas directement les mots. La polysémie lexicale est une problématique sémantique très importante et extrêmement complexe, qu'il n'est pas question de minimiser ; mais elle dépasse très largement la portée du présent ouvrage, et comme signalé plusieurs fois dans des pages précédentes, nous nous en tenons à la simplification qui consiste à traduire un mot polysémique par différents prédicats selon ses acceptions.

De même, je ne prétends pas que la langue française (par exemple) n'évolue pas et qu'elle ne possède pas de variété. Il semble raisonnable de considérer que, lorsqu'elle devient très minutieuse et affinée, une étude sémantique ne devrait pas aborder « *le* français » (abstrait et variable) mais se consacrer à un dialecte particulier et suffisamment bien délimité. Mais là encore nous n'entrerons pas dans ce degré de finesse ici.

(75) $\Box\forall x\forall y[\textbf{tuer}(x,y) \rightarrow \textbf{mort}(y)]$[76]

Une formule comme (75) est ce que l'on appelle, en sémantique formelle, un POSTULAT DE SIGNIFICATION. Un postulat de signification a pour rôle de contraindre la fonction d'interprétation du modèle au moyen d'informations sémantiques qui relèvent du lexique. Cela se présente typiquement sous la forme d'une règle « forte » : une nécessité aléthique ($\Box$) avec quantification universelle et implication ou équivalence matérielle. Ces postulats ne sont pas des formules ordinaires que LO serait simplement amené à étudier ; ils ont un statut un peu similaire à des axiomes en ce qu'ils sont *posés* et *imposés* comme valides dans le système (d'où le nom de *postulat*). Ce statut leur est octroyé par le sémanticien, qui sait (ou décide, ou découvre, ou conjecture) que ces formules expriment une vérité sémantique. Techniquement, pour nous ici, ils peuvent s'appliquer à deux niveaux. Par rapport à la validité 3, étant valides-3, ils garantissent (grâce à $\Box$) que le modèle est tel que tous ses mondes vérifient ce qui est encodé par les postulats. Mais ils permettent également de récupérer la validité 4 si nous restreignons sa définition seulement aux modèles intensionnels qui satisfont tous les postulats de signification. Cela permet d'adoucir notre position : nous n'avons plus à prétendre détenir *le* modèle intensionnel conforme à la langue, nous pouvons travailler sur n'importe lequel, du moment qu'il vérifie l'ensemble de nos postulats. Et ainsi la validité 3 et la validité 4 finissent factuellement par se confondre.

L'expressivité de LO étant ce qu'elle est présentement, nous ne pouvons pas formuler des postulats de signification qui expriment des propriétés génériques[77] (i.e. qui tolèrent des exceptions, comme *les oiseaux volent*). Nous devons nous en tenir à des vérités solides et « indéfectibles » qui correspondent à des nécessités aléthiques. Mais cela permet, par exemple, d'introduire dans le système des relations lexicales comme l'hyperonymie (76a), l'antonymie complémentaire (76b) ou l'antonymie non complémentaire (appelée aussi *antonymie scalaire*, cf. le chapitre 11, vol. 2) (76c,d).

(76) a. $\Box\forall x[\textbf{oiseau}(x) \rightarrow \textbf{animal}(x)]$
b. $\Box\forall x\forall y[\textbf{présent}(x,y) \leftrightarrow \neg\textbf{absent}(x,y)]$
c. $\Box\forall x[\textbf{solide}(x) \rightarrow \neg\textbf{fragile}(x)]$[78]
d. $\Box\forall x[\textbf{fragile}(x) \rightarrow \neg\textbf{solide}(x)]$

Pris ensembles, les postulats (76c) et (76d) ne sont pas équivalents à $\Box\forall x[\textbf{solide}(x) \leftrightarrow \neg\textbf{fragile}(x)]$, car ils laissent la possibilité qu'il y ait des objets du modèle qui ne soient ni solides ni fragiles. Nous pouvons, en revanche, les réunir dans le postulat $\Box\forall x\neg[\textbf{solide}(x) \wedge \textbf{fragile}(x)]$.

[76] Pour le coup, l'abandon de la temporalité est un peu préjudiciable pour cet exemple, il serait plus rigoureux de préciser ce principe en : $\Box\forall x\forall y[\textbf{tuer}(x,y) \rightarrow \mathsf{F}\textbf{mort}(y)]$, pour indiquer que la mort suit (immédiatement) l'acte de tuer. Et si nous retenons des mondes où des gens peuvent ressusciter, la formule reste correcte, car pour ressusciter, il faut d'abord être mort (pour que la formule soit vraie à un instant i il faut qu'il y ait au moins un instant ultérieur où y est mort ; rien n'empêche d'avoir un autre instant encore plus tardif où y est à nouveau vivant).

[77] Et d'ailleurs ça ne serait probablement pas souhaitable ; cf. la discussion *infra*.

[78] NB : ici, bien sûr, le prédicat **solide** représente le sens qui se rapproche de *résistant*, il ne désigne pas l'état de la matière qui s'oppose à *liquide* et *gazeux*.

En (76b), $\mathbf{présent}(x, y)$ et $\mathbf{absent}(x, y)$ signifient que x est, respectivement, physiquement présent et absent à l'endroit y. Mais notons que s'il s'agit de présence/absence physiques, il serait probablement prudent de restreindre la quantification de (76b) aux seuls individus pertinents – si l'on veut par exemple accepter que des entités immatérielles puissent être ni présentes ni absentes de y. Cela donnera : $\Box\forall x\forall y[[\mathbf{physique}(x) \wedge \mathbf{physique}(y)] \rightarrow [\mathbf{présent}(x, y) \leftrightarrow \neg\mathbf{absent}(x, y)]]$. On pourrait même vouloir aller plus loin en précisant que dans ce postulat y doit être un lieu (en mettant donc $\mathbf{lieu}(y)$ dans sa restriction). Mais qu'est-ce qu'un lieu ? Tout objet physique ne peut-il pas être envisagé comme un possible espace d'accueil pour une localisation ?

Tout cela montre que les postulats de signification permettent de s'interroger profitablement sur le sens des prédicats et des mots, mais aussi qu'ils sont à établir avec vigilance. Car il y a une tentation à laquelle il faut résister : il ne faudrait surtout pas s'aventurer à y encoder des connaissances encyclopédiques. Les postulats de signification ne concernent que les faits linguistiques (i.e. sémantiques). Les lois de la nature que nous connaissons, de la physique, la chimie, la biologie, etc. n'en font pas partie. Ces lois sont certes valides dans notre monde et dans les mondes qui y ressemblent suffisamment, mais pas dans *tous* les mondes possibles. Ce ne sont pas des nécessités aléthiques ou sémantiques ; elles relèvent plutôt des modalités dynamiques (ou, si l'on est scrupuleux, des modalités épistémiques). Et si l'on souhaite les insérer dans notre système, ce ne sera pas au moyen de $\Box$ mais d'un autre opérateur de nécessité (un $[n]$ habilement choisi).

Malheureusement, dès que l'on tente d'approfondir la question, force est de constater que la frontière entre faits strictement sémantiques et faits encyclopédiques est souvent très ténue et insaisissable. Un exemple typique est celui des adjectifs *mort* et *vivant*. Ils semblent être d'honnêtes antonymes complémentaires, et on peut alors proposer le postulat $\Box\forall x[\mathbf{vivant}(x) \leftrightarrow \neg\mathbf{mort}(x)]$ (ou $\Box\forall x[[\mathbf{végétal}(x) \vee \mathbf{animal}(x)] \rightarrow [\mathbf{vivant}(x) \leftrightarrow \neg\mathbf{mort}(x)]]$ pour être plus précis). Mais que faire alors des mort-vivants ? Sont-ils morts ou vivants ? Ou (pire) les deux à la fois ? Cela peut paraître une question anecdotique, voire futile, mais elle a des implications non négligeables sur le système formel. Évidemment les mort-vivants n'existent pas dans notre monde, et il est donc impossible de répondre sérieusement (i.e. scientifiquement) à la question. Cependant il ne s'agit pas ici de la trancher biologiquement, mais sémantiquement. Car les mondes possibles (imaginaires) dans lesquels les mort-vivants existent sont linguistiquement cohérents (il n'y a pas de raison qu'ils ne le soient pas). Nous sommes donc face au dilemme suivant. Soit les mort-vivants sont, dans « leurs » mondes, à la fois morts et vivants. Dans ce cas, nous devons abandonner le postulat d'antonymie ci-dessus et surtout trouver un moyen de définir les sens de *mort* et de *vivant* indépendamment l'un de l'autre *et* indépendamment de considérations biologiques connues (ce qui n'est peut-être pas impossible, mais ce n'est pas simple). Soit les mort-vivants sont vraiment morts mais pas vivants ou, inversement, vraiment vivants mais pas morts. Dans ce cas, nous devrons considérer que l'alliance des deux adjectifs correspond soit à un abus de langage soit (plus innocemment) à un emploi figuré de *mort* ou de *vivant*[79]. Bref, cet exemple, au delà de son exotisme, montre que parfois il est assez difficile de définir le sens des mots en faisant complètement abstraction d'informations locales à notre monde, comme celles provenant des sciences de la nature. Et cela complique la tâche de la sémantique lexicale.

Pour autant, nous n'allons pas rejeter catégoriquement les postulats de signification de notre système, au contraire. Ceux-ci fondent ce que nous avons appelés les nécessités sémantiques (qui pour nous deviennent *de facto* un cas particulier des nécessités aléthiques). Or les nécessités sémantiques existent et elles sont utiles, car elles permettent par exemple de tirer des inférences et de faire des raisonnements à l'aide de la conséquence logique de la définition 4.16[80]. Illustrons cela avec un exemple qui s'inspire, de manière extrêmement simplifiée (dans la formalisation et dans l'esprit), de l'usage que faisait Montague (1973) des postulats de signification.

Il y a des prédicats (généralement verbaux) qui impliquent l'existence de leurs arguments. C'est le cas, par exemple, de ceux qui traduisent des verbes comme *mordre*, *boire*, *nettoyer*, *plier*, *dormir*, etc. Il s'agit ici de l'existence au sens du prédicat **exister** que nous avons introduit en §4.3.3.1 ; rappelons que $\mathbf{exister}(x)$ est vraie dans le monde w ssi la dénotation de x existe de façon immanente voire tangible dans w. Ces implications d'existence peuvent être formalisées par des postulats comme :

(77) $\Box\forall x\forall y[\mathbf{mordre}(x,y) \rightarrow [\mathbf{exister}(x) \wedge \mathbf{exister}(y)]]$

(77) dit que si x mord y dans w, c'est que forcément x et y existent dans w. Les postulats fonctionnent comme des prémisses toujours disponibles pour un raisonnement. Ainsi à partir de (78a) nous pouvons déduire la conséquence logique (78b). C'est-à-dire que s'il est vrai qu'un vampire a mordu Alice dans w, alors il ne s'agit pas d'un vampire fictif mais d'un vampire bien réel (dans w).

(78) a. $\exists x[\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{mordre}(x,\mathbf{a})]$
b. $\exists x[\mathbf{vampire}(x) \wedge \mathbf{exister}(x) \wedge \mathbf{mordre}(x,\mathbf{a})]$

Nous voyons donc que, si jamais **exister** a une utilité fondamentale dans l'interprétation de certaines phrases, ce prédicat n'apparaîtra pas mystérieusement dans une formule : il arrive « automatiquement » avec le prédicat verbal de la phrase. Et grâce à (77), la formule (78a) suffit à représenter le sens qui est détaillé dans (78b).

[79] Sans trop épiloguer sur le sujet, voici néanmoins quelques pistes possibles d'éclaircissement. On peut considérer que les morts-vivants sont vraiment morts mais pas vraiment vivants, qu'ils n'en ont que l'apparence (parce qu'ils ressemblent à des vivants, en déambulant, dévorant des cervelles, etc.). Alternativement, on peut considérer que les mort-vivants sont vraiment vivants, précisément parce qu'ils ne sont *plus* morts. L'anglais, à cet égard, possède un terme : *undead*, littéralement « dé-mort », c'est-à-dire qu'ils sont revenus de la mort. Ils sont donc alors à nouveau vivants ; c'est juste qu'ils ont ressuscité, mais… mal.

Ajoutons aussi que ce qui est en jeu ici n'est pas du tout de savoir par quelle règle morpho-lexicale le sens de *mort-vivant* s'obtient à partir de ceux de *mort* et *vivant* : exactement le même raisonnement peut être tenu sur le nom simple *zombie*, par exemple.

[80] Elles permettent aussi d'expliquer pourquoi, par exemple, il est *impossible* que je dessine l'autoportrait de quelqu'un d'autre.

Des postulats comme (77) peuvent paraître à première vue un peu banals, mais en fait ils sont loin de l'être, dès que nous constatons qu'il y a des prédicats qui eux ne provoquent pas ce type d'implications. Par exemple, ceux qui traduisent les verbes *aimer*, *rêver de*, *chercher*, *ressembler à*, etc. n'impliquent pas nécessairement l'existence de leur deuxième argument. Il est même probable que certains (comme *ressembler*) n'impliquent pas non plus l'existence de leur premier argument. Ainsi (79b) n'est pas une conséquence de (79a).

(79) a. $\exists x[\mathbf{licorne}(x) \wedge \mathbf{chercher}(\mathbf{a_1}, x)]$
b. $\exists x[\mathbf{licorne}(x) \wedge \mathbf{exister}(x) \wedge \mathbf{chercher}(\mathbf{a_1}, x)]$

Notons cependant que (79a) ne suffit pas à rendre compte d'une lecture *de dicto*. Quant à (79b), elle en dit plus que ce qu'est une lecture *de re* (cf. note 68, p. 244). À cet égard, la stratégie de Montague (1973), bien plus sophistiquée, est plus appropriée.

4.5.4 Sens, propositions et conditions de vérité

Concluons cette (longue) conclusion en faisant d'abord un petit point notionnel. Dans ce chapitre, nous avons formellement défini le sens (i.e. l'intension) d'une phrase (déclarative) comme étant une *proposition*, c'est-à-dire une fonction de $\mathcal{W}$ dans $\{0 ; 1\}$ (ou un ensemble de mondes possibles). Auparavant nous manipulions le sens d'une phrase comme étant ses *conditions de vérité*. Est-ce à dire que nous avons changé de définition de ce qu'est le sens d'une phrase ? Non, bien sûr. Une proposition est une fonction qui pour tout monde w sait dire si la phrase dont elle est le sens est vraie ou fausse dans ce monde. Comment le sait-elle ? Précisément parce qu'elle « connaît » les conditions de vérité de la phrase, et cela lui suffit pour qu'elle fasse son travail (i.e. retourner 1 ou 0 quand il le faut). Autrement dit, une proposition n'est autre qu'un objet qui représente et formalise des conditions de vérité. En bref, une proposition *est* un ensemble de conditions de vérité, et réciproquement.

Cependant, la notion de proposition fait apparaître un problème qui généralement est moins visible lorsque l'on travaille sur des conditions de vérité (parce que celles-ci sont un peu moins formelles). Pour nous y sensibiliser, considérons les phrases de (80). Quelles sont leurs intensions ?

(80) a. Tous les éléphants sont des éléphants.
b. Alice a le même âge qu'elle-même.
c. Melbourne est la capitale de l'Australie, ou pas.

Nous sommes à présent suffisamment habitués pour reconnaître que ces trois phrases sont des tautologies (au sens le plus fort du terme, elles sont valides 4), elles sont toujours vraies. Donc, par définition, l'intension de chacune d'elle est la fonction constante qui renvoie toujours 1, jamais 0. Et en termes ensemblistes, c'est l'ensemble $\mathcal{W}$ complet. Par conséquent, ces trois phrases ont exactement la même intension, elles ont exactement le même sens... C'est évidemment là que le paradoxe surgit : ces phrases ont beau être logiquement (et donc sémantiquement) équivalentes, elles ne nous frappent pas comme étant synonymes ou des paraphrases les unes des autres. Ne serait-ce que parce qu'elles ne racontent pas du tout les mêmes choses. Mais notre système ne nous laisse pas le choix ; c'est un de ses théorèmes : toutes les tautologies du langage sont sémantiquement équivalentes entre elles, ce qui implique nécessairement qu'elles ont le même sens, de même que toutes les contradictions ont le même sens (parce que leur intension est l'ensemble vide).

Ce problème a été depuis longtemps repéré par les philosophes et a donné lieu à l'appellation d'HYPERINTENSIONNALITÉ. Cette notion renvoie à l'idée qu'il y a quelque chose qui, dans notre compréhension de phrases, nous permet de les distinguer et qui se situe au delà de leur intension. Et cela devrait nous amener à la conclusion que notre définition formelle du sens, par intension, est insuffisante voire erronée. Cependant, il convient d'être particulièrement rigoureux et méthodique si l'on souhaite se lancer sur la piste de cette critique.

Il peut être, au moins a priori, parfaitement légitime de considérer que l'hyperintensionnalité n'est pas un problème fondamental pour un système tel que notre LO intensionnel. En effet notre système fait la prédiction que les trois phrases de (80) ont le même sens ; ce résultat nous dérange, mais tant qu'il ne produit pas une incohérence interne au système (c'est-à-dire que ce résultat ne vient pas en contradiction avec d'autres prédictions du système), ce n'est pas si dramatique. Cela voudra dire que notre système est incomplet, qu'il faudrait lui *ajouter* quelque chose, mais pas qu'il est en soi défaillant. Et alors, en attendant de le compléter, nous devrons nous contenter d'admettre que : eh bien oui, c'est bizarre, les phrases de (80) ont le même sens, mais c'est comme ça, étant donné la définition du sens. Après tout notre système intensionnel prédit correctement que toutes les tautologies sont *vides de sens* dans la mesure où elles n'apportent en soi aucune information dans un discours ou une conversation.

En revanche, l'hyperintensionnalité posera un problème préoccupant si nous constatons que le système fait des prédictions qui brisent sa cohérence interne. Et c'est dans cette direction qu'il faut orienter la critique. Notre système n'est pas nécessairement tenu de prédire une différence entre les phrases (80), par contre il est tenu de prédire le calcul des valeurs de vérité correctes des phrases dans n'importe quel monde. Une mauvaise prédiction serait donc cela : une erreur de calcul de dénotation. Et pour en trouver (s'il y en a), nous devons revenir au principe de substitution du théorème 4.2 (p. 254). Il dit que nous pouvons interchanger des sous-expressions de même intension sans changer l'intension globale de la phrase. Pouvons-nous donc opérer des substitutions qui violent ce principe ? Là encore il faut regarder du côté des verbes d'attitudes propositionnelles :

(81) a. Jean pense que tous les éléphants sont des éléphants.
  b. Jean pense qu'Alice a le même âge qu'elle-même.

Si (80a) a la même intension que (80b), alors (81a) doit avoir la même intension que (81b), en vertu du principe de substitution. Autrement dit, si Jean croit (80a), il doit forcément croire aussi (80b), et même toutes les autres tautologies du langage. Mais est-ce le cas ? Intuitivement non, même si c'est une question qui n'est pas si évidente à trancher. Car on pourrait objecter que même si les gens pensent ce qu'ils veulent (malheureusement), s'ils pensent, c'est qu'ils sont un minimum rationnels et que donc, sans forcément en être conscient, ils penseront toutes les tautologies possibles. Mais c'est là faire de tout individu pensant un parfait raisonneur ou un logicien accompli, ce qui est une hypothèse un peu audacieuse. Et cela impliquerait aussi qu'aucun individu ne pourrait avoir de pensées contradictoires, ce qui semble empiriquement démenti quotidiennement… Et de toute manière, si dans (81) nous remplaçons *penser* par *dire*, l'objection ne tient plus, car rien n'oblige à dire ce que l'on pense ni à dire des choses logiques.

Par conséquent, (81) montre qu'il existe dans la langue ce que l'on appelle des contextes hyperintensionnels, c'est-à-dire sensibles à l'hyperintensionnalité, en l'occurrence des verbes d'attitudes propositionnelles (il y en a peut-être d'autres). Cela prouve que notre système fait des erreurs. Il faudrait donc idéalement le corriger ; pour cela il y a deux objectifs à poursuivre : d'abord formaliser précisément ce qui serait « l'hyperintension » d'une expression, et ensuite redéfinir l'interprétation des verbes d'attitudes propositionnelles en posant que leur argument n'est pas l'intension d'une phrase mais son hyperintension. Ce n'est pas une tâche triviale, loin de là, mais à l'intérieur de LO, la correction à apporter ne concerne que l'analyse des verbes propositionnels. Notre système n'est peut-être pas entièrement contaminé.

Pour cette raison, nous ne nous lancerons pas ici dans une tentative de résoudre ce problème ; nous allons conserver LO tel qu'il est, en restant conscients (et contrits[81]) de son imperfection. Une autre raison est que le traitement formel de l'hyperintensionnalité est singulièrement complexe, et il existe encore aujourd'hui assez peu de consensus sur les analyses à adopter. Je vais cependant, pour terminer, évoquer brièvement une stratégie séduisante proposée par Lewis (1970). D. Lewis distingue la notion d'intension de la notion de *signification* (*meaning*, dans le texte), cette dernière correspondant à ce que nous appelons ici l'hyperintension. Il définit la signification d'une expression comme une structure (techniquement un arbre) qui contient non seulement l'intension de l'expression mais aussi les intensions de tous ses constituants. Autrement dit, la signification contient, en quelque sorte, l'historique de la construction progressive du sens de l'expression. Et c'est bien ce qui distingue les phrases de (80) : elles sont équivalentes mais leurs sens n'ont pas été obtenus de la même façon. Nous voyons que cette stratégie repose crucialement sur le principe de compositionnalité qui sous-tend le mécanisme de construction du sens à partir (entre autres) du sens des parties. Et cela nous donne une transition toute trouvée pour passer au chapitre suivant.

[81] Mais modérément.

5 λ-calcul et théorie des types

L'enjeu de ce chapitre est de s'attaquer sérieusement et précisément à la compositionnalité. Les chapitres précédents se sont consacrés essentiellement à la partie interprétation du système formel, et plus précisément à l'interprétation du langage LO – c'est ce qui correspond à la flèche droite du schéma de la figure 5.1. Nous allons continuer à développer cette partie, mais nous allons aussi commencer à prêter une attention soutenue à la flèche de gauche de la figure 5.1[1], c'est-à-dire le lien entre la langue naturelle et LO.

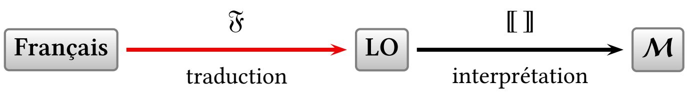


Fig. 5.1 : Architecture du système sémantique formel

Il va s'agir de définir un ensemble de règles qui permettent d'obtenir « automatiquement » la traduction d'une phrase dans LO. Nous nous appuyons pour cela sur le principe de compositionnalité, et comme ce principe dit que le sens d'une phrase dépend du sens de ses parties et de leur mode combinaison syntaxique, le système de règles devra opérer sur des phrases analysées syntaxiquement. Nous allons donc nous situer à l'interface syntaxe-sémantique. C'est là une tâche de grande envergure, qui va nous occuper pendant deux chapitres (celui-ci et le suivant) afin de mettre en place l'appareillage formel qui nous permettra de la mener à bien. Le présent chapitre se consacre à une dernière amélioration de fond de LO qui lui permettra de jouer proprement son rôle de pivot dans un système d'analyse sémantique compositionnelle.

5.1 Tout est fonction (ou presque)

5.1.1 Des trous dans les formules

Nous savons traduire en LO une phrase simple du français comme (1a). Nous savons le faire car nous comprenons (1a), c'est-à-dire que nous percevons ses conditions de vérité, et nous connaissons maintenant suffisamment bien LO pour symboliser ces conditions dans une formule (1b).

[1] Rappelons que par $\mathfrak{F}$ nous représentons une fonction de traduction possible (parmi d'autres) des expressions de la langue naturelle vers des expressions de LO (cf. la conclusion du chapitre 2, §2.5). C'est ce qui nous permet, par exemple, de noter : $\mathfrak{F}$(*Alice dort*) = **dormir(a)**.

(1) a. Alice regarde Bruno.
b. $\mathbf{regarder}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$

En fait cet exemple montre que, pour l'instant, nous traduisons du français vers LO de la même manière qu'un polyglotte traduira, par exemple, une phrase de l'italien vers l'anglais. Nous accédons au sens de la phrase de départ puis nous reformulons ce sens dans le langage cible, en l'occurrence ici LO. Cependant il ne faut pas perdre de vue que les traductions que nous effectuons ici ne sont qu'accessoires, et ce qui nous intéresse en sémantique c'est avant tout de décrire le sens des expressions. Pour dire les choses autrement, la traduction vers LO ne doit pas tellement être vue comme une *reformulation* d'un sens dans une autre langue, mais plutôt comme une manière de *dévoiler* (c'est-à-dire d'expliciter) le sens. Ainsi traduire dans LO correspond à cette étape d'accès au sens mentionnée ci-dessus ; cela consiste simplement à faire de l'*analyse* sémantique. Une théorie de description formelle et suffisamment élaborée d'une langue naturelle comme le français devra donc expliciter, et détailler, les mécanismes mis à l'œuvre dans l'analyse sémantique d'une phrase.

L'analyse sémantique pilote le processus de construction du sens d'une phrase et doit donc respecter notre principe de compositionnalité (2.4, p. 55) qui, rappelons-le, dit que l'interprétation (i.e. le sens) d'une phrase dépend de l'interprétation de ses parties et de leur mode de combinaison syntaxique. Cela implique d'abord que l'analyse sémantique doit tenir compte de la syntaxe[2] et donc opérer sur des phrases analysées syntaxiquement, c'est-à-dire, par exemple, des arbres.

Ainsi, si l'on dispose d'une règle syntaxique qui dit qu'une phrase se réécrit en un groupe nominal suivi d'un groupe verbal, P ⟶ GN GV[3], alors le sens de P doit dépendre du sens de GN et de GV. Et cela a une implication supplémentaire importante : un GN et un GV doivent en soi avoir un sens et donc correspondre à des expressions reconnues et interprétables dans LO. Et de même pour tous les constituants syntaxiques de la phrase.

Reprenons l'exemple (1a) avec son analyse syntaxique, que l'on peut, au moins en première approximation, représenter par l'arbre de constituants en figure 5.2. Le principe de compositionnalité nous dit que chaque constituant de la phrase est interprétable. C'est pourquoi nous pouvons décorer l'arbre en associant à chacun de ses nœuds une expression de LO (qui est, par définition, interprétable). Nous savons ce qui décore le nœud P : c'est la formule (1b) ; et nous prévoyons assez naturellement que les GN, *Alice* et *Bruno*, seront décorés respectivement des constantes $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$, et le verbe *regarde* du prédicat binaire $\mathbf{regarder}$. Mais quelle expression de LO pouvons-nous associer au groupe verbal GV ? Nous venons de voir que par compositionnalité ce GV est interprétable : il devrait donc pouvoir se traduire en soi dans LO.

[2] Il s'agit là bien sûr de la syntaxe du français, pas de la syntaxe de LO que nous avons vue dans les chapitres précédents

[3] Pour le moment, j'utilise encore les notations françaises GN, GV, P, pour désigner les constituants syntaxiques. Par la suite, nous serons amenés à manipuler beaucoup d'autres catégories syntaxiques. Nous passerons alors aux notations anglo-saxonnes, comme NP (*noun phrase*), VP (*verb phrase*), etc. qui sont plus universelles.

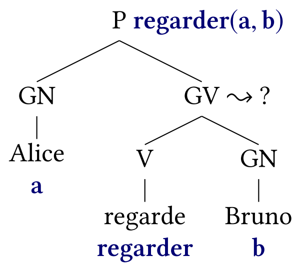


Fig. 5.2 : Analyse de *Alice regarde Bruno*

Pour répondre à cette question, il faut d'abord essayer d'avoir une idée claire sur ce à quoi correspond sémantiquement un tel GV. Syntaxiquement, il s'agit, d'une certaine manière, de l'assemblage d'un verbe et d'un GN objet. Et sémantiquement cela correspond au prédicat verbal **regarder** qui a maintenant son second argument (**b**) mais pas encore le premier. Autrement dit c'est un prédicat auquel il *manque* un argument. Voir les choses en termes de manque ou d'absence peut être à ce sujet très éclairant. Un GV est une expression sémantiquement incomplète, par opposition à une expression qui est, elle, complète, à savoir une phrase ou, dans LO, une formule. Donc nous aurons intérêt à voir la traduction d'un GV comme une formule incomplète, non saturée ou plus exactement *pas encore* saturée. Cela est d'ailleurs généralisable aux prédicats eux-mêmes. Par exemple, un prédicat verbal binaire comme **regarder** est une expression qui lorsqu'on lui fournit deux arguments produit, avec ses deux arguments, une formule.

Mais nous sommes ici face à un problème technique très bloquant et en même temps très simple : le langage LO, tel qu'il est défini formellement, ne nous permet tout bonnement pas de représenter le sens d'un GV comme *regarde Bruno*, c'est-à-dire un prédicat binaire, **regarder**, qui possède son second argument, **b**, mais pas encore son premier argument. Toute tentative que nous pourrions faire pour implémenter cette idée, pourtant simple, dans LO est vouée à l'échec. Essayons.

Une première suggestion qui peut nous venir à l'esprit serait de traduire le GV par **regarder**(x, **b**), en utilisant une variable, x, pour l'argument manquant. C'est une expression bien formée, légitime selon la syntaxe de LO ; mais le problème, c'est que c'est une formule, c'est-à-dire une expression saturée, qui a la propriété sémantique de pouvoir être vraie ou fausse. Or ce n'est pas ce que nous voulons pour un GV (un GV n'est ni vrai ni faux). Certes une variable est un désignateur anonyme, dans le sens où elle ne nous indique pas d'elle-même sa dénotation (c'est l'assignation g fournie par le contexte qui nous l'indique), mais une variable est tout de même un terme à part entière de LO, apte à occuper une position d'argument d'un prédicat. On peut toujours retraduire **regarder**(x, **b**) en français ; cela donnera *il* (*ou elle*) *regarde Bruno* – une phrase et non un GV.

Une autre suggestion serait de traduire le GV par **regarder**(**b**). Mais nous n'avons pas le droit, la syntaxe de LO nous l'interdit. Car nous savons que le prédicat **regarder** est d'arité 2, et la seule règle qui nous permet d'utiliser un tel prédicat dans LO est (Syn.1b) (p. 67), qui nous oblige à accompagner le prédicat d'exactement deux arguments. La définition de la syntaxe du langage étant ce qu'elle est, **regarder(b)** n'est pas une expression bien formée de LO.

En fait, ce dont nous aurions besoin pour traduire le GV, c'est quelque chose comme **regarder(␣, b)**, avec un symbole spécial (␣) pour représenter une place vide. Bien évidemment ce symbole n'existe pas dans LO, et donc là encore nous n'avons pas le droit d'écrire cette expression. Le problème n'est pas tant que le symbole est absent du langage, c'est surtout qu'il serait difficile de lui attribuer rigoureusement une interprétation propre, signifiant qu'il désigne une place vide.

L'enjeu pour nous ici est donc d'augmenter l'expressivité de LO en se donnant les moyens de représenter rigoureusement dans le langage des choses qui manquent, des places vides ou des « trous » dans les formules[4]. Par la suite, il nous faudra également expliciter précisément le processus qui, dans la syntaxe de LO, consiste à combler ces vides, c'est-à-dire à fournir des arguments aux prédicats. Et – c'est extrêmement important – il va aussi nous falloir définir explicitement la règle sémantique qui nous permettra d'interpréter les formules « à trous ». C'est ce point que nous allons commencer par aborder dans ce qui suit.

5.1.2 Sémantique fonctionnelle des prédicats

Dans cette section, nous allons réviser la définition de l'interprétation (i.e. la dénotation) des prédicats, en la remplaçant par une variante formellement plus efficace et qui, ensuite, nous permettra d'implémenter très facilement la notion de « trous » dans le système sémantique. Cela ne veut pas dire que la définition que nous connaissons jusqu'ici va devenir complètement caduque (nous la réutiliserons de temps en temps), mais elle sera maintenant secondaire dans le système LO. Autrement dit, il n'y aura pas de rupture de cohérence avec ce que nous avons vu auparavant.

5.1.2.1 Prédicats unaires

Commençons avec le cas le plus simple, celui des prédicats unaires. Selon la définition 2.11 (p. 78), nous le savons bien, un prédicat unaire dénote un ensemble d'individus de $\mathcal{A}$ (i.e. un sous-ensemble de $\mathcal{A}$). Par exemple pour le prédicat **dormir**, cela nous donne :

(2) $[\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = F(w, \textbf{dormir})$ = l'ensemble de tous les individus de $\mathcal{A}$ qui dorment dans le monde w.

[4] Et nous verrons d'ailleurs qu'à cet effet, les trois suggestions examinées ci-dessus ne sont pas complètement aberrantes. Nous pourrons nous apercevoir que l'amendement apporté à LO reprend en quelque sorte le meilleur de chacune de ces suggestions : nous représenterons des trous comme ␣, mais de façon plus efficace ; nous utiliserons des variables ; et nous nous autoriserons à donner aux prédicats moins d'arguments que prévu par leur arité.

Les conditions de vérités définies par la règle (Sém.1a) (de la définition 2.12, p. 79, reprise en définition 3.5, p. 120) exploitent ce type de dénotation en faisant appel à la relation ensembliste d'appartenance, $\in$, pour vérifier que l'argument donné au prédicat le satisfait bien.

Mais il y a une autre manière de concevoir cette dénotation. Il s'agit d'une variante mathématique très simple et systématique, qui consiste à voir la dénotation du prédicat comme une FONCTION, allant de l'ensemble $\mathcal{A}$ vers l'ensemble des valeurs de vérité $\{0 ; 1\}$. Plus précisément, c'est la fonction qui, à tout élément de $\mathcal{A}$, attribue la valeur 1 ssi cet élément satisfait le prédicat dans le modèle (et dans le monde où l'on choisit d'interpréter le prédicat). Ainsi pour **dormir**, sa dénotation fonctionnelle générale est définie comme suit :

(3) $$[\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = F(w, \textbf{dormir}) = \begin{array}{rcl} \mathcal{A} & \longrightarrow & \{0 ; 1\} \\ \mathrm{x} & \longmapsto & \begin{cases} 1 \text{ si x dort dans } w \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \end{array}$$

Illustrons immédiatement cela avec un exemple. Prenons un modèle-jouet $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, F \rangle$, avec $\mathcal{A} = \{$ALICE ; BRUNO ; CHARLES ; DINA$\}$, et plaçons-nous dans un monde w_1 de $\mathcal{W}$. Une valeur possible pour la dénotation du prédicat **dormir** (et donc aussi du verbe intransitif *dort*) dans w_1 est donnée par la fonction explicitée en (4) :

(4) $$[\![\mathfrak{F}(\textit{dort})]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = [\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = \begin{bmatrix} \text{Alice} \longrightarrow 1 \\ \text{Bruno} \longrightarrow 1 \\ \text{Charles} \longrightarrow 0 \\ \text{Dina} \longrightarrow 1 \end{bmatrix}$$

Cette fonction nous indique que ALICE, BRUNO et DINA dorment dans w_1, et que CHARLES ne dort pas. C'est très simple, il suffit de suivre les flèches.

Nous avons déjà manipulé beaucoup de fonctions dans les chapitres qui précédaient (fonction d'interprétation, fonction d'assignation, intensions...), mais ça vaut la peine de revenir ici quelques instants sur cette notion. Une fonction est un système de mise en correspondance entre les éléments de deux ensembles donnés, un ensemble de départ et un ensemble d'arrivée. Elle doit respecter la contrainte qu'à tout élément de l'ensemble de départ soit associé un et un seul élément de l'ensemble d'arrivée. Cela fait qu'il peut être également pratique d'adopter une vision plus procédurale des fonctions. Métaphoriquement, on peut voir une fonction comme petite machine qui donne un résultat quand on lui a fourni un « ingrédient ». L'ingrédient est ce que l'on nomme l'ARGUMENT de la fonction (et bien sûr, ce n'est pas pour rien qu'on utilise le même terme quand on parle des arguments de prédicats dans LO), c'est un élément de l'ensemble de départ ; et le résultat, que l'on appelle aussi la VALEUR, est l'élément de l'ensemble d'arrivée que la fonction associe à l'argument donné. Ainsi la fonction (4) est cette machine qui retourne le résultat 1 (*vrai*) si et seulement si l'argument qu'on lui a donné est un individu qui dort dans w_1. Autrement dit, elle répond à la question « est-ce que x dort dans w_1 ? » pour n'importe quel x de $\mathcal{A}$ – ou plus globalement, à la question « qui dort dans w_1 ? ».

Maintenant, puisque $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ est une fonction, on peut lui donner un argument, par exemple ALICE, ce qui se fait en écrivant $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$(ALICE). Et le modèle $\mathcal{M}$, tel qu'il est décrit (en partie) dans (4), nous dit que $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$(ALICE) = 1 – il suffit de suivre la flèche qui part d'ALICE. On devine facilement que c'est là la dénotation de la formule **dormir(a)**. De cette façon, le prédicat prévoit la dénotation finale de la formule où il intervient. Cette dénotation dépend de l'argument qui sera donné, mais c'est le prédicat, en tant que fonction, qui fournira la valeur 1 ou 0.

Comme je l'ai suggéré *supra*, passer d'une dénotation ensembliste à une dénotation fonctionnelle des prédicats n'est finalement qu'une *variante* formelle. C'est exactement ce que nous avons vu au chapitre précédent au sujet des propositions (i.e. l'intension des formules). Prenons le temps ici de rappeler le principe sous-jacent de cette variante. Il y a un fait mathématique bien établi qui dit qu'il existe une équivalence systématique entre la définition d'une fonction qui va d'un ensemble donné E vers un ensemble comme $\{0\ ;\ 1\}$ et la définition d'un sous-ensemble de E. En effet, si l'on dispose d'une fonction qui projette chaque élément de E sur 1 ou 0, on peut en déduire la donnée d'un sous-ensemble particulier de E : celui qui contient juste les éléments de E auxquels la fonction assigne la valeur 1. Inversement, si l'on connaît précisément le contenu d'un sous-ensemble donné de E, on peut toujours définir une fonction particulière de E vers $\{0\ ;\ 1\}$: la fonction qui retourne la valeur 1 si et seulement si son argument appartient au sous-ensemble en question. Une telle fonction, qui prend ses valeurs dans une paire comme $\{0\ ;\ 1\}$, s'appelle la FONCTION CARACTÉRISTIQUE d'un ensemble ; elle caractérise complètement un ensemble en disant, via la valeur 1, quels sont les éléments qui constituent l'ensemble.

Définition 5.1 : Fonction caractéristique d'un ensemble

Soit E un ensemble non vide et S un sous-ensemble de E.
La FONCTION CARACTÉRISTIQUE de S est la fonction de E vers $\{0\ ;\ 1\}$ qui à tout élément de E attribue la valeur 1 si cet élément appartient à S, et 0 sinon.

À tout ensemble d'objets, quels qu'ils soient, correspond une et une seule fonction caractéristique ; et toute fonction qui prend ses valeurs dans une paire comme $\{0\ ;\ 1\}$[5] détermine de façon univoque le contenu d'un sous-ensemble précis de son ensemble de départ. Il ne s'agit pas exactement d'un équivalence formelle : un ensemble et une fonction ne sont pas des objets mathématiques de même nature ; mais on peut voir cela comme une équivalence de fond, dans la mesure où la définition de l'un entraîne la définition de l'autre, et réciproquement. Ainsi la fonction présentée en (4) est la fonction caractéristique de l'ensemble {ALICE ; BRUNO ; DINA}. Par conséquent (4) nous donne *exactement* les mêmes informations que (5).

[5] Je dis « une paire comme $\{0\ ;\ 1\}$ » car en fait n'importe quel ensemble de *deux* éléments peut faire l'affaire – par exemple $\{+\ ;\ -\}$ ou {oui ; non} ou $\{\bullet\ ;\ \circ\}$ ou {☺ ; ☹} etc. Il suffit seulement de poser par convention qu'un des deux éléments s'interprète comme un confirmateur de l'appartenance à l'ensemble (pour nous, c'est 1), et l'autre comme un infirmateur (0).

(5) $[\![\mathfrak{F}(dort)]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = [\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = \{\text{Alice} ; \text{Bruno} ; \text{Dina}\}$

De ce fait, même en étant passé à des dénotations fonctionnelles, nous ne pouvons guère oublier les ensembles (et ce n'est pas plus mal, car cela prouve au moins que les formalisations que nous avions vues dans les chapitres précédents ne sont pas fondamentalement remises en question). Mais nous allons voir que l'approche fonctionnelle est beaucoup plus puissante et expressive pour notre système sémantique.

Il faut cependant préciser que, comme à présent nous formalisons la dénotation des prédicats unaires en tant que fonctions, alors ce qui est écrit en (5) n'est pas parfaitement rigoureux : la dénotation de **dormir** ne peut pas être à la fois une fonction et un ensemble. Nous devrons donc reprendre ici la convention que nous avions posée en §4.4.2 et qui introduisait la notation $[\![\cdot]\!]_{\mathfrak{C}}$. Ainsi (5) devra se reformuler en : $[\![\textbf{dormir}]\!]_{\mathfrak{C}}^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = \{\text{Alice} ; \text{Bruno} ; \text{Dina}\}$. Cette notation fait simplement passer d'une fonction caractéristique à l'ensemble caractérisé par cette fonction.

Et puisque nous allons manipuler une quantité de fonctions, j'introduis ici un élément de notation qui va nous être très utile. Quand on s'intéresse à des fonctions qui vont, par exemple, d'un ensemble A vers un ensemble B, il peut être pratique de savoir regrouper *toutes* les fonctions *possibles* qui s'établissent entre A et B. Les regrouper signifie les ranger dans un ensemble ; car bien sûr il n'y a pas de raison de ne pas concevoir des ensembles de fonctions (et nous ne nous en priverons pas). En fait ce regroupement ne demande aucun savoir-faire technique particulier, c'est juste une question de notation[6].

Notation 5.1

Soit A et B deux ensembles non vides. L'ensemble de *toutes* les fonctions de A vers B se note B^A.

Donc l'extension de **dormir** dans w est un élément de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$. Et de manière générale, $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$ contient toutes les extensions possibles de tous les prédicats unaires envisageables dans le modèle.

5.1.2.2 Prédicats binaires et *n*-aires

Nous avons rendu fonctionnelle la dénotation des prédicats unaires, bien entendu, nous devons faire la même chose pour les prédicats d'arité supérieure. Les prédicats binaires expriment des relations (à deux membres), et précédemment nous formalisions leurs extensions au moyen d'ensembles de couples d'individus. En poursuivant notre entreprise de remplacement les ensembles par des fonctions caractéristiques, nous pourrions proposer que la dénotation d'un prédicat binaire est donc une fonction qui associe

[6] Cette notation rappelle celle des puissances en algèbre, et ce n'est pas innocent. En effet, si A contient n éléments et B contient m éléments, alors le nombre total de fonctions que contient B^A est m^n. Il faut simplement bien se souvenir que l'ensemble de départ est celui noté en exposant, et l'ensemble d'arrivée celui noté en base.

une valeur de vérité à chaque couple d'individus du domaine $\mathcal{A}$. L'ensemble de tous les couples d'individus pris dans $\mathcal{A}$ se note $\mathcal{A}\times\mathcal{A}$ (ou $\mathcal{A}^2$). Ainsi pour le prédicat **regarder**, nous aurions :

(6) $$[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = F(w,\textbf{regarder}) = \mathcal{A}\times\mathcal{A} \longrightarrow \{0\ ;\ 1\}$$
$$\langle \textsc{x},\textsc{y}\rangle \longmapsto \begin{cases} 1 \text{ si } \textsc{x} \text{ regarde } \textsc{y} \text{ dans } w \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

En soi cette formalisation n'est pas incorrecte, mais ce n'est pas celle que nous allons retenir, car elle n'est pas suffisamment compositionnelle. Pour que la fonction (6) puisse nous donner un résultat, il faut qu'on lui fournisse directement un couple d'individus ; autrement dit, on est obligé de fournir les deux arguments du prédicat d'un coup. Or nous avons vu précédemment (§5.1.1) que nous aimerions pouvoir donner au prédicat ses arguments un par un, et surtout pouvoir obtenir une interprétation (i.e. une dénotation) à chaque étape. Il se trouve qu'un usage adéquat des fonctions nous permet de faire cela.

Prenons un prédicat à deux places, par exemple **regarder** ou le verbe *regarde*. Si nous fixons (i.e. nous saturons) un de ses arguments, nous obtenons sémantiquement l'équivalent d'un prédicat à une place. Par exemple la dénotation du GV *regarde Bruno* (cf. **regarder(␣, b)**) est, à l'instar de celle d'un verbe intransitif comme *dort*, une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$. C'est la fonction qui renvoie 1 si et seulement si son argument, i.e. la dénotation du GN sujet, regarde effectivement BRUNO dans le monde d'évaluation. Voici en (7) un exemple avec notre modèle-jouet pour le monde w_1 :

(7) $$[\![\mathfrak{F}(\textit{regarde Bruno})]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = \left[\begin{array}{lcl} \textsc{Alice} & \to & 1 \\ \textsc{Bruno} & \to & 0 \\ \textsc{Charles} & \to & 0 \\ \textsc{Dina} & \to & 0 \end{array}\right]$$

(7) présente la fonction qui nous dit qui regarde BRUNO dans w_1 ; en l'occurrence seule ALICE regarde BRUNO.

Bien évidemment, nous avons quelque chose d'analogue pour le GV *regarde Alice* (cf. **regarder(␣, a)**). Sa dénotation dans w_1 est la fonction qui répond à la question « qui regarde ALICE dans w_1 ? » (ici CHARLES et DINA) :

(8) $$[\![\mathfrak{F}(\textit{regarde Alice})]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = \left[\begin{array}{lcl} \textsc{Alice} & \to & 0 \\ \textsc{Bruno} & \to & 0 \\ \textsc{Charles} & \to & 1 \\ \textsc{Dina} & \to & 1 \end{array}\right]$$

Idem en (9) pour le GV *regarde Charles* (personne ne regarde CHARLES), et en (10) pour *regarde Dina* (seul BRUNO la regarde) :

(9) $$[\![\mathfrak{F}(\textit{regarde Charles})]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = \left[\begin{array}{lcl} \textsc{Alice} & \to & 0 \\ \textsc{Bruno} & \to & 0 \\ \textsc{Charles} & \to & 0 \\ \textsc{Dina} & \to & 0 \end{array}\right]$$

(10) $$[\![\mathfrak{F}(\textit{regarde Dina})]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g} = \left[\begin{array}{lcl} \textsc{Alice} & \longrightarrow & 0 \\ \textsc{Bruno} & \longrightarrow & 1 \\ \textsc{Charles} & \longrightarrow & 0 \\ \textsc{Dina} & \longrightarrow & 0 \end{array}\right]$$

Nous constatons donc que quand on fait varier le second argument du prédicat (i.e. le complément d'objet du GV), on obtient à chaque fois une nouvelle fonction, différente ; mais c'est toujours une fonction de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$. Nous commençons ainsi à avoir une vision générale de la dénotation propre du prédicat **regarder** : en quelque sorte c'est une *série* de fonctions. Et ce qui est important c'est que chaque fonction de la série est indexée par un élément de $\mathcal{A}$. Autrement dit, ce que fait la dénotation du prédicat **regarder** en soi, c'est, pour chaque objet Y de $\mathcal{A}$, de nous répondre à la question « qui regarde Y ? ». Et cela peut se résumer au moyen d'une grande fonction, puisque la question à laquelle répond **regarder** dépend de Y ; c'est tout simplement la fonction Y $\longmapsto$ « qui regarde Y ? » :

(11) $$[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \left[\begin{array}{lcl} \textsc{Alice} & \longrightarrow & \text{« qui regarde } \textsc{Alice} \text{ dans } w \text{ ? »} \\ \textsc{Bruno} & \longrightarrow & \text{« qui regarde } \textsc{Bruno} \text{ dans } w \text{ ? »} \\ \textsc{Charles} & \longrightarrow & \text{« qui regarde } \textsc{Charles} \text{ dans } w \text{ ? »} \\ \textsc{Dina} & \longrightarrow & \text{« qui regarde } \textsc{Dina} \text{ dans } w \text{ ? »} \end{array}\right]$$

Maintenant, pour expliciter complètement cette fonction en reprenant les exemples (7)–(10) dans w_1, cela nous donne ce qui est représenté dans la figure 5.3.

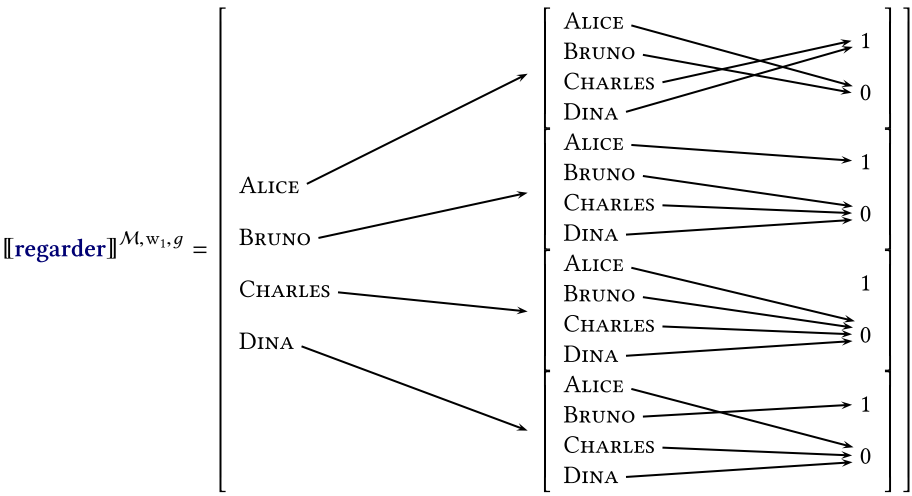


Fig. 5.3 : Un exemple de la dénotation fonctionnelle de **regarder**

Par conséquent, la dénotation du prédicat binaire **regarder** est une fonction qui prend un argument (en l'occurrence la dénotation du complément d'objet) et qui en résultat nous donne une autre fonction. Cette seconde fonction à son tour prend elle aussi un argument (la dénotation du sujet), et nous retourne alors une valeur de vérité. Ce qui se synthétise en (12) :

(12) $$\begin{aligned} [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w,g} &= F(w, \textbf{regarder}) \\ &= \mathcal{A} \longrightarrow \{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}} \\ \textsc{y} \longmapsto & \left(\textsc{x} \longmapsto \begin{cases} 1 \text{ si } \textsc{x} \text{ regarde } \textsc{y} \text{ dans } w \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \right) \end{aligned}$$

On voit que c'est une fonction qui va de $\mathcal{A}$ vers $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$; autrement dit, les prédicats binaires prennent donc leur dénotation dans l'ensemble[7] $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$. Et par cette formalisation, il devient donc possible de donner au prédicat (i.e. à sa dénotation) ses arguments un par un : le prédicat en soi dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$, et lorsqu'il est flanqué d'un seul argument, la dénotation de l'ensemble est encore définie, puisque c'est une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$.

On remarquera que l'ordre dans lequel la fonction (12) prend ses arguments (d'abord Y puis X) est l'inverse de celui dans lequel on accole les arguments derrière le prédicat **regarder** dans LO : on écrit **regarder**(x, y), où x correspond au sujet et y au complément d'objet. Cette inversion est purement conventionnelle, et même en quelque sorte arbitraire. Nous aurions très bien pu définir la dénotation de **regarder** comme une fonction qui prend en argument la dénotation du sujet et qui renvoie une fonction qui, elle, prend en argument la dénotation du complément d'objet. Si on choisit habituellement[8] d'inverser l'ordre des arguments, c'est pour des raisons qui s'expliquent dans ce que nous avons observé en §5.1.1 sur la manière dont un prédicat binaire (un verbe transitif) se combine avec ses arguments dans la structure syntaxique du français. Dans l'ordre de la composition syntaxique, le verbe rencontre d'abord son complément d'objet (et forme avec lui un constituant, GV), puis son sujet. Donc si l'on se donne les moyens de fournir au prédicat ses arguments un par un, il est préférable que le premier soit celui qui est le plus proche dans la structure syntaxique.

Une fois familiarisé avec cette convention, il est assez facile de voir comment la fonction de la figure 5.3 nous donne la dénotation dans w_1 de toute formule simple de la forme **regarder**(α, β) (où α et β sont deux de nos quatre constantes). La méthode consiste à interpréter, par exemple, **regarder(c, a)** comme une feuille de route qui nous indique quel trajet suivre dans le réseau de flèches de la figure 5.3. On se positionne d'abord sur la dénotation de **regarder**, i.e. à l'entrée du réseau sur la gauche. Puis on se place sur la dénotation de **a**, ALICE ; on suit la flèche qui part d'ALICE, et on arrive sur une fonction (un sous-réseau de flèches). Là, on se place sur la dénotation de **c**, CHARLES, et on suit la flèche, pour arriver finalement au résultat 1. Effectivement, selon notre modèle, dans w_1, il est vrai que Charles regarde Alice.

[7] Attention, $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$ n'est pas la même chose que $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}^{\mathcal{A}}}$. Car selon les conventions de notation mathématiques $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}^{\mathcal{A}}}$ équivaut à $\{0\ ;\ 1\}^{(\mathcal{A}^{\mathcal{A}})}$, qui est lui aussi un ensemble de fonctions, mais complètement différentes.

[8] C'est une convention que l'on retrouve par exemple chez Montague (1973).

Exercice 5.1
En suivant la définition de la fonction en figure 5.3, calculez :

1. $[\![\textbf{regarder(a, c)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$
2. $[\![\textbf{regarder(b, d)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$
3. $[\![\textbf{regarder(d, a)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$
4. $[\![\textbf{regarder(b, b)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$

Pour les prédicats d'arité supérieure, le principe reste le même. Les prédicats ternaires (comme **donner**, **envoyer**) dénotent des fonctions de $((\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$, c'est-à-dire des fonctions qui prennent un individu de $\mathcal{A}$ en argument et qui retournent une fonction qui prend un individu en argument et retourne une fonction qui prend un individu en argument et (enfin !) retourne une valeur de vérité. De même, *mutatis mutandis*, pour les prédicats à 4 places, etc.

Cette façon de définir toute fonction à n arguments comme un enchaînement de n fonctions à un argument est très courante en mathématique. Elle porte le nom de *curryfication* (ou *schönfinkelisation*[9]). En voici la définition mathématique précise :

Définition 5.2 : Curryfication

Soit $A_1, A_2, \ldots, A_n$ et B, $n+1$ ensembles non vides, et f une fonction à n arguments allant de $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ vers B (donc $f \in B^{A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n}$).
La version curryfiée de f est la fonction f^c de $((\ldots(B^{A_n})^{\cdots})^{A_2})^{A_1}$ telle que si $f : \langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle \longmapsto y$, alors $f^c : x_1 \longmapsto (x_2 \longmapsto (\ldots \longmapsto (x_n \longmapsto y)\ldots))$.
Autrement dit $f^c(x_1)(x_2)\ldots(x_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Les lecteurs attentifs auront remarqué que dans la définition 5.2, l'ordre des arguments n'est pas inversé entre f et sa curryfiée f^c. C'est normal, car il s'agit là de la définition formelle générale. Notre convention d'inversion des arguments n'opère que dans LO, pour écrire de séquences prédicat-arguments. Et dans le modèle – là où sont les fonctions – nous ne manipulerons que des versions curryfiées.

5.2 Principes de base du λ-calcul

Nous venons de voir que, dorénavant, tous les prédicats dénotent des fonctions. Nous pouvons maintenant revenir à la syntaxe de LO. Souvenons-nous que l'enjeu est de pouvoir représenter dans LO des expressions non saturées. Le section précédente nous laisse deviner que ces expressions seront, sémantiquement, des fonctions qui ne possèdent pas tous leurs arguments. Mais ici, ce qui va nous occuper, c'est comment exprimer précisément cette idée d'incomplétude dans les écritures de LO ; autrement dit, finalement, comment représenter des éléments manquants, des trous dans les expressions du langage.

[9] *Curryfication* (en anglais *currying*) est forgé sur le nom du mathématicien et logicien H. Curry ; le terme *schönfinkelisation*, inventé par Heim & Kratzer (1997), rend justice au mathématicien et logicien, moins connu, M. Schönfinkel, dont les travaux avaient précédé ceux de Curry dans le même domaine de la logique combinatoire.

À cet effet, nous allons adopter la stratégie décisive de R. Montague, qui fut l'un des premiers à avoir l'idée d'appliquer le λ-CALCUL à la sémantique du langage naturel. Le λ-calcul est un système logique créé dans les années 1930 par A. Church, conçu pour formaliser très précisément la notion de fonction et toutes ses manipulations. Il a eu un impact fondamental en mathématiques, en logique ainsi qu'en programmation informatique, mais à la suite de Montague (et à la lumière de ce que nous avons vu dans la section précédente), il s'avère également un outil extrêmement efficace pour la sémantique formelle, en particulier pour élaborer un système d'analyse pleinement compositionnel.

Dans les sous-sections qui suivent, je présenterai les bases du λ-calcul, d'une manière assez simplifiée[10], en insistant sur les aspects qui relient le formalisme à nos présentes préoccupations (à savoir une façon d'amender l'expressivité de LO pour le rendre opérationnel à tous les niveaux de la représentation syntaxique). Dans la section 5.3, nous redéfinirons fondamentalement et formellement la syntaxe et la sémantique de LO afin d'y intégrer proprement les apports du λ-calcul.

5.2.1 La λ-abstraction

5.2.1.1 Syntaxe de la λ-abstraction

Notre objectif est de pouvoir écrire dans LO des expressions non saturées, incomplètes. Le principe général est le suivant : les « trous » d'une expression non saturée seront représentés par des *variables*, et au début de l'expression nous *annoncerons* que ces variables correspondent à des trous. Cette annonce se fait au moyen de l'opérateur λ (la lettre grecque qui se prononce *lambda*) qui accompagne chacune de ces variables. Du point de vue notationnel, λ se comporte donc dans LO comme $\forall$, $\exists$ et ι : c'est un lieur une variable, qui se place en tête d'une expression bien formée.

Prenons tout de suite un exemple. La formule $\mathbf{dormir}(x)$ est une expression saturée, le prédicat a tous les arguments qu'il lui faut (en l'occurrence un seul, x). Pour la désaturer en disant que x représente en fait quelque chose qui manque, on écrira $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$. La notation λx peut ainsi se lire comme : « dans ce qui suit, x représente une place vide » ou « dans ce qui suit, il manque une valeur à la variable x ». On voit donc en quoi l'opérateur λ effectue de la « désaturation » de formule ; il permet de faire *abstraction* de la variable qu'il lie[11]. C'est pourquoi λ est couramment nommé *opérateur d'abstraction*, et l'opération qui consiste à préfixer une expression par une séquence λ-variable est ce qui se nomme la λ-ABSTRACTION. Il s'agit, pour nous, d'une nouvelle règle qui vient s'ajouter à la syntaxe de LO :

[10] Et je ne doute pas que des logiciens pourraient trouver ma présentation scandaleusement simpliste et hétérodoxe, mais je choisis délibérément de privilégier une approche pédagogique qui s'inscrit dans la continuité du système formel décrit jusqu'ici.

[11] Et on dira que la variable est alors *abstraite* (ou λ-*abstraite*) dans (ou de) l'expression.

Définition 5.3 : λ-abstraction

Si α est une expression bien formée de LO et si v est une variable de LO, alors $\lambda v \alpha$ est une expression bien formée de LO.
Nous dirons que $\lambda v \alpha$ est un λ-TERME[12].

Il est important de remarquer que la définition ne requiert pas que α soit une formule, mais simplement une *expression bien formée*. Jusqu'à présent, les seules expressions bien formées de LO que nous connaissions étaient les formules (et accessoirement les termes et les prédicats) ; mais maintenant nous en connaissons beaucoup d'autres puisque, selon la définition, la λ-abstraction produit également des expressions bien formées. Autrement dit, l'application de la règle peut s'itérer autant de fois qu'on le souhaite sur des λ-termes pour ajouter plusieurs λ au début d'une expression.

Ainsi $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ est une expression correcte de LO, car $\mathbf{regarder}(x, y)$ est une expression bien formée (une formule), et par λ-abstraction on peut former $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$, qui est la formule de départ « sans » x (mais avec y), et à partir de là, encore par λ-abstraction, on forme $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$, qui est le λ-terme précédent mais cette fois vidé également de y. Et comme la λ-abstraction s'applique sur n'importe quelle expression bien formée, on peut construire $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, \mathbf{b})$, ainsi que des λ-termes particulièrement intéressants comme $\lambda x \exists y[\mathbf{oiseau}(y) \land \mathbf{regarder}(x, y)]$. Ce dernier λ-terme correspond simplement à la formule $\exists y[\mathbf{oiseau}(y) \land \mathbf{regarder}(x, y)]$, mais sans valeur pour x (ou privée de x), ce qui est ni plus ni moins la traduction du GV *regarde un oiseau*. On constate ainsi à quel point la quantité et la variété d'expressions bien formées que l'on peut construire dans LO augmentent par l'ajout de cette seule règle.

On peut également remarquer que, si $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ est, en quelque sorte, la formule $\mathbf{dormir}(x)$ sans le x, alors finalement ce λ-terme est la même chose que le prédicat **dormir** seul. Et c'est effectivement le cas[13]. De même, si $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ est $\mathbf{regarder}(x, y)$ sans x ni y, alors cela équivaut simplement à **regarder**. Est-ce à dire que la λ-abstraction est juste une manière inutilement compliquée d'écrire des choses qui existent déjà sous forme simple dans LO ? Les autres exemples vus ci-dessus nous prouvent bien que non : on peut composer des λ-termes pour former des expressions non saturées qui sont bien plus élaborées qu'une simple constante de prédicat. De plus, les λ apportent une plus value informative dans les notations, en pouvant faire apparaître explicitement l'arité des prédicats. Quand on a seulement le prédicat **regarder**, on a besoin de connaissances supplémentaires pour savoir qu'il prend deux arguments, ce n'est pas écrit dessus. En revanche, avec $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ on voit immédiatement que le prédicat est

[12] On trouve souvent les variantes de notation suivantes pour les λ-termes : $\lambda v.\alpha$ ou $\lambda v{\cdot}\alpha$. Notons également que je me permets de faire ici un usage un peu hétérodoxe de l'appellation λ-*terme* : en λ-calcul classique, *toute* expression du langage est appelée λ-terme, qu'elle contienne ou non un symbole λ. Dans ces pages, pour plus de clarté, je préfère utiliser ce nom seulement pour désigner cette nouvelle catégorie d'expressions de LO.

[13] Il s'agit même d'un théorème du λ-calcul ; cf. §5.3.3.3.

à deux arguments (même s'ils ne sont pas instanciés dans le λ-terme). Enfin, nous pouvons former $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$, mais il n'y a pas de raison de ne pas former également $\lambda x \lambda y\, \mathbf{regarder}(x, y)$, qui est lui aussi la formule $\mathbf{regarder}(x, y)$ sans x et y. Ces deux λ-termes sont ils équivalents ? La réponse est non, car l'ordre des λ est significatif. Pour s'en convaincre, nous devons maintenant aborder la sémantique de la λ-abstraction, c'est-à-dire la règle d'interprétation des λ-termes.

5.2.1.2 Sémantique de la λ-abstraction

Nous connaissons déjà un peu cette sémantique (cf. §5.1.2) : les λ-termes dénotent des fonctions. Rappelons qu'une fonction est un mécanisme qui produit un résultat quand on lui fournit un ou plusieurs arguments. Or précisément, il se trouve que les λ-termes détaillent explicitement ce type de mécanisme : les préfixes λ+variable indiquent les arguments de la fonction, et le reste (α dans la définition 5.3, que nous appellerons le *corps* de la fonction ou du λ-terme) décrit le résultat que renvoie la fonction. Ainsi $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ dénote la fonction qui, pour chaque valeur possible de x, renvoie la dénotation qu'a $\mathbf{dormir}(x)$ lorsque x a cette valeur – ce qui, bien entendu, est exactement la même chose que la dénotation de $\mathbf{dormir}$ (cf. (4), p. 267). De même, $\lambda x \exists y[\mathbf{oiseau}(y) \wedge \mathbf{regarder}(x, y)]$ dénote la fonction qui renvoie la dénotation de la formule $\exists y[\mathbf{oiseau}(y) \wedge \mathbf{regarder}(x, y)]$ pour chaque valeur possible de x. Et lorsqu'un λ-terme comporte plusieurs λ, il dénote une fonction à plusieurs arguments, telle que nous en avons vue en §5.1.2.2, c'est-à-dire une fonction curryfiée. $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ dénote la fonction qui, pour chaque valeur de y, renvoie la dénotation de $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ lorsque y a cette valeur ; et ce résultat étant la dénotation d'un λ-terme, il est lui aussi une fonction qui, pour toute valeur de x, renvoie la dénotation de $\mathbf{regarder}(x, y)$ lorsque x a cette valeur (et y la valeur précédemment fixée). C'est exactement la définition de la dénotation de $\mathbf{regarder}$ donnée *supra* en (12). Mais ce n'est pas la même chose que la dénotation de $\lambda x \lambda y\, \mathbf{regarder}(x, y)$, car ce λ-terme dénote d'abord une fonction de x qui retourne une fonction de y, alors que $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ dénote d'abord une fonction de y qui retourne une fonction de x[14].

Donc de manière générale, en reprenant la définition 5.3, on dira que $\lambda v \alpha$ dénote la fonction qui, pour toute valeur possible de v, retourne la dénotation qu'a α lorsque v a cette valeur. Et nous savons définir la dénotation de α pour une valeur donnée de v : c'est la dénotation de α calculée relativement à une assignation qui fixe la valeur de v à cette valeur donnée. Cela nous donne la règle d'interprétation des λ-termes :

Définition 5.4 : Interprétation des λ-termes

$[\![\lambda v \alpha]\!]^{\mathcal{M}, w, g}$ est la fonction $\mathrm{x} \longmapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}, w, g_{[\mathrm{x}/v]}}$, où x est un élément de $\mathcal{A}$.

[14] En « clair » : $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ dénote la fonction qui pour tout regardé (potentiel) renvoie la fonction qui dit qui le regarde, et $\lambda x \lambda y\, \mathbf{regarder}(x, y)$ dénote la fonction qui pour tout regardeur (potentiel) renvoie la fonction qui dit qui il regarde.

Cette sémantique nous montre que la λ-abstraction est, par vocation, une opération qui sert à fabriquer des fonctions à la chaîne dans LO[15].

5.2.2 L'application fonctionnelle

C'est dans la nature des fonctions d'attendre qu'on leur fournisse un (ou plusieurs) argument(s). De même, dans LO, les λ-termes, étant des expressions non saturées, sont en demande de saturation, en attente d'être complétées. D'ailleurs, à cet égard, λx peut se lire aussi comme : « j'attends une valeur pour x afin d'interpréter ce qui suit » (cela peut être commode parfois pour décoder le sens d'un λ-terme un peu complexe). Il est donc du devoir de LO de se donner les moyens de satisfaire ces attentes, c'est-à-dire de donner des arguments aux λ-termes. Il s'agit en quelque sorte de l'opération inverse de la λ-abstraction, opération qui sature les expressions au lieu de les désaturer. C'est ce qu'on appelle l'APPLICATION FONCTIONNELLE.

5.2.2.1 Syntaxe de l'application fonctionnelle dans LO

Dans la syntaxe de LO, l'application fonctionnelle joue le même rôle que la règle (Syn.1) que nous connaissons déjà (et à terme, nous allons même nous débarrasser de cette dernière, qui va devenir inutile). D'ailleurs elles se ressemblent beaucoup :

Définition 5.5 : Notation de l'application fonctionnelle
Si α est une expression qui dénote une fonction et si β est un terme, alors pour APPLIQUER α à β, on écrit $[\alpha(\beta)]$. C'est une expression bien formée de LO.

L'écriture $[\alpha(\beta)]$ indique donc que l'on fournit β comme argument à α (c'est ce que signifie « appliquer α à β »). Par exemple, si l'on veut donner la constante $\mathbf{a}$ en argument au λ-terme $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$, on écrit $[\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)(\mathbf{a})]$. Et il s'agit là d'une expression saturée (une formule) : λx dit que x représente sémantiquement une place vide, mais de l'autre côté, l'écriture $(\mathbf{a})$ dit que $\mathbf{a}$ vient justement occuper cette place ; le trou est donc bouché.

Le point commun graphique entre la règle de la définition 5.5 et la règle (Syn.1) est que la donnée d'un argument (à un prédicat ou à une expression fonctionnelle) s'écrit au moyen de parenthèses. Mais il y a deux différences formelles non triviales : i) avec l'application fonctionnelle, on ajoute des crochets[16], et ii) on ne fournit qu'un seul argument à la fois (ce qui est normal puisque, rappelons-nous, les prédicats et les λ-termes

[15] Ou, pour être plus rigoureux vis-à-vis de notre formalisme, il faudrait dire : qui sert à fabriquer des expressions de LO qui dénotent des fonctions.

[16] Certes, dans la littérature, la grande majorité des écrits ne s'embarrasse pas de ces crochets, et note l'application fonctionnelle simplement par $\alpha(\beta)$. Mais nous verrons que dans quelques cas, cela n'est pas toujours très prudent ; voir en particulier l'exercice 5.2, p. 280.

dénotent des fonctions *curryfiées*). Dans la syntaxe de LO, cela a plusieurs conséquences qui méritent d'être observées attentivement.

D'abord, on a tout à fait le droit d'effectuer l'application fonctionnelle directement sur un prédicat comme **dormir**, puisqu'il dénote une fonction. Appliqué à **a**, cela nous donnera $[\mathbf{dormir}(\mathbf{a})]$, alors que (Syn.1) donne $\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$.

Ensuite, si l'on veut donner plusieurs arguments à un λ-terme (ou un prédicat), il faut répéter l'application fonctionnelle autant de fois que nécessaire. Par exemple, l'application $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})]$ indique que **b** est donné comme premier argument au λ-terme $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$; mais comme ce λ-terme attend aussi un second argument, $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})]$ dénote lui aussi une fonction ; on peut donc encore effectuer une application fonctionnelle, ce qui donne, par exemple, $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$. C'est là que les crochets sont importants et utiles. Ils permettent de repérer, sans aucune ambiguïté, quel argument est donné à quelle expression fonctionnelle. Lorsqu'une application fonctionnelle est écrite dans LO encadrée de crochets, on sait que l'argument est ce qui se trouve dans la paire de parenthèses située *juste avant* le crochet fermant, et tout ce qui précède et qui commence *exactement après* le crochet ouvrant est ce qui dénote la fonction. Et ainsi cela indique dans quel ordre un λ-terme (ou une expression fonctionnelle) « consomme » ses arguments. Dans notre exemple, **a** est forcément le deuxième argument fourni puisqu'on lui applique $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})]$ qui contient *déjà* **b** comme argument (cf. fig. 5.4).

$$[\,\underbrace{[\,\underbrace{\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)}_{\text{expression appliquée à } \mathbf{b}}(\mathbf{b})]}_{\text{expression appliquée à } \mathbf{a}}(\mathbf{a})]$$

Fig. 5.4 : Ordre des applications dans $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$

De même, la définition 5.5 nous permet de créer $[[\mathbf{regarder}(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$. En revanche, si – comme je l'ai annoncé – nous nous débarrassons de la règle (Syn.1), alors nous ne pourrons carrément plus écrire $\mathbf{regarder}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ ou $\mathbf{regarder}(\mathbf{b}, \mathbf{a})$, etc. Évidemment, si nous ne disposons que de la définition 5.5, nous allons très rapidement obtenir des écritures surchargées, lourdes et peu agréables à manipuler, comme par exemple $[[\mathbf{homme}(\mathbf{c})] \wedge [[\mathbf{regarder}(\mathbf{a})](\mathbf{c})]]$. Heureusement, il est courant de s'autoriser quelques simplifications graphiques.

D'abord, *lorsque cela ne produit aucune ambiguïté possible*, on supprimera les crochets générés par l'application fonctionnelle (ainsi que ceux qui viennent des règles de (Syn.4)[17]). Par exemple, on préférera souvent écrire $\mathbf{homme}(\mathbf{c}) \wedge \mathbf{regarder}(\mathbf{a})(\mathbf{c})$. Mais attention : il s'agit d'être très vigilant et de bien s'assurer que la suppression de crochets est sémantiquement inoffensive ; il n'est pas toujours si évident de repérer au premier coup d'œil les crochets dispensables (voir à cet effet l'exercice 5.3, p. 280).

[17] Les règles qui introduisent les connecteurs binaires.

Ensuite, la seconde simplification d'écriture nous autorise à revenir aux notations du style de (Syn.1), en regroupant les arguments sous forme de liste entre une seule paire de parenthèses. Et c'est précisément ici qu'entre en jeu la convention d'inversion des arguments que nous avons vue en §5.1.2.2. La voici dans sa formulation explicite[18] :

Convention de notation 5.2 : Règle de suppression des crochets

Dans LO, on s'autorisera, quand cela sera possible et utile, à simplifier l'écriture $[[\alpha(\beta)](\gamma)]$ en $\alpha(\gamma, \beta)$ (ou seulement $[\alpha(\gamma, \beta)]$ si c'est nécessaire), et plus généralement $[[\ldots[[\alpha(\beta_1)](\beta_2)]\ldots](\beta_n)]$ en $\alpha(\beta_n, \ldots, \beta_2, \beta_1)$ (ou $[\alpha(\beta_n, \ldots, \beta_2, \beta_1)]$).

Ainsi nous pourrons reformuler $[[\mathbf{regarder}(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$ en $\mathbf{regarder}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$. Cette règle a donc trois effets : supprimer les crochets, regrouper les arguments successifs au sein d'une seule paire de parenthèses, et inverser l'ordre des arguments. Par conséquent, l'écriture de base de l'application fonctionnelle (avec les crochets) nous rappelle dans LO que les fonctions du modèle sont curryfiées, et l'écriture simplifiée fait le raccord avec la syntaxe plus traditionnelle de la règle (Syn.1). Et cela va même encore plus loin, puisque maintenant on peut aisément constater que (Syn.1) devient redondante (et donc inutile) avec les effets conjugués de la définition 5.5 et de la convention 5.2. Par exemple, (13) montre comment composer complètement $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$ en utilisant uniquement les règles présentées dans ce chapitre :

(13)

(13)	1.	$\mathbf{regarder}$	prédicat d'arité 2
	2.	$[\mathbf{regarder}(y)]$	application fonctionnelle sur y
	3.	$[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$	application fonctionnelle sur x
	4.	$\mathbf{regarder}(x, y)$	suppression des crochets
	5.	$\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$	λ-abstraction sur x
	6.	$\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$	λ-abstraction sur y
	7.	$[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})]$	application fonctionnelle sur $\mathbf{b}$
	8.	$[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$[19]	application fonctionnelle sur $\mathbf{a}$

Il est important de noter que selon l'ordre dans lequel on effectue des λ-abstractions et des applications fonctionnelles, on obtiendra des expressions non équivalentes. Et dans certains cas, les crochets seront justement placés différemment. Par exemple, quand on a construit $[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$, on peut d'abord λ-abstraire y, puis x (à l'inverse de (13)), ce qui donne $\lambda x \lambda y[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$ (simplifiable en $\lambda x \lambda y\, \mathbf{regarder}(x, y)$) :

(14)	1.	$[\mathbf{regarder}(y)]$	application fonctionnelle sur y
	2.	$[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$	application fonctionnelle sur x

[18] En toute rigueur, cette règle de simplification ne fait pas strictement partie de la syntaxe de LO. C'est, disons, un cadeau que nous nous faisons afin d'obtenir, après coup, des écritures plus « conviviales ».

[19] On pourrait même continuer et simplifier encore en $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, mais là, pour le coup, je ne le recommande pas du tout ! Nous allons voir qu'il y d'autres façons de poursuivre la simplification.

3.	$\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]$	λ-abstraction sur y
4.	$\lambda x \lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]$	λ-abstraction sur x

Mais on peut procéder dans un ordre différent. Après avoir formé $[\textbf{regarder}(y)]$, on peut faire la λ-abstraction de y, puis appliquer cela à x, et enfin λ-abstraire x :

(15)	1.	$[\textbf{regarder}(y)]$	application fonctionnelle sur y
	2.	$\lambda y[\textbf{regarder}(y)]$	λ-abstraction sur y
	3.	$[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]$	application fonctionnelle sur x
	4.	$\lambda x[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]$	λ-abstraction sur x

Les λ-termes (14-4) et (15-4) ne sont pas équivalents. D'abord (15-4) n'est pas simplifiable par la convention 5.2[20]. Ensuite (14-4) est relativement simple, il indique explicitement qu'il attend deux arguments, d'abord x puis y. Ce n'est pas exactement ce qui se passe dans (15). En (15-2), on désature la position y de $[\textbf{regarder}(y)]$, et en (15-3), on fournit x, pour venir saturer cette position. Autrement dit x joue le rôle de y. Et (15-4) indique qu'il manque une valeur pour x. Par conséquent, si, par application fonctionnelle, on fournit un argument à (15-4), par exemple $\textbf{a}$, cet argument viendra jouer le rôle de x et aussi de y (puisque x joue le rôle de y). Alors que si on applique (14-4) à $\textbf{a}$, cet argument viendra jouer le rôle de x seulement, et y restera désaturé.

Exercice 5.2 (Désambiguïsation d'une expression sans crochet)
En partant de l'expression (mal formée) $\lambda x \lambda y \alpha(\beta)(\gamma)$, et en considérant que β et γ y sont des arguments fournis par application fonctionnelle, donnez toutes les manières possibles de réécrire correctement l'expression en suivant notre régle d'écriture de la définition 5.5. Vous supposerez notamment que α en soi peut dénoter une fonction (de diverse arité).

Exercice 5.3 (Suppression des crochets)
Dans les formules suivantes, sachant que $\textbf{aimer}$ est un prédicat à deux arguments, supprimez les crochets à chaque fois que c'est possible, en appliquant la règle de simplification.

1. $[[\textbf{aimer}(x)](y)]$
2. $\lambda x[[\textbf{aimer}(x)](y)]$
3. $[\lambda x[\textbf{aimer}(x)](y)]$
4. $\Diamond[[\textbf{aimer}(x)](y)]$
5. $[{}^\wedge[\textbf{aimer}(x)](y)]$
6. ${}^\wedge[[\textbf{aimer}(x)](y)]$
7. $[\lambda x[[\textbf{aimer}(y)](x)](z)]$
8. $\lambda x[\lambda y[\textbf{aimer}(y)](x)]$

Exercice 5.4 (Variante de notation)
La convention de notation présentée ici pour l'application fonctionnelle, $[\alpha(\beta)]$, n'est pas universelle, mais on la retrouve chez certains auteurs, par exemple Gamut (1991b)[21]. Je choisis de l'utiliser dans cet ouvrage car elle permet de repérer assez facilement quelle expression est l'argument de quelle fonction, et en particulier quel argument vient saturer quelle variable λ-abstraite. Cependant, on trouve très souvent dans la littérature la règle d'application fonctionnelle directement formulée en $\alpha(\beta)$. Dans ce cas, les auteurs les plus prudents, comme par exemple Chierchia & McConnell-Ginet (1990) et Partee,

[20] Car la règle de suppression des crochets s'applique sur des expressions qui commencent par une séquence ne comportant *que* des crochets ouvrants ([[, [[[, etc.), rien ne doit s'intercaler entre deux crochets.

[21] Sauf que Gamut (1991b) utilise des parenthèses à la place de nos crochets : $(\alpha(\beta))$.

ter Meulen & Wall (1990), prennent alors soin de définir la règle de λ-abstraction sous la forme de $\lambda v[\alpha]$[22].

1. Réécrivez les expressions de l'exercice 5.3 en utilisant cette variante de notation.
2. Quel problème cela pose-t-il ? Comment devrait-on encore modifier la syntaxe de LO pour éviter ce genre de problème ?

5.2.2.2 Interprétation de l'application fonctionnelle

Ayant introduit l'application fonctionnelle dans la syntaxe de LO, nous devons, comme d'habitude, aussitôt définir sa règle d'interprétation sémantique. Alors là, c'est très simple : l'interprétation de l'application fonctionnelle, c'est… l'application fonctionnelle. Mais il s'agit à présent de l'application fonctionnelle *opérationnelle*, la réelle application fonctionnelle[23], cette opération mathématique, présente dans le modèle, qui non seulement réunit une fonction et un argument, mais aussi – et surtout – livre le résultat que la fonction assigne à cet argument (par un calcul ou simplement un système de correspondances). C'est ce que nous avons utilisé en §5.1.2, quand nous avons, par exemple, calculé la valeur de $[\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}$(Alice) (p. 268 ; cf. aussi l'exercice 5.1, p. 272).

Définition 5.6 : Interprétation de l'application fonctionnelle
$[\![[\alpha(\beta)]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g})$

La règle dit simplement que la dénotation de l'application $[\alpha(\beta)]$ est l'application de la dénotation de α à la dénotation de β. Quand on regarde l'application fonctionnelle dans le modèle, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g})$, on voit qu'elle ressemble fort à ce que l'on écrit dans LO, $[\alpha(\beta)]$; mais il faut toujours bien garder à l'esprit que l'écriture $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g})$ représente *le résultat* de l'application de la dénotation de α à la dénotation de β. Et c'est bien ce que nous avons vu en §5.1.2, en constatant que $[\![\textbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}$(Alice) est concrètement la même chose que la valeur 1 (étant donné comment nous avons défini les dénotations dans w_1) ; de même que, concrètement, $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}$(Alice) est la fonction décrite en (8) (p. 270).

Cette règle sémantique va, bien sûr, remplacer les règles (Sém.1) (cf. pp. 79, 120) qui interprétaient les formules atomiques. Mais elle se présente différemment. Les règles (Sém.1) donnaient explicitement des conditions de vérité : elles disaient dans quels cas on obtenait la valeur 1 pour la dénotation d'une formule (et on savait que la valeur serait 0 dans les autres cas). Ici, au lieu de nous proposer une valeur, la règle nous donne directement l'opération qui nous permet de la calculer. Et c'est beaucoup plus performant car, comme on la vu, le résultat peut être autre chose qu'une valeur de vérité, à savoir une fonction.

[22] Partee, ter Meulen & Wall (1990) utilisent des parenthèses à la place des crochets : $\lambda v(\alpha)$.

[23] Car la définition 5.5 ne définit *qu'une notation* : la façon d'écrire l'application fonctionnelle dans notre langage LO.

En guise d'illustration, regardons ce qui se passe en particulier si l'expression fonctionnelle α est un λ-terme, i.e. si $\alpha = \lambda v\gamma$. Supposons d'abord que $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \text{B}$. Alors, d'après notre définition 5.6, nous avons $[\![[\lambda v\gamma(\beta)]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\lambda v\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}) = [\![\lambda v\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g}(\text{B})$. Nous savons aussi que $[\![\lambda v\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est la fonction qui à tout X assigne la valeur $[\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{X}/v]}}$, selon la définition 5.4. Et donc, lorsque c'est B que l'on donne en argument à cette fonction, le résultat obtenu est $[\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{B}/v]}}$. Autrement dit, $[\![\lambda v\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g}(\text{B}) = [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{B}/v]}}$. C'est bon à savoir.

Théorème 5.1
Si $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \text{B}$, alors $[\![[\lambda v\gamma(\beta)]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{B}/v]}}$.

Pour terminer, l'exercice suivant reprend les exemples (14) et (15) en démontrant précisément que les deux termes n'ont pas le même sens.

Exercice 5.5
Détaillez pas à pas le calcul des valeurs suivantes en utilisant successivement les règles des définitions 5.4 et 5.6 (ainsi que le théorème 5.1). On considérera que w_1 est le monde décrit dans la §5.1.2 (cf. la figure 5.3, p. 271).

1. $[\![\lambda x\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},\text{w}_1,g}$
2. $[\![\lambda x[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},\text{w}_1,g}$

5.2.2.3 La colle universelle

Le λ-calcul augmente considérablement l'expressivité de LO en permettant d'affecter une sémantique fonctionnelle à certaines[24] expressions du français, via leur traduction par des λ-termes. Cela a une conséquence immédiate et fondamentale sur le traitement de la compositionnalité dans notre système. En fait, c'est quelque chose que nous avons déjà vu en §5.1.2 : certains constituants des phrases correspondent à des expressions non saturées sémantiquement, i.e. des fonctions, et ils se saturent au fur et à mesure en rencontrant d'autres constituants dans l'arbre syntaxique qui jouent précisément le rôle d'arguments de ces fonctions. Autrement dit, la composition sémantique se réalise via l'application fonctionnelle. Et il convient même d'insister ici en disant que, selon la proposition de Montague, véritablement *toute* composition sémantique s'effectue de cette façon[25]. Cette idée de gérer la compositionnalité au moyen d'un unique mécanisme sémantique repose donc sur le présupposé que lorsqu'un constituant (syntaxique) se décompose en deux[26] sous-constituants, forcément l'un des deux dénote une fonction et

[24] Et nous verrons, à terme, que quasiment *toutes* les expressions interprétables du français peuvent recevoir une sémantique fonctionnelle.

[25] Même si, plus tard on s'est aperçu que les choses n'étaient peut-être pas aussi simple et que d'autres modes de composition pouvaient s'avérer utiles, voire nécessaires. Pour autant nous pouvons estimer que l'application fonctionnelle reste l'opération centrale, parce que la plus fréquente.

[26] Nous verrons que cela fonctionne également pour plus de deux sous-constituants directs.

l'autre dénote un argument de cette fonction. C'est ce qu'illustre la figure 5.5, en montrant comment, dans un arbre syntaxique décoré de traductions sémantique, le sens des sous-constituants remonte au niveau du nœud supérieur.

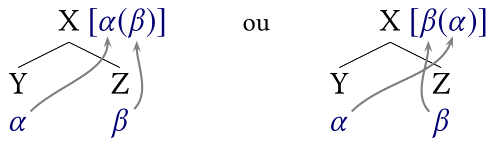
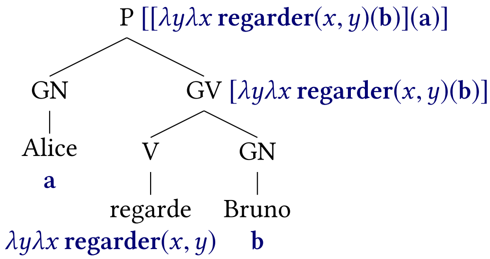


Fig. 5.5 : Schémas de composition sémantique dans un sous-arbre syntaxique

La figure montre deux schémas possibles, selon que le nœud inférieur qui dénote la fonction est celui de gauche (Y) ou de droite (Z). Et c'est la grammaire de la langue qui nous donne cette information. Par exemple, si nous nous situons au niveau d'un GV qui se décompose en un V transitif et un GN (objet), alors nous savons que la fonction est dénotée par le V (et le GN correspond à l'argument) – nous le savons car, bien entendu, c'est dans la nature d'un verbe d'être sémantiquement un prédicat non saturé. Et si nous nous situons au niveau d'une phrase P se décomposant en un GN sujet et un GV, alors c'est le GV qui fournit la fonction.

À partir de là, nous sommes en mesure de construire complètement et pas à pas la traduction sémantique de notre phrase de départ (1a) en affectant à chaque constituant de l'arbre une expression interprétable de LO :

(16) Alice regarde Bruno.



La traduction du V se combine par application fonctionnelle avec celle du GN objet pour donner la traduction du GV, puis celle-ci est appliquée à la traduction du GN sujet pour donner la traduction de la phrase. D'accord, le résultat obtenu ne ressemble pas vraiment à ce que l'on avait prévu en (1b). Mais remarquons d'abord qu'alternativement, nous aurions eu tout à fait le droit d'utiliser simplement la constante de prédicat **regarder** pour traduire le verbe *regarde*, puisque nous avons vu qu'elle est équivalente au λ-terme $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$. Dans ce cas, toujours par l'application fonctionnelle, la traduction du GV aurait été $[\mathbf{regarder}(\mathbf{b})]$, et celle de la phrase $[[\mathbf{regarder}(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$. Et ensuite notre règle de suppression des crochets nous aurait permis de simplifier en $\mathbf{regarder}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, comme attendu. *Cependant*, la représentation $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$ que nous obtenons en (16) est parfaitement correcte et adéquate pour traduire le sens de la phrase : c'est une formule et nous savons qu'elle est équivalente à **regarder(a, b)** ; il n'y a pas de raison de la rejeter sous prétexte qu'elle est plus longue ou plus complexe. Et puisque dorénavant nous adoptons explicitement les λ-termes pour formaliser les prédicats dans LO, c'est donc ce genre de représentation que nous construirons pour traduire compositionnellement le sens des phrases.

Heureusement, nous allons voir qu'il existe tout de même des moyens de revenir à des notations plus simples et plus traditionnelles tout en utilisant le λ-calcul.

5.2.3 La β-réduction

Le λ-calcul comprend quelques règles de simplification que l'on appelle des réductions ou des conversions et qui sont regroupées sous le terme général de λ-conversion. Celle qui nous sera la plus utile s'appelle la β-RÉDUCTION. Voici sa définition :

Définition 5.7 : β-réduction
Dans une expression de LO qui contient une application fonctionnelle de la forme $[\lambda v\alpha(\gamma)]$, on peut remplacer cette application par $[\gamma/v]\alpha$.
Effectuer la β-RÉDUCTION sur $[\lambda v\alpha(\gamma)]$ consiste simplement à effectuer cette substitution.

Rappelons d'abord que l'écriture $[\gamma/v]\alpha$ représente la variante de l'expression α dans laquelle on a remplacé toutes les occurrences libres (cf. déf. 2.15,p. 93) de la variable v par l'expression γ. La règle de la β-réduction ne fait qu'incarner dans LO une idée que nous avons déjà rencontrée. En effet, lorsque, par application fonctionnelle, on donne un argument γ à un λ-terme $\lambda v\alpha$, γ vient saturer la variable v du λ-terme, c'est-à-dire que γ joue le rôle de v à l'intérieur de α ; et donc dans ce cas, v ne représente plus une place vide dans α (v disparaît de α) et λv n'a plus de raison d'être.

En pratique la β-réduction est une simple opération graphique qui fait le ménage dans une application fonctionnelle ; les étapes de l'opération sont les suivantes. Pour β-réduire $[\lambda v\alpha(\gamma)]$:

1. on supprime la paire de crochets de l'application fonctionnelle ;
2. on supprime le λv ;
3. on supprime l'argument donné (γ) avec ses parenthèses (mais on garde γ en mémoire) ;
4. dans ce qui reste, on remplace toutes les occurrences libres de la variable v par γ.

La β-réduction va beaucoup nous faciliter la vie, mais il faut bien prendre garde à ne pas commettre d'erreur dans son exécution. Il est primordial de reconnaître exactement le schéma d'application fonctionnelle suivant : $\boldsymbol{[\lambda v \ldots (\ldots)]}$ (c'est-à-dire un λ qui suit *immédiatement* un crochet ouvrant et un argument entre parenthèses qui précède *immédiatement* le crochet fermant).

$$\overset{[\gamma/v]}{\cancel{[\lambda v}\,\alpha\cancel{(\gamma)]}}$$

Fig. 5.6 : La β-réduction en image

Pour illustrer l'opération, revenons à l'arbre (16), qui nous donnait comme traduction finale de la phrase $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$. Voici comment la simplifier, pas à pas, par β-réduction :

(17)
a. $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{b})](\mathbf{a})]$ ici nous reconnaissons que nous pouvons réduire l'application fonctionnelle qui se trouve entre dans la paire de crochets la plus intérieure (de λy jusqu'à $(\mathbf{b})$)
b. on supprime ces crochets : $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{b})(\mathbf{a})]$
c. on supprime λy : $[\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{b})(\mathbf{a})]$
d. on supprime $(\mathbf{b})$: $[\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{a})]$
e. on remplace y par $\mathbf{b}$: $[\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})]$
f. nous obtenons un nouveau schéma simplifiable $[\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})]$, nous pouvons donc recommencer :
g. $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})$
h. $\mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})$
i. $\mathbf{regarder}(\mathbf{a},\mathbf{b})$

Bien entendu, dans l'arbre (16), nous pouvions tout de suite (et nous avons intérêt à le faire) simplifier le GV $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x,y)(\mathbf{b})]$ en $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})$. Ainsi P aurait directement reçu la traduction $[\lambda x\, \mathbf{regarder}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})]$, simplifié comme ci-dessus en $\mathbf{regarder}(\mathbf{a},\mathbf{b})$.

Exercice 5.6
Soit le prédicat **présenter** à 3 arguments ($\mathbf{présenter}(x,y,z)$ signifie « x présente y à z »). Effectuez toutes les β-réductions dans les expressions suivantes :

1. $[[[\lambda z \lambda y \lambda x\, \mathbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
2. $[[\lambda z[\lambda y \lambda x\, \mathbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
3. $[\lambda z[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
4. $[\lambda z[\lambda y[\lambda x\, \mathbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$

La β-réduction repose sur l'équivalence sémantique présentée dans la proposition 5.1 ci-dessous. Il ne s'agit que d'une proposition car nous allons voir qu'en fait, cette équivalence n'en est pas exactement une, c'est-à-dire qu'il existe des cas exceptionnels où elle n'est pas valide. Mais contentons-nous de cette première approximation pour le moment.

Proposition 5.1
Quels que soient le modèle $\mathcal{M}$, le monde w et l'assignation g :
$[\![[\lambda v\alpha(\gamma)]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![[\gamma/v]\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

La « démonstration » de cette proposition peut se présenter ainsi : $[\![\lambda v\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est la fonction qui à chaque objet x du domaine associe $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{x}/v]}}$. Par conséquent, si $[\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \text{c}$, alors $[\![[\lambda v\alpha(\gamma)]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{c}/v]}}$. Ainsi toutes les occurrences libres de v dans α seront interprétées relativement à $g_{[\text{c}/v]}$. Autrement dit, pour toute occurrence libre de v dans α sa valeur sémantique est $[\![v]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\text{c}/v]}}$, c'est-à-dire $g_{[\text{c}/v]}(v)$, c'est-à-dire c, c'est-à-dire $[\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},w,g}$. Donc ce que cela montre c'est que $[\lambda v\alpha(\gamma)]$ s'interprète comme α lorsque ses occurrences libres de v ont la même dénotation que γ ; ce qui revient à interpréter α avec γ à la place des occurrences libres de v (i.e. $[\gamma/v]\alpha$).

Pourquoi nous limitons-nous aux occurrences *libres* de v ? Parce que si α contient des occurrences liées de v, c'est qu'elles sont liées par soit $\exists v$, soit $\forall v$, soit ιv, soit λv. Or les règles sémantiques correspondant à ces lieurs font intervenir une variante de la fonction d'assignation courante en changeant la valeur de v. Par exemple, si α contient $\exists v\varphi$, alors φ et les occurrences de v qu'elle contient seront interprétées par rapport à $g_{[\text{c}/v]_{[\text{d}/v]}}$, où d est un certain individu du domaine. Et $g_{[\text{c}/v]_{[\text{d}/v]}}(v) = \text{d}$. Or le problème de la démonstration ci-dessus, c'est qu'en s'occupant seulement des variables libres (comme il se doit), elle oublie un cas de figure qui est précisément là où l'équivalence proposée ne tient plus (et où donc la β-réduction n'est pas permise).

Pour nous faire une idée de ces cas de figures, regardons l'exemple présenté dans l'exercice suivant. Prenez le temps d'y réfléchir, les réponses sont données immédiatement après.

Exercice 5.7 (Convention sur les noms de variables)
Par rapport à un modèle $\mathcal{M}$, un monde w et une assignation g quelconques :

1. Que dénote $\lambda x\exists y\,\textbf{regarder}(x,y)$?
2. Que dénote $\lambda x\exists u\,\textbf{regarder}(x,u)$?
3. Que dénote $[\lambda x\exists y\,\textbf{regarder}(x,y)(z)]$?
4. Effectuez la β-réduction dans l'expression précédente.
5. Tout va bien ?
6. Que dénote $[\lambda x\exists y\,\textbf{regarder}(x,y)(y)]$?
7. Effectuez la β-réduction dans l'expression précédente.
8. Tout va bien ?

1. Que vaut $[\![\lambda x\exists y\,\textbf{regarder}(x,y)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$? Et bien, c'est la fonction qui pour toute valeur de x nous renvoie la dénotation de $\exists y\,\textbf{regarder}(x,y)$ par rapport à $\mathcal{M}$ et w. Autrement dit, c'est la fonction qui retourne 1 ssi (la dénotation de) l'argument qu'on lui donne regarde quelqu'un (ou quelque chose) dans w. Et en termes en-

semblistes, on dira simplement qu'il s'agit de l'ensemble de tous les individus qui regardent quelqu'un dans w.

2. $\lambda x \exists u\, \mathbf{regarder}(x, u)$ dénote exactement la même chose, car ici le nom de la variable liée par $\exists$ (y ou u) n'a pas d'importance.
3. Par conséquent $[\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)(z)]$ est vrai par rapport à $\mathcal{M}$, w et g ssi la dénotation de z (par rapport à g) est un individu qui regarde quelqu'un.
4. C'est bien confirmé par la β-réduction qui donne $\exists y\, \mathbf{regarder}(z, y)$.
5. Donc oui, tout va bien : la β-réduction nous donne le résultat attendu.
6. Et évidemment ce que nous venons de voir vaut pour n'importe quel argument donné à $\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)$, et notamment pour y : $[\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)(y)]$ est vrai par rapport à $\mathcal{M}$, w et g ssi la dénotation de y est un individu qui regarde quelqu'un.
7. Mais ici la β-réduction va nous donner $\exists y\, \mathbf{regarder}(y, y)$, formule qui signifie qu'il existe *quelqu'un qui se regarde lui-même.*
8. Ce n'est bien sûr pas le sens de la formule originale de 6, donc, non, tout ne va pas bien : la β-réduction a causé une erreur.

D'où vient cette erreur ? Que s'est-il passé entre les étapes 3 et 6 ? La cause du problème est la suivante : d'une part, l'argument donné au λ-terme dans $[\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)(y)]$ contient une variable libre – en l'occurrence, il se réduit même entièrement à cette variable, y[27] ; et d'autre part, cette même variable, y, figure en tant que variable liée (par $\exists y$) dans le λ-terme. Donc si nous effectuons la β-réduction, alors le y argument, qui est libre, va prendre la place de x, et se retrouver ainsi lié par $\exists y$. Mais nous ne devons pas faire cela, car sinon ce y changera de rôle dans la formule, il n'aurait plus la même interprétation – précisément parce que dans la portée $\exists y$, y n'est pas interprété par la même assignation qu'à l'extérieur de sa portée. Autrement dit, une variable qui est libre dans l'argument d'un λ-terme doit toujours rester libre. C'est une contrainte importante pour la β-réduction, elle est explicitée dans le théorème suivant.

Théorème 5.2 : Contrainte sur la β-réduction
Soit $[\alpha(\gamma)]$ une application fonctionnelle. Une variable libre dans γ ne doit pas se retrouver liée dans α après β-réduction.

Cette contrainte nous interdit donc de faire la β-réduction de 7 dans l'exercice. C'est embêtant, mais la situation n'est pas désespérée, car il y a un moyen très simple de contourner le problème. Puisque *dans* le λ-terme, y est liée, nous pouvons sans aucun risque remplacer, *à cet endroit*, y par une autre variable : $\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)$ est complètement équivalent à $\lambda x \exists u\, \mathbf{regarder}(x, u)$. À ce moment-là, il n'y a plus de collision possible entre l'argument y libre et une variable liée dans le λ-terme :

[27] En effet, dans $[\lambda x \exists y\, \mathbf{regarder}(x, y)(y)]$ le dernier y est libre, car, rappelons-le, la portée de $\exists y$ est simplement $\mathbf{regarder}(x, y)$, conformément à la définition de la portée que nous avons vu au chapitre 2.

$[\lambda x \exists u\, \mathbf{regarder}(x, u)(y)]$ peut se β-réduire en $\exists u\, \mathbf{regarder}(y, u)$, qui est bien le résultat correct, prévu dans l'exercice en 6.

Nous devrons donc toujours prendre la précaution de renommer les variables liées (par $\exists$, $\forall$, $\imath$ et λ) dans un λ-terme lorsque ces variables apparaissent ailleurs dans l'expression de LO que l'on construit.

Convention de notation 5.3

Si la variable v est libre dans γ et liée dans α, alors on remplacera toujours $[\alpha(\gamma)]$ par $[\alpha'(\gamma)]$ où α' est l'expression α dans laquelle on a renommé toutes les occurrences liées de v par une nouvelle variable.

Nous verrons en §5.3.3.3 qu'il y a d'autres cas de figure où la β-réduction n'est pas permise, mais il ne s'agit en fait que de cas particuliers de ce que nous venons de voir.

5.2.4 Une variété de variables

Dans LO beaucoup d'expressions sont maintenant des λ-termes ; elles dénotent des fonctions. Cela veut dire que le monde (i.e. le modèle) est peuplé de fonctions. Lorsque nous définissons $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$, nous ne donnons pas explicitement d'ensembles de fonctions, mais elles sont là : du moment que nous connaissons l'ensemble $\mathcal{A}$ et l'ensemble $\{0 ; 1\}$, nous sommes capables de concevoir et de retrouver toutes les fonctions possibles qui opèrent sur ces ensembles. Par exemple, l'ensemble de toutes les fonctions de $\mathcal{A}$ vers $\{0 ; 1\}$, i.e. $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$, est complètement défini par la donnée de $\mathcal{A}$ et $\{0 ; 1\}$, il se déduit directement du modèle. Cet ensemble contient toutes dénotations possibles de tous les prédicats unaires. Bref dans le modèle nous trouvons des tas de fonctions.

Mais si nous avons des expressions de LO (notamment les constantes de prédicats) qui dénotent des fonctions, alors, rien de nous empêche de nous donner dans LO des *variables* qui dénotent aussi des fonctions. Les variables sont interprétées par les assignations g. Jusqu'à présent une assignation g allait chercher ses valeurs dans $\mathcal{A}$. Mais si nous autorisons g à aller aussi chercher ses valeurs dans par exemple $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$, alors g interprétera des variables de prédicats unaires. De même pour des variables de prédicats binaires, en allant chercher des valeurs dans $(\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$, etc.

Par exemple, si nous posons que P et Q sont des variables de prédicats unaires, alors nous saurons que les assignations leur feront correspondre des fonctions comme ce qui est illustré en figure 5.7 pour, mettons, g_1 (qui continue, comme d'habitude, à assigner aussi des valeurs aux variables d'individus).

Ainsi $g_1(P)$ est bien un fonction, et la figure 5.7 nous montre laquelle. Et comme $g_1(P)$ est une fonction de $\mathcal{A}$ dans $\{0 ; 1\}$, nous pouvons lui donner un argument, par exemple Alice, ce qui s'écrit : $g_1(P)(\textsc{Alice})$. D'après la figure, nous savons que $g_1(P)(\textsc{Alice}) = 1$, alors que $g_1(Q)(\textsc{Alice}) = 0$. De même, si f est une certaine fonction de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$, la variante $g_{1[f/P]}$ est définie : c'est l'assignation identique à g_1 sauf que $g_1(P) = f$.

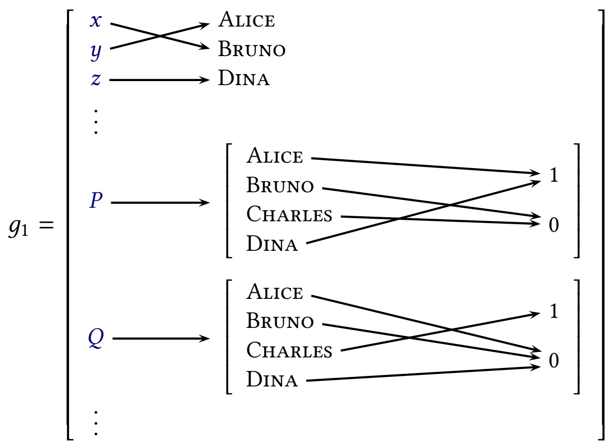


FIG. 5.7 : Une assignation interprétant différentes sortes de variables

L'ajout de variables de prédicats dans LO n'est pas spécialement propre au λ-calcul ; et d'ailleurs nous avions déjà commencé dans les chapitres précédents, avec ce que nous appelions alors des « pseudo-prédicats » C pour limiter les domaines des quantificateurs, qui sont réellement des variables de prédicats unaires. Il suffit d'adapter les assignations g pour intégrer correctement ce type de variables dans le système[28]. Et cela a une application immédiate, déjà prévue par LO : nous pouvons quantifier sur des prédicats, en écrivant par exemple $\forall P[P(\mathbf{a}) \rightarrow P(\mathbf{b})]$ et $\exists P[P(\mathbf{a}) \wedge P(\mathbf{b})]$. La première formule dit que Bruno possède, dans le monde d'évaluation, toutes les propriétés qu'Alice possède (dans ce monde) ; et la seconde qu'Alice et Bruno ont au moins une propriété commune (dans le monde d'évaluation). Ce sont des formules respectivement très fortes et très faibles, mais elles peuvent s'avérer utiles dans certaines analyses sémantiques.

Cependant c'est avec le λ-calcul que l'ajout de ces variables va littéralement décupler la puissance expressive de LO. Car par la λ-abstraction, nous allons maintenant pouvoir « percer des trous en forme de prédicats » dans les formules. En effet nous pouvons fabriquer le λ-terme $\lambda P[P(\mathbf{a})]$. Informellement, c'est une formule à laquelle il manque un prédicat mais qui lui prévoit déjà un argument, $\mathbf{a}$ (i.e. une phrase avec son sujet mais sans son GV). Sémantiquement, ce λ-terme dénote une fonction qui attend en argument la dénotation d'un prédicat et renvoie 1 ssi ALICE satisfait ce prédicat. Comme la dénotation d'un prédicat est elle-même une fonction (de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$ s'il est unaire), la dénotation de $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ est donc une fonction de fonctions (de $\{0\ ;\ 1\}^{(\{0;1\}^{\mathcal{A}})}$). Cela ne doit pas nous effrayer, les fonctions sont des objets du modèle et peuvent très bien servir d'argument à d'autres fonctions un peu plus complexes. L'explicitation de la dénotation de $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ en (18) nous montre qu'il s'agit simplement d'une fonction qui fait le tri parmi les fonctions de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$ entre celles qui donnent le résultat 1 pour ALICE et les autres.

[28] Et il aurait alors suffi de dire qu'à une variable de prédicat unaire, g assigne une valeur prise non pas dans $\mathcal{A}$, mais dans $\mathcal{P}(\mathcal{A})$. Et pour un prédicat binaire, dans $\mathcal{P}(\mathcal{A} \times \mathcal{A})$, etc.

(18) $$[\![\lambda P[P(\mathbf{a})]]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \begin{array}{rcl}\{0\,;\,1\}^{\mathcal{A}} & \longrightarrow & \{0\,;\,1\} \\ f & \longmapsto & 1 \text{ ssi } f(\textsc{Alice}) = 1\end{array}$$

Les λ-termes qui abstraient des prédicats deviennent vite moins impressionnants lorsqu'on les manipule dans des expressions de LO. Si $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ attend un prédicat en argument, nous allons pouvoir lui en fournir par l'application fonctionnelle en écrivant par exemple : $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\mathbf{dormir})]$. Et cela se simplifie immédiatement par β-réduction, en remplaçant P par **dormir**, ce qui donne : $[\mathbf{dormir}(\mathbf{a})]$. Mais comme nous prenons l'habitude d'écrire les prédicats sous forme de λ-termes, nous aurons plutôt tendance à produire l'application fonctionnelle (19) :

(19) $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))]$[29]

Là aussi nous pouvons opérer la β-réduction, en remplaçant P par l'argument, i.e. $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$, ce qui donne (20a). Et à présent nous reconnaissons un nouveau schéma de β-réduction, que nous savons déjà faire, et qui nous donne (20b).

(20) a. $[\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)(\mathbf{a})]$
b. $\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$

Nous voyons donc qu'une expression comme (19) (qui est une formule) déclenche une réaction en chaîne de β-réductions qui finissent par simplifier sa complexité initiale. C'est encore plus spectaculaire quand les expressions multiplient les λ-abstractions et applications fonctionnelles, comme ce que présentent les exercices 5.8 et 5.9 *infra*. Car évidemment nous pouvons aller plus loin dans la fabrication de λ-termes. Par exemple $\lambda P \lambda Q[[P(\mathbf{a})] \wedge [Q(\mathbf{a})]]$ dénote une fonction à deux arguments ; elle attend un premier prédicat (P), puis un second (Q) et nous livre la conjonction de leur application à **a**. Nous pouvons aussi faire $\lambda P \lambda y \lambda x[[P(y)](x)]$ – ou $\lambda P \lambda y \lambda x[P(x, y)]$ – qui présente simplement une structure prédicative binaire en attente de son « matériel » sémantique, c'est-à-dire un prédicat et deux termes.

Notons également que l'application fonctionnelle (21a) est tout à fait possible. $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ sert à fournir **a** à un prédicat (P) qui sera donné en argument ; et comme argument nous donnons un prédicat binaire (et non unaire). Par une première passe de β-réduction, nous obtenons (21b) – $\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)$ remplace P –, puis par une seconde passe, (21c) (**a** remplace y).

(21) a. $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y))]$
b. $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{a})]$
c. $\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, \mathbf{a})$

Mais cet exemple nous montre que nous nous approchons d'une pente particulièrement dangereuse. Par le jeu des règles de λ-abstraction et d'application fonctionnelle

[29] Notons ici que j'ai omis les crochets dans l'argument, pour ne pas surcharger l'écriture. En toute rigueur, le λ-terme argument devrait être $\lambda x[\mathbf{dormir}(x)]$. Mais cette omission est autorisée, car sans conséquence. Les crochets de $[P(\mathbf{a})]$ sont, eux, plus importants.

telles qu'elles sont définies dans les pages qui précèdent, nous pouvons écrire une grande quantité d'expressions, dont celles de (22).

(22) a. $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\mathbf{b})]$
b. $[\lambda x[\mathbf{dormir}(x)](\mathbf{regarder})]$
c. $[\lambda x[\mathbf{dormir}(x)](\lambda y \lambda z\, \mathbf{regarder}(z, y))]$

Mais ces expressions ne sont absolument pas interprétables ! Par exemple, (22a) donne une constante d'individu **b** pour jouer un rôle de prédicat dans le λ-terme, et inversement (22b) fournit un prédicat comme argument à un autre prédicat. Si nous effectuions les β-réductions, nous obtiendrions des aberrations comme $[\mathbf{b}(\mathbf{a})]$, $[\mathbf{dormir}(\mathbf{regarder})]$, $[\mathbf{dormir}(\lambda y \lambda z\, \mathbf{regarder}(z, y))]$ qui n'appartiennent pas à LO. Il est indispensable d'exclure ces écritures du langage ; autrement dit nous avons un besoin urgent de discipliner les règles de λ-calcul pour ne pas anéantir la cohérence de LO. C'est ce que nous abordons dans la section suivante.

Exercice 5.8 (β-réductions)
Effectuer toutes les β-réductions possibles dans les expressions suivantes :

1. $[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(y)]$
2. $[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, x)(\mathbf{a})]$
3. $[\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{c})]$
4. $\lambda y[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{c})]$
5. $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{a})](\mathbf{b})]$
6. $[\lambda y[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{a})](\mathbf{b})]$
7. $[\lambda z \lambda y[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(z)](\mathbf{b})]$
8. $[\lambda P\, P(x, y)(\mathbf{aimer})]$
9. $[\lambda Q \lambda y \lambda x[Q(x, y) \wedge Q(y, x)](\mathbf{aimer})]$
10. $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda x\, \mathbf{pleurer}(x))]$
11. $[[\lambda X \lambda x[X(x)](\mathbf{chat})](\mathbf{d})]$
12. $[\lambda X \lambda z[[X(z)](z)](\lambda y \lambda x\, Q(x, y))]$

Exercice 5.9 (β-réductions)
Effectuer toutes les β-réductions possibles dans les expressions suivantes :

1. $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{j})](\mathbf{a})]$
2. $[\lambda y[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x, y)(\mathbf{j})](\mathbf{a})]$
3. $[\lambda Q \lambda y[Q(y)](\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))]$
4. $[[\lambda P \lambda x\, [[P(x)](y)](\mathbf{aimer})](\mathbf{a})]$
5. $[\lambda P \lambda x\, [[P(x)](y)](\lambda y \lambda z\, \mathbf{aimer}(y, z))]$
6. $[\lambda X \lambda x[X(\lambda y\, \mathbf{aimer}(x, y))](\lambda Q\, [Q(\mathbf{a})])]$

5.3 Langage objet typé

Dans cette section nous allons définir précisément la syntaxe et la sémantique de LO dans sa nouvelle mouture, pour le rendre apte à accueillir proprement les apports du λ-calcul. Comme nous venons de le voir, nous avons besoin avant tout de régler scrupuleusement la syntaxe du langage pour garantir qu'elle ne produit que des expressions interprétables. Pour ce faire, nous allons utiliser un outil formel central : *les types*. Notre langage va, de la sorte, devenir *typé*, d'où le nom de LO typé.

5.3.1 Les types

La résolution du « danger » qui est apparu en §5.2.4 peut se résumer par le principe suivant : certaines expressions de LO dénotent des fonctions, mais ces fonctions ne prennent pas n'importe quoi comme argument. Les fonctions ne doivent s'appliquer qu'à des objets dont la nature est conforme à ce qu'elles attendent de par leur définition.[30] Pour mettre cette contrainte en œuvre, nous allons *catégoriser* toutes les expressions de LO, un peu comme la grammaire catégorise les expressions de la langue (avec N, V, Adj, Det, GN, GV, etc.). Mais ici, en sémantique, nous ne parlerons pas de catégories mais de TYPES. Un type est une étiquette assignée à toute expression de LO et qui caractérise la nature de sa dénotation. On parle d'ailleurs parfois de *types dénotationnels* ou *types de dénotation*.

Ensuite, la démarche consistera à contrôler la bonne formation des expressions de LO grâce aux types, car ceux-ci sont spécialement conçus pour indiquer les bonnes combinaisons sémantiques.

5.3.1.1 Une infinité de catégories

Nous allons commencer par introduire deux types de base, élémentaires. Ils sont représentés par des symboles simples : e et t.

Les expressions qui dénotent un individu de $\mathcal{A}$, ce que nous appelons des termes depuis le chapitre 2, vont recevoir le type e. Ce nom, e, vient de *entité*. Ce sera donc le type des constantes et variables d'individus, mais aussi de ι-termes de la forme $\iota x\varphi$.

Les expressions qui dénotent une valeur de vérité, c'est-à-dire les formules, reçoivent le type t ; t comme *truth value*, i.e. « valeur de vérité » en anglais. *Formule* et *expression de type t* seront donc pour nous des synonymes.

Quant aux autres expressions de LO, elles dénotent toutes des fonctions, et nous en rendons compte en leur assignant des types complexes, que nous appellerons aussi des types fonctionnels. Un type fonctionnel caractérise une catégorie de fonctions (curryfiées) en spécifiant tout simplement le type de son argument et le type de son résultat. Un type fonctionnel aura toujours la structure générale $\langle a, b\rangle$ où a et b représentent des types[31]. Le premier, a, indique le type de l'argument de la fonction et le second, b, le type du résultat que donne cette fonction.

Point 5.1

$\langle a, b\rangle$ est le type des expressions qui dénotent des fonctions dont les arguments

[30] Ce principe est déjà informellement en germe dans les travaux de Frege (p. ex. Frege 1892a) et il reprend l'idée par laquelle Russell fonde sa fameuse théorie des types (Russell 1903). Ce qui est présenté ici s'inscrit dans la lignée de la formulation de Church (1940) de la théorie.

[31] Dans les notations utilisées ici, a et b ne seront jamais des types, mais des symboles qui représentent n'importe quel type. Précisons aussi que certains auteurs, probablement malhabiles au traitement de texte, notent les types avec des parenthèses au lieu de chevrons, c'est une variante possible.

sont les dénotations d'expressions de type a et dont les valeurs sont les dénotations d'expressions de type b.

Ainsi un prédicat unaire comme **dormir** dénote une fonction qui prend en argument un individu de $\mathcal{A}$, ce qui correspond au type e, et retourne comme résultat une valeur de vérité, qui correspond au type t. Le type du prédicat est donc $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$, type qui étiquette toutes les expressions qui dénotent une fonction de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$.

Un prédicat binaire comme **regarder**, nous l'avons vu, dénote une fonction qui prend en argument un individu (type e) et retourne une fonction. Cette dernière est une fonction de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$, ce qui correspond au type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$. Par conséquent le type d'un prédicat binaire est $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$. Et un prédicat à trois places sera de type $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle \rangle$, etc.

Un type fonctionnel peut donc évidemment enchâsser d'autres types fonctionnels, comme le détermine la définition 5.8. Cette définition est récursive : avec la règle 2, on construit un nouveau type à partir de deux types déjà connus. Elle implique ainsi qu'à partir des deux types de base e et t, nous disposons d'une infinité de types pour étiqueter les expressions de LO.

Définition 5.8 : Types

1. e et t sont des types ;
2. si a et b sont des types, alors $\langle a, b \rangle$ est un type ;
3. rien d'autre n'est un type.

Ainsi nous savons que, par exemple, $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$, $\langle \mathrm{t}, \mathrm{t} \rangle$, $\langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \mathrm{t} \rangle$, $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$, $\langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$, $\langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \mathrm{t} \rangle \rangle$ sont des types. Car ils sont tous de la forme $\langle a, b \rangle$ où a et b sont à leurs tours des types. En revanche, $\langle \mathrm{e} \rangle$, $\langle \mathrm{t} \rangle$, $\langle \langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$ ne sont pas des types, car nous ne pouvons pas les obtenir à partir de la définition 5.8.

Un type fonctionnel est donc toujours globalement binaire, i.e. un couple $\langle a, b \rangle$, puisqu'il sert à décrire une classe de fonctions curryfiées. Rappelons qu'une fonction curryfiée attend *un* argument (cf. a) et retourne une valeur (cf. b) qui peut à son tour être elle-même une fonction. Et nous avons vu en §5.2.4 que certaines fonctions peuvent aussi prendre d'autres fonctions en argument, ce qui fait que le premier composant d'un type fonctionnel (a) peut lui-même être un type fonctionnel. Ainsi, le type $\langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \mathrm{t} \rangle$ correspond aux fonctions qui prennent en argument une fonction de $\{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$ (i.e. la dénotation d'un prédicat unaire de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$) et retournent une valeur de vérité. C'est ce qui caractérise la dénotation d'un λ-terme comme $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ vue en §5.2.4 (cf. (18)). De même $\langle \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$ correspond aux fonctions qui prennent une dénotation de prédicat unaire comme argument et retournent une dénotation de prédicat unaire comme valeur.

En général, la manière la plus simple d'interpréter un type est donc de raisonner en termes de fonctions, en s'aidant de la formulation (rapide mais pratique) suivante : $\langle a, b \rangle$

est le type des fonctions qui attendent a pour donner b. Il suffit de bien repérer quels sont les deux membres principaux (*a* et *b*) qui forment le couple, sans se perdre dans la cascade de chevrons quand le type devient très complexe. Ainsi $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$, à décoder comme (23), est le type des expressions fonctionnelles qui attendent un prédicat unaire pour donner… une expression de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$[32].

(23) $\langle\, \underbrace{\langle e, t\rangle}\, , \underbrace{\langle\langle e, t\rangle, t\rangle}\rangle$

Nous pouvons également nous aider dans le décryptage d'un type en exploitant l'équivalence de fond entre la fonction caractéristique d'un ensemble et cet ensemble. Les types de la forme $\langle a, t\rangle$ étiquettent des fonctions qui renvoient 0 ou 1, donc des fonctions caractéristiques d'ensembles composés d'objets correspondant au type *a*. C'est bien ce qui se passe avec le type $\langle e, t\rangle$, étiquette des prédicats unaires dont les dénotations sont assimilables à des ensembles d'individus de $\mathcal{A}$. De même, le type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ est l'étiquette des expressions qui dénotent un ensemble d'objets correspondant au type $\langle e, t\rangle$, autrement dit à une ensemble d'objets qui correspondent à des ensembles d'individus ; soit un ensemble d'ensembles d'individus.

Il est également utile de savoir décoder rapidement les types de la forme $\langle a, \langle b, t\rangle\rangle$. Ces types peuvent être vus comme les étiquettes des expressions qui dénotent une *relation binaire* entre un objet de type *a* et un objet de type *b*. En effet, nous avons vu que $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ est le type des prédicats binaires, qui dénotent bien des relations entre individus. Et donc $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ peut être vu comme correspondant à des relations entre deux ensembles d'individus.

Profitons-en enfin pour introduire un raccourci de notation que nous utiliserons parfois pour abréger nos écritures et aussi, surtout, pour formuler des généralisations sur certains types. Soit *a* et *b* deux types ; nous pourrons nous autoriser à abréger le type $\langle a, \langle a, b\rangle\rangle$ en $\langle a^2, b\rangle$, le type $\langle a, \langle a, \langle a, b\rangle\rangle\rangle$ en $\langle a^3, b\rangle$, etc. et de manière générale, le type $\langle a, \langle a, \langle \ldots \langle a, b\rangle \ldots\rangle\rangle\rangle$ où *a* est répété *n* fois s'abrégera en $\langle a^n, b\rangle$. Ainsi nous pourrons dire que le type de ce que nous avons appelé jusqu'ici un prédicat *n*-aire est $\langle e^n, t\rangle$.

5.3.1.2 Rencontre du troisième type

Nous allons voir qu'un point crucial de LO typé est que toute expression du langage devra être étiquetée par un et un seul type. Mais nous devons alors remarquer une insuffisance : il existe des expressions de LO qui dénotent bien des fonctions mais qu'il n'est pas possible de typer avec les système présenté ci-dessus. Il s'agit des expressions intensionnelles (§4.4.3.2), de la forme $^\wedge\alpha$, qui, rappelons-le, dénotent des fonctions associant, à tout monde possible de $\mathcal{W}$, la dénotation de α dans ce monde. Or nous n'avons pas les moyens (pour l'instant) de définir des types pour les fonctions qui prennent des mondes

[32] Signalons une coutume qui simplifie parfois les notations des types en faisant l'économie de certains chevrons (ou parenthèses) et de virgules lorsque leur omission ne crée pas d'ambiguïté et facilite la lecture du type. Ainsi on pourra trouver, dans la littérature, le type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ simplifié en $e\langle et\rangle$; $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ en $\langle et\rangle\langle et\rangle$; $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ en $\langle et, \langle et\rangle t\rangle$, etc.

possibles en arguments. Par conséquent, il nous faut augmenter encore notre ensemble de types (bien qu'il soit déjà infini !...).

À cet égard, en vérité, il est ici un peu inexact de parler d'un troisième type. Ce que nous devons introduire ici, c'est un élément de notation qui permette de représenter les mondes de $\mathcal{W}$ dans l'écriture des types, et nous utiliserons pour cela le symbole s. Ainsi, si a est le type de α, alors $^\wedge\alpha$ est de type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$, qui étiquette les fonctions de $\mathcal{W}$ vers l'ensemble des dénotations des expressions de type a. Par exemple pour une formule φ (de type t), $^\wedge\varphi$ est de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$, ce qui correspond bien aux fonctions de $\mathcal{W}$ vers $\{0 ; 1\}$, i.e. des propositions.

Nous redonnons ici la définition des types (définition complète cette fois-ci) en définissant par induction l'ensemble **T** de tous les types possibles.

Définition 5.9 : T

T est le plus petit ensemble[33] tel que :

1. $\mathrm{e} \in \mathbf{T}$ et $\mathrm{t} \in \mathbf{T}$;
2. si $a \in \mathbf{T}$ et $b \in \mathbf{T}$, alors $\langle a, b\rangle \in \mathbf{T}$ et $\langle \mathrm{s}, a\rangle \in \mathbf{T}$.

Nous remarquons donc qu'en vertu de cette définition, s n'est pas un type (ce serait, tout au plus, ce que l'on pourrait appeler un « proto-type », si le terme ne prêtait pas à confusion) ; s n'est en fait qu'un symbole qui permet de construire des types complexes. Dans **T**, nous ne rencontrerons jamais de type de la forme $\langle a, \mathrm{s}\rangle$: s doit se trouver immédiatement à droite d'un chevron ouvrant, comme le stipule la règle 2 de la définition. Par exemple, $\langle \mathrm{s}, \mathrm{e}\rangle$, $\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, $\langle \mathrm{t}, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ et $\langle\langle \mathrm{s}, \langle\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, sont des types ; $\langle \mathrm{s}, \mathrm{s}\rangle$ et $\langle \mathrm{e}, \mathrm{s}\rangle$ n'en sont pas.

5.3.2 Syntaxe de LO typé

5.3.2.1 Syntaxe réglée par les types

À l'aide de cet ensemble de types, nous allons pouvoir définir la syntaxe de LO typé. La syntaxe fournit les règles de bonne formation de toutes expressions interprétables de LO. L'intérêt du langage typé est que les règles syntaxiques ne vont plus se contenter de dire si telle ou telle expression est une expression bien formée de LO, elles vont aussi nous indiquer quel est le type de chaque expression formée. Introduisons tout de suite à cet effet un élément de notation, ME[34].

[33] On le définit comme le plus petit ensemble, afin d'être sûr qu'on y trouvera rien d'autre que ce que spécifient les conditions qui suivent.

[34] Je reprends ici le symbole ME de Montague (1973) qui est l'abréviation de *meaningful expressions*, c'est-à-dire « expressions interprétables ».

Notation 5.4
L'ensemble de toutes les expressions de type a de LO est noté ME_a.
Et on notera ME l'ensemble de toutes les expressions bien formées de LO (donc ME est l'union de tous les ME_a : $\mathrm{ME} = \bigcup_{a \in \mathbf{T}} \mathrm{ME}_a$).

Ainsi, $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ est une manière rapide d'écrire que « α est de type a » ; et $\alpha \in \mathrm{ME}$ signifie simplement que α est une expression bien formée de LO. Cette notation implique qu'avoir un type (dans **T**) signifie la même chose qu'être une expression bien formée de LO. Autrement dit, toute expression bien formée du langage doit avoir un (et un seul) type.

Et comme un type est une catégorie d'expressions de LO, nous pouvons prévoir, au vu de **T**, que nous allons avoir dans le langage des expressions fonctionnelles de types extrêmement variés. En §5.2.4, nous avons introduit des variables de prédicats, c'est-à-dire des variables qui dénotent des fonctions. Dès lors que ce pas est franchi, il n'y a aucune raison de ne pas continuer : dans le vocabulaire de LO nous allons nous donner, au moins potentiellement, des variables de n'importe quel type de **T** ; nous n'aurons pas de problème pour les interpréter, la plupart dénoteront des fonctions, conformément à ce qu'indique leur type. De même nous allons considérer que le vocabulaire possède une collection de constantes pour (potentiellement) n'importe quel type. Formellement, cela veut dire que nous avons, pour tout type a de **T**, les ensembles $\mathcal{C}ns_a$ et $\mathcal{V}ar_a$, respectivement l'ensemble des constantes de type a et l'ensemble des variables de type a. Et comme d'habitude, $\mathcal{C}ns$ et $\mathcal{V}ar$ sont les réunions respectivement de tous les $\mathcal{C}ns_a$ et de tous les $\mathcal{V}ar_a$.

Définition 5.10 : Vocabulaire
Le vocabulaire de LO comporte :
- un ensemble de variables $\mathcal{V}ar_a$ et un ensemble de constantes $\mathcal{C}ns_a$ pour chaque type a de **T** ;
- un ensemble de symboles logiques : $\{\neg\ ;\ \wedge\ ;\ \vee, \rightarrow\ ;\ \leftrightarrow\ ;\ =\ ;\ \forall\ ;\ \exists\ ;\ \imath\ ;\ [n]\ ;\ \langle n\rangle\ ;\ \lambda\ ;\ {}^\wedge\ ;\ {}^\vee\}$, où n peut représenter divers entiers de $\mathbb{N}$ dans $[n]$ et $\langle n\rangle$ (cf. §4.5.1) ;
- les crochets [ ] et les parenthèses ( ).

En pratique, évidemment, nous n'aurons pas besoin de variables et de constantes pour *tous* les types de **T**, ce qui fait que pour certains types a, $\mathcal{V}ar_a$ ou $\mathcal{C}ns_a$ pourront être vides. Il serait particulièrement utile de disposer d'un moyen de reconnaître facilement le type des variables que nous utiliserons. Une pratique consiste à indicer les variables par leur type (en écrivant, par exemple, x_{e}, $P_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$, $R_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$...). Mais cela a tendance à allonger épouvantablement les écritures, et nous choisirons ici plutôt d'indiquer le type des variables à l'extérieur des expressions de LO, en essayant de maintenir des conventions de notation suffisamment intuitives.

Les variables et les constantes de type e seront notées comme d'habitude (x, y, z, u, v, x_1, x_2... et **a**, **b**, **c**,..., $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$,...). Les variables de types plus complexes seront notées par des majuscules (P, Q, R, N, X, Y...), avec quelques petites spécificités typographiques le cas échéant. Les constantes de prédicats, quel que soit leur type, seront toujours notées en gras (**homme**, **dormir**, **aimer**, **donner**...) en utilisant parfois des majuscules. Les variables de $\mathcal{V}ar_{\mathrm{t}}$ seront notées φ, ψ, χ..., et celles de $\mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{s,t}\rangle}$ p, q, r...

La syntaxe de LO typé peut maintenant être définie comme suit :

Définition 5.11 : Syntaxe de LO typé

(Syn.1) si $\alpha \in \mathcal{V}ar_a$ ou $\alpha \in \mathcal{C}ns_a$, alors $\alpha \in \mathrm{ME}_a$;

(Syn.2) si $\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$ et $\beta \in \mathrm{ME}_b$, alors $[\alpha(\beta)] \in \mathrm{ME}_a$;

(Syn.3) si α et $\beta \in \mathrm{ME}_a$, alors $[\alpha = \beta] \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$;

(Syn.4) si $\varphi, \psi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$, alors :

a. $\neg\varphi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$,

b. $[\varphi \wedge \psi], [\varphi \vee \psi], [\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi] \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$;

(Syn.5) si $\varphi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$, alors $[n]\varphi$ et $\langle n\rangle\varphi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$;

(Syn.6) si $\varphi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$ et $v \in \mathcal{V}ar_a$, alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi \in \mathrm{ME}_{\mathrm{t}}$, et $\iota v\varphi \in \mathrm{ME}_a$;

(Syn.7) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $\lambda v\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$;

(Syn.8) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$, alors ${}^\wedge\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle \mathrm{s},a\rangle}$;

(Syn.9) si $\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle \mathrm{s},a\rangle}$, alors ${}^\vee\alpha \in \mathrm{ME}_a$

La règle (Syn.1) nous donne les expressions de base de LO, c'est-à-dire celles qui, d'office, figurent dans ME. Ce sont les variables et les constantes, et elles peuvent être de n'importe quel type.

La règle (Syn.2) introduit l'application fonctionnelle, mais de façon plus disciplinée que ce que nous avons précédemment : une expression fonctionnelle (α) de type $\langle b,a\rangle$ n'acceptera que des arguments (β) dont le type lui convient, i.e. b. C'est cette règle qui résout le problème vu en §5.2.4 ; nous ne risquerons plus de donner n'importe quoi comme argument à une fonction, nous sommes sauvés. Remarquons aussi qu'avec (Syn.2), nous obtenons toujours un type plus simple que celui de α : nous passons de $\langle b,a\rangle$ à a.

La règle (Syn.3) permet de formuler des identités de dénotation entre deux expressions. Dans le chapitre 2, cette règle était présentée comme une variante de la précédente en considérant que = pouvait être vu comme un prédicat binaire. Il y a à présent une différence importante : dans le chapitre 2, les membres de l'égalité devaient être des termes (variables ou constantes), c'est-à-dire ce que nous nommons maintenant des expressions de type e ; or ici la règle (Syn.3) peut mettre en relation deux expressions de n'importe quel type, du moment qu'il s'agit du même type pour les deux. Cela rend le langage beaucoup plus puissant et expressif. Notons aussi que nous ne pouvons plus aussi facilement considérer (Syn.3) comme une simple variante de (Syn.2) : si $=$ devait correspondre à un prédicat binaire ordinaire, il devrait avoir un type. Mais quel serait ce type ? Certes il serait de la *forme* $\langle a, \langle a, \mathrm{t}\rangle\rangle$, mais cela n'est pas un type précis (cette notation n'est qu'un *format* de type). En fait il faudrait envisager autant de types différents pour le « prédicat » $=$ qu'il y a de types dans $\mathbf{T}$; par exemple $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour l'identité d'individus, $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour l'identité de prédicats unaires, etc.

Les règles (Syn.4) introduisent les connecteurs (ou constantes) logiques. Elles sont tout à fait similaires à celles vues dans le définition 2.8 du chapitre 2, p. 67, (il y avait alors deux groupes de règles qui s'appelaient (Syn.3) et (Syn.4)). Les connecteurs logiques sont vérifonctionnels, c'est-à-dire qu'ils ne s'appliquent que sur des formules et produisent à leurs tours des formules (plus complexes). C'est bien ce que spécifient les règles : elles ne concernent que les expressions de $\mathbb{ME}_{\mathrm{t}}$.

Les règles (Syn.5) introduisent les opérateurs modaux, et là encore les règles s'appliquent à des formules (donc de $\mathbb{ME}_{\mathrm{t}}$) pour produire des formules.

Les règles (Syn.6) introduisent les quantifications et la description définie. Il est important de remarquer que ces règles sont un peu plus générales que celles vues au chapitre 2 : en effet ici nous nous autorisons à quantifier sur des variables de n'importe quel type (noté a dans la règle), alors que jusqu'à présent les quantifications ne s'effectuaient que sur des variables de type e (nous n'en avions pas d'autres). De même, ι peut lier une variable de n'importe quel type et – c'est important de le noter – le ι-terme construit a le même type que cette variable.

La règle (Syn.7) présente la λ-abstraction ; c'est la règle qui construit les expressions fonctionnelles et, partant, qui complexifie les types des expressions. On fabrique une fonction à partir d'une expression α, de type a, en « l'amputant » d'une variable v de type b. Le résultat est donc bien une expression qui attend un argument de type b pour redonner alors une expression du type de α ; le type de l'expression fonctionnelle $\lambda v\alpha$ est donc $\langle b, a\rangle$.

Les règles (Syn.8) et (Syn.9) introduisent respectivement les opérateurs $^\wedge$ et $^\vee$ vus en §4.4. (Syn.8) complexifie aussi le type d'une expression et c'est ici la seule règle insère s dans nos types. Rappelons que $^\wedge\alpha$ dénote l'intension de α. Sa dénotation est bien une fonction, comme l'indique le type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$ (tel que nous l'avons défini en §5.3.1.2 *supra*). L'opérateur $^\vee$ est l'inverse de $^\wedge$: en quelque sorte il ramène la dénotation d'une expression déjà intensionnelle à son extension dans le monde où on l'interprète. Au chapitre 4, $^\vee$ ne pouvait apparaître que devant $^\wedge$; mais maintenant il a un peu plus de liberté. (Syn.9) dit que $^\vee$ ne peut préfixer qu'une expression intensionnelle, c'est-à-dire de type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$. Mais à présent, rien ne nous empêchera d'envisager dans LO des constantes et des variables qui sont directement et par elles-mêmes d'un type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$. Par exemple, si p est de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$, alors $^\vee p$ est bien formée et de type t.

5.3.2.2 Exemples

Pour illustrer de manière plus appliquée le fonctionnement de ces règles, regardons pas à pas comment se calcule le type d'une expression bien formée de LO. Le moyen le plus simple et le plus sûr d'y parvenir consiste tout bonnement à reconstruire par devers soi l'expression dont on cherche le type en appliquant correctement les règles syntaxiques nécessaires. Si une expression est bien formée, il n'y a qu'une seule dérivation qui mène à sa construction, et son type s'obtient donc automatiquement à partir de la connaissance du type de ses composants de base. Dans les exemples qui suivent, nous utiliserons des variables et des constantes ainsi typées : $x, y \in \mathcal{V}ar_{\mathrm{e}}$, $P \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$, $\mathbf{a} \in \mathcal{C}ns_{\mathrm{e}}$, $\mathbf{dormir} \in \mathcal{C}ns_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$, $\mathbf{regarder} \in \mathcal{C}ns_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$.

Commençons avec un cas très simple :

(24) $\lambda x[\mathbf{dormir}(x)]$

La constante de prédicat **dormir** est de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$ et x de type e, ce qui permet d'appliquer la règle (Syn.2) de l'application fonctionnelle pour produire $[\mathbf{dormir}(x)]$ qui est donc de type t. Ensuite la règle (Syn.7) de λ-abstraction est appliquée pour ajouter λx. Et la règle nous dit que l'expression est de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$, puisque e est le type de x. Ce calcul du type de (24) peut se résumer graphiquement comme suit :

$$\underbrace{\lambda x\, \underbrace{[\, \underbrace{\mathbf{dormir}}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}(\underbrace{\;x\;}_{\mathrm{e}})]}_{\mathrm{t}}}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$$

Par la suite, avec ce genre de λ-terme, nous prendrons l'habitude de souvent user de la règle de suppression des crochets, pour écrire $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$. De même, nous reconnaîtrons rapidement que $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ est de type $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$; informellement c'est parce que nous y voyons un prédicat binaire, **regarder**, qui possède ses arguments, x et y, et ceux-ci sont λ-abstraits par (Syn.7). Formellement il s'agit de la simplification de $\lambda y \lambda x[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$ dont le typage est détaillé en (25) :

(25) $$\underbrace{\lambda y\, \underbrace{\lambda x\, \underbrace{[\, \underbrace{[\, \underbrace{\mathbf{regarder}}_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}(\underbrace{\;y\;}_{\mathrm{e}})]}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}(\underbrace{\;x\;}_{\mathrm{e}})]}_{\mathrm{t}}}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}}_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$$

(26) $\lambda P \lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$

Nous savons déjà que $\mathbf{dormir}(x)$ est de type t. P est de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$ et $\mathbf{a}$ de type e, donc pour les mêmes raisons (i.e. (Syn.2)), $[P(\mathbf{a})]$ – simplifié en $P(\mathbf{a})$ – est de type t.

Cela nous permet d'appliquer la règle (Syn.4.b) pour produire $[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ de type t. Ensuite comme en (24), nous trouvons que $\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ est de type $\langle e, t\rangle$ (Syn.7). Et en appliquant encore une fois la règle de λ-abstraction (Syn.7), P étant de type $\langle e, t\rangle$, nous obtenons le type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ pour $\lambda P\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$.

$$\underbrace{\lambda \underbrace{P}_{\langle e,t\rangle} \underbrace{\lambda \underbrace{x}_{e} \underbrace{[\underbrace{\mathbf{dormir}(x)}_{t} \wedge \underbrace{P(\mathbf{a})}_{t}]}_{t}}_{\langle e,t\rangle}}_{\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle}$$

(27) $\lambda x\lambda P[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$
Ici les mêmes règles syntaxiques que précédemment sont appliquées, mais les deux λ-abstractions n'interviennent pas dans le même ordre. Donc nous trouverons d'abord $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ pour $\lambda P[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ puis $\langle e, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ pour $\lambda x\lambda P[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$:

$$\underbrace{\lambda x\, \underbrace{\lambda P\, \underbrace{[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_{t}}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}}_{\langle e,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$$

(28) $\iota P[P(\mathbf{a})]$
Il ne s'agit pas à proprement parler d'un λ-terme, mais c'est une expression que la nouvelle expressivité de LO nous permet de former. Elle utilise (Syn.6) ; nous avons le droit de l'appliquer car $[P(\mathbf{a})]$ est bien de type t. Et cette règle dit qu'un ι-terme a le même type que la variable liée par ι :

$$\underbrace{\iota \underbrace{P}_{\langle e,t\rangle} \underbrace{[P(\mathbf{a})]}_{t}}_{\langle e,t\rangle}$$

Corsons maintenant l'exercice en ajoutant de l'intensionnalité avec $^\wedge$.

(29) $\lambda P\lambda x^\wedge[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$
Après avoir formé $[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ de type t, on applique la règle (Syn.8) pour ajouter l'opérateur $^\wedge$. (Syn.8) est simple : elle nous dit que juste qu'il faut ajouter s au début du nouveau type obtenu ; donc $^\wedge[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ est de type $\langle s, t\rangle$. Ensuite on applique deux fois (Syn.7) comme en (26) ce qui va donner successivement les types $\langle e, \langle s, t\rangle\rangle$ et $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, \langle s, t\rangle\rangle\rangle$:

$$\underbrace{\lambda P\, \underbrace{\lambda x\, \underbrace{{}^\wedge \underbrace{[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_{\mathrm{t}}}_{\langle \mathrm{s},\mathrm{t}\rangle}}_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{s},\mathrm{t}\rangle\rangle}}_{\langle\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle,\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{s},\mathrm{t}\rangle\rangle\rangle}$$

(30) $\lambda P{}^\wedge\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$
Ici $^\wedge$ ne se place plus devant une formule mais devant le λ-terme (de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$) $\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$. Donc selon (Syn.8), ${}^\wedge\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]$ est de type $\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$. Puis par (Syn.7) on trouve $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle\rangle$ pour toute l'expression :

$$\underbrace{\lambda P\, \underbrace{{}^\wedge \underbrace{\lambda x\, \underbrace{[\mathbf{dormir}(x) \wedge P(\mathbf{a})]}_{\mathrm{t}}}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}}_{\langle \mathrm{s},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}}_{\langle\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle,\langle \mathrm{s},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle\rangle}$$

(31) $\lambda P\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge {}^\wedge P(\mathbf{a})]$
Cette expression, quant à elle, est mal formée, quelle que soit la manière dont on supplée les crochets qui manquent à ${}^\wedge P(\mathbf{a})$. En effet $[{}^\wedge P(\mathbf{a})]$ est en soi mal formée. Car les crochets nous disent qu'il s'agirait d'une application fonctionnelle, engendrée par (Syn.2), où l'argument est $\mathbf{a}$ et la fonction ${}^\wedge P$. Donc pour arriver là, on aurait d'abord appliqué la règle (Syn.8) sur P (de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$). Par (Syn.8), ${}^\wedge P$ est donc de type $\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$. Mais alors on n'a pas le droit d'appliquer (Syn.2), puisque $\mathbf{a}$ est de type e, type qui ne convient pas à celui de ${}^\wedge P$. En revanche le type de $\mathbf{a}$ (e) convient à P ($\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$), et on a le droit d'écrire $[P(\mathbf{a})]$ qui est de type t. On peut aussi écrire ${}^\wedge[P(\mathbf{a})]$, qui est de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$ (par la règle (Syn.8)). Mais à présent, c'est $[\mathbf{dormir}(x) \wedge {}^\wedge[P(\mathbf{a})]]$ qu'on n'a plus le droit d'écrire. Car la règle (Syn.4), qui introduit la conjonction $\wedge$, exige deux expressions de type t. Et ce n'est pas le cas de ${}^\wedge[P(\mathbf{a})]$.

En résumé, les deux règles les plus emblématiques du λ-calcul sont (Syn.2) et (Syn.7). (Syn.7) pourra toujours s'appliquer, il n'y a pas de condition à son application et le type du λ-terme produit se déduit simplement et directement, avec la « recette » qui dit que le type de $\lambda v\alpha$ est composé du type de v et de celui de α (cf. fig. 5.8, page suivante). La règle (Syn.2) est plus contrainte : dans une application fonctionnelle, elle contrôle d'abord que le type de l'argument et celui attendu par la fonction sont bien identiques, et ensuite elle transmet alors le type résultant de la fonction à toute l'expression.

FIG. 5.8 : Types de la λ-abstraction et types de l'application fonctionnelle

Exercice 5.10
On se donne les variables suivantes : $x, y \in \mathcal{V}ar_{\mathrm{e}}$, $\varphi \in \mathcal{V}ar_{\mathrm{t}}$, $P \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e,t}\rangle}$, $Q \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e,t}\rangle\rangle}$, $K \in \mathcal{V}ar_{\langle\langle \mathrm{s,t}\rangle, \langle \mathrm{e,t}\rangle\rangle}$, $S \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e,t}\rangle\rangle}$.

Dites si les expressions suivantes sont bien formées, et si oui quel est leur type. On considère que la règle de suppression des crochets s'est appliquée quand c'était utile.

1. $\lambda x\, Q(x, y)$
2. $\lambda Q \exists x\, Q(x, y)$
3. $[\lambda x\, Q(x, y)(y)]$
4. $\Diamond \lambda x\, P(x)$
5. $\lambda P\, P$
6. $[\lambda P\, P(x)(y)]$
7. $\lambda x[{}^{\vee}S(x)]$
8. $\lambda x\, {}^{\vee}[S(x)]$
9. $[\lambda x\, {}^{\vee}S(x)]$
10. $K({}^{\wedge}[\lambda x\, P(x)(y)])$
11. $\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
12. $\lambda\varphi\lambda x\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
13. $\lambda x\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
14. $\lambda K\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
15. $\lambda K\lambda\varphi\, {}^{\wedge}[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$
16. $\lambda K\lambda\varphi\, [{}^{\wedge}[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$
17. $\lambda x[P(x) \wedge Q(x)]$
18. $\lambda y\lambda x[P(x) \wedge Q(x, y)](x)$
19. $[\lambda Q\, Q(x, y)(\lambda x\, P)]$
20. $\lambda y\, Q(\iota x\, P(x), y)$

Exercice 5.11
Quels types peut-on proposer pour Q et A dans chaque expression suivante pour faire en sorte que l'expression soit à chaque fois de type t ? Il y a à chaque fois plusieurs réponses possibles.

1. $Q(A)$
2. $[{}^{\vee}Q(A)]$
3. ${}^{\vee}[Q(A)]$

Montrez qu'il n'est pas possible de faire la même chose pour $Q(Q)$.

5.3.3 Sémantique de LO typé

5.3.3.1 Calcul de toute sorte de dénotations

Dans les chapitres précédents, les règles d'interprétation sémantique de LO consistaient essentiellement à spécifier le calcul de la dénotation des *formules*, i.e. d'établir leurs conditions de vérité. À présent les expressions bien formées de LO ne sont plus seulement des formules, mais des expressions d'une extrême variété de types. Et n'oublions pas que les types, par définition, prévoient la nature de la dénotation des expressions qu'ils catégorisent. Il va donc nous être utile de pouvoir identifier simplement la nature des dénotations associées à chaque type. Pour cela il nous suffira de regrouper dans un même ensemble toutes les dénotations possibles correspondant à un type donné, en nommant cet ensemble suivant la convention suivante.

Notation 5.5 : Domaines de dénotation
L'ensemble des dénotations possibles d'une expression de type a est noté $\mathcal{D}_a$.

Ainsi, si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$, alors $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} \in \mathcal{D}_a$. En clair : si α est de type a, sa dénotation se trouve dans $\mathcal{D}_a$. On appelle $\mathcal{D}_a$ le DOMAINE DE DÉNOTATION, ou d'interprétation, de α (ainsi que de ME_a). Il nous faut ensuite spécifier que vaut $\mathcal{D}_a$ pour tout type a, c'est ce que donne la définition 5.12.

Définition 5.12 : Domaines de dénotation
Soit un modèle intensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$.

1. $\mathcal{D}_\mathrm{e} = \mathcal{A}$;
2. $\mathcal{D}_\mathrm{t} = \{0 ; 1\}$;
3. $\mathcal{D}_{\langle a,b \rangle} = \mathcal{D}_b^{\mathcal{D}_a}$, pour $a \neq \mathrm{s}$;
4. $\mathcal{D}_{\langle \mathrm{s},a \rangle} = \mathcal{D}_a^{\mathcal{W}}$.

Les deux premières définitions nous disent que les expressions de type e et t dénotent respectivement des éléments de $\mathcal{A}$ et des valeurs de vérité. La troisième dit qu'une expression fonctionnelle de type $\langle a, b \rangle$ a pour domaine de dénotation l'ensemble de *toutes* les fonctions qui vont de $\mathcal{D}_a$ vers $\mathcal{D}_b$. Par exemple, $\mathcal{D}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t} \rangle} = \mathcal{D}_t^{\mathcal{D}_e} = \{0 ; 1\}^{\mathcal{A}}$, c'est-à-dire l'ensemble de toutes les fonctions de $\mathcal{A}$ vers $\{0 ; 1\}$, ou si l'on préfère l'ensemble de toutes les fonctions caractéristiques de sous-ensembles de $\mathcal{A}$. La quatrième règle traite du cas particulier des types intensionnels $\langle \mathrm{s}, a \rangle$, car $\mathcal{D}_\mathrm{s}$ n'est pas défini (s n'est pas un type), mais s'il existait, $\mathcal{D}_\mathrm{s}$ serait identifié à l'ensemble des indices intensionnels, $\mathcal{W}$.

Comme d'habitude, les expressions de LO sont interprétées par rapport à un modèle intensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$ et une assignation g. Il faut dire ici un mot sur F et g, ces fonctions qui interprètent respectivement les constantes et les variables qui maintenant peuvent être de n'importe quel type. Cela implique que F et g sont sensibles aux types, elles « savent » dans quel ensemble d'arrivée trouver leurs valeurs pour chaque type de $\mathbf{T}$[35]. Par exemple, pour toute variable v de type a, une assignation g saura toujours que les valeurs à lui assigner sont dans $\mathcal{D}_a$.

La définition 5.13 donne les règles d'interprétations de LO typé. Dans ces règles, les crochets introduits par la syntaxe ont été omis pour ne pas surcharger les écritures.

[35] Et nous le savons aussi. Si l'on tient à rentrer dans les détails techniques, l'ensemble de toutes les assignations possibles par rapport à $\mathcal{M}$ est $\bigcup_{a \in \mathrm{T}} \mathcal{D}_a^{\mathcal{V}ar_a}$ et celui de toutes les fonctions d'interprétations possibles est $\bigcup_{a \in \mathrm{T}} (\mathcal{D}_a^{Cns_a})^{\mathcal{W}}$.

Définition 5.13 : Sémantique de LO typé

Soit un modèle intensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F \rangle$ et une assignation g.

(Sém.1) si $\alpha \in \mathcal{C}ns$, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = F(w, \alpha)$;
si $\alpha \in \mathcal{V}ar$, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = g(\alpha)$;

(Sém.2) $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g})$;

(Sém.3) $[\![\alpha = \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;

(Sém.4) $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 0$;
$[\![\varphi \wedge \psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ et $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
$[\![\varphi \vee \psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ou $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
$[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 0$ ou $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$;
$[\![\varphi \leftrightarrow \psi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},w,g}$;

(Sém.5) $[\![[n]\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi pour tout $w' \in \mathcal{W}$ t.q. $w\ R_{g(n)}\ w'$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',g} = 1$;
$[\![\langle n\rangle\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi il existe $w' \in \mathcal{W}$ t.q. $w\ R_{g(n)}\ w'$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w',g} = 1$;

(Sém.6) si $v \in \mathcal{V}ar_a$, alors :
$[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi pour tout $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$;
$[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi il existe $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$ t.q. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$;
$[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est défini ssi il existe un *unique* $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$ t.q. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$; alors $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \mathrm{x}$;

(Sém.7) si $\alpha \in \mathbb{ME}_a$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $[\![\lambda v\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est la fonction de $\mathcal{D}_a^{\mathcal{D}_b}$ qui pour tout $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_b$ donne $\mathrm{x} \mapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\mathrm{x}/v]}}$;

(Sém.8) si $\alpha \in \mathbb{ME}_a$, alors $[\![{}^\wedge\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est la fonction de $\mathcal{D}_a^{\mathcal{W}}$ qui pour tout $w' \in \mathcal{W}$ donne $w' \mapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w',g}$;

(Sém.9) $[\![{}^\vee\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(w)$.

La règle (Sém.2) de l'application fonctionnelle reprend la définition 5.6 vue en §5.2.2.2 ; et la règle (Sém.7) de la λ-abstraction reprend la définition 5.4 de §5.2.1.2. Remarquons aussi, en passant, que si φ et ψ sont de type t, alors $[\varphi = \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi]$ signifient exactement la même chose, ce qui rend le connecteur $\leftrightarrow$ redondant. Nous pourrions donc nous en passer, mais nous le conserverons car il est très usuel en sémantique formelle.

La sémantique de LO typé nous permet aussi de confirmer sous forme de théorèmes des observations que nous avons faites dans les pages qui précèdent (le terme *objet* est employé ici dans son acception la plus large pour désigner tout ce que l'on peut trouver dans le modèle, y compris donc des fonctions).

Théorème 5.3

Toute expression de type $\langle a, \mathrm{t}\rangle$ dénote la fonction caractéristique d'un ensemble d'objets, et plus précisément d'un sous-ensemble de $\mathcal{D}_a$.

La démonstration est immédiate du fait que $\mathcal{D}_{\langle a,\mathrm{t}\rangle} = \{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{D}_a}$. De même, le théorème 5.4 s'appuie sur le fait qu'une relation binaire peut toujours se formaliser comme une fonction à deux arguments qui prend ses valeurs dans $\{0\ ;\ 1\}$.

Théorème 5.4

Toute expression de type $\langle a, \langle a, \mathrm{t}\rangle\rangle$ dénote une RELATION (binaire) sur les objets de $\mathcal{D}_a$.
Et plus généralement, une expression de type $\langle a, \langle b, \mathrm{t}\rangle\rangle$ dénote une relation (binaire) entre les objets de $\mathcal{D}_a$ et ceux de $\mathcal{D}_b$.

Ces théorèmes s'incarnent directement dans notre notation $[\![\ ]\!]_{\mathfrak{e}}$ que nous définissons formellement à présent :

Notation 5.6 : $[\![\ ]\!]_{\mathfrak{e}}$

1. Si α est de type $\langle a, \mathrm{t}\rangle$, $[\![\alpha]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} = \{\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a \mid [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(\mathrm{x}) = 1\}$.
2. Si α est de type $\langle a, \langle b, \mathrm{t}\rangle\rangle$,
   $[\![\alpha]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} = \{\langle \mathrm{x}, \mathrm{y}\rangle \in \mathcal{D}_b \times \mathcal{D}_a \mid [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}(\mathrm{y})(\mathrm{x}) = 1\}$.
3. Si φ est de type t, $[\![\varphi]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},g} = \{w \in \mathcal{W} \mid [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}(w) = 1\}$.

5.3.3.2 Entraînement à la lecture des λ-termes

L'expressivité de notre langage objet a considérablement décuplé. Il n'est pas inutile de prendre le temps ici d'apprivoiser la multitude des nouvelles écritures pour se familiariser avec leurs significations. Nous allons passer en revue une série de λ-termes et, pour chaque exemple, je donnerai une description formelle de sa dénotation dans un modèle (a) et une glose plus informelle et rapide de sa lecture « syntaxique » (b).

(32) $\lambda x[\mathbf{dormir}(x) \wedge \mathbf{ronfler}(x)]$ est de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$ qui à chaque individu de $\mathcal{A}$ associe 1 ssi cet individu dort et ronfle dans le monde d'évaluation. En termes ensemblistes, c'est l'ensemble de tous ceux qui dorment et ronflent dans le monde d'évaluation.

b. C'est une expression qui attend un argument de type e pour produire la formule $[\mathbf{dormir}(x) \wedge \mathbf{ronfler}(x)]$ (quand x aura la valeur de cet argument).

(33) $\lambda\varphi\neg\varphi$ est de type $\langle t, t\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\{0;1\}}$ qui renvoie 1 pour 0 et 0 pour 1. En termes ensemblistes, c'est donc l'ensemble $\{0\}$.

b. C'est une expression qui attend une formule et retourne sa négation.

(34) $\lambda x\, x$ est de type $\langle e, e\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\mathcal{A}^{\mathcal{A}}$ qui renvoie tel quel l'argument qu'on lui donne. C'est ce que l'on appelle la *fonction d'identité* (sur $\mathcal{A}$).

b. C'est une expression qui attend un argument de type e et redonne cet argument.

(35) $\lambda x\, \mathbf{a}$ est de type $\langle e, e\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\mathcal{A}^{\mathcal{A}}$ qui renvoie toujours Alice, quel que soit son argument. C'est ce que l'on appelle une *fonction constante*.

b. C'est une expression qui attend un argument de type e mais qui n'en tient pas compte et retourne toujours **a**[36].

(36) $\lambda P \exists x[P(x)]$ est de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{(\{0;1\}^{\mathcal{A}})}$ qui à la fonction caractéristique de tout sous-ensemble de $\mathcal{A}$ associe le résultat 1 ssi ce sous-ensemble contient au moins un élément. En termes ensemblistes, c'est l'ensemble de tous les sous-ensembles non vides de $\mathcal{A}$.

b. C'est une expression qui attend un prédicat unaire comme argument et produit la formule $\exists x[P(x)]$ (quand P vaut ce prédicat).

Profitons-en ici pour mentionner différentes façons – alternatives mais équivalentes – d'envisager conceptuellement l'interprétation de λ-termes à plusieurs arguments (i.e. avec plusieurs λ). Ils peuvent d'abord bien sûr s'interpréter comme des fonctions à plusieurs arguments, mais aussi comme des relations entre plusieurs objets, ou encore comme une fonction à un argument qui, à partir de cet argument, construit un nouvel objet (qui peut lui-même être une fonction, un ensemble, une relation). Cette dernière vision, plus constructive, peut parfois aider à décoder les λ-termes, comme le montrent les exemples suivants.

(37) $\lambda x \lambda P[P(x)]$ est de type $\langle e, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$

a. Il dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{(\{0;1\}^{\mathcal{A}})})^{\mathcal{A}}$ qui prend en argument un individu de $\mathcal{A}$ (cf. x) et renvoie une fonction qui prend en argument la fonction caractéristique d'un ensemble d'individus (cf. P) et renvoie finalement 1 ssi le premier individu (x) appartient à cet ensemble (P). En termes ensemblistes,

[36] Ce λ-terme n'est pas, en soi, équivalent à la constante **a**, car il est fonctionnel – de type $\langle e, e\rangle$ – alors que la constante est de type e. Par β-réduction $[\lambda x\, \mathbf{a}(\mathbf{b})]$ se simplifie en **a**, mais il aura fallu donner l'argument **b**, même si celui-ci est finalement escamoté. Bien sûr, dans une démarche d'analyse sémantique, un tel λ-terme ne nous sera pas vraiment utile (mais le fait est qu'il existe dans LO).

c'est une relation entre un individu et un ensemble et qui établit que l'individu est un élément de l'ensemble ; c'est tout simplement la relation d'appartenance $\in$. On peut également voir cela comme une fonction qui prend en argument un individu et renvoie l'ensemble de tous les sous-ensembles de $\mathcal{A}$ qui contiennent cet individu ($\lambda P[P(x)]$).

b. C'est une expression qui attend un argument de type e puis un prédicat unaire, et qui applique ce prédicat à cet argument. Elle ne fait que réaliser l'application fonctionnelle.

(38) $\lambda P \lambda x[P(x)]$ est de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$

a. Il dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{(\{0;1\}^{\mathcal{A}})}$ qui prend en argument la fonction caractéristique d'un ensemble d'individus (cf. P) et renvoie une fonction qui prend en argument un individu (cf. x) et renvoie 1 ssi cet individu (x) appartient à cet ensemble (P). En termes ensemblistes, c'est la relation dite de « possession » entre un ensemble et un individu, et qui peut se noter $\ni$. On peut le voir aussi comme une fonction qui prend en argument un ensemble d'individus et qui, en résultat, reconstruit (la fonction caractéristique de) ce même ensemble (puisque $\lambda x[P(x)]$ dénote l'ensemble de tous les individus qui appartiennent à P). C'est la fonction d'identité sur les ensembles (d'individus de $\mathcal{A}$).

b. Comme la précédente, c'est une expression qui réalise l'application fonctionnelle entre un prédicat (unaire) et un argument (de type e).

Il est important de noter que même s'ils donnent à l'arrivée le même résultat, les λ-termes (37) et (38) ne sont pas sémantiquement équivalents. Déjà parce qu'ils n'ont pas le même type, et donc parce qu'ils ne « travaillent » pas de la même façon : ils attendent leurs arguments dans l'ordre inverse. Nous nous en rendons compte facilement en leur fournissant seulement leur premier argument. Pour (37), nous aurons par exemple $[\lambda x \lambda P[P(x)](\mathbf{a})]$ qui se β-réduit en $\lambda P[P(\mathbf{a})]$, i.e. l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent Alice (ou plus informellement, l'ensemble de tous les prédicats que vérifie $\mathbf{a}$). Pour (38), nous aurons par exemple $[\lambda P \lambda x[P(x)](\lambda y\, \mathbf{dormir}(y))]$ qui se β-réduit en $\lambda x[\lambda y\, \mathbf{dormir}(y)(x)]$ puis en $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$, i.e. la même chose que $\lambda y\, \mathbf{dormir}(y)$.

(39) $\lambda x[x = \mathbf{a}]$ est de type $\langle e, t\rangle$

a. Il dénote une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}}$ qui à chaque individu de $\mathcal{A}$ associe 1 ssi cet individu est Alice. En termes ensemblistes, c'est le singleton {Alice}.

b. C'est une expression qui attend un argument de type e et produit une formule qui identifie cet argument à $\mathbf{a}$.

(40) $\lambda x \lambda y[x = y]$ est de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$

a. Il dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{A}}$ qui prend en arguments un premier individu, puis un second et retourne 1 ssi il s'agit deux fois du même individu. C'est la relation d'identité (sur $\mathcal{A}$). En termes ensemblistes, on peut également le voir comme une fonction qui pour tout individu x de $\mathcal{A}$ construit le singleton {x} ($\lambda y[x = y]$).

b. C'est une expression qui attend deux arguments de type e et retourne la formule qui dit que ces deux arguments ont la même dénotation.

Examinons enfin quelques expressions qui contiennent l'opérateur $^\wedge$.

(41) $\lambda x^\wedge[\mathbf{dormir}(x)]$ est de type ⟨e, ⟨s, t⟩⟩
  a. Il dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{W}})^{\mathcal{A}}$ qui à chaque individu de $\mathcal{A}$ associe (la fonction caractéristique de) l'ensemble de tous les mondes où cet individu dort.
  b. C'est une expression prédicative qui attend un argument de type e et renvoie une proposition (qui dit que celui qu'on aura donné comme valeur pour x dort).

(42) $^\wedge\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ est de type ⟨s, ⟨e, t⟩⟩
  a. Il dénote une fonction de $(\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{A}})^{\mathcal{W}}$ qui à tout monde possible w associe (la fonction caractéristique de) l'ensemble de tous ceux qui dorment dans w.
  b. Ce n'est pas une expression prédicative, elle n'attend pas par elle-même d'argument dans LO ; elle dénote la *propriété* de dormir.

Si nous voulons saturer la position x de (42) en donnant un argument, nous devons d'abord la « désintensionnaliser » au moyen de $^\vee$, en écrivant par exemple $[^{\vee\wedge}\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)(\mathbf{a})]$. En toute rigueur, nous n'avons pas le droit d'effectuer la β-réduction sur cette application fonctionnelle (car elle ne commence pas par $[\lambda$), mais nous avons vu dans le théorème 4.1 (p. 243) que $^{\vee\wedge}\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ est équivalent à $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$; nous pouvons donc simplifier en $[\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)(\mathbf{a})]$ puis $\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$.

5.3.3.3 Les $\boldsymbol{\lambda}$-conversions

Nous avons vu en §5.2 que le λ-calcul s'accompagne d'une série de règles de simplifications, fondées sur des équivalences sémantiques, et que l'on regroupe sous le nom de λ-conversions. Nous avons assez longuement examiné et discuté celle qui nous est la plus utile : la β-réduction. Elle simplifie les applications fonctionnelles en – pour résumer – remplaçant la variable λ-abstraite par l'argument donné au λ-terme. Sa définition est redonnée ci-dessous, en précisant les situations où la β-réduction n'est pas licite.

Définition 5.14 : $\boldsymbol{\beta}$-réduction

L'expression $[\lambda v \alpha(\gamma)]$ est équivalente à et remplaçable par $[\gamma/v]\alpha$, *sauf* :

- si une variable libre dans γ devait se retrouver liée dans α, et
- si γ devait se retrouver dans la portée d'un opérateur intensionnel ($[n]$, $\langle n\rangle$ ou $^\wedge$) de α.

Le premier cas de figure qui interdit la β-réduction a déjà été présenté en §5.2.3. Le second procède du même principe (et cela apparaîtra plus clairement en §5.4), mais il ne se contourne pas aussi facilement que le premier (pour le moment). Il interdit d'effectuer la β-réduction si l'argument du λ-terme atterrit dans la portée d'un opérateur intensionnel, et cela se comprend facilement : dans $[\![[\lambda v\alpha(\gamma)]]\!]^{\mathcal{M},w,g}$, γ est interprété dans le monde w (cf. (Sém.2)) ; mais si dans α, v est dans la portée de $[n]$, $\langle n\rangle$ ou $^\wedge$, alors après β-réduction γ serait interprété par rapport à d'autres mondes que w et il n'aurait donc pas la même dénotation qu'avant la β-réduction. Pour s'en convaincre, regardons les formules (43a) et (43b), que nous traduirons ici simplement par *il est nécessaire que le Pape soit chauve* (sans s'interroger d'avantage sur le type de modalité en question).

(43) a. $[\lambda x[n]\mathbf{chauve}(x)(\iota y\, \mathbf{pape}(y))]$
b. $[n]\mathbf{chauve}(\iota y\, \mathbf{pape}(y))$

(43b) serait le résultat de la β-réduction de (43a). Mais si nous les interprétons par rapport à un monde w, alors dans (43a), $\iota y\, \mathbf{pape}(y)$ dénote l'unique individu qui est Pape dans w ; appelons-le François. Et (43a) sera vraie dans w ssi François est chauve dans tous les mondes accessibles à w. Or (43b) est vraie dans w ssi, dans tout monde w' accessible à w, celui qui est Pape dans w' est chauve dans w'. Les deux formules ne sont donc pas équivalentes ; (43b) pourrait approximativement se paraphraser en *si quelqu'un, quel qu'il soit, est le Pape, alors nécessairement il sera chauve*, alors que (43a) parle du seul Pape du monde d'évaluation.

À titre informatif, je présente ici les deux autres règles de λ-conversion courantes, la η-réduction[37] et l'α-équivalence. Nous avons déjà rencontré la η-réduction quand nous avions constaté que $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ et $\mathbf{dormir}$ étaient équivalents.

Définition 5.15 : η-réduction

Si v n'est pas libre dans α, l'expression $\lambda v[\alpha(v)]$ est équivalente à et remplaçable par α.

La définition prend garde d'exclure les cas où λv lie aussi des occurrences de v *dans* α. En effet $\lambda x[[\mathbf{regarder}(y)](x)]$ (c'est-à-dire $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$, qui correspond au GV *regarde y*) équivaut à $[\mathbf{regarder}(y)]$, mais $\lambda x[[\mathbf{regarder}(x)](x)]$ (c'est-à-dire $\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, x)$, qui correspond au GV *se regarde*) n'équivaut pas à $[\mathbf{regarder}(x)]$ (*regarde x*). C'est parce que x est libre dans $[\mathbf{regarder}(x)]$.

L'α-équivalence a déjà été rencontrée également. Elle dit simplement que l'on peut renommer sans risque la variable liée par un λ. Ainsi $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ peut être remplacé par $\lambda y\, \mathbf{dormir}(y)$, et $\lambda y\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ par $\lambda x\lambda y\, \mathbf{regarder}(y, x)$[38].

[37] Rappel : η est la lettre grecque *êta*.

[38] Précisons cependant qu'en toute rigueur, cette dernière substitution se fait avec plusieurs étapes intermédiaires : par exemple $\lambda y\lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ est remplacé par $\lambda y\lambda z\, \mathbf{regarder}(z, y)$, qui est remplacé par $\lambda x\lambda z\, \mathbf{regarder}(z, x)$, qui est remplacé par $\lambda x\lambda y\, \mathbf{regarder}(y, x)$. Ceci afin d'éviter de tomber par exemple sur $\lambda y\lambda y\, \mathbf{regarder}(y, y)$.

Définition 5.16 : α-équivalence

Soit u et v deux variables de même type. Si u n'apparaît pas dans α, alors l'expression $\lambda v \alpha$ est équivalente à et remplaçable par $\lambda u[u/v]\alpha$.

5.3.3.4 Conséquence logique et monotonie

Au chapitre 4, nous avons défini l'équivalence sémantique pour n'importe quelle expression de LO (déf. 4.17 p. 253). Cette définition vaut toujours mais à présent nous pouvons également généraliser la définition de la conséquence logique à d'autres expressions que les seules formules de type t. Par exemple, il peut être utile de reconnaître une conséquence logique entre des prédicats de type $\langle e, t\rangle$ ou $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$. En effet lorsque nous concluons que *Jim est un éléphant* $\models$ *Jim est un animal* c'est bien parce que nous savons qu'il y a une conséquence logique du prédicat *être un éléphant* vers le prédicat *être un animal*, autrement dit **éléphant** $\models$ **animal**. Avec LO typé nous pouvons assez facilement étendre la définition de $\models$ pour de telles expressions en partant de la définition de base (déf. 4.16 p. 253) que nous manipulons depuis quelque temps. Rappelons cette définition, en nous limitant ici au cas d'une conséquence entre seulement deux formules : si φ et $\psi \in \text{ME}_t$, alors $\varphi \models \psi$ ssi pour tout modèle $\mathcal{M}$, tout monde w et toute assignation g tels que $\mathcal{M}, w, g \models \varphi$, on a aussi $\mathcal{M}, w, g \models \psi$.

Il faut cependant d'abord prendre une petite précaution : $\models$ ne peut pas s'appliquer à *tous* les types de $\mathbf{T}$. Par exemple, cela n'aurait pas beaucoup de sens de définir la relation entre des expressions de type e. Nous devons nous limiter à un sous-ensemble de $\mathbf{T}$, que nous appellerons l'ensemble des *types booléens*[39], $\mathbf{T}_B$, défini de la manière suivante :

Définition 5.17 : Types booléens

$\mathbf{T}_B$ est le plus petit sous-ensemble de $\mathbf{T}$ tel que :

1. $t \in \mathbf{T}_B$;
2. si $a \in \mathbf{T}$ et $b \in \mathbf{T}_B$, alors $\langle a, b\rangle \in \mathbf{T}_B$.

Les expressions de type booléen sont ces expressions qui lorsqu'on leur fournit tous leurs argument finissent par donner un résultat de type t.

Maintenant nous pouvons définir la conséquence logique pour tous ces types en procédant de manière récursive. Le cas initial est celui de la conséquence entre expressions de type t qui correspond à la définition de base rappelée ci-dessus. Ensuite pour tout type booléen complexe, $\models$ est défini comme suit :

[39] Attention, il ne s'agit pas ici de ce qui est couramment appelé *type booléen* en logique et en informatique et qui renvoie simplement à notre type t. Ce que je désigne ici par types booléen est également appelé, dans la littérature anglophone, *conjoinable types*, que nous pourrions traduire (un peu maladroitement) par « types conjoignables ». Cf. §6.6.1.

Définition 5.18 : Conséquence logique généralisée
Soit $\langle a, b\rangle \in \mathbf{T}_{\mathrm{B}}$, α et $\beta \in \mathrm{ME}_{\langle a,b\rangle}$ et $x \in \mathcal{V}ar_a$: $\alpha \models \beta$ ssi $\alpha(x) \models \beta(x)$.

L'idée est que pour vérifier que $\alpha \models \beta$ nous saturons progressivement les arguments des deux expressions. Nous savons que $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sont de type b qui est lui aussi un type booléen, en vertu de la définition 5.17 ; nous pouvons alors réappliquer « en boucle » la vérification de $\models$ sur ces deux nouvelles expressions jusqu'à ce que nous arrivions au type t qui est pris en charge par la définition de base. Reprenons notre exemple. Pour vérifier que **éléphant** $\models$ **animal**, il nous faut vérifier que **éléphant**$(x) \models$ **animal**(x). Nous sommes maintenant avec deux expressions de type t qui contiennent toutes les deux la variable libre x. Nous appliquons alors la définition 4.16 et cette définition nous demande d'envisager toutes les assignations possibles g. C'est précisément cela qui garantit la cohérence de la conséquence entre prédicats. Car **éléphant**$(x) \models$ **animal**(x) dit que pour *toute* valeur possible de x, si x est un éléphant, alors x est un animal[40]. Et nous savons que cela est vrai[41], ce qui nous permet de conclure que **éléphant** $\models$ **animal**. De la même façon nous pouvons démontrer $\lambda x\,\mathbf{aimer}(x, \mathbf{a}) \models \lambda x \exists y\,\mathbf{aimer}(x, y)$ ou $\lambda y \lambda x\,\mathbf{adorer}(x, y) \models \lambda y \lambda x\,\mathbf{aimer}(x, y)$.

Bien sûr, on peut aussi définir la conséquence entre prédicats en passant par la relation d'inclusion de leurs dénotations ensemblistes : **éléphant** $\models$ **animal** ssi pour tout $\mathcal{M}$, w et g, $[\![\mathbf{éléphant}]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![\mathbf{animal}]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$. Mais en procédant comme nous l'avons fait, nous montrons que la conséquence entre prédicats s'obtient à partir de la conséquence logique classique entre phrases. Et cette conséquence généralisée nous permet assez facilement de caractériser une propriété notable de certaines expressions et que l'on appelle la MONOTONIE.

Définition 5.19 : Monotonie
Soit a et $b \in \mathbf{T}_{\mathrm{B}}$, $\gamma \in \mathrm{ME}_{\langle a,b\rangle}$, α et $\beta \in \mathrm{ME}_a$.

1. γ est MONOTONE CROISSANT ssi : si $\alpha \models \beta$ alors $\gamma(\alpha) \models \gamma(\beta)$.
2. γ est MONOTONE DÉCROISSANT ssi : si $\alpha \models \beta$ alors $\gamma(\beta) \models \gamma(\alpha)$.

Ce que la définition dit, c'est que les expressions monotones croissantes conservent à leur propre niveau les conséquences logiques que l'on peut observer au niveau de leur position argumentale, alors que les monotones décroissantes inversent ces conséquences[42]. Et parallèlement, il existe des expressions qui ne sont pas monotones, c'est-à-dire qui « détruisent » les conséquences logiques.

[40] C'est comme si x était globalement liée par un quantificateur universel. Et d'ailleurs **éléphant**$(x) \models$ **animal**(x) équivaut logiquement à $\models \forall x[\mathbf{éléphant}(x) \rightarrow \mathbf{animal}(x)]$.

[41] En supposant que nous avons à ce sujet un postulat de signification comme ceux de §4.5.3.

[42] À cet égard, dans la littérature anglophone, ces propriétés sont également appelées, respectivement, *upward entailing context* et *downward entailing context*. Ici contexte doit être pris dans le sens d'environnement syntactico-sémantique.

Les propriétés de monotonie sont sémantiquement pertinentes pour plusieurs raisons. D'abord, avec la définition 5.19, nous pouvons les vérifier formellement dans LO. Mais nous pouvons également, parfois assez facilement, repérer ces propriétés directement dans les énoncés de la langue[43]. Par conséquent, si nous constatons qu'un certain environnement syntactico-sémantique se trouve être monotone (dé)croissant, alors nous saurons que sa traduction correcte dans LO devra aussi satisfaire cette propriété. C'est donc un outil pratique pour nous aider à valider des analyses sémantiques. Pour émettre l'hypothèse qu'un environnement linguistique donné, appelons-le C, est monotone, la méthode est, dans ses grandes lignes, la suivante. D'abord, il faut s'assurer qu'il y a un moyen de traduire C dans LO par une expression fonctionnelle (comme γ dans la déf. 5.19). Ensuite, on considère deux expressions linguistiques A et B dont on sait qu'elles sont en relation de conséquence logique A $\models$ B (parce qu'on sait que A et B se traduisent respectivement par α et β et que $\alpha \models \beta$) et qui peuvent s'insérer grammaticalement dans C. Notons C(A) et C(B) l'insertion de A et B dans C. Si, en supposant que C(A) est vrai, on constate que C(B) est nécessairement vrai aussi, alors on peut supposer que C est monotone croissant. Si à l'inverse, en supposant que C(B) est vrai, on constate que C(A) est nécessairement vrai, alors c'est l'hypothèse que C est monotone décroissant que l'on peut envisager. Pour renforcer les conclusions, il est prudent de recommencer le test en variant A et B car la définition 5.19 vaut pour n'importe quels α et β.

Voici quelques exemples. Comme la monotonie croissante ne change pas les conséquences logiques, on considère souvent que c'est un peu un cas par défaut. Illustrons-la tout de même avec la position de complément d'un verbe d'attitude comme *penser* ou *dire*. Nous savons que (44a) $\models$ (44b) (ce sont nos A et B).

(44) a. Alice a la grippe et Bruno a un rhume.
b. Alice a la grippe.

Et nous constatons que que (45a) $\models$ (45b). C'est donc un indice pour estimer que *penser* est monotone croissant sur sa position de complément.

(45) a. Charles pense qu'Alice a la grippe et Bruno un rhume.
b. Charles pense qu'Alice a la grippe.

Le cas exemplaire de la monotonie décroissante est celui de la négation ($\lambda\varphi\neg\varphi$, i.e. *il est faux que*). En reprenant (44) nous avons cette fois (46b) $\models$ (46a)[44].

(46) a. Il est faux qu'Alice a la grippe et Bruno un rhume.
b. Il est faux qu'Alice a la grippe.

De même, les adverbes de quantification *parfois* et *souvent*, employé dans des phrases simples, sont monotones croissants, alors que *rarement* est monotone décroissant. Nous

[43] En vérité, pour être tout à fait rigoureux, ce qui est « facile » à démontrer c'est qu'un environnement *n'est pas* monotone ; il suffit pour cela de trouver un contre-exemple. Pour proposer une hypothèse de monotonie, on peut au mieux procéder par induction en examinant de nombreux exemples variés.

[44] Et (46a) $\not\models$ (46b) car (46a) est vrai si Alice a la grippe et Bruno n'a pas de rhume, et dans ce cas (46b) est faux.

savons que *boire du whisky* $\models$ *boire de l'alcool*, et nous constatons que (47a) $\models$ (47b) et (48b) $\models$ (48a).

(47) a. Charles boit souvent du whisky.
b. Charles boit souvent de l'alcool.

(48) a. Charles boit rarement du whisky.
b. Charles boit rarement de l'alcool.

Nous verrons d'autres exemples plus illustratifs de monotonie (dé)croissante en §6.5.2. Mais nous pouvons dores et déjà faire une observation intéressante. Il se trouve que dans LO l'implication matérielle $\rightarrow$ est monotone décroissante pour sa position d'antécédent (et monotone croissante pour sa position de conséquent), c'est-à-dire que si $\varphi \models \psi$, alors $[\psi \rightarrow \chi] \models [\varphi \rightarrow \chi]$. On peut trouver en français des exemples de conditionnelles qui *semblent* confirmer cela, comme (49) où (49a) $\models$ (49b).

(49) a. S'il pleut, la route sera glissante.
b. S'il pleut et qu'il fait nuit, la route sera glissante.

Mais en fait il existe de nombreux contre-exemples comme (50) : (50a) $\not\models$ (50b).

(50) a. Si tu avales du poison, tu meurs.
b. Si tu avales du poison et que tu prends un antidote, tu meurs.

Cela tend à montrer que, comme nous l'avons déjà laisser entendre, l'implication matérielle n'est pas une traduction sémantiquement tout à fait adéquate pour rendre compte des structures conditionnelles en *si…, alors…* des langues naturelles. C'est pourquoi nous reviendrons sur leur analyse au chapitre 9 (vol. 2)[45].

Un autre intérêt à considérer la monotonie en sémantique est lié à l'étude de certaines expressions de la langue que l'on appelle les TERMES À POLARITÉ NÉGATIVE (ang. *negative polarity items* ou NPI). Ce sont des expressions comme, entre autres, *any* et *ever* en anglais, et *jamais*, *aucun*, *le moindre*, *quoi/qui que ce soit*, *du tout*, *bézef*, *croyable*, *broncher*, *lever le petit doigt…* en français. L'emploi grammatical de ces expressions est régi par des contraintes spécifiques. On observe en effet qu'elles ne peuvent apparaître que dans des « contextes négatifs » ; mais c'est là une caractérisation informelle, car ces contextes ne se résument pas simplement à la portée d'une négation comme *ne… pas* ou *il est faux que* ni même à la présence de $\neg$ dans la traduction sémantique. C'est pourquoi il a été proposé[46] une description plus précise qui identifie ces contextes légitimant les NPI aux

[45] On pourrait arguer, à l'inverse, qu'en fait un locuteur qui asserte (50a) fait un usage abusif de la conditionnelle, que littéralement il dit quelque chose de faux (tout en le présentant comme vrai) et que c'est par un mécanisme de réinterprétation (peut-être pragmatique) que l'on comprendra qu'il s'autorise à négliger des exceptions, etc. Mais ce serait là ce que l'on appelle en sciences une hypothèse *ad hoc*, c'est-à-dire une hypothèse supplémentaire qui vient complexifier l'analyse dans le but principal de sauvegarder la proposition initiale, en l'occurrence ici que les conditionnelles se traduisent par des implications matérielles. Il me semble plus raisonnable au moins d'explorer la piste d'une réanalyse des conditionnelles qui rende compte directement de (50).

[46] Cf. notamment Ladusaw (1980).

environnements monotones décroissants. C'est ainsi ce qui peut expliquer le contraste en (51) :

(51) a. *Il fait souvent le moindre effort.
b. Il fait rarement le moindre effort.

Les termes à polarité négative constituent un sujet sémantique particulièrement complexe et une immense littérature leur est consacrée. Nous ne faisons ici qu'effleurer très grossièrement la question (il existe une variété de sous-catégories de ces termes qui n'ont pas toutes le même comportement et la monotonie telle que nous l'avons définie ici ne suffit pas à expliquer entièrement le phénomène : par exemple les antécédents de conditionnelles ne sont pas monotones décroissants mais ils légitiment les NPI). Mais cela montre qu'il y a une pertinence à étudier des propriétés telles que la monotonie. C'est d'ailleurs également corroboré par l'observation que les environnements monotones décroissants (et plus généralement ceux qui légitiment les NPI) ont naturellement tendance à suspendre les implicatures scalaires[47]. Par exemple en (52a) la disjonction est interprétée exclusivement par implicature scalaire, alors qu'en (52b) elle est interprétée inclusivement (donc sans l'implicature) :

(52) a. Je prends souvent un dessert ou du fromage au restaurant (mais pas souvent les deux).
b. Je prends rarement un dessert ou du fromage au restaurant ([#]mais pas rarement les deux).

Exercice 5.12

Supposons qu'en assimilant les fonctions et les ensembles, nous décidions de représenter sous forme de prédicats de LO quelques notions de la théorie des ensembles. Sachant que x est de type e et P et Q de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$, donnez pour chaque prédicat défini ci-dessous un λ-terme qui lui est équivalent (et qui ne contient pas de constante non logique).

1. $[\![\textbf{élément-de}(x, P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g} \in [\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g}$
2. $[\![\textbf{inclus}(P, Q)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![Q]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g}$
3. $[\![\textbf{disjoint}(P, Q)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![Q]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$
4. $[\![\textbf{intersection}(P, Q)]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} = [\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![Q]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g}$
5. $[\![\textbf{union}(P, Q)]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} = [\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} \cup [\![Q]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g}$
6. $[\![\textbf{vide}(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$
7. $[\![\textbf{singleton}(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g}$ contient un et un seul élément
8. $[\![\textbf{parties-de}(P)]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g} = \mathscr{P}([\![P]\!]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{M},w,g})$

[47] Cf. par exemple Horn (1989 : chap. 4).

Exercice 5.13
Montague (1973) utilise les « raccourcis » de notation suivants[48] :

- Si $\gamma \in \mathrm{ME}_{\langle s, \langle a, t\rangle\rangle}$ et $\alpha \in \mathrm{ME}_a$, alors $[\gamma\{\alpha\}]$ vaut pour $[{}^{\vee}\gamma(\alpha)]$;
- Si $\gamma \in \mathrm{ME}_{\langle s, \langle a, \langle b, t\rangle\rangle\rangle}$, $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ et $\beta \in \mathrm{ME}_b$, alors $[\gamma\{\beta, \alpha\}]$ vaut pour $[{}^{\vee}\gamma(\beta, \alpha)]$;
- Si $x \in \mathcal{V}ar_a$ et $\varphi \in \mathrm{ME}_t$, alors $\hat{x}\varphi$ vaut pour $\lambda x\varphi$,
- et $\hat{x}\varphi$ vaut pour ${}^{\wedge}\lambda x\varphi$;
- Si $\alpha \in \mathrm{ME}_e$ et $P \in \mathrm{ME}_{\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle}$, alors α^* vaut pour $\lambda P[P\{{}^{\wedge}\alpha\}]$.

Sachant que x et $\mathbf{a}$ sont de type e, **citron** de type $\langle e, t\rangle$, **aimer** de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et $\mathcal{P}$ de type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$, pour chaque expression ci-dessous, donnez son type et retranscrivez la selon notre syntaxe habituelle de la définition 5.11 (p. 297).

1. $\mathbf{a}^*$
2. $\lambda x\, {}^{\wedge}\mathbf{aimer}\{\mathbf{a}, x\}$
3. $\hat{\mathcal{P}}[\mathcal{P}\{x\}]$
4. $\hat{x}\,\mathbf{citron}(x)$
5. $\hat{x}\,\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, x)$
6. $[\mathbf{a}^*({}^{\wedge}\mathcal{P})]$

Détaillez ce que dénote $\mathbf{a}^*$ sachant que $\mathbf{a}$ dénote Alice.

5.3.4 Applications

5.3.4.1 Une version plus « catégorique »

Commençons par un peu de vocabulaire. Les constantes logiques de LO ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $=$, $\forall$, $\exists$, etc.) sont ce que l'on appelle des symboles SYNCATÉGORÉMATIQUES. Par opposition, les constantes non logiques et les variables du langage sont, eux, des symboles CATÉGORÉMATIQUES. Un symbole catégorématique est un symbole à qui le système attribue une interprétation propre et autonome ; autrement dit α est catégorématique si $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M}, w, g}$ est défini (par la définition 5.13). À l'inverse, un symbole syncatégorématique est un symbole dont l'usage (syntaxique) et l'interprétation sont toujours définis « en compagnie » d'une ou plusieurs autres expressions de LO. Par exemple, $\neg$ est syncatégorématique parce que $\neg$ en soi n'est pas une expression bien formée de LO (elle n'a pas de type) et que $[\![\neg]\!]^{\mathcal{M}, w, g}$ n'est pas défini. Ce que nous savons interpréter c'est $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M}, w, g}$: il faut que $\neg$ soit accompagné d'une formule. Les règles (Sém.3–9) de la définition 5.13 peuvent, à cet égard, être appelées les règles d'interprétation syncatégorématiques de LO. Plus un langage contient de symboles syncatégorématiques, plus ses règles syntaxiques et sémantiques sont nombreuses.

Pourtant nous savons bien assigner – au moins informellement – une interprétation à la négation $\neg$: elle consiste à inverser la valeur de vérité de la formule qui suit. D'ailleurs nous avions vu (§2.4.1) que c'est un opérateur vérifonctionnel, ce qui signifie qu'il « dénote » une fonction de vérité, en l'occurrence de $\{0 ; 1\}^{\{0;1\}}$. C'est la fonction (53).

(53) $\left[\begin{array}{l} 1 \mapsto 0 \\ 0 \mapsto 1 \end{array}\right]$

[48] Les notations de Montague ne sont pas exactement celles présentées ici : j'ai procédé aux ajustements appropriés pour rester cohérent avec les conventions utilisées dans ce manuel (définition 5.11) ; en l'occurrence, les crochets [ ] ne sont pas placés de la même façon.

Or rien ne nous empêche de concevoir dans LO une expression *catégorématique* qui dénote (53). Ce sera une constante de type $\langle t, t\rangle$. Appelons-la **non**. Alors les formules $\mathbf{non}(\varphi)$ et $\neg\varphi$ sont exactement équivalentes.

Nous pouvons ainsi donner une version catégorématique de tous les connecteurs vérifonctionnels. Pour les connecteurs binaires, ce seront des constantes de types $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$, qui prennent leur dénotation dans $(\{0\ ;\ 1\}^{\{0;1\}})^{\{0;1\}}$. Par exemple, pour $\wedge$ nous aurons la constante **et**, et la formule $[[\mathbf{et}(\psi)](\varphi)]$, simplifiable en $\mathbf{et}(\varphi, \psi)$, sera équivalente à $[\varphi \wedge \psi]$. Nous nous débarrasserions alors des règles (Syn.4) et (Sém.4) de LO. Cependant, nous devrions ajouter par ailleurs une définition qui précise le sens de ces constantes afin de garantir qu'elles répliquent correctement nos connecteurs vérifonctionnels ; quelque chose comme (54) (pour chaque constante concernée) :

(54) Quels que soient $\mathcal{M}$, w et g, $[\![\mathbf{et}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 1 \\ 0 \longrightarrow 0 \end{array}\right] \\ 0 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 0 \\ 0 \longrightarrow 0 \end{array}\right] \end{array}\right]$

Une telle définition en soi ne fait pas partie des règles de la définition 5.13 ; elle est donnée « en annexe », comme la définition de n'importe quel prédicat, et fonctionne donc un peu comme un postulat de signification (cf. §4.5.3).

Bien entendu, le gain n'est pas considérable, et les versions catégorématiques de connecteurs sont présentées ici simplement à titre d'illustration de ce que permet un langage comme LO typé. Nous continuerons à utiliser nos connecteurs syncatégorématiques, car nous en avons pris l'habitude et ils offrent des modes d'écritures plus simples et plus naturelles. Par exemple si la négation phrastique du français peut se traduire en LO par **non** (ou $\lambda\varphi\, \mathbf{non}(\varphi)$), nous aurons aussi bon compte à la traduire simplement par $\lambda\varphi\neg\varphi$ (qui bien sûr dénote aussi la fonction (53)) ; de même pour la conjonction *et* qui se traduira par $\lambda\psi\lambda\varphi[\varphi \wedge \psi]$ plutôt que par **et** ou $\lambda\psi\lambda\varphi\, \mathbf{et}(\varphi, \psi)$.

Notons que nous avions déjà discuté, sans le dire, de la « catégorématisation » du symbole $=$ (p. 298) pour constater que ce n'était pas si simple, car on ne pourrait pas assigner un type unique à la constante qui remplacerait $=$. Cela montre que les symboles syncatégorématiques ont un pouvoir expressif utile et parfois supérieur à celui des constantes non logiques de LO. De même, nous ne pouvons pas vraiment donner une version catégorématique de λ. En revanche, nous pouvons le faire pour les quantificateurs et nous en tirerons profit en §6.5 ; quant à $^\wedge$, $^\vee$ et les opérateurs modaux, leur cas sera abordé, d'une certaine manière, *infra* en §5.4.

Notons, pour terminer, qu'une constante catégorématique valant pour l'implication peut être intéressante d'un point de vue représentationnel (et compositionnel). Appelons-là **si** ; nous aurons intérêt à la définir de telle sorte que $[[\mathbf{si}(\varphi)](\psi)]$ soit équivalente à $[\varphi \rightarrow \psi]$. Dans ce cas, nous poserons que son sens est défini par (55).

(55) Quels que soient $\mathcal{M}$, w et g, $[\![\mathbf{si}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 1 \\ 0 \longrightarrow 0 \end{array}\right] \\ 0 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 1 \\ 0 \longrightarrow 1 \end{array}\right] \end{array}\right]$

Mieux vaudra alors éviter d'appliquer la règle de suppression des crochets (qui produit la formule $\mathbf{si}(\psi, \varphi)$ peu intuitive) ; la notation $[[\mathbf{si}(\varphi)](\psi)]$ (éventuellement simplifiée en $\mathbf{si}(\varphi)(\psi)$) montre en effet que **si** est une traduction naturelle du subordonnant conditionnel *si* du français, car nous voyons que **si** prend en premier argument la subordonnée conditionnelle φ (qu'introduit *si*) puis en second argument la principale ψ. C'est ainsi plus proche de la structure syntaxique d'une phrase conditionnelle[49], et c'est même très similaire, dans l'aspect « graphique », de ce nous proposerons au chapitre 9 (vol. 2) pour une analyse précise de ce type de phrases (où nous verrons que l'implication matérielle est en fait mal appropriée).

5.3.4.2 Lecture *de re* des expressions référentielles

Au chapitre précédent (§4.4.3.3), nous avons vu comment représenter sémantiquement la lecture *de dicto* d'une expression référentielle. Pour *Œdipe*$_1$ *voulait épouser sa*$_1$ *mère*, la traduction est (56), où le GN apparaît dans la portée de l'opérateur d'intensionnalité $^\wedge$:

(56) $\mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, \iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})))$

Nous avons également vu que l'analyse de la lecture *de re* était plus problématique car nous n'avions pas d'endroit, hors de la portée de $^\wedge$, où insérer $\iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$. Le λ-calcul résout ce problème. La traduction (57) nous donne les conditions de vérité de la phrase avec l'interprétation *de re* du GN.

(57) $[\lambda x\, \mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, x))(\iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ}))]$

La β-réduction n'est pas autorisée ici car l'argument $\iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ se retrouverait dans la portée de $^\wedge$ (cf. §5.3.3.3) ; (57) ne se ramène donc pas à (56). Et les deux formules ne sont pas équivalentes. Comme nous l'avions vu, ${^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, \iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ}))$ dénote l'ensemble de tous les mondes dans lesquels Œdipe épouse sa mère ; d'un monde à l'autre, celle qui est la mère d'Œdipe peut être une femme différente, mais dans chacun de ces mondes, Œdipe l'épouse. Ainsi (56) est vraie dans un monde w ssi Œdipe souhaite que cet ensemble de mondes contienne w.

En revanche dans (57), l'objet de **vouloir** est la proposition ${^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, x)$, qui dénote l'ensemble de tous les mondes dans lesquels Œdipe épouse x. L'identité de x (i.e. sa dénotation) dépend de l'assignation g, mais ce sera le même individu pour tous les mondes de la proposition. Par exemple, si $g(x) = \text{JOCASTE}$, alors ${^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, x)$ dénotera l'ensemble des mondes où Œdipe épouse Jocaste (qu'elle soit ou non sa mère dans ces mondes). Et $\mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, x))$ est vraie dans w ssi Œdipe veut épouser x dans w. Ensuite par λ-abstraction, $\lambda x\, \mathbf{vouloir}(\mathbf{œ}, {^\wedge}\mathbf{épouser}(\mathbf{œ}, x))$ dénote dans w la fonction caractéristique de l'ensemble de tous les individus qu'Œdipe veut épouser dans w. À cette fonction, (57) donne l'argument $\iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$. Donc en l'interprétant dans w, (57) sera vraie ssi la dénotation dans w de $\iota y\, \mathbf{mère}(y, \mathbf{œ})$ (c'est-à-dire celle qui est véritablement la mère d'Œdipe dans w) appartient à l'ensemble des personnes qu'Œdipe veut épouser

[49] Cependant, rien ne nous empêche de conserver le symbole $\rightarrow$ en posant que *si* se traduit par le λ-terme $\lambda\varphi\lambda\psi[\varphi \rightarrow \psi]$.

dans w. Ce sont bien les conditions de vérité de la phrase avec la lecture *de re* du GN *sa mère.*

LO a maintenant l'expressivité requise pour différencier les lectures *de dicto* et *de re* dans tous les cas de figure. Il reste encore cependant un point d'achoppement pour l'analyse complète du phénomène, mais il ne réside pas exactement dans le pouvoir expressif de LO. Il est lié à des considération d'interface syntaxe-sémantique et c'est celui que soulevait l'exercice 4.10 p. 247. Nous reviendrons sur cette question en §5.4 et à la fin du chapitre 6.

5.3.4.3 Types et domaines de définition des fonctions

Une expression de type $\langle b, a\rangle$ dénote une fonction de $\mathcal{D}_a^{\mathcal{D}_b}$, c'est-à-dire dont nous savons que l'ensemble de départ est $\mathcal{D}_b$. Au chapitre 4 (§4.4 p. 232), nous avions vu qu'il arrive parfois de devoir faire la distinction entre l'ensemble de départ d'une fonction et son DOMAINE DE DÉFINITION[50]. Rappelons que le domaine de définition est un sous-ensemble de l'ensemble de départ qui ne contient que les éléments pour lesquels la fonction est définie, c'est-à-dire auxquels elle attribue une valeur. Dans un système sémantique comme LO typé, indiquer les domaines de définition des fonctions dénotées par les λ-termes peut s'avérer utile notamment pour signaler les présuppositions déclenchées par telle ou telle unité lexicale ou construction syntaxique (et c'est ce que nous évoquions déjà en §4.4). Par exemple, en anglais, le nom *bachelor* (*célibataire*) présuppose que l'individu en question est de sexe masculin (et probablement adulte). Nous aimerions alors que l'analyse sémantique puisse conclure que (58) n'a pas de valeur de vérité (dès que nous savons qu'Elizabeth est une femme) plutôt que de conclure qu'elle est fausse.

(58) Elizabeth is a bachelor.

Au chapitre 1, nous avions proposé de scinder l'analyse des phrases contenant une présupposition en deux parties, le présupposé (*Elizabeth est un homme*) et le proféré (*Elizabeth est non mariée*), en entendant que dans les mondes où le présupposé est faux, alors il n'est pas utile de calculer le proféré : celui-ci n'est pas défini. Avec nos dénotations fonctionnelles, nous pouvons maintenant rendre cette analyse plus opérationnelle, directe et explicative : il suffit de poser que la fonction dénotée par *bachelor* (de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$) est définie seulement pour les individus de $\mathcal{A}$ qui sont des hommes adultes, elle ne retournera aucune valeur pour ELIZABETH dans les mondes où celle-ci est une femme.

Cependant, formellement, dans LO nous pouvons seulement dire que **bachelor** est de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$, dénotant une fonction dont l'ensemble de départ est tout $\mathcal{A}$. Notre système de types ne nous permet pas directement de délimiter le domaine de définition de cette fonction. Pour suppléer à cela, il est parfois fait usage d'une notation spéciale dans l'écriture des λ-termes qui se présente comme une variante additionnelle de la λ-abstraction. Regardons tout de suite sa définition syntaxique :

[50] On le nomme parfois aussi simplement le *domaine* de la fonction. Il ne faudra pas confondre le domaine de définition d'une fonction et le domaine de dénotation (déf. 5.12 p. 303) d'un λ-terme.

Définition 5.20 : λ-abstraction avec domaine de définition

(Syn.7′) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$, $\varphi \in \mathrm{ME}_t$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $\lambda v{:}\varphi\,\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$

Dans l'écriture $\lambda v{:}\varphi\,\alpha$, la formule φ joue un peu le rôle d'un filtre sur la variable-argument v pour dire que la fonction dénotée par le λ-terme ne sera définie que pour les éléments de $\mathcal{D}_b$ pour lesquels φ est vraie. Par exemple, la traduction de *bachelor* pourra alors être (59), où la formule $[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)]$ qui délimite le domaine de la fonction dénotée est la présupposition de l'unité lexicale :

(59) *bachelor* $\rightsquigarrow \lambda x{:}[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)]\ \neg\mathbf{married}(x)$

Pour montrer que cette notation n'est pas une simple sorcellerie graphique, nous devons immédiatement en donner la règle d'interprétation sémantique. Celle-ci se déduit assez facilement de (Sém.7) en remarquant que le λ-terme $\lambda v\varphi$ (que nous pouvons reconstruire à partir de $\lambda v{:}\varphi$) est de type $\langle b, \mathrm{t}\rangle$, autrement dit il dénote la fonction caractéristique d'un sous-ensemble de $\mathcal{D}_b$ qui est, par vocation, le domaine de définition de $\lambda v{:}\varphi\,\alpha$.

Définition 5.21 : Restriction du domaine de définition d'un λ-terme

(Sém.7′) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $[\![\lambda v{:}\varphi\,\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est la fonction de $\mathcal{D}_a^{\mathcal{D}_b}$ qui pour tout $\mathrm{x} \in [\![\lambda v\varphi]\!]_{\mathfrak{C}}^{\mathcal{M},w,g}$ donne $\mathrm{x} \mapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g_{[\mathrm{x}/v]}}$ et qui ne donne aucune valeur pour les autres x de $\mathcal{D}_b$.

Cette définition implique bien que (59) ne donnera le résultat 1 ou 0 que pour les arguments qui sont dans $[\![\lambda x[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)]]\!]_{\mathfrak{C}}^{\mathcal{M},w,g}$ (l'ensemble des hommes de w). La règle (Sém.7′) montre aussi que (59) n'est pas du tout équivalent à $\lambda x[[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)] \wedge \neg\mathbf{married}(x)]$ ni à $\lambda x[[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)] \rightarrow \neg\mathbf{married}(x)]$: si leur argument dénote une femme, le premier de ces λ-termes donnera le résultat 0 et le second le résultat 1.

Avec ce mécanisme, nous pouvons intégrer de nombreuses présuppositions dans nos traductions. Par exemple, le verbe *regretter* présuppose la vérité de sa subordonnée. Au chapitre 4, nous avons vu que les verbes d'attitudes propositionnelles se traduisent par des prédicats qui prennent une proposition en deuxième argument. Une proposition est une expression de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$ et ces prédicats sont donc de type $\langle\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ (nous y reviendrons au chapitre suivant). Si p est une variable de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$, alors *regretter* avec sa présupposition peut se traduire par :

(60) *regretter* $\rightsquigarrow \lambda p{:}{}^{\vee}p\ \lambda x\ \mathbf{regretter}(x, p)$

${}^{\vee}p$ est une formule de type t, et le domaine de définition de (60) est $[\![\lambda p^{\vee}p]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},w,g}$, qui est l'ensemble de toutes les propositions qui sont vraies dans le monde w.

Préciser les domaines de définition est une pratique assez naturelle dès lors que nous sommes amenés à manipuler des fonctions et c'est particulièrement utile pour la description des entrées lexicales. Mais il faut savoir que cela ne suffit pas à régler entièrement le traitement sémantique des présuppositions (comme la question de leurs projections, leurs liens avec le contexte, etc.). Les restrictions $:\varphi$ sont des sortes d'appendices de la variable λ-abstraite et nous ne devons normalement pas appliquer la β-réduction habituelle quand elles sont présentes, au risque de faire disparaître $:\varphi$ et ainsi de perdre l'information présuppositionnelle. En effet, si une expression complexe γ de LO contient un λ-terme $\lambda v{:}\varphi\,\alpha$, la restriction $:\varphi$ peut se communiquer à γ : si γ est fonctionnelle, alors son domaine de définition sera aussi affecté. Par exemple $[\lambda x{:}[\mathbf{adult}(x) \wedge \mathbf{male}(x)]\,\neg\mathbf{married}(x)(\mathbf{j})]$, de type t, n'aura une dénotation dans w que si $\mathbf{j}$ dénote un homme dans w ; et donc l'intension de cette formule, qui est une fonction de $\{0\ ;\ 1\}^{\mathcal{W}}$, verra son domaine de définition limité aux mondes dans lesquels $\mathbf{j}$ est un homme. Nous retrouvons ici ce qui était dit sur l'intension des expressions présuppositionnelles en §4.4. Et cela montre également la voie vers un calcul compositionnel des présuppositions : le présupposé de l'application fonctionnelle $[\lambda v{:}\varphi\,\alpha(\beta)]$ est $[\lambda v\varphi(\beta)]$ (et sa partie proférée est $[\lambda v\alpha(\beta)]$ où l'on peut appliquer la β-réduction). Maintenir explicitement la propagation des présuppositions dans LO demanderait un important développement formel du langage que nous n'opérerons pas ici, nous nous contenterons de continuer à scinder, quand c'est nécessaire, le contenu des expressions (en contributions présupposée *vs* proférée). Nous faisons ce choix seulement pour des raisons de simplicité, mais sachons que ce rôle des restrictions $:\varphi$ annonce, dans l'esprit, une façon de traiter dynamiquement les présuppositions dans un système formel.

Je voudrais profiter de cette discussion sur les domaines de définitions pour faire quelques remarques sur la notion de types en sémantique et sur leur rôle dans le système et l'analyse des expressions de la langue.

Les types sont des catégories de dénotations et servent donc à encoder les propriétés combinatoires des expressions interprétables. Parmi ces catégories, nous avons le type e qui regroupe tous les éléments de $\mathcal{A}$, c'est-à-dire tous les objets qui peuplent le monde. On pourrait avoir l'idée, assez naturelle, que cette catégorie n'est pas particulièrement fine et estimer qu'on y gagnerait à ajouter de la variété dans la catégorisation des objets de $\mathcal{A}$. Cela permettrait d'introduire dans le système ce que l'on appelle les RESTRICTIONS DE SÉLECTION, c'est-à-dire ces informations lexicales qui précisent les catégories de choses que certains prédicats s'attendent à trouver pour leurs arguments. Par exemple, il semble raisonnable de considérer que le deuxième argument du prédicat **boire** devra dénoter quelque chose de liquide, que le premier argument de **lire** dénotera un être humain (ou une entité douée de raison), etc. Utiliser à cet effet un système de types affinés et détaillés peut être une option prometteuse et performante. Si nous avions, par exemple, un type LIQU pour les expressions qui dénotent des choses liquides de $\mathcal{A}$, nous pourrions poser que **boire** est de type $\langle \text{LIQU}, \langle \text{e}, \text{t} \rangle\rangle$ pour coder dans LO sa restriction de sélection – ce qui, par la même occasion, serait une autre façon de délimiter le domaine de définition de la fonction dénotée[51].

De telles stratégies sont assez souvent déployées en sémantique lexicale, en logique et en intelligence artificielle[52], mais habituellement il est plutôt prudent de dissocier formellement, d'une manière ou d'une autre, le système des types logiques que nous manipulons dans LO et celui des types ontologiques qui détaillent les catégories de choses – et pour les distinguer, nous appellerons ces derniers des SORTES. La raison en est que les types et les sortes, même s'ils sont conceptuellement reliés, n'ont pas exactement les mêmes propriétés formelles au sein du système. D'abord les types de **T** (avec e, t, s) sont mutuellement exclusifs : par définition, une expression donnée de LO ne peut pas avoir différents types. Les sortes doivent, elles, être des *sous-types* de e organisés dans une vaste hiérarchie, que l'on appelle une taxonomie, c'est-à-dire un inventaire structuré des catégories de choses qui composent $\mathcal{A}$. Ainsi LIQU serait un sous-type de e et, par transitivité, **boire** serait aussi de type ⟨e, ⟨e, t⟩⟩. Pour que les sortes soient alors vraiment opérationnelles dans LO, il faudrait ajouter du contrôle sur la règle d'application fonctionnelle (par exemple en spécifiant qu'il faut prendre en compte le type le plus précis des expressions). De plus, les taxonomies qui organisent les sortes ne sont pas des structures strictement ordonnées par une simple relation d'inclusion (comme dans : les canaris sont des oiseaux qui sont des animaux qui sont des êtres animés qui sont des individus concrets etc.) : il arrive fréquemment que des objets doivent être vus sémantiquement comme relevant de deux sortes distinctes qui ne sont pas des sous-types l'une de l'autre, engendrant ainsi des croisements de catégories complexes à gérer formellement. Un exemple classique est celui de *livre* dont la dénotation contient des entités qui sont à la fois des objets matériels (que l'ont peut acheter, tenir, ranger, abîmer…) et des objets abstraits informationnels (des contenus que l'on peut lire, écrire, comprendre, apprécier…). Enfin les sortes doivent normalement être manipulées formellement avec beaucoup de souplesse, sans quoi elles nuiraient à la flexibilité sémantique propre aux langues. Les restrictions de sélections ne sont souvent que des tendances, pas des règles infaillibles qui devraient bloquer les interprétations. Il serait fautif, par exemple, de poser que l'argument de **miauler** doit appartenir à la sorte CHAT, car vous et moi pouvons très bien miauler ; et si nous restreignons cet argument à la sorte ANIMÉ, ce qui semble plus raisonnable, nous excluons les emplois dérivés ou métaphoriques (*le moteur a miaulé puis s'est arrêté d'un coup*) qui, même s'ils n'ont probablement pas à être résolus entièrement par la sémantique compositionnelle, ne doivent peut-être pas être rejetés purement et simplement par un échec d'interprétation. Et rappelons qu'au chapitre 1 (§1.2.3.3 p. 16) nous avions convenu de ne pas compter les invraisemblances comme de véritables et

[51] Mais inversement, on peut aussi utiliser, pour le même effet, le mécanisme vu précédemment. Les restrictions de sélection, au sens le plus strict, sont normalement des présuppositions. La traduction de *boire* peut alors être :

(i) *boire* ⇝ $\lambda y{:}\mathbf{liquide}(y)\,\lambda x\,\mathbf{boire}(x, y)$

[52] De nombreux travaux sont consacrés à ces approches ; voir par exemple les discussions dans Pustejovsky (1995) et Asher (2011).

graves anomalies sémantiques (ce qui va de pair avec la liberté imaginative qu'induit l'utilisation des mondes possibles en sémantique intensionnelle).

Par conséquent, les sortes enrichissent indéniablement le système, en particulier lorsqu'il s'agit de s'attaquer sérieusement à des questions de sémantique lexicale[53], mais si l'on souhaite les intégrer à un système sémantique compositionnel, elles doivent alors s'accompagner d'un appareil formel approprié, encadré par une logique plus flexible que la logique classique, capable d'inférences révisables et d'une complexité qui dépasse vertigineusement la portée du présent ouvrage[54]. Nous n'utiliserons pas ici de sous-types, et la seule sorte que nous manipulons dans LO (jusqu'à présent) est e ; dans plusieurs des chapitres suivants (ainsi que, d'une certaine manière, dans la prochaine section) nous introduirons de nouvelles sortes, pour refléter dans le langage l'enrichissement ontologique que nous aurons apporté au modèle, mais ces sortes seront en fait des types à part entière, c'est-à-dire disjoints de e.

5.4 Ty2 et LO_2

Nous allons ici introduire un nouveau langage sémantique qui exploite plus encore le λ-calcul typé. Notre langage LO s'appuie sur la Logique Intensionnelle de Montague (1973), et à ce titre il est donc intensionnel, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, notamment parce que les extensions sont calculées relativement à un indice de monde possible qui peut varier au cours de l'interprétation. Le langage qui va être présenté ici est, lui, extensionnel, en ce sens qu'il satisfait techniquement le principe d'extensionnalité ; mais qu'on se rassure, ce n'est pas une régression par rapport à ce que nous avons vu jusqu'ici, au contraire. Car nous allons voir que ce langage est, à sa manière, également intensionnel, dans la mesure où il conserve les mondes possibles de $\mathcal{W}$ mais en les manipulant différemment. Il s'appuie sur ce que l'on appelle en anglais la *Two-sorted Type Theory* (littéralement : Théorie des types « à deux sortes »), habituellement abrégée en Ty2, introduite par Gallin (1975). Contrairement à ce que nous avons fait jusqu'ici, nous n'allons pas présenter ce langage comme une nouvelle mouture améliorée de LO, mais comme un second langage que nous maintiendrons en parallèle ; et pour le distinguer, nous le nommerons LO_2.

5.4.1 Extensionnaliser l'intensionnalité

Le principe fondamental de Ty2 et LO_2 est que nous allons nous autoriser à avoir, dans le langage même, des expressions qui dénotent des mondes possibles. En pratique, il s'agira de variables, que nous noterons w, w', w''... ou éventuellement v, u[55]. Cela a un première implication immédiate : dans LO_2, s devient un type à part entière[56], celui de

[53] Voir par exemple Kleiber (1999) pour un panorama détaillé de ces questions.

[54] Voir par exemple les références citées en note 52 *supra*.

[55] Nous pourrions également nous donner des constantes de mondes possibles, mais ça ne sera ni utile ni réaliste, car nous ne pouvons pas identifier un monde possible précis dans $\mathcal{W}$.

[56] D'où l'appellation de *two-sorted* où le terme de « sorte » renvoie aux deux sortes d'entités de base du modèle auxquelles le langage peut référer directement, à savoir les objets de $\mathcal{A}$ et les mondes de $\mathcal{W}$.

ces variables. Et les variables de mondes vont jouer un rôle similaire aux indices intensionnels de LO, mais à l'intérieur des écritures de LO_2. Les indices de mondes servent de paramètres pour interpréter les constantes non logiques (notamment les prédicats) via la fonction d'interprétation F (cf. $F(\mathrm{w}, \alpha)$) ; dans LO_2 les variables de mondes vont, de même, paramétrer le calcul des dénotations mais, cette fois, en tant qu'*arguments* donnés directement aux prédicats.

Prenons un exemple. Le verbe *dormir* du français se traduit dans LO par le prédicat **dormir** de type $\langle e, t \rangle$. Comme LO est intensionnel, nous pouvons dire que **dormir** représente le sens de *dormir* dans le langage sémantique[57]. En revanche, nous ne pouvons pas directement écrire une expression qui représente la dénotation de *dormir* par rapport au monde w. Pour ce faire nous sommes obligés de sortir de LO en notant $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w},g}$ qui nous fera ensuite calculer $F(\mathrm{w}, \mathbf{dormir})$. Dans LO_2, nous allons utiliser à la place le prédicat $\mathbf{dormir'}$ de type $\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$. En fait ce prédicat est équivalent au $^\wedge\mathbf{dormir}$ de LO : il dénote la propriété de dormir, la fonction qui pour tout monde possible renvoie la dénotation de *dormir* dans ce monde. Mais maintenant dans LO_2 nous avons des termes de types s : si w est une variable de ce type, alors par application fonctionnelle, nous pouvons écrire $[\mathbf{dormir'}(w)]$ qui est de type $\langle e, t \rangle$ et dénote le résultat que renvoie la propriété de dormir pour le monde dénoté par w, c'est-à-dire la dénotation de *dormir* dans ce monde. Autrement dit LO_2 nous permet de représenter graphiquement à la fois les intensions ($\mathbf{dormir'}$) et les extensions ($\mathbf{dormir'}(w)$), en faisant apparaître explicitement le caractère fonctionnel des intensions. Et injecter de cette manière les mondes possibles à l'intérieur du langage est ce qui rend LO_2 extensionnel (nous verrons précisément pourquoi *infra*).

L'ajout d'un argument w va donc concerner toutes les expressions qui, dans LO, s'interprètent avec F, c'est-à-dire, comme annoncé ci-dessus, les constantes non logiques. Cela vaut donc aussi pour les constantes d'individus : dans LO nous manipulerons des constantes de *concepts d'individus*. Ainsi nous aurons par exemple la constante $\mathbf{a'}$ de type $\langle s, e \rangle$ pour le concept d'Alice, sachant que l'individu ALICE sera dénoté par $\mathbf{a'}(w)$. Et la phrase *Alice dort* se traduira donc par $[[\mathbf{dormir'}(w)]([\mathbf{a'}(w)])]$ ou $\mathbf{dormir'}(w)(\mathbf{a'}(w))$ ou $\mathbf{dormir'}(\mathbf{a'}(w), w)$, etc. Nous voyons donc que de LO à LO_2, les constantes voient leur arité augmenter de 1. Certes cela a pour conséquence de surcharger les écritures des formules ; à cet égard, pour nous faciliter un peu la vie, nous allons nous accorder la simplification de notation suivante.

---

[57] En vérité, c'est un peu inexact : nous avons vu en §4.4 que le sens (i.e. l'intension) *dépend* d'un modèle $\mathcal{M}$ (intensionnel) et d'un contexte (que nous formalisons pour l'instant au moyen de d'une assignation g) ; ainsi en toute rigueur, le sens de *dormir* est donné par $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},g}$. Mais comme nous avons mis tout ce que nous pouvions dans $\mathcal{M}$ (cf. §4.5.2) et que g ne concerne globalement que quelques expressions (les variables libres), l'approximation est assez peu nocive et la corrélation entre l'écriture de **dormir** et les règles de calcul données par $[\![\mathbf{dormir}]\!]^{\mathcal{M},g}$ est assez bonne.

Par ailleurs il est important de ne pas se laisser dérouter par la nuance qui faite ici entre **dormir** qui *représente* ou *symbolise* le sens de *dormir* et $^\wedge\mathbf{dormir}$ qui *dénote* le sens de *dormir*.

Notation 5.7

Si α est une expression de type $\langle s, a \rangle$ et w un terme de type s, nous nous autoriserons à réécrire $[\alpha(w)]$ en α_w.

Ainsi nous pourrons écrire plus simplement $\mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a}'_w)$. Notons également que les variables (du moins celles que nous avons l'habitude d'utiliser jusqu'ici) n'ont pas besoin d'un argument de type s car leur dénotation ne dépend que des assignations, pas des mondes possibles. De la sorte, (61a) se traduit dans LO_2 par (61b), qui se glose en : pour tout individu x, si x est un enfant de w, alors x dort dans w (x est, comme il se doit, de type e).

(61) a. Tous les enfants dorment.

b. $\forall x[\mathbf{enfant}'_w(x) \rightarrow \mathbf{dormir}'_w(x)]$

5.4.2 Définition de LO_2

La définition formelle de LO_2 est, à peu choses près, la même que celle de LO vue dans ce chapitre. La principale différence, comme mentionné ci-dessus, réside dans l'ensemble des types manipulés ; LO_2 s'appuie sur l'ensemble $\mathbf{T}_2$ défini comme suit :

Définition 5.22 : $\mathbf{T}_2$

$\mathbf{T}_2$ est le plus petit ensemble tel que :

1. e, t, s $\in \mathbf{T}_2$;
2. si $a \in \mathbf{T}_2$ et $b \in \mathbf{T}_2$, alors $\langle a, b \rangle \in \mathbf{T}_2$.

À partir de là, les règles de syntaxe et de sémantique de LO (déf. 5.11 p. 297 et 5.13 p. 304) sont reprises telles quelles pour LO_2 mais de manière quelque peu « allégée ». D'abord le vocabulaire de LO_2 va se passer des symboles liés à l'intensionnalité $^\wedge$, $^\vee$, $\Box$, $\Diamond$, $[n]$, $\langle n \rangle$, car nous allons voir qu'ils deviennent redondants.

Définition 5.23 : Vocabulaire de LO_2

Le vocabulaire de LO_2 comporte :

- un ensemble de variables $\mathcal{V}ar_a$ et un ensemble de constantes $\mathcal{C}ns_a$ pour chaque type a de $\mathbf{T}_2$;
- un ensemble de symboles logiques : $\{\neg ; \wedge ; \vee, \rightarrow ; \leftrightarrow ; = ; \forall ; \exists ; \iota ; \lambda\}$;
- les crochets [ ] et les parenthèses ( ).

Nous pouvons deviner dès à présent que le rôle de $^{\wedge}$ sera réalisé par des λ-abstractions sur des variables de mondes (nous avons d'ailleurs vu que **dormir′**, i.e. $\lambda w\,\mathbf{dormir'}(w)$, équivaut à $^{\wedge}$**dormir**), que celui de $^{\vee}$ sera réalisé par application fonctionnelle d'un argument de monde, et ceux des opérateurs modaux par des quantifications ($\forall$, $\exists$) sur des variables de mondes.

Définition 5.24 : Syntaxe de LO_2

(Syn.′1) si $\alpha \in \mathcal{V}ar_a$ ou $\alpha \in \mathcal{C}ns_a$, alors $\alpha \in \mathrm{ME}_a$;
(Syn.′2) si $\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$ et $\beta \in \mathrm{ME}_b$, alors $[\alpha(\beta)] \in \mathrm{ME}_a$;
(Syn.′3) si α et $\beta \in \mathrm{ME}_a$, alors $[\alpha = \beta] \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$;
(Syn.′4) si $\varphi, \psi \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$, alors :

a. $\neg\varphi \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$,
b. $[\varphi \wedge \psi], [\varphi \vee \psi], [\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\varphi \leftrightarrow \psi] \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$;

(Syn.′5) si $\varphi \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$ et $v \in \mathcal{V}ar_a$, alors $\forall v\varphi$ et $\exists v\varphi \in \mathrm{ME}_\mathrm{t}$, et $\iota v\varphi \in \mathrm{ME}_a$;
(Syn.′6) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $\lambda v\alpha \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$.

Pour établir la sémantique de LO_2, nous devons d'abord définir ce qu'est un modèle approprié pour ce langage. Un modèle intensionnel pour LO est un quadruplet $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F\rangle$; un modèle pour LO_2 est un triplet $\mathcal{M}_2 = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, F'\rangle$ qui se distingue du précédent d'abord en se débarrassant de la spécification des relations d'accessibilité $\mathcal{R}$ (nous allons voir pourquoi), et surtout par sa fonction d'interprétation F' qui « redevient » une fonction à un argument, définie sur $\mathcal{C}ns$. Pour cette raison, un tel modèle est en soi extensionnel.

Les domaines de dénotation $\mathcal{D}_a$ (pour tout type a) sont définis comme pour LO, en ajoutant bien sûr que $\mathcal{D}_\mathrm{s} = \mathcal{W}$. Et comme d'habitude, les fonctions d'assignation g sont définies sur $\mathcal{V}ar$, assignant des valeurs selon le type de chaque variable.

Les règles d'interprétation de LO_2 définissent la valeur sémantique de toute expression α par rapport à un modèle extensionnel et une assignation donnée g, c'est-à-dire $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$. Car dans LO_2, les mondes de $\mathcal{W}$ n'ont plus le statut d'indices « satellisés » sur $[\![\ ]\!]$ pour le calcul des valeurs sémantiques.

Définition 5.25 : Sémantique LO_2

Soit un modèle extensionnel $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, F\rangle$ et une assignation g.

(Sém.′1) si $\alpha \in \mathcal{C}ns$, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = F(\alpha)$;
si $\alpha \in \mathcal{V}ar$, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = g(\alpha)$;
(Sém.′2) $[\![\alpha(\beta)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}([\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g})$;
(Sém.′3) $[\![\alpha = \beta]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g}$;

(Sém.′4) $[\![\neg\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 0$;
$[\![\varphi \wedge \psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ et $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$;
$[\![\varphi \vee \psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ou $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$;
$[\![\varphi \rightarrow \psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 0$ ou $[\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$;
$[\![\varphi \leftrightarrow \psi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$, ssi $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\psi]\!]^{\mathcal{M},g}$;

(Sém.′5) si $v \in \mathcal{V}ar_a$, alors :
$[\![\forall v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour tout $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$;
$[\![\exists v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$ t.q. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$;
$[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}$ est défini ssi il existe un *unique* $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_a$ t.q. $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g_{[\mathrm{x}/v]}} = 1$; alors $[\![\iota v\varphi]\!]^{\mathcal{M},g} = \mathrm{x}$;

(Sém.′6) si $\alpha \in \mathrm{ME}_a$ et $v \in \mathcal{V}ar_b$, alors $[\![\lambda v\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ est la fonction de $\mathcal{D}_a^{\mathcal{D}_b}$ qui pour tout $\mathrm{x} \in \mathcal{D}_b$ donne $\mathrm{x} \mapsto [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g_{[\mathrm{x}/v]}}$.

Techniquement, $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ est donc l'extension, i.e. la dénotation, de α par rapport à $\mathcal{M}$ et g. Or nous savons depuis longtemps maintenant que la dénotation d'une expression dépend aussi d'un certain état de chose, c'est-à-dire d'un monde de $\mathcal{W}$. Mais ce paramètre n'est pas perdu puisque, comme nous l'avons vu, il est incorporé dans les écritures de LO_2 sous la forme d'une variable libre. Ainsi c'est à présent la fonction d'assignation g qui nous donne accès au monde d'évaluation. Par exemple, en reprenant la traduction de (61), nous saurons que $[\![\forall x[\mathbf{enfant}'_w(x) \rightarrow \mathbf{dormir}'_w(x)]]\!]^{\mathcal{M},g}$ est la dénotation de *tous les enfants dorment* par rapport au monde $g(w)$. Comme LO_2 est extensionnel, il n'y a pas de notation spéciale dans le métalangage pour représenter l'intension d'une expression[58], mais l'extension de toute expression de type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$ équivaut à une intension. Par exemple $[\![\mathbf{dormir}']\!]^{\mathcal{M},g}$ est l'extension, par rapport à g, de $\mathbf{dormir}'$ de type $\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, autrement dit l'intension du verbe *dormir* ; de même $[\![\lambda w\forall x[\mathbf{enfant}'_w(x) \rightarrow \mathbf{dormir}'_w(x)]]\!]^{\mathcal{M},g}$ est l'intension de *tous les enfants dorment* car w n'est plus libre mais liée par λw. De fait, il existe une procédure régulière qui à toute expression de LO fait correspondre une expression de LO_2 équivalente, ce qui prouve que LO_2, bien qu'extensionnel, est (au moins) aussi expressif que LO.

Cette procédure de correspondance est présentée dans la section suivante, mais terminons ici en montrant pourquoi LO_2 satisfait le principe d'extensionnalité (cf. §4.1 p. 175). Reprenons la prémisse du principe : soit deux expressions β et γ de LO_2 telles que, *pour toute assignation* g, $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},g}$. Alors de deux choses l'une : soit β et γ ne contiennent aucune variable libre de monde, soit elles en contiennent une (ou éventuellement plusieurs). Dans le premier cas, cela veut dire que les extensions de β et γ ne dépendent d'aucun monde ; et si elles sont identiques, alors nous pouvons remplacer l'une par l'autre dans une expression plus grande α, même si α contient des variables libres de monde, nous obtiendrons toujours le même résultat en calculant $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$. Dans le second cas, si les extensions de β et γ sont identiques pour toute assignation g, cela

[58] C'est-à-dire une notation comme $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},g}$ dans LO.

veut dire que la ou les variables libres de β sont les mêmes que celles de γ, et donc les contenus de β et γ seront toujours évalués par rapport aux mêmes mondes ; là encore nous pouvons les remplacer l'une par par l'autre dans α. De fait, nous ne pouvons pas partir de la prémisse $[\![\iota x\, \mathbf{m\grave{e}re}'_w(x, \mathbf{œ}'_w)]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\mathbf{j}'_w]\!]^{\mathcal{M},g}$ (quelle que soit g), car cela voudrait dire que la mère d'Œdipe est *nécessairement* Jocaste dans $\mathcal{M}$, ce qui est faux (elle l'est dans certains mondes mais pas dans tous). Finalement, la prémisse $[\![\beta]\!]^{\mathcal{M},g} = [\![\gamma]\!]^{\mathcal{M},g}$ pour toute assignation g, n'est autre que l'équivalence sémantique que nous avons vue au chapitre 4 (§4.5.2 p. 253) et le principe d'extensionnalité dans LO_2 revient au principe de synonymie (théorème 4.2 p. 254) qui autorise à substituer des expressions équivalentes.

5.4.3 De LO à LO_2

La correspondance LO–LO_2 se formalise précisément, mais d'abord, pour nous familiariser avec les traductions de LO_2, regardons quelques exemples.

Commençons par un petit point pratique. Aux constantes d'individus de LO correspondent dans LO_2 des constantes de concept d'individus de type $\langle s, e\rangle$. Les constantes que nous traitons comme des désignateurs rigides seront des fonctions qui retournent toujours le même résultat. Par exemple si $\mathbf{a}'$ dénote le concept d'Alice, alors $\mathbf{a}'_w$ dénotera Alice quelle que soit la valeur de w. Nous pouvons simuler la constance de ces fonctions en nous autorisant à avoir aussi dans LO_2 des constantes de type e pour les désignateurs rigides. Même si cela n'est pas indispensable, cela nous permet d'alléger un peu les écritures : si *Alice* se traduit directement par $\mathbf{a}$ de type e, alors nous pourrons écrire $\mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a})$ au lieu de $\mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a}'_w)$.

Comme annoncé ci-dessus, l'opérateur d'intensionnalité $^\wedge$ devient une λ-abstraction sur une variable de monde. C'est ce qu'illustre la traduction d'une complétive en (62).

(62) a. Charles croit qu'Alice dort.
b. LO : $\mathbf{croire}(\mathbf{c}, {}^\wedge[\mathbf{dormir}(\mathbf{a})])$
c. LO_2 : $\mathbf{croire}'_w(\mathbf{c}, \lambda w_1[\mathbf{dormir}'_{w_1}(\mathbf{a})])$

Dans (62c), w est la variable libre (de monde) et elle dénote donc le monde d'évaluation de la formule, celui dans lequel Charles a la croyance décrite dans la phrase. Quant au λ-terme $\lambda w_1[\mathbf{dormir}'_{w_1}(\mathbf{a})]$, il dénote la fonction qui, pour tout monde possible, renvoie 1 ssi Alice dort dans ce monde. C'est bien, par définition, la proposition exprimée par *qu'Alice dort*.

Les modalités aléthiques que nous encodons par $\Box$ et $\Diamond$ dans LO deviennent dans LO_2 des quantifications respectivement universelles et existentielles sur des mondes possibles :

(63) a. LO : $\Box\forall x[\mathbf{oiseau}(x) \rightarrow \mathbf{animal}(x)]$
b. LO_2 : $\forall w \forall x[\mathbf{oiseau}'_w(x) \rightarrow \mathbf{animal}'_w(x)]$

(64) a. LO : $\Diamond\mathbf{immortel}(\mathbf{a})$
b. LO_2 : $\exists w\, \mathbf{immortel}'_w(\mathbf{a})$

La correspondance s'avère plus intéressante pour nos opérateurs modaux $[n]$ et $\langle n\rangle$. Rappelons que (Sém.5) interprète ces modalités en restreignant la quantification sur les mondes au moyen d'une relation d'accessibilité ; le choix de celle-ci dépend du contexte, ce que nous avons implémenté par le jeu des pseudo-variables n interprétées par g pour sélectionner des relations de $\mathcal{R}$. Or ce principe peut directement être exprimé dans LO_2 car nous disposons de variables de type $\langle \mathrm{s}, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, qui est précisément le type des relations entre mondes possibles. Ainsi, si R est une variable de ce type, (65a) pourra se traduire par (65c) :

(65) a. Alice doit dormir.
  b. LO : $[n]\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$
  c. LO_2 : $\forall w'[R(w, w') \rightarrow \mathbf{dormir}'_{w'}(\mathbf{a})]$

(65c) donne une écriture moins condensée que (65b), mais elle a l'avantage d'être beaucoup plus explicite quant à l'interprétation de la modalité : nous voyons immédiatement que c'est une quantification, que la dénotation de la formule dépend du monde d'évaluation w et que la relation d'accessibilité R est déterminée par le contexte, c'est-à-dire par g, car c'est une variable libre.

Notons également que ces exemples nous montrent d'où vient le second volet de la contrainte sur la β-réduction (déf. 5.14 p. 308) qui interdit les substitutions dans la portée d'un opérateur intensionnel : c'est en fait un cas particulier du premier volet qui interdit qu'une variable libre de l'argument se retrouve liée dans le corps du λ-terme après réduction. En effet, LO_2 fait clairement apparaître que les opérateurs intensionnels sont des lieurs de variables de mondes (λw, $\forall w$, $\exists w$).

Nous pouvons maintenant définir formellement la procédure de correspondance entre les expressions de LO et celles de LO_2. Pour ce faire, nous devons d'abord préciser comment passer d'un modèle intensionnel donné pour LO à un modèle extensionnel pour LO_2 de telle sorte que les calculs de valeurs sémantiques dans les deux langages nous donnent les mêmes résultats. Les deux modèles partagent bien sûr les mêmes ensembles $\mathcal{A}$ et $\mathcal{W}$:

(66) Pour un modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, \mathcal{R}, F\rangle$ de LO il existe un modèle extensionnel $\mathcal{M}_2$ de LO_2 tel que $\mathcal{M}_2 = \langle \mathcal{A}, \mathcal{W}, F'\rangle$ où F' est définie suivant la règle (67).

La fonction d'interprétation F' de $\mathcal{M}_2$ doit être liée à F de $\mathcal{M}$ de manière à imposer que tout le vocabulaire « lexical » de LO, c'est-à-dire ses constantes non logiques, se retrouve dans LO_2 dans une version intensionnalisée :

(67) Pour toute constante α de type a de LO, il existe une constante α' de type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$ de LO_2 telle que pour tout w de $\mathcal{W}$, $F'(\alpha')(\mathrm{w}) = F(\mathrm{w}, \alpha)$.[59]

[59] En effet, puisque α' est de type $\langle \mathrm{s}, a\rangle$, alors $F'(\alpha')$ est une fonction sur $\mathcal{W}$ à laquelle nous pouvons donner un monde w comme argument. Cette règle dit simplement que $F'(\alpha')$ est la même chose que la fonction $\mathrm{w} \longmapsto F(\mathrm{w}, \alpha)$.

Cela veut dire que si LO possède, par exemple, le prédicat **dormir** de type ⟨e, t⟩, alors LO_2 doit comporter le prédicat **dormir′** de type ⟨s, ⟨e, t⟩⟩ tel que la dénotation de **dormir′** dans $\mathcal{M}_2$ soit identique à celle de $^\wedge$**dormir** dans $\mathcal{M}$.

À partir de là nous pouvons définir une fonction qui à chaque expression de LO associe une expression de LO_2 de même extension. Comme l'extension dépend toujours d'un certain monde possible, cette fonction doit être indexée par une certaine variable de type s. Appelons la fonction $\mathfrak{f}$ et prenons la variable u de $\mathcal{V}ar_s$. Nous définissons $\mathfrak{f}_u$ afin que pour chaque monde w de $\mathcal{W}$ et pour chaque expression α de LO il existe une expression $\mathfrak{f}_u(\alpha)$ de LO_2 telle que $[\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w},g} = [\![\mathfrak{f}_u(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},g_{[\mathrm{w}/u]}}$. La variante $g_{[\mathrm{w}/u]}$ garantit que u dénote w et donc que $\mathfrak{f}_u(\alpha)$ sera bien interprété par rapport au même monde que α[60]. Nous pouvons maintenant définir $\mathfrak{f}_u$ pour chaque schéma d'expressions que produit la syntaxe de LO.

Définition 5.26 : Conversion de LO à LO_2

1. a. si $\alpha \in \mathcal{C}ns_a$, $\mathfrak{f}_u(\alpha) = [\alpha'(u)] = \alpha'_u$
   b. si $v \in \mathcal{V}ar_a$, $\mathfrak{f}_u(v) = v$
2. $\mathfrak{f}_u([\alpha(\beta)]) = [\mathfrak{f}_u(\alpha)(\mathfrak{f}_u(\beta))]$
3. $\mathfrak{f}_u([\alpha = \beta]) = [\mathfrak{f}_u(\alpha) = \mathfrak{f}_u(\beta)]$
4. a. $\mathfrak{f}_u(\neg\varphi) = \neg\mathfrak{f}_u(\varphi)$
   b. $\mathfrak{f}_u([\varphi \wedge \psi]) = [\mathfrak{f}_u(\varphi) \wedge \mathfrak{f}_u(\psi)]$ (idem pour $\vee$, $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$)
5. a. $\mathfrak{f}_u([n]\varphi) = \forall u'[R(u,u') \rightarrow \mathfrak{f}_{u'}(\varphi)]$ où $g(R) = R_{g(n)}$ (avec $R_{g(n)} \in \mathcal{R}$)
   b. $\mathfrak{f}_u(\langle n\rangle\varphi) = \exists u'[R(u,u') \wedge \mathfrak{f}_{u'}(\varphi)]$ où $g(R) = R_{g(n)}$ (avec $R_{g(n)} \in \mathcal{R}$)
6. $\mathfrak{f}_u(\forall v\varphi) = \forall\mathfrak{f}_u(v)\,\mathfrak{f}_u(\varphi)$ (idem pour $\exists$ et ι)
7. $\mathfrak{f}_u(\lambda v\alpha) = \lambda\mathfrak{f}_u(v)\,\mathfrak{f}_u(\alpha)$
8. $\mathfrak{f}_u(^\wedge\alpha) = \lambda u'\,\mathfrak{f}_{u'}(\alpha)$
9. $\mathfrak{f}_u(^\vee\alpha) = [\mathfrak{f}_u(\alpha)(u)]$

Cette définition de $\mathfrak{f}$ montre que, modulo la conversion, tout LO est inclus dans LO_2 et ainsi que LO_2 est au moins aussi expressif que LO. « Au moins » car, *en théorie*, LO_2 peut l'être beaucoup plus. Nous pouvons déjà nous en rendre compte en réexaminant $\mathbf{T}_2$: $\mathbf{T}_2$ inclut $\mathbf{T}$ plus une infinité de types supplémentaires. C'est parce que $\mathbf{T}_2$ autorise à avoir s en seconde position d'un type complexe, comme dans ⟨e, s⟩, ⟨s, s⟩, ⟨⟨s, t⟩, s⟩, ⟨⟨e, s⟩, t⟩... Autrement dit, LO_2 peut contenir des expressions fonctionnelles qui renvoient un monde possible comme résultat. La question qui peut se poser est : a-t-on vraiment besoin de tous ces nouveaux types pour faire de l'analyse sémantique des langues naturelles ? Zimmermann (1989) suggère que ce n'est probablement pas le cas et qu'empiriquement, les travaux qui utilisent des langages Ty2 en sémantique n'exploitent en fait que $\mathbf{T} \cup \{\mathrm{s}\}$, mais pas tout $\mathbf{T}_2$, comme ensemble de types admissibles. Et sous cette condition, il dé-

[60] Il faut remarquer que, pour simplifier, nous considérons que LO et LO_2 partagent globalement les mêmes fonctions d'assignation, c'est-à-dire que les expressions de LO sont interprétées par rapport à des assignations définies aussi pour des variables de LO_2 qui n'existent pas dans LO.

montre que cette version « allégée » de Ty2 est complètement équivalente à la Logique Intensionnelle de Montague (sur laquelle se fonde LO). Le principal intérêt d'utiliser LO_2 est alors essentiellement pratique et réside dans l'avantage qu'il offre à expliciter simplement les analyses sémantiques. C'est en partie pour cette raison que je le présente ici, tout en le maintenant séparé de LO (que nous continuerons à utiliser la plupart du temps dans cet ouvrage).

Je voudrais cependant, pour terminer, évoquer un exemple d'application qui illustre ce que permet LO_2, avec une implication particulièrement intéressante. Il s'agit encore une fois de l'ambiguïté *de dicto vs de re* :

(68) a. Œdipe voulait épouser sa mère.
b. $\mathbf{vouloir}'_w(\text{œ}, \lambda w_1\, \mathbf{épouser}'_{w_1}(\text{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_{w_1}(x, \text{œ})))$ (de dicto)
c. $\mathbf{vouloir}'_w(\text{œ}, \lambda w_1\, \mathbf{épouser}'_{w_1}(\text{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_{w}(x, \text{œ})))$ (de re)

La différence entre les deux traductions semble subtile, mais elle est cruciale. En (68b), le prédicat **mère** est interprété avec le monde w_1 lié par λw_1 dans la proposition enchâssée, alors qu'en (68c) il est interprété avec w le monde d'évaluation globale de la formule. La formule (68b) est la conversion directe par $\mathfrak{f}_w$ de la formule $\mathbf{vouloir}(\text{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\text{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}(x, \text{œ})))$ de LO. En revanche, il n'y a pas de formule de LO qui peut *directement* se convertir en (68c). Mais (68c) est en fait le résultat de la β-réduction de $[\lambda y\, \mathbf{vouloir}'_w(\text{œ}, \lambda w_1\, \mathbf{épouser}'_{w_1}(\text{œ}, y))(\iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \text{œ}))]$, formule qui elle équivaut par $\mathfrak{f}_w$ à $[\lambda y\, \mathbf{vouloir}(\text{œ}, {}^\wedge\mathbf{épouser}(\text{œ}, y))(\iota x\, \mathbf{mère}(x, \text{œ}))]$ de LO[61] et que nous avons présentée précédemment. Du point de vue des conditions de vérité, LO n'est donc pas moins efficace que LO_2 pour rendre compte de l'ambiguïté, mais LO_2 structure la traduction d'une manière qui peut faire la différence du point de vue de la construction compositionnelle du sens de la phrase. Car (68c) ouvre la possibilité d'analyser le GN *sa mère* dans sa position syntaxique normale, sans passer par la λ-abstraction λy des formules ci-dessus. Nous verrons au chapitre suivant, §6.7, que cette option donne un avantage déterminant à LO_2 pour l'interface syntaxe-sémantique.

Repères bibliographiques

La plupart des manuels de sémantique formelle comportent une introduction au λ-calcul typé qui peut compléter celle présentée ici ; cf. Dowty, Wall & Peters (1981 : chap. 4), Chierchia & McConnell-Ginet (1990 : chap. 7), Partee, ter Meulen & Wall (1990 : chap. 13), Gamut (1991b : chap. 4), Cann (1994 : chap. 4 & 5), Heim & Kratzer (1997 : chap. 2), Jacobson (2014 : chap. 9), Winter (2016 : chap. 3)... Pour une excursion plus originale vers

[61] L'unique différence est que dans la formule de LO_2 la β-réduction est autorisée et qu'elle ne l'est pas dans celle de LO. C'est parce que LO_2 peut manipuler plusieurs variables de type s différentes alors que LO fonctionne comme une version de LO_2 qui ne posséderait qu'une seule, et toujours la même, variable w. En fait la formule de LO_2 donnée ci-dessus équivaut à $[\lambda y\, \mathbf{vouloir}'_w(\text{œ}, \lambda w\, \mathbf{épouser}'_w(\text{œ}, y))(\iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \text{œ}))]$ où la β-réduction n'est pas permise, mais LO_2 a, bien sûr, le droit de renommer les occurrences liées de la variable w.

une application à la sémantique computationnelle, Blackburn & Bos (2005) proposent une très bonne introduction et Champollion et al. (2015) offrent un logiciel disponible en ligne pour s'entraîner au calcul de dérivations sémantiques.

6 Interface syntaxe-sémantique

Ce chapitre est la continuation du précédent, en présentant des applications concrètes du λ-calcul et de la théorie des types. Il s'agit de revenir sérieusement sur l'objectif annoncé précédemment, à savoir la construction compositionnelle du sens des phrases à partir de leur analyse syntaxique. Le λ-calcul typé est la boîte à outils sémantique qui nous permet d'accomplir cette tâche, mais nous devons maintenant faire le lien avec les structures que la syntaxe de la langue peut nous proposer. L'enjeu ici est donc de développer et d'explorer un système de règles qui assurent l'interface entre la syntaxe et la sémantique. Cela va nous donner l'occasion d'aborder plusieurs exemples d'application directe du λ-calcul, mais aussi de réfléchir méthodiquement sur certains problèmes qui se posent à l'analyse sémantique. Et cela, de manière plus cruciale, va nous conduire à introduire des mécanismes de composition du sens complémentaires (et parfois alternatifs) mais indispensables pour mener à bien notre objectif.

6.1 Boîte à outils de l'interface syntaxe-sémantique

Par compositionnalité, la syntaxe guide le processus d'analyse sémantique. Nous avons donc besoin d'un moyen de représenter des structures syntaxiques. Dès que nous commençons à manipuler de telles structures, nous sommes amenés, par la force des choses, à adopter en même temps certaines *analyses* syntaxiques. Dans l'idéal, nous aimerions rester le plus possible agnostique vis-à-vis de tout positionnement théorique sur la syntaxe des langues, car le présent ouvrage n'a nullement la vocation (ni la légitimité) de défendre tel ou tel paradigme d'analyse syntaxique. Mais en pratique, nous devons bien faire des choix. À cet égard nous suivrons, dans ses grandes lignes, le cadre génératif de *Principes et Paramètres*[1], parce que ce modèle est relativement connu et que ses dispositifs d'analyse syntaxique sont suffisamment simples et assimilables, en particulier pour la tâche qui nous occupe ici. Bien sûr, cette section ne peut en aucune manière se substituer à une véritable introduction à la syntaxe, et elle se contente simplement de proposer quelques hypothèses de représentation formelle des structures que nous serons amenés à manipuler (§6.1.1). À partir de là, nous mettrons en place un format de notation qui permettra de faire « dialoguer » les analyses de la syntaxe et de la sémantique et qui sera le lieu de l'interface que nous développerons dans ce chapitre (§6.1.2).

[1] Voir par exemple Chomsky (1981), ou tout autre texte introductif ou manuel sur la grammaire générative.

6.1.1 Quelques hypothèses et notations syntaxiques

Nous allons dorénavant adopter les notations anglo-saxonnes pour désigner les diverses catégories de syntagmes que nous rencontrerons (au lieu des abréviations comme GN, GV ou P). Selon cette convention, les syntagmes sont nommés par des « étiquettes » de la forme *X*P, où P vaut pour l'anglais *phrase* (i.e. syntagme) et *X* désigne une catégorie lexicale ou fonctionnelle comme N pour nom commun, V pour verbe, A pour adjectif, etc. Et ainsi nos syntagmes seront NP (syntagme nominal, *noun phrase*), VP (syntagme verbal, *verb phrase*), AP (syntagme adjectival, *adjective phrase*), PP (syntagme prépositionnel, *preposition phrase*)… Profitons-en pour introduire immédiatement la catégorie TP qui désignera les phrases (nous allons voir pourquoi ci-dessous)[2].

Les structures syntaxiques sont d'abord assurées par la relation de *constituance* entre syntagmes, qui dit qu'un syntagme (complexe) est composé d'autres syntagmes, par inclusions successives. Nous pouvons en rendre compte au moyen des traditionnelles règles de réécritures comme en (1) :

(1)
a. TP $\longrightarrow$ NP VP
b. VP $\longrightarrow$ V NP
c. VP $\longrightarrow$ V

(1a) dit qu'une phrase (TP) se réécrit (i.e. se décompose) en un NP (sujet) et un VP, et (1b) qu'un VP se réécrit en un V et un NP (objet) ou (1c) en un V seul. Ces relations de constituance peuvent facilement être représentées par des arbres syntaxiques (nous en verrons beaucoup d'exemples) ou, plus sobrement, par un système de parenthésages « à plat » comme par exemple $[_{\text{VP}}$ V NP$]$ qui donne les mêmes informations que (1b).

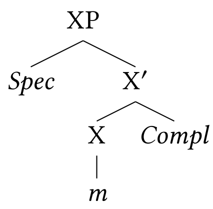
Il nous sera également utile d'adopter le schéma dit X-barre[3] qui révèle une structure hiérarchique au sein des syntagmes. Un syntagme est toujours un syntagme *de* quelque chose, en l'occurrence d'une catégorie lexicale ou fonctionnelle, que l'on appelle la *tête* du syntagme (N pour NP, V pour VP, etc.). Cette tête entretient différents types de relations avec ses « compagnons » de syntagme, ce dont rend compte le schéma X-barre, illustré en figure 6.1 (ci-contre), en introduisant trois niveaux de structure dans un constituant de tête X. Sous le niveau X′, la catégorie X peut se combiner avec un autre constituant, son *complément* ; et au niveau de XP, X′ peut se combiner avec un constituant qui joue le rôle de ce que l'on appelle le *spécifieur*. Dans la figure 6.1, *m* est un nœud terminal de l'arbre et représente une unité lexicale (un « mot ») ou morphologique.

X est généralement appelé la *projection lexicale* de *m*, XP la *projection maximale* de *m* (ou de X), et X′ la *projection intermédiaire*[4]. Ces trois projections constituent des syn-

[2] Je tiens à préciser que l'adoption de ces notations n'est en rien une coquetterie gratuite ; c'est un choix pragmatique et stratégique qui vise à maintenir au mieux l'interopérabilité des propositions d'analyses sémantiques présentées ici avec ce que l'on peut trouver dans une part très importante de la littérature en syntaxe et sémantique formelles que les lecteurs curieux et intéressés seraient amenés à consulter. Il serait fastidieux et incommode de s'imposer la vigilance de convertir systématiquement des notations locales en notations qui par ailleurs sont assez standards.

[3] *X-bar* en anglais ; cf. entre autres Chomsky (1970) ; Jackendoff (1977).

[4] La projection lexicale est parfois aussi notée X^0 et la projection maximale X″.



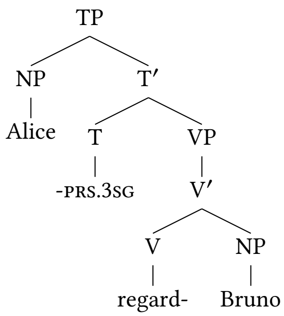
XP ⟶ *Spécifieur* X′
X′ ⟶ X *Complément*

Fig. 6.1 : Schéma X-barre, en arbre et en règles de réécriture

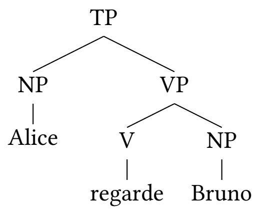
tagmes à part entière[5], même si ce que nous appelons des syntagmes dans l’usage courant renvoie plus souvent à des projections maximales.

TP est donc la projection maximale de la catégorie T qui correspond à l’inflexion verbale, c’est-à-dire le temps de conjugaison du verbe (TP est parfois appelé IP, pour *inflection phrase*[6]). La tête syntaxique d’une phrase, c’est donc T. L’analyse syntaxique d’une phrase simple comme *Alice regarde Bruno* peut ainsi, en première approximation, se représenter par l’arbre (2a), où -prs.3sg encode les traits qui caractérisent la flexion du verbe (i.e. ici : présent, 3e personne du singulier). Nous nous autoriserons, dans un premier temps, lorsqu’un nœud ne semble pas avoir de contribution sémantique (ou qu’il a une contribution que nous laissons de côté), à l’omettre de l’arbre[7], et donc à manipuler des représentations syntaxiques dramatiquement simplifiées comme (2b).

(2) a.



b.



Dans l’analyse, la sémantique opère *après* la syntaxe[8]. L’interface syntaxe-sémantique travaille donc sur les produits finis de la syntaxe ; autrement dit, pour le moment nous ne nous préoccupons pas des procédés syntaxiques mis en œuvre pour obtenir la structure

[5] Et dans les pages qui suivent, j’utiliserai indifféremment les termes *syntagmes* et *constituants* comme des synonymes.

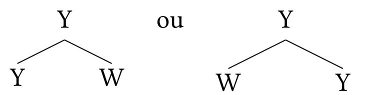
[6] En réalité, c’est un peu inexact. Pour être un peu plus précis, TP n’est qu’un composant de ce qui constitue la flexion verbale et qui correspond synthétiquement à IP.

[7] Notons bien que, techniquement, ces « omissions » ne sont pas des suppressions de nœuds de la structure syntaxique ; elles consistent simplement à *cacher* ces nœuds dans la représentation graphique afin de simplifier nos notations.

[8] Ce n’est qu’une hypothèse de travail, qui vise essentiellement à nous faciliter la tâche. En réalité la syntaxe et la sémantique ont plutôt intérêt à collaborer plus ou moins simultanément.

(2a), nous la prenons telle quelle. Certes nous verrons bientôt qu'en réalité la syntaxe nous fournit une structure plus élaborée et plus informative que (2a) ; par exemple, nous voyons bien qu'en (2a), le radical verbal (V) et sa désinence (T) ne sont pas correctement positionnés l'un par rapport à l'autre ; nous y remédierons un peu plus tard, et nous serons souvent amenés, au fil des pages, à perfectionner les structures syntaxiques sur lesquelles s'appuie l'analyse sémantique compositionnelle. En attendant, nous allons nous contenter de cette simplification (et même de (2b)).

Le schéma X-barre rend compte des structures dans lesquelles une tête syntaxique *sous-catégorise* (i.e. sélectionne et attend) d'autres constituants (qui seront alors compléments ou spécifieurs). Il existe un autre type de structures syntaxiques qui ne sont pas prises en charge par ce schéma, et qui concerne les *modifieurs*, c'est-à-dire ces constituants grammaticalement optionnels, non requis par un autre élément de la phrase, comme par exemple les adjectifs épithètes ou les syntagmes dits circonstanciels. Ceux-ci s'intègrent à la structure par une autre opération syntaxique, que l'on appelle l'*adjonction*, illustrée en figure 6.2. Concrètement, lorsqu'un constituant W est adjoint à un constituant Y (qui peut être une projection de n'importe quel niveau), le nœud Y est dupliqué dans l'arbre et W s'insère au même niveau que le Y inférieur, sous le Y supérieur.

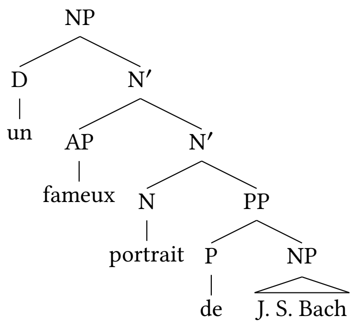


$$\mathrm{Y} \longrightarrow \mathrm{Y}\ \mathrm{W}$$
$$\mathrm{Y} \longrightarrow \mathrm{W}\ \mathrm{Y}$$

Fig. 6.2 : Adjonction, en arbre et en règles de réécriture

L'exemple (3) présente la structure d'un NP dans laquelle un adjectif (AP) est adjoint à la projection N′. Notons au passage que dans ce NP, le déterminant (D) joue le rôle de spécifieur et le syntagme prépositionnel (PP) celui de complément du nom. Nous réviserons la structure syntaxique des groupes nominaux à partir de §6.3.

(3)



6.1.2 Des arbres aux formules

Maintenant que nous disposons d'un support syntaxique formel (i.e. des arbres et leurs règles de construction), nous allons pouvoir élaborer notre mécanisme de composition sémantique de tout constituant interprétable de la phrase. Rappelons que le principe consiste, en quelque sorte, à décorer les nœuds des arbres avec leur traduction sémantique. Chaque traduction s'obtient compositionnellement à partir de celles des nœuds inférieurs, dans un mouvement d'analyse ascendant, avec l'hypothèse que nous connaissons initialement la représentation sémantique des unités lexicales (i.e. les feuilles de l'arbre). Nous avons annoncé au chapitre 5 que, *normalement*, la composition sémantique s'effectue au moyen de l'application fonctionnelle : lorsque deux constituants se combinent, l'un d'eux dénote une fonction et l'autre joue le rôle de l'argument. Nos règles d'interface syntaxe-sémantique seront donc crucialement guidées par les types, ceci afin de garantir que les fonctions reçoivent bien des arguments de types appropriés. En pratique, cela implique que nous devrons toujours veiller à ce que les combinaisons syntaxiques soient bien en accord avec les types sémantiques des constituants mis en jeu.

Comme chaque syntagme doit recevoir une traduction dans LO et que chaque syntagme est défini par une ou plusieurs règles de réécriture, nos règles d'interface auront simplement à établir une correspondance syntaxe-sémantique pour chaque règle de réécriture de la grammaire. À cette occasion, pour faire le lien entre syntagmes et expressions sémantiques, nous pourrons reprendre les fonctions $\mathfrak{F}$. Si nous notons $[_{\mathrm{X}}\ \mathrm{Y}\ \mathrm{Z}]$ le syntagme X constitué des syntagmes Y et Z, alors nous aurons à définir $\mathfrak{F}([_{\mathrm{X}}\ \mathrm{Y}\ \mathrm{Z}])$ en fonction de $\mathfrak{F}(\mathrm{Y})$ et $\mathfrak{F}(\mathrm{Z})$. Typiquement, les règles aurons la forme de (4).

(4) Si $\mathfrak{F}(\mathrm{Y}) \in \mathrm{ME}_{\langle b,a\rangle}$ et $\mathfrak{F}(\mathrm{Z}) \in \mathrm{ME}_{b}$, alors $\mathfrak{F}([_{\mathrm{X}}\ \mathrm{Y}\ \mathrm{Z}]) = [\mathfrak{F}(\mathrm{Y})(\mathfrak{F}(\mathrm{Z}))]$.

(4) dit simplement (et formellement) que la traduction de X est l'application fonctionnelle de celle de Y à celle de Z, si les types de Y et Z le permettent. Cependant, comme le format de (4) nous fait manipuler des écritures un peu austères, nous préférerons présenter les règles d'interface via les notations plus « amicales » de (5) :

(5) a. $\boxed{\begin{array}{cccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ a & & \langle b,a\rangle & b \\ [\alpha(\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}}$ ou b. $\boxed{\begin{array}{cccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ b & & a & \langle a,b\rangle \\ [\beta(\alpha)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}}$

Ces règles d'interface superposent les règles de réécriture syntaxiques et les règles de composition sémantiques en intercalant les types des expressions comme conditions de réussite. Elles peuvent également se représenter graphiquement sous forme de sous-arbres (fig. 6.3, page suivante) comme nous l'avions déjà vu au chapitre 5. La règle (5a) indique que si X se réécrit en [Y Z] et si Y se traduit par α de type $\langle b,a\rangle$ et Z se traduit par β de type b, alors X se traduit par $[\alpha(\beta)]$ de type a. Elle dit la même chose que (4). Quant à (5b), elle présente l'autre possibilité, celle où la fonction est dénotée par le constituant de droite (Z).

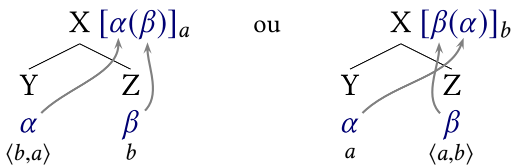


Fig. 6.3 : Schémas de composition sémantique dans un sous-arbre syntaxique

Nous voyons donc que le choix entre le schéma (5a) et le schéma (5b) est décidé par les types des expressions. Mais il est également corrélé à la règle syntaxique particulière qu'il s'agit d'interfacer. En effet, il peut y avoir de bonnes raisons de penser que, sous l'hypothèse du schéma X-barre, la structure interne des syntagmes contribue à guider la composition sémantique : on peut ainsi prévoir qu'au niveau X′, c'est la projection lexicale X qui sera la fonction et le complément qui sera l'argument, et au niveau XP, c'est la projection intermédiaire X′ qui sera la fonction et le spécifieur son argument. Dans les premiers exemples présentés *infra*, nous verrons que cette corrélation n'est pas toujours respectée, parce que nous travaillerons sur des analyses syntaxiques très simplifiées ; mais à terme, elle aura tendance à se confirmer de plus en plus.

Le schéma X-barre s'accorde donc particulièrement bien avec LO typé puisque les embranchements des structures syntaxiques sont toujours, au maximum, binaires : à chaque « étage » d'un arbre, nous aurons au plus deux constituants, l'un qui dénote une fonction et l'autre qui dénote son argument immédiat[9]. Cependant il n'y a pas nécessairement de raison de se fermer toutes les portes par principe, et s'il s'avère souhaitable de disposer également de branchements multiples « supra-binaires », il se trouve que le λ-calcul nous permet de les traiter. Si par exemple un syntagme se décompose directement en trois sous-constituants, alors l'un de ceux-ci devra dénoter une fonction appropriée et les deux autres lui seront fournis comme arguments dans un ordre correctement spécifié par la règle d'interface. C'est ce qu'illustre (6) qui est un exemple théorique, parmi plusieurs autres, d'une telle règle.

(6)

X	$\longrightarrow$	Y	Z	W
a		$\langle c, \langle b, a \rangle \rangle$	b	c
$[[\alpha(\gamma)](\beta)]$	$\longleftarrow$	α	β	γ

Le tableau 6.1 ci-contre récapitule quelques correspondances entre catégories syntaxiques et types sémantiques qui seront exploitées dans des règles d'interface spécifiques que nous rencontrerons par la suite. Certaines de ces correspondances sont provisoires, s'appuyant sur des hypothèses d'analyse que nous avons posées dans les chapitres précédents ; nous aurons plusieurs fois l'occasion de discuter de possibles révisions.

[9] Sauf bien sûr dans le cas de structures non branchantes, générées par une règle de la forme X $\longrightarrow$ Y. Dans ce type de configuration, la représentation sémantique du nœud inférieur remonte simplement telle quelle sur le nœud supérieur.

Tab. 6.1 : Correspondances catégories syntaxiques – types sémantiques

Catégories syntaxiques	**Types**
Noms propres (PN), pronoms personnels	e
Phrases (TP)	t
Nom (N, N′), verbes intransitifs (V, VP), adjectifs (A, AP)	$\langle e, t \rangle$
Verbes transitifs (V), noms (N) et adjectifs (A) relationnnels	$\langle e, \langle e, t \rangle\rangle$
Prépositions (P)	$\langle e, \langle e, t \rangle\rangle$
Verbes ditransitifs (V)	$\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle\rangle\rangle$

Pour terminer, je souhaite ici récapituler et préciser quelques aspects du statut théorique des règles d'interface syntaxe-sémantique. Les exemples (5) et (6) ne sont pas de véritables règles d'interface, mais des méta-règles ou *schémas* de règles (ils utilisent des symboles génériques et anonymes de catégories syntaxiques, X, Y, Z). Une véritable règle d'interface sera, comme annoncé *supra*, une instanciation qui décrit une construction syntaxique précise et lui associe une composition sémantique appropriée. C'est pourquoi cette approche de l'interface syntaxe-sémantique, qui est, dans l'esprit, celle de Montague (1970b ; 1973), est appelée « de règle à règle » (ang. *rule-by-rule*[10]). De la sorte, le mécanisme d'analyse sémantique n'exploite pas directement les structures (par exemple les arbres) construites par la syntaxe ; il est, en fait, guidé par l'historique des applications des règles syntaxiques qui déterminent la structure d'une phrase – ce que l'on appelle parfois en syntaxe son *arbre de dérivation*. Au chapitre 5 et dans les premières pages du présent chapitre, j'ai pu donner l'impression d'aller à l'encontre de ce principe, mais c'est simplement parce que dans une grammaire syntagmatique (i.e. avec des règles de réécriture) l'arbre construit et l'arbre de dérivation sont à peu près similaires, ce qui fait que l'on ne voit guère de différence. Cependant cela montre qu'en théorie, cette approche montagovienne de l'interface syntaxe-sémantique peut s'adapter à quasiment n'importe quel modèle d'analyse syntaxique : il suffit de définir des règles d'interfaces qui apparient chaque règle structurelle de la syntaxe avec une règle de composition sémantique, dans l'esprit de ce qu'exprime la méta-règle (4), voir p. 337.

À titre d'illustration, je vais présenter rapidement un exemple générique d'interfaçage, formulé de manière volontairement abstraite pour montrer en quoi le mécanisme est relativement indépendant de la théorie syntaxique choisie et mise en jeu. Supposons que la grammaire de la langue comprend une règle qui établit que (sous certaines conditions) une relation structurelle, appelons-la R_1, s'applique entre un objet syntaxique Y et un objet syntaxique Z pour former un objet syntaxique X. Nous pouvons formaliser cela par l'équation $\mathrm{X} = R_1(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})$ ou, pour ajouter un peu de hiérarchie, par $\mathrm{X} = \langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}\rangle$ qui indique avec quelle relation Z s'articule par rapport à Y, élément plus important dans la structure. Dans nos règles de réécriture, les objets syntaxiques sont des syntagmes, la

[10] C'est une appellation que Partee (1996) attribue à E. Bach.

relation R_1 est à chaque fois une simple relation d'adjacence et l'opération syntaxique à l'œuvre est une concaténation[11]. Mais on peut décider que R_1 représente un autre type de relation, comme des relations qui spécifient le rôle structurel qu'un mot ou un syntagme joue par rapport à un autre mot ou syntagme ; cela pourra ainsi correspondre à des fonctions grammaticales ou des relations de sous-catégorisation[12]. Par exemple si Y est un V transitif, Z un N ou un NP et R_1 la fonction *objet*, alors $\langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}\rangle$ représente ce V déjà connecté à son complément d'objet. Si Y est aussi relié à un mot ou syntagme W par une relation R_2, on pourra avoir, selon les choix de la grammaire, $\langle\langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}\rangle, R_2\colon W\rangle$ (structure récursive avec deux règles) ou $\langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}, R_2\colon W\rangle$ (structure plate avec une seule règle). L'important est que chaque règle syntaxique particulière indique précisément quels sont les composants qu'elle implique (par exemple Y et Z) et comment ceux-ci s'organisent entre eux dans la structure (ici avec R_1), et que nous sachions dans quel ordre les règles s'enchaînent. À partir de là, il est relativement simple de formaliser des règles d'interface compositionnelles ; par exemple elles pourront dire : si $\mathrm{X} = \langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}\rangle$, et si Y se traduit par α de type $\langle b, a\rangle$ et Z par β de type b, alors X se traduit par $[\alpha(\beta)]$ de type a ; c'est ce que schématise (7), qui n'est que la version générique de (5) :

(7)
$$\boxed{\begin{array}{ccccc} \mathrm{X} & = \langle & \mathrm{Y} & , R_1 : & \mathrm{Z}\rangle \\ a & & \langle b, a\rangle & & b \\ [\alpha(\beta)] & \longleftarrow & \alpha & & \beta \end{array}}$$

Il faut cependant préciser que les exemples présentés, notamment (5) et (6), peuvent être un peu trompeurs, parce qu'ils font apparaître une généralisation qui, bien que prégnante dans le système, n'en est pas pour autant fondamentale dans la théorie. Dans les pages qui précèdent, il a été suggéré que les compositions sémantiques s'effectuaient au moyen de l'outil « à tout faire » qu'est l'application fonctionnelle, et cela sera illustré dans les premiers exemples de §6.2.1. Mais, comme nous le verrons par la suite, l'application fonctionnelle n'est pas nécessairement la seule opération sémantique utilisable ; en théorie, d'autres procédés de composition peuvent être convoqués, ils dépendent de la construction syntaxique propre à la règle d'interface. Car les règles d'interface peuvent être lues, dans leur horizontalité, comme des formes de raisonnement (et c'est qu'explicite la formulation (4)) : la partie à droite des flèches en donne les prémisses et la partie gauche la conclusion. Autrement dit, le mécanisme de composition sémantique est un système d'inférences, qui est, comme il se doit, gouverné par une logique spéciale, dédiée à cette tâche. Une telle logique ne vise pas à établir, par exemple, les conséquences logiques d'une phrase, son rôle est de contrôler et réglementer, dans le métalangage, la

[11] L'opération de concaténation, parfois notée $\oplus$, $\cdot$ ou $\frown$, est simplement l'assemblage séquentiel de deux objets. Ainsi $\mathrm{X} = R_1(\mathrm{Y}, \mathrm{Z})$ revient à $\mathrm{X} = \mathrm{Y} \oplus \mathrm{Z}$ qui dit que X est la suite « Y Z ». Par la même occasion, cela implique qu'il y a une relation de constituance entre X et la paire Y Z : Y et Z sont des parties de X. Avec la notation $\mathrm{X} = \langle \mathrm{Y}, R_1\colon \mathrm{Z}\rangle$, R_1 sera la relation « être immédiatement à droite de ».

[12] C'est ce que l'on retrouve, sous une forme ou une autre, dans les graphes de grammaires de dépendances (Tesnière 1959), les f-structures de LFG (*Lexical Functional Grammar*, Bresnan 1982), les schémas de dominances immédiates en HPSG (*Head-Driven Phrase Structure Grammar*, Pollard & Sag 1994), les arbres de dérivation de TAG (*Tree Adjoining Grammar*, Joshi 1987).

bonne conduite de l'analyse syntactico-sémantique. Celle que nous utilisons ici est relativement simple et elle exploite abondamment les opérations qu'offre le λ-calcul typé, mais il est possible de définir à cet effet des logiques plus complexes qui engendrent des cadres d'analyse plus élaborés. C'est ce que développe notamment le domaine des *grammaires logiques*[13]. En bref, ce qu'il faut retenir du principe de l'interface syntaxe-sémantique est que ses règles sont des schémas d'inférences suffisamment bien formalisés pour permettre 1) de reconnaître clairement qu'une règle structurelle s'est appliquée dans l'analyse syntaxique d'une phrase et 2) de prédire clairement quelle opération de composition sémantique doit alors s'appliquer à cette étape de l'analyse et quel résultat précis donne cette opération ; cette dernière peut donc être l'application fonctionnelle ou autre chose, du moment qu'elle est précisément définie dans la logique du système.

6.2 Compositions sémantiques

Comme annoncé, nous allons voir en section §6.2.1 plusieurs exemples de compositions sémantiques qui s'effectuent directement via l'application fonctionnelle. Les sections suivantes montreront en quoi cette opération seule n'est pas toujours suffisante et nous verrons diverses manières d'ajuster et de développer nos règles d'interface en restant conforme au principe récapitulé *supra*.

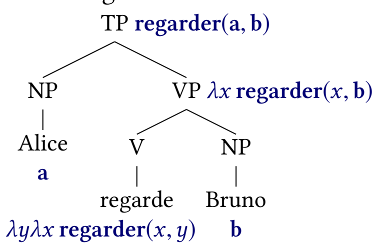
6.2.1 Usages de l'application fonctionnelle

6.2.1.1 Le verbe et ses arguments

Dans le chapitre 5 (§5.2.2.3), nous avons vu la dérivation pas à pas d'une phrase simple comme (8a), rappelée en (8b) (avec nos nouvelles notations et en indiquant directement les résultats des β-réductions).

(8) a. Alice regarde Bruno.

b.



Cette dérivation s'appuyait sur les règles d'interface explicitées maintenant en (9) et (10). (9) indique comment un verbe transitif (donc de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$) se combine avec son NP objet dans un VP ; et (10) comment un VP se combine avec le NP sujet dans une phrase.

[13] Voir, par exemple, Morrill (2012) pour un panorama général.

(9) Verbes transitifs

$$\begin{array}{cccc} \text{VP} & \longrightarrow & \text{V} & \text{NP} \\ \langle \text{e}, \text{t} \rangle & & \langle \text{e}, \langle \text{e}, \text{t} \rangle \rangle & \text{e} \\ [\alpha(\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

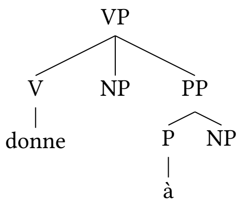
(10) TP

$$\begin{array}{cccc} \text{TP} & \longrightarrow & \text{NP} & \text{VP} \\ \text{t} & & \text{e} & \langle \text{e}, \text{t} \rangle \\ [\beta(\alpha)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Dans ces règles, remarquons que les NP sont traités comme des expressions de type e, ce qui convient bien aux exemples que nous examinons ici ; nous aurons cependant à réviser ce traitement à partir de §6.3. Notons aussi que la règle (10) vaut pour toute combinaison d'un VP avec son sujet, que sa tête soit un verbe transitif, intransitif ou ditransitif ; un VP est ici[14] toujours de type $\langle \text{e}, \text{t} \rangle$.

Profitons de l'occasion pour dire quelques mots sur les verbes ditransitifs, comme *donner*, *envoyer*, *présenter*... Nous n'allons surtout pas entrer dans les détails de la structure syntaxique de ces verbes, car c'est un sujet relativement complexe et qui dépasse largement la portée du présent ouvrage. À la place, nous allons nous contenter d'une hypothèse syntaxique très simplifiée, pour nous préoccuper principalement de ce que le λ-calcul nous permet de faire avec ces constructions. Considérons donc la structure « plate » (11).

(11)



Si nous posons que *x donne y à z* se traduit par $\textbf{donner}(x, y, z)$, qui est la simplification de $[[[\textbf{donner}(z)](y)](x)]$, alors cela prévoit que *donner* doit d'abord se combiner avec le PP puis avec le NP. Avec une structure plate comme en (11), c'est directement et simplement pris en charge par la règle d'interface (12).

(12) Verbes ditransitifs (structure plate)

$$\begin{array}{ccccc} \text{VP} & \longrightarrow & \text{V} & \text{NP} & \text{PP} \\ \langle \text{e}, \text{t} \rangle & & \langle \text{e}, \langle \text{e}, \langle \text{e}, \text{t} \rangle \rangle \rangle & \text{e} & \text{e} \\ [[\alpha(\gamma)](\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta & \gamma \end{array}$$

Notons que si, au lieu de (11), nous avions une structure binaire où le V se retrouve, d'une manière ou d'une autre, d'abord groupé avec le PP (comme dans $[_{\text{VP}}$ [V PP] NP]),

[14] Cela changera un peu plus tard, lorsque nous utiliserons des analyses syntaxiques et sémantiques plus perfectionnées.

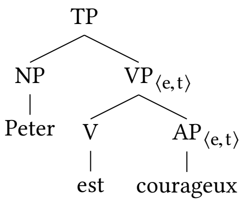
alors il suffirait de diviser (12) en deux règles assez similaires à (9). En revanche, si nous avions un structure binaire où V se compose d'abord avec NP, comme dans $[_{\mathrm{VP}}$ [V NP] PP], alors il nous faudrait en plus changer l'entrée lexicale sémantique du verbe ditransitif. Par exemple, *donner* ne se traduirait plus par **donner** (i.e. $\lambda z\lambda y\lambda x\,\mathbf{donner}(x, y, z)$), mais par $\lambda y\lambda z\lambda x\,\mathbf{donner}(x, y, z)$. Nous voyons donc que l'analyse sémantique dépend crucialement des hypothèses d'analyses syntaxiques, mais aussi que le λ-calcul nous permet de nous adapter avec assez de souplesse.

Remarquons également que dans la règle (12), le PP est traité comme étant de type e. D'ailleurs nous aurions pu, comme le font certaines analyses syntaxiques, analyser ce complément comme un NP où *à* n'est pas véritablement une préposition, mais un marqueur casuel[15]. Qu'il s'agisse d'un PP de type e ou d'un NP, *à* aura une contribution sémantique vide, et le λ-calcul peut en rendre compte en lui assignant la traduction $\lambda x\, x$ (de type $\langle e, e\rangle$).

6.2.1.2 Le(s) verbe(s) *être*

Il existe une autre catégorie de VP qui n'entre pas exactement dans le cadre de ceux vus ci-dessus. Ce sont ceux dont la tête est ce que les grammaires traditionnelles appellent un verbe d'état, en particulier le verbe *être*, accompagné d'un syntagme adjectival qui joue le rôle d'attribut du sujet, comme en (13).

(13) Peter est courageux.



Un adjectif ou un AP comme *courageux* n'a pas le même type qu'un NP, il est de type $\langle e, t\rangle$ ($\lambda x\,\mathbf{courageux}(x)$). Et un VP, nous l'avons vu, est aussi de type $\langle e, t\rangle$. Par conséquent, le verbe *être* en (13) doit s'analyser comme une expression fonctionnelle qui prend en argument la dénotation d'un prédicat adjectival (AP de type $\langle e, t\rangle$) et retourne un prédicat verbal (VP de type $\langle e, t\rangle$). Son type est donc naturellement $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, et sa traduction est la suivante :

(14) *être* $\rightsquigarrow \lambda P\lambda x[P(x)]$, avec $P \in \mathcal{V}ar_{\langle e, t\rangle}$

Nous avons déjà rencontré ce λ-terme en §5.3.3.2, p. 307. C'est une expression qui attend un prédicat et un terme individuel, et qui applique ce prédicat à ce terme. Nous avions vu que cela ne fait que réaliser l'application fonctionnelle, et finalement c'est bien juste ce que fait sémantiquement le verbe *être* dans ce rôle dit de *copule* : « accoupler » un

[15] À l'instar de certaines langues où ce complément est un NP datif.

prédicat adjectival avec le sujet de la phrase. C'est ce qu'illustre la dérivation sémantique du VP de (13) où, après β-réductions nous retrouvons le même prédicat que celui du AP[16] :

(15) $[_{\text{VP}}$ est courageux$] \rightsquigarrow [\lambda P \lambda x[P(x)](\lambda y\, \textbf{courageux}(y))]$
$= \lambda x[\lambda y\, \textbf{courageux}(y)(x)]$ — β-réduction sur P
$= \lambda x\, \textbf{courageux}(x)$ — β-réduction sur y

La règle d'interface pour le verbe *être* est donc (16) :

(16) Copule et attribut du sujet

VP	⟶	V	AP
$\langle e, t\rangle$		$\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$	$\langle e, t\rangle$
$[\alpha(\beta)]$	⟵	α	β

A priori, cette règle peut valoir aussi pour les autres verbes copules comme *paraître*, *rester*, *devenir*, *se retrouver*... Ceux-ci ont juste un contenu sémantique plus riche que *être*, et nous pourrions être tentés de leur assigner des traductions comme, par exemple, $\lambda P \lambda x\, \textbf{paraître}(x, P)$, qui est bien de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Cependant, nous verrons en §6.2.4 que ce genre de traduction n'est pas vraiment satisfaisant sur le plan sémantique.

La règle (16) peut également, au prix d'un très petit ajustement, s'appliquer aux constructions attributives où le complément du V n'est pas un syntagme adjectival mais un syntagme prépositionnel, comme dans :

(17) Alice est dans la cuisine.

Le PP [*dans la cuisine*] se traduit en $\lambda x\, \textbf{dans}(x, \iota y\, \textbf{cuisine}(y))$ de type $\langle e, t\rangle$ comme un AP, et peut se combiner de la même manière avec le verbe *être*. Cela implique que dans un tel exemple, la préposition *dans* se traduit comme un verbe transitif : $\lambda y \lambda x\, \textbf{dans}(x, y)$ de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Nous avons donc la règle suivante pour les PP :

(18) Syntagmes prépositionnels

PP	⟶	P	NP
$\langle e, t\rangle$		$\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$	e
$[\alpha(\beta)]$	⟵	α	β

Il y a au moins un autre emploi du verbe *être* que nous devons mentionner ici. Il s'agit de son emploi dit identificationnel, illustré en (19).

(19) a. Peter Parker est Spiderman.
$\textbf{p} = \textbf{s}$
b. Spiderman est l'ennemi de Dr. Octopus.
$\textbf{s} = \iota x\, \textbf{ennemi}(x, \textbf{o})$

Comme ces occurrences de *être* se combinent avec un NP, nous pouvons les traiter comme des verbes transitifs de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ avec la règle (9). Les traductions en (19)

[16] J'y renomme la variable λ-abstraite dans la traduction du AP pour éviter toute confusion.

nous montrent que leur contribution sémantique est l'opérateur d'identité $=$, ce qui correspond au λ-terme (20) :

(20) *être* $\rightsquigarrow \lambda y \lambda x[x = y]$

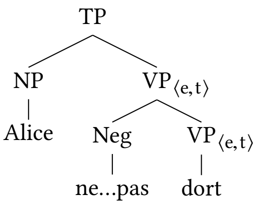
Nous verrons plus tard des stratégies qui visent à unifier les divers emplois de *être*, afin d'éviter d'avoir à conserver des traductions distinctes comme (14) et (20). Il nous faudra aussi donner une analyse pour ses emplois (très courants) tels qu'en (21), que nous ne savons pas traiter encore (cf. §6.3).

(21) Spiderman est un super-héros.

6.2.1.3 La négation

Terminons cette section par quelques remarques sur la négation. Nous allons le faire en posant une hypothèse d'analyse syntaxique qui en réalité s'avère (doublement) inexacte[17]. Mais l'objectif ici est seulement de nous donner l'occasion d'explorer une application simple du λ-calcul ; lorsque nous aurons avancé dans le développement des mécanismes d'interface syntaxe-sémantique, nous pourrons nous rapprocher d'une analyse plus correcte du phénomène. Nous allons d'abord considérer qu'en français, bien que la négation se réalise par des éléments disjoints en surface, elle occupera, dans l'arbre syntaxique, un seul constituant, que nous appellerons Neg ; c'est la première approximation. La seconde est que nous posons que Neg s'adjoint au VP de la phrase. C'est ce qu'illustre l'analyse (22).

(22) Alice ne dort pas.



Informellement, nous voyons que la négation est une expression qui prend un VP en argument et retourne en résultat un nouveau VP qui est la « forme négative » du premier. Neg est donc de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ et sa traduction est :

(23) *ne...pas* $\rightsquigarrow \lambda P \lambda x \neg[P(x)]$, où $P \in \mathcal{V}ar_{\langle e,t\rangle}$[18]

Cette traduction ressemble un peu à celle de *être* (14), mais pour bien comprendre son fonctionnement nous pouvons voir (23) comme dénotant une fonction qui attend la

[17] Là encore la raison est qu'une analyse syntaxique correcte de la négation met en jeu des éléments formels plus complexes, que nous pourrons commencer à traiter seulement à partir de §6.3.

[18] Bien sûr il ne faudrait surtout pas s'égarer à commettre l'erreur de proposer $\lambda P \neg P$, qui semble faire le travail attendu, mais qui en réalité n'est pas une expression bien formée de LO. Car $\neg$ ne peut se placer que devant une expression de type t et P est de type $\langle e, t\rangle$.

dénotation d'un VP (λP) et qui ensuite *construit* la représentation d'un VP. Pour ce faire, on abstrait d'abord l'argument qui correspondra au sujet (λx) puis on unit le prédicat P et cet argument x pour produire une formule que l'on nie ($\neg[P(x)]$).

6.2.2 Les arguments implicites

Nous venons de voir des exemples de compositions de prédicats avec leurs arguments, il est assez normal, à ce stade, de s'intéresser alors aux cas des « arguments absents ». Ce sont ces configurations bien connues, comme en (24) et (25), où il manque, par exemple, le complément de verbes transitifs, de noms ou d'adjectifs relationnels, etc.[19] – ce que nous pouvons caractériser techniquement comme un emploi de prédicats qui ne respectent pas, en surface, leur arité.

(24) a. Alice a mangé.
 b. Alice a lu.
 c. Alice a dessiné.

(25) a. Alice a apprécié.
 b. Alice a compris.
 c. Alice a accepté.

L'analyse de ces constructions est un enjeu qui concerne de très près l'interface syntaxe-sémantique. Nous ne pourrons pas la régler ici car c'est un problème particulièrement complexe, abondamment débattu[20] et soulevant un certain nombre de questions qui, en s'entrecroisant, multiplient considérablement les hypothèses d'analyse à envisager pour aboutir à un traitement sémantique compositionnel. Mais il est néanmoins dans notre intérêt ici d'examiner au moins quelques unes de ces questions et de faire quelques observations sur ce qu'elles peuvent impliquer dans la formalisation de nos règles d'interface.

Commençons par poser explicitement le problème dans des termes qui nous concernent ici directement. Nous pouvons supposer que les verbes de (24) et (25) sont lexicalement transitifs, c'est-à-dire de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, et donc, sous cette hypothèse, l'absence de leur complément d'objet ne nous permet pas de composer le sens de ces phrases par nos règles (9) et (10), p. 342. Par conséquent, quel est le processus de composition qui nous permet d'obtenir leur analyse correcte ?

Par ailleurs, comme cela a été reconnu depuis longtemps, il faut remarquer que les exemples de (24) et de (25) ne s'interprètent pas de la même manière. Pour (24) nous comprenons les phrases comme si elles comportaient, en substitut du complément manquant, une sorte de NP indéfini assez sous-spécifié, comme *quelque chose*. Nous parlerons

[19] À cela s'ajoute également les constructions passives sans agent.

[20] Le phénomène apparaît d'ailleurs sous de nombreux intitulés : compléments ou arguments implicites, inexprimés, absents, omis, manquants, optionnels, effacés, invisibles, latents, sous-entendus… Nommer n'est pas décrire, mais cette variété terminologique laisse entrevoir une assez grande diversité d'analyses et d'approches théoriques. Pour des présentations plus détaillées, on peut se reporter par exemple à Gillon (2012) et Bourmayan (2013).

d'*arguments implicites indéfinis*, et leur traitement met en jeu une quantification existentielle. Par exemple, la traduction attendue pour (24a) sera (minimalement) :

(26) Alice a mangé.
$\exists y\ \mathbf{manger}(\mathbf{a}, y)$

Au contraire, pour (25), les compléments manquants, à l'instar de pronoms « silencieux », sont interprétés en récupérant une information accessible dans le contexte et forcément connue du locuteur. À terme, et selon les contextes, (25a) pourra être glosée au moyen d'expressions démonstratives ou définies comme dans *Alice a apprécié cela/ce qui a été dit/ce qu'elle a vu/ton attitude/le repas qu'on lui a servi/…* On parle généralement d'*arguments implicites définis*, et compositionnellement, dans LO, nous pouvons en rendre compte en utilisant une variable libre comme nous le faisons pour les pronoms anaphoriques et déictiques :

(27) Alice a apprécié.
$\mathbf{apprécier}(\mathbf{a}, y)$

Il existe certainement d'autres manières encore d'interpréter les arguments non réalisés[21], mais ces deux paradigmes nous montrent déjà deux directions distinctes que peut (et doit) emprunter l'interface syntaxe-sémantique.

Ensuite, l'interface a besoin de savoir comment la syntaxe, de son côté, négocie les compléments manquants. Ceux-ci sont-ils purement et simplement absents de la structure syntaxique ou représentés sous la forme d'un constituant phonologiquement vide ? La situation idéale pour nous serait que la syntaxe soit sensible à la distinction entre arguments implicites définis et indéfinis en produisant des analyses différentes et dédiées à chaque interprétation. Mais si c'est le cas, il reste à savoir sur quels critères la syntaxe discrimine les deux types d'arguments implicites. La réponse peut être à chercher du côté du lexique, car on observe d'une part part que les verbes transitifs n'acceptent pas tous aussi bien les arguments implicites, et d'autre part que ce ne sont apparemment pas les mêmes verbes qui acceptent les arguments implicites définis et indéfinis. Cela va d'ailleurs dans le sens de ce que nous proposions, en première approximation, au chapitre 2 (§2.2.1.1 p. 60) en introduisant la notion d'arité : nous avons dû poser un prédicat $\mathbf{fumer_1}$ pour l'emploi intransitif (i.e. avec un argument implicite indéfini) et un prédicat $\mathbf{fumer_2}$ pour l'emploi transitif. À présent nous savons établir que ces deux prédicats sont sémantiquement reliés par un postulat de signification[22] :

[21] Il est notamment souvent cité l'interprétation dite générique, comme dans la lecture de *Alice dessine* signifiant qu'elle pratique le dessin comme une activité habituelle. À la suite de ce que nous avons vu au chapitre 3 §3.2.3 sur la généricité, nous rangerons cette interprétation dans la catégorie des arguments implicites indéfinis – le sens générique intervenant très probablement à un autre endroit que la détermination du complément. En revanche, dans d'autres langues, comme par exemple en anglais, l'omission du complément peut donner lieu à une interprétation réfléchie : réflexive dans *Bill shaved this morning* (Bill s'est rasé) ou réciproque dans *they hugged* (ils se sont étreints). En français, un phénomène un peu analogue (quoique distinct) peut apparaître avec certains noms relationnels comme *ami*, *collègue*, *camarade…* : dans *chaque membre du club peut inviter un ami*, le second argument de *ami* est compris comme une variable, non pas libre, mais liée à celle quantifiée avec *chaque membre*.

[22] C'est la stratégie proposée par Fodor & Fodor (1980).

(28) $\Box\forall x[\exists y\, \mathbf{fumer}_2(x, y) \leftrightarrow \mathbf{fumer}_1(x)]$

Transposée dans la grammaire, cette approche postule que de nombreux verbes, comme *manger*, *boire*, *fumer*, *lire*, *dessiner*..., sont lexicalement ambigus entre une version transitive et une version intransitive. C'est lexicalement peu économique, mais cela a l'avantage de dispenser la syntaxe (et même la sémantique) de représenter des arguments inexprimés. Mais il se trouve que cette hypothèse de l'ambiguïté lexicale fait de mauvaises prédictions, comme le montre Gillon (2012) via le phénomène des ellipses. Au chapitre 1 §1.2.4, nous avions vu que l'interprétation d'une ellipse, comme dans la seconde partie de (29a), se fait en reprenant *le même* matériau sémantique utilisé auparavant. Dans l'ellipse « reconstruite » de (29a), la seconde occurrence de *lire* doit être transitive puisqu'il y a un complément d'objet (*l'Illiade*). Par conséquent l'hypothèse de l'ambiguïté de *lire* ne se conforme pas à la règle d'interprétation des ellipses puisqu'elle oblige à utiliser $\mathbf{lire}_1$ puis $\mathbf{lire}_2$ (29b).

(29) a. Alice a lu, mais pas l'*Illiade*.
b. $\mathbf{lire}_1(\mathbf{a}) \wedge \neg\mathbf{lire}_2(\mathbf{a}, \mathbf{i})$

D'autre part, Partee (1984) favorise l'idée d'omettre aussi les arguments implicites définis, dans les représentations syntaxiques et sémantique, en utilisant des prédicats d'arité 1 (mais différents de (29))[23]. Elle reconnaît cependant qu'une telle stratégie n'est pas implémentable en l'état dans un système sémantique montagovien traditionnel (comme notre LO) car un prédicat est une constante, interprétée par F uniquement, et le « verbe » de (27), $\lambda x\, \mathbf{apprécier}(x, y)$ (ou ce qui serait son équivalent unaire), doit s'interpréter aussi par rapport à l'assignation courante g à cause de la variable libre y.

Notons qu'il y a une manière assez simple de traiter les arguments implicites indéfinis sans les représenter dans la syntaxe, tout en n'utilisant qu'un seul prédicat sémantique pour traduire le verbe. Il suffit d'introduire une règle d'interface spécifique (30) qui sait repérer un verbe transitif, i.e. de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, apparaissant seul sous V′[24] :

(30) Verbes transitifs sans objet (1)[25]

$$\begin{array}{rcc} \mathrm{V}' & \longrightarrow & \mathrm{V} \\ \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle & & \langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle \\ \lambda x \exists y[[\alpha(y)](x)] & \longleftarrow & \alpha \end{array}$$

Un des avantages de cette règle est que la quantification existentielle sur l'argument y qu'elle insère a forcément une portée étroite, « collée » au verbe. C'est confirmé, par exemple, par l'interprétation des phrases négatives comme *Alice n'a pas mangé* qui se

23 Cette option, elle, ne contrevient pas à la règle d'interprétation des ellipses, justement par ce qu'un énoncé elliptique comme (i) n'est pas naturel en français :

(i) #Alice a apprécié, mais pas ce que tu as fait/mais je ne sais pas quoi.

24 Cette règle reprend la proposition de Dowty (1981) notamment.

25 On peut prévoir de faire entrer aussi la pragmatique en jeu en traduisant V′ par $\lambda x \exists y[C(y) \wedge [[\alpha(y)](x)]]$ où C est une variable libre de type $\langle$e, t$\rangle$ qui restreint le domaine de quantification de $\exists y$.

comprend comme *Alice n'a rien mangé* ($\neg\exists y$ **manger**$(\mathbf{a}, y)$) et jamais comme *il y a quelque chose qu'Alice n'a pas mangé* ($\exists y \neg$**manger**$(\mathbf{a}, y)$).

Parallèlement, et pour en revenir à notre « situation idéale », nous pourrions, pour les arguments implicites définis, envisager l'existence d'une « anaphore zéro » (ang. *null anaphora*), c'est-à-dire un constituant syntaxique non prononcé mais qui se comporte comme un pronom. Dans cette optique (que l'on retrouve dans les premiers travaux de la grammaire générative par exemple), nous aurions une entité syntaxique, notons-là $\emptyset$, qui occuperait la position de complément et se traduirait sémantiquement par une variable localement libre de type e. Les phrases de (25) pourraient ainsi s'analyser directement avec la règle (9).

Cependant, nous aurions peut-être un peu trop bon compte à prédéterminer les analyses sémantiques sur la simple base d'informations lexicales (et de ce qu'en fait la syntaxe). Si, par exemple, il semble que les verbes qui acceptent les arguments implicites définis s'avèrent appartenir à certaines classes sémantiques particulières (ce sont souvent des verbes qui expriment une opinion, un affect, etc.), il n'est pas sûr que la caractérisation de ces classes soit une tâche simple et surtout qu'elle suffise à prédire les interprétations. Fillmore (1986), entre autres, a montré que de nombreux verbes acceptent les arguments implicites pour certaines acceptions ou certains usages mais pas pour d'autres, et que des quasi-synonymes se comportent différemment vis-à-vis du phénomène. Par exemple, *j'ai aimé* se comprend avec un argument implicite défini pour l'acception *apprécier* mais pas pour *éprouver de l'amour* ; l'omission de l'objet est possible dans *Alice a trouvé*, mais pas dans #*Alice a découvert*. D'autre part, les interprétations avec arguments implicites indéfinis semblent un peu plus libres et un peu moins contraintes par le lexique (surtout dans les lectures génériques). Même si, avec certains verbes, ce type d'interprétation se trouve a priori difficilement disponible, comme dans #*Alice a offert*, il est parfois possible, dans certains contextes, de restituer une telle interprétation. Pour reprendre le cas de *j'ai aimé*, dans un registre soutenu et stylisé, cela peut se comprendre comme *j'ai connu l'amour (par le passé)* i.e. *j'ai (déjà) aimé quelqu'un*. Et si l'objet implicite de *manger* est le plus souvent indéfini, il peut être défini ou indéfini dans les formes impératives : *mange !* peut vouloir dire *mange ce qu'il y a dans ton assiette* (défini) ou *nourris-toi* (indéfini). Bref, il est indéniable que des informations contextuelles et des raisonnements pragmatiques jouent un rôle central dans l'interprétation des arguments implicites, y compris pour distinguer les deux catégories. À cela s'ajoute aussi l'éventuelle complication que peuvent introduire certaines *ellipses*, qui constituent encore un autre cas d'omission de compléments ou d'arguments en surface. Les ellipses peuvent être caractérisées, très grossièrement, comme un mécanisme qui aboutit à la *non répétition* d'un matériau linguistique présent par ailleurs dans le discours, comme en (31). Là aussi il existe diverses approches théoriques du phénomène, mais il est habituellement admis que celui-ci est distinct de celui des arguments implicites discuté ici et qu'il doit donc recevoir un traitement différent.

(31) a. Je demande un vote à main levée. Non, en fait, j'exige !
  b. — Ça te dirait une glace ?
  — Ah oui, je veux bien.

Pour conclure, dans les limites de la couverture du présent ouvrage, nous devrons reconnaître que la question des arguments implicites ne peut pas entièrement se résoudre par un système de règles d'interface syntaxe-sémantique comme ceux traditionnellement manipulés dans la littérature. Faute de mieux, nous adopterons une position qui ne tranche pas entre les lectures définies et indéfinies des arguments implicites, c'est-à-dire qui génère (et souvent surgénère) une ambiguïté lorsqu'un argument attendu par l'arité d'un prédicat n'apparaît pas dans la forme de surface[26]. Il ne sera pas non plus absolument nécessaire ici de prendre définitivement parti sur l'existence des anaphores zéro dans l'analyse syntaxique des arguments implicites. Si nous avons de bons arguments pour les utiliser, nous avons vu ci-dessus comment les traiter sémantiquement ; sinon, nous pouvons envisager une règle d'interface (32) qui, en complément de (30), produit la lecture attendue pour les arguments implicites définis.

(32) Verbes transitifs sans objet (2)

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \mathrm{V}' & \longrightarrow & \mathrm{V} \\ \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle & & \langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle \\ [\alpha(y)] & \longleftarrow & \alpha \end{array}}$$

où y est une variable libre

6.2.3 Le problème des modifieurs

Nous avons déjà abordé les adjectifs en §6.2.1.2 dans leur fonction d'attribut du sujet, que l'on appelle également leur emploi *prédicatif*. En effet, conformément à ce que nous faisons depuis le chapitre 2, nous traitons les adjectifs comme des prédicats de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$[27] ; leur sens est bien une *propriété*. Mais nous avons alors un problème avec leur fonction d'épithète, c'est-à-dire lorsqu'ils modifient une projection nominale dans un NP. Nous nous en rendons compte immédiatement en observant les types dans la structure syntaxique (33), où nous faisons l'hypothèse que l'adjectif s'adjoint à N′.

(33)

$$[_{\mathrm{N}'_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t} \rangle}} [_{\mathrm{N}'_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t} \rangle}} \text{tigre}] [_{\mathrm{AP}_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t} \rangle}} \text{édenté}]]$$

Pour le N′ complet nous voudrions obtenir $\lambda x[\mathbf{tigre}(x) \wedge \mathbf{édenté}(x)]$ (l'ensemble de tous les individus qui sont à la fois tigres et édentés) à partir de $\lambda x\, \mathbf{tigre}(x)$ et de $\lambda x\, \mathbf{édenté}(x)$. Mais LO ne nous permet tout simplement pas de combiner par application fonctionnelle deux expressions de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$ pour produire une expression de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$.

Il y a plusieurs stratégies pour régler ce problème. La première consiste à considérer que les adjectifs (du moins la plupart d'entre eux) existent en deux versions dans le lexique sémantique : une version prédicative, de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle$, qui est celle que nous avons

[26] Il ne s'agit pas d'une position de principe, c'est simplement une décision qui ne concerne que le système d'interface syntaxe-sémantique.

[27] À part bien sûr les adjectifs relationnels qui sont eux des prédicats de type $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t} \rangle \rangle$.

manipulée jusqu'ici (par exemple $\lambda x\, \textbf{édenté}(x)$) ; et une version « épithète ». Cette dernière donnera une traduction qui a pour vocation de se combiner par adjonction avec un N′. Son type sera donc $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$: une expression qui attend un N′ et retourne un N′ complexe. Concrètement, lorsqu'un adjectif sera employé comme modifieur de nom, il se traduira comme en (34) :

(34) *édenté* $\rightsquigarrow \lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge \textbf{édenté}(x)]$

Avec ce genre d'entrée lexicale, l'adjectif pourra se combiner avec un N′ suivant une règle d'interface standard :

(35) Adjectif épithète (1)

N′	$\longrightarrow$	N′	AP
$\langle e,t\rangle$		$\langle e,t\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$
$[\beta(\alpha)]$	$\longleftarrow$	α	β

L'application fonctionnelle de *édenté* à *tigre* nous donnera bien, après β-réductions, $\lambda x[\textbf{tigre}(x) \wedge \textbf{édenté}(x)]$. En (34), l'adjectif **édenté** dénote une fonction qui prend en argument un ensemble d'individus (P), et retourne l'ensemble de tous les individus qui sont à la fois dans ce premier ensemble et dans l'ensemble de tous les édentés. Autrement dit, (34) est cette fonction qui effectue l'*intersection* de tout ensemble donné en argument avec l'ensemble des édentés ; formellement $[\![[\lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge \textbf{édenté}(x)](\textbf{tigre})]]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},w,g} = [\![\textbf{édenté}]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![\textbf{tigre}]\!]_{\mathfrak{c}}^{\mathcal{M},w,g}$. Cela reflète tout à fait le comportement *intersectif* de l'adjectif que nous avons vu au chapitre 4 (§4.1.2). Mais de ce fait, en (34), l'adjectif *édenté* n'a pas la même dénotation, et donc pas le même sens, que lorsqu'il se traduit par $\lambda x\, \textbf{édenté}(x)$. C'est là une critique que l'on peut adresser à cette stratégie, puisqu'elle est obligée de poser que chaque adjectif est lexicalement ambigu entre une entrée de type $\langle e,t\rangle$ et une entrée de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$. Or ce qui distingue *édenté* prédicatif de *édenté* modifieur, ce sont surtout des propriétés combinatoires et pas vraiment une opposition de sens. Le sens de *édenté*, dans tous ses emplois, c'est semble-t-il la propriété d'être édenté (i.e. $[\![\textbf{édenté}]\!]^{\mathcal{M},g}$).

C'est pourquoi nous pouvons envisager une autre stratégie, qui élimine l'hypothèse de l'ambiguïté lexicale. Elle consiste à poser qu'initialement (c'est-à-dire lexicalement) les adjectifs sont de type $\langle e,t\rangle$ (le type le plus simple), mais que lorsqu'ils sont employés comme épithètes, ils subissent un changement de type et donc de traduction sémantique pour prendre la forme de (34). Il se trouve que l'idée qu'une expression puisse changer de type dans certains environnements n'est pas du tout une audace ad hoc de l'analyse, et nous y reviendrons en §6.6.

Une troisième stratégie, assez proche de la précédente, est celle proposée par Heim & Kratzer (1997). Elle consiste à ajouter un nouveau mode de composition sémantique pour suppléer à l'application fonctionnelle et qui concerne spécifiquement les cas où un modifieur de type $\langle e,t\rangle$ se combine avec un syntagme de type $\langle e,t\rangle$. Ce mode composition est appelé la *modification de prédicat* (ang. *predicate modification*)[28], et il est défini comme suit[29] :

(36) Modification de prédicat

$$\begin{array}{cccc} N' & \longrightarrow & N' & AP \\ \langle e,t\rangle & & \langle e,t\rangle & \langle e,t\rangle \\ \lambda x[[\alpha(x)] \wedge [\beta(x)]] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Cette règle revient simplement à combiner deux prédicats (α et β) pour construire un nouveau prédicat qui vérifie la conjonction (au sens de $\wedge$) des deux premiers. Et en termes ensemblistes, cela revient à construire l'intersection des deux ensembles dénotés par α et β.

Notons que nous pouvons aussi la présenter autrement. Posons par exemple la constante **inter** de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle\rangle$ en postulant qu'elle est, dans tous les mondes possibles, équivalente à $\lambda Q\lambda P\lambda x[[P(x)]\wedge[Q(x)]]$ – autrement dit, nous postulons que (37) est valide.

(37) $\Box[\textbf{inter} = \lambda Q\lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]]$

Dans ce cas, (36) peut se reformuler en (38) :

(38) Modification de prédicat

$$\begin{array}{cccc} N' & \longrightarrow & N' & AP \\ \langle e,t\rangle & & \langle e,t\rangle & \langle e,t\rangle \\ [[\textbf{inter}(\beta)](\alpha)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Par β-réduction, $[\textbf{inter}(\beta)]$ équivaut à $\lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge [\beta(x)]]$ et $[[\textbf{inter}(\beta)](\alpha)]$ à $\lambda x[[\alpha(x)] \wedge [\beta(x)]]$. Mais cela montre du même coup que (38) est en fait très proche de la deuxième stratégie évoquée ci-dessus, dès lors que nous considérons que **inter** est cette fonction (ou opérateur) qui effectue le changement de type et de traduction de l'AP lorsqu'il est épithète. De même, la première stratégie dit simplement qu'un adjectif comme *édenté* a deux traductions : **édenté** lorsqu'il est prédicatif et $[\textbf{inter}(\textbf{édenté})]$ lorsqu'il est modifieur.

Je voudrais, pour terminer, évoquer une dernière stratégie qui est assez rarement prise en compte[30], mais qui peut avoir des implications intéressantes. Elle repose sur l'idée que fondamentalement un adjectif n'est pas la même chose qu'un nom, et que le propre d'un adjectif, après tout, c'est de pouvoir modifier un N. L'emploi prédicatif pourrait être vu comme secondaire. D'ailleurs nous savons que certains adjectifs ne pos-

[28] Cette composition est également appelée (mais plus rarement et plus anciennement) la *λ-conjonction*.

[29] Heim & Kratzer (1997) ne présentent pas leur définition de la même manière, parce qu'elles n'adoptent pas l'approche de l'analyse sémantique indirecte (i.e. avec un langage sémantique intermédiaire). Chez elles, les λ-termes ne *dénotent* pas des fonctions, ils *sont* des fonctions du modèle. Mais la règle (36) est complètement équivalente à leur définition de la modification de prédicat.

[30] Notons cependant qu'elle est la stratégie adoptée par Montague (1970a) et qu'elle est précisément détaillée et motivée par Kamp (1975).

sèdent pas cet emploi prédicatif, par exemple les adjectifs intensionnels vus en §4.1.2, alors que tous les adjectifs peuvent être modifieurs[31]. Il s'agit donc de prendre le contre-pied de la deuxième stratégie, en considérant que les adjectifs sont *initialement* de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$[32], et qu'ils passent au type $\langle e, t\rangle$ seulement dans leur emploi prédicatif. Suivant cette approche, il nous faut alors, cette fois, définir une règle spéciale qui effectue le passage de l'emploi modifieur $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ à l'emploi prédicatif $\langle e, t\rangle$. Cette opération est assez simple à réaliser : supposons que β est la traduction de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ d'un adjectif et posons que C est une variable de type $\langle e, t\rangle$, alors $[\beta(C)]$ est de type $\langle e, t\rangle$. Ainsi la règle qui combine un AP avec une copule dans un VP pourra être définie comme suit :

(39) Adjectifs prédicatifs

VP	$\longrightarrow$	V	AP
$\langle e, t\rangle$		$\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$	$\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
$[\alpha([\beta(C)])]$	$\longleftarrow$	α	β

où C est une variable libre de type $\langle e, t\rangle$

Par exemple, l'entrée $\lambda P \lambda x[[P(x)] \wedge \textbf{édenté}(x)]$ pour *édenté* verra son argument P saturé par la variable C, et ce qui se composera avec le verbe sera, après β-réduction, $\lambda x[C(x) \wedge \textbf{édenté}(x)]$. Nous savons que C dénote (la fonction caractéristique d') un ensemble d'individus (spécifié par le contexte) et donc ce λ-terme dénote (la fonction caractéristique de) l'ensemble de tous les individus qui sont édentés et dans la dénotation de C. Cela veut dire que nous laissons à un composant interprétatif ultérieur (peut-être pragmatique) le soin de choisir une assignation g qui donne une valeur adéquate pour C. Pour un adjectif intersectif comme *édenté* ce n'est pas très spectaculaire : le plus simple et le plus sûr est de faire en sorte que $g(C)$ soit la fonction caractéristique de tout $\mathcal{A}$; avec une telle assignation $\lambda x[C(x) \wedge \textbf{édenté}(x)]$ équivaut à $\lambda x\, \textbf{édenté}(x)$. Mais il existe des adjectifs pour lesquels la présence de C peut devenir particulièrement pertinente.

En §4.1.2 nous avons distingué les adjectifs intersectifs (extensionnels) et les adjectifs intensionnels, sur la base des inférences logiques qu'ils permettaient. À cet égard, il existe une troisième catégorie que l'on appelle les ADJECTIFS SUBSECTIFS. Ce sont les adjectifs, très courants, comme *grand*, *petit*, *gros*, *intelligent*, *cher*, *chaud*, *froid*, etc. Nous y reviendrons plus en détail au chapitre 11 (vol. 2), mais nous pouvons dès à présent rappeler l'observation essentielle que nous avions faite au chapitre 1 (§1.2.1 p. 11) : (40a) $\models$ (40b) (comme avec les intersectifs) mais (40a) $\not\models$ (40c).

(40) a. Isidore est un petit cachalot.
b. Isidore est un cachalot.
c. Isidore est petit.

De même, la phrase (41) n'est absolument pas contradictoire :

(41) Isidore est un petit cachalot mais Isidore n'est pas un petit animal.

[31] En fait, en français, il n'existe que deux cas, très exceptionnels, d'adjectifs ne pouvant pas s'employer comme épithètes : *quitte* et *sauf*.
[32] Ou d'un type approchant, cf. *infra*.

C'est bien connu : quand on juge qu'un individu est petit (ou grand), on le fait généralement *par rapport* à un certain ensemble d'objets, que l'on appelle une CLASSE DE COMPARAISON. Lorsque l'adjectif est épithète comme en (40a) et (41), celle-ci est renseignée par la tête nominale ; lorsqu'il est prédicatif (40c), elle est pourvue par la variable C qui dénote un ensemble : c'est alors une classe de comparaison implicite ou sous-entendue. L'adjectif *petit* est donc ainsi un adjectif *relatif*, et (40) et (41) montrent aussi que ce n'est pas un adjectif intersectif : nous ne pouvons pas poser un prédicat **petit** de type $\langle e, t\rangle$, car celui-ci dénoterait l'ensemble de tous les individus petits de $\mathcal{A}$, mais cet ensemble n'existe pas dans l'absolu. Ce que fait l'adjectif c'est, à partir d'un ensemble d'objets donné, déterminer le *sous-ensemble* de tous ses éléments jugés petits – d'où le nom de *sub*sectif. *Petit* se traduira donc par une constante de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$; nous écrirons $\lambda P \lambda x[[\mathbf{petit}(P)](x)]$ (ou $\lambda P \lambda x\, \mathbf{petit}(x, P)$). Une définition du sens de **petit** pourra être quelque chose comme :

(42) $[\![[\mathbf{petit}(P)](x)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi la taille de $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est sensiblement inférieure à la taille moyenne des individus de $[\![P]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g}$.

À partir de là, nous pouvons traduire (41) par (43) qui n'est pas contradictoire.

(43) $[\mathbf{petit}(\mathbf{cachalot})](\mathbf{i}) \wedge \neg[\mathbf{petit}(\mathbf{animal})](\mathbf{i})$

Et (40c) se traduira par (44) qui sera tantôt vraie tantôt fausse dans un même monde (la taille d'Isidore ne change pas) selon la valeur que g aura assignée à C.

(44) $[\mathbf{petit}(C)](\mathbf{i})$

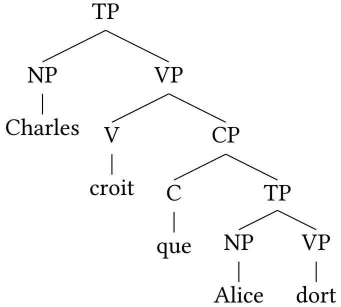
Exercice 6.1
Dérivez compositionnellement (donc à partir d'hypothèses syntaxiques) la traduction sémantique de *petit tigre édenté*.

6.2.4 L'application fonctionnelle intensionnelle

Nous pouvons maintenant nous attaquer aux phrases complexes qui enchâssent une subordonnée complétive comme (45a) dont l'analyse syntaxique est donnée en (45b).

(45) a. Charles croit qu'Alice dort.

b.



Dans cette structure, nous avons introduit une nouvelle catégorie lexicale C, pour *complémenteur*, qui correspond à la conjonction de subordination *que*. Et la subordonnée complète s'analyse donc comme la projection maximale CP (ce qui permet de distinguer les phrases « simples » qui, elles, sont des TP).

Par ailleurs nous avons vu au chapitre 4 qu'un verbe d'attitude propositionnelle comme *croire* dénote une relation entre un individu et une *proposition*. Une proposition est l'intension d'une formule, et cela correspond donc à une expression de type $\langle s, t\rangle$, en l'occurrence $^\wedge\mathbf{dormir(a)}$ dans notre exemple (45), qui en entier se traduit par (46).

(46) $\mathbf{croire(c, {}^\wedge dormir(a))}$

Le prédicat **croire** est donc une constante de type $\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, le λ-terme qui lui correspond étant $\lambda p \lambda x\, \mathbf{croire}(x, p)$, avec $p \in \mathcal{V}ar_{\langle s,t\rangle}$. Et par conséquent, par compositionnalité, nous pouvons faire l'hypothèse que dans (45), CP, qui réalise la proposition attendue par le verbe, est de type $\langle s, t\rangle$. Et comme le CP domine un TP qui est lui de type t (comme tous les TP), nous pouvons alors en conclure que le rôle du complémenteur *que* est de « transformer » un formule de type t (TP) en une proposition de type $\langle s, t\rangle$ (CP). En bref, *que* ajoute l'opérateur $^\wedge$.

Mais ici les choses sont beaucoup moins simples qu'il n'y paraît et il faut être très vigilant sur ce que peut nous inspirer le λ-calcul. On pourrait avoir le réflexe de traduire *que* par $\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi$, avec φ de type t. En effet ce λ-terme *semble* faire ce que nous attendons : il prend en argument une formule φ et donne en résultat son intension $^\wedge\varphi$. Mais cela n'est qu'une illusion d'optique, en réalité ce n'est pas du tout ce que fait ce λ-terme. Pour nous en rendre compte, considérons d'abord son type : $\langle t, \langle s, t\rangle\rangle$. C'est le type des expressions qui dénotent une fonction de $\{0 ; 1\}$ vers $\{0 ; 1\}^{\mathcal{W}}$. Donc $\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi$ dénote une fonction qui prend en argument une valeur de vérité, 1 ou 0. Elle doit ensuite livrer une proposition ; mais comment saura-t-elle trouver une proposition idoine à partir de la seule donnée de 1 ou 0 ?

Examinons un exemple concret. Plaçons-nous dans un monde w_1 et supposons que dans w_1 Alice dort effectivement. Interprétons maintenant le CP dans w_1 sous la présente hypothèse. Par composition de *que* avec TP, nous obtenons $[\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi(\mathbf{dormir(a)})]$. Remarquons déjà que nous n'avons pas le droit d'effectuer la β-réduction ici, car l'argument se retrouverait sous la portée de $^\wedge$ (cf. 5.3.3.3). Mais indépendamment de cela, l'interprétation de l'expression échoue. Par définition de l'application fonctionnelle (Sém.2), $[\![[\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi(\mathbf{dormir(a)})]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = [\![\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}([\![\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g})$. Or, par hypothèse, nous savons que $[\![\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = 1$. Donc $[\![[\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi(\mathbf{dormir(a)})]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = [\![\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}(1)$. Le problème, nous le constatons, est que finalement nous avons perdu le contenu, i.e. le sens, de la formule **dormir(a)** au cours du calcul ; peu importe le résultat que peut donner la fonction $[\![\lambda\varphi\, {}^\wedge\varphi]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$, elle ne sera pas en mesure de « voir » que son argument provient des conditions de vérité de **dormir(a)**, car l'application fonctionnelle telle qu'elle est définie par (Sém.2) ne voit que les extensions. En temps normal, cela fait tout à fait l'affaire ; en revanche le problème se posera crucialement dans tous les cas où l'analyse compositionnelle aura besoin d'accéder à l'intension d'une expression. Pour dire les choses simplement, il n'est pas possible de passer de l'extension d'une expression à son intension au moyen d'un λ-terme (ou de toute expression fonctionnelle catégorématique), parce que l'extension est moins informative de l'intension.

Tout n'est pas perdu pour autant, notre système formel permet de résoudre le problème. Mais pour cela, nous devons introduire une nouvelle règle de composition sémantique, qui s'ajoute à l'application fonctionnelle traditionnelle (et à la modification de prédicat vue en §6.2.3). Cette règle ne modifie rien dans LO, elle intervient en tant que règle d'interface syntaxe-sémantique. Nous l'appellerons l'APPLICATION FONCTIONNELLE INTENSIONNELLE (AFI). Sa définition est donnée ci-dessous.

Définition 6.1 : Application fonctionnelle intensionnelle

$$\begin{array}{cccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ a & & \langle\langle \mathrm{s}, b\rangle, a\rangle & b \\ [\alpha({}^\wedge\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Cette règle dit que si un constituant Y attend comme argument une expression intensionnelle de type $\langle \mathrm{s}, b\rangle$ et qu'il se combine avec un constituant Z de type b, alors la composition sémantique peut se faire par application fonctionnelle sur le nœud supérieur X mais en prenant l'intension de l'argument (${}^\wedge\beta$).

Cette règle ne se heurte pas au problème que nous venons de voir, car c'est une règle d'interface. Et ces règles n'opèrent pas sur les extensions mais sur les expressions de LO, qui – rappelons-le – représentent le sens des constituants. Même si β (ou Z) dénote en soi une valeur de vérité 1 ou 0, la dénotation de X ne dépendra pas de cette valeur mais de la dénotation de ${}^\wedge\beta$.

Pour nous en convaincre, reprenons notre exemple. En utilisant l'AFI, nous obtiendrons un CP de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$ à partir d'un TP de type t du moment que nous posons que le complémenteur *que* est de type $\langle\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$. Il dénotera ainsi une fonction qui exige que son argument soit de type $\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle$; il ne se combinera donc pas avec la dénotation de TP mais avec son intension. À part ça, que fait cette fonction ? Rien. Elle attend une proposition et la redonne telle quelle :

(47) *que* $\leadsto \lambda p\, p$, avec $p \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle}$

Le rôle de *que* est donc juste, par son type, de forcer l'utilisation de l'application fonctionnelle intensionnelle. La dérivation sémantique du CP est illustrée en (48).

(48) CP $[\lambda p\, p({}^\wedge\mathbf{dormir}(\mathbf{a}))] = {}^\wedge\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$

C — que — $\lambda p\, p$

TP — Alice dort — $\mathbf{dormir}(\mathbf{a})$

Le CP pourra ensuite se combiner avec le verbe *croire* comme avec la règle des verbes transitifs (9) (en ajustant les types en conséquence). L'AFI de la définition 6.1 est une règle générale. La règle d'interface précise qui concerne notre CP[33] est la suivante :

(49) CP

CP	$\longrightarrow$	C	TP
$\langle s, t\rangle$		$\langle\langle s, t\rangle, \langle s, t\rangle\rangle$	t
$[\alpha({}^\wedge\varphi)]$	$\longleftarrow$	α	φ

Notons qu'à la place, nous aurions pu poser une règle ad hoc (sans AFI) qui ignore toute contribution sémantique du complémenteur et fait simplement remonter l'intension du TP au niveau de CP[34]. Mais il est bien préférable de maintenir la règle générale, car l'AFI peut s'utiliser dans de nombreux cas[35].

Elle sera, par exemple, requise pour traiter les adjectifs intensionnels comme *présumé*, *prétendu*, *supposé*... que nous avons rencontrés §4.1.2. Ces adjectifs n'ont normalement pas d'emploi prédicatif (de type $\langle e, t\rangle$), mais leur type n'est pas non plus $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, car ils doivent se combiner avec l'intension du prédicat nominal qu'ils modifient. Leur type est donc $\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Si $\mathcal{P}$ est une variable de propriété, de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$, alors *présumé* se traduira par $\lambda\mathcal{P}\lambda x[[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)]$[36]. Sans trop entrer dans les détails de la sémantique lexicale de *présumé*, nous pouvons dire que son interprétation se rapproche de celle des modalités. L'idée est que l'adjectif est associé à une certaine relation d'accessibilité (de « présomption ») et $[[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)]$ est vraie dans un monde donné ssi dans tous les mondes accessibles, $[{}^\vee\mathcal{P}(x)]$ est vraie. Même si l'interprétation revient à l'extension de $\mathcal{P}$ (avec ${}^\vee$) pour permettre la composition avec x, il est nécessaire de transmettre à l'adjectif l'intension du prédicat nominal, précisément pour pouvoir évaluer $[{}^\vee\mathcal{P}(x)]$ dans différents mondes. Le NP *présumé coupable* s'analysera comme en (50), ce qui peut se simplifier en $\lambda x[[\textbf{présumé}({}^\wedge\textbf{coupable})](x)]$ par η-réduction.

(50)

$$\begin{array}{c}
\text{N}'\ [\lambda\mathcal{P}\lambda x[[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)]({}^\wedge\lambda y\,\textbf{coupable}(y))] \\
= \lambda x[[\textbf{présumé}({}^\wedge\lambda y\,\textbf{coupable}(y))](x)] \\
\begin{array}{cc}
\text{AP} & \text{N}' \\
| & | \\
\text{présumé} & \text{coupable} \\
\lambda\mathcal{P}\lambda x[[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)] & \lambda y\,\textbf{coupable}(y)
\end{array}
\end{array}$$

[33] Attention, cette règle ne prétend pas que *tous* les CP seront de type $\langle s, t\rangle$; elle ne concerne que les complétives, c'est-à-dire les CP dont la tête C est de type $\langle\langle s, t\rangle, \langle s, t\rangle\rangle$.

[34] C'est-à-dire cette règle :

CP	$\longrightarrow$	C	TP
$\langle s, t\rangle$			t
${}^\wedge\varphi$	$\longleftarrow$		φ

[35] En fait, on peut même très bien considérer que l'AFI devrait s'utiliser dans *tous* les cas. Ce serait parfaitement approprié car cela impliquerait que la composition sémantique se fait systématiquement en combinant le *sens* de constituants et pas seulement leur dénotation. Et c'est d'ailleurs précisément ce que fait Montague (1973).

[36] $[[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)]$ peut se simplifier en $\textbf{présumé}(x, \mathcal{P})$, mais dans le cas présent, il est plus naturel de garder l'écriture originale (ou $[\textbf{présumé}(\mathcal{P})](x)$) pour montrer que l'adjectif sert bien à modifier le prédicat nominal.

Il se trouve que les verbes copules lexicalement plein comme en (51) auront une analyse tout à fait similaire, du fait de leur dimension soit modale (*paraître*, *sembler*, *passer pour*, *s'avérer*…) soit aspectuo-temporelle (*rester*, *devenir*, *se retrouver*…).

(51) Alice paraît fatiguée.

En effet en (51), *paraître* n'établit pas vraiment, dans un monde w, une relation entre l'individu Alice et l'ensemble des individus fatigués de w (d'ailleurs Alice n'en fait peut-être pas partie). Il est plus raisonnable d'y voir une relation entre un individu et le sens de *fatigué*. À l'instar d'un adjectif intensionnel, le verbe se traduira donc par $\lambda\mathcal{P}\lambda x[[\mathbf{paraître}(\mathcal{P})](x)]$ de type $\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Notons, par la même occasion, que si nous voulons unifier l'analyse de tous les verbes copules, il est alors envisageable d'assigner aussi le type $\langle\langle s, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ à *être* qui se traduira par $\lambda\mathcal{P}\lambda x[{}^{\vee}\mathcal{P}(x)]$.

Et l'AFI devra également être utilisée pour introduire compositionnellement les modalités, pour les mêmes raisons que précédemment. Supposons que nous voulons traduire l'adverbe *nécessairement* par $[n]$ et que cet adverbe s'adjoint au TP. Là encore il ne devra pas se traduire par $\lambda\varphi\,[n]\varphi$ (de type $\langle t, t\rangle$, qui dénote une simple fonction de vérité) mais par $\lambda p\,[n]{}^{\vee}p$ de type $\langle\langle s, t\rangle, t\rangle$. Ce λ-terme dénote une fonction qui prend en argument une proposition (i.e. un ensemble de mondes) et qui renvoie 1 ssi cette proposition est vraie dans tous les mondes accessibles au monde d'évaluation (i.e. ssi tous les mondes accessibles appartiennent à l'ensemble de mondes dénoté par la proposition). L'insertion de l'opérateur ${}^{\vee}$ est nécessaire pour obtenir une expression de type t, car la règle (Syn.5) dit que $[n]$ ne peut se combiner qu'avec une expression de ce type.

6.3 Groupes nominaux et déterminants

Il est temps de nous attaquer sérieusement à l'analyse sémantique compositionnelle des groupes nominaux. Depuis le début du chapitre nous avons adopté une hypothèse d'analyse trop simple, qui ne s'applique qu'aux expressions référentielles et qui n'est pas généralisable à tous les GN. Nous allons ici réviser profondément cette analyse pour aboutir à un traitement unifié de toutes les catégories de GN que nous avons vues au chapitre 3, et qui reprend, dans ses grandes lignes, la proposition de Montague (1973).

Par la même occasion, profitons-en tout de suite pour réviser aussi l'analyse syntaxique de ces constituants. Nous allons considérer que la tête syntaxique de ce que nous continuerons à appeler un groupe nominal n'est pas son N mais son déterminant, auquel nous associons la catégorie D. Un groupe nominal sera donc dorénavant la projection maximale DP. Mais les NP ne disparaissent pas pour autant : ils recouvrent le matériau nominal et ses « satellites » (excepté le déterminant) et ils s'intègrent comme compléments de D sous la projection D′.

6.3.1 Une analyse générale des groupes nominaux

Jusqu'ici nous avons manipulé les groupes nominaux comme des expressions de type e. Et cela se reflétait naturellement dans le type des verbes qui prennent des GN en arguments : $\langle e, t\rangle$ pour les intransitifs, $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ pour les transitifs, $\langle e, \langle e, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$ pour les ditransitifs. Le type e fait l'affaire pour les noms propres (constantes d'individus), les pronoms personnels (variables d'individus) et les définis (ι-termes). Mais il ne convient pas pour les groupes nominaux quantificationnels (*tous les enfants*, *la plupart des enfants*...) et indéfinis (*un enfant*, *plusieurs enfants*...). Car si ceux-ci étaient de type e, cela voudrait dire qu'ils dénotent un individu particulier du modèle, ce qui n'a évidemment pas de sens pour les quantificationnels[37], mais également pour les indéfinis car nous avons vu au chapitre 3 qu'un indéfini comme *un enfant* permet a priori de consulter dans le modèle *n'importe quel* individu qui est un enfant (et donc pas un individu particulier).

En fait il est assez facile de dévoiler le type et la représentation sémantique propre d'un DP comme *tous les enfants* ou *un enfant* à partir du moment où nous connaissons par avance la traduction dans LO d'une phrase où il intervient. C'est comme une simple équation à une inconnue. Prenons par exemple la phrase (52a) dont nous savons que la traduction devra être (52b).

(52) a. Tous les enfants dorment.
b. $\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \mathbf{dormir}(x)]$

Globalement la phrase est l'assemblage d'un DP sujet et d'un VP. Donc si dans (52a) nous retranchons le VP (*dorment*), il nous restera... le DP (*tous les enfants*). Par parallélisme, nous pouvons faire la même chose dans la formule (52b) car nous connaissons la contribution sémantique du VP : c'est le prédicat $\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)$ c'est-à-dire $\mathbf{dormir}$ (par η-réduction). Donc si dans (52b) nous enlevons le prédicat verbal, mécaniquement nous obtiendrons la contribution sémantique du DP sujet. Allons-y, enlevons $\mathbf{dormir}$; ça nous donne : $\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \qquad (x)]$. Évidemment ce n'est pas une expression bien formée de LO, mais ça nous montre que la traduction du DP correspond à la formule (52b) dans laquelle *il manque* le prédicat verbal. Or depuis le chapitre précédent nous savons représenter des places vides dans LO : avec la λ-abstraction. Donc formellement la traduction sémantique de *tous les enfants* est (53) :

(53) *tous les enfants* $\rightsquigarrow \lambda P \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$

De même le DP *un enfant* se traduit par :

(54) *un enfant* $\rightsquigarrow \lambda P \exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$

Nous pouvons alors constater immédiatement une répercussion importante pour l'interface syntaxe-sémantique. Ces DP se traduisent par des λ-termes de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, et ils se combinent avec des VP de type $\langle e, t\rangle$. Par conséquent, et contrairement à ce qui était présenté dans la règle (10) p. 342, dans la composition sémantique de $[_{\mathrm{TP}}$ DP VP], c'est le DP sujet qui dénote la fonction et le VP qui dénote son argument. C'est normal, les λ-termes (53) et (54) sont des expressions qui attendent un prédicat verbal pour former une formule. La règle d'interface à utiliser doit donc être la suivante :

[37] À cet égard nous étions allés jusqu'à dire que les GN quantificationnels ne dénotent pas (du moins pas au même titre que les expressions référentielles). Nous allons voir ici qu'ils ont néanmoins une dénotation.

(55) TP

TP	$\longrightarrow$	DP	VP
t		$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	$\langle e,t\rangle$
$[\alpha(\beta)]$	$\longleftarrow$	α	β

Et c'est bien ce que confirme la dérivation de (52a) donnée en (56).

(56) $[_{\mathrm{DP}}$ Tous les enfants$]$ $[_{\mathrm{VP}}$ dorment$]$
$\leadsto$ $[\lambda P \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]](\lambda y\, \mathbf{dormir}(y))]$
$=$ $\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [\lambda y\, \mathbf{dormir}(y)(x)]]$ (β-réduction sur P)
$=$ $\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \mathbf{dormir}(x)]$ (β-réduction sur y)

Plutôt que de faire coexister les règles (10) et (55), nous allons adopter, dans l'esprit, l'approche de Montague (1973) en généralisant « au pire des cas » (i.e. au cas le plus complexe) en considérant que *tous* les DP sont de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Car nous pouvons très bien également formaliser les expressions référentielles par des λ-termes de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$: par exemple (57a) pour un nom propre et (57b) pour un défini.

(57) a. *Alice* $\leadsto$ $\lambda P[P(\mathbf{a})]$
b. *le crayon* $\leadsto$ $\lambda P[P(\iota x\, \mathbf{crayon}(x))]$[38]

D'un point de vue sémantique, les DP, étant de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, dénotent une fonction qui prend en argument la dénotation d'un prédicat unaire et renvoie une valeur de vérité. Pour simplifier ici j'appellerai la dénotation d'un prédicat une propriété extensionnelle. La dénotation d'un DP est donc la fonction caractéristique d'*un ensemble de propriétés extensionnelles*. En effet $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ dénote dans w l'ensemble de toutes les propriétés vérifiées par Alice dans w. Auparavant nous formulions les conditions de vérité de *Alice dort* en disant que l'individu Alice appartient à l'ensemble des dormeurs ; à présent en composant $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda y\, \mathbf{dormir}(y))]$ les conditions de vérité de la phrase disent littéralement que la propriété (extensionnelle) de dormir appartient à l'ensemble de propriétés que possède Alice. Au bout du compte cela revient au même (heureusement), mais l'information sémantique est organisée et conditionnée différemment, d'une manière qui s'avère très pertinente dans certains contextes.

Supposons que l'on pose la question « qui est Alice ? ». Nous n'étudions pas ici la sémantique des phrases interrogatives, mais nous pouvons raisonnablement considérer que celle-ci s'interroge sur la dénotation du nom *Alice* (et donc sur l'identité d'Alice). Il y a deux manières d'y répondre. On peut désigner l'individu Alice en disant « c'est elle » (ou Alice se manifeste en disant « c'est moi »). Dans ce cas *Alice* a été traité comme une expression de type e puisque sa dénotation a été donnée en présentant un individu de $\mathcal{A}$. Mais il y a une autre façon de comprendre la question et donc d'y répondre, en particulier si on sait déjà qu'*Alice* désigne Alice (cf. « je sais que c'est elle, Alice, mais je veux savoir *qui* elle est »). C'est le cas où l'on répond par une *description* d'Alice, un portrait parlé, une biographie, un curriculum vitæ, etc. autrement dit en fournissant un

[38] Évidemment, comme d'habitude, une traduction plus précise devra être $\lambda P[P(\iota x[\mathbf{crayon}(x) \wedge C(x)])]$.

ensemble de propriétés satisfaites par Alice. C'est donc le cas où *Alice* est traité comme étant de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$. Plus la réponse fournira de propriétés d'Alice, plus elle permettra de l'identifier précisément. Car ALICE est absolument le seul individu de $\mathcal{A}$ à satisfaire *toutes* les propriétés extensionnelles de l'ensemble dénoté par $\lambda P[P(\mathbf{a})]$[39]. Comme une propriété extensionnelle s'assimile à un ensemble d'individus, la dénotation de $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ peut donc s'assimiler à un ensemble d'ensembles d'individus, ce qu'illustre la figure 6.4.

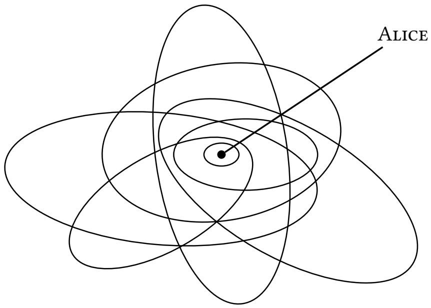


FIG. 6.4 : L'ensemble des propriétés d'Alice

De la même façon, la dénotation de *tous les enfants*, i.e. $\lambda P\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$ sera vue comme l'ensemble de toutes les propriétés extensionnelles que possèdent tous les enfants. C'est-à-dire l'ensemble de tous les ensembles qui incluent l'ensemble de tous les enfants (qui est $F(w, \mathbf{enfant})$), cf. fig. 6.5.

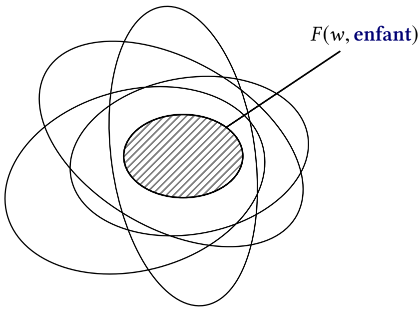


FIG. 6.5 : L'ensemble des propriétés de tous les enfants

Et la dénotation de *un enfant*, $\lambda P\exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]]$, sera vue comme l'ensemble de toutes les propriétés extensionnelles qui sont vérifiées par au moins un enfant. C'est-à-dire l'ensemble de tous les ensembles qui ont une intersection non vide avec l'en-

[39] Ne serait-ce que parce que cet ensemble contient notamment la propriété exprimée par $\lambda x[x = \mathbf{a}]$, i.e. la propriété d'être ALICE.

semble de tous les enfants, cf. fig. 6.6. La dénotation de l'indéfini *un enfant* contient donc beaucoup plus d'ensembles que celle de *tous les enfants* puisqu'il suffit qu'un ensemble contiennent ne serait-ce qu'un enfant pour qu'il en fasse partie.

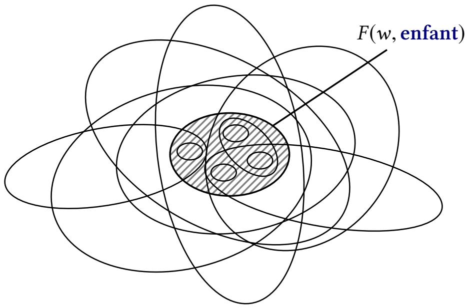


Fig. 6.6 : L'ensemble des propriétés d'un enfant

Un DP analysé de cette façon sous la forme d'une expression de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ est appelée un QUANTIFICATEUR GÉNÉRALISÉ. Nous y reviendrons de façon plus approfondie et étendue en §6.5. Cette généralisation au type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ de tous les groupes nominaux présente certains avantages (au-delà de l'uniformité de type pour la catégorie syntaxique DP) ; par exemple, nous verrons que cela facilite la coordination de DP. Mais nous verrons aussi, en §6.6, qu'en ce qui concerne les expressions référentielles, l'alternative entre les types e et $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ reste une option disponible.

Exercice 6.2
Nous traitons uniformément tous les DP comme étant de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$. Supposons maintenant que nous tenions à tout prix à maintenir que dans la composition du TP, le VP continue à dénoter la fonction et que le DP sujet soit son argument. Quels devraient être alors le type et la traduction d'un verbe comme *dormir* ?

6.3.2 Les déterminants

Maintenant que nous connaissons la traduction sémantique des DP, nous pouvons facilement déduire, toujours par « soustraction », la traduction des déterminants : un déterminant est un DP *sans* son NP. Le NP correspond à un prédicat nominal de type $\langle e, t\rangle$ que nous pouvons λ-abstraire avec une variable Q de $\mathcal{V}ar_{\langle e, t\rangle}$. Ainsi à partir de (53), (54) et (57b), nous obtenons :

(58) a. *tous les* $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]]$
b. *un* $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \exists x[[Q(x)] \wedge [P(x)]]$
c. *le* $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P[P(\iota x[Q(x)])]$

Un déterminant est donc de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$. C'est une expression qui attend deux prédicats (celui du NP puis celui du VP) pour produire une formule. Et sémantiquement, il dénote une fonction qui renvoie une valeur de vérité quand on lui a fourni en arguments deux propriétés extensionnelles. Nous avions vu au chapitre précédent que cela peut également se voir comme une *relation* entre deux propriétés, c'est-à-dire entre deux ensembles d'individus (cf. théorème 5.4 p. 305). En effet, en termes ensemblistes et informels, (58a) est une fonction qui attend deux ensembles Q et P et qui répond 1 ssi tous les éléments qui sont dans Q sont aussi dans P : c'est la relation d'inclusion. De même, (58b) est la relation d'intersection non vide (il y a au moins un élément qui est dans Q et dans P). Quant à (58c) c'est aussi la relation d'inclusion, mais à condition que Q contienne un et un seul élément. Et tout cela n'est qu'un écho à ce que nous avions vu au chapitre 3 (§3.3.3, p. 162).

La règle d'interface syntaxe-sémantique des DP est donc la suivante :

(59) DP

DP	$\longrightarrow$	D	NP
$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$		$\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$	$\langle e,t\rangle$
$[\alpha(\beta)]$	$\longleftarrow$	α	β

Ajoutons que c'est très certainement à cet endroit qu'il convient d'introduire compositionnellement les restrictions contextuelles des domaines de quantification, ces variables C présentées en §3.1.5. Ainsi, pour être complet, un déterminant comme, par exemple, *tous les* se traduira par $\lambda Q\lambda P\forall x[[[Q(x)] \wedge [C(x)]] \rightarrow [P(x)]]$, où C est une variable *libre* de type $\langle e,t\rangle$. Dans ce qui suit, nous ne ferons pas apparaître ces restrictions dans les notations, afin simplement de ne pas surcharger ces dernières. Il faut également savoir qu'en toute rigueur, cela ne règle pas entièrement le traitement des restrictions. Car, a priori, il n'est pas déraisonnable de supposer que chaque déterminant d'une phrase (et même d'un discours) introduira sa propre restriction C_i ; il est donc nécessaire de prévoir un moyen, à l'interface syntaxe-sémantique, de renouveler la variable C_i à chaque fois qu'un déterminant est intégré dans l'analyse. En fait, un tel mécanisme est similaire à celui de la traduction compositionnelle des pronoms et que nous évoquerons au chapitre 8 (vol. 2).

Pour récapituler, voici en (60) la dérivation sémantique complète d'une phrase comme *tous les enfants dorment*, résumée également en figure 6.7 (page suivante).

(60) a. $[_{\mathrm{DP}}\ [_{\mathrm{D}}\ \text{Tous les}]\ [_{\mathrm{NP}}\ \text{enfants}]]$
$\rightsquigarrow\ [\lambda Q\lambda P\forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]](\lambda y\, \mathbf{enfant}(y))]$
$=\ \lambda P\forall x[[\lambda y\, \mathbf{enfant}(y)(x)] \rightarrow [P(x)]]$
$=\ \lambda P\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$

b. $[_{\mathrm{TP}}\ [_{\mathrm{DP}}\ \text{Tous les enfants}]\ [_{\mathrm{VP}}\ \text{dorment}]]$
$\rightsquigarrow\ [\lambda P\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]](\lambda y\, \mathbf{dormir}(y))]$
$=\ \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [\lambda y\, \mathbf{dormir}(y)(x)]]$
$=\ \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \mathbf{dormir}(x)]$

Nous pouvons observer que finalement le déterminant dénote non seulement la fonction principale du groupe nominal sujet (d'ailleurs D est la tête du DP) mais aussi de toute

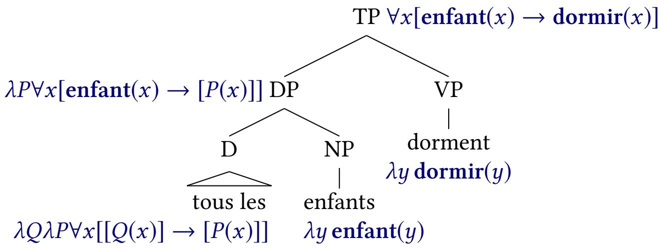


FIG. 6.7 : Dérivation sémantique de *tous les enfants dorment*

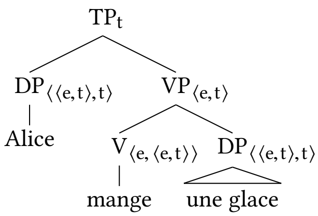
la phrase. C'est plutôt normal, car la phrase se traduit par une formule qui a une structure logique assez particulière : c'est une quantification universelle sur une implication, et cette structure est prédéterminée par l'emploi du déterminant *tous les*.

> **Exercice 6.3**
> Supposons que nous souhaitions maintenir que les DP définis singuliers soient de type e. Quels devraient alors être le type et la traduction du déterminant *le* ?

6.3.3 Verbes transitifs

Maintenant que tous les DP sont uniformément de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, nous nous trouvons face à un problème qu'il nous faut régler : celui de la composition d'un verbe transitif avec son complément d'objet. En effet, nous analysons les verbes transitifs comme des prédicats à deux arguments, et le type qu'il leur est assigné est donc $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Mais les types $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ ne sont pas compatibles entre eux, et nous ne pouvons pas combiner un verbe transitif avec un DP objet au moyen de l'application fonctionnelle de la règle (Syn.2) (p. 297) : aucun de ces deux types n'est entièrement inclus dans la partie gauche de l'autre type.

(61)



Il y a, en pratique, plusieurs façons d'attaquer ce problème[40] ; celle que nous allons examiner ici a une mise en œuvre relativement simple et présente l'avantage de ne pas perturber le principe général des règles de composition à l'interface syntaxe-sémantique. Elle consiste simplement à changer le type et la traduction des verbes transitifs pour les accorder avec le type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ des DP objets. Dans le VP, c'est le V qui va dénoter

[40] Une tactique alternative sera d'ailleurs évoquée en §6.4.3.

la fonction, puisque c'est lui qui exige un complément d'objet. Il n'attend donc pas un argument de type e mais de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ pour fournir un VP de type $\langle e,t\rangle$. Le type des verbes transitifs est donc $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$. La règle d'interface met ainsi en jeu une habituelle application fonctionnelle :

(62) Verbes transitifs

VP	$\longrightarrow$	V	DP
$\langle e,t\rangle$		$\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$	$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$
$[\alpha(\beta)]$	$\longleftarrow$	α	β

Bien entendu, au delà de son type, ce qui importe, c'est la traduction précise que doit recevoir un V transitif. Illustrons cela avec l'exemple du verbe *manger* qui, à présent, se traduira comme en (63) :

(63) *manger* $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y))]$, avec $Y \in \mathcal{V}ar_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$

Prenons le temps de décortiquer ce λ-terme pour expliciter son fonctionnement (moins complexe qu'il n'y paraît). D'abord $\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y)$ est de type $\langle e,t\rangle$, c'est le prédicat **manger** saturé (provisoirement) de son argument sujet x. Y étant une « variable de DP » de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, elle joue le rôle de ce qui sera le complément d'objet et l'application $[Y(\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y))]$ prépare donc la traduction du VP par combinaison du verbe transitif avec son complément ; elle est de type t. Elle ressemble à la combinaison d'un DP sujet avec un VP de la règle (55) p. 360, mais ici le prédicat verbal est abstrait de son argument objet (λy), pas de son sujet. Ensuite le λ-terme (63) ne fait qu'abstraire les éléments qui seront rencontrés plus tard par le V : d'abord Y le DP objet puis x qui sera saturé par le sujet de la phrase [41].

Regardons ce que cela donne pour le VP *mange une glace* :

(64) *mange une glace* $\rightsquigarrow [\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y))](\lambda P \exists u[\mathbf{glace}(u) \wedge [P(u)]])]$

$= \lambda x[\lambda P \exists u[\mathbf{glace}(u) \wedge [P(u)]](\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y))]$ (β-réduction sur Y)

$= \lambda x \exists u[\mathbf{glace}(u) \wedge [\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y)(u)]]$ (β-réduction sur P)

$= \lambda x \exists u[\mathbf{glace}(u) \wedge \mathbf{manger}(x,u)]$ (β-réduction sur y)

Pour généraliser, nous pouvons maintenant poser que si α est un prédicat de LO de type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$ qui dénote la relation binaire de base correspondant à un verbe transitif V de la langue, alors, dans l'analyse, la traduction de V sera $\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \alpha(x,y))]$.

[41] En complément, il n'est pas inutile de savoir que cette nouvelle traduction des verbes transitifs est, en quelque sorte, l'encodage en λ-calcul de l'opération de *composition fonctionnelle* de la fonction dénotée par $\lambda x \lambda y\, \mathbf{manger}(x,y)$ sur celle dénotée par le DP objet. La composition fonctionnelle, bien connue des mathématiciens, et notée par l'opérateur $\circ$, est définie comme suit : si f et h sont deux fonctions (de types appropriés), la composée $f \circ h$ est la fonction $x \mapsto f(h(x))$. Techniquement, c'est un enchaînement de fonctions, comme une sorte de « tuyau » qui brancherait la sortie de h sur l'entrée de f. Il se trouve que la traduction (63) est équivalente à ce que l'on pourrait noter par $\lambda Y[\lambda x \lambda y\, \mathbf{manger}(x,y) \circ Y]$ (je laisse les lecteurs motivés s'en assurer). Cela indique que la composition fonctionnelle pourrait constituer une autre opération de composition sémantique, complémentaire de l'application fonctionnelle. Cependant je ne développerai pas davantage cette option ici, sachant que (63), en soi, réalise la même opération.

Cette manière de formaliser les verbes transitifs est, en version simplifiée, celle de Montague (1973)[42]. Profitons-en aussi pour mentionner l'analyse qu'il donne de l'emploi dit transitif du verbe *être* évoqué précédemment dans l'exemple (21) rappelé ici en (65).

(65) Spiderman est un super-héros.

Pour traiter cet emploi ainsi que l'emploi identificationnel (cf. (19a) *Peter Parker est Spiderman*), Montague propose :

(66) *être* $\leadsto \lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[x = y])]$

La structure de ce λ-terme est similaire à celle de la traduction de *manger*. En traduisant *un super-héros* par $\lambda P \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [P(z)]]$, la dérivation de (65) est :

(67) a. $[_{\mathrm{VP}}$ est $[_{\mathrm{DP}}$ un super-héros$]]$
$\leadsto [\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[x = y])](\lambda P \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [P(z)]])]$
$= \lambda x[\lambda P \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [P(z)]](\lambda y[x = y])]$ (β-réduction sur Y)
$= \lambda x \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [\lambda y[x = y](z)]]$ (β-réduction sur P)
$= \lambda x \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [x = z]]$ (β-réduction sur y)

b. $[_{\mathrm{TP}}$ Spiderman $[_{\mathrm{VP}}$ est un super-héros$]]$
$\leadsto [\lambda P[P(\mathbf{s})](\lambda x \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [x = z]])]$
$= [\lambda x \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [x = z]](\mathbf{s})]$ (β-réduction sur P)
$= \exists z[\mathbf{superh\acute{e}ros}(z) \wedge [\mathbf{s} = z]]$ (β-réduction sur x)

La formule obtenue n'est pas exactement identique à ce nous avions l'habitude d'écrire pour (65), à savoir $\mathbf{superh\acute{e}ros}(\mathbf{s})$, mais les deux sont tout à fait logiquement équivalentes. (67b) est même un peu plus compositionnelle puisqu'elle fait apparaître une quantification existentielle, comme ce qui est ordinairement impliqué dans les traductions des indéfinis.

Exercice 6.4
En adoptant les analyses présentées dans cette section, dérivez entièrement et pas à pas la composition sémantique des phrases :

1. Tous les enfants mangent une glace.
2. Peter Parker est Spiderman.

Exercice 6.5
Certains auteurs, par exemple Heim & Kratzer (1997), conservent le type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ pour les verbes transitifs et examinent la possibilité d'assigner aux DP le type $\langle\langle e, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ (en plus de $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$). Quelle serait alors la traduction de *une glace* dans ce cas ?

[42] Notons, en passant, que nous pourrions aussi, si nous ne voulions pas nous embêter à traîner le λ-terme compliqué de (63), nous donner directement une constante de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ pour traduire *manger*. Appelons-la, par exemple, $\mathbf{Manger}$; alors *manger* se traduirait par $\lambda Y \lambda x\, \mathbf{Manger}(x, Y)$. Nous pourrions d'ailleurs ajouter le postulat de signification : $\Box \forall x \forall Y[\mathbf{Manger}(x, Y) \leftrightarrow Y(\lambda y\, \mathbf{manger}(x, y))]$, pour retrouver une notation plus classique. Mais il faut reconnaître que le gain de simplification serait assez pauvre, car *Alice mange une glace* se traduirait par $\mathbf{Manger}(\mathbf{a}, \lambda P \exists y[\mathbf{glace}(y) \wedge [P(y)]])$. Cependant je mentionne cette option car elle n'est pas sans rapport avec ce que propose Montague (1973).

Terminons par une remarque générale sur les autres unités lexicales qui prennent des DP comme compléments. En particulier, ce que nous venons de faire pour les verbes transitifs doit aussi concerner les verbes ditransitifs[43], puisque leur complément dit indirect est un DP de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$[44]. Le type d'un verbe comme *donner* devra donc être $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$ et sa traduction $\lambda Y \lambda Z \lambda x[Z(\lambda z[Y(\lambda y\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$... À moins que ce ne soit $\lambda Y \lambda Z \lambda x[Y(\lambda y[Z(\lambda z\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$? C'est une question qui n'est pas aussi simple à trancher qu'il n'y paraît et je laisse y réfléchir dans l'exercice ci-dessous. Elle implique qu'il y a *peut-être* des choix décisifs à faire dans la traduction des verbes ditransitifs. Mais nous allons voir dans la section suivante qu'il y a peut-être aussi un moyen d'évacuer cette question à moindre frais.

Exercice 6.6

Quelles sont les différences sémantiques (s'il y en a) entre les λ-termes suivant ?

1. $\lambda Y \lambda Z \lambda x[Z(\lambda z[Y(\lambda y\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$
2. $\lambda Y \lambda Z \lambda x[Y(\lambda y[Z(\lambda z\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$
3. $\lambda Z \lambda Y \lambda x[Z(\lambda z[Y(\lambda y\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$
4. $\lambda Z \lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[Z(\lambda z\, \mathbf{donner}(x, y, z))])]$

6.4 Vers un traitement approprié de la quantification

6.4.1 Le *quantifying-in*

Nous savons maintenant construire compositionnellement la représentation sémantique de plusieurs syntagmes et phrases. Mais tout n'est pas encore réglé, même pour l'analyse de phrases simples. Si, avec les règles d'interfaces dont nous disposons, nous dérivons la traduction de (68a), nous obtenons la formule (68b). Mais nous avons suffisamment étudié la question (chapitre 3) pour savoir que la phrase a également une autre lecture (68c) avec portée inversée des groupes nominaux. Or nous ne sommes pas en mesure de dériver la formule (68c) à partir de (68a).

(68) a. Tous les pompiers ont éteint un incendie.
b. $\forall x[\mathbf{pompier}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{incendie}(y) \wedge \mathbf{\acute{e}teindre}(x, y)]]$
c. $\exists y[\mathbf{incendie}(y) \wedge \forall x[\mathbf{pompier}(x) \rightarrow \mathbf{\acute{e}teindre}(x, y)]]$

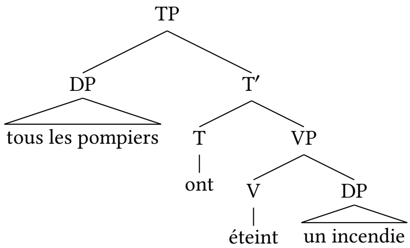
Nous sommes là face à un véritable et épineux problème de compositionnalité. Rappelons que le principe de compositionnalité dit que le sens d'une phrase dépend du sens de ses mots et de sa structure syntaxique. Or dans (68a) il n'y pas d'ambiguïté lexicale et *a priori* la phrase n'est pas non plus syntaxiquement ambiguë : elle n'a, *a priori*, qu'une seule structure syntaxique[45], c'est (69). C'est pour cela que nous n'obtenons que la traduction (68b).

[43] Ainsi que les prépositions, les noms et adjectifs relationnels, etc.

[44] Et à l'instar de ce que nous avons suggéré p. 343, la préposition (ou marque) *à* se traduira par l'identité $\lambda X\, X$ de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$.

[45] Contrairement à une phrase comme *j'ai vu un singe avec un télescope* à laquelle on peut assigner deux structures syntaxiques différentes.

(69)



Ce dont nous avons besoin pour obtenir (68c) c'est un moyen de délocaliser ou de différer l'interprétation du DP *un incendie* dans l'interface syntaxe-sémantique, c'est-à-dire de l'insérer dans la traduction sémantique « plus tard » qu'au moment où on le rencontre dans la structure syntaxique. Or l'une des contributions les plus fondamentales de Montague (1973) est, justement, de poser la formalisation d'un tel mécanisme. Celui-ci porte le nom de QUANTIFYING-IN, et je vais présenter ici les grandes lignes de son principe, en simplifiant un peu et en l'adaptant à notre système de notations[46]. Nous verrons ensuite (§6.4.2 et 6.4.5) des variantes théoriques assez communes de ce mécanisme, qui s'en distinguent par leurs formalisations syntaxiques tout en en conservant le principe sémantique.

Dans le système décrit par Montague (1973), la dérivation syntaxique et sémantique d'une phrase comme (68a) peut s'obtenir (au moins) de deux façons différentes, non équivalentes. La première consiste à analyser la phrase comme nous l'avons fait jusqu'ici, avec une structure similaire à (69), en combinant le verbe d'abord avec son complément puis avec son sujet. Pour obtenir la seconde dérivation, nous allons d'abord introduire une famille de symboles syntaxiques supplémentaires, de la forme H_i, où i est un indice numérique (autrement dit H_0, H_1, H_2...) ; ces symboles sont de catégorie DP et fonctionnent en fait comme des pronoms[47]. À partir de là, les séquences (70), par exemple, deviennent des phrases (des TP) bien formées de la langue :

(70) a. $[_{\text{TP}}\ [_{\text{DP}}\ \text{H}_0]\ [_{\text{T}'}$ ont éteint $[_{\text{DP}}$ un incendie$]]]$.
b. $[_{\text{TP}}\ [_{\text{DP}}$ Tous les pompiers$]\ [_{\text{T}'}$ ont éteint $[_{\text{DP}}\ \text{H}_1]]]$.
c. $[_{\text{TP}}\ [_{\text{DP}}\ \text{H}_0]\ [_{\text{T}'}$ ont éteint $[_{\text{DP}}\ \text{H}_1]]]$.

La grammaire développée dans Montague (1973) comporte ensuite une règle – celle du *quantifying-in* proprement dit – qui construit une structure syntaxique que nous allons noter de la manière suivante : $_i$(DP, TP), où i est là aussi un indice numérique. Cette règle assemble un DP et un TP déjà dérivés, et elle établit que globalement cette struc-

[46] La raison est que Montague (1973) formalise son composant syntaxique dans le cadre des grammaires catégorielles, qui, loin d'être désuet, demande cependant, dans sa manipulation, un peu plus de pratique et de maîtrise que les grammaires syntagmatiques que nous utilisons ici. Voir par exemple Gamut (1991b : chap. 4) pour une introduction à ce formalisme.

[47] À cet effet, Montague utilise directement des pronoms de l'anglais, he_i et him_i, qui occupent les mêmes positions syntaxiques que les DP pleins. Pour nos illustrations en français, du fait du système de pronoms clitiques, il est plus pratique de manipuler ces symboles H_i qui, par la même occasion, anticipent sur la variante de formalisation que nous verrons en §6.4.2.

ture est également un TP bien formé. Il ne s'agit pas d'une règle syntagmatique comme celles que nous avons manipulées jusqu'ici, et elle produit une structure syntaxique abstraite ; c'est pourquoi la règle comporte une clause de « linéarisation » qui ajoute que $_i$(DP, TP) correspond en surface à la phrase TP dans laquelle on a remplacé H_i par DP[48]. Par exemple, (71) se réalise en surface par *tous les pompiers ont éteint un incendie.*

(71) $_1$(un incendie, tous les pompiers ont éteint H_1)

Notons en passant que $_0$(un incendie, tous les pompiers ont éteint H_1) est aussi un TP bien formé, mais qui se réalise en *tous les pompiers ont éteint* H_1 puisqu'il n'y a pas de H_0 dans la partie droite de la structure. De plus, comme le *quantifying-in* opère sur un TP déjà construit, nous pouvons appliquer la règle récursivement plusieurs fois ; ainsi en partant de (70c), selon l'ordre dans lequel sont exécutées les opérations, il est également possible de construire (72a) et (72b) qui se réaliseront elles aussi en (68a) :

(72) a. $_0$(tous les pompiers, $_1$(un incendie, H_0 ont éteint H_1))
b. $_1$(un incendie, $_0$(tous les pompiers, H_0 ont éteint H_1))

La partie essentielle, pour nous, du *quantifying-in* est son versant sémantique, c'est-à-dire la règle d'interface qui indique comment les structures $_i$(DP, TP) se traduisent en LO à partir des traductions de DP et de TP. À cette fin, nous devons d'abord établir la traduction des H_i. Ceux-ci, étant analogues à des pronoms, se traduiront au moyen de variables ; et comme ce sont des DP, le type de leur traduction sera $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$: ainsi chaque H_i se traduit en $\lambda P[P(x_i)]$, où x_i est une variable qui porte *le même indice* que H_i. En répliquant les analyses que nous avons vues précédemment en §6.3, nous trouverons que *tous les pompiers ont éteint* H_1 se traduira par $\forall x[\mathbf{pompier}(x) \rightarrow \mathbf{éteindre}(x, x_1)]$ et H_0 *ont éteint* H_1 par $\mathbf{éteindre}(x_0, x_1)$.

Ensuite la traduction des structures de *quantifying-in* va exploiter crucialement les indices numériques qui les préfixent. Si DP se traduit par α (de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$) et TP se traduit par φ (de type t), alors $_i$(DP, TP) se traduit par $[\alpha(\lambda x_i \varphi)]$. Ce n'est pas une application fonctionnelle ordinaire, ce qui est normal puisque les types de α et φ ne sont pas compatibles. L'insertion de l'abstraction λx_1 sert non seulement à accorder les types des expressions à combiner (car $\lambda x_1 \varphi$ est ainsi de type $\langle e, t\rangle$), mais surtout, et c'est le principal, à « libérer » la position occupée par H_1 et lui faire jouer un rôle de « place vide », ce qui est la vocation première de ces pseudo-pronoms dans le *quantifying-in.* Cela va permettre de relier correctement le quantificateur généralisé α à la position argumentale qui lui correspond au niveau du prédicat verbal, mais comme α est introduit dans la dérivation *après* l'autre quantificateur de la phrase, nous obtiendrons bien les portées inversées que nous attendions. C'est ce que montre l'analyse (73) qui produit la traduction sémantique qui nous manquait pour (68a) :

[48] En fait, la règle de Montague est plus élaborée : elle dit que le premier H_i est remplacé par DP, et les suivants (s'il y en a) sont remplacés par des pronoms de forme, de nombre et de genre en accord avec DP.

(73) a. ont éteint $\textsc{h}_1$

$\rightsquigarrow$ $[\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \textbf{éteindre}(x,y))](\lambda P[P(x_1)])]$

$=$ $\lambda x[\lambda P[P(x_1)](\lambda y\, \textbf{éteindre}(x,y))]$

$=$ $\lambda x[\lambda y\, \textbf{éteindre}(x,y)(x_1)]$

$=$ $\lambda x\, \textbf{éteindre}(x,x_1)$

b. tous les pompiers ont éteint $\textsc{h}_1$

$\rightsquigarrow$ $[\lambda P \forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow [P(u)]](\lambda x\, \textbf{éteindre}(x,x_1))]$

$=$ $\forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow [\lambda x\, \textbf{éteindre}(x,x_1)(u)]]$

$=$ $\forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow \textbf{éteindre}(u,x_1)]$

c. $_1$(un incendie, tous les pompiers ont éteint $\textsc{h}_1$) (*quantifying-in*)

$\rightsquigarrow$ $[\lambda P[\exists y[\textbf{incendie}(y) \wedge [P(y)]]](\underline{\lambda x_1} \forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow \textbf{éteindre}(u,x_1)])]$

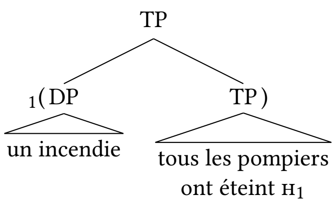
$=$ $\exists y[\textbf{incendie}(y) \wedge [\lambda x_1 \forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow \textbf{éteindre}(u,x_1)](y)]]$

$=$ $\exists y[\textbf{incendie}(y) \wedge \forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow \textbf{éteindre}(u,y)]]$

Nous voyons ainsi qu'en retardant l'intervention du DP *un incendie* dans l'analyse, le *quantifying-in* ne fait que réaliser dans le processus de dérivation syntaxique ce que nous avions observé dans le chapitre 3 en disant qu'un groupe nominal pouvait s'interpréter « plus à gauche » que sa position de surface.

Comme signalé ci-dessus, le *quanfying-in* n'est pas une règle syntaxique de même nature que celles que nous représentons sous la forme de règles de réécriture dans ce chapitre. Mais nous pouvons malgré tout tenter de l'intégrer dans notre format de règles d'interface, car $_i$(DP, TP) est, en soi, une structure syntaxique et elle produit un TP. Cette idée peut alors se synthétiser en écrivant TP $\longrightarrow$ $_i$(DP, TP), ce qui peut se schématiser graphiquement sous une forme arborescente comme (74) :

(74)



Avec cette convention, nous sommes alors en mesure de formuler proprement la règle d'interface pour le *quantifying-in* :

(75) *Quantifying-in*

TP	$\longrightarrow$	$_i$(	DP	, TP)
t			$\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$	t
$[\alpha(\lambda x_i \varphi)]$	$\longleftarrow$		α	φ

Ce qu'exprime (75) est le cœur d'un des apports les plus marquants de Montague (1973), et même si le *quantifying-in*, tel qu'il vient d'être présenté dans sa dimension syntaxique, est aujourd'hui un peu délaissé au profit de variantes que nous allons voir ci-dessous, le principe de (75) lui n'a jamais été abandonné.

Il nous faut, en effet, émettre ici quelques petites critiques sur la façon dont le mécanisme du *quantifying-in* s'insère dans la grammaire. La première est qu'il ouvre la possibilité de surgénérer une pléthore (et même une infinité) de dérivations inutiles (car redondantes) pour une même phrase. En reprenant les séquences de (70), et en les complétant, nous constatons qu'il y a maintenant au moins cinq stratégies combinatoires différentes pour analyser (68a) ; elles sont résumées en (76) :

(76) a. tous les pompiers ont éteint un incendie. (sans *quantifying-in*)
b. $_1$(un incendie, tous les pompiers ont éteint $\textsc{h}_1$)
c. $_0$(tous les pompiers, $\textsc{h}_0$ ont éteint un incendie)
d. $_0$(tous les pompiers, $_1$(un incendie, $\textsc{h}_0$ ont éteint $\textsc{h}_1$))
e. $_1$(un incendie, $_0$(tous les pompiers, $\textsc{h}_0$ ont éteint $\textsc{h}_1$))

Or (76a), (76c) et (76d) donneront la même traduction (avec portées de surface), de même que (76b) et (76e) (avec portées inversées). Autrement dit, nous avons cinq dérivations pour deux traductions. Ce qui est initialement une vertu du *quantifying-in* (car il est évidemment indispensable de pouvoir diversement analyser une phrase ambiguë) risque d'emballer la machine sans raison. Car nous pouvons aller plus loin encore : a priori, rien n'empêche de dériver quelque chose comme, par exemple, (77), toujours pour notre phrase (68a) – puisque syntaxiquement n'importe quel DP peut s'ajouter sur n'importe quel TP avec la structure $_i$(DP, TP).

(77) $_2$(des spaghettis, $_3$(Alice, $_0$(tous les pompiers, $_1$(un incendie, $\textsc{h}_0$ ont éteint $\textsc{h}_1$))))

Ce constat ne veut pas dire que le *quantifying-in* est en soi un mauvais mécanisme, mais simplement qu'il serait avantageux de lui ajouter des règles qui en contrôlent l'application pour dispenser l'analyse d'emprunter des détours qui n'ont pas lieu d'être[49].

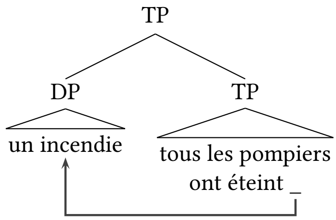
La seconde critique est directement liée à la première et concerne la compositionnalité de l'analyse, en particulier lorsque nous nous plaçons dans une démarche ascendante (dite *bottom-up* en anglais), c'est-à-dire lorsque nous démarrons l'analyse au niveau des unités lexicales pour les regrouper en syntagmes de plus en plus grands jusqu'à parvenir à la racine TP. Dans ce cas, il peut paraître contre-intuitif de commencer l'analyse de *tous les pompiers ont éteint un incendie* en construisant le VP *éteint* $\textsc{h}_1$ qui n'est clairement pas une partie de la phrase de départ. Comment donc, en pratique, pouvons-nous mener à bien l'analyse si notre donnée de départ est littéralement la chaîne *tous les pompiers ont éteint un incendie* ? Eh bien il nous faut d'abord enlever le DP *un incendie* de la phrase, le remplacer par $\textsc{h}_1$, puis poursuivre normalement l'analyse syntaxique, et finalement, c'est-à-dire au sommet de l'arbre construit, faire réapparaître le DP pour le combiner par *quantifying-in* au TP racine (avec l'indice 1). Or il se trouve que le scénario de cette manipulation ne fait rien d'autre que résumer le principe de mises en œuvre plus « modernes » du *quantifying-in* et en premier lieu le procédé de la montée des quantificateurs.

[49] Notons que cet effet de surgénération est déjà mentionné dans Montague (1973), mais dans l'optique de l'article cela ne constitue pas un problème disqualifiant : ce qui préoccupe Montague, c'est de pouvoir produire toutes les interprétations possibles, pas de limiter l'application des règles.

6.4.2 Forme logique et montée des quantificateurs

Le mécanisme de la MONTÉE DES QUANTIFICATEURS (ou *QR* pour *Quantifier Raising*), introduit par May (1977), est une instance du *quantifying-in* qui utilise des outils habituels de la syntaxe générative, en les mettant au service de l'interface syntaxe-sémantique. Ces outils sont les *mouvements* de constituants dans la structure syntaxique, et la montée des quantificateurs réalise la manipulation décrite ci-dessus en postulant qu'un DP comme *un incendie* peut subir un mouvement en se déplaçant de sa position d'origine pour monter s'adjoindre à la racine TP de l'arbre. C'est ce qu'illustre (78) :

(78)



Nous voyons évidemment apparaître un net parallélisme avec la structure qui était schématisée en (74) : en fait *QR* est simplement un « *quantifying-in* par mouvement syntaxique ». Mais pour aborder proprement sa mise en place formelle dans notre système, nous devons faire un petit point théorique.

Nous allons adopter ici le modèle grammatical dit « en Y » (ou plus exactement « en λ »), schématisé en figure 6.8 ci-contre. Dans ce modèle, la syntaxe opère en deux grandes étapes. D'abord pour produire une STRUCTURE dite PROFONDE, qui pose les fondations de l'architecture syntaxique de la phrase par ce que nous appellerons, pour faire simple, des règles « de base » (typiquement des règles de réécriture). Ces structures profondes font ensuite l'objet (si nécessaire) d'une série de « transformations » (typiquement des mouvements de constituants) pour produire des STRUCTURES dites DE SURFACE, qui donnent à peu près l'organisation finale de phrase telle que nous la voyons dans la forme des énoncés de la langue. « À peu près » car les structures de surface doivent encore subir quelques ajustements pour obtenir une structure, la FORME PHONÉTIQUE, qui donnera la chaîne parlée ou écrite qui réalise finalement la phrase. Mais parallèlement la structure de surface va également donner lieu à une structure qui n'est pas visible dans la forme de la phrase mais qui est sensible et perceptible dans son interprétation : la FORME LOGIQUE.

Les formes logiques s'obtiennent par une série de mouvements « invisibles » mais sémantiquement pertinents. Formellement ce sont des objets de même nature que les structures syntaxiques, en l'occurrence des arbres de constituants, éventuellement enrichis de quelques autres dispositifs représentationnels. Mais les formes logiques appartiennent plus à l'interface syntaxe-sémantique qu'à la syntaxe proprement dite, elles préparent l'analyse sémantique et ce sont elles, en fait, que nos règles de traduction vont prendre en entrée.

Comme le montre la figure 6.9a, les mouvements syntaxiques sont simplement des déplacements de constituants d'une position de l'arbre vers une autre (généralement plus

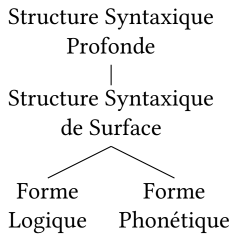


Fig. 6.8 : Modèle en Y

haute). Pour marquer le mouvement dans l'arbre, le constituant déplacé partagera un indice numérique (*i* dans la figure) avec sa position de départ qui, elle, sera occupée par une *trace* notée t_i. Et nous devinons naturellement que ces traces t_i vont, sémantiquement, jouer le rôle de nos $\textsc{h}_i$ introduits précédemment.

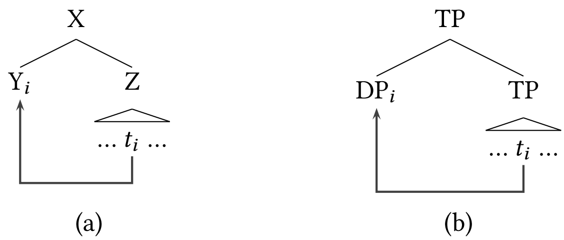


Fig. 6.9 : Schéma des mouvements (a) en général et (b) de *QR*

La montée des quantificateurs (*QR*) est un mouvement qui intervient entre la structure de surface et la forme logique. Elle se résume ainsi : un DP *peut* toujours, facultativement, quitter sa position de surface pour « monter » dans la structure en venant s'adjoindre[50] sur la projection TP qui le domine, comme illustré dans le schéma en figure 6.9b. À l'arrivée, nous voyons que ce qui distingue principalement ce type de structures de celles du *quantifying-in* en §6.4.1, c'est la position de l'indice *i* qui ici décore le DP déplacé au lieu de porter sur l'ensemble du TP supérieur. Il est cependant pertinent de remarquer aussi qu'à l'issue du mouvement, une structure comme la figure 6.9b est de même nature que celles que nous avons manipulées jusqu'ici (c'est-à-dire des arbres de constituants), alors que ce n'était pas exactement le cas avec les $_i$(DP, TP).

Comme avec le *quantifying-in*, puisque *QR* est toujours possible, il peut s'appliquer successivement sur différents DP de la phrase pour produire, là aussi, cinq analyses distinctes (79) de notre phrase (68a) :

(79) a. [$_{\text{TP}}$ tous les pompiers ont éteint un incendie] (sans *QR*, = (69))

[50] Tous les mouvements ne se font pas par adjonction, mais c'est le cas pour *QR*.

b. $[_{TP}$ $[_{DP}$ un incendie$]_1$ $[_{TP}$ tous les pompiers ont éteint $t_1]]$
c. $[_{TP}$ $[_{DP}$ tous les pompiers$]_1$ $[_{TP}$ t_1 ont éteint un incendie$]]$
d. $[_{TP}$ $[_{DP}$ tous les pompiers$]_2$ $[_{TP}$ $[_{DP}$ un incendie$]_1$ $[_{TP}$ t_2 ont éteint $t_1]]]$
e. $[_{TP}$ $[_{DP}$ un incendie$]_2$ $[_{TP}$ $[_{DP}$ tous les pompiers$]_1$ $[_{TP}$ t_1 ont éteint $t_2]]]$

Mais à la différence du *quantifying-in*, la surgénération ne va pas plus loin puisqu'il n'est question que de réorganiser des constituants déjà présents dans la phrase ; on ne risque plus d'ajouter des DP aléatoires *ad infinitum*. D'ailleurs les formes logiques de (79) ne sont pas indépendantes les unes des autres : (79b) et (79c) s'obtiennent, par *QR*, à partir de (79a), (79d) à partir de (79b) (où on a monté d'abord l'objet puis le sujet, Fig. 6.10a) et (79e) à partir de (79c) (montée du sujet puis de l'objet, Fig. 6.10b).

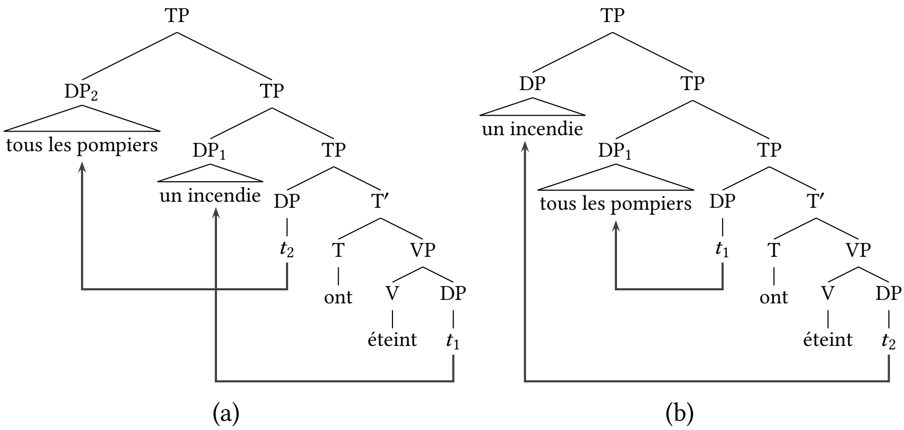
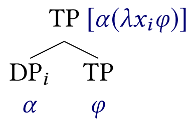


Fig. 6.10 : Montées de DP dans (68a)

Nos règles d'interface syntaxe-sémantique opèrent donc maintenant sur des formes logiques telles que (79). Et celle qui définit l'interprétation (i.e. la traduction) des traces et des mouvements reprend exactement le principe du *quantifying-in*, en posant que les traces t_i se traduisent par $\lambda P[P(x_i)]$ comme nos $\textsc{h}_i$ précédemment. Cela nous donne la règle (80), naturellement identique à (75), aux notations syntaxiques près.

(80) Montée des quantificateurs

TP	$\longrightarrow$	DP_i	TP
t		$\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$	t
$[\alpha(\lambda x_i \varphi)]$	$\longleftarrow$	α	φ



Notons que grâce aux indices i, cette règle nous permet d'interpréter localement le mouvement, c'est-à-dire au niveau du site d'adjonction du DP : nous n'avons pas besoin d'aller fouiller dans les profondeurs du TP pour vérifier qu'il contient bien une trace t_i ;

la simple présence de l'indice i sur DP_i suffit à indiquer que celui-ci a été déplacé[51]. Nous pouvons également remarquer que dans la règle d'interface (80) (comme dans toutes les autres d'ailleurs), la couche syntaxique n'est pas exactement une règle de réécriture ; il faut plutôt la voir comme un patron structurel qui nous guide dans l'exploration de l'arbre de la forme logique lors de la composition sémantique. Autrement dit, la ligne « TP → DP_i TP » doit se lire comme « si la forme logique contient le sous-arbre $[_{\mathrm{TP}}\ \mathrm{DP}_i$ TP], alors… ».

L'application de (80), sur la forme logique (79b) (c'est-à-dire avec montée du DP objet), nous donne la même dérivation sémantique que (73) et donc la lecture avec portées inversées pour (68a) :

(81) $[_{\mathrm{TP}}$ [un incendie]$_1$ $[_{\mathrm{TP}}$ tous les pompiers $[_{\mathrm{T'}}$ ont éteint t_1]]]

$$\begin{aligned}
&\rightsquigarrow && [\lambda P \exists y[\mathbf{incendie}(y) \wedge [P(y)]](\underline{\lambda x_1} \forall u[\mathbf{pompier}(u) \rightarrow \mathbf{\acute{e}teindre}(u, x_1)])] \\
&= && \exists y[\mathbf{incendie}(y) \wedge [\lambda x_1 \forall u[\mathbf{pompier}(u) \rightarrow \mathbf{\acute{e}teindre}(u, x_1)](y)]] \\
&= && \exists y[\mathbf{incendie}(y) \wedge \forall u[\mathbf{pompier}(u) \rightarrow \mathbf{\acute{e}teindre}(u, y)]]
\end{aligned}$$

Dans les pages qui suivent, les mouvements de constituants seront généralement la stratégie qui sera utilisée pour illustrer le *quantifying-in*, d'abord parce que *QR* n'est fondamentalement (et sémantiquement) pas distinct du *quantifying-in* (la surgénération en moins), ensuite parce que ce mécanisme s'adapte assez naturellement au système de structures syntagmatiques que nous utilisons ici, et enfin parce que la règle (80) peut s'étendre à d'autres types de mouvements (i.e. autres que *QR*) qui sont une manière simple de rendre compte de divers phénomènes syntaxiques de dépendances à distance (§6.4.4). Mais nous n'oublierons pas qu'il existe d'autres façons de procéder techniquement (cf. par exemple §6.4.5), qui, pour la plupart, se fondent sur le principe exposé dans Montague (1973).

6.4.3 Retour à une possible simplification

Il est intéressant, à ce point, d'examiner une hypothèse qui peut aboutir à simplification du typage des verbes (ainsi que des autres unités lexicales relationnelles). Il ne s'agit que d'une hypothèse, et donc d'une suggestion, car elle a des implications nombreuses que nous n'aurons pas la place ici de discuter en totalité.

Dans notre interprétation de *QR*, les DP déplacés, de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, laissent une trace t_i qui correspond à une variable x_i de type e et qui donc se traduit compositionnellement par $\lambda P[P(x_i)]$. Mais, en voulant développer un mécanisme plus général pour interpréter les mouvements, on pourrait envisager une alternative qui consiste à traduire la trace d'un DP directement par une variable de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, X_i. Cela semble a priori très naturel car nous aurions ainsi une règle simple qui dit que toute trace d'un constituant

[51] En réalité c'est une hypothèse un peu trop forte, car les indices peuvent servir à autre chose que marquer les mouvements, notamment pour indiquer le lien entre un pronom et son antécédent. En toute rigueur, nous devrions donc raffiner la règle d'interface. Pour ce faire, nous pourrions stocker dans un registre (i.e. un ensemble) les indices qui correspondent à des mouvements syntaxiques ; et la règle (80) devrait alors vérifier que i appartient à cet ensemble pour s'appliquer.

déplacé de type *a* est, en soi, du même type et se traduit directement par une variable de type *a*. Mais dans les faits, il se trouve que cette option ne donnera pas du tout le résultat escompté pour l'analyse de la montée des quantificateurs. Reprenons notre exemple (79b).

(79) b. $[_{\mathrm{TP}}\ [_{\mathrm{DP}}$ un incendie$]_1\ [_{\mathrm{TP}}$ tous les pompiers ont éteint $t_1]]$

Si t_1 se traduit par X_1 de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, nous obtenons pour $[_{\mathrm{T'}}$ ont éteint $t_1]$, après β-réduction, la traduction $\lambda x[X_1(\lambda y\, \textbf{éteindre}(x, y))]$. En ajoutant le sujet, nous obtenons $\forall u[\textbf{pompier}(u) \rightarrow [X_1(\lambda y\, \textbf{éteindre}(u, y))]]$. Nous pouvons tout de suite voir qu'il y a là quelque chose qui cloche : X_1, qui sera remplacée par la traduction de *un incendie*, se trouve dans la portée de *tous les pompiers*. À terme nous allons retomber sur la lecture avec portée étroite de l'indéfini objet, alors que (79b) était prévu pour fournir l'autre lecture. Conclusion : même si le constituant déplacé est de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, sa trace doit donner une variable de type e.

Il y a probablement plusieurs façons d'interpréter ce constat. Une des plus simples est de considérer qu'en fait, au niveau du VP, le prédicat verbal n'attend que des arguments de type e. Et cela a plusieurs implications. D'abord les DP qui se trouvent dans le VP seront alors de type e et leurs traces se traduiront directement par x_i (et non $\lambda P[P(x_i)]$). Ensuite cela permet de revenir à des types plus simples pour les verbes, par exemple $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour les transitifs – plus besoin de manipuler de « gros » λ-termes de type $\langle\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$. Cette hypothèse peut également suggérer une explication formelle de la montée des quantificateurs : les DP quantificationnels et indéfinis étant de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, ils ne peuvent pas rester dans leur position de surface qui est, elle, de type e, et c'est pour cette raison qu'ils montent s'adjoindre sur TP. Il est même alors possible d'envisager que, finalement, les DP référentiels peuvent rester de type e (variables, constantes ou ι-termes), puisqu'ils ne sont pas sujets aux ambiguïtés de portée et n'ont donc pas à suivre *QR*[52].

Nous voyons ainsi que cette approche n'est pas sans attrait, mais elle n'est pas non plus sans poser quelques problèmes. En effet, si les positions argumentales des DP doivent être de type e, alors les DP quantificationnels et indéfinis sont *obligés* de monter. Or empiriquement, comme nous l'avons observé dans le chapitre 3, ce déplacement semble être toujours *facultatif*. Lorsqu'une phrase contient plusieurs DP mobiles, le problème ne se posera généralement pas, car tous monteront dans la forme logique et, comme indiqué précédemment, ce qui compte alors, c'est l'ordre dans lequel s'effectuent les mouvements ; nous obtiendrons bien toutes les configurations de portées attendues. Mais le problème se posera avec acuité lorsqu'il s'agira de faire apparaître les différentes portées d'un DP par rapport à un opérateur a priori pas ou peu mobile, comme par exemple la négation. Nous savons bien que les phrase (82) sont ambiguës.

(82) a. Le relecteur n'a pas vu une coquille dans le manuscrit.
b. Je n'interrogerai pas tous les étudiants.

[52] Et comme déjà annoncé, nous reviendrons sur cette idée d'une flexibilité de type des DP en §6.6.

Si les DP doivent nécessairement monter dans la forme logique, alors nous n'obtiendrons que la lecture avec leur portée large sur la négation – celle-ci se trouvant « quelque part » à l'intérieur du TP sur lequel s'adjoint le DP déplacé. C'est d'autant plus préoccupant que pour (82b) (et peut-être aussi (82a)) c'est l'autre lecture qui semble la plus naturelle.

Par conséquent, si l'on veut sérieusement valider cette hypothèse des DP argumentaux de type e, il sera consciencieux d'étudier en profondeur ses implications et ses interactions avec d'autres phénomènes, tant sur le plan sémantique que syntaxique. Et c'est ce que nous n'allons pas faire ici, faute de place. Je ne ferai qu'annoncer quelques pistes possibles : est-ce que la négation et d'autres opérateurs à portée pourraient être mobiles eux aussi ? est-ce que *QR* pourrait parfois monter les DP plus bas que TP (par exemple sur VP) ? est-ce qu'il pourrait aussi exister des mouvements qui *descendent* les DP dans la structure syntaxique ? est-ce que les différentes lectures de (82) sont toutes liées à la portée et à la position sémantique des DP ?… À ce stade – tant que ces questions (et bien d'autres) ne sont pas approfondies[53] – il est difficile pour nous de trancher ; la prudence et la rigueur conseilleront de conserver l'hypothèse de §6.3.3 des DP argumentaux de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, afin de pouvoir continuer à les interpréter *in situ* (i.e. sans les monter obligatoirement). Cependant, comme l'autre hypothèse (DP argumentaux de type e) reste prometteuse, qu'elle est plus conforme à l'intuition et qu'elle a le mérite de nous faire manipuler des notations plus simples, nous allons nous autoriser, quand cela n'a pas d'impact fâcheux, à les utiliser pour alléger nos écritures. Nous garderons simplement en tête le *caveat* suivant : si, par exemple, nous traduisons *regarder* par $\lambda y \lambda x\, \mathbf{regarder}(x, y)$ en le combinant avec $\mathbf{b}$, il ne s'agira que d'un raccourci pour dire qu'en fait nous avons combiné $\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{regarder}(x, y))]$ avec $\lambda P[P(\mathbf{b})]$.

6.4.4 D'autres mouvements

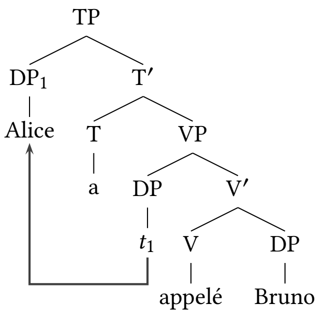
En exploitant judicieusement le principe sémantique du *quantifying-in*, notre mécanisme d'interprétation des constituants déplacés nous donne maintenant les moyens de traiter également d'autres mouvements opérés par la syntaxe, en l'occurrence ces mouvements « visibles » qui interviennent entre la structure profonde et la structure de surface. Cela va nous permettre de travailler sur des formes logiques plus riches et plus abouties dans leurs structures syntaxiques. Nous allons examiner quelques exemples ici.

Une hypothèse syntaxique assez courante considère que le VP constitue le noyau prédicatif central de la phrase en réunissant le verbe et tous ses arguments essentiels, y compris son sujet. Dans cette configuration, le sujet du verbe est donc initialement généré dans la position de spécifieur du VP[54] puis il se déplace vers la position de spécifieur du TP (83).

[53] À ce sujet, on peut, par exemple, consulter le chapitre 8 de Heim & Kratzer (1997) qui montrent de nombreuses conséquences de cette hypothèse.

[54] Pour être plus précis, cela dépend du V ; avec certains verbes intransitifs, ceux dits *inaccusatifs*, on conçoit habituellement que le sujet est généré plus bas dans la structure du VP. Cela n'a pas une très grande importance pour ce qui nous occupe ici, à savoir simplement le fait que le sujet sorte du VP.

(83)



Cette montée du sujet *n'est pas* une instance du *quantifying-in* ni de *QR* (ses motivations syntaxiques sont différentes, et elle concerne la structure de surface), mais sémantiquement nous l'analyserons de la même manière, en nous adaptant aux conséquences de cette nouvelle analyse. En effet jusqu'à présent nous considérions que les VP étaient systématiquement de type $\langle e, t\rangle$, car il leur manquait leur sujet ; à présent le sujet est contenu dans le VP (sous la forme d'une trace), celui-ci est donc saturé et de type t. Comme pour l'instant nous n'assignons pas de contribution sémantique à l'inflexion T, le constituant T′ est lui aussi de type t, et la règle d'interprétation de la montée du DP sujet est ainsi la suivante :

(84) Montée du sujet ou

TP	$\longrightarrow$	DP_i	T′
t		$\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$	t
$[\alpha(\lambda x_i \beta)]$	$\longleftarrow$	α	β

TP	$\longrightarrow$	DP_i	T′
t		e	t
$[\lambda x_i \beta(\alpha)]$	$\longleftarrow$	α	β

La variante de droite est proposée pour les cas où nous voudrions conserver la possibilité que certains DP sujets restent de type e. Cela permet de voir que le mécanisme d'interprétation du mouvement reste le même : la λ-abstraction λx_i s'effectue toujours sur β, la traduction du T′ ; simplement l'application fonctionnelle, au niveau de TP, est inversée conformément aux types.

Profitons-en pour remarquer que si VP et T′ sont maintenant de type t et si la négation se combine sur l'un de ces constituants, alors nous n'avons plus besoin de la traduction suggérée en §6.2.1.3 p. 345 ; la négation sera sera simplement de type $\langle t, t\rangle$ et se traduira plus naturellement en $\lambda\varphi\neg\varphi$.

Un autre phénomène qui peut s'analyser en termes de mouvements visibles est le cas des pronoms relatifs. Dans la proposition relative (85) le pronom *que* a la fonction d'objet et on peut raisonnablement considérer qu'il est donc lié, d'une manière ou d'une autre, à la position de complément de V, et, par exemple, qu'il monte de cette position à celle de spécifieur de CP comme en figure 6.11 (ci-contre).

(85) que Charles connaît

Cet exemple nous donne l'occasion de réfléchir un instant sur l'interprétation des pronoms relatifs. Il existe d'assez nombreuses analyses syntaxiques et sémantiques concur-

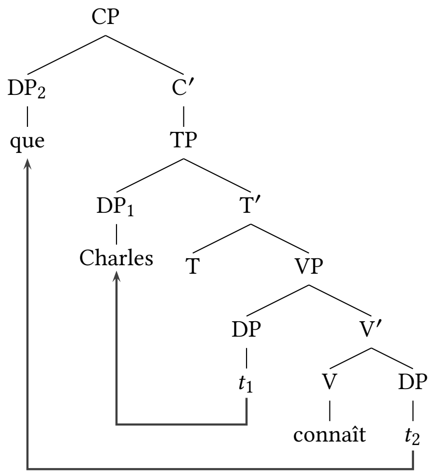


FIG. 6.11 : Syntaxe de la relative (85)

rentes des relatives et nous n'entrerons pas dans les détails ici[55], nous allons simplement retenir l'idée qu'une proposition relative en soi fonctionne sémantiquement comme un syntagme adjectival. Le CP en figure 6.11 devra donc être de type $\langle e, t \rangle$ ou $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ (cf. §6.2.3). En fait nous pouvons déjà prévoir la traduction sémantique de la relative (85) : dans un DP comme [$_{\text{DP}}$ *une* [$_{\text{NP}}$ *ville que Charles connaît*]], le NP dénote l'ensemble de tous les objets qui sont des villes et qui sont connus de Charles, et nous en déduisons que la relative dénote donc l'ensemble de tous les objets qui sont connus de Charles, ce qui se traduit par $\lambda x[\mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x)]$ de type $\langle e, t \rangle$. À partir de là nous pouvons retrouver facilement la contribution du pronom *que*. TP et C′ sont de type t et se traduisent par $\mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x_2)$, puis en se combinant sous CP avec le DP_2 déplacé, nous ajoutons la λ-abstraction ce qui donne $\lambda x_2\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x_2)$ de type $\langle e, t \rangle$. C'est identique (au nom de la variable près) au résultat attendu pour CP, et cela semble dire que le pronom *que* a une contribution « vide »[56] ; nous pouvons cependant lui assigner compositionnellement le type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ et le traduire par $\lambda P\, P$ ou, de façon plus analytique et plus explicite, par $\lambda P \lambda x[P(x)]$.

Et si nous choisissons d'analyser la relative comme de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, ce qui peut être judicieux puisqu'en français les relatives ont souvent un emploi d'épithète[57], alors sa traduction devra être $\lambda P \lambda x[[P(x)] \wedge \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x)]$. Et dans ce cas le pronom relatif se traduira par $\lambda Q \lambda P \lambda x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$.

[55] Ce qui est présenté ici reprend, dans l'esprit, les analyses de Montague (1973), Partee (1975), Rodman (1976), Heim & Kratzer (1997), notamment.

[56] Certaines analyses considèrent d'ailleurs qu'un pronom relatif en soi est précisément l'opérateur qui réalise la λ-abstraction λx_2 ; cf. Heim & Kratzer (1997) et §6.4.5 *infra*.

[57] Mais n'oublions pas qu'il existe aussi d'autres emplois, comme, par exemple, les relatives dites sans antécédent : *qui vole un œuf vole un bœuf*.

Exercice 6.7
Détaillez la composition sémantique de (83) *Alice a appelé Bruno* et du DP *tous les écrivains que Charles connaît.*

Exercice 6.8
Une analyse possible des verbes dits à montée, comme *sembler*, est que leur sujet de surface est originairement celui du verbe infinitif enchâssé et que de là il monte, peut-être en plusieurs étapes, jusqu'à la position Spec du TP principal :

1. $[_{\mathrm{TP}}$ Alice$_1$ semble $[_{\mathrm{TP}}$ avoir t_1 dormi$]]$.

À partir de cette hypothèse et de l'hypothèse que *sembler* est de type $\langle\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$, ne prenant ainsi qu'un seul argument, une proposition, donnez la composition sémantique complète de la phrase ci-dessus.

6.4.5 Variantes et alternatives

Le mécanisme d'interprétation des mouvements présenté dans la section §6.3 joue un rôle crucial dans le processus d'analyse à l'interface syntaxe-sémantique, et pour conclure, il me semble intéressant de mener une petite réflexion sur certains aspects formels et procéduraux du mécanisme.

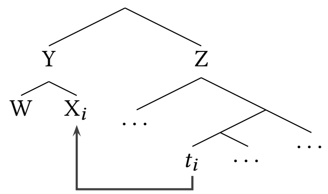
Commençons par ce qui peut sembler, à première vue, une anodine variante d'écriture. Pour interpréter les mouvements, nous avons besoin, lors du parcours de l'arbre, de repérer les constituants déplacés, et nous le faisons grâce aux indices numériques qui viennent, précisément, marquer ces constituants. Ainsi pour *QR*, comme nous l'avons vu, dans la configuration syntaxique [DP$_i$ TP] nous savons que DP a été extrait de TP (qui contient donc une trace t_i) et donc qu'il faudra ajouter λx_i à la traduction de TP dans la composition sémantique. C'est là ce que nous appellerons la version traditionnelle de la gestion des indices numériques dans la syntaxe. La variante que nous allons examiner a été introduite et défendue par Heim & Kratzer (1997) et nous l'appellerons la version HK. Elle consiste à utiliser les indices i non pas pour marquer un constituant déplacé, mais pour marquer le constituant dont celui-ci a été extrait, en l'occurrence TP dans notre exemple de *QR*. Comme ce marquage prend ainsi une autre signification, nous allons le représenter en plaçant i en position d'indice à gauche de l'étiquette du constituant qu'il marque. Ainsi si nous rencontrons $_i$TP dans l'arbre, cela veut dire que TP est le constituant qui contient la trace t_i. Par cette astuce graphique, nous voyons que les deux versions semblent se distinguer par vraiment peu de chose : d'une part nous avons [DP$_i$ TP], d'autre part [DP $_i$TP]. Mais en réalité, la version HK se trouve avoir des propriétés qui la rendent certainement préférable à la version traditionnelle.

D'abord, écrire $_i$TP plutôt que DP$_i$ s'avère, du point de vue de l'analyse sémantique, un peu plus logique, plus pratique et surtout plus compositionnel car dans $_i$TP, i vient indiquer l'endroit précis où doit se placer le λx_i indispensable à l'analyse. Ainsi nous aurons une règle simple qui dit que si TP se traduit par φ, alors $_i$TP se traduit par $\lambda x_i\ \varphi$[58].

[58] Heim & Kratzer vont d'ailleurs plus loin dans cette idée en traitant i comme un quasi constituant syntaxique (elles écrivent [DP [i TP]]) qui possède une traduction sémantique propre : λx_i. Formellement il ne s'agit pas, en soi, d'une véritable expression interprétable – $[\![\lambda x_i]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ n'est pas défini et la composition de [i TP] se fait par *concaténation* graphique –, et c'est pourquoi i doit être vu comme un opérateur syncatégorématique (cf. §5.3.4.1 p. 315).

Avec la version traditionnelle (cf. (80)), pour placer λx_i nous utilisons en somme une petite règle de déduction qui dit : si on rencontre DP_i dans l'arbre syntaxique, alors il faut ajouter λx_i à la traduction du « nœud-frère » de DP_i. Mais il peut exister des configurations syntaxiques (que nous n'avons pas encore rencontrées, mais ça viendra) dans lesquelles cette recette produit de mauvais résultats. C'est, par exemple, ce qui se passe si un constituant déplacé atterrit dans une position qui n'est pas directement « sœur » du constituant d'où il a été extrait. C'est ce qu'illustre le schéma (86).

(86)



Dans cette structure, X_i doit d'abord se composer avec W. C'est faisable, mais la règle de la version traditionnelle ne doit pas encore s'appliquer. Or c'est ce qu'elle prévoit de faire puisque X_i porte l'indice ; mais λx_i doit intervenir plus tard, en se plaçant sur Z puisque c'est le constituant qui contient la trace t_i. Nous sommes bloqués[59]. La version HK, en revanche, indiquera ${}_i\mathrm{Z}$ au lieu de Z dans (86), et ainsi λx_i sera automatiquement bien placé. Par conséquent, pour les besoins de l'analyse sémantique, cette version s'avère plus appropriée.

Cependant il ne faut alors pas perdre de vue qu'il demeure une question non triviale, c'est : comment techniquement obtenons-nous des marquages comme ${}_i\mathrm{Z}$ ou ${}_i\mathrm{TP}$?[60] Car du point de vue de la syntaxe, c'est la version traditionnelle qui est la plus naturelle : formellement nous pouvons supposer que dans le processus de mouvement, les constituants déplacés sont indicés, qu'ils emportent leur indice avec eux tout en en laissant une copie sur leur trace. C'est simple et intuitif, et c'est ce qui apparaît directement dans le schéma (86). Avec la version HK, en revanche, pour marquer ${}_i\mathrm{Z}$, il faut être en mesure de détecter dans l'arbre le plus grand constituant (en termes d'inclusion) qui contient la trace t_i mais pas le constituant déplacé X_i. C'est peut-être moins simple à mettre en œuvre. Nous pourrions nous détourner de la question en estimant que tout cela c'est l'affaire de la théorie syntaxique, qu'elle se débrouille pour nous donner ce dont nous avons besoin en sémantique. Mais soyons un peu charitables et essayons d'imaginer un algorithme à l'interface syntaxe-sémantique qui nous donnerait ces marquages ${}_i\mathrm{Z}$ (ou quelque chose d'équivalent).

Pour ce faire, nous devons d'abord perfectionner un peu nos structures syntaxiques. Nous allons poser qu'un nœud de l'arbre porte une étiquette de catégorie syntaxique

[59] La stratégie qui, pour sauver la version traditionnelle, viserait à faire remonter i sur Y n'est probablement pas viable, car comment pourra-t-on (simplement) distinguer les cas où l'indice doit remonter (et jusqu'où) de ceux où il doit rester sur l'élément déplacé (comme dans le *QR* ordinaire) ?

[60] Notons que nous pourrions, certes, facilement obtenir ce marquage en revenant au *quantifying-in* original. Il suffirait de remanier superficiellement nos notations en remplaçant $\mathrm{TP} \longrightarrow {}_i(\mathrm{DP}, \mathrm{TP})$ par $\mathrm{TP} \longrightarrow \mathrm{DP}\ {}_i\mathrm{TP}$. Mais i) nous retrouverions alors le problème de la surgénération arbitraire, et ii) nous aurions toujours à résoudre celui des configurations comme (86) pour lesquelles le *quantifying-in* n'est pas adapté.

(DP, NP, N, TP…) enrichie de trois informations : un indice numérique i qui est propre au constituant, et deux ensembles d'indices D et S. Nous appellerons cela un système indiciel et noterons $[i{:}D{:}S]$ (par exemple $\mathrm{VP}_{[4:\{1;3;4\}:\{2\}]}$). L'ensemble D contiendra l'indice de tous les constituants que le nœud domine dans l'arbre, et S l'indice de toutes les traces qu'il domine. Nous posons également que tout nœud d'un arbre possède un système indiciel. Nous amorçons la procédure en posant également que les nœuds feuilles de l'arbre (avant que les mouvements se produisent) ont typiquement un système de la forme $[i{:}\{i\}{:}\varnothing]$. Les mouvements s'opèrent comme décrit ci-dessus : un constituant X déplacé emporte avec lui son système $[i{:}D{:}S]$ et laisse une trace t dont le système sera $[i{:}\{i\}{:}\{i\}]$ (i.e. le même i pour X et t). Nous indiquons ensuite comment les indices se propagent dans la structure syntaxique au moyen de la règle générale d'interface (87) (les systèmes indiciels sont intercalés entre les catégories et les types pour plus de lisibilité) :

(87)
$$
\begin{array}{cccc}
\mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\
[j{:}D \cup D' \cup \{j\}{:}S \cup S'] & & [k{:}D{:}S] & [l{:}D'{:}S'] \\
a & & \langle b, a\rangle & b \\
[\alpha(\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta
\end{array}
$$

Cette règle nous dit que chaque constituant, X, Y et Z, possède son propre indice, respectivement j, k et l. Mais X récupère les contenus des ensembles D, D', S et S' de ses descendants Y et Z, en en faisant l'union respective. Ainsi dans l'exemple (86) ci-dessus, si W porte $[n{:}\{n\}{:}\varnothing]$ et X $[i{:}\{i\}{:}\varnothing]$, alors Y aura $[m{:}\{n\ ;\ i\ ;\ m\}{:}\varnothing]$, la trace t aura le système $[i{:}\{i\}{:}\{i\}]$, et donc Z aura quelque chose de la forme $[l{:}\{\dots i\ ;\ l\dots\}{:}\{\dots i\dots\}]$. Cette règle (87) est une règle par défaut, c'est-à-dire qu'elle s'applique toujours (là où elle peut) *sauf* si une règle plus précise prend priorité sur elle. Les règles prioritaires sont justement celles qui s'occupent des constituant déplacés. En voici un exemple :

(88)
$$
\begin{array}{ccccc}
\mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} & \\
[j{:}D \cup D' \cup \{j\}{:}S \cup S' - \{i\}] & & [k{:}D{:}S] & [l{:}D'{:}S'] & \underline{\text{si } i \in D \cap S'} \\
a & & \langle\langle c, b\rangle, a\rangle & b & \\
[\alpha(\lambda x_i\, \beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta & \text{avec } x_i \in \mathcal{V}ar_c
\end{array}
$$

Cette règle (88) est plus précise que (87) car elle comporte une condition : $i \in D \cap S'$. Cette condition demande de vérifier d'une part que i est dans S', c'est-à-dire que i est bien l'indice d'une trace dominée par Z, et d'autre part que i est aussi dans D, c'est-à-dire que i est l'indice d'un constituant plein dominé par (ou identique à) Y. Et c'est bien la configuration que nous cherchons pour insérer λx_i : la rencontre du constituant déplacé dans Y avec le constituant Z qui contient la trace ; cette règle est donc équivalente au marquage ${}_i\mathrm{Z}$ (qu'il n'est pas indispensable de noter ici). La mise à jour du système indiciel de X se fait alors avec $S \cup S' - \{i\}$ (où $-$ est l'opération de différence ensembliste), c'est-à-dire que l'on retire i de l'ensemble S', car à partir d'ici la trace t_i n'est plus « active », elle vient d'être saturée. Notons que les mouvements où Y est lui-même le constituant déplacé (comme dans *QR*) correspondent au cas particulier où $k = i$.

Si j'ai pris le temps de détailler un peu cette suggestion d'algorithme, c'est notamment pour montrer qu'*en pratique*, ce traitement sémantique des mouvements s'avère finalement assez analogue à ce qui a été proposé dans une approche fameuse et concurrente à *QR*, développée par Cooper (1975 ; 1983) et qui a pris le nom de COOPER STORAGE (littéralement « le stockage à la Cooper »). Il s'agit d'une méthode alternative pour entreprendre techniquement le *quantifying-in* de Montague.

Cette approche considère qu'il n'y a pas vraiment lieu de considérer que les ambiguïtés de portées se reflètent dans la structure syntaxique, il s'agit plutôt d'ambiguïtés purement sémantiques, qui sont donc à traiter entièrement dans le processus d'interprétation. Autrement dit, il n'y a pas de mouvement de LF. Le principe du *Cooper Storage* est, dans ses grandes lignes, le suivant. Lorsqu'un DP quantificationnel ou indéfini, de traduction α, se rencontre dans la structure syntaxique, l'analyse sémantique se trouve face à deux options. La première consiste à insérer normalement α dans la composition sémantique. Par rapport à *QR* c'est ce qui correspond à l'absence de mouvement. La seconde option consiste à remiser α pour l'utiliser plus tard dans la dérivation et à la place on insère une variable indicée x_i dans la composition. C'est ce qui correspond aux mouvements de quantificateurs. Pour implémenter ce mécanisme, les représentations sémantiques doivent être un peu plus structurées : les traductions sémantiques habituelles sont accompagnées d'un ensemble que l'on appelle le *store* (la réserve) et dans lequel on stocke les quantificateurs mis de côté. Formellement un *store* est un ensemble de couples $\langle\alpha, x_i\rangle$ où α est la traduction d'un quantificateur et x_i la variable qui a été introduite à sa place dans la composition. Les *stores* se propagent dans l'arbre syntaxique exactement comme les S de l'algorithme précédent. Ce n'est pas un hasard : avec les x_i, les *stores* enregistrent les traces rencontrées, ce qui est aussi le rôle de nos S. Les quantificateurs sont ensuite réintroduits dans la traduction sémantique principale par une opération de déchargement du *store* (*retrieval*) qui intervient, facultativement, sur certains nœuds de l'arbre (typiquement ceux de type t) : un ou plusieurs $\langle\alpha, x_i\rangle$ sont choisis et retirés du *store* et insérés dans la composition par une opération de *quantifying-in* (i.e. en ajoutant l'abstraction λx_i). Notons que les informations véhiculées par les ensembles D de notre algorithme ne sont plus nécessaires ici car nous n'avons plus besoin de détecter les quantificateurs déplacés et indicés dans l'arbre : ils sont déjà rangés dans le *store*, directement appariés avec leur trace. En fait les couples $\langle\alpha, x_i\rangle$ donnent l'information qui est encodée dans la condition $i \in D \cap S'$ de (88).

Bien évidemment le *Cooper Storage* et *QR* ne sont pas la même chose, ils ont des fondements théoriques différents, voire opposés – surtout en ce qui concerne leurs prémisses syntaxiques. Mais dans leurs mises en œuvre pratique à l'interface syntaxe-sémantique, au vu de l'algorithme suggéré *supra*, nous pouvons constater qu'ils ont un fonctionnement assez similaire[61], et pour ce qui nous occupe ici (i.e. l'analyse sémantique) nous pouvons finalement rester plutôt neutres sur le parti à prendre vis-à-vis de ces deux approches – même si, pour de simples raisons de commodité, nous continuerons à utiliser

[61] Ce qui n'est pas étrange puisque tous deux dérivent du *quantifying-in*. Et en exagérant un peu, on pourrait même dire que *QR* est une sorte de *Cooper Storage* qui utilise certaines positions de l'arbre en guise de *store* pour y stocker les quantificateurs…

les notations des mouvements dans les pages qui suivent. De même, de façon plus générale, il faut savoir que toutes les théories syntaxiques n'adhèrent pas nécessairement à l'hypothèse des mouvements, et là aussi nous pouvons rester relativement agnostiques. Ce dont nous avons essentiellement besoin, c'est un dispositif qui nous informe sur un *lien* entre un constituant dans une certaine position et une autre position de la structure. Finalement peu importe que cette information s'obtienne par des traces indicées, par des *stores* ou par tout autre mécanisme.

6.5 Quantificateurs généralisés et structures tripartites

Depuis le début de cet ouvrage nous avons examiné de nombreux groupes nominaux et déterminants (en nous intéressant de près à leurs propriétés sémantiques dans le chapitre 3) mais prenant toujours bien soin d'éviter de nous interroger sur la traduction sémantique de la plupart d'entre eux. En dehors de *le*, *un*, *tous les*, *chaque*, *aucun* et de certains possessifs, notre langage LO était incapable de donner une représentation formelle de la vaste majorité des divers déterminants de la langue. Nous allons maintenant commencer à régler leur compte, grâce à la notion de QUANTIFICATEURS GÉNÉRALISÉS. Nous avons déjà rencontré les quantificateurs généralisés en §6.3.1 avec la proposition de Montague : ce sont les traductions de DP de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$. Mais leur étude systématique a été introduite en sémantique formelle par Barwise & Cooper (1981) et Keenan & Stavi (1986) à la suite, mais aussi relativement indépendamment, des travaux de Montague. Ils ne sont pas intrinsèquement liés au λ-calcul, et ils auraient d'ailleurs pu être présentés bien plus tôt dans ces pages (dès le chapitre 3) en étendant et complexifiant la syntaxe et la sémantique de LO. Je choisis cependant de les introduire à cet endroit-ci car il se trouve que notre LO typé, en l'état, nous les offre « gratuitement » : en fait ils sont déjà présents dans notre système, formellement nous n'avons rien à ajouter à notre langage, il nous reste juste à les dévoiler.

6.5.1 L'avènement des déterminants dans LO

Nous avons vu que, compositionnellement, les déterminants se traduisent dans LO par des expressions de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$ et, en termes ensemblistes, ils dénotent ainsi des relations entre deux ensembles d'individus (cf. §6.3.2, p. 362 et §3.3.3, p. 162). C'est ce que rappelle (89), où P et R sont des variables de type $\langle e,t\rangle$.

(89) a. *tous les* $\rightsquigarrow \lambda R\lambda P\forall x[[R(x)] \rightarrow [P(x)]]$ $\quad [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$

b. *un* $\rightsquigarrow \lambda R\lambda P\exists x[[R(x)] \wedge [P(x)]]$ $\quad [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \neq \varnothing$

c. *aucun* $\rightsquigarrow \lambda R\lambda P\neg\exists x[[R(x)] \wedge [P(x)]]$ $\quad [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$

d. *le* $\rightsquigarrow \lambda R\lambda P[P(\iota x[R(x)])]$ $\quad [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$

(si $[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$ contient exactement 1 élément)

Maintenant, notre langage LO typé étant ce qu'il est, rien ne nous empêche d'envisager par ailleurs des *constantes* de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$; elles dénoteront également des relations entre deux ensembles. Par exemple, posons la constante **Tous** de ce type ; c'est une sorte de « super-prédicat » qui prend en arguments deux expressions de type $\langle e, t\rangle$. Nous pouvons alors écrire $[[\mathbf{Tous}(R)](P)]$ avec R et P de type $\langle e, t\rangle$. Et si nous ajoutons une définition sémantique lexicale qui dit que pour tout monde possible et pour toute assignation, **Tous** dénote la fonction qui renvoie 1 ssi la dénotation (ensembliste) de son premier argument est incluse dans la dénotation de son second, alors il se trouve que **Tous** (ou $\lambda R\lambda P[[\mathbf{Tous}(R)](P)]$) est complètement équivalent à (89a) et constitue donc une traduction directe du déterminant *tous les*. Et c'est précisément en cela que réside le traitement des déterminants dans l'approche des quantificateurs généralisés : les analyser comme des constantes catégorématiques de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ en leur assignant une dénotation relationnelle appropriée.

Pour l'occasion, avec ce genre de traduction, nous n'appliquerons pas notre habituelle règle de suppression des crochets (cela produirait des écritures peu intuitives comme $\mathbf{Tous}(P, R)$), nous nous contenterons de simplifier en $\mathbf{Tous}(R)(P)$ ou $[\mathbf{Tous}(R)](P)$ ou éventuellement $[\mathbf{Tous}(R)(P)]$. Ainsi (90a) pourra se traduire par (90b) ou plus simplement, par η-réduction, par (90c), ce qui est, convenons-en, une écriture particulièrement transparente pour représenter les mêmes conditions de vérité que (90d).

(90) a. Tous les enfants dorment.
b. $\mathbf{Tous}(\lambda x\, \mathbf{enfant}(x))(\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))$
c. $\mathbf{Tous}(\mathbf{enfant})(\mathbf{dormir})$
d. $\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow \mathbf{dormir}(x)]$

Et bien entendu nous pouvons, de la même manière, poser les constantes **Un** et **Aucun** en leur associant les dénotations données en (91) sous forme de fonctions de $(\{0\ ;\ 1\}^{\{0;1\}^{\mathcal{A}}})^{\{0;1\}^{\mathcal{A}}}$ ou, de façon plus pratique et plus commune, en leur associant les définitions (92) :

(91) Quels que soient w et g :
a. $[\![\mathbf{Tous}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = f \mapsto (h \mapsto 1 \text{ ssi } \{x \in \mathcal{A} \mid f(x) = 1\} \subseteq \{x \in \mathcal{A} \mid h(x) = 1\})$
b. $[\![\mathbf{Un}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = f \mapsto (h \mapsto 1 \text{ ssi } \{x \in \mathcal{A} \mid f(x) = 1\} \cap \{x \in \mathcal{A} \mid h(x) = 1\} \neq \varnothing)$
c. $[\![\mathbf{Aucun}]\!]^{\mathcal{M},w,g} = f \mapsto (h \mapsto 1 \text{ ssi } \{x \in \mathcal{A} \mid f(x) = 1\} \cap \{x \in \mathcal{A} \mid h(x) = 1\} = \varnothing)$

(92) Quels que soient w et g :
a. $[\![\mathbf{Tous}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1 \text{ ssi } [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$
b. $[\![\mathbf{Un}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1 \text{ ssi } [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \neq \varnothing$
c. $[\![\mathbf{Aucun}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1 \text{ ssi } [\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} = \varnothing$

Si δ est une constante de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$, une formule de la forme $\delta(R)(P)$ est habituellement appelée une STRUCTURE TRIPARTITE – pour des raisons évidentes. Par analogie avec la langue naturelle, δ est appelé le DÉTERMINANT ; le premier argument R est appelé la RESTRICTION de la quantification et est fourni par le NP ; le second argument P est appelé la PORTÉE NUCLÉAIRE, ou simplement PORTÉE, et provient du prédicat verbal (VP). La combinaison du déterminant et de sa restriction, $[\delta(R)]$ de type $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$, est ce que l'on appelle un QUANTIFICATEUR (GÉNÉRALISÉ) ; cela correspond bien sûr la traduction d'un DP.

Cette façon de représenter les déterminants est loin d'être une simple variante élégante de notation. Car maintenant tout type de relation entre deux ensembles que nous pouvons définir dans le modèle pourra servir de dénotation à un déterminant. En particulier nous pouvons maintenant *compter* dans LO. Pour cela, il suffit d'utiliser dans le modèle la fonction mathématique de cardinal d'un ensemble, $|\cdot|$. Si A est un ensemble, $|A|$ désigne le nombre d'éléments que contient A. Les déterminants cardinaux comme *deux*, *trois*, *quatre*… seront ainsi définis de la manière suivante :

(93) a. $[\![\mathbf{Deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant \mathbf{2}$

b. $[\![\mathbf{Trois}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant \mathbf{3}$, etc.

(93a) dit que, par exemple, **Deux(enfant)(dormir)** est vrai ssi l'intersection de l'ensemble des enfants et de l'ensemble des dormeurs contient au moins[62] deux éléments ; **Deux** dénote donc la relation d'avoir (au moins) deux éléments en commun.

Examiner de cette façon les cardinalités nous permet de définir de nombreux déterminants, comme *plusieurs*, *au moins n*, *au plus n*, *moins de n*, *plus de n*, *exactement n*, où *n* est un nom de nombre comme *deux*, *trois*, *dix*, *cent*, etc.

(94) a. $[\![\mathbf{Plusieurs}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| > \mathbf{1}$[63]

b. $[\![\mathbf{Au\text{-}moins\text{-}deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant \mathbf{2}$

c. $[\![\mathbf{Au\text{-}plus\text{-}deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \leqslant \mathbf{2}$

d. $[\![\mathbf{Moins\text{-}de\text{-}deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| < \mathbf{2}$

e. $[\![\mathbf{Plus\text{-}de\text{-}deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| > \mathbf{2}$

f. $[\![\mathbf{Exactement\text{-}deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| = \mathbf{2}$

Nous disposons ainsi de déterminants *pluriels*. D'ailleurs nous pouvons également ajouter **Des** et **Quelques** qui auront ici la même définition que **Plusieurs**[64]. On remarquera au passage que les définitions (94b-f) peuvent être un peu décevantes dans la mesure où elles ne sont pas pleinement compositionnelles. En effet, on pourrait souhaiter qu'un déterminant comme, par exemple, *moins de deux* s'analyse en deux parties, *moins de* et *deux*, et ainsi que la définition de son sens dépende de celle de *deux*, autrement dit de **Deux**. Mais techniquement, cela n'est pas possible dans ce système, notamment parce que la définition (93a) de **Deux** contient « un peu trop » d'informations que nous ne pouvons pas séparer : une condition sur la cardinalité (2) mais aussi une condition

[62] Voir §1.3.2 p. 33 sur la sémantique en *au moins* des cardinaux qui explique l'utilisation de $\geqslant$ et non $=$.

[63] Bien entendu, ici il ne faudra pas confondre, dans le métalangage, la valeur de vérité 1 et le nombre **1** utilisé pour évaluer le cardinal de l'ensemble.

[64] Cela ne veut bien sûr pas dire qu'en français *des*, *quelques* et *plusieurs* sont strictement synonymes ; simplement ils sont équivalents en termes de conditions de vérités. De la même manière, *deux* et *au moins deux* (ainsi que *plus d'un*, si on compte des objets entiers) sont également équivalents dans LO, même s'ils se distinguent par diverses propriétés pragmatiques.

d'existence. Cependant nous verrons (chapitre 10, vol. 2) qu'il est néanmoins possible de rétablir de la compositionnalité pour ces déterminants en enrichissant l'ontologie de notre système.

Au chapitre 3, §3.3.1.1, nous avions fait l'hypothèse que *la plupart* signifiait *plus de la moitié*. Nous pouvons maintenant implanter cette hypothèse dans LO avec :

(95) $[\![\textbf{Plupart}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| > |[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} - [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$

Dans cette définition, $-$ représente l'opération de différence ensembliste : $A - B$ contient tous les éléments qui sont dans A *sauf* ceux qui sont aussi dans B. Ainsi **Plupart(enfant)(dormir)** est vrai ssi l'ensemble des individus qui sont des enfants et qui dorment contient plus d'éléments que l'ensemble de ceux qui sont des enfants qui ne dorment pas. Notons que (95) pouvait aussi être formulée de manière équivalente en : $[\![\textbf{Plupart}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| > \frac{1}{2}|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$. Cela montre également que nous pouvons facilement intégrer les déterminants qui expriment des fractions comme *la moitié de*, *un tiers de*, *trois quarts de*, etc. :

(96) a. $[\![\textbf{Moitié}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant \frac{1}{2}|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$

b. $[\![\textbf{Trois-quarts}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant \frac{3}{4}|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$, etc.

Les déterminants définis *le* et *les* (ainsi que les composés comme *les deux*, *les trois*, etc.) peuvent également être traités en utilisant la cardinalité, mais ici il est nécessaire de prendre une précaution. En effet si nous posions simplement $[\![\textbf{Le}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| = \mathbf{1}$ et $[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$, nous n'obtiendrions pas le même comportement sémantique que ce que nous avons avec ι. Par exemple dans un monde où il n'y a pas de roi, alors **Le(roi)(chauve)** serait faux alors que **chauve**(ιx **roi**(x)) n'est pas défini. Pour intégrer la présupposition, il convient d'enchâsser les conditions de la définition des déterminants définis de la manière suivante[65] :

(97) a. $[\![\textbf{Le}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est défini ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| = \mathbf{1}$, et dans ce cas :
$[\![\textbf{Le}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$

b. $[\![\textbf{Les}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est défini ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| > \mathbf{1}$, et dans ce cas :
$[\![\textbf{Les}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$

c. $[\![\textbf{Les-deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ est défini ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| = \mathbf{2}$, et dans ce cas :
$[\![\textbf{Les-deux}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \subseteq [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$, etc.

Il y a cependant des déterminants de la langue qui ne se laissent pas aussi facilement capter par le mécanisme des quantificateurs généralisés. C'est le cas notamment de *beaucoup de* et *peu de*. Certains auteurs les excluent purement et simplement du système sur l'argument que l'information quantitative exprimée par ces déterminants n'est pas

[65] Nous reviendrons au chapitre 10 (vol. 2) sur les propriétés interprétatives du défini pluriel *les* qui ne sont pas entièrement restituées par cette définition.

d'ordre véríconditionnel, mais relève d'un jugement de valeur personnel[66]. D'autres auteurs leur reconnaissent une très forte et complexe dépendance contextuelle. En effet lorsque l'on juge qu'une certaine collection d'individus « est beaucoup », c'est généralement par rapport à une certaine quantité qui n'est pas explicitée dans la phrase qui exprime ce jugement. Cette quantité serait à retrouver dans le contexte par raisonnement pragmatique ou par spéculation sur l'opinion du locuteur. Pour rendre compte de cette idée, Westerståhl (1985) propose plusieurs analyses dont voici deux exemples particulièrement pertinents (en les simplifiant un peu) :

(98) a. $[\![\mathbf{Beaucoup}_1^n(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant n$

b. $[\![\mathbf{Beaucoup}_2^k(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g}| \geqslant k|[\![R]\!]_{\mathrm{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$

Dans ces définitions n est un nombre positif quelconque (mais généralement assez élevé) et k est un ratio, c'est-à-dire un nombre décimal compris entre 0 et 1 (autrement dit un pourcentage). Il faut tout de suite noter qu'en toute rigueur, ces deux définitions n'entrent pas dans notre système LO : n et k sont des valeurs fournies par le contexte, ce sont des paramètres nécessaires à l'interprétation des deux déterminants et dans les écritures $\mathbf{Beaucoup}_1^n$ et $\mathbf{Beaucoup}_2^k$ ce sont donc des variables, mais des variables de *nombres*. Or pour l'instant, dans LO nous ne disposons pas de telles variables[67].

Cependant (98) est intéressant en ce qu'il propose deux interprétations possibles (et donc une ambiguïté) pour *beaucoup*. $\mathbf{Beaucoup_1}$ donnerait en quelque sorte un interprétation *cardinale* de *beaucoup*. $\mathbf{Beaucoup}_1^n\mathbf{(enfant)(dormir)}$ est vrai si le nombre d'enfants qui dorment atteint ou dépasse un seuil n jugé comme particulièrement élevé par le locuteur. Le locuteur fixe ce seuil en fonction de nombreuses informations présentes dans le contexte, comme par exemple le nombre total de personnes dans la situation, le nombre d'enfants censés dormir, l'heure de la journée, les diverses attentes des interlocuteurs, etc., bref, tout un tas de critères qui peuvent être utilisés comme des normes propres à s'appliquer aux présentes circonstances. Mais compositionnellement n est simplement traité comme un pronom dont l'antécédent est à retrouver dans le contexte. Il en va de même pour le k de $\mathbf{Beaucoup_2}$ qui propose cette fois une interprétation *proportionnelle* de *beaucoup*. $\mathbf{Beaucoup}_2^k\mathbf{(enfant)(dormir)}$ est vrai si le nombre d'enfants qui dorment atteint ou dépasse un certain pourcentage du nombre total d'enfants. Autrement dit le nombre d'enfants qui dorment est comparé au nombre d'enfants qui ne dorment pas, comme avec **Plupart**. On pourrait supposer que normalement k aura une valeur supérieure ou égale à $0,5$ (i.e. au moins la moitié), mais en réalité cela n'est pas du tout nécessaire : comme pour n, la valeur appropriée de k dépendra de diverses informations contextuelles et extralinguistiques. Par exemple si nous nous intéressons aux élèves d'une classe donnée, la formule $\mathbf{Beaucoup}_2^k\mathbf{(élève)(gaucher)}$ pourra être pertinente pour k valant $0,2$ ou $0,15$, sachant que la proportion moyenne de gauchers de la population est d'environ 10%. Ces paramètres contextuels n et k rendent compte du caractère dit RELATIF de la sémantique de *beaucoup de* et *peu de* (ce dernier s'interprétant comme

[66] Voir par exemple Keenan & Stavi (1986 : pp. 256–258).

[67] Cela n'a rien de bloquant, nous pouvons assez facilement ajouter des expressions de nombres dans LO. Et c'est que nous ferons rigoureusement dans le chapitre 11 (vol. 2).

la négation du précédent), même s'il faut reconnaître qu'ils ne suffisent pas à rendre compte de son caractère vague (cf. §1.2.4), qui est une dimension du sens notablement plus complexe à formaliser.

Une autre catégorie de déterminants souvent laissée de côté dans l'étude des quantificateurs généralisés, pour des raisons similaires de forte dépendance contextuelle, est celle des démonstratifs *ce*/*cette*/*ces*. Nous reviendrons sur leur cas au chapitre 8 (vol. 2).

Terminons cette présentation avec quelques exemples qui montrent comment les quantificateurs généralisés cohabitent avec le λ-calcul dans LO. D'abord signalons que nous continuerons à utiliser $\forall$, $\exists$ et ι car nous en avons pris l'habitude et ces symboles permettent des écritures analytiques très standards. Nous réserverons les constantes de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ pour les déterminants qui ne peuvent pas se traduire autrement, comme par exemple *la plupart*. Compositionnellement, comme déjà mentionné, elles seront traitées dans l'analyse d'un DP de la même manière que celle présentée en §6.3.2 avec la règle (59) (p. 363) ; il y aura juste moins de β-réductions à effectuer, mais certaines simplifications sont possibles par η-réduction ($\lambda x\, \mathbf{enfant}(x)$ équivaut à $\mathbf{enfant}$). Voici par exemple le détail de la composition de (99a) qui comporte un VP complexe :

(99) a. La plupart des enfants connaissent Charles.

b. $[_{\text{DP}}\ [_{\text{D}}$ La plupart des$]\ [_{\text{NP}}$ enfants$]]$

$\rightsquigarrow [\lambda R \lambda P\, \mathbf{Plupart}(R)(P)(\lambda x\, \mathbf{enfants}(x))]$ — règle (55)

$= \lambda P\, \mathbf{Plupart}(\lambda x\, \mathbf{enfants}(x))(P)$ — β-réduction sur R

$= \lambda P\, \mathbf{Plupart}(\mathbf{enfants})(P)$ — η-réduction

c. $[_{\text{VP}}$ connaissent Charles$]$

$\rightsquigarrow \lambda x\, \mathbf{connaître}(x, \mathbf{c})$

d. $[_{\text{TP}}\ [_{\text{DP}}$ La plupart des enfants$]\ [_{\text{VP}}$ connaissent Charles$]]$

$\rightsquigarrow [\lambda P\, \mathbf{Plupart}(\mathbf{enfants})(P)(\lambda x\, \mathbf{connaître}(x, \mathbf{c}))]$ — règle (55)

$= \mathbf{Plupart}(\mathbf{enfant})(\lambda x\, \mathbf{connaître}(x, \mathbf{c}))$ — β-réduction sur P

Remarquons que comme $\mathbf{connaître}(x, \mathbf{c})$ provient de $[[\mathbf{connaître}(\mathbf{c})](x)]$, alors par η-réduction $\lambda x[[\mathbf{connaître}(\mathbf{c})](x)]$ peut se simplifier en $\mathbf{connaître}(\mathbf{c})$ et (99b) en $\mathbf{Plupart}(\mathbf{enfant})(\mathbf{connaître}(\mathbf{c}))$. En revanche, si le quantificateur est complément d'objet, cette simplification ne sera pas disponible :

(100) a. Charles connaît la plupart des enfants.

b. $\mathbf{Plupart}(\mathbf{enfant})(\lambda y\, \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, y))$

La restriction peut aussi être un λ-terme complexe, notamment dans le cas de quantificateurs qui enchâssent une relative restrictive :

(101) a. La plupart des enfants qui sont couchés dorment.

b. $\mathbf{Plupart}(\lambda x[\mathbf{enfant}(x) \wedge \mathbf{couché}(x)])(\mathbf{dormir})$

Et bien sûr nous pouvons rendre compte des ambiguïtés de portée en appliquant (ou non) la montée des quantificateurs, de façon similaire à ce que nous avons vu en §6.4.2. Cela donne :

(102) La plupart des élèves ont chanté trois chansons.

a. $\mathbf{Plupart}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x[\mathbf{Trois}(\mathbf{chanson})(\lambda y\,\mathbf{chanter}(x,y))])$

b. $\mathbf{Trois}(\mathbf{chanson})(\lambda y[\mathbf{Plupart}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x\,\mathbf{chanter}(x,y))])$

Dans (102a), qui présente l'interprétation linéaire, $\lambda y\,\mathbf{chanter}(x,y)$ dénote l'ensemble des choses chantées par x ; la formule $[\mathbf{Trois}(\mathbf{chanson})(\lambda y\,\mathbf{chanter}(x,y))]$ est vraie ssi l'intersection de l'ensemble des chansons et de l'ensemble de ce qui a été chanté par x contient au moins trois éléments, i.e. x a chanté trois chansons ; $\lambda x[\mathbf{Trois}(\mathbf{chanson})(\lambda y\,\mathbf{chanter}(x,y))]$ dénote l'ensemble de tous ceux qui ont chanté (au moins) trois chansons ; et donc (102a) est vraie ssi il y a plus d'élèves qui ont chanté trois chansons que d'élèves qui ont chanté moins de trois chansons (ou aucune).

Dans (102b), qui présente la lecture avec portées inversées, $\lambda x\,\mathbf{chanter}(x,y)$ dénote l'ensemble de tous ceux qui ont chanté y (qui est fort probablement une chanson) ; $[\mathbf{Plupart}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x\,\mathbf{chanter}(x,y))]$ est vraie ssi il y a plus d'élèves qui ont chanté y que d'élève qui ne l'ont pas chantée ; $\lambda y[\mathbf{Plupart}(\mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve})(\lambda x\,\mathbf{chanter}(x,y))]$ dénote l'ensemble de toutes les choses qui ont été chantées par la plupart des élèves ; et (102) dit que l'intersection de cet ensemble avec l'ensemble des chansons contient au moins trois éléments, autrement dit : il y a trois chansons que la plupart des élèves ont chantées.

Exercice 6.9

Traduisez dans LO les phrases suivantes :

1. Il y a quatre 2CV vertes dans le parking.
2. Moins de la moitié des candidats ont répondu à toutes les questions.
3. Trois stagiaires apprendront deux langues étrangères.

Explicitez les conditions de vérités des formules obtenues pour 3.

6.5.2 Propriétés des déterminants

Les travaux sur les quantificateurs généralisés se sont beaucoup attachés à étudier les propriétés sémantiques des déterminants au sein des structures tripartites. En effet les relations ensemblistes dénotées par les déterminants ont diverses propriétés mathématiques qui donnent lieu à des caractérisations et des classifications sémantiquement pertinentes. Nous n'allons pas ici en faire un inventaire exhaustif[68], mais seulement présenter quelques unes de celles les plus souvent impliquées dans les analyses sémantiques.

Une des principales propriétés caractéristiques des déterminants est la CONSERVATIVITÉ. Pour la définir, introduisons d'abord un raccourci de notation dans LO qui simplifiera les écritures : si α et β sont de type $\langle e,t\rangle$, alors $\alpha \Cap \beta$ est de type $\langle e,t\rangle$ et est sémantiquement équivalent à $\lambda x[\alpha(x) \wedge \beta(x)]$. On reconnaît bien sûr l'opération d'intersection entre ensembles : $[\![\alpha \Cap \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}_{\mathfrak{e}} = [\![\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}_{\mathfrak{e}} \cap [\![\beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}_{\mathfrak{e}}$.

[68] Voir Barwise & Cooper (1981), Keenan & Stavi (1986), Westerståhl (1989), Partee, ter Meulen & Wall (1990 : chap. 14), entre autres, pour des études approfondies.

Définition 6.2 : Conservativité

Un déterminant δ est CONSERVATIF ssi pour tout w et g :
$[\![\delta(\alpha)(\beta)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\delta(\alpha)(\alpha \cap \beta)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

Pour évaluer une structure tripartite $\delta(\alpha)(\beta)$, on doit consulter les éléments qui sont dans la restriction α et ceux qui sont dans la portée β. Ce que dit la définition 6.2, c'est que si δ est conservatif, alors quand on consulte $[\![\beta]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$, on a en fait seulement besoin de prendre en compte les éléments qui sont déjà aussi dans la restriction $[\![\alpha]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$. Autrement dit, on ne regarde jamais le contenu de $[\![\beta]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} - [\![\alpha]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}$. C'est une propriété très naturelle. En effet lorsque l'on interprète par exemple *quelques enfants dorment*, parmi l'ensemble de tous les individus qui dorment, seuls comptent ceux qui sont des enfants, les autres dormeurs ne sont pas pertinents[69]. Et il a été observé empiriquement que la conservativité est une propriété universelle et inhérente des déterminants des langues naturelles : tout déterminant est conservatif.

Pour tester cette hypothèse, la définition 6.2 nous offre un test linguistique assez simple qui consiste à comparer une phrase qui se traduit par $\delta(\alpha)(\beta)$ avec une périphrase qui correspond à $\delta(\alpha)(\alpha \cap \beta)$, comme ce qu'illustre (103) où *D* est un déterminant singulier ou pluriel :

(103) a. *D enfant dort* est équivalent à *D enfant est un enfant qui dort*
b. *D enfants dorment* est équivalent à *D enfants sont des enfants qui dorment*

Les périphrases sont stylistiquement un peu lourdes, mais le test ne concerne que l'équivalence en termes de conditions de vérité. C'est que l'on observe en (104) où les phrases (i) et (ii) de chaque paire sont logiquement équivalentes.

(104) a. (i) Un enfant dort.
(ii) Un enfant est un enfant qui dort.
b. (i) La plupart des enfants dorment.
(ii) La plupart des enfants sont des enfants qui dorment.
c. (i) Moins de cinq enfants dorment.
(ii) Moins de cinq enfants sont des enfants qui dorment.

Si l'on trouve une expression de la langue qui peut se traduire par une relation ensembliste qui n'est pas conservative, alors, en vertu de l'hypothèse d'universalité de la conservativité pour les déterminants, on devra en conclure que cette expression n'est pas sémantiquement (et syntaxiquement) un déterminant. L'exemple typique de cela est le cas de *seul* (et *only* en anglais) placé devant un groupe nominal, comme dans *seuls les enfants dorment.* Nous nous doutons bien que ni *seul* ni *seul les* ne sont des déterminants,

[69] Barwise & Cooper (1981) décrivent d'ailleurs cette propriété en disant que le quantificateur $\delta(\alpha)$ « vit de » ou « se nourrit de » α (ang. *lives on* α).

car ils n'en ont pas exactement les propriétés grammaticales, mais après tout, à l'instar de ce que nous faisons pour *tous les*, nous pourrions proposer une constante **Seuls-les** de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$ telle que $[\![\mathbf{Seuls\text{-}les}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $[\![P]\!]^{\mathcal{M},w,g}_{\mathfrak{e}} \subseteq [\![R]\!]^{\mathcal{M},w,g}_{\mathfrak{e}}$. Cela nous donnera les bonnes conditions de vérité puisque **Seul-les(enfant)(dormir)** sera vrai ssi l'ensemble des dormeurs est inclus dans l'ensemble des enfants. Cependant il sera préférable de ne pas retenir cette stratégie et de s'orienter plutôt vers une analyse plus compositionnelle (i.e. où *seul* reçoit une interprétation propre indépendamment du déterminant), car **Seul-les** n'est pas conservatif et par conséquent *seul les* ne fait pas partie de la catégorie des déterminants. On s'en rend compte en français avec (105) : (105b) peut être vrai s'il y a aussi des adultes qui dorment (car ceux-ci ne sont pas des enfants qui dorment).

(105) a. Seuls les enfants dorment.
b. Seuls les enfants sont des enfants qui dorment.

Une autre propriété intéressante et simple à caractériser est la SYMÉTRIE.

Définition 6.3 : Symétrie
Un déterminant δ est SYMÉTRIQUE ssi pour tout w et g :
$[\![\delta(\alpha)(\beta)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\delta(\beta)(\alpha)]\!]^{\mathcal{M},w,g}$.

Autrement dit, si δ est symétrique, nous pouvons permuter la portée et la restriction dans une structure tripartite, nous aurons toujours les mêmes conditions de vérité. Et cela nous donne un test simple pour vérifier la symétrie d'un déterminant D de la langue : il suffit d'invertir les contenus du NP sujet et du VP et de s'assurer que les deux phrases sont logiquement équivalentes[70], comme par exemple :

(106) a. *D linguiste est alcoolique* est équivalent à *D alcoolique est linguiste*
b. *D linguistes sont alcooliques* est équivalent à *D alcooliques sont linguistes*

Nous constatons assez rapidement qu'il y a des déterminants qui ne sont pas symétriques : dans (107), les phrases (i) et (ii) de chaque paire ne sont pas équivalentes. Mais de surcroît il se trouve qu'empiriquement on observe que seuls les indéfinis sont symétriques, (108).

(107) a. (i) Tous les linguistes sont alcooliques.
(ii) Tous les alcooliques sont linguistes.
b. (i) La plupart des linguistes sont alcooliques.
(ii) La plupart des alcooliques sont linguistes.
c. (i) Le linguiste est alcoolique.
(ii) L'alcoolique est linguiste.

[70] Nous serons bien conscients que les deux phrases ne sont pas équivalentes sur le plan pragmatique ou communicationnel ; là encore, nous ne regardons que l'équivalence logique.

(108) a. (i) Un linguiste est alcoolique.
(ii) Un alcoolique est linguiste.
b. (i) Plusieurs linguistes sont alcooliques.
(ii) Plusieurs alcooliques sont linguistes.
c. (i) Au moins trois linguistes sont alcooliques.
(ii) Au moins trois alcooliques sont linguistes.
d. (i) Aucun linguiste n'est alcoolique.
(ii) Aucun alcoolique n'est linguiste.

Au passage nous pouvons remarquer que la symétrie nous donne un argument supplémentaire pour ranger *aucun* parmi les indéfinis.

Au chapitre précédent, §5.3.3.4, nous avons abordé la notion de monotonie (dé)croissante. Il est intéressant de la reprendre ici car les déterminants illustrent ce phénomène avec une assez grande variété. Comme les déterminants dénotent des fonctions à deux arguments, il y a deux positions où observer la monotonie : dans la restriction et dans la portée. Pour ce qui est de la restriction, on parle généralement de monotonie à gauche, et pour la portée, de monotonie à droite[71]. En reprenant la définition 5.19 p. 311, nous pouvons alors caractériser quatre cas de figure :

Définition 6.4 : Monotonie des déterminants

Soit $\delta \in \mathbb{ME}_{\langle\langle e,t\rangle,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$, et soit α, β et $\gamma \in \mathbb{ME}_{\langle e,t\rangle}$ tels que $\alpha \models \beta$.

1. δ est MONOTONE CROISSANT À GAUCHE ssi $\delta(\alpha)(\gamma) \models \delta(\beta)(\gamma)$.
2. δ est MONOTONE DÉCROISSANT À GAUCHE ssi $\delta(\beta)(\gamma) \models \delta(\alpha)(\gamma)$.
3. δ est MONOTONE CROISSANT À DROITE ssi $\delta(\gamma)(\alpha) \models \delta(\gamma)(\beta)$.
4. δ est MONOTONE DÉCROISSANT À DROITE ssi $\delta(\gamma)(\beta) \models \delta(\gamma)(\alpha)$.

De là, en reprenant les définitions sémantiques posées en §6.5.1, il est possible de démontrer logiquement que tel déterminant possède (ou non) telle et telle propriétés de monotonie. Nous n'allons pas ici entrer dans les détails de ces démonstrations, mais simplement observer quelques exemples à partir de tests appliqués à des expressions de la langue.

Pour la monotonie à gauche, partons par exemple de la conséquence **lion** $\models$ **animal**. Nous voyons que les déterminants indéfinis *un*, *plusieurs*, *au moins deux* sont monotones croissants à gauche (109a-c), alors que les autres déterminants de (109) ne le sont pas.

(109) a. Un lion s'est échappé $\models$ Un animal s'est échappé
b. Plusieurs lions se sont échappés $\models$ Plusieurs animaux se sont échappés
c. Au moins deux lions se sont échappés $\models$ Au moins deux animaux se sont échappés

[71] Dans Barwise & Cooper (1981), la monotonie croissante à gauche est appelée *persistance* et la monotonie décroissante à gauche *anti-persistance*.

d. Tous les lions se sont échappés $\not\models$ Tous les animaux se sont échappés
e. Les lions se sont échappés $\not\models$ Les animaux se sont échappés
f. Aucun lion ne s'est échappé $\not\models$ Aucun animal ne s'est échappé
g. Moins de trois lions se sont échappés $\not\models$ Moins de trois animaux se sont échappés
h. Exactement dix lions se sont échappés $\not\models$ Exactement dix animaux se sont échappés
i. La plupart des lions se sont échappés $\not\models$ La plupart des animaux se sont échappés

Parmi les déterminants non monotones croissants à gauche, *tous les*, *les*, *aucun*, *moins de n* sont monotones décroissants (110a-d). Et nous remarquons que *la plupart* et *exactement n* ne sont ni l'un ni l'autre, i.e. ils ne sont pas monotones à gauche.

(110) a. Tous les animaux se sont échappés $\models$ Tous les lions se sont échappés
b. Les animaux se sont échappés $\models$ Les lions se sont échappés
c. Aucun animal ne s'est échappé $\models$ Aucun lion ne s'est échappé
d. Moins de trois animaux se sont échappés $\models$ Moins de trois lions se sont échappés
e. Exactement dix animaux se sont échappés $\not\models$ Exactement dix lions se sont échappés
f. La plupart des animaux se sont échappés $\not\models$ La plupart des lions se sont échappés

Pour examiner la monotonie à droite, prenons la conséquence initiale *boire du whisky* $\models$ *boire de l'alcool*[72]. Cette fois, les déterminants monotones croissants à droite sont plus nombreux : *un*, *plusieurs*, *au moins n*, *tous les*, *les*, *la plupart*, (111a-e,i).

(111) a. Un invité a bu du whisky $\models$ Un invité a bu de l'alcool
b. Plusieurs invités ont bu du whisky $\models$ Plusieurs invités ont bu de l'alcool
c. Au moins deux invités ont bu du whisky $\models$ Au moins deux invités ont bu de l'alcool
d. Tous les invités ont bu du whisky $\models$ Tous les invités ont bu de l'alcool
e. Les invités ont bu du whisky $\models$ Les invités ont bu de l'alcool
f. Aucun invité n'a bu du whisky $\not\models$ Aucun invité n'a bu de l'alcool
g. Moins de trois invités ont bu du whisky $\not\models$ Moins de trois invités ont bu de l'alcool
h. Exactement dix invités ont bu du whisky $\not\models$ Exactement dix invités ont bu de l'alcool
i. La plupart des invités ont bu du whisky $\models$ La plupart des invités ont bu de l'alcool

[72] Car nous savons que **whisky** $\models$ **alcool** et donc que $\lambda x \exists y[\mathbf{whisky}(y) \wedge \mathbf{boire}(x, y)] \models \lambda x \exists y[\mathbf{alcool}(y) \wedge \mathbf{boire}(x, y)]$.

Quant à *aucun* et *moins de n*, ils sont monotones décroissants à droite. Et finalement *exactement n* n'est monotone d'aucun côté.

(112) a. Aucun invité n'a bu de l'alcool $\models$ Aucun invité n'a bu du whisky
b. Moins de trois invités ont bu de l'alcool $\models$ Moins de trois invités ont bu du whisky
c. Exactement dix invités ont bu de l'alcool $\not\models$ Exactement dix invités ont bu du whisky

6.6 Flexibilité et changements de types

Depuis le début de ce chapitre, nous partons du principe que les types sémantiques sont directement corrélés aux catégories syntaxiques des expressions qu'ils étiquettent ainsi qu'à leurs propriétés distributionnelles. C'est assez normal puisque les types servent à réglementer la composition sémantique qui, elle-même, est guidée par la structure syntaxique. Cela a pour implication, au moins par défaut, que les types et les traductions sémantiques des expressions de base sont fixés dès le départ dans le lexique et qu'a priori toutes les expressions d'une catégorie morpho-syntaxique donnée se verront assigner le même type. Dans les pages précédentes, cependant, la possibilité d'associer à la catégorie DP le type e ou le type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ a été évoquée plusieurs fois, et c'est cette question de la flexibilité des types que nous allons aborder dans cette section. La flexibilité des types repose sur l'idée que certaines expressions peuvent recevoir différentes traductions formelles sans que cela donne lieu à de véritables ambiguïtés lexicales. Nous allons prendre ici le temps nécessaire d'en exposer précisément les tenants et les aboutissants, en présentant les thèses et les analyses des travaux fondateurs de Partee & Rooth (1983) et Partee (1987), car il s'agit d'une dimension fondamentale et indispensable du processus d'analyse à l'interface syntaxe-sémantique et elle doit être mise en œuvre avec rigueur et méthode. Cela va également être l'occasion d'examiner comment notre système peut intégrer l'analyse de constructions que nous n'avons pas encore abordées comme la coordination et les verbes transitifs intensionnels. C'est ce par quoi nous allons commencer.

6.6.1 Coordination et connecteurs généralisés

Les connecteurs $\wedge$ et $\vee$ sont vérifonctionnels, et si nous traduisons les conjonctions de coordinations *et* et *ou* respectivement par $\lambda\psi\lambda\varphi[\varphi \wedge \psi]$ et $\lambda\psi\lambda\varphi[\varphi \vee \psi]$ de type $\langle t, \langle t, t\rangle\rangle$, nous obtenons des traductions qui ne peuvent coordonner que des expressions de type t, typiquement des phrases. Et nous savons bien que *et* et *ou* peuvent coordonner de nombreuses autres catégories syntaxiques : DP, NP, VP, V, AP, PP, CP, etc. Pour ces catégories les deux traductions précédentes ne sont pas utilisables[73], mais le λ-calcul nous permet néanmoins de composer leur coordination. Regardons quelques exemples.

[73] Sauf éventuellement pour certains VP par l'hypothèse de montée du sujet, §6.4.4.

Pour ce faire, nous allons d'abord poser une hypothèse très simple et très rudimentaire sur la syntaxe de la coordination en français. Nous allons considérer que la coordination de deux constituants de catégorie X donne lieu à une structure syntaxique plate, c'est-à-dire à trois branches (ou plus) comme illustré en (113)[74]. À l'interface syntaxe-sémantique une conjonction Coord dénotera donc une fonction à deux arguments fournis en même temps.

(113)

X	$\longrightarrow$	X	Coord	X
$[[\gamma(\beta)](\alpha)]$	$\longleftarrow$	α	γ	β

Par exemple pour une coordination d'adjectifs prédicatifs comme en (114a), le V′ s'analysera comme en (114b) :

(114) a. La serviette est propre et sèche.

b.
V′
V — est
AP $\lambda x[\mathbf{propre}(x) \wedge \mathbf{sec}(x)]$
AP — propre — $\lambda x\ \mathbf{propre}(x)$
Coord — et
AP — sèche — $\lambda x\ \mathbf{sec}(x)$

Les AP sont de type $\langle e, t\rangle$, le coordonnant *et* sera donc de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$ et se traduira par un λ-terme qui produit un prédicat complexe en faisant la conjonction des deux prédicats donnés. C'est une opération que nous avons déjà rencontrée (cf. **inter** p. 352) :

(115) $et \rightsquigarrow \lambda Q\lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$

Si nous voulons coordonner deux DP (116), nous procéderons de manière similaire. Le sujet de (116) se traduira par $\lambda P[[P(\mathbf{g})] \wedge \mathbf{Treize}(\mathbf{nain})(P)]$ de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ (c'est un quantificateur généralisé qui dénote l'ensemble de toutes les propriétés satisfaites conjointement par Gandalf et treize nains).

(116) Gandalf et treize nains se sont invités chez Bilbo.

Les deux DP coordonnés se traduisent respectivement par $\lambda P[P(\mathbf{g})]$ et $\lambda P[\mathbf{Treize}(\mathbf{nain})(P)]$, et le coordonnant *et* se traduit comme en (117), recevant le type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle\rangle$, où X et Y sont des variables de $\mathcal{V}ar_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$:

(117) $et \rightsquigarrow \lambda Y\lambda X\lambda P[[X(P)] \wedge [Y(P)]]$

[74] Cette hypothèse est uniquement motivée par des raisons de commodité et de simplicité d'écriture pour la présente exposition. Les analyses sémantiques utilisées ici sont passablement compatibles avec une version binaire et plus hiérarchisée comme, par exemple, $[_{X}$ X $[_{CoordP}$ Coord X]].

Remarquons en passant que cet exemple illustre l'une des motivations de la proposition de Montague de traiter uniformément tous les DP comme des quantificateurs généralisés. Il est normal et logique que la coordination s'effectue entre expressions de même type, et si le nom propre *Gandalf* avait été traduit simplement par $\mathbf{g}$ de type e, il n'aurait pas été possible de le coordonner avec le quantificateur *treize nains*. La traduction (117) résout ce problème dès lors que les noms propres (et tout autre DP référentiel) reçoivent le type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$.

Mais il y a une autre observation plus déterminante à faire ici : nous constatons que les conjonctions *et* et *ou* recevront une traduction différente pour chaque type de constituants qu'elles peuvent coordonner. Nous pouvons d'ailleurs facilement anticiper que pour coordonner des V transitifs ou des subordonnées complétives, les traductions seront encore différentes. Concrètement cela veut dire que notre lexique sémantique devra prévoir une ambiguïté, et plus précisément une homonymie très multiple, pour ces deux conjonctions. En pratique, comme le montrent les exemples précédents, ce n'est pas une situation insurmontable, mais d'un point de vue théorique et descriptif, c'est assez insatisfaisant. Nous avons la forte intuition que *et* (et *ou*) est toujours la même conjonction de coordination quelles que soient les catégories qu'elle coordonne, avec une contribution sémantique stable dérivée de $\wedge$ (respectivement $\vee$)[75]. Il serait donc plus naturel de les traiter sémantiquement de manière unifiée.

À cet effet, il existe une stratégie, introduite notamment par Gazdar (1980) puis reprise méthodiquement par Partee & Rooth (1983), qui consiste à ajouter dans LO de nouveaux symboles syncatégorématiques en *supplément* des connecteurs vérifonctionnels. Ce sont ce que l'on appelle des CONNECTEURS GÉNÉRALISÉS. Nous utiliserons ici les symboles $\Cap$[76], $\Cup$, $\sim$ pour, respectivement, la conjonction, la disjonction et la négation[77] généralisées. Leur définition, donnée ci-dessous, reprend le principe de la conséquence généralisée que nous avons vue en §5.3.3.4, et réutilise donc l'ensemble des types booléens $\mathbf{T}_{\text{B}}$ défini p. 310. Rappelons que les types booléens sont ces types qui finissent toujours par « aboutir à t ».

Définition 6.5 : Connecteurs généralisés

(Syn) Si $b \in \mathbf{T}_{\text{B}}$ et si α et $\beta \in \mathrm{ME}_b$, alors $\sim\alpha$, $[\alpha \Cap \beta]$ et $[\alpha \Cup \beta] \in \mathrm{ME}_b$.

(Sem) Soit $\alpha, \beta \in \mathrm{ME}_b$, pour tout $\mathcal{M}$, w et g :

1. si $b = \mathrm{t}$:
   a. $[\![\sim\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\neg\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

[75] En fait, il y a quelques exceptions pour *et*, ce sont ses emplois dits collectifs comme dans *Shaun et Sean se sont battus/rencontrés/ont déplacé un piano*... Nous y reviendrons au chapitre 10 (vol. 2).

[76] Oui c'est le même symbole qu'en 6.5.2 *supra*, et ce n'est pas un hasard. J'ajoute que les symboles introduits ici sont propres à cet ouvrage ; il existe diverses variantes de notations des connecteurs généralisés dans la littérature, toutes graphiquement assez proches.

[77] La négation généralisée peut s'avérer utile pour traiter des négations qui ne portent pas directement sur des formules, cf. par exemple avec les adjectifs *non-violent*, *pas cher* ou les noms comme *non-événement*... Notons que nous pourrions très bien introduire de la même façon une implication matérielle généralisée ; quant à l'équivalence matérielle généralisée, nous l'avons déjà, c'est $=$ (cf. §5.3.3 p. 304).

b. $[\![\alpha \Cap \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha \wedge \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}$
c. $[\![\alpha \Cup \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\alpha \vee \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

2. sinon, i.e. si $b = \langle a, c\rangle$, et si $x \in \mathcal{V}ar_a$ (et n'est pas libre dans α et β) :
   a. $[\![\sim\alpha]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\lambda x{\sim}[\alpha(x)]]\!]^{\mathcal{M},w,g}$
   b. $[\![\alpha \Cap \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\lambda x[[\alpha(x)] \Cap [\beta(x)]]]\!]^{\mathcal{M},w,g}$
   c. $[\![\alpha \Cup \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![\lambda x[[\alpha(x)] \Cup [\beta(x)]]]\!]^{\mathcal{M},w,g}$

Comme avec la conséquence généralisée, l'idée est de saturer progressivement les arguments de α et β au moyen d'une variable de type approprié (variable qui est « reabstraite » globalement avec les λx) jusqu'à arriver au type t pour y appliquer nos connecteurs vérifonctionnels habituels[78]. Ainsi, à présent, *et* et *ou* se traduiront toujours par $\Cap$ et $\Cup$ respectivement, quelque soit le type des constituants coordonnés, du moment que les deux aient le même type (et qu'il soit un type booléen). On dit que ces opérateurs sont POLYMORPHIQUES, c'est-à-dire qu'ils peuvent se combiner avec des expressions de divers types tout en gardant une même sémantique générale. Reprenons nos exemples précédents, leurs nouvelles traductions seront (en faisant quelques η-réductions) :

(118) a. *propre et sèche* $\rightsquigarrow$ $[\textbf{propre} \Cap \textbf{sec}]$
b. *Gandalf et treize nains* $\rightsquigarrow$ $[\lambda P[P(\textbf{g})] \Cap \lambda P[\textbf{Treize}(\textbf{nain})(P)]]$

En appliquant les définitions (ou plus exactement les substitutions) de la définition 6.5, nous pouvons voir que ces traductions sont équivalentes à celles proposées précédemment. Ainsi $[\textbf{propre} \Cap \textbf{sec}]$ équivaut à $\lambda x[\textbf{propre}(x) \Cap \textbf{sec}(x)]$ et, comme $\textbf{propre}(x)$ et $\textbf{sec}(x)$ sont de type t, cela équivaut à $\lambda x[\textbf{propre}(x) \wedge \textbf{sec}(x)]$. De même pour (118b) qui, par définition, équivaut à $\lambda Q[[\lambda P[P(\textbf{g})](Q)] \Cap [\lambda P[\textbf{Treize}(\textbf{nain})(P)](Q)]]$, ce qui par β-réduction se simplifie en $\lambda Q[[Q(\textbf{g})] \Cap [\textbf{Treize}(\textbf{nain})(Q)]]$, équivalent finalement à $\lambda Q[[Q(\textbf{g})] \wedge [\textbf{Treize}(\textbf{nain})(Q)]]$.

Puisque $\Cap$ et $\Cup$ sont syncatégorématiques ($[\![\Cap]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ et $[\![\Cup]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ ne sont pas définis), cela veut dire que *et* et *ou* ne sont plus en soi des expressions interprétables comme nous l'entendons habituellement. Autrement dit *et* et *ou* ne peuvent pas se traduire directe-

[78] Deux remarques techniques mais importantes sur la définition 6.5 : d'abord comme les définitions sémantiques sont présentées de manière récursive avec des équivalences entre les expressions à interpréter et des λ-termes de LO, on pourrait penser que les connecteurs généralisés ne sont en fait que des raccourcis graphiques de notations (justement parce qu'on les interprète en les remplaçant par d'autres expressions du langage). C'est parce que j'ai choisi ici un format de présentation relativement simplifié mais facile à lire et à manipuler. En réalité les connecteurs généralisés ont une définition propre et directe dans le modèle (i.e. non substitutive), mais celle-ci s'appuie sur des propriétés de structure algébrique du domaine des fonctions ; j'ai préféré la laisser de côté ici pour ne pas complexifier davantage la présente exposition. Cf. cependant Partee & Rooth (1983) et les références qui y sont citées pour plus de détails.

De plus la définition 6.5 est incomplète pour LO (mais elle ne l'est pas pour LO_2), car par exemple $\langle s, t\rangle$ est aussi un type booléen, mais on ne sature pas (et n'abstrait pas) les arguments des intensions avec des variables. En toute rigueur, il faut donc ajouter des règles spéciales pour le cas $b = \langle s, a\rangle$: $[\![\alpha \Cap \beta]\!]^{\mathcal{M},w,g} = [\![{}^\wedge[{}^\vee\alpha \Cap {}^\vee\beta]]\!]^{\mathcal{M},w,g}$, etc.

ment et compositionnellement par $\Cap$ et $\Cup$. Ces traductions doivent donc être introduites syncatégorémiquement via des règles d'interface syntaxe-sémantique comme en (119).

(119)

$$\begin{array}{ccccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{X}\ [_{\mathrm{Coord}}\ \mathrm{et}] & & \mathrm{X} \\ b & & b & & b \\ [\alpha \Cap \beta] & \longleftarrow & \alpha & & \beta \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{X}\ [_{\mathrm{Coord}}\ \mathrm{ou}] & & \mathrm{X} \\ b & & b & & b \\ [\alpha \Cup \beta] & \longleftarrow & \alpha & & \beta \end{array}$$

Ces règles montrent que les conjonctions de coordination *et* et *ou* n'ont pas de type (et pas de traduction propre) et que chacune doit être traitée par une règle d'interface qui lui est spécifique (la couche syntaxique des règles doit aller regarder quelle conjonction précise est présente sous la projection Coord). Nous y avons gagné en uniformité, mais un peu perdu en compositionnalité (en particulier si l'on adopte une structure syntaxique hiérarchique binaire pour traiter la coordination, cf. note 74 p. 396). Pour sauver la compositionnalité, nous pouvons être tentés de proposer les traductions $\lambda v\lambda u[u \Cap v]$ et $\lambda v\lambda u[u \Cup v]$ pour *et* et *ou*. Mais ce ne sont pas véritablement des λ-termes précis : ils n'ont pas de type propre tant que nous ne connaissons pas le type de u et v. Ce sont, au mieux, deux « formats de λ-termes ». Mais, et c'est une caractéristique du polymorphisme, nous savons tout de même que ces traductions n'auront jamais n'importe quel type : ce sera toujours $\langle b, \langle b, b\rangle\rangle$ pour $u, v \in \mathcal{V}ar_b$ (et avec $b \in \mathbf{T}_{\mathrm{B}}$). C'est un peu comme si, dans l'interprétation, nous manipulions b comme une « variable de types » (qui peut, virtuellement, parcourir tout $\mathbf{T}_{\mathrm{B}}$). De la sorte, ces formats $\lambda v\lambda u[u \Cap v]$ et $\lambda v\lambda u[u \Cup v]$ vont générer chacun toute une famille de λ-termes précis utilisables en fonction du type des constituants coordonnés. Certes, techniquement cela nous fait revenir aux traductions (115) et (117) proposées initialement, *mais* cela nous permet néanmoins de donner un traitement « semi-compositionnel »[79] de la coordination au moyen d'une seule règle générique à l'interface syntaxe-sémantique (120) qui vaut pour toute catégorie X (grammaticalement coordonnable) et où l'on prévoit que γ sera $\lambda v\lambda u[u \Cap v]$ ou $\lambda v\lambda u[u \Cup v]$:

(120) Coordination

$$\begin{array}{ccccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{X} & \mathrm{Coord} & \mathrm{X} \\ b & & b & \langle b, \langle b, b\rangle\rangle & b \\ [[\gamma(\beta)](\alpha)] & \longleftarrow & \alpha & \gamma & \beta \end{array}$$

D'une certaine manière, ce traitement de la coordination par les connecteurs généralisés nous donne déjà un aperçu du principe de la flexibilité des types : la possibilité que certaines expressions de la langue reçoivent, en fonction de leur environnement syntaxique, des traductions de différents types mais qui conservent un noyau sémantique commun. C'est ce qui se passe avec $\lambda v\lambda u[u \Cap v]$ qui s'incarne sous divers types, mais qui contribue toujours à insérer $\Cap$ (et à terme $\wedge$) dans la composition sémantique. Cependant si Partee & Rooth (1983) utilisent les connecteurs généralisés, c'est surtout pour

[79] Concrètement cela veut dire que le lexique sémantique ne saura pas assigner une traduction exacte à, par exemple, la conjonction *et*, mais il lui attribuera la traduction générique $\lambda v\lambda u[u \Cap v]$ de type $\langle b, \langle b, b\rangle\rangle$ et celle-ci s'instanciera précisément lors de l'application de la règle (120) en « découvrant » la valeur de b (on pourra alors éventuellement renommer u et v pour rester cohérent avec les notations habituelles).

introduire une réflexion sur un autre phénomène de flexibilité de types, plus saillant que celui-ci, et qui concerne les DP et les V. Nous allons l'aborder dans la section suivante, et pour enchaîner, terminons ici en examinant le cas de la coordination de deux V transitifs comme en (121).

(121) Laura écrit et compose des chansons.

Si, pour faire simple, nous considérons qu'un V transitif se traduit par un prédicat de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ (par exemple $\lambda y \lambda x\, \textbf{écrire}(x, y)$), alors le V coordonné $[_{V}$ *écrit et compose*$]$ se traduit par $[\textbf{écrire} \Cap \textbf{composer}]$ (i.e. $[\lambda y \lambda x\, \textbf{écrire}(x, y) \Cap \lambda y \lambda x\, \textbf{composer}(x, y)]$). Appliquons la définition 6.5 pour retrouver le λ-terme traditionnel équivalent (sur la droite est indiqué le type des termes connectés par $\Cap$) :

(122)
a. $[\textbf{écrire} \Cap \textbf{composer}]$ équivaut à : $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$
b. $\lambda y[[\textbf{écrire}(y)] \Cap [\textbf{composer}(y)]]$, qui équivaut à : $\langle e, t\rangle$
c. $\lambda y \lambda x[[[\textbf{écrire}(y)](x)] \Cap [[\textbf{composer}(y)](x)]]$[80], qui équivaut à : t
d. $\lambda y \lambda x[\textbf{écrire}(x, y) \wedge \textbf{composer}(x, y)]$

Pour dériver la traduction de (121), comme (122) est de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et que le DP objet est de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$, il faudra obligatoirement procéder à *QR*, et au final nous obtiendrons comme il se doit :

(123) $\exists x[\textbf{chanson}(x) \wedge [\textbf{écrire}(\textbf{l}, x) \wedge \textbf{composer}(\textbf{l}, x)]]$

Mais justement, pour éviter un *QR* obligatoire, nous pouvons avoir intérêt à reprendre les traductions de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ des V transitifs, comme $\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \textbf{écrire}(x, y))]$. Voyons ce que donne alors la coordination :

(124)
a. $[\lambda Y_1 \lambda x_1[Y_1(\lambda y_1\, \textbf{écrire}(x_1, y_1))] \Cap \lambda Y_2 \lambda x_2[Y_2(\lambda y_2\, \textbf{composer}(x_2, y_2))]]$ $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$
b. $= \lambda Y[[\lambda Y_1 \lambda x_1[Y_1(\lambda y_1\, \textbf{écrire}(x_1, y_1))](Y)] \Cap [\lambda Y_2 \lambda x_2[Y_2(\lambda y_2\, \textbf{composer}(x_2, y_2))](Y)]]$ $\langle e, t\rangle$
c. $= \lambda Y[\lambda x_1[Y(\lambda y_1\, \textbf{écrire}(x_1, y_1))] \Cap \lambda x_2[Y(\lambda y_2\, \textbf{composer}(x_2, y_2))]]$ β-réduction
d. $= \lambda Y \lambda x[[\lambda x_1[Y(\lambda y_1\, \textbf{écrire}(x_1, y_1))](x)] \Cap [\lambda x_2[Y(\lambda y_2\, \textbf{composer}(x_2, y_2))](x)]]$ t
e. $= \lambda Y \lambda x[[Y(\lambda y_1\, \textbf{écrire}(x, y_1))] \wedge [Y(\lambda y_2\, \textbf{composer}(x, y_2))]]$ β-réduction

Cette fois pour traduire (121) nous n'avons pas besoin d'effectuer *QR*, et dans ce cas nous obtenons :

(125) $\exists x[\textbf{chanson}(x) \wedge \textbf{écrire}(\textbf{l}, x)] \wedge \exists x[\textbf{chanson}(x) \wedge \textbf{composer}(\textbf{l}, x)]$

[80] Remarque : ici nous avons appliqué une deuxième fois la règle d'équivalence de la définition, mais cette règle s'est appliquée sur $[[\textbf{écrire}(y)] \Cap [\textbf{composer}(y)]]$, pas sur tout le λ-terme précédent, c'est pourquoi λx apparaît bien à droite de λy.

Ce n'est pas la même chose que (123). Est-ce grave ? Oui. Pour s'en convaincre clairement il suffit de comparer les deux traductions que l'on obtient pour l'exemple (126a) : (126b) procède de la coordination de deux prédicats de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, et (126c) de celle de deux prédicats de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$.

(126) a. Charles a épluché et émincé deux oignons.
b. $\mathbf{Deux}(\mathbf{oignon})(\lambda y[\mathbf{éplucher}(\mathbf{c}, y) \wedge \mathbf{émincer}(\mathbf{c}, y)])$
c. $\mathbf{Deux}(\mathbf{oignon})(\lambda y\, \mathbf{éplucher}(\mathbf{c}, y)) \wedge \mathbf{Deux}(\mathbf{oignon})(\lambda y\, \mathbf{émincer}(\mathbf{c}, y))$

(126b) dit qu'il y a deux oignons que Charles a épluchés et émincés. (126c) dit qu'il y a deux oignons qu'il a épluchés et qu'il y a deux oignons qu'il a émincés ; ce peut être deux fois les mêmes oignons, mais ce n'est pas nécessaire, il peut y en avoir quatre dans l'histoire. Or nous n'interprétons jamais (126a) de cette façon (possiblement 4 oignons), mais toujours à la façon de (126b) (ce sont les mêmes oignons qui sont épluchés et émincés).

Cela nous donne un argument supplémentaire pour nous faire préférer l'option qui traduit les verbes transitifs par des prédicats de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ à celle qui les traduit par des prédicats de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Mais en fait… ce n'est pas si simple.

6.6.2 Verbes transitifs intensionnels

Pour continuer notre exploration de la flexibilité des types, nous devons faire une petite parenthèse qui va nous donner l'occasion de poursuivre la présentation de certains éléments de l'analyse de Montague (1973) et de revenir sur une ambiguïté *de re*/*de dicto* que nous avions laissé de côté dans l'analyse compositionnelle. C'est celle qui apparaît dans la position de complément d'objet de verbes comme *chercher* :

(127) Arthur cherche une licorne.

Nous qualifierons ces verbes transitifs[81] d'INTENSIONNELS, justement parce qu'ils installent un environnement opaque sur leur position de complément, ce qui en permet une lecture *de dicto*. Font partie de cette catégorie *chercher*, *désirer*, *vouloir*, *exiger*, *rêver de*, *avoir besoin de*, *avoir envie de*, *avoir peur de*… Ce sur quoi nous devons réfléchir ici c'est la nature de la dénotation de ces verbes afin de rendre compte convenablement de leur sens. Et cela se reflète directement sur le type des prédicats à utiliser.

Car nous ne pouvons pas partir de prédicats de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ comme nous le faisons avec les verbes transitifs ordinaires (extensionnels). Si, par exemple, $\mathbf{chercher_1}$ est un prédicat de ce type, que la traduction du verbe se présente sous la forme $\lambda y \lambda x\, \mathbf{chercher_1}(x, y)$ (type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$) ou $\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{chercher_1}(x, y))]$ (type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$), nous n'obtiendrons, pour (127), que la lecture *de re*, c'est-à-dire $\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge \mathbf{chercher_1}(\mathbf{a}, y)]$. C'est parce que $\mathbf{chercher_1}$ dénotera une relation entre deux individus du domaine, et ce n'est pas ce qu'il nous faut pour la lecture *de dicto*.

Une constante de prédicat de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, bien que plus élaborée, ne suffira pas encore. Un tel prédicat, par exemple $\mathbf{chercher_2}$, dénotera une relation entre un

[81] J'utilise ici *transitif* dans une acception très relâchée pour désigner des verbes qui prennent (au moins) deux arguments réalisés par des DP ou des PP.

individu (Arthur) et un quantificateur généralisé (l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent au moins une licorne). Cela nous donnera $\mathbf{chercher_2}(\mathbf{a}, \lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]])$ pour la lecture *de dicto*. Dans un monde w_1 (comme le nôtre) où les licornes n'existent pas, (127) peut tout de même être vraie, si Arthur croit que les licornes existent. Si nous faisons usage du prédicat **exister** comme suggéré en §4.3.3.1 (p. 213)[82], alors la dénotation de **licorne** dans w_1 ne sera pas vide, elle contiendra toutes les licornes imaginaires de $\mathcal{A}$, mais aucune de celles-ci ne sera dans la dénotation de **exister**. Or la lecture *de dicto* de (127) implique qu'Arthur croit que les licornes existent, par conséquent $\mathbf{chercher_2}(\mathbf{a}, \lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]])$ devrait être équivalent à $\mathbf{chercher_2}(\mathbf{a}, \lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge \mathbf{exister}(y) \wedge P(y)]])$[83]. Mais ce n'est pas le cas, parce que $[\![\lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge \mathbf{exister}(y) \wedge P(y)]]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M}, w_1, g}$ est l'ensemble vide (dans w_1 il n'y a pas de y qui à la fois soit une licorne et existe) alors que $[\![\lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M}, w_1, g}$ contient tous les ensembles qui contiennent au moins une licorne fictive. Nous aboutissons donc à une contradiction et une incohérence si nous nous attachons à formaliser soigneusement la lecture *de dicto*.

En fait, nous nous en doutons bien, les verbes transitifs intensionnels, comme les verbes d'attitudes propositionnelles (dont ils sont très proches), doivent prendre un argument de type intensionnel. Dans (127), *chercher* dénote une relation entre l'individu Arthur et la propriété d'être une licorne. Mais attention, il ne s'agit pas exactement de la propriété que nous formalisons par $^\wedge\mathbf{licorne}$, de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$, car celle-ci n'est pas assez structurée. En effet nous avons aussi besoin de distinguer les conditions de vérité de (127) de celles de *Arthur cherche deux licornes*, *Arthur cherche toutes les licornes de la région*, etc. C'est pourquoi l'analyse de Montague (1973) propose que l'argument du verbe soit ce que nous pouvons appeler un *concept de quantificateur généralisé* ou, dans les termes de Montague, une *propriété de propriétés*, c'est-à-dire une expression de type $\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$[84]. Ainsi, si $\mathcal{Y}$ est une variable de type $\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$, *chercher* se traduira par :

(128) *chercher* $\rightsquigarrow \lambda \mathcal{Y} \lambda x\, \mathbf{chercher}(x, \mathcal{Y})$

Compositionnellement, le DP objet n'aura pas besoin d'être lui-même de type intensionnel, il continuera à être de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ ($\lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]$), et la composition s'effectuera par application fonctionnelle intensionnelle (§6.2.4). De la sorte, (127) se traduit en (129) pour la lecture *de dicto* :

(129) a. *une licorne* $\rightsquigarrow \lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]$

[82] Si nous n'en faisons pas usage, alors l'option $\mathbf{chercher_2}$ de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ est immédiatement disqualifiée car, dans w_1, $\lambda P \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]$ dénotera l'ensemble vide, comme pour tout quantificateur concernant des créatures fictives ; (127) aura alors les mêmes conditions de vérité que *Arthur cherche un dragon*, *Arthur cherche un dahu*, etc. ce qui n'a pas lieu d'être, y compris pour les lectures *de dicto*.

[83] Cf. la définition (131) *infra*.

[84] En fait j'adopte ici la simplification suggérée et argumentée entre autres par Dowty, Wall & Peters (1981 : chap. 7, p. 188 et n. 14 p. 250). Dans Montague (1973), les quantificateurs dénotent des ensembles de *propriétés de concepts d'individus* et sont donc de type $\langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle$ et les arguments objets des verbes sont alors de type $\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle$. Nous ne bouderons pas le présent choix de simplification.

b. *cherche une licorne* $\rightsquigarrow$
$[\lambda\mathcal{Y}\lambda x\, \mathbf{chercher}(x, \mathcal{Y})(^\wedge\lambda P\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)])]$ (AFI)
$= \lambda x\, \mathbf{chercher}(x, ^\wedge\lambda P\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)])$ (β-réduction)

c. *Arthur cherche une licorne* $\rightsquigarrow$ $\mathbf{chercher}(\mathbf{a}, ^\wedge\lambda P\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)])$

La lecture *de re* s'obtient par *QR* avec une trace nécessairement de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$:

(130) a. $t_1 \rightsquigarrow \lambda P[P(x_1)]$

b. *cherche* t_1 $\rightsquigarrow$ $[\lambda\mathcal{Y}\lambda x\, \mathbf{chercher}(x, \mathcal{Y})(^\wedge\lambda P[P(x_1)])]$
$= \lambda x\, \mathbf{chercher}(x, ^\wedge\lambda P[P(x_1)])$

c. *Arthur cherche* t_1 $\rightsquigarrow$ $\mathbf{chercher}(\mathbf{a}, ^\wedge\lambda P[P(x_1)])$

d. [*une licorne*$_1$ [*Arthur cherche* t_1]] $\rightsquigarrow$
$[\lambda P\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge [P(y)]](\lambda x_1\, \mathbf{chercher}(\mathbf{a}, ^\wedge\lambda P[P(x_1)]))]$
$= \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge [\lambda x_1\, \mathbf{chercher}(\mathbf{a}, ^\wedge\lambda P[P(x_1)])(y)]]$
$= \exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge \mathbf{chercher}(\mathbf{a}, ^\wedge\lambda P[P(y)])]$[85]

Nous avons déterminé le type des verbes intensionnels, c'est $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, mais cela ne suffit à définir leur sens. Nous devons au moins esquisser les conditions de vérité d'une expression de la forme $\mathbf{chercher}(x, \mathcal{Y})$. Une propriété de propriétés, comme $^\wedge\lambda P\exists y[\mathbf{licorne}(y) \wedge P(y)]$, dénote une fonction qui à chaque monde de $\mathcal{W}$ associe l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent au moins une licorne de ce monde. Il y a certains mondes possibles, comme le nôtre, où les licornes n'existent pas, et la fonction leur associera un ensemble contenant par exemple l'ensemble des équidés, l'ensemble des individus blancs, des individus gris, des individus à crinière, des farouches, des féroces, etc. bref tout ensemble correspondant à une propriété extensionnelle d'une ou plusieurs licornes telles qu'elles sont imaginées dans ce monde, *mais pas* la dénotation de **exister**. Mais il y a d'autres mondes, appelons-les génériquement w', où les licornes existent bel et bien et à ces w' la fonction associera un ensemble plus ou moins similaire au précédent mais comprenant en plus la dénotation de **exister** dans w' (qui contiendra donc les licornes réelles de w'). Et parmi ces mondes w', il existe en particulier certains mondes w'' auxquels la fonction associera un ensemble qui contient aussi l'ensemble de toutes les choses trouvées par Arthur ; ce sont les mondes où Arthur trouve effectivement une licorne. À partir de là, nous pouvons développer les conditions de vérité de (129c) : dans un monde quelconque w, (129c) est vraie ssi Arthur pense, dans w, que w appartient à l'ensemble de ces mondes w' et Arthur souhaite, dans w, que w fasse partie de ces mondes w''. Pour généraliser, nous pouvons poser la définition suivante :

(131) $[\![\mathbf{chercher}(x, \mathcal{Y})]\!]^{\mathcal{M}, w, g} = 1$ ssi dans w :

i. $[\![x]\!]^{\mathcal{M}, w, g}$ pense que w appartient à l'ensemble des mondes w' tels que $[\![[^\vee\mathcal{Y}(\mathbf{exister})]]\!]^{\mathcal{M}, w', g} = 1$, et

[85] Cette dernière β-réduction sur x_1 est autorisée car y étant une variable de type e, interprétée seulement par g, elle peut se placer sans risque dans la portée de $^\wedge$.

ii. $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g}$ souhaite que w appartienne à l'ensemble des mondes w'' tels que $[\![[{}^{\vee}\mathcal{Y}(\lambda y\, \mathbf{trouver}(x,y))]]\!]^{\mathcal{M},w'',g} = 1$.[86]

Montague (1973) traite *potentiellement* tous les verbes transitifs comme étant de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$[87] et donc comme dénotant une relation entre un individu et une propriété de propriétés, *y compris* les verbes transitifs extensionnels comme *manger*, *trouver*, *capturer*, etc. que nous comprenons intuitivement comme dénotant une relation entre deux individus et que nous avons pris l'habitude de traduire ici via le type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Or il est naturel *et* raisonnable d'estimer qu'une phrase comme par exemple *Alice mange une tartine* exprime avant tout une relation concrète entre l'individu Alice et l'individu tartine plutôt qu'une relation un peu plus abstraite entre Alice et le concept de quantificateur *être une tartine*. À cet égard, Montague réintroduit les prédicats de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ sous la forme de variantes de traduction pour les verbes extensionnels (et seulement eux) ; ainsi pour *manger* qui se traduit par **manger** de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ il existe aussi une traduction de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ notée $\mathbf{manger}_*$. Les deux sont sémantiquement reliées entre elles par un postulat de signification qui, en suivant notre simplification des types, peut se formuler comme suit :

(132) $\Box\forall x\forall\mathcal{Y}[\mathbf{manger}(x,\mathcal{Y}) \leftrightarrow [{}^{\vee}\mathcal{Y}(\lambda y\, \mathbf{manger}_*(x,y))]]$

En fait nous avons intérêt à prendre (132) comme une manière de définir le sens « abstrait » de **manger** à partir du sens plus concret de $\mathbf{manger}_*$, en considérant que celui-ci est le « sens de base » de *manger*. Cependant Montague adopte un point de vue qui peut sembler inverse car dans ses analyses, un verbe comme *manger* est lexicalement traduit par **manger** puis éventuellement simplifié en $\mathbf{manger}_*$ en vertu du postulat (132). C'est conforme à sa stratégie d'uniformiser le type de chaque grande catégorie syntaxique (la généralisation au pire des cas) afin d'obtenir un système régulier et pleinement compositionnel. Cela permet notamment de rendre opérationnelle la coordination de n'importe quels verbes transitifs, ce qui nous ramène finalement à notre préoccupation initiale. Mais auparavant faisons un petit point de notation : pour ne pas perturber nos habitudes d'écriture, nous n'allons pas utiliser les notations « $_*$ » de Montague, nous continuerons à écrire **manger** pour représenter le prédicat de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ (i.e. le $\mathbf{manger}_*$ de (132)), et pour la traduction de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ (i.e. le **manger** de (132)) nous écrirons $\lambda\mathcal{Y}\lambda x[{}^{\vee}\mathcal{Y}(\lambda y\, \mathbf{manger}(x,y))]$.

Dans la section précédente, nous avons vu que des verbes transitifs comme *éplucher* et *émincer* (qui, de fait, sont extensionnels) doivent se traduire par des prédicats de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, afin de pouvoir les coordonner correctement, car *Charles a épluché et émincé deux oignons* n'est pas équivalent à *Charles a épluché deux oignons et Charles a émincé deux oignons*. Ici nous venons de voir que les verbes transitifs intensionnels doivent se

[86] Nous voyons ainsi que le sens de **chercher** est défini à partir de celui de **trouver** : la définition ramène *chercher* à *vouloir trouver*. À ce sujet, il faut admettre que la définition (131) est incomplète, car normalement on ne cherche pas quelque chose sans rien faire ; il faudrait ajouter une condition qui dit aussi que x entreprend dans w une action qui vise à rendre $[{}^{\vee}\mathcal{Y}(\lambda y\, \mathbf{trouver}(x,y))]$ vrai.

[87] Enfin, plus exactement, il leur assigne le type $\langle\langle s, \langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle\rangle, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$; cf. note 84 *supra*.

traduire par des prédicats de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. De ce fait, la coordination de deux verbes intensionnels, comme par exemple *avoir envie et besoin de* se traduira par $[\textbf{envie-de} \cap \textbf{besoin-de}]$ équivalant à $\lambda\mathcal{Y}\lambda x[\textbf{envie-de}(x, \mathcal{Y}) \wedge \textbf{besoin-de}(x, \mathcal{Y})]$. Cette traduction prédit que (133a), pour la lecture *de dicto*, est équivalent à (133b), les deux se traduisant par (133c) :

(133) a. Alice a envie et besoin d'un ordinateur.
 b. Alice a envie d'un ordinateur et Alice a besoin d'un ordinateur.
 c. $\textbf{envie-de}(\textbf{a}, {}^\wedge\lambda P \exists y[\textbf{ordinateur}(y) \wedge P(y)]) \wedge$
 $\textbf{besoin-de}(\textbf{a}, {}^\wedge\lambda P \exists y[\textbf{ordinateur}(y) \wedge P(y)])$

Il se trouve que cette prédiction est confirmée : en français (133a) et (133b) se comprennent de la même façon (pour la lecture *de dicto*) ; la question de savoir en (133b) s'il s'agit du même ordinateur ou de deux ordinateurs différents ne se pose pas (car l'existence de l'ordinateur n'est que virtuelle, localisée dans les envies et les besoins d'Alice). Et, ce qui est encore plus crucial, nous pouvons faire la même observation lorsque nous coordonnons un verbe intensionnel avec un extensionnel, comme en (134) : (134a) a les mêmes conditions de vérité que (134b).

(134) a. Arthur a cherché et trouvé une licorne.
 b. Arthur a cherché une licorne et Arthur a trouvé une licorne.

Ainsi *trouver*, qui se traduit normalement par $\lambda y\lambda x\, \textbf{trouver}(x, y)$ de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, devra ici se traduire par $\lambda\mathcal{Y}\lambda x[{}^\vee\mathcal{Y}(\lambda y\, \textbf{trouver}(x, y))]$ de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ afin de pouvoir se coordonner avec *chercher*. *Chercher et trouver* se traduit alors par $[\lambda\mathcal{Y}\lambda x\, \textbf{chercher}(x, \mathcal{Y}) \cap \lambda\mathcal{Y}\lambda x[{}^\vee\mathcal{Y}(\lambda y\, \textbf{trouver}(x, y))]$, équivalant à $\lambda\mathcal{Y}\lambda x[\textbf{chercher}(x, \mathcal{Y}) \wedge [{}^\vee\mathcal{Y}(\lambda y\, \textbf{trouver}(x, y))]$. À terme, (134a) se traduira par (135), qui est aussi la traduction de (134b).

(135) $\textbf{chercher}(\textbf{a}, {}^\wedge\lambda P \exists y[\textbf{licorne}(y) \wedge P(y)]) \wedge \exists y[\textbf{licorne}(y) \wedge \textbf{trouver}(\textbf{a}, y)]$

Récapitulons. La traduction des verbes transitifs intensionnels est forcément de type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Mais pour les transitifs extensionnels, nous sommes obligés de prévoir deux traductions : une traduction du type simple $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, que nous *devons* utiliser notamment pour les coordonner entre eux, et une traduction du type complexe $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, notamment pour les coordonner avec des verbes intensionnels. Nous n'avons pas le choix, les deux versions doivent être prises en compte, nous ne pouvons pas tout unifier en généralisant au type le plus complexe. Et cela peut également avoir une conséquence sur la traduction des DP argumentaux des verbes. Si nous nous donnons les moyens d'avoir des DP de type e (pour les expressions référentielles), ceux-ci pourront se combiner directement avec les verbes extensionnels de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. En revanche ils devront obligatoirement passer au type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ lorsqu'ils sont l'argument d'un verbe intensionnel, comme dans *Alice cherche Dina*. Nous sommes en plein dans la problématique de la flexibilité et du changement de types.

6.6.3 *Type-shifting*

Les observations précédentes ont amené Partee & Rooth (1983) à introduire un mode opératoire déterminant pour la conception du mécanisme d'analyse sémantique compositionnelle. Le principe est le suivant : dans le lexique sémantique, les expressions de la langue (désambiguïsées) reçoivent une seule traduction, qui rend compte de leur interprétation la plus naturelle et qui correspond, normalement, au type le plus simple que l'on peut leur assigner ; c'est cette traduction qui est introduite par défaut dans l'analyse à l'interface syntaxe-sémantique ; et si dans la composition sémantique il s'avère que cette traduction ne s'accorde pas avec son environnement (à cause d'un conflit de types), alors l'expression subit une opération de changement de type (et donc de traduction) qui résout la discordance. Ces opérations de changement de type portent traditionnellement le nom de TYPE-SHIFTING.

Finalement c'est bien ce que nous avons rencontré dans les pages qui précèdent. Les verbes transitifs extensionnels sont lexicalement de type $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, et ils s'élèvent au type $\langle\langle \mathrm{s}, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ lorsqu'ils se coordonnent avec un verbe intensionnel (et éventuellement au type $\langle\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ lorsque leur objet est un quantificateur). C'est également une façon de revisiter le comportement des adjectifs épithètes que nous avons discuté en §6.2.3 : nous pouvons considérer que les adjectifs (non intensionnels) sont initialement de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$ et passent au type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ lorsqu'ils modifient un N ou un NP. Et dans une certaine mesure le polymorphisme des connecteurs généralisés peut être vu comme une intégration « dynamique » d'un processus de *type-shifting* sur des connecteurs originellement de type $\langle \mathrm{t}, \langle \mathrm{t}, \mathrm{t}\rangle\rangle$.

Un des aspects les plus cruciaux du principe du *type-shifting* est qu'il évite de multiplier les ambiguïtés artificielles dans le lexique : les variantes de traductions sont activées et construites au fil de l'analyse, et le *type-shifting* se présente ainsi comme une stratégie *de dernier recours*, c'est-à-dire à n'utiliser qu'en cas de conflit de types. C'est important car le *type-shifting* peut s'avérer un outil très puissant (voire trop) qui risquerait de surgénérer des interprétations indésirables. Il est nécessaire de le discipliner, non seulement en le rendant non prioritaire, mais aussi en limitant son champ d'application. Nous ne changeons pas le type et la traduction d'une expression juste parce que cela nous arrange. Il faut que la transformation soit sémantiquement naturelle, qu'elle n'altère pas le sens de base de l'expression et si possible qu'elle soit défendable sur le plan psycholinguistique. De manière générale, le *type-shifting* concerne essentiellement les propriétés combinatoires des expressions, pas leur sens fondamental. Les principes fondamentaux de cette opération ont été posés par Partee (1987), en l'appliquant essentiellement à l'analyse des DP. Nous allons voir ici comment sa proposition s'intègre dans notre système LO.

6.6.3.1 Formalisation

Techniquement le *type-shifting* consiste à passer d'une expression de type a à une expression de type b. L'opération peut donc tout naturellement se réaliser dans LO au moyen d'un λ-terme de type $\langle a, b\rangle$. Ce λ-terme s'appliquera à l'expression de départ et, de la sorte, le résultat sera « fonction » de celle-ci. Cela *peut* contribuer à maintenir raisonnablement le sens initial lors de l'opération. De tels λ-termes, prévus à cet usage, sont ce que l'on appelle des *type-shifteurs*.

Une façon de mettre en œuvre le *type-shifting* dans notre système est de l'intégrer à des règles d'interface syntaxe-sémantique, pour ainsi le déclencher à partir d'une certaine configuration syntaxique et une certaine combinaison de types. Voici un exemple générique d'une telle règle, qui présuppose l'existence d'un type-shifteur S de type $\langle a, b\rangle$:

(136) Exemple de *type-shifting* 1

$$\begin{array}{rccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ c & & \langle b, c\rangle & a \\ [\alpha([S(\beta)])] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Cette règle présente un cas de conflit de types : Y attend un argument de type b et Z est de type a ; mais en appliquant S à β dans la composition de X nous lui faisons subir un changement de type, et nous obtenons $[S(\beta)]$ de type b.

Insistons sur le fait que, le *type-shifting* étant une stratégie de dernier recours, la légitimité de (136) dans la grammaire doit normalement être conditionnée à la présence par ailleurs d'une règle comme (137), c'est-à-dire une règle de composition ordinaire sans conflit de types (X, Y et Z étant les même catégories qu'en (136)). Autrement dit, (136) s'appliquera parce que (137) a échoué.

(137)

$$\begin{array}{rccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ c & & \langle b, c\rangle & b \\ [\alpha(\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

La règle (136) opère un changement de type sur l'argument (β). Nous pouvons aussi concevoir des règles qui opèrent sur l'expression fonctionnelle (α) comme (138), où cette fois S est de type $\langle\langle b, c\rangle, \langle a, c\rangle\rangle$.

(138) Exemple de *type-shifting* 2

$$\begin{array}{rccc} \mathrm{X} & \longrightarrow & \mathrm{Y} & \mathrm{Z} \\ c & & \langle b, c\rangle & a \\ [[S(\alpha)](\beta)] & \longleftarrow & \alpha & \beta \end{array}$$

Des règles telles que (138) sont parfois considérées comme devant être moins prioritaires que les règles (136), afin de laisser la préférence au *type-shifting* sur les arguments. C'est cependant ce genre de règles qui s'applique si l'on souhaite élever un V transitif de type $\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ au type $\langle\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour le combiner directement avec un quantificateur généralisé. Le type-shifteur sera alors de type $\langle\langle \mathrm{e}, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle, \langle\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle\rangle$, défini par le λ-terme (139). Il est courant de poser des raccourcis pour ces λ-termes sous la forme de prédicats équivalents, afin de simplifier les notations[88]. Ainsi [**VT-QG(manger)**] est la version $\langle\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ de *manger*.

[88] Les définitions comme (139) représentent donc des postulats de signification ; j'omets ici les opérateurs modaux dans leurs notations. De plus les noms de raccourcis que j'introduis ici, comme **VT-QG** et **VI-INT**, sont arbitraires et propres à cet ouvrage. Ceux de §6.6.3.3 sont plus standards.

(139) $\textbf{vt-qg} = \lambda V \lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[[V(y)](x)])]$ avec $V \in \mathcal{V}ar_{\langle e, \langle e,t\rangle\rangle}$ et $Y \in \mathcal{V}ar_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$

Ce λ-terme peut sembler complexe, mais il suffit d'y voir que V sert à accueillir le prédicat verbal de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ pour construire des traductions que nous avons plusieurs fois manipulées (cf. §6.3.3). Et le type-shifteur qui élève les verbes transitifs extensionnels au type $\langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ pour les coordonner avec des transitifs intensionnels sera très similaire, sauf qu'il sera de type $\langle\langle e, \langle e, t\rangle\rangle, \langle\langle s, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$:

(140) $\textbf{vt-int} = \lambda V \lambda \mathcal{Y} \lambda x[{}^{\vee}\mathcal{Y}(\lambda y[[V(y)](x)])]$ avec $V \in \mathcal{V}ar_{\langle e, \langle e,t\rangle\rangle}$ et $\mathcal{Y} \in \mathcal{V}ar_{\langle s, \langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle}$

Quant au type-shifteur qui transforme un adjectif prédicatif de type $\langle e, t\rangle$ en épithète de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$, nous l'avons déjà rencontré en §6.2.3 (p. 352), c'est le prédicat que nous avons appelé **inter** de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle\rangle$:

(141) $\textbf{inter} = \lambda Q \lambda P \lambda x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$

Notons aussi que les règles d'interfaces proposées en 6.2.2 (pp. 348 et 350) pour traiter les arguments implicites des verbes transitifs pourraient, en quelque sorte, être vues comme une application de *type-shifting* où le conflit de type se manifeste entre le type $\langle e, t\rangle$ attendu pour V′ et le type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ fourni par V. Les type-shifteurs en jeu seraient alors $\lambda V \lambda x \exists y[[V(y)](x)]$ et $\lambda V[V(y)]$[89] de type $\langle\langle e, \langle e, t\rangle\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ (avec $V \in \mathcal{V}ar_{\langle e, \langle e,t\rangle\rangle}$).

6.6.3.2 Les types des DP

Partee (1987) rappelle d'abord que les trois types que l'on peut assigner naturellement aux DP sont :

- e (le type référentiel),
- $\langle e, t\rangle$ (le type prédicatif) et
- $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ (le type quantificationnel).

Le premier, e, est le type le plus simple avec lequel on peut traduire les noms propres, les pronoms personnels et les descriptions définies ; $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ est le type le plus simple pour les quantificateurs généralisés. Quant au type prédicatif $\langle e, t\rangle$, nous n'avons pas eu l'habitude de l'utiliser pour traduire des DP, mais il existe des arguments pour cette option, en particulier concernant les DP indéfinis[90].

En français par exemple, des DP indéfinis peuvent apparaître en position d'attribut du sujet (142a) dans la même distribution qu'un NP « nu » (142b) ou d'un AP (142c).

(142) a. Charlotte est une actrice.
b. Charlotte est actrice.
c. Charlotte est célèbre.

En 6.3.3 (p. 366) nous avons vu une traduction (dans l'esprit de Montague 1973) du verbe *être* « transitif » pour analyser (142a). Partee propose une autre stratégie qui est de

[89] Cependant, il faut reconnaître que ce second λ-terme $\lambda V[V(y)]$ n'est probablement pas un véritable type-shifteur car il introduit une variable libre, ce que, formellement, il n'est pas censé faire.

[90] Voir aussi Dobrovie-Sorin & Beyssade (2005) et les références qui y sont citées pour un panorama complet sur ces arguments.

toujours traduire la copule de la même manière, par $\lambda P\lambda x[P(x)]$, et d'analyser tous les attributs par des expressions de type $\langle e, t\rangle$. De la sorte, dans (142a), l'indéfini *une actrice* aura une traduction équivalente à $\lambda x\, \mathbf{actrice}(x)$ comme le NP *actrice* de (142b).

Par ailleurs il a été également défendu l'hypothèse, notamment par McNally (1992 ; 1998) (dans la lignée de Milsark 1977), que le DP dit pivot des phrases existentielles comme (143) devait s'analyser comme dénotant une propriété. Dans cette perspective, en simplifiant un peu[91], c'est *il y a* qui introduit la condition d'existence en se traduisant par $\lambda P\exists x[[P(x)] \wedge \mathbf{exister}(x)]$ et le DP correspond simplement à $\lambda x\, \mathbf{feu\text{-}rouge}(x)$.

(143) Il y a un feu rouge.

Dans une langue comme le français, si l'on veut analyser directement et compositionnellement les indéfinis par le type $\langle e, t\rangle$, il faudra redéfinir la traduction des déterminants concernés, par exemple en posant que *un* se traduit par $\lambda P\lambda x[P(x)]$[92] (ce qui le rendra, de fait, « synonyme » du verbe *être*, mais ce n'est peut-être pas un hasard). Mais des DP de type $\langle e, t\rangle$ peuvent aussi s'obtenir par des opérations naturelles de *type-shifting* que décrit Partee (1987).

6.6.3.3 Les changements de type des DP

Nous allons examiner une par une les diverses opérations sémantiques qui permettent de passer d'un type e, $\langle e, t\rangle$ ou $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ à un autre. Cela va créer un réseau de *type-shifting* en triangle qui sera résumé dans la figure 6.12 p. 415.

De e à $\langle\langle$e,t$\rangle$,t$\rangle$ Suivant la philosophie du *type-shifting*, les DP référentiels auront initialement et par défaut le type e, en se traduisant par des constantes ou variables d'individus ou des ι-termes. Passer, par exemple, de la constante $\mathbf{a}$ au quantificateur correspondant $\lambda P[P(\mathbf{a})]$ est une opération relativement simple (nous l'avons appliquée en §6.3.1). Dans le modèle, cela consiste à rassembler tous les ensembles qui contiennent Alice, et Partee nomme LIFT le type-shifteur qui effectue cette opération. Sa définition dans LO est la suivante :

(144) $\textsc{lift} = \lambda x\lambda P[P(x)]$ type $\langle e, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$

LIFT sera à utiliser pour coordonner une expression référentielle avec un quantificateur (cf. *Gandalf et treize nains*, *le président et tous les ministres…*) ainsi que pour la combiner avec un verbe transitif intensionnel (cf. *Alice cherche Dina*).

[91] En fait l'analyse de McNally est plus élaborée, mais ce qui est présenté ici reste un peu dans le même esprit. En particulier, il s'agit de se distinguer de ce que proposent Barwise & Cooper (1981) qui traitent le DP pivot comme un quantificateur généralisé ($\lambda P\, \mathbf{Un}(\mathbf{feu\text{-}rouge})(P)$) et *il y a* comme le prédicat **exister** destiné à occuper la portée du quantificateur. À l'arrivée on obtient les mêmes conditions de vérité, mais l'analyse compositionnelle est différente. En particulier l'option de Barwise & Cooper explique moins facilement le contraste entre les groupes nominaux forts et faibles dans les existentielles que nous avions vu en §3.3.2.2 puisque tout DP peut se traduire par un quantificateur généralisé.

[92] Pour les autres déterminants indéfinis, c'est moins immédiat, mais néanmoins réalisable grâce à la formalisation que nous verrons au chapitre 10 (vol. 2).

De ⟨⟨e,t⟩,t⟩ à e Comme LIFT dénote une fonction, nous pouvons envisager la fonction inverse, que Partee nomme LOWER. Être l'inverse de LIFT signifie que LOWER réalise les « trajets retours » de LIFT et satisfait ainsi le postulat de signification $\Box\forall x[\text{LOWER}(\text{LIFT}(x)) = x]$. Informellement, étant donné la définition de LIFT, LOWER peut être vu comme dénotant cette fonction qui prend en argument un ensemble d'ensembles et retourne l'élément (s'il existe) qui appartient à tous ces ensembles. En λ-terme cela donne :

(145) $\text{LOWER} = \lambda X\iota y\forall P[[X(P)] \to [P(y)]]$ type $\langle\langle\langle e,t\rangle,t\rangle,e\rangle$

Dans cette définition, X est une variable de quantificateur généralisé (donc d'ensemble d'ensembles) et la condition $\forall P[[X(P)] \to [P(y)]]$ dit que tout « ensemble » P qui est dans X contient y. La fonction dénotée par LIFT est *totale*, c'est-à-dire qu'elle donne un résultat pour tout élément de son domaine $\mathcal{D}_e$; au contraire LOWER dénote une fonction *partielle*, c'est-à-dire qu'il y a des éléments du domaine $\mathcal{D}_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$ pour lesquels elle n'est pas définie. C'est une conséquence de la présence de ιy. En effet pour certains quantificateurs il n'existe pas de y qui satisfasse la condition ci-dessus, et pour d'autres il en existe plusieurs (cf. exercice 6.10 *infra*).

De e à ⟨e,t⟩ Il s'agit de passer d'un individu de $\mathcal{A}$ à un ensemble d'individus. La manière la plus simple et immédiate de procéder est, à partir d'un individu x, de retourner le singleton {x}. Le type-shifteur qui effectue cela est la relation d'identité sur $\mathcal{D}_e$ (cf. §5.3.3.2) :

(146) $\text{IDENT} = \lambda y\lambda x[x = y]$ type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$

Pour une valeur donnée de l'argument y, $\lambda x[x = y]$ dénote l'ensemble de « tous les » x qui sont identiques à y, autrement dit c'est bien l'ensemble $\{[\![y]\!]^{\mathcal{M},w,g}\}$. L'application $\text{IDENT}(\mathbf{a})$ équivaut donc à $\lambda x[x = \mathbf{a}]$ qui est la propriété (extensionnelle) *d'être Alice*. Élevée au type ⟨e, t⟩ par IDENT une expression référentielle peut ainsi intervenir comme attribut de la copule ($\lambda P\lambda x[P(x)]$).

De ⟨e,t⟩ à e Le type-shifting de ⟨e, t⟩ à e (i.e. d'un ensemble à un individu) est un peu moins immédiat, mais commençons par un cas très simple, celui où l'ensemble de départ est un singleton. Il suffit alors d'extraire l'unique élément de l'ensemble. C'est la fonction inverse de IDENT et Partee nomme IOTA ce type-shifteur :

(147) $\text{IOTA} = \lambda P\iota x[P(x)]$ type $\langle\langle e,t\rangle,e\rangle$

Ainsi $\text{IOTA}(\mathbf{pape})$ équivaut à $\iota x\,\mathbf{pape}(x)$ et dénote l'unique individu qui est pape dans le monde d'évaluation. En soi IOTA peut servir de traduction pour l'article défini *le/la*[93],

[93] À ce moment-là, IOTA ne sera pas véritablement un type-shifteur, mais simplement la traduction directe du déterminant défini singulier. En revanche dans les langues qui ne réalisent pas les articles (elles sont nombreuses, comme le japonais, le russe, le latin, etc.), IOTA en tant que type-shifteur permet de convertir un NP nu en une expression de type e qui pourra être argument d'un verbe.

afin d'obtenir des DP définis de type e qui se combinent directement avec des verbes de type $\langle e, t\rangle$ ou $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$. Mais attention, il ne s'agit pas d'un déterminant équivalent à ce que nous avons vu en §6.3.2 et §6.5.1 où les déterminants sont de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle\langle e, t\rangle, t\rangle\rangle$ et produisent des quantificateurs généralisés.

Comme LOWER, IOTA dénote une fonction partielle (cf. ιx dans (147)) qui ne retourne un résultat que si son argument est un singleton. Cependant il est possible d'envisager d'autres opérations moins restreintes qui produisent un individu à partir d'un ensemble.

En particulier, à partir d'un ensemble quelconque (mais non vide) il est toujours possible d'extraire un de ses éléments « au hasard ». Celui-ci apparaîtra alors comme un représentant du contenu de l'ensemble. Une fonction qui effectue cette opération s'appelle une FONCTION DE CHOIX. Et il se trouve que l'utilisation de cet outil formel a été introduite en sémantique, notamment par Reinhart (1997) et Winter (1997), pour traduire les indéfinis et rendre compte des phénomènes de portées exceptionnelles qu'ils manifestent.

Même si traditionnellement les fonctions de choix ne sont pas manipulées comme des type-shifteurs proprement dits, je les présente ici car elles ont un fonctionnement très proche, du fait qu'elles nous conduisent du type $\langle e, t\rangle$ au type e de façon relativement naturelle. Par exemple, si f de type $\langle\langle e, t\rangle, e\rangle$ dénote une fonction de choix, alors $f(\mathbf{enfant})$ dénotera un certain enfant. De cette façon, nous obtenons une traduction de type e pour un indéfini comme *un enfant*, et nous pouvons écrire directement $\mathbf{dormir}(f(\mathbf{enfant}))$. Évidemment il ne suffit pas d'être de type $\langle\langle e, t\rangle, e\rangle$ pour être une fonction de choix : comme $f(P)$ dénote un élément de la dénotation de P, alors par définition toute fonction de choix f doit nécessairement satisfaire la formule $P(f(P))$ pour tout prédicat P. Et pour chaque prédicat, une fonction de choix donnée choisit toujours le même élément ; ce qui veut dire qu'il existe potentiellement une infinité de fonctions de choix différentes (afin que tout élément de tout ensemble puisse être choisi). C'est pourquoi les fonctions de choix sont généralement manipulées sous formes de variables, et pour obtenir les conditions de vérité correctes de (148a), il est nécessaire ensuite de quantifier existentiellement la fonction comme en (148b) :

(148) a. Un enfant dort.
b. $\exists f\ \mathbf{dormir}(f(\mathbf{enfant}))$[94]

L'analyse compositionnelle des indéfinis au moyen de fonctions de choix n'est donc pas complètement élémentaire. Elle prévoit de traduire le déterminant indéfini par (149) où f est une variable localement libre de fonction de choix, mais cette variable doit ensuite être liée par $\exists f$. La question cruciale est alors de savoir comment et surtout où placer cette quantification existentielle ; elle n'a pas vraiment de réponse simple et consensuelle, et cela fait partie des doutes et critiques généralement adressés à cette approche, qui, si elle a des vertus, ne semble pas en mesure de faire complètement l'unanimité dans le domaine.

[94] Cette formule se glose par : il existe une façon de choisir un individu de la dénotation de **enfant** telle que cet individu dort. Remarquons en revanche que si l'indéfini a une lecture spécifique, alors f peut rester libre, dans une approche qui n'est pas très éloignée de ce que nous proposions en 3.2.2.

(149) *un* $\rightsquigarrow \lambda P[f(P)]$

Les fonctions de choix sont en fait un outil formel qui permet de manipuler l'*axiome du choix* introduit en mathématiques par le logicien E. Zermelo. Cet axiome dit que pour toute collection d'ensembles non vides, il est toujours possible d'accéder à un élément quelconque de chacun de ces ensembles. Il existe un autre moyen que les fonctions de choix d'user de cet axiome dans un langage formel, par l'intermédiaire de l'opérateur ε (*epsilon*) défini par le mathématicien D. Hilbert. Pour dire les choses sommairement, ε est aux indéfinis ce que ι est aux descriptions définies : si φ est de type t et v une variable de type e, $\varepsilon v \varphi$ est une expression de type e et elle dénote un élément x de $\mathcal{A}$, quelconque mais tel que $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g[v/\mathrm{x}]} = 1$. Ainsi, c'est une sorte d'opérateur de « tirage aléatoire ». Là encore, ε n'est pas en soi un type-shifteur, mais $\lambda P \varepsilon x[P(x)]$ nous fait passer du type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$ au type e d'une façon qui correspond à ce que fait le déterminant *un*. C'est notamment l'approche défendue par von Heusinger (2000) pour rendre compte des propriétés référentielles particulières des indéfinis. L'opérateur ε n'est pas confronté au problème de la quantification existentielle des fonctions de choix, mais les deux doivent faire face au problème des ensembles vides : mathématiquement, si P dénote l'ensemble vide, alors $f(P)$ et $\varepsilon x[P(x)]$ ne sont pas définis, mais sémantiquement ces expressions doivent dénoter un élément de $\mathcal{A}$ pour que les formules qui les incluent puissent avoir une valeur de vérité. De plus, cet élément doit avoir la particularité de n'appartenir à aucun sous-ensemble de $\mathcal{A}$, ou du moins de ne satisfaire aucun prédicat de LO dans aucun monde possible (ce qui est un véritable paradoxe mathématique). Ce n'est pas un problème entièrement insurmontable, mais qui demande des aménagements ad hoc pour garantir le bon fonctionnement formel des f et ε en sémantique[95].

De ⟨e,t⟩ à ⟨⟨e,t⟩,t⟩ Cela fait un bon moment dans ces pages que nous produisons compositionnellement des expressions de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle$ à partir d'expressions de type $\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle$: par l'utilisation de déterminants de type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour former des DP (quantificateurs généralisés) à partir de NP. Les déterminants ne sont bien sûr pas des type-shifteurs, mais nous pouvons nous en inspirer et c'est ce que fait Partee en proposant le type-shifteur **A** dont la définition n'est autre que celle du déterminant indéfini *un*.

(150) $\mathbf{A} = \lambda Q \lambda P \exists x[[Q(x)] \wedge [P(x)]] = \mathbf{Un}$ type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle$

A fait double emploi avec notre déterminant, mais il peut être utile en tant que type-shifteur dans les langues qui ne réalisent pas l'article indéfini.

À partir du déterminant défini singulier, Partee propose également le type-shifteur **THE** avec la définition suivante :

(151) $\mathbf{THE} = \lambda Q \lambda P \exists x[\forall y[[Q(y)] \leftrightarrow y = x] \wedge [P(x)]]$ type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle$

Je conserve ici l'appellation originale **THE** de Partee pour éviter toute confusion avec le déterminant **Le** défini en (97) p. 387. Car les deux ne sont pas équivalents. En fait

[95] Winter (1997) traite ce problème pour les fonctions de choix en leur attribuant le type $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{t}\rangle\rangle$ et non $\langle\langle \mathrm{e}, \mathrm{t}\rangle, \mathrm{e}\rangle$.

$\textbf{THE}$ encode l'analyse de Russell que nous avons vue au chapitre 3 (§3.3.4.1). Si dans le monde d'évaluation il n'existe pas de pape (ou s'il y en a plusieurs), alors $\mathbf{Le}(\mathbf{pape})$, équivalent à $\lambda P[P(\iota x\, \mathbf{pape}(x))]$, ne sera pas défini ; en revanche $\textbf{THE}(\mathbf{pape})$, équivalent à $\lambda P\exists x[\forall y[\mathbf{pape}(y) \leftrightarrow y = x] \wedge P(x)]$ sera toujours défini et dénotera en l'occurrence la fonction qui renvoie toujours 0 quelle que soit la propriété extensionnelle donnée en argument – en termes ensemblistes, c'est l'ensemble vide. Autrement dit $\textbf{THE}$ ne présuppose pas la condition d'existence et d'unicité des définis, il l'affirme. Il a donc nécessairement un usage différent de $\mathbf{Le}$, et cet usage correspond précisément aux cas où des DP définis s'avèrent ne pas ne déclencher leurs présuppositions habituelles. Or c'est possiblement ce qui se passe dans les exemples (152) :

(152) a. Je suis le roi de France.
b. Alphonse a rencontré la femme de sa vie.
c. L'élève qui résoudra tous les problèmes du devoir en moins d'une heure aura un point supplémentaire.

Notons que pour toute expression α de type $\langle e, t\rangle$, $\mathbf{Le}(\alpha)$ équivaut à $\textbf{LIFT}(\textbf{IOTA}(\alpha))$; dans le système des type-shifteurs $\mathbf{Le}$ devient donc superflu puisque l'on commence toujours par assigner à une expression sa traduction la plus simple. Nous avons donc quatre possibilités pour traduire un DP défini : $\textbf{IOTA}(\alpha)$ la traduction de base (présuppositionnelle), $\textbf{LIFT}(\textbf{IOTA}(\alpha))$ la version quantificateur généralisé, $\textbf{IDENT}(\textbf{IOTA}(\alpha))$ pour l'emploi prédicatif et $\textbf{THE}(\alpha)$ pour le quantificateur généralisé non présuppositionnel.

De ⟨⟨e,t⟩,t⟩ à ⟨e,t⟩ Le dernier changement de type qui complète notre parcours fait passer d'un ensemble d'ensembles d'individus à un ensemble d'individus. Pour ce faire nous pourrions utiliser une fonction de choix de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ qui extrait arbitrairement un de ces ensembles, mais pour le coup ce n'est pas très utile et il est plus intéressant de chercher à produire un ensemble plus remarquable par rapport à l'ensemble d'ensembles de départ. C'est ce que fait le type-shifteur que Partee appelle $\textbf{BE}$ et qui se trouve être équivalent à la traduction transitive du verbe *être* que nous avons vue 6.3.3 (p. 366) :

(153) $\textbf{BE} = \lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[y = x])]$ type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$

Pour bien comprendre ce que fait $\textbf{BE}$ en tant que type-shifteur, prenons le temps de le décomposer un peu informellement. Nous l'avons déjà vu, $\lambda y[y = x]$ dénote le singleton qui contient la dénotation de x, ce que, pour simplifier, nous noterons ici $\{x\}$. Y étant une variable de quantificateur généralisé (donc d'ensemble d'ensembles), la condition $[Y(\lambda y[y = x])]$ vérifie que le singleton $\{x\}$ appartient à Y. Enfin $\lambda x[Y(\lambda y[y = x])]$ construit l'ensemble de tous les x qui sont l'élément d'un singleton contenu dans Y. Dit autrement, $\textbf{BE}$ prend en argument un ensemble d'ensembles Y, cherche dans Y tous ses singletons, extrait l'élément de chacun de ces singletons et range tous ces éléments dans un ensemble, qui est le résultat de la fonction.

De la sorte, $\textbf{BE}$ dénote une fonction totale, elle donnera toujours un résultat, mais pour certains quantificateurs ce résultat sera trivialisé à l'ensemble vide. Pour illustrer cela, regardons d'abord l'application de $\textsc{be}$ sur le quantificateur indéfini *un enfant* (i.e. $\mathbf{Un}(\mathbf{enfant})$ ou $\lambda P\exists u[\mathbf{enfant}(u) \wedge [P(u)]]$). La dénotation de ce quantificateur contient tous les ensembles qui contiennent au moins un enfant ; parmi ceux-ci il y a donc tous les singletons composés d'un enfant (pour chaque enfant). L'application de $\textsc{be}$ peut ainsi rassembler tous ces enfants et l'ensemble résultant est donc la même chose que la dénotation du prédicat **enfant** (l'ensemble de tous les enfants).

(154) $[\textsc{be}(\lambda P\exists u[\mathbf{enfant}(u) \wedge [P(u)]])]$
$= [\lambda Y\lambda x[Y(\lambda y[y = x])](\lambda P\exists u[\mathbf{enfant}(u) \wedge [P(u)]])]$
$= \lambda x\exists u[\mathbf{enfant}(u) \wedge u = x] = \lambda x\, \mathbf{enfant}(x)$

Examinons maintenant l'application de $\textsc{be}$ sur le quantificateur universel *tous les enfants* (i.e. $\mathbf{Tous}(\mathbf{enfant})$ ou $\lambda P\forall u[\mathbf{enfant}(u) \rightarrow [P(u)]]$). Ce quantificateur dénote l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent *tous* les enfants. Le plus petit de ces ensembles est donc celui contient tous les enfants du monde d'évaluation et rien d'autres (la dénotation de **enfant**), et s'il y a plusieurs enfants dans ce monde, cet ensemble n'est pas un singleton. Autrement dit, $\textsc{be}$ ne trouvera aucun singleton dans le quantificateur et retournera donc l'ensemble vide.

(155) $[\textsc{be}(\lambda P\forall u[\mathbf{enfant}(u) \rightarrow [P(u)]])]$
$= [\lambda Y\lambda x[Y(\lambda y[y = x])](\lambda P\forall u[\mathbf{enfant}(u) \rightarrow [P(u)]])]$
$= \lambda x\forall u[\mathbf{enfant}(u) \rightarrow u = x]$ (i.e. tous les enfants sont le même individu x)

Ces résultats semblent se confirmer par l'analyse que Partee propose pour les quantificateurs en position de complément de la copule. Rappelons que selon cette approche, *être* se traduit toujours par $\lambda P\lambda x[P(x)]$ de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$. Les quantificateurs doivent alors être ramenés au type $\langle e, t\rangle$ par *type-shifting* avec $\textsc{be}$. Or en français, les quantificateurs pour lesquels $\textsc{be}$ renvoie l'ensemble vide s'avèrent sémantiquement (et probablement syntaxiquement) inappropriés dans cette position :

(156) a. Alice est une enfant.
b. #Alice est tous les enfants.
c. #Les filles sont tous les élèves de la classe.

Notons aussi que, si le prédicat **rdf** traduit *roi de France*, alors $\textsc{be}$ appliqué au quantificateur généralisé $\textsc{the}(\mathbf{rdf})$ renverra un singleton (s'il y a un roi de France) ou l'ensemble vide (s'il n'y en a pas – ou éventuellement s'il y en a plusieurs) et le défini *le roi de France* traduit par $\textsc{be}(\textsc{the}(\mathbf{rdf}))$ pourra ainsi être employé avec la copule sans effet présuppositionnel. Cela permet de dire (au moins dans certains cas) que (152a) est fausse.

La figure 6.12 rassemble graphiquement les opérations de *type-shifting* du domaine nominal dans le fameux « triangle de Partee » (les flèches en pointillés représentent les fonctions partielles). Nous verrons d'autres conversions encore entre e et $\langle e, t\rangle$ au chapitre 10 (vol. 2).

Le *type-shifting* formalise la flexibilité des types, c'est-à-dire cette capacité adaptative des expressions sémantiques dans leur composition avec leur environnement linguis-

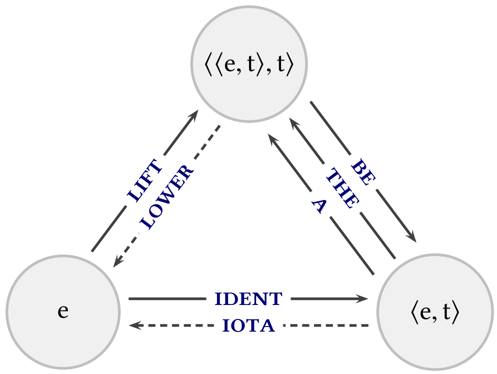


Fig. 6.12 : Le triangle de Partee

tique. La construction du sens des phrases est crucialement guidée par la syntaxe, mais par ailleurs, les propriétés sémantiques compositionnelles des expressions ne se reflètent pas entièrement dans leurs propriétés syntaxiques distributionnelles telles qu'elles sont incarnées dans les catégories syntagmatiques : les DP ne changent pas de catégories mais ils peuvent changer de types justement parce que la syntaxe impose des configurations qui engendrent des conflits combinatoires dans la sémantique[96]. La discussion précédente (§6.6.2) sur les V transitifs intensionnels semble montrer que le *type-shifting* est indispensable dans le processus d'analyse. Et cela jette un nouvel éclairage sur le problème du typage des V transitifs et de l'obligation d'appliquer *QR* même pour les portées de surface (cf. §6.4.3). Nous avons vu ci-dessus comment un verbe lexicalement de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ peut passer au type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ si son complément est un quantificateur généralisé. Le *type-shifting* a même pu être exploité, par Hendriks (1993), pour régler les ambiguïtés et inversions de portée sans mettre en œuvre du mouvement de LF[97]. Dans les chapitres suivants, nous ferons usage de l'outil du *type-shifting* quand cela sera nécessaire, mais, autant que possible, avec parcimonie. Car il y a encore d'intéressants travaux à mener pour savoir ce qui peut légitimement compter comme un type-shifteur en sémantique, et nous garderons en mémoire qu'il s'agit d'une opération de dernier recours, contrôlée formellement dans le système de l'interface syntaxe-sémantique, sans tour de magie commode qui permettrait de débloquer n'importe quel échec de composition.

[96] Outre DP et NP, on peut voir se multiplier les projections syntaxiques pour analyser les groupes nominaux, comme QP, NumP, DemP, etc. Cela peut éventuellement raffiner la correspondance entre catégories syntaxiques et types sémantiques, mais il ne s'agit pas de flexibilité au sens où nous l'entendons ici.

[97] En gros, l'idée développée par Hendriks, est que, par exemple, appliqué à un V de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$, le type-shifteur $\lambda V \lambda Y \lambda X[Y(\lambda y[X(\lambda x[[V(y)](x)])])]$ produit un prédicat de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, \langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle\rangle$ qui se combine avec deux quantificateurs généralisés *en inversant* leurs portées.

Exercice 6.10
Démontrez que $\textsc{lower}(\lambda P[P(\mathbf{a})])$ équivaut à $\mathbf{a}$.
Calculez $\textsc{lower}(\lambda P\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]])$ et $\textsc{lower}(\lambda P\exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]])$, et décrivez la dénotation des résultats obtenus.

Exercice 6.11
Calculez $\textsc{be}(\mathbf{Deux}(\textsc{enfant}))$ et décrivez la dénotation du résultat obtenu.

Exercice 6.12
Supposons que $f(\mathbf{enfant})$, où f est une variable de fonction de choix, soit la traduction de base que la grammaire attribue à l'indéfini *un enfant*. Quel serait alors le λ-terme de LO, utilisant donc $f(\mathbf{enfant})$, qui nous donnerait la même dénotation que le quantificateur généralisé $\mathbf{Un}(\mathbf{enfant})$? En quoi ce passage de la première traduction à la seconde n'est pas, techniquement, un *type-shifting* ?

6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu de nombreuses applications du λ-calcul pour l'analyse sémantique compositionnelle, c'est-à-dire au niveau de l'interface syntaxe-sémantique. Cela nous a donné l'occasion de constater que les compositions sémantiques ne se font pas uniquement par application fonctionnelle entre des prédicats et des arguments ; pour mener à bien la construction du sens de certaines phrases, des dispositifs supplémentaires sont nécessaires, comme les mouvements (ou leurs équivalents qui diffèrent l'interprétation de certains constituants), l'application fonctionnelle intensionnelle, le polymorphisme, le *type-shifting*. Ces dispositifs sont, en partie, tributaires de la syntaxe, ce qui est normal puisque l'interprétation des phrases est conditionnée par leurs structures formelles. Et nous avons montré comment ils peuvent se formaliser rigoureusement dans le cadre du λ-calcul.

Il existe d'autres mécanismes formels qui peuvent être mis en œuvre dans la composition sémantique[98] et parmi ceux-ci il y en a un que nous avons entr'aperçu sans vraiment l'aborder frontalement dans nos formalisations. Il s'agit de ce que, pour faire simple, j'appellerai ici le phénomène de *coréférence* et qui se manifeste lorsque, dans l'analyse de certaines constructions, nous constatons que plusieurs éléments de traductions doivent non seulement être identiques mais aussi avoir la même valeur sémantique. C'est typiquement ce qui se produit lorsque nous interprétons une expression pronominale en relation avec son antécédent. Il faut bien savoir que le rôle de la sémantique compositionnelle n'est pas de trouver (i.e. résoudre) « le bon antécédent » d'un pronom[99], pas plus qu'elle n'a à lever (toutes) les ambiguïtés. En revanche, ce qui concerne la sémantique c'est, *sous l'hypothèse* qu'un constituant X est l'antécédent d'un constituant (pronominal) Y, de déterminer la traduction correcte de Y. C'est un problème qui se situe au cœur

[98] En rapport avec des problématiques de sémantique lexicale, citons les mécanismes de *co-composition* et de *coercion* (ou *coercition*) *de types* de Pustejovsky (1995) ; voir aussi Asher (2011) et de Swart (2011) à ce sujet.

[99] Sur cette question, la sémantique et la syntaxe ont, en fait, la tâche d'indiquer les expressions qui, dans une configuration donnée, ne peuvent en aucune manière être l'antécédent d'un pronom donné. En repérant les antécédents impossibles, elles caractérisent ainsi l'ensemble des antécédents *possibles*.

de l'interface syntaxe-sémantique, ne serait-ce que parce que nous représentons ce genre d'hypothèses au moyen des indices numériques dans les structures syntaxiques, par des *coindiciations*, comme dans *Alice*$_1$ *pense qu'elle*$_1$ *a raison*. Dans ce chapitre, nous avons essentiellement utilisé les coindiciations pour interpréter les mouvements et les traces, mais nous n'avons pas complètement exploité toutes les applications de ce dispositif. Comme il joue un rôle important pour le traitement de la coréférence et donc pour l'analyse des pronoms, nous l'aborderons en détail dans le chapitre 8 (vol. 2). Et il se trouve que le mécanisme sémantique qui interprète les coindiciations occupe également une place centrale dans l'interface syntaxe-sémantique basée sur LO$_2$. Je souhaiterais donc terminer ici en faisant quelques remarques sur l'analyse compositionnelle dans LO$_2$ (que nous avons laissé de côté dans ce chapitre en travaillant seulement dans LO) et qui nous donneront l'occasion d'annoncer pourquoi un nouveau type de coréférence (et donc de coindiciation) doit être utilisé.

Les procédures d'analyses qui ont été présentées dans ce chapitre peuvent être reprises telles quelles pour mener les analyses sémantiques dans LO$_2$. Toutes sauf, en fait, l'application fonctionnelle intensionnelle, qui doit être adaptée aux spécificités formelles de LO$_2$. Ce point en rejoint un autre, plus général, qui concerne la gestion des arguments de mondes possibles lors de l'analyse. Si nous voulons obtenir compositionnellement la traduction (157b) de (157a), deux questions se posent : comment les variables de mondes sont introduites dans la traduction et lesquelles choisir ?

(157) a. Tous les enfants dorment.
b. $\forall x[\mathbf{enfant}'_w(x) \rightarrow \mathbf{dormir}'_w(x)]$

Une stratégie simple peut consister à répliquer directement ce que nous avons vu dans ce chapitre en l'adaptant à LO$_2$. Comme les compositions sémantiques dans LO ne se soucient pas vraiment de l'indice de monde avec lequel interpréter la phrase, cela voudra dire que dans LO$_2$ nous utiliserons toujours la même variable w, qui de fait est une variable quelconque et habituellement libre. Et de temps en temps cette variable se retrouvera liée lors de la composition, précisément par l'action de l'AFI. Dans LO, AFI ajoute $^\wedge$ sur l'argument d'un λ-terme ; dans LO$_2$, elle va consister à ajouter la λ-abstraction d'une variable de monde sur cet argument, et comme nous travaillons toujours avec la même variable w, nous savons que cette λ-abstraction sera λw. Par la suite, nous pourrons accessoirement renommer les occurrences ainsi liées de cette variable (cf. théorème 2.3 p. 100), juste pour faciliter la lisibilité des formules construites. Cette stratégie peut suggérer une façon, également simple, de traiter la première question, en introduisant les arguments w en même temps que les prédicats auxquels ils s'appliquent dès le niveau des projections lexicales dans l'arbre syntaxique. En pratique, cela voudra dire que les unités *enfants* et *dorment* se traduisent toujours respectivement par $\lambda x\, \mathbf{enfant}'_w(x)$ et $\lambda x\, \mathbf{dormir}'_w(x)$: comme nous utilisons toujours le même w, nous n'avons pas vraiment à nous poser la question de son choix. Et nous voyons que ces unités lexicales sont déjà de type $\langle e, t\rangle$ (et pas de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$ comme les prédicats $\mathbf{enfant}'$ et $\mathbf{dormir}'$) puisqu'elles sont déjà saturées par leur argument de monde. La dérivation de (157) peut alors procéder exactement de la même façon que ce que nous avons vu pour LO dans ce chapitre.

Pour illustrer plus précisément le processus d'analyse spécifique à LO_2, avec intervention de l'AFI, nous allons reprendre la dérivation de l'exemple *Charles croit qu'Alice dort*. D'après ce qui est dit ci-dessus, la règle d'interface pour l'AFI pourra se formaliser comme suit :

(158) AFI dans LO_2

X	$\longrightarrow$	Y	Z
a		$\langle\langle \mathrm{s}, b\rangle, a\rangle$	b
$[\alpha(\lambda w \beta)]$	$\longleftarrow$	α	β

La dérivation de (159a) est donnée dans l'arbre (159b), où les prédicats sont dès le départ saturés par w (pour simplifier, les noms propres sont traduits directement par des constantes de type e comme suggéré en §5.4.3). Comme dans LO, *que* se traduit par $\lambda p\, p$ de type $\langle\langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$ pour déclencher l'AFI[100]. Au niveau du VP supérieur, nous avons renommé la variable liée par λw pour plus de clarté (mais c'était facultatif).

(159) a. Charles croit qu'Alice dort.

b.
- TP $\mathbf{croire}'_w(\mathbf{c}, \lambda w_1\, \mathbf{dormir}'_{w_1}(\mathbf{a}))$
  - DP – Charles – $\mathbf{c}$
  - VP $\lambda x\, \mathbf{croire}'_w(x, \lambda w\, \mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a})) = \lambda x\, \mathbf{croire}'_w(x, \lambda w_1\, \mathbf{dormir}'_{w_1}(\mathbf{a}))$
    - V – croit – $\lambda p \lambda x\, \mathbf{croire}'_w(x, p)$
    - CP $[\lambda p\, p(\lambda w\, \mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a}))] = \lambda w\, \mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a})$
      - C – que – $\lambda p\, p$
      - TP $\mathbf{dormir}'_w(\mathbf{a})$
        - DP – Alice – $\mathbf{a}$
        - VP – dort – $\lambda x\, \mathbf{dormir}'_w(x)$

Comme dit précédemment, cette stratégie est simple, mais elle l'est finalement trop. D'abord nous pouvons facilement nous rendre compte qu'utiliser une seule et même variable w nous empêchera d'obtenir directement la traduction de la lecture *de re* de (160) que nous avions proposée au chapitre 5 §5.4.

(160) a. Œdipe voulait épouser sa mère.

b. $\mathbf{vouloir}'_w(\mathbf{œ}, \lambda w_1\, \mathbf{épouser}'_{w_1}(\mathbf{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_{w_1}(x, \mathbf{œ})))$ (de dicto)

c. $\mathbf{vouloir}'_w(\mathbf{œ}, \lambda w_1\, \mathbf{épouser}'_{w_1}(\mathbf{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_{w}(x, \mathbf{œ})))$ (de re)

Dans (160b), la variable w_1 ne provient que d'un renommage a posteriori de variables liées (la formule équivaut à $\mathbf{vouloir}'_w(\mathbf{œ}, \lambda w\, \mathbf{épouser}'_w(\mathbf{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \mathbf{œ})))$). Mais ce n'est pas le cas de (160c) où l'occurrence de w sur $\mathbf{mère}'$ est dans la portée de λw_1 mais celui-ci ne doit surtout pas la lier. Autrement dit, au cours de l'analyse, avant d'opérer

[100] *Que* ne peut pas se traduire par $\lambda \varphi \lambda w \varphi$ de type $\langle \mathrm{t}, \langle \mathrm{s}, \mathrm{t}\rangle\rangle$, pour les mêmes raisons que celles données en §6.2.4.

l'AFI, nous devrons obtenir $\mathbf{épouser}'_{w_1}(\text{œ}, \iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \text{œ}))$, c'est-à-dire avec deux arguments de mondes formellement distincts.

Nous pourrions nous débarrasser hâtivement de cette complication en estimant que la lecture *de re* s'obtient en fait par montée du DP concerné (par *quantifying-in* ou *QR*) : ainsi le quantificateur généralisé $\lambda P[P(\iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \text{œ}))]$ serait interprété en dehors de la portée de la λ-abstraction introduite par AFI, ce qui donnerait $[\lambda P[P(\iota x\, \mathbf{mère}'_w(x, \text{œ}))](\lambda x_1\, \mathbf{vouloir}'_w(\text{œ}, \lambda w\, \mathbf{épouser}'_w(\text{œ}, x_1)))]$ n'utilisant qu'une seule variable w mais équivalant à (160c). Cependant il y a tout lieu de penser que cette option est fautive. D'abord parce qu'il n'y a pas vraiment de raison que les DP référentiels soient sujet à la montée des quantificateurs. En outre, analyser ces lectures *de re* par montée des DP impliquerait des instances tout à fait exceptionnelles de *QR* envoyant les quantificateurs à l'extérieur de leur proposition syntaxique d'origine. Nous avons vu au chapitre 3 que cette possibilité était (éventuellement) une singularité des indéfinis mais pas des DP quantificationnels. C'est en fait une contrainte fondamentale de l'interface syntaxe-sémantique : il n'est pas permis d'opérer *QR* au delà d'un CP correspondant à une proposition finie[101]. Le problème ne se pose pas vraiment pour (160) (où la subordonnée est infinitive), mais il est déterminant pour l'exemple qui faisait l'objet de l'exercice 4.10 du chapitre 4 repris ici en (161).

(161) Paul a cru [$_{\text{CP}}$ que tous les hommes étaient des femmes].

La montée de *tous les hommes* hors du CP n'est pas autorisée ici. Si c'était le cas, alors cela se produirait aussi dans les exemples (162) et nous pourrions avoir parfois une portée maximale de *tous les hommes* faisant ainsi covarier *un invité*. Mais une telle interprétation n'est jamais disponible.

(162) a. Un invité a cru [$_{\text{CP}}$ que tous les hommes étaient des femmes].
b. Paul a raconté à un invité [$_{\text{CP}}$ que tous les hommes étaient des femmes].

Par conséquent la lecture *de re* des DP référentiels et quantificationnels ne peut pas s'expliquer par *QR*, et nous devons forcément produire des formules comme (160c) et (163) (sans déplacer les DP).

(163) $\mathbf{croire}'_w(\mathbf{p}, \lambda w_1 \forall x[\mathbf{homme}'_w(x) \rightarrow \mathbf{femme}'_{w_1}(x)])$

Autrement dit nous devons pouvoir manipuler différentes variables de type s dans l'interface et donc, pour en revenir à notre point de départ, la stratégie qui vise à utiliser partout la même variable trouve ici ses limites. De surcroît, cela implique que LO_2 a véritablement un avantage expressif sur LO (puisque LO équivaut à l'utilisation de LO_2 avec une seule variable de type s).

D'ailleurs notons aussi que cela aurait été un peu étrange de traduire les unités lexicales immédiatement par des prédicats saturés pour leur argument de monde. LO_2

[101] C'est-à-dire dont le verbe est conjugué. Notons aussi que selon cette contrainte, les portées exceptionnelles des indéfinis doivent alors s'expliquer par d'autres mécanismes ; c'est ce qui a motivé l'usage des fonctions de choix, entre autres.

nous offre la possibilité de manipuler des intensions et il serait assez naturel de penser que le lexique nous livre des traductions qui représentent le sens des mots, comme $\lambda w \lambda x\, \mathbf{enfant}'_w(x)$ et $\lambda w \lambda x\, \mathbf{dormir}'_w(x)$ (i.e. $\mathbf{enfant}'$ et $\mathbf{dormir}'$), plutôt que des dénotations (même relatives à un monde quelconque). Mais si nous traduisons les unités lexicales de la sorte, alors il nous faut un mécanisme qui sature les arguments de monde *pendant* la dérivation à l'interface syntaxe-sémantique. C'est une tâche qui est loin d'être triviale et qui a des implications non négligeables sur les analyses syntaxiques et sémantiques.

En fin de compte, nous nous retrouvons dans une situation où nous devrons introduire *compositionnellement* diverses variables de monde sachant que certaines devront être liées par des λ-abstractions, comme w_1 dans (163), et que d'autres devront être identiques entre elles, c'est-à-dire en relation de coréférence, comme les deux occurrences de w dans (163). Ce comportement fait penser à celui des pronoms, et c'est pourquoi il peut être pertinent d'envisager le traitement des arguments de monde au moyen d'un système d'indices numériques. Nous prendrons le temps d'examiner ce mécanisme en détail dans le chapitre 8 du volume 2.

A Corrections des exercices

A.1 Chapitre 1

Exercice 1.1 (p. 12)

Nous allons démontrer les réponses en appliquant la méthode des contre-exemples (§1.2.1, p 11) : pour chaque paire de phrases, nous essayons d'imaginer une situation par rapport à laquelle (a) est vraie *et* (b) est fausse.

1. La situation serait telle que la soupe est chaude *et* la soupe est froide (puisqu'il est faux qu'elle n'est pas froide). C'est contradictoire, et nous en concluons que (a) $\models$ (b).
2. Ici la situation serait telle que la soupe est chaude et brûlante. C'est tout à fait possible (si la soupe est précisément brûlante) puisque quelque chose de brûlant est forcément chaud. C'est un contre-exemple, et donc (a) $\not\models$ (b).
3. Si nous sommes dans une situation où le colonel Moutarde *n'est pas* coupable, alors on ne peut pas *prouver* qu'il est coupable. À la rigueur, Joseph pourrait argumenter ou soutenir (par erreur ou malhonnêteté) que le colonel est coupable, mais objectivement nous n'aurons pas le droit de dire qu'il a *prouvé* la culpabilité. Par conséquent (a) $\models$ (b).
4. Ici il faut être vigilant : une situation où (b) est fausse (il est faux que des étudiants n'ont pas eu la moyenne au partiel) est telle que *tous* les étudiants ont eu la moyenne. Dans une telle situation, (a) peut-elle être vraie ? Oui, nécessairement, car si (a) était fausse cela voudrait dire qu'aucun étudiant n'a eu la moyenne (ce qui serait contradictoire avec la première hypothèse). Nous pouvons avoir une situation où (a) est vraie et (b) fausse, et donc (a) $\not\models$ (b).
   NB : le fait que nous comprenons souvent (a) comme s'accompagnant aussi de la vérité de (b) ne relève pas de la conséquence logique mais d'une implicature conversationnelle (cf. §1.3.2).

Exercice 1.2 (p. 13)

La méthode consiste à appliquer la définition 1.3 et son corollaire donnés à la p. 13 en cherchant un contre-exemple à l'équivalence, c'est-à-dire un scénario par rapport auquel on pourra juger que l'une des deux phrases est vraie et l'autre fausse. Si nous y arrivons, alors c'est que les deux phrases ne sont pas équivalentes ; sinon nous concluons qu'elles le sont probablement. Il faut noter qu'en toute rigueur, cette conclusion ne peut être que provisoire[1], car si nous ne trouvons pas de contre-exemple, cela ne veut pas nécessairement dire qu'il n'en existe pas, mais simplement que nous n'avons peut-être pas assez cherché ou pas encore trouvé.

[1] Comme toute conclusion scientifique sérieuse.

(4) a. Anne a acheté une lampe au brocanteur.
b. Le brocanteur a vendu une lampe à Anne.

Peut-on imaginer un scénario où la phrase (a) est vraie et (b) fausse ? Une piste serait d'envisager qu'Anne a effectué l'achat mais que le brocanteur, lui, n'a rien fait dans l'histoire. Par exemple, si Anne a acheté la lampe sur internet via un site de vente par correspondance… Mais pour autant, même dans ce cas, peut-on vraiment dire que (b) est fausse ? Si, un peu plus tard, le brocanteur consulte son compte sur le site, constatant la transaction, il pourrait dire : « Ah super, aujourd'hui j'ai vendu une lampe ». Si l'on accepte cette possibilité, alors on n'aura pas prouvé qu'il s'agit là d'un contre-exemple. Inversement, pour avoir (b) vraie et (a) fausse, il faudrait s'orienter vers un scénario où Anne n'a rien fait ou éventuellement qu'elle ne s'est pas rendu compte que l'achat a eu lieu. Mais là aussi, on imagine mal comment le brocanteur aura réussi à vendre la lampe ou comment l'opération ne pourra pas être qualifiée d'achat en ce qui concerne Anne. À ce stade, nous conclurons (au moins provisoirement) que ces phrases semblent bien équivalentes, tout en retenant que les suggestions évoquées ci-dessus indiquent des directions vers lesquelles poursuivre et approfondir la question.

(5) a. La glace fond à 0 ℃.
b. La température de fusion de l'eau est de 0 ℃.

Notons d'abord que des physiciens relèveront sans doute que ces deux phrases peuvent être fausses en même temps car elles ne disent rien des conditions de pression ambiante. Mais d'un point de vue sémantique, cela ne nous concerne guère : nous avons seulement à *supposer* la vérité et la fausseté de l'une et l'autre phrase. En procédant de la sorte, une situation où (a) est jugée vraie rend également (b) vraie. De même, inversement, en partant d'une situation où (b) est vraie, car une telle situation n'est pas seulement un cas où la science établit une certaine propriété de l'eau, c'est aussi un cas où cette propriété est définitivement vérifiée dans la réalité. Ce qui perturbe l'exercice, en revanche, c'est que les phrases sont polysémiques (cf. p. 19) : *glace* peut désigner diverses choses (de l'eau ou un autre liquide à l'état solide, une crème glacée, un miroir…), les phrases peuvent chacune référer à des matériaux en général ou à des entités particulières observées dans le contexte (un certain bloc de glace, une certaine quantité d'eau), etc. Tant que ces acceptions ne sont pas fixées, il faudra conclure leur variabilité de sens empêche les phrases d'être équivalentes. Elles ne pourront l'être que sous certaines hypothèses qui les désambiguïsent.

(6) a. Tous les étudiants ont eu la moyenne à l'examen.
b. Aucun étudiant n'a été recalé à l'examen.

Supposons une situation où les règles d'évaluation de l'examen en question stipulent qu'il faut une note supérieure ou égale à 12/20 pour être admis. Et supposons de plus que tous les étudiants ont eu une note supérieure à 10/20 mais que certains ont eu 11/20. Dans ce cas (a) est vraie, mais (b) est fausse. Les deux phrases ne sont donc pas logiquement équivalentes.

(7) a. Vous savez bien que l'existence précède l'essence.
b. Vous n'ignorez pas que l'existence précède l'essence.

Plaçons nous dans une situation où il est vrai que « l'existence précède l'essence » (quoi que cela veuille dire) et où (a) est fausse. Dans cette situation, l'allocutaire ne sait donc pas que l'existence précède l'essence, c'est-à-dire qu'il ignore que l'existence précède l'essence. Mais alors (b) est fausse aussi. Un raisonnement similaire peut être mené en partant d'une situation où (b) est fausse (s'il est faux que l'allocutaire n'ignore pas, c'est qu'il sait). Les deux phrases sont donc équivalentes.

Exercice 1.3 (p. 22)

En accord avec la définition 1.8 p. 20, pour chaque phrase, nous construisons un scénario par rapport auquel nous pouvons juger que la phrase est à la fois vraie et fausse (selon le sens retenu).

1. Scénario : *j'ai une bouteille d'eau minérale en plastique, initialement vide ; je l'ai remplie de limonade.* La phrase est vraie, car c'est bien ma bouteille d'eau que j'ai remplie. Mais elle est aussi fausse, car je ne l'ai pas remplie d'eau.
2. Scénario : *Pierre, très distrait, se promène dans la rue en pyjama ; un agent de police, en uniforme, l'arrête pour lui demander la raison de cette tenue étrange.* La phrase est vraie car Pierre, alors qu'il était en pyjama, s'est fait arrêter par un policier. Elle est aussi fausse car ce n'est pas un policier en pyjama qui l'a arrêté.
3. Scénario : *Daniel est venu à la fête, le président aussi ; Daniel ne savait même pas que le président serait présent et il est venu parce qu'il aime les fêtes et n'en manque aucune.* La phrase est vraie car ce n'est pas parce que le président était là que Daniel est venu. Elle est fausse parce que Daniel est venu à la fête. Les deux sens de la phrase peuvent se paraphraser en : i) la raison pour laquelle Daniel est venu n'est pas que le président était là ; ii) la raison pour laquelle Daniel n'est pas venu est que le président était là.
4. Scénario : *Alice est une omnivore accomplie et a un régime alimentaire varié et équilibré, mais pour ce qui est des yaourts, elle n'en mange qu'au chocolat.* La phrase est vraie car les seuls yaourts qu'Alice mange sont au chocolat, et elle est fausse car Alice ne se nourrit pas exclusivement de yaourts au chocolat.
5. Scénario : *Kevin aime bien dessiner, et en particulier il aime faire le portrait des gens qui sont plutôt beaux (ils ne dessine jamais les gens qu'il trouve moches) ; mais il a un mauvais coup de crayon et ses dessins enlaidissent toujours les sujets.* La phrase est vraie car, les gens qu'il dessine, il les dessine moches. Et elle est fausse car il ne dessine pas les gens qui sont moches. Les deux sens se paraphrasent ainsi : i) si Kevin dessine quelqu'un, il le dessine moche ; ii) si quelqu'un est moche, Kevin le dessine.

Exercice 1.4 (p. 22)

La phrase *ce bijou n'est pas une bague en or* n'est pas ambiguë, elle a juste une signification assez large pour couvrir les cas où le bijou n'est pas une bague et ceux où il n'est pas en or. Pour nous en assurer, nous pouvons ici appliquer le test des ellipses vu dans le chapitre p. 22. Supposons qu'un premier bijou B_1 est une bague en argent et qu'un second bijou B_2 est un bracelet en or ; nous pouvons alors tout à fait énoncer *ce bijou* B_1 *n'est pas une bague en or, et ce bijou* B_2 *non plus.*

Exercice 1.5 (p. 33)

La méthode la plus simple pour trouver les projections d'une phrase *P* est de la comparer avec sa forme négative en *il est faux que P*, comme ce que nous avons vu avec les exemples (31)–(34) en §1.3.1.1, p. 24.

1. Projection : Pierre n'est pas venu.
2. Projection : Quelqu'un d'autre qu'Hélène fait de la linguistique.
3. Projection : Hélène fait autre chose que de la linguistique.
4. Projection : Marianne fumait avant.
5. Projection : Le téléphone a sonné.
6. Projection : Laurence a pris une salade (c'est-à-dire la phrase sans *seulement* ; remarquons que dans cette phrase, le contenu proféré est : Laurence n'a rien pris d'autre qu'une salade).
7. Projection : Antoine a été barbu.
8. Projections : Jean a essayé d'intégrer l'ENA (c'est-à-dire il s'est présenté au concours d'entrée). Mais il y a une seconde présupposition déclenchée par *essayer* qui est : il n'est pas facile d'intégrer l'ENA.
9. Projection : Quelqu'un a apporté des fleurs.
10. Projection : Robert faisait partie de ceux qui avaient le moins de chances d'avoir la moyenne au partiel. Notons ici que le test de la négation s'applique un peu difficilement. Il faut bien prendre soin d'utiliser la formulation en *il est faux que*.
11. Projections : 1) Quelqu'un est le coupable (c'est-à-dire il y a un coupable) et 2) le coupable est le colonel Moutarde.

Notons que la plupart des projections de cet exercice se trouvent être des présuppositions. Pour certaines, on peut s'en assurer assez facilement en appliquant le test de redondance (§1.3.1.3, p. 29) ; pour d'autres, comme 9 et 10, le test est moins concluant, ce qui peut soulever la question de leur statut véritablement présuppositionnel. Quant à 2 et 3, le test fonctionne bien à condition d'utiliser une formulation plus précise du contenu projectif, par exemple *Lucie fait de la linguistique et Hélène aussi fait de la linguistique vs #Hélène aussi fait de la linguistique et Lucie fait de la linguistique.*

Exercice 1.6 (p. 33)

Les résultats que nous pouvons tirer de cet exercice sont à prendre avec précaution car ils attendent des jugements sémantiques particulièrement fins, qui peuvent varier d'un locuteur à l'autre. Pour obtenir des conclusions plus assurées, il serait utile, par exemple, de mettre sur pied des expérimentations à grande échelle. Nous allons donc ici seulement nous concentrer sur la méthode sous-jacente. Celle-ci consiste, en premier lieu, à comparer les inférences que nous tirons de chaque phrase avec celles que nous tirons de leur négation. Pour ces trois phrases, les présuppositions potentielles portent sur l'existence des verchons.

1. *Il y a des verchons qui ont bourniflé.* Nous en inférons évidemment que les verchons existent.

   Négation : *Il est faux qu'il y a des verchons qui ont bourniflé.* Certes, les contextes les plus naturels dans lesquels cette phrase peut être énoncée, sont ceux où l'on sait que les verchons existent ; cependant (et c'est ce qui importe ici) elle peut également l'être dans des cas de figure où les verchons n'existent pas. En d'autres termes, si les verchons n'existent pas, il semblera assez légitime de dire que cette phrase est vraie. Il semble donc que l'expression *il y a des verchons* ne présuppose pas *sémantiquement* qu'il existe des verchons (mais ça l'affirme).

2. *Tous les verchons ont bourniflé.* Si cette phrase est vraie, alors nous devons en inférer que les verchons existent (notamment du fait de l'emploi du passé composé).
   Négation : *Il est faux que tous les verchons ont bourniflé.* Cela signifie qu'il y a au moins un verchon qui n'a pas bourniflé, et donc que les verchons existent.
   Nous pouvons également nous aider du test de la redondance (§1.3.1.3, p. 29). Si nous comparons *les verchons existent et tous les verchons ont bourniflé* et *tous les verchons ont bourniflé et les verchons existent*, nous constatons que cette seconde phrase est particulièrement redondante.
   Il est donc raisonnable de conclure que la phrase présuppose (sémantiquement) que les verchons existent.
3. *Aucun verchon n'a bourniflé.* Pouvons-nous inférer de (la vérité de) cette phrase que forcément les verchons existent ? Les jugements peuvent être fluctuants, mais nous pouvons estimer que si les verchons n'existent pas, alors la phrase sera vraie (comme pour la négation de la phrase 1 ci-dessus). Si tel est bien le cas, alors il n'est pas utile d'examiner la négation de la phrase[2], nous pourrons tout de suite conclure que la phrase ne présuppose pas que les verchons existent. Le test de la redondance va-t-il dans ce sens ? *Les verchons existent mais aucun verchon n'a bourniflé* est acceptable, comme prévu ; quant à *aucun verchon n'a bourniflé, mais les verchons existent* nous pouvons y voir une redondance, mais elle est probablement moins saillante que dans la version avec *tous les* en 2.

Exercice 1.7 (p. 40)

1. Présupposition.
2. Conséquence logique.
3. Implicature conversationnelle (scalaire).
4. Contradiction.
5. Équivalence logique.
6. Implicature conversationnelle (particularisée).

A.2 Chapitre 2

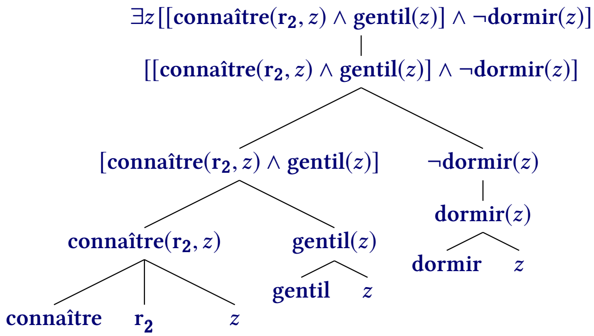
Exercice 2.1 (p. 70)

L'exercice consiste à produire l'arbre de construction (cf. p. 68) de chaque séquence en appliquant les règles syntaxiques de la définition 2.8, p. 67.

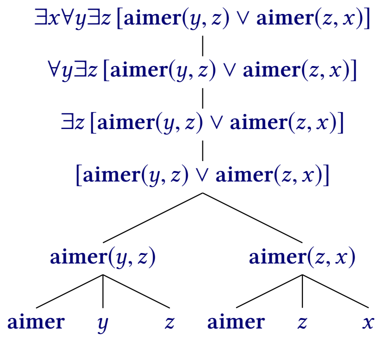
1. $\exists z\,[[\mathbf{connaître}(\mathbf{r_2}, z) \wedge \mathbf{gentil}(z)] \wedge \neg\mathbf{dormir}(z)]$

[2] Celle-ci signifie qu'il y a des verchons qui ont bourniflé, ce qui entraîne directement l'existence des verchons.

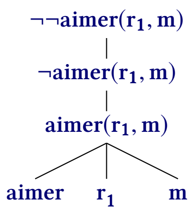
Cette formule est bien formée, on le montre à l'aide de son arbre de construction :



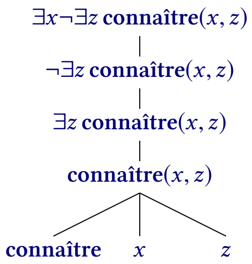
2. $\exists x \forall y \exists z\,[\mathbf{aimer}(y, z) \vee \mathbf{aimer}(z, x)]$
   Cette formule est bien formée :



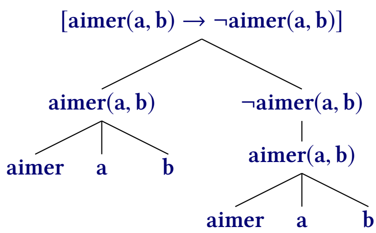
3. $\forall x y\, \mathbf{aimer}(x, y)$
   Cette séquence n'est pas une formule bien formée. En effet $\forall x$ peut être introduit par la règle (Syn.5), mais cette règle doit opérer sur une *formule*. Or $\forall x y\, \mathbf{aimer}(x, y)$ se décomposerait alors en $\forall x$ et $y\, \mathbf{aimer}(x, y)$ et cette seconde expression n'est pas une formule bien formée ; on ne peut pas construire $y\, \mathbf{aimer}(x, y)$, aucune règle n'autorise à placer une variable seule devant une expression.
4. $\neg\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{r}_1, \mathbf{m})$
   Cette formule est bien formée :



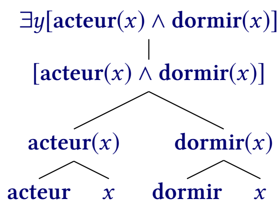
5. $\exists x \neg \exists z\, \mathbf{connaître}(x, z)$
   Cette formule est bien formée :



6. $\exists x$[**acteur**$(x) \wedge$ **dormir**$(x) \vee$ **avoir-faim**(x)]
   Cette expression n'est pas une formule bien formée car il manque une paire de crochets dans [**acteur**$(x) \wedge$ **dormir**$(x) \vee$ **avoir-faim**(x)]. En effet les connecteurs comme $\wedge$ et $\vee$ sont introduits par les règles (Syn.4) et ces règles introduisent en même temps une paire de crochets pour chaque connecteur.
7. [**aimer**(**a**, **b**) $\rightarrow \neg$**aimer**(**a**, **b**)]
   Cette formule est bien formée :



8. $\exists y$[**acteur**$(x) \wedge$ **dormir**(x)]
   Cette formule est bien formée :



   Remarque : la variable y « utilisée » par le quantificateur $\exists$ ne réapparaît pas dans la (sous-)formule qui suit, mais cela n'empêche pas l'expression d'être une formule bien formée, comme le permet la règle (Syn.5).

Exercice 2.2 (p. 70)

1. Antoine n'est plus barbu.
   $\rightsquigarrow$ $\neg$**barbu**(**a**)
2. Tout est sucré ou salé.
   $\rightsquigarrow$ $\forall x$[**sucré**$(x) \vee$ **salé**(x)]

3. Soit tout est sucré, soit tout est salé.
$\rightsquigarrow$ $[\forall x\, \mathbf{sucré}(x) \vee \forall x\, \mathbf{salé}(x)]$
4. Le chien qui aboie ne mord pas. (proverbe)
$\rightsquigarrow$ $\forall x[[\mathbf{chien}(x) \wedge \mathbf{aboyer}(x)] \rightarrow \neg\mathbf{mordre}(x)]$
ou $\forall x[\mathbf{chien}(x) \rightarrow [\mathbf{aboyer}(x) \rightarrow \neg\mathbf{mordre}(x)]]$
5. C'est Marie que Jérôme a embrassée.
$\rightsquigarrow$ $\mathbf{embrasser}(\mathbf{j}, \mathbf{m})$
6. Il y a des hommes et des femmes qui ne sont pas unijambistes.
$\rightsquigarrow$ $\exists x \exists y[[\mathbf{homme}(x) \wedge \mathbf{femme}(y)] \wedge [\neg\mathbf{unij}(x) \wedge \neg\mathbf{unij}(y)]]$
7. Tout le monde aime quelqu'un.
Cette phrase est ambiguë. Elle peut signifier que pour chaque personne, il y a une personne que la première aime (et donc possiblement autant de personnes aimées que de personnes aimantes), cela correspond à la traduction (a) ci-dessous ; mais elle peut signifier aussi qu'il existe une personne aimée de tout le monde, ce qui correspond à la traduction (b).
   a. $\rightsquigarrow$ $\forall x \exists y\, \mathbf{aimer}(x, y)$
   ou $\forall x[\mathbf{hum}(x) \rightarrow \exists y[\mathbf{hum}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x, y)]]$
   b. $\rightsquigarrow$ $\exists y \forall x\, \mathbf{aimer}(x, y)$
   ou $\exists y[\mathbf{hum}(y) \wedge \forall x[\mathbf{hum}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, y)]]$
8. Si tous les homards sont gauchers alors Alfred aussi est gaucher.
$\rightsquigarrow$ $\forall x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)] \rightarrow \mathbf{gaucher}(\mathbf{a})$
9. Quelqu'un a envoyé une lettre anonyme à Anne.
$\rightsquigarrow$ $\exists x[\mathbf{hum}(x) \wedge \exists y[[\mathbf{lettre}(y) \wedge \mathbf{anon}(y)] \wedge \mathbf{envoyer}(x, y, \mathbf{a})]]$
10. Seule Chloé est réveillée.
$\rightsquigarrow$ $\forall x[\mathbf{réveillé}(x) \leftrightarrow x = \mathbf{c}]$
mais on peut aussi proposer $\forall x[\mathbf{réveillé}(x) \rightarrow x = \mathbf{c}]$, qui n'a pas le même sens, et qui là exclut le présupposé.

Exercice 2.3 (p. 70)

1. Il existe des éléphants roses.
$\rightsquigarrow$ $\exists x[\mathbf{éléphant}(x) \wedge \mathbf{rose}(x)]$
2. Quelque chose me gratouille et me chatouille.
$\rightsquigarrow$ $\exists x[\mathbf{gratouiller}(x, \mathbf{l}) \wedge \mathbf{chatouiller}(x, \mathbf{l})]$ (avec $\mathbf{l}$ pour le locuteur)
3. Quelque chose me gratouille et quelque chose me chatouille.
$\rightsquigarrow$ $[\exists x\, \mathbf{gratouiller}(x, \mathbf{l}) \wedge \exists x\, \mathbf{chatouiller}(x, \mathbf{l})]$
4. Nimes est entre Avignon et Montpellier.
$\rightsquigarrow$ $\mathbf{être\text{-}entre}(\mathbf{n}, \mathbf{a}, \mathbf{m})$
5. S'il y a des perroquets ventriloques, alors Jacko en est un.
$\rightsquigarrow$ $[\exists x[\mathbf{perroquet}(x) \wedge \mathbf{ventriloque}(x)] \rightarrow [\mathbf{perroquet}(\mathbf{j}) \wedge \mathbf{ventriloque}(\mathbf{j})]]$
6. Anne a reçu une lettre de Jean, mais elle n'a rien reçu de Pierre.
$\rightsquigarrow$ $\exists x[\mathbf{lettre}(x) \wedge \mathbf{recevoir}(\mathbf{a}, x, \mathbf{j})] \wedge \neg\exists y\, \mathbf{recevoir}(\mathbf{a}, y, \mathbf{p})$
7. Tout fermier qui possède un âne est riche.
$\rightsquigarrow$ $\forall x[[\mathbf{fermier}(x) \wedge \exists y[\mathbf{âne}(y) \wedge \mathbf{posséder}(x, y)]] \rightarrow \mathbf{riche}(x)]$

8. Il y a quelqu'un qui a acheté une batterie et qui est en train d'en jouer.
$\rightsquigarrow \exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \exists y[\mathbf{batterie}(y) \wedge \mathbf{acheter}(x, y) \wedge \mathbf{jouer}(x, y)]]$
9. Il y a un seul océan.
$\rightsquigarrow \exists x[\mathbf{océan}(x) \wedge \forall y[\mathbf{océan}(y) \rightarrow y = x]]$
10. Personne n'aime personne.
    a. $\rightsquigarrow \neg\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \exists y[\mathbf{humain}(y) \wedge \mathbf{aimer}(x, y)]]$
    ou $\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x, y)]]$
    ou $\forall x \forall y[[\mathbf{humain}(x) \wedge \mathbf{humain}(y)] \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$
    b. $\rightsquigarrow \neg\exists x[\mathbf{humain}(x) \wedge \forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x, y)]]$
    ou $\forall x[\mathbf{humain}(x) \rightarrow \neg\forall y[\mathbf{humain}(y) \rightarrow \neg\mathbf{aimer}(x, y)]]$

Il est important de noter que cette dernière phrase est ambiguë (d'où les deux séries de traductions). Dans une première interprétation, elle signifie que pour chaque individu du modèle, celui-ci n'aime personne (autrement dit, il n'y a pas d'amour dans le modèle) ; c'est ce que donnent les traductions (a). Dans la seconde interprétation, la phrase signifie qu'il est faux qu'il y a des gens qui n'aiment personne (autrement dit, tout le monde aime au moins une personne) ; elle est peut-être un peu moins spontanée, mais elle apparaît naturellement dans le dialogue — *Albert n'aime personne. — Mais non voyons,* PERSONNE *n'aime personne* (facilitée par l'accent intonatif sur le premier *personne*) ; c'est ce que donnent les traductions (b).

Exercice 2.4 (p. 82)

Les dénotations sont calculées en appliquant les règles d'interprétation de la définition 2.12, p. 79.

1. $[\mathbf{père\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{p}) \leftrightarrow \mathbf{elfe}(\mathbf{b})]$
La règle (Sém.4d) nous dit que cette formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$ ssi $\mathbf{père\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{p})$ et $\mathbf{elfe}(\mathbf{b})$ ont la même dénotation. $[\![\mathbf{père\text{-}de}(\mathbf{o}, \mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ car $\langle$OBÉRON, PUCK$\rangle \notin F_1(\mathbf{père\text{-}de})$; et $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{b})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$ car BOTTOM $\notin F_1(\mathbf{elfe})$. Par conséquent, la formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$.
2. $[\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{d}, \mathbf{h_3}) \rightarrow \mathbf{triste}(\mathbf{h_3})]$
Selon la règle (Sém.4c), cette formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$ ssi $\neg\mathbf{aimer}(\mathbf{d}, \mathbf{h_3})$ est fausse *ou* $\mathbf{triste}(\mathbf{h_3})$ est vraie. Il se trouve que nous remarquons assez rapidement que $\mathbf{triste}(\mathbf{h_3})$ est vraie dans $\mathcal{M}_1$, car HÉLÉNA $\in F_1(\mathbf{triste})$ (sachant que $\mathbf{h_3}$ dénote HÉLÉNA). Cela suffit à montrer que la formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$.
3. $\neg[\mathbf{elfe}(\mathbf{p}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{p})]$
Cette formule est d'abord une négation, donc nous calculons sa dénotation en consultant d'abord la règle (Sém.3) qui dit que la formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$ ssi $[\mathbf{elfe}(\mathbf{p}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{p})]$ est fausse dans $\mathcal{M}_1$. Or $[\![\mathbf{elfe}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ car PUCK $\in F_1(\mathbf{efle})$, et $[\![\mathbf{farceur}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$ car PUCK $\in F_1(\mathbf{farceur})$. Donc, en vertu de la règle (Sém.4a), $[\![\mathbf{farceur}(\mathbf{p}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{p})]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$, et nous en concluons que $[\![\neg[\mathbf{farceur}(\mathbf{p}) \wedge \mathbf{farceur}(\mathbf{p})]]\!]^{\mathcal{M}_1} = 0$.
4. $[\mathbf{farceur}(\mathbf{t_1}) \rightarrow [\mathbf{elfe}(\mathbf{t_1}) \rightarrow \mathbf{âne}(\mathbf{t_1})]]$
D'après (Sém.4c), la formule est vraie dans $\mathcal{M}_1$ ssi $\mathbf{farceur}(\mathbf{t_1})$ est fausse ou $[\mathbf{elfe}(\mathbf{t_1}) \rightarrow \mathbf{âne}(\mathbf{t_1})]$ est vraie. Or $\mathbf{farceur}(\mathbf{t_1})$ est vraie dans $\mathcal{M}_1$ car THÉSÉE $\in F_1(\mathbf{farceur})$. Nous

devons calculer la dénotation de $[\mathbf{elfe(t_1)} \rightarrow \mathbf{âne(t_1)}]$, qui est vraie ssi $\mathbf{elfe(t_1)}$ est fausse ou $\mathbf{âne(t_1)}$ est vraie. Et $\mathbf{elfe(t_1)}$ est effectivement fausse dans $\mathcal{M}_1$ (THÉSÉE $\notin$ $F_1(\mathbf{elfe})$), donc $[\mathbf{elfe(t_1)} \rightarrow \mathbf{âne(t_1)}]$ est vraie, ce qui fait que la formule globale est vraie aussi.

Exercice 2.5 (p. 84)

Nous dressons les tables de vérité (§2.4.1, p. 82) des formules de chaque paire et nous comparons les colonnes de résultats.

1. Tables de vérité de $[[\varphi \wedge \psi] \wedge \chi]$ et de $[\varphi \wedge [\psi \wedge \chi]]$:

φ	ψ	χ	$[\varphi \wedge \psi]$	$[[\varphi \wedge \psi] \wedge \chi]$	$[\psi \wedge \chi]$	$[\varphi \wedge [\psi \wedge \chi]]$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Les deux colonnes de résultats sont identiques, donc les deux formules sont bien équivalentes.

2. Tables de vérité de $[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$ et $[\varphi \vee [\psi \vee \chi]]$:

φ	ψ	χ	$[\varphi \vee \psi]$	$[[\varphi \vee \psi] \vee \chi]$	$[\psi \vee \chi]$	$[\varphi \vee [\psi \vee \chi]]$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0

Même conclusion que précédemment.

3. Tables de vérité de $[[\varphi \rightarrow \psi] \rightarrow \chi]$ et $[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$:

φ	ψ	χ	$[\varphi \rightarrow \psi]$	$[[\varphi \rightarrow \psi] \rightarrow \chi]$	$[\psi \rightarrow \chi]$	$[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1

Les deux colonnes de résultats sont différentes, donc les deux formules ne sont pas équivalentes.

Exercice 2.6 (p. 85)

Par défaut, les équivalences se démontrent par la méthode des tables de vérité comme dans l'exercice précédent, mais par endroits il est possible de procéder autrement.

1. φ et $\neg\neg\varphi$

φ	$\neg\varphi$	$\neg\neg\varphi$
1	0	1
0	1	0

En fait, c'est presque laborieux de faire la table de vérité, car la démonstration est triviale et immédiate : $\neg$ inverse les valeurs de vérité, donc si on inverse deux fois (ou un nombre paire de fois), on retombe sur la valeur initiale (comme retourner deux fois une pièce de monnaie).

2. $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\neg\varphi \vee \psi]$

φ	ψ	$[\varphi \rightarrow \psi]$	$\neg\varphi$	$[\neg\varphi \vee \varphi]$
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

3. $[\varphi \rightarrow \psi]$ et $[\neg\psi \rightarrow \neg\varphi]$

Ici on pourrait assez rapidement et facilement faire la table de vérité, mais on peut aussi démontrer l'équivalence très simplement, en raisonnant. On sait, par la démonstration précédente, que $[\varphi \rightarrow \psi]$ équivaut à $[\neg\varphi \vee \psi]$. Pour la même raison, on sait que $[\neg\psi \rightarrow \neg\varphi]$ équivaut à $[\neg\neg\psi \vee \neg\varphi]$, ce qui équivaut à $[\psi \vee \neg\varphi]$ en vertu de la loi de double négation démontrée ci-dessus en 1. Et comme la disjonction est commutative, cela équivaut à $[\neg\varphi \vee \psi]$, et donc à $[\varphi \rightarrow \psi]$.

4. $[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$ et $[[\varphi \wedge \psi] \rightarrow \chi]$

Là aussi on peut démontrer l'équivalence en utilisant celle démontrée ci-dessus en 2, ainsi que d'autres démontrées précédemment. Par l'équivalence 2, on sait que $[\varphi \rightarrow [\psi \rightarrow \chi]]$ équivaut à $[\neg\varphi \vee [\psi \rightarrow \chi]]$, qui équivaut à $[\neg\varphi \vee [\neg\psi \vee \chi]]$. Or on a démontré que $\vee$ est commutative, donc la formule équivaut aussi à $[[\neg\varphi \vee \neg\psi] \vee \chi]$. Et par une des lois de Morgan, on sait aussi que $[\neg\varphi \vee \neg\psi]$ équivaut à $\neg[\varphi \wedge \psi]$. Donc, par remplacement, notre formule équivaut à $[\neg[\varphi \wedge \psi] \vee \chi]$. Or cette formule répond au schéma $[\neg X \vee Y]$ de l'équivalence 2. Donc on en conclut que notre formule équivaut à $[[\varphi \wedge \psi] \rightarrow \chi]$.

5. $[\varphi \wedge [\psi \vee \chi]]$ et $[[\varphi \wedge \psi] \vee [\varphi \wedge \chi]]$

φ	ψ	χ	$[\psi \vee \chi]$	$[\varphi \wedge [\psi \vee \chi]]$	$[\varphi \wedge \psi]$	$[\varphi \wedge \chi]$	$[[\varphi \wedge \psi] \vee [\varphi \wedge \chi]]$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

6. $[\varphi \vee [\psi \wedge \chi]]$ et $[[\varphi \vee \psi] \wedge [\varphi \vee \chi]]$

φ	ψ	χ	$[\psi \wedge \chi]$	$[\varphi \vee [\psi \wedge \chi]]$	$[\varphi \vee \psi]$	$[\varphi \vee \chi]$	$[[\varphi \vee \psi] \wedge [\varphi \vee \chi]]$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Exercice 2.7 (p. 94)

Nous encadrons chaque quantificateur et sa portée. Les variables libres sont notées en gras ($\boldsymbol{x}$) ; les autres sont liées par le quantificateur indiqué par une flèche. L'exercice exploite les définitions 2.14 (p. 92) et 2.15 (p. 93).

1. $\boxed{\exists x[\textbf{aimer}(x,\boldsymbol{y}) \wedge \textbf{âne}(x)]}$ — formule existentielle
2. $\boxed{\exists x\, \textbf{aimer}(x,\boldsymbol{y})} \wedge \textbf{âne}(\boldsymbol{x})$ — conjonction
3. $\boxed{\exists x \boxed{\exists y\, \textbf{aimer}(x,y)}} \rightarrow \textbf{âne}(\boldsymbol{x})$ — implication
4. $\boxed{\exists x[\boxed{\exists y\, \textbf{aimer}(x,y)} \rightarrow \textbf{âne}(x)]}$ — formule existentielle
5. $\neg \boxed{\exists x \boxed{\exists y\, \textbf{aimer}(x,y)}} \rightarrow \textbf{âne}(\boldsymbol{x})$ — implication
6. $\neg\textbf{âne}(\boldsymbol{x}) \rightarrow [\neg \boxed{\forall y[\neg\textbf{aimer}(\boldsymbol{x},y) \vee \textbf{âne}(\boldsymbol{x})]} \rightarrow \textbf{elfe}(\boldsymbol{y})]$ — implication
7. $\neg \boxed{\exists x(\textbf{aimer}(x,\boldsymbol{y}) \vee \textbf{âne}(\boldsymbol{y}))}$ — négation
8. $\neg \boxed{\exists x\, \textbf{aimer}(x,x)} \vee \boxed{\exists y\, \textbf{âne}(y)}$ — disjonction
9. $\boxed{\forall x \boxed{\forall y[[\textbf{aimer}(x,y) \wedge \textbf{âne}(y)] \rightarrow \boxed{\exists z\, \textbf{mari-de}(x,z)}]}}$ — formule universelle
10. $\boxed{\forall x[\boxed{\forall y\, \textbf{aimer}(y,x)} \rightarrow \textbf{âne}(\boldsymbol{y})]}$ — formule universelle

Exercice 2.8 (p. 99)

1. $\forall x[\textbf{elfe}(x) \wedge \textbf{farceur}(x)]$
   La règle (Sém.5b) nous dit que cette formule est vraie ssi pour *toute* constante κ du langage, nous trouvons $[\![\textbf{elfe}(\kappa) \wedge \textbf{farceur}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Mais évidemment cette sous-formule est fausse pour de nombreuses constantes, par exemple $\mathbf{t_1}$, puisque Thésée

n'est pas un elfe. La formule $\forall x[\mathbf{elfe}(x) \wedge \mathbf{farceur}(x)]$ est donc fausse dans $\mathcal{M}_1$. En français, elle correspondra à *toute chose est un elfe farceur* ou *tout ce qui existe est un elfe farceur*. Elle se distingue donc crucialement de (45), $\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \mathbf{farceur}(x)]$, qui elle correspond à *tous les elfes sont farceurs* et qui est vraie dans $\mathcal{M}_1$ (cf. p. 97).

2. $\forall x[\mathbf{elfe}(x) \rightarrow \neg\mathbf{triste}(x)]$
   Comme précédemment, la formule sera vraie ssi pour toute constante κ, on trouve $[\![\mathbf{elfe}(\kappa) \rightarrow \neg\mathbf{triste}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Pour toutes les constantes qui dénotent des individus qui ne sont pas des elfes, nous savons déja que cela sera vrai (puisque $\mathbf{elfe}(\kappa)$ sera faux). Il reste à examiner les constantes $\mathbf{o}$, $\mathbf{p}$ et $\mathbf{t_2}$. Comme aucun des individus dénotés par ces trois constantes (Obéron, Puck et Titania) ne sont dans $F_1(\mathbf{triste})$, nous obtiendrons, dans les trois cas, $[\![\neg\mathbf{triste}(\kappa)]\!]^{\mathcal{M}_1} = 1$. Cela suffit à montrer que $\mathbf{elfe}(\kappa) \rightarrow \neg\mathbf{triste}(\kappa)$ est toujours vraie et donc que la formule globale est vraie. Elle correspond en français à *aucun elfe n'est triste.*
3. $\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{elfe}(x)]$
   Étant donné $F_1(\mathbf{\hat{a}ne})$ et $F_1(\mathbf{elfe})$, nous constatons qu'il n'y a pas d'individu du modèle qui est à la fois dans les deux ensembles. Autrement dit, il n'existe pas de constante κ telle que $[\mathbf{\hat{a}ne}(\kappa) \wedge \mathbf{elfe}(\kappa)]$ soit vraie. Nous en concluons donc, par la règle (Sém.5a), que $\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{elfe}(x)]$ est fausse et que $\neg\exists x[\mathbf{\hat{a}ne}(x) \wedge \mathbf{elfe}(x)]$ est vraie dans $\mathcal{M}_1$. En français, la formule correspond à *il est faux qu'il y a un âne qui est un elfe* (ou *un elfe qui est un âne*), ce qui plus simplement peut se formuler en *aucun âne n'est un elfe* ou *aucun elfe n'est un âne.*
4. $\exists x\forall y\, \mathbf{aimer}(y, x)$
   Cette formule est vraie ssi il existe une constante κ_1 telle que $\forall y\, \mathbf{aimer}(y, \kappa_1)$ est vraie dans $\mathcal{M}_1$. Et $\forall y\, \mathbf{aimer}(y, \kappa_1)$ est vraie ssi pour toutes les constantes κ_2 nous trouvons $\mathbf{aimer}(\kappa_2, \kappa_1)$. Une telle constante κ_1 devrait donc dénoter un individu qui se retrouvait 11 fois en seconde position d'un couple $\langle$x, y$\rangle$ dans la dénotation de $\mathbf{aimer}$ (puisqu'il y a 11 constantes possibles pour κ_2). Mais en regardant $F_1(\mathbf{aimer})$, nous voyons immédiatement qu'il n'y a pas autant de couples dans l'ensemble et donc qu'une telle constante κ_1 n'existe pas. Par conséquent la formule est fausse dans $\mathcal{M}_1$. En français elle correspond à *il y a quelqu'un que tout le monde aime.*
5. $\forall y\exists x\, \mathbf{aimer}(y, x)$
   Cette formule est vraie ssi pour toute constante κ_1 $\exists x\, \mathbf{aimer}(\kappa_1, x)$ est vraie dans $\mathcal{M}_1$. Cela fait donc, *en théorie*, 11 calculs à effectuer, et chaque $\exists x\, \mathbf{aimer}(\kappa_1, x)$ sera vraie si à chaque fois on trouve une constante κ_2 telle que $\mathbf{aimer}(\kappa_1, \kappa_2)$ est vraie. Nous pouvons rapidement montrer que cela ne se produit pas dans $\mathcal{M}_1$ en prenant, par exemple, d'abord $\mathbf{p}$ pour κ_1. Dans $F_1(\mathbf{aimer})$ il n'y a pas de couple de la forme $\langle$Puck, ...$\rangle$, donc nous ne trouverons pas de constante κ_2 telle que $\mathbf{aimer}(\mathbf{p}, \kappa_2)$ soit vraie. Ce qui veut dire qu'il y a au moins une constante κ_1 telle que $\exists x\, \mathbf{aimer}(\kappa_1, x)$ est fausse, ce qui suffit à montrer que la formule globale est fausse dans $\mathcal{M}_1$. En français elle correspond à *tout le monde aime quelqu'un* (dans le sens de *chaque personne a quelqu'un qu'elle aime*).

Exercice 2.9 (p. 100)

1. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \wedge \mathbf{gaucher}(x)]$: il existe un individu qui est un homard et qui est gaucher ; en français cela donnera *il y a un homard gaucher* ou, éventuellement, *il existe des homards gauchers.*
2. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \vee \mathbf{gaucher}(x)]$: il existe un individu qui est un homard ou qui est gaucher ; cette formule est vraie du moment que les homards existent (même s'il n'y a pas de gauchers dans le modèle)[3]. Pas de phrase naturelle en français pour cette formule.
3. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$: il existe un individu tel que *si* c'est homard alors il est gaucher ; cette formulation des conditions de vérité est un peu alambiquée, mais il faut se souvenir que cela équivaut à : il existe un individu qui n'est pas un homard ou qui est gaucher (car $\varphi \rightarrow \psi$ équivaut à $\neg\varphi \vee \psi$) ; cette formule est vraie du moment qu'il existe des individus (par exemple vous et moi) qui ne sont pas des homards… Pas de phrase naturelle en français pour cette formule.
4. $\exists x[\mathbf{homard}(x) \leftrightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$ il existe un individu qui est un homard gaucher ou bien qui n'est ni homard ni gaucher. Pas de phrase naturelle en français pour cette formule.
5. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \wedge \mathbf{gaucher}(x)]$: tout individu du modèle est un homard gaucher. Pas vraiment de phrase naturelle en français pour cette formule.
6. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \vee \mathbf{gaucher}(x)]$: tout individu est un homard ou est gaucher ; autrement dit, pour tout individu, si ce n'est pas un homard, alors il doit forcément être gaucher (et vice-versa). Pas de phrase naturelle en français pour cette formule.
7. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \rightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$: pour tout individu, s'il est un homard alors il est gaucher. En français : *tous les homards sont gauchers.*
8. $\forall x[\mathbf{homard}(x) \leftrightarrow \mathbf{gaucher}(x)]$: pour tout individu, si c'est un homard, alors il est gaucher et s'il est gaucher, alors c'est un homard. Pas vraiment de phrase naturelle en français pour cette formule, si ce n'est *« homard » et « gaucher », c'est la même chose…*

Exercice 2.10 (p. 103)

Dressons les table de vérité de ces formules.

formules :		1	2	3	4
φ	$\neg\varphi$	$[\varphi \wedge \neg\varphi]$	$[\varphi \vee \neg\varphi]$	$[\varphi \rightarrow \neg\varphi]$	$[\varphi \rightarrow \varphi]$
1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1

La formule 1 est une contradiction, c'est même *la loi de contradiction* vue en §1.2.3.1 (p. 13) ; la formule 2 est une tautologie classique (*la loi du tiers exclu*, qui dit qu'une formule est soit vraie, soit fausse, et qu'il n'y a donc pas de troisième – ou *tierce* – possibilité). Malgré les apparences (et malgré nos attentes), la formule 4 n'est pas contradictoire : l'interprétation logique de l'implication matérielle en fait une formule contingente (qui est vraie quand son antécédent est faux) ; la formule 4 est, elle, bien une tautologie.

[3] Ou inversement, cette formule est vraie aussi du moment que les gauchers existent.

formules :				5		6
φ	ψ	$\neg\varphi$	$[\varphi \to \psi]$	$[\neg\varphi \to [\varphi \to \psi]]$	$[\psi \to \varphi]$	$[[\varphi \to \psi] \vee [\psi \to \varphi]]$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1

La formule 5 est une tautologie très remarquable de la logique classique, et on l'appelle *e falso sequitur quodlibet* (cf. note 47, p. 91), i.e. *du faux s'ensuit n'importe quoi*, ou *à partir d'une hypothèse fausse on peut tout déduire*. En effet la formule commence par poser l'hypothèse que φ est fausse ($\neg\varphi$), puis place φ en antécédent d'une implication dont le conséquent est quelconque ($\varphi \to \psi$). La formule 6 est une tautologie un peu curieuse (par rapport à notre intuition) qui dit que pour deux formules quelconques, il y en a forcément une qui implique l'autre. Comme la formule 3, elle tend à montrer que l'implication matérielle ne traduit pas idéalement le sens que nous attribuons aux structures conditionnelles (en *si*) de la langue.

Exercice 2.11 (p. 104)

En pratique, il y a plusieurs façons d'utiliser la définition 2.18 (p. 102) pour démontrer une conséquence logique. On pourrait, par exemple, reprendre la méthode des contre-exemples vue en §1.2.1 ; on pourrait également dressez les tables de vérités des formules en n'examinant que les lignes pour lesquelles la formule de gauche est vraie. Mais il est tout aussi simple et rapide de démontrer les conséquences par raisonnement, en partant de l'hypothèse que la formule de gauche est vraie (dans un modèle quelconque) et de déduire la vérité de la formule de droite.

1. $[\varphi \wedge \psi] \models \varphi$. Supposons que $[\varphi \wedge \psi]$ est vraie. Cela veut donc dire que les deux sous-formules sont vraies, et donc que φ est vraie. Évidemment, on a aussi $[\varphi \wedge \psi] \models \psi$.
2. $\varphi \models [\varphi \vee \psi]$. Supposons que φ est vraie. Alors $[\varphi \wedge \psi]$ puisqu'il suffit qu'une des deux sous-formules soit vraie pour qu'une disjonction soit vraie.
3. $[\varphi \to \psi] \models [\neg\psi \to \neg\varphi]$. Supposons que $[\varphi \to \psi]$ est vraie. Cela veut dire alors, en vertu de l'interprétation de $\to$, que soit φ est fausse, soit ψ est vraie. Si ψ est vraie, alors $\neg\psi$ est fausse et donc $[\neg\psi \to \neg\varphi]$ est vraie. Si φ est fausse, alors $\neg\varphi$ est vraie et donc $[\neg\psi \to \neg\varphi]$ est encore vraie.
4. $[\varphi \wedge [\varphi \to \psi]] \models \psi$. Supposons que $[\varphi \wedge [\varphi \to \psi]]$ est vraie. Cela veut dire, d'abord, que φ et $[\varphi \to \psi]$ sont toutes les deux vraies. Comme φ est vraie, alors pour que $[\varphi \to \psi]$ le soit aussi, il faut nécessairement ψ soit vraie. Cette conséquence est, en fait, la célèbre règle logique dite du *modus ponens*.
5. $[\varphi \to [\psi \wedge \neg\psi]] \models \neg\varphi$. Supposons que $[\varphi \to [\psi \wedge \neg\psi]$ est vraie. On sait par ailleurs que $[\psi \wedge \neg\psi]$ est fausse puisque c'est une contradiction (cf. l'exercice précédent). Et le seul cas où une implication est vraie lorsque sont conséquent est faux est celui où sont antécédente est faux aussi. Donc φ est fausse, et $\neg\varphi$ est vraie.

Exercice 2.12 (p. 107)

1. d. Remarque : c pourrait également être une traduction correcte, mais cette formule signifie *pour chaque réponse, il y a au moins un étudiant qui la connaît* et il semble que ce ne soit pas une interprétation naturelle de la phrase 1.
2. b. Sachant que cette formule est équivalente à $\forall x[\textbf{étudiant}(x) \rightarrow \exists y[\textbf{réponse}(y) \wedge \textbf{connaître}(x, y)]]$
3. b. Les formules c et d sont contradictoires. La formule a est une tautologie.
4. b. La formule a signifie que chaque étudiant ne connaît aucune réponse.
5. a.
6. c.
7. b, d. (équivalentes)

Exercice 2.13 (p. 108)

a–4 ; b–3 ; c–5 ; d–1 ; e–2.

Exercice 2.14 (p. 108)

$\mathcal{A} = \{\square_1 ; \heartsuit ; \blacktriangle ; \bigcirc ; \blacksquare ; \bigstar ; \square_2 ; \clubsuit ; \triangle\}$.
$F(\textbf{carré}) = \{\square_1 ; \blacksquare ; \square_2\}$, $F(\textbf{rond}) = \{\bigcirc\}$, $F(\textbf{cœur}) = \{\heartsuit\}$, $F(\textbf{triangle}) = \{\blacktriangle ; \triangle\}$,
$F(\textbf{étoile}) = \{\bigstar\}$, $F(\textbf{trèfle}) = \{\clubsuit\}$, $F(\textbf{blanc}) = \{\square_1 ; \heartsuit ; \bigcirc ; \square_2 ; \triangle\}$,
$F(\textbf{noir}) = \{\blacktriangle ; \blacksquare ; \bigstar ; \clubsuit\}$, $F(\textbf{objet}) = \mathcal{A}$,
$F(\textbf{à-gauche-de}) = \{\langle\square_1, \heartsuit\rangle ; \langle\square_1, \blacktriangle\rangle ; \langle\square_1, \blacktriangle\rangle ; \langle\bigcirc, \blacksquare\rangle ; \langle\bigstar, \square_2\rangle ; \langle\bigstar, \clubsuit\rangle ; \langle\square_2, \clubsuit\rangle\}$,
$F(\textbf{à-droite-de}) = \{\langle\heartsuit, \square_1\rangle ; \langle\blacktriangle, \square_1\rangle ; \langle\blacktriangle, \square_1\rangle ; \langle\blacksquare, \bigcirc\rangle ; \langle\square_2, \bigstar\rangle ; \langle\clubsuit, \bigstar\rangle ; \langle\clubsuit, \square_2\rangle\}$,
$F(\textbf{au-dessus-de}) = \{\langle\square_1, \bigstar\rangle ; \langle\heartsuit, \bigcirc\rangle ; \langle\heartsuit, \square_2\rangle ; \langle\bigcirc, \square_2\rangle ; \langle\blacksquare, \triangle\rangle ; \langle\blacktriangle, \clubsuit\rangle\}$,
$F(\textbf{en-dessous-de}) = \{\langle\bigstar, \square_1\rangle ; \langle\bigcirc, \heartsuit\rangle ; \langle\square_2, \heartsuit\rangle ; \langle\square_2, \bigcirc\rangle ; \langle\triangle, \blacksquare\rangle ; \langle\clubsuit, \blacktriangle\rangle\}$.

Exercice 2.15 (p. 109)

1. Dénotation des formules.

a. $\exists x[\textbf{femme}(x) \wedge \neg\textbf{triste}(x)]$
Pour que $[\![\exists x[\textbf{femme}(x) \wedge \neg\textbf{triste}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, il faut trouver au moins une valeur de x telle que $\textbf{femme}(x)$ et $\neg\textbf{triste}(x)$ soient vraies dans $\mathcal{M}$. Une valeur de x est une constante de LO ou, ce qui revient au même, un individu de $\mathcal{A}$.
Une telle valeur existe bien, par exemple Suzn. En effet Suzn appartient à $F(\textbf{femme})$ (l'ensemble des femmes) et n'appartient pas à $F(\textbf{triste})$ (l'ensemble des individus tristes).
Donc $[\![\exists x[\textbf{femme}(x) \wedge \neg\textbf{triste}(x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
La formule correspond à la phrase *il y a une femme qui n'est pas triste.*

b. $\forall x[\textbf{homme}(x) \rightarrow [\textbf{infidèle}(x) \vee \textbf{volage}(x)]]$
Pour que $[\![\forall x[\textbf{homme}(x) \rightarrow [\textbf{infidèle}(x) \vee \textbf{volage}(x)]]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, il faut que, pour chaque valeur que l'on peut assigner à x, lorsque l'on répète le calcul de $[\![[\textbf{homme}(x) \rightarrow [\textbf{infidèle}(x) \vee \textbf{volage}(x)]]]\!]^{\mathcal{M}}$ on trouve 1 à chaque fois.
On peut montrer rapidement que la formule est fausse en choisissant une valeur de x telle que $[\![[\textbf{homme}(x) \rightarrow [\textbf{infidèle}(x) \vee \textbf{volage}(x)]]]\!]^{\mathcal{M}} = 0$; ce sera un individu qui appartient à l'ensemble des hommes mais qui n'appartient ni à l'ensemble des infidèles ni à celui des volages. Par exemple Figr fait l'affaire.

Donc $[\![\forall x[\mathbf{homme}(x) \to [\mathbf{infidèle}(x) \lor \mathbf{volage}(x)]]]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.
La formule correspond à *tous les hommes sont infidèles ou volages.*

c. $\exists x \exists y[\mathbf{aimer}(x,y) \land \mathbf{aimer}(y,x)]$
$[\![\exists x \exists y[\mathbf{aimer}(x,y) \land \mathbf{aimer}(y,x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve une valeur pour x telle que $[\![\exists y[\mathbf{aimer}(x,y) \land \mathbf{aimer}(y,x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Et cette sous-formule est vraie ssi on trouve une valeur pour y telle que $[\![[\mathbf{aimer}(x,y) \land \mathbf{aimer}(y,x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
Il faut donc trouver deux individus X et Y dans $\mathcal{A}$, tels que $\langle$X, Y$\rangle$ *et* $\langle$Y, X$\rangle$ appartiennent à $F(\mathbf{aimer})$. Il en existe : par exemple Figr et Suzn.
Donc $[\![\exists x \exists y[\mathbf{aimer}(x,y) \land \mathbf{aimer}(y,x)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
Le sens de la formule se retrouve dans le sens de *il y a des gens qui s'aiment mutuellement.*

d. $[\mathbf{aimer}(\mathbf{a_1},\mathbf{s}) \to \exists x\, \neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]$
La formule est une implication, donc $[\![[\mathbf{aimer}(\mathbf{a_1},\mathbf{s}) \to \exists x\, \neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi l'antécédent $\mathbf{aimer}(\mathbf{a_1},\mathbf{s})$ est faux, *ou* (donc si l'antécédent est vrai) le conséquent $\exists x\, \neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})$ est vrai.
L'antécédent est vrai, car Almv aime Suzn dans $\mathcal{M}$. Vérifions donc que le conséquent est vraie aussi.
$[\![\exists x\, \neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve au moins une valeur pour x telle que $[\![\neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]\!]^{\mathcal{M}} = 1$, c'est-à-dire telle que $[\![\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]\!]^{\mathcal{M}} = 0$, c'est-à-dire un individu qui n'aime pas Almv. Cette valeur est facile à trouver : par exemple Figr (en fait tous les individus de $\mathcal{A}$ sauf Rosn feront l'affaire).
Donc $[\![[\mathbf{aimer}(\mathbf{a_1},\mathbf{s}) \to \exists x\, \neg\mathbf{aimer}(x,\mathbf{a_1})]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$.
Cette formule correspond à la phrase *Si Almaviva aime Suzanne, alors quelqu'un n'aime pas Almaviva.*

e. $\neg\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]$
$[\![\neg\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve que $[\![\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.
Or $[\![\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi on trouve une valeur pour x telle que $[\![[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$ (et si on ne trouve pas une telle valeur dans $\mathcal{A}$, alors on aura montré que $[\![\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 0$).
Essayons avec la valeur Rosn (ou $\mathbf{r}$) pour x. Dans ce cas $\mathbf{femme}(x)$ est vrai. Reste à vérifier que $\exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)$ l'est aussi. Or cette sous-formule est vraie également car on trouve bien une valeur « qui marche » pour y, par exemple Almv car dans $\mathcal{M}$, Rosn aime Almv. Cela montre donc $[\![\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 1$. Et par conséquent, $[\![\neg\exists x[\mathbf{femme}(x) \land \exists y\, \mathbf{aimer}(x,y)]]\!]^{\mathcal{M}} = 0$.
La formule correspond à quelque chose comme *aucune femme n'aime quelqu'un* (car elle est la négation de *il y a au moins une femme qui aime quelqu'un*).

f. $\forall x[[\mathbf{homme}(x) \land \exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y,x) \land \neg\mathbf{aimer}(x,y)]] \to \mathbf{volage}(x)]$
Pour montrer que $\forall x[[\mathbf{homme}(x) \land \exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y,x) \land \neg\mathbf{aimer}(x,y)]] \to \mathbf{volage}(x)]$ est vraie dans $\mathcal{M}$, il faut (en théorie) répéter le calcul que $[[\mathbf{homme}(x) \land \exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y,x) \land \neg\mathbf{aimer}(x,y)]] \to \mathbf{volage}(x)]$ pour toute les valeurs de x (c'est-à-dire tous les individus de $\mathcal{A}$) et trouver 1 à chaque fois.

Pour les individus qui ne sont pas des hommes, on sait tout de suite que cette implication est vraie car $[\mathbf{homme}(x) \wedge \exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]]$ est faux (vu que $\mathbf{homme}(x)$ est faux).
Pour les autres (les hommes, Almv, Figr, Chrb, Antn, Bart), il y a deux cas de figure : soit $\exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$ est faux, et dans ce cas l'implication est vraie ; soit $\exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$ et dans ce cas il faut que $\mathbf{volage}(x)$ soit vrai aussi pour que l'implication soit vraie.
Dans le cas de Chrb, Antn et Bart, $\exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$ car il n'existe pas de valeur pour y qui marche (aucun des trois n'apparaît dans $F(\mathbf{épouse\text{-}de})$, i.e aucun n'est marié). L'implication est donc vraie pour ces trois valeurs de x.
Dans le cas Figr $\exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$ est faux aussi, car bien que Figr ait une épouse (Suzn) il est faux qu'il ne l'aime pas. Donc quand x est Figr, il n'y a pas de valeur de y qui marche. Et pour Figr, l'implication est encore vraie.
Enfin pour la valeur Almv, alors $\exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]$ est vrai, car Rosn est une valeur de y qui marche. Et il se trouve qui $\mathbf{volage}(x)$ est vrai aussi car $\mathcal{M}$ nous dit que Almv est volage. L'implication est donc vraie pour la valeur Almv de x.
Donc l'implication $[[\mathbf{homme}(x) \wedge \exists y[\mathbf{épouse\text{-}de}(y, x) \wedge \neg\mathbf{aimer}(x, y)]] \rightarrow \mathbf{volage}(x)]$ est vraie pour toutes les valeurs de x, ce qui prouve que la formule f dénote 1 dans $\mathcal{M}$.
La formule correspond à *tout homme qui n'aime pas son épouse est volage.*

2. Voici la nouvelle version du modèle $\mathcal{M} = \langle \mathcal{A}, F \rangle$ (les modifications sont soulignées) :

- $\mathcal{A}$ = {Almv ; Rosn ; Figr ; Suzn ; Mrcl ; Chrb ; Fnch ; Antn ; Bart} ;
- $F(\mathbf{a_1})$ = Almv ; $F(\mathbf{r})$ = Rosn ; $F(\mathbf{f_1})$ = Figr ; $F(\mathbf{s})$ = Suzn ; $F(\mathbf{m})$ = Mrcl ; $F(\mathbf{c})$ = Chrb ; $F(\mathbf{f_2})$ = Fnch ; $F(\mathbf{a_2})$ = Antn ; $F(\mathbf{b})$ = Bart ;
- $F(\mathbf{homme})$ = {Almv ; Figr ; Chrb ; Antn ; Bart} ;
- $F(\mathbf{femme})$ = {Rosn ; Suzn ; Mrcl ; Fnch} ;
- $F(\mathbf{domestique})$ = {Figr ; Suzn ; Fnch ; Antn} ;
- $F(\mathbf{noble})$ = {Almv ; Rosn ; Chrb} ;
- $F(\mathbf{roturier})$ = {Figr ; Suzn ; Mrcl ; Fnch ; Antn ; Bart} ;
- $F(\mathbf{comte})$ = {Almv} ; $F(\mathbf{comtesse})$ = {Rosn} ;
- $F(\mathbf{infidèle})$ = {Almv} ; $F(\mathbf{volage})$ = {Almv ; Chrb} ;
- $F(\mathbf{triste}) = \varnothing$;
- $F(\mathbf{époux\text{-}de})$ = {⟨Almv, Rosn⟩ ; ⟨Figr, Suzn⟩ ; ⟨Chrb, Fnch⟩} ;
- $F(\mathbf{épouse\text{-}de})$ = {⟨Rosn, Almv⟩ ; ⟨Suzn, Figr⟩ ; ⟨Fnch, Chrb⟩} ;
- $F(\mathbf{père\text{-}de})$ = {⟨Antn, Fnch⟩} ;
- $F(\mathbf{aimer})$ = {⟨Figr, Suzn⟩ ; ⟨Suzn, Figr⟩ ; ⟨Almv, Rosn⟩ ; ⟨Rosn, Almv⟩ ; ⟨Chrb, Fnch⟩ ; ⟨Fnch, Chrb⟩ ; ⟨Mrcl, Figr⟩}
  (et on a enlevé ⟨Chrb, Rosn⟩ et ⟨Chrb, Suzn⟩)

A.3 Chapitre 3

Exercice 3.1 (p. 144)

1. Chaque convive a raconté plusieurs histoires qui impliquaient un membre de la famille royale.

   a. Chaque convive > plusieurs histoires > un membre : pour chaque convive x, x a raconté plusieurs histoires, et chacune de ces histoires implique un membre (possiblement différent) de la famille royale.
   b. Chaque convive > un membre > plusieurs histoires : pour chaque convive x, il y a un membre (particulier) de la famille royale au sujet duquel x a raconté plusieurs histoires.
   c. Un membre > chaque convive > plusieurs histoires : il y a un membre (particulier) de la famille royale au sujet duquel tous les convives ont raconté plusieurs histoires (possiblement différentes).
   d. Un membre > plusieurs histoires > chaque convive : il y a un membre (particulier) de la famille royale au sujet duquel plusieurs histoires ont été racontées par tous les convives (et chacun racontait les mêmes histoires que les autres).
   e. Plusieurs histoires > un membre > chaque convive : il y a plusieurs histoires impliquant divers membres de la famille royale qui ont été racontées par tous les convives (et chacun racontait les mêmes histoires que les autres).
   f. Il y a une dernière lecture théoriquement possible mais pragmatiquement étrange et qui correspond à : plusieurs histoires > chaque convive > un membre. Cette lecture apparaît spécifiquement dans un scénario comme le suivant : il y a une certaine série d'histoires et tous les convives racontent cette même série, mais chacun change le personnage sur lequel portent les histoires. À la rigueur cette lecture peut passer si on comprend *histoire* comme dénotant des types ou modèles d'histoires mais pas d'anecdotes précises.

2. Chaque sénateur a raconté à plusieurs journalistes qu'un membre du cabinet était corrompu.

   a. Chaque sénateur > plusieurs journalistes > un membre : chaque sénateur x s'adresse à plusieurs journalistes et à chaque journaliste, x parle d'un membre corrompu (possiblement différent pour chaque journaliste).
   b. Chaque sénateur > un membre > plusieurs journalistes : pour chaque sénateur x il y a un membre y du cabinet dont x parle à plusieurs journalistes.
   c. Un membre > chaque sénateur > plusieurs journalistes : il y a un membre corrompu y et chaque sénateur parle de y à plusieurs journalistes (les journalistes peuvent être différents selon les sénateurs).
   d. Un membre > plusieurs journalistes > chaque sénateur : il y a un membre corrompu y et un groupe particulier de journaliste et tous les sénateurs parlent de y à ce groupe de journalistes.
   e. Plusieurs journalistes > un membre > chaque sénateur : il y a un groupe de journalistes, pour chacun de ces journalistes il y a un membre corrompu (pos-

siblement différent d'un journaliste à l'autre) et chaque sénateur parle de ce membre au journaliste qui lui est « associé ».

f. Plusieurs journalistes > chaque sénateur > un membre : il y a un groupe donné de journalistes, tous les sénateurs s'adressent à ce même groupe et chacun parle d'un membre corrompu différent.

NB : il existe encore d'autres lectures possibles (et subtiles) de cette phrase qui mettent en jeu un phénomène que nous aborderons plus précisément en §4.1.1, mais la troisième phrase ci-dessous nous en donne un petit aperçu (avec notamment la lecture 3c).

3. Un professeur croit que chaque étudiant a lu un roman de Flaubert.
   a. Un professeur > (que) chaque étudiant > un roman : il y a un professeur qui pense que chaque étudiant a choisi librement un roman de Flaubert et l'a lu.
   b. Un roman > un professeur > (que) chaque étudiant : il y a un roman écrit par Flaubert et un professeur qui pense que tous les étudiants ont lu ce roman.
   c. Un professeur > (que) un roman > chaque étudiant : il y a un professeur qui pense à un roman particulier, par exemple *Le rouge et le noir*, il pense que ce roman est de Flaubert (mais il se trompe, en l'occurrence) et pense que tous les étudiants l'ont lu. Notons cependant que cette lecture n'implique nécessairement que le professeur se trompe sur l'auteur du roman, mais elle est compatible avec un tel cas de figure.

Exercice 3.2 (p. 145)

Si nous voulons montrer que (36b) est ambiguë selon la définition 1.8, nous devons construire un modèle par rapport auquel la phrase sera jugée vraie et fausse selon que le GN a une lecture spécifique ou non. Un tel modèle doit comporter minimalement l'individu Alice, une jeune fille, un autre individu, appelons-le Lestat, qui est un vampire et Lestat a mordu Alice pendant la nuit. Mais dans ce modèle (36b) sera toujours vraie, que *un vampire* soit spécifique ou non. La lecture (ou l'usage) non spécifique émerge quand le locuteur ne connaît pas l'identité de Lestat, mais cette information n'est pas codée dans le modèle (tels que les modèles sont définis dans notre système). Nous devons donc conclure que (36b) n'est pas sémantiquement ambiguë (si elle l'est, il s'agira plutôt d'une ambiguïté pragmatique).

Exercice 3.3 (p. 145)

Dans la phrase (1), *un vampire* à forcément un usage spécifique du fait de l'apposition. D'après la définition de la spécificité (p. 138), nous conclurons que le locuteur pense à un certain vampire, et plus précisément Dracula, et affirme qu'Alice pense que ce vampire l'a mordue. Mais il y a, par ailleurs, une façon très naturelle de comprendre (1) selon laquelle c'est avant tout Alice qui pense à un vampire particulier, Dracula, et pense qu'il l'a mordue. Autrement dit *un vampire* s'avère d'abord spécifique pour Alice avant de l'être pour locuteur. Foncièrement cela ne change probablement pas grand chose pour l'analyse sémantique de la phrase (si le GN est spécifique pour Alice, il l'est a fortiori aussi pour le locuteur), mais du point de vue de son adéquation descriptive, l'analyse passe un peu à côté de cette caractéristique qui est que la source de la spécificité n'est pas toujours le fait du locuteur.

Exercice 3.4 (p. 145)

Évidemment, la lecture la plus naturelle de la phrase est celle avec un usage spécifique du GN puisque le locuteur raconte une expérience vécue personnellement (il a donc une idée précise de l'acteur en question). Un contexte permettant cet usage serait par exemple une situation où le locuteur est invité à une soirée, il y rencontre Bryan Cranston, qui est un acteur américain, il le reconnaît pour l'avoir vu dans des films (sans forcément se souvenir de son nom) et il nous rapporte cet épisode avec la phrase (1).

Pour que le GN ait un usage non spécifique, il faudrait que le locuteur sache qu'il a rencontré un individu qui est un acteur américain tout en ignorant de quel individu il s'agit (c'est-à-dire de qui il parle précisément). C'est là que réside la difficulté. Supposons d'abord que le locuteur ait rencontré de nombreuses personnes au cours de la soirée, dont Bryan Cranston (que le locuteur ne connaît pas et n'a jamais vu en film ou à la télévision). Dans ce contexte, le locuteur peut prononcer la phrase (1) sans avoir une idée précise de qui il parle (puisqu'il a rencontré plusieurs personnes ce qui laisse le choix dans l'identité de l'individu). Mais comment sait-il alors qu'il s'agit d'un acteur américain ? Une possibilité est qu'il l'apprenne par une tierce personne : un ami du locuteur présent à la soirée l'a vu discuter avec Bryan Cranston et l'informe le lendemain en lui disant « hier tu as parlé avec un acteur américain » (sans plus de précision). À partir de là, le locuteur peut alors prononcer la phrase (1) avec un usage non spécifique du GN, du moment qu'il ne sait toujours pas lequel des invités était l'acteur.

Exercice 3.5 (p. 159)

Test de covariation (cf. (68), p. 152) : on place le GN défini pluriel dans une phrase qui commence, par exemple, par *à plusieurs reprises.*

(1) À plusieurs reprises, *les prisonniers* ont tenté de s'évader.

Cette phrase ne semble pas manifester une covariation du défini pluriel : il est question d'une certaine compagnies de prisonniers et c'est toujours à celle-ci que sont attribuées les tentatives d'évasion. Il est très important de noter ici que l'on peut voir dans cette phrase ce que l'on appelle parfois la lecture de groupe, ou encore lecture solidaire (en anglais on parle de *team credit*), du défini pluriel. Par cette lecture, il n'est pas nécessaire, dans les faits, que *tous* les prisonniers aient été impliqués dans la tentative d'évasion pour imputer l'action à l'ensemble du groupe. Les responsables réels de la tentative peuvent donc ne pas être toujours les mêmes. Mais pour nous, cela ne change rien, il n'y a pas covariation. Car le propre de cette lecture est justement d'assigner (à tort ou à raison) le prédicat verbal à tout le groupe, et ce groupe reste toujours le même (sous encore l'hypothèse de la note 44 p. 153 du chapitre).

Test de la négation (cf. (69), p. 154) : on place le GN défini pluriel en position d'objet dans une phrase négative.

(2) Jean n'a pas lu *les dossiers.*

Nous voyons apparaître ici une distinction sémantique subtile et non triviale entre *tous les* et *les.* Il est généralement admis que (2) n'est pas ambiguë et qu'elle signifie uniquement que Jean n'a lu aucun des dossiers ; une situation où il aurait lu certains dossiers mais pas tous est le plus souvent perçue comme rendant la phrase ni vraie ni fausse. C'est donc qu'il y a probablement une affaire de présupposition ; nous ne la développerons pas ici mais elle sera abordée au chapitre 10 (vol. 2).

Test de consistance (cf. (71), p. 157) : on vérifie si la conjonction *les N GV et les N non-GV* est une contradiction.

(3) Les candidats sont barbus et les candidats sont imberbes.

On constate que si l'une des deux phrases connectées est vraie, l'autre est forcément fausse. La phrase (3) ne peut donc jamais être vraie. Et si l'une des deux est fausse, la phrase (3) est bien sûr immédiatement fausse. Le défini pluriel semble donc se comporter ici comme *tous les N.* Mais que se passe-t-il dans un modèle où il y a, par exemple, 50% de barbus et 50% d'imberbes ? Ici les jugements sont un peu délicats ; cependant il se dégage généralement une tendance qui est que les deux propositions seront jugées ni vraies ni fausses, mais plutôt inappropriées. Cela est, encore une fois, lié à l'effet présuppositionnel mentionné *supra* et qui fait que le test de consistance réussit, mais seulement « à moitié » (la phrase n'est jamais vraie, mais elle n'est pas exactement toujours fausse). Cet effet présuppositionnel se retrouve aussi dans le test de complétude.

Test de complétude (cf. (72), p. 158) : on vérifie si la disjonction *les N GV ou les N non-GV* est une tautologie.

(4) Les candidats sont barbus ou les candidats sont imberbes.

Certes si les candidats sont tous barbus ou s'ils sont tous imberbes, la phrase (4) sera globalement vraie. Inversement, s'il y a, par exemple, 50% de barbus et 50% d'imberbes, aucune des deux phrases connectées ne sera vraie, mais, comme précédemment, il sera difficile de les tenir pour fausses pour autant. Et donc là encore, le test réussit seulement à moitié.

Ces tests, et notamment les deux derniers, montrent que les définis pluriels ont un comportement un peu à part, comparés aux autres GN, même si, globalement, ils se rapprochent plus de la catégorie de *le N* que de *tous les N.*

Exercice 3.6 (p. 164)

Une façon de définir un test de la covariation induite par un GN consiste à placer ce GN dans une position sujet d'une phrase avec un indéfini singulier en position de complément d'objet. Nous observons ensuite si cet indéfini peut ou non être multiplié par le sujet.

a. *Julie* a corrigé une page wikipédia.
b. *Elle* a corrigé une page wikipédia.
c. *L'étudiante* a corrigé une page wikipédia.
d. *Cette étudiante* a corrigé une page wikipédia.
e. *Mon étudiante* a corrigé une page wikipédia.
f. $^{\mathrm{C}}$*Elles* ont corrigé une page wikipédia.
g. $^{\mathrm{C}}$*Les étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
h. $^{\mathrm{C}}$*Ces étudiants* ont corrigé une page wikipédia.

i. $^{\mathrm{C}}$*Mes étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
j. *Une étudiante* a corrigé une page wikipédia.
k. $^{\mathrm{C}}$*Trois étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
l. $^{\mathrm{C}}$*Des étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
m. $^{\mathrm{C}}$*Plusieurs étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
n. $^{\mathrm{C}}$*Quelques étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
o. $^{\mathrm{C}}$*Aucun étudiant* n'a corrigé une page wikipédia.
p. $^{\mathrm{C}}$*La plupart des étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
q. $^{\mathrm{C}}$*Tous les étudiants* ont corrigé une page wikipédia.
r. $^{\mathrm{C}}$*Chaque étudiant* a corrigé une page wikipédia.
s. etc.

Globalement, nous remarquons que les GN pluriels induisent de la covariation (ainsi que *chaque N*). Faisons tout de même deux remarques. Pour les définis pluriels (g–i), la covariation de l'objet semble peut-être moins naturelle et moins courante, mais a priori nous ne pouvons pas complètement en exclure la possibilité[4]. Le jugement porté sur *aucun étudiant* (o) est discutable ; nous pouvons certes y observer une multiplication par 0, mais celle-ci peut être induite par la négation (*ne*) qui accompagne *aucun*.

Exercice 3.7 (p. 164)

Un tiers des candidats est un indéfini car, d'un point de vue strictement sémantique, il ne satisfait pas le test de consistance (p. 157) : *un tiers des candidats sont barbus et un tiers des candidats sont imberbes* peut être jugé vrai dans une situation qui comporte, par exemple, 50% de barbus et 50% d'imberbes, si nous considérons qu'*un tiers* signifie *au moins un tiers* (cf. §1.3.2).

Trois quarts des candidats est quantificationnel, car il satisfait le test de consistance (*trois quarts des candidats sont barbus et trois quarts des candidats sont imberbes* ne peut pas être vrai), mais il ne satisfait pas le test de complétude (p. 158) : *trois quarts des candidats sont barbus ou trois quarts des candidats sont imberbes* est faux par exemple dans une situation avec 50% de barbus et 50% d'imberbes.

Pour *beaucoup de candidats*, la classification est moins simple, car en fait le déterminant est ambigu. Commençons avec le test de consistance : *beaucoup de candidats sont barbus et beaucoup de candidats sont imberbes.* Supposons que nous sommes dans une situation où il y a 200 candidats barbus et 200 candidats imberbes et que nous estimons que 200 est un nombre important de candidats (par exemple parce que nous en attendions seulement une soixantaine), dans ce cas la phrase pourra être jugée vraie. Et cela suffit à prouver que le GN est un indéfini.

Mais on peut comprendre le déterminant *beaucoup de* d'une autre manière. Dans les phrases ci-dessus, *beaucoup de* est interprété comme signifiant « une grande quantité de » et la « grandeur » de cette quantité dépend du contexte. L'autre interprétation de *beaucoup de* est celle qui signifie quelque chose comme « une grande proportion de » ;

[4] Bien sûr, la covariation devient nette si l'on ajoute le quantificateur dit flottant *tous* (comme dans *ces étudiants ont tous corrigé une page wikipédia*) mais cela ne montre rien puisque ça peut très probablement être *tous* qui est responsable du phénomène et pas le GN en soi.

là encore la grandeur de cette proportion dépend habituellement du contexte. Selon le seuil que fixe le contexte pour estimer qu'on est en présence d'une *grande* proportion, GN apparaîtra alors comme quantificationnel (si le seuil est supérieur à 50%) ou indéfini (si le seuil est inférieur à 50%) (cf. §6.5.1). Dans certains cas, il est possible cependant d'associer à *beaucoup de* un sens qui ne dépend pas du contexte en l'interprétant comme signifiant « la plus grande proportion de ». Dans ce cas le GN sera quantificationnel. En effet dans ce cas *beaucoup de candidats sont barbus et beaucoup de candidats sont imberbes* est contradictoire, car quel que soit le nombre de candidats au total, ce sont soit les barbus, soit les imberbes qui représentent la plus grande proportion, mais pas les deux à la fois. Quant à *beaucoup de candidats sont barbus et beaucoup de candidats sont imberbes*, elle est fausse dans le cas où il y a autant de barbus que d'imberbes dans le groupe de candidats.

Exercice 3.8 (p. 164)

Il y a différentes façons de construire un GN défini qui covarie nettement avec une autre expression de la phrase, mais toutes se ramènent généralement au même phénomène.

Premier type de constructions : une expression quantifiée apparaît en complément ou en modifieur de la tête nominale du GN défini. Exemple :

(1) Paul a contrefait la signature de *chaque membre de sa famille*.

Dans ((1)), il est bien question d'autant de signatures qu'il y a de membres de la famille, il y a donc bien une multiplication, c'est-à-dire un effet de covariation.

Deuxième type de construction : le GN défini contient un pronom (ou un élément anaphorique) qui est lié d'une manière ou d'une autre (par exemple par son antécédent) à une expression quantifée. Exemple :

(2) *Tout dompteur*$_i$ craint le lion qu'*il*$_i$ est en train de dompter.

(3) *Chaque candidat*$_i$ doit remplir le formulaire qui *lui*$_i$ a été remis.

Là encore, dans ((2)) par exemple, il y a autant de lions que de dompteurs, bien que le GN soit singulier. Remarque : l'élément anaphorique en question peut être implicite :

(4) *Dans chaque appartement que nous avons visité*, la salle de bain était minuscule.

Ici il s'agit de la salle de bain « de lui », où *lui* est l'appartement dont il est question à chaque fois[5].

Pour les éléments d'explication, voir §3.3.4.4 p. 171.

Exercice 3.9 (p. 173)

D'après la règle (Sém.6) p. 169, $\imath x \varphi$ dénote l'unique individu x tel que φ est vraie. Donc si N se traduit par α, *le N* se traduira par $\imath x\, \alpha(x)$.

1. Le maire a rencontré le pharmacien.
   $\leadsto$ $\textbf{rencontrer}(\imath x\, \textbf{maire}(x), \imath x\, \textbf{pharmacien}(x))$

[5] Ce phénomène est usuellement désigné par le terme d'*anaphore associative*.

2. Gontran a perdu son chapeau.
   $\rightsquigarrow$ $\mathbf{perdre}(\mathbf{g}, \iota x[\mathbf{chapeau}(x) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{g}, x)])$
   Le prédicat **poss** exprime la possession : $\mathbf{poss}(x, y)$ signifie que x possède y.
3. Le boulanger a prêté l'échelle au cordonnier.
   $\rightsquigarrow$ $\mathbf{pr\hat{e}ter}(\iota x\, \mathbf{boulanger}(x), \iota x\, \mathbf{\acute{e}chelle}(x), \iota x\, \mathbf{cordonnier}(x))$
4. La maîtresse a confisqué le lance-pierres de l'élève.
   $\rightsquigarrow$ $\mathbf{confisquer}(\iota x\, \mathbf{ma\hat{i}tresse}(x), \iota x[\mathbf{lance\text{-}pierres}(x) \wedge \mathbf{poss}(\iota y\, \mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve}(y), x)])$
   Remarque : là encore on peut traduire *le lance-pierres de l'élève* en utilisant toujours la variable x : $\iota x[\mathbf{lance\text{-}pierres}(x) \wedge \mathbf{poss}(\iota x\, \mathbf{\acute{e}l\grave{e}ve}(x), x)]$, car on peut reconnaître que les différentes occurrences de x ne sont pas liées par le même ιx. Cependant, pour des raisons de lisibilité et de confort, il est naturel d'utiliser ici deux variables distinctes.
5. Gontran a attrapé le singe qui avait volé son chapeau.
   $\rightsquigarrow$ $\mathbf{attraper}(\mathbf{g}, \iota x[\mathbf{singe}(x) \wedge \mathbf{voler}(x, \iota y[\mathbf{chapeau}(y) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{g}, y)])])$
   Remarque : le contenu de la relative, *qui avait volé son chapeau*, se retrouve dans la portée de la première description définie dès lors que l'on comprend cette relative comme une relative *restrictive* : on parle ici de l'unique l'individu qui est à la fois un singe *et* a volé le chapeau de Gontran. Dans ce cas, la phrase pourra être vraie même s'il y a plusieurs singes dans le modèle (et le contexte), du moment qu'un seul ait volé le chapeau.
   Au contraire, si on comprend la relative comme une relative *descriptive* (on mettrait alors plus volontiers une virgule : *Gontran a attrapé le singe, qui avait volé son chapeau*), la phrase ne peut être vraie que s'il n'y a qu'un seul singe dans le contexte. La traduction serait alors :
   $\rightsquigarrow$ $\mathbf{attraper}(\mathbf{g}, \iota x\, \mathbf{singe}(x)) \wedge \mathbf{voler}(\iota x\, \mathbf{singe}(x), \iota y[\mathbf{chapeau}(y) \wedge \mathbf{poss}(\mathbf{g}, y)])$
6. Celui qui a gagné le gros-lot, c'est Fabrice.
   $\rightsquigarrow$ $\iota x\, \mathbf{gagner}(x, \iota y\, \mathbf{gros\text{-}lot}(y)) = \mathbf{f}$
7. Celui qui a gagné un cochon, c'est Fabrice.
   $\rightsquigarrow$ $\iota x \exists y[\mathbf{cochon}(y) \wedge \mathbf{gagner}(x, y)] = \mathbf{f}$
8. Tout cow-boy aime son cheval.
   $\rightsquigarrow$ $\forall x[\mathbf{cow\text{-}boy}(x) \rightarrow \mathbf{aimer}(x, \iota y[\mathbf{cheval}(y) \wedge \mathbf{poss}(x, y)])]$
9. Georges a vendu son portrait de Picasso.
   Comme vu dans le chapitre, cette phrase est ambiguë[6] :
   a. $\rightsquigarrow$ $\exists z\, \mathbf{vendre}(\mathbf{g}, \iota x[\mathbf{portrait}(x, \mathbf{p}) \wedge \mathbf{poss\acute{e}der}(\mathbf{g}, x)], z)$
      le portrait représente Picasso et appartient à Georges
   b. $\rightsquigarrow$ $\exists z\, \mathbf{vendre}(\mathbf{g}, \iota x[\mathbf{portrait}(x, \mathbf{p}) \wedge \mathbf{r\acute{e}aliser}(\mathbf{g}, x)], z)$
      le portrait représente Picasso et a été réalisé par Georges (bien sûr si Georges le vend, c'est aussi qu'il le possédait, mais dans ce cas, c'est une inférence supplémentaire qui n'est pas directement liée au déterminant possessif)
   c. $\rightsquigarrow$ $\exists z\, \mathbf{vendre}(\mathbf{g}, \iota x[\exists y\, \mathbf{portrait}(x, y) \wedge \mathbf{r\acute{e}aliser}(\mathbf{p}, x) \wedge \mathbf{poss\acute{e}der}(\mathbf{g}, x)], z)$
      le portrait a été réalisé par Picasso et appartient à Georges (et on ne sait pas qui il représente)

[6] NB : ces traductions incluent un argument z pour **vendre** en considérant que $\mathbf{vendre}(x, y, z)$ signifie x vend y à z.

d. $\rightsquigarrow \exists z\, \textbf{vendre}(\textbf{g}, \iota x[\textbf{portrait}(x, \textbf{g}) \wedge \textbf{réaliser}(\textbf{p}, x)], z)$
le portrait représente Georges et a été réalisé par Picasso (cette interprétation est moins naturelle, en français on dira plutôt *son portrait par Picasso*)

Remarque : en toute rigueur, dans tous ces exemples, la traduction des GN définis devrait toujours comporter une sous-formule supplémentaire qui restreint les valeurs pertinentes de la variable, comme vu en §3.1.5. Autrement dit, la traduction complète de la phrase 1 est en fait :

1. $\textbf{rencontrer}(\iota x[\textbf{maire}(x) \wedge C_1(x)], \iota x[\textbf{pharmacien}(x) \wedge C_2(x)])$

Cela permet de faire référence à l'unique individu qui est maire *dans l'ensemble* C_1 et l'unique individu qui est pharmacien *dans l'ensemble* C_2. Il est probable que la phrase s'interprète naturellement avec $C_1 = C_2$ (il peut s'agir, par exemple, de l'ensemble des habitants d'un village ou d'un quartier – où il n'y aura qu'un seul pharmacien), mais par souci de généralité, il est prudent de considérer que chaque GN introduit son propre ensemble de restriction.

A.4 Chapitre 4

Exercice 4.1 (p. 183)

Pour illustrer les différentes lectures, je propose un scénario qui rend vrai chacune d'elles (mais cela ne veut pas dire nécessairement que chacune de ces lectures n'est vraie *que* dans le scénario particulier qui lui est associé). Il s'agit bien sûr d'alternances combinées *de dicto*/*de re* (cf. §4.1.1, p. 177).

1. Eugène$_1$ trouve que le Pape ressemble à son$_1$ arrière-grand-père.
   a. *le Pape, son arrière-grand-père* : *de dicto*
   Eugène se dit : « c'est marrant, le Pape ressemble beaucoup à mon arrière-grand-père ».
   b. *le Pape* : *de re*, *son arrière-grand-père* : *de dicto*
   Eugène voit une photo du Pape, sans savoir de qui il s'agit, et il se dit : « ce type ressemble à mon arrière-grand-père ».
   c. *le Pape* : *de dicto*, *son arrière-grand-père* : *de re*
   Eugène voit une photo de son arrière-grand-père, sans savoir de qui il s'agit, et il se dit : « Le Pape, il ressemble à ce type ».
   d. *le Pape, son arrière-grand-père* : *de re*
   Eugène voit une photo du Pape, sans savoir de qui il s'agit, et une photo de son arrière-grand-père, sans le reconnaître non plus, et il se dit : « ces deux types se ressemblent beaucoup ».
2. Œdipe$_1$ ne savait pas que sa$_1$ mère était sa$_1$ mère.
   NB : comme déjà mentionné dans le chapitre, il convient ici de faire abstraction de la polysémie du nom *mère* (mère biologique *vs* mère adoptive *vs* mère sociale etc.) afin de ne pas surmultiplier les interprétations.

a. *sa mère* : *de dicto* ×2
Quelqu'un dit à Œdipe : « Ta mère est ta mère » (ce qui est une tautologie), et il répond (sans ironie) : « Ah ? Je ne savais pas ». C'est évidemment une situation très absurde.
b. 1^er^ *sa mère* : *de re*, 2^e^ *sa mère* : *de dicto*
Jocaste est la mère d'Œdipe et quelqu'un dit à Œdipe, en désignant Jocaste : « Cette femme est ta mère ». Œdipe répond : « Ah ? Je ne savais pas ».
c. 1^er^ *sa mère* : *de dicto*, 2^e^ *sa mère* : *de re*
Jocaste est la mère d'Œdipe, Œdipe ne sait pas qui est sa mère (il ne l'a jamais connue et n'a aucune information sur elle) et quelqu'un lui dit, en désignant Jocaste : « Ta mère, c'est cette femme ». Œdipe répond : « Ah ? Je ne savais pas ». Naturellement c'est similaire à la situation précédente.
d. *sa mère* : *de re* ×2
Jocaste est la mère d'Œdipe et quelqu'un dit à Œdipe : « Jocaste est Jocaste ». Œdipe répond : « Ah ? Je ne savais pas ». C'est une situation absurde similaire à la première.

Exercice 4.2 (p. 196)

Nous appliquons les règles (Sém.7) de la définition 4.3 p. 195 qui, en substance, disent que $[\![\mathsf{P}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi il y a un instant i' avant i auquel φ est vraie et $[\![\mathsf{F}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi il y a un instant i' après i auquel φ est vraie.

1. $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir}(\mathbf{d}) \wedge \mathsf{F}\mathbf{dormir}(\mathbf{d})]\!]^{\mathcal{M},i_3,g} = 0$ parce que $\mathsf{F}\mathbf{dormir}(\mathbf{d})$ est faux à i_3 (personne ne dort à i_4).
2. $[\![\mathsf{P}[\mathbf{dormir}(\mathbf{b}) \wedge \mathbf{dormir}(\mathbf{c})]]\!]^{\mathcal{M},i_4,g} = 0$ parce qu'il n'y a pas d'instants avant i_4 où Bruno et Charles dorment en même temps.
3. $[\![\mathsf{P}\mathbf{dormir}(\mathbf{b}) \wedge \mathsf{P}\mathbf{dormir}(\mathbf{c})]\!]^{\mathcal{M},i_4,g} = 1$ parce que $\mathbf{dormir}(\mathbf{b})$ est vraie à i_1 (avant i_4) et $\mathsf{P}\mathbf{dormir}(\mathbf{c})$ est vraie à i_2 (avant i_4).
4. $[\![\mathbf{dormir}(\mathbf{c}) \rightarrow \mathsf{F}\mathbf{dormir}(\mathbf{c})]\!]^{\mathcal{M},i_2,g} = 1$ parce que Charles dort à i_2 et aussi à i_3 qui est après i_2.
5. $[\![\mathsf{F}\neg\exists x\, \mathbf{dormir}(x)]\!]^{\mathcal{M},i_2,g} = 1$ parce que personne ne dort à i_4.
6. $[\![\neg\exists x\, \mathsf{F}\mathbf{dormir}(x)]\!]^{\mathcal{M},i_2,g} = 0$ parce que Charles dort à i_3.

Pour traduire *tout le monde a dormi*, nous avons le choix entre $\mathsf{P}\forall x\, \mathbf{dormir}(x)$ et $\forall x\, \mathsf{P}\mathbf{dormir}(x)$. La première formule dit qu'il existe un moment dans le passé où tout le monde dort ; autrement dit, tout le monde a dormi au même moment, et il n'est pas certain que la phrase du français véhicule cette condition. La seconde formule dit que pour chaque individu, il y a un moment dans le passé durant lequel il dort ; c'est une traduction plus générale que la première et qui convient probablement mieux aux conditions de vérité de la phrase.

Exercice 4.3 (p. 198)

Commençons par poser les conditions de vérité de $\mathsf{P}\varphi$ et $\mathsf{PPP}\varphi$ en appliquant la règle (Sém.7) (déf. 4.3 p. 195).

– $[\![\mathsf{P}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi il existe un instant i' tel que $i' < i$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i',g} = 1$.

– $[\![\mathsf{PPP}\varphi]\!]^{\mathcal{M},i,g} = 1$ ssi il existe trois instants i', i'' et i''' tels que $i''' < i'' < i' < i$ et $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},i''',g} = 1$. En effet, PPP nous fait faire trois bonds dans le passé, ce qui peut donc se résumer par cette formulation de conditions de vérité.

À partir de là, on constate rapidement que $\mathsf{PPP}\varphi \models \mathsf{P}\varphi$. Si PPP est vraie à i, alors φ est vraie à i''', or i''' est un instant du passé de i. Donc il existe bien un instant antérieur à i où φ est vraie, ce qui fait que $\mathsf{P}\varphi$ est vraie à i. Autrement dit : si l'on fait trois bonds dans le passé pour aller vérifier φ, on peut tout aussi bien le faire avec un seul grand bond – qui couvre les trois précédents.

En revanche a-t-on $\mathsf{P}\varphi \models \mathsf{PPP}\varphi$? Pour s'en assurer, cherchons un contre-exemple. Il s'agirait d'un cas (et même d'un instant i) où $\mathsf{P}\varphi$ est vraie et $\mathsf{PPP}\varphi$ est fausse. Pour cela, il faut que $\mathcal{I}$ comporte un instant i' tel que 1) $i' < i$, 2) φ est vraie à i', 3) il existe *au maximum* un instant intercalé entre i' et i (mais pas deux !), et 4) φ n'est vraie à aucun instant antérieur à i'. C'est donc un cas de figure très particulier où φ n'est vraie que dans un passé très proche de i.

Autrement dit, dans tous les cas où $\mathsf{PPP}\varphi$ est vraie, $\mathsf{P}\varphi$ est vraie, et dans *presque* tous les cas où $\mathsf{P}\varphi$ est vraie, $\mathsf{PPP}\varphi$ est vraie aussi. « Presque » tous les cas ne suffit pas pour conclure à une équivalence logique, mais on n'en est pas loin. D'autant plus que si on ajoute l'hypothèse que $\mathcal{I}$ contient une infinité d'instants et surtout que $<$ est un ordre dense, cela implique, par définition de la densité, que pour toute paire d'instants de $\mathcal{I}$, il en existe toujours un troisième (et donc une infinité) situé entre les deux. Et dans ce cas la condition 3 ci-dessus ne peut pas être vérifiée ; il n'y a pas de contre-exemple à $\mathsf{P}\varphi \models \mathsf{PPP}\varphi$ et les deux formules sont alors sémantiquement équivalentes. Si on ne pose pas cette hypothèse, elles ne sont pas équivalentes, mais elles sont sémantiquement très proches.

Exercice 4.4 (p. 217)

Les dénotations sont calculées en utilisant les règles d'interprétation (Sém.8) de la définition 4.6, p. 216.

1. $[\![\Diamond\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 1$ car Alice dort dans w_2.
2. $[\![\Diamond\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_2,i_1,g} = 1$ pour la même raison.
3. $[\![\Box\mathbf{dormir(a)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 0$ car il y a des mondes où Alice ne dort pas à i_1, par exemple w_1.
4. $[\![\Box\mathbf{dormir(b)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,i_1,g} = 1$ car Bruno dort dort dans les quatre mondes à i_1.
5. $[\![\Diamond\mathbf{dormir(c)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_3,i_1,g} = 0$ car Charles ne dort dans aucun monde à i_1.
6. $[\![\neg\Box\mathbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g} = 1$ car Dina ne dort pas dans tous les mondes.
7. $[\![\Diamond\mathbf{dormir(a)} \wedge \Diamond\mathbf{dormir(d)}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g} = 1$ car Alice dort dans w_2 et Dina dort dans w_3.
8. $[\![\Diamond[\mathbf{dormir(a)} \wedge \mathbf{dormir(d)}]]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_1,g} = 0$ car il n'y a pas de monde dans lequel à la fois Alice et Dina dorment.

Exercice 4.5 (p. 217)

Les équivalences s'infèrent à partir des règles d'interprétation des modalités (Sém.8) p. 216 et de celle de la négation (Sém.3), §2.3.3 p. 79. Ce sont les suivantes :

1. $\Diamond\neg\varphi$ et $\neg\Box\varphi$: la première dit qu'il y a un monde où φ est fausse, et la seconde qu'il est faux que φ est vraie dans tous les mondes.
   $\Diamond\neg\varphi \leftsquigarrow$ *il est possible que non φ* et $\neg\Box\varphi \leftsquigarrow$ *il n'est pas nécessaire que φ*.
2. $\Box\neg\varphi$ et $\neg\Diamond\varphi$: la première dit que φ est fausse dans tous les mondes, et la seconde qu'il n'y a pas de monde où φ est vraie.
   $\Box\neg\varphi \leftsquigarrow$ *il est nécessaire que non φ* et $\neg\Diamond\varphi \leftsquigarrow$ *il est impossible que φ*.
3. $\neg\Diamond\neg\varphi$ et $\Box\varphi$: la première dit qu'il n'y a pas de monde où φ est fausse, et la seconde que φ est vraie dans tous les mondes.
   $\neg\Diamond\neg\varphi \leftsquigarrow$ *il est impossible que non φ* et $\Box\varphi \leftsquigarrow$ *il est nécessaire que φ*.
4. $\neg\Box\neg\varphi$ et $\Diamond\varphi$: la première dit que φ n'est pas fausse dans tous les mondes et la seconde qu'il y a un monde où φ est vraie.
   $\neg\Box\neg\varphi \leftsquigarrow$ *il n'est pas nécessaire que non φ* et $\Diamond \leftsquigarrow$ *il est possible que φ*.

Exercice 4.6 (p. 228)

Selon la règle d'interprétation de F (Sém.7), p. 195, et celle de $\Box$ (Sém.8), p. 220, appliquée aux modalités historiques (§4.3.3.5, p. 227), $\Box\mathsf{F}\varphi$ dit que pour tout monde actuellement identique au monde d'évaluation courant, il y a un instant du futur où φ est vraie. $\mathsf{F}\Box\varphi$ dit qu'il existe un instant du futur durant lequel, dans tous les mondes qui seront alors identiques au monde d'évaluation courant, φ est vraie. Reprenons la figure 4.5, p. 227, et supposons que φ est vraie dans les états $\langle \mathrm{w}_3, i_5\rangle$ et $\langle \mathrm{w}_4, i_5\rangle$ et que φ est fausse dans tous les états de w_5 et w_6. Plaçons nous dans l'état $\langle \mathrm{w}_4, i_4\rangle$. De là, $[\![\mathsf{F}\Box\varphi]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_4} = 1$ car i_5 est postérieur à i_4 et dans tous les mondes en relation avec w_4 à l'instant i_5 (c'est-à-dire w_3 et w_4), φ est vraie. Mais $[\![\Box\mathsf{F}\varphi]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_4,i_4} = 0$ car tous les mondes reliés à w_4 à l'instant i_4 sont w_3, w_4, w_5 et w_6, et dans w_5 et w_6 il n'y a pas d'instant postérieur à i_4 où φ est vraie.

Soit $\langle w, i\rangle$ un état du monde quelconque. Et supposons que $\mathsf{P}\varphi$ est vraie dans $\langle w, i\rangle$. Donc il existe un instant i' antérieur à i tel que φ est vraie dans $\langle w, i'\rangle$. Par définition des relations d'accessibilité historiques, tous les mondes w' reliés à w par R_i sont aussi reliés à w par $R_{i'}$ (parce que $i' < i$), et tous les états $\langle w', i'\rangle$ sont identiques à $\langle w, i'\rangle$. Donc comme φ est vraie dans $\langle w, i'\rangle$, nous savons que φ est vraie dans tous les états $\langle w', i'\rangle$; cela permet de conclure que $\mathsf{P}\varphi$ est vraie dans tous les états $\langle w', i\rangle$ et donc que $\Box\mathsf{P}\varphi$ est vraie dans $\langle w, i\rangle$. Ainsi, si $\mathsf{P}\varphi$ est vraie dans $\langle w, i\rangle$, alors $\Box\mathsf{P}\varphi$ est vraie dans $\langle w, i\rangle$, c'est-à-dire que $[\mathsf{P}\varphi \rightarrow \Box\mathsf{P}\varphi]$ est vraie dans $\langle w, i\rangle$.

Exercice 4.7 (p. 239)

La démonstration est immédiate : en sémantique intensionnelle, comme le pose la notation 4.3 p. 215 (avec la simplification de §4.4.2, p. 236), $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ signifie que φ est vraie dans w ; d'après le point 4.5, p. 236, $[\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathrm{e}}$ est l'ensemble de tous les mondes où φ est vraie ; donc si $w \in [\![\varphi]\!]^{\mathcal{M},g}_{\mathrm{e}}$ c'est que w est un monde où φ est vraie.

Exercice 4.8 (p. 246)

1. Nous allons présenter les intensions de formules (i.e. les propositions) sous la forme d'ensembles de mondes. L'intension de $\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{élu}(x)]$ est, par définition

(p. 236), l'ensemble de tous les mondes dans lesquels celui qui est élu est un républicain. D'après le tableau 4.2, p. 247, il s'agit de l'ensemble $\{w_1 ; w_2 ; w_3 ; w_6\}$.
2. Avec g_1 qui donne $g_1(x)$ = Barry, l'intension de $\textbf{élu}(x)$ est l'ensemble de tous les mondes où Barry est élu. C'est-à-dire : $\{w_1 ; w_3 ; w_5 ; w_7\}$. Et avec g_2 qui donne $g_2(x)$ = Johnny, l'intension de $\textbf{élu}(x)$ est l'ensemble de tous les mondes où Johnny est élu : $\{w_2 ; w_4 ; w_6 ; w_8\}$.
3. Par rapport à g_1, l'intension de $\textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\textbf{élu}(x))$ est $\{w_2 ; w_3 ; w_4\}$ (d'après les indications de l'énoncé de l'exercice). Et par rapport à g_2, l'intension de la formule est $\{w_5 ; w_6 ; w_8\}$.
4. Donc dans w_2, w_3 et w_4, Sue pense que Barry va être élu, et dans w_5, w_6 et w_8 elle pense que Johnny va être élu. Dans w_2, w_3 et w_4, Barry est républicain et dans w_5 et w_6 Johnny est républicain. Donc l'intension de $\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\textbf{élu}(x))]$ est $\{w_2 ; w_3 ; w_4 ; w_5 ; w_6\}$.
5. D'après l'énoncé de l'exercice et le résultat de la question 1, l'intension de la formule $\textbf{penser}(\textbf{s}, {}^\wedge\exists x[\textbf{républicain}(x) \wedge \textbf{élu}(x)])$ est $\{w_1 ; w_7\}$.

Exercice 4.9 (p. 247)

Sachant, par présupposition, que x dénote la mère d'Œdipe dans le monde d'évaluation, la lecture *de re* de la phrase se traduit par $\textbf{vouloir}(\textbf{œ}, {}^\wedge\textbf{épouser}(x))$ (ou éventuellement $\textbf{mère}(x, \textbf{œ}) \wedge \textbf{vouloir}(\textbf{œ}, {}^\wedge\textbf{épouser}(x))$).

Pour la lecture *de dicto*, le mieux que nous pouvons proposer (en traduisant le GN par une variable libre) serait $\textbf{vouloir}(\textbf{œ}, {}^\wedge[\textbf{mère}(x, \textbf{œ}) \wedge \textbf{épouser}(x)])$. Mais du fait de la présupposition, nous savons déjà que x dénote la mère réelle d'Œdipe ; cela ne convient donc pas à l'interprétation recherchée. Pour cette lecture, nous sommes en fait obligés de suspendre la présupposition (cf. §1.3.1.3, p. 28). C'est-à-dire que nous devons l'empêcher de se projeter (i.e. de figurer dans le contexte général de la phrase), et de la confiner à l'intérieur de la traduction de la subordonnée (pour que les informations relatives à l'identité de la mère d'Œdipe soient localisées dans les croyances d'Œdipe). Autrement dit, la traduction correcte devrait être : $\textbf{vouloir}(\textbf{œ}, {}^\wedge\exists x[[\textbf{mère}(x, \textbf{œ}) \wedge \forall y[\textbf{mère}(y, \textbf{œ}) \leftrightarrow y = x]] \wedge \textbf{épouser}(x)])$. Mais ce n'est pas quelque chose qui s'obtient de façon simple en sémantique compositionnelle[7].

Exercice 4.10 (p. 247)

1. Il s'agit bien sûr d'une ambiguïté *de re*/*de dicto* sur le GN *tous les hommes (qui étaient là)*. Pour la lecture *de re* la glose sera :
   a. Pour chaque individu qui est un homme et qui était là, Paul a cru qu'il s'agissait d'une femme.

   Pour la lecture *de dicto* la glose sera :
   b. Paul s'est dit : « tiens, tous les hommes qui sont là sont des femmes ».
2. Construisons un modèle $\mathcal{M}$ par rapport auquel la phrase avec la lecture *de re* sera vraie et celle avec la lecture *de dicto* sera fausse. $\mathcal{M}$ contient les données suivantes :

[7] C'est une question qui a directement trait au problème de la projection des présuppositions (cf. p. 29) et qui est abordée, notamment, par Heim (1992) et qui nous dirige vers la sémantique dynamique.

- Paul, un homme ;
- Antoine et Mickaël, des hommes, amis de Paul ;
- Julie et Sarah, des femmes, amies de Paul ;
- Antoine est déguisé en Catwoman ;
- Mickaël est déguisé en Batgirl ;
- Julie est déguisée en Iron Man ;
- Sarah est déguisée en marsupilami ;
- Paul ne reconnaît aucun de ses amis ;
- Paul croit que Antoine et Mickaël sont des femmes ;
- Paul croit que Julie et Sarah sont des hommes ;

Avec la lecture *de dicto* de *tous les hommes*, la phrase est fausse, car les individus qui sont des hommes dans les croyances de Paul sont Julie et Sarah et Paul pense que ces deux individus sont des hommes et non pas des femmes. Mais avec la lecture *de re* de *tous les hommes*, la phrase est vraie, car les individus qui sont des hommes dans $\mathcal{M}$ sont Antoine et Mickaël et Paul croit bien qu'Antoine et Mickaël sont des femmes[8].

3. a. *De re* :
   $\forall x[\mathbf{homme}(x) \rightarrow \mathbf{croire}(\mathbf{p}, {}^\wedge\mathbf{femme}(x))]$
   b. *De dicto* :
   $\mathbf{croire}(\mathbf{p}, {}^\wedge\forall x[\mathbf{homme}(x) \rightarrow \mathbf{femme}(x)])$
4. Comme l'indique la glose ci-dessus, la lecture *de dicto* est la moins naturelle des deux car elle attribue à Paul la pensée (i.e. la proposition) qui dit que tous les hommes sont des femmes. Mais dans quels mondes possibles la phrase *tous les hommes sont des femmes* est vraie ? Probablement aucun (si on ne change pas le sens des mots), et cette phrase est absurde (au sens logique, c'est-à-dire que c'est une contradiction, une phrase qui n'est jamais vraie). Et il est fort probable que Paul n'a pas ce genre de pensée : cela voudrait dire qu'il considère que le monde dans lequel il se trouve appartient à l'ensemble vide...
5. L'interprétation la plus naturelle est celle avec la lecture *de re* du GN *tous les hommes*. Mais, comme le montre la formule (3a), cela veut dire que ce GN est interprété avec une portée large, *en dehors de la proposition syntaxique où il apparaît*. C'est un contre-exemple à l'observation que nous avions faite en §3.2.1.3, p. 137, et qui disait que les GN quantificationnels forts (par ex. universels) ne peuvent pas « traverser » une frontière de proposition.

[8] NB : dans cette démonstration, on exclut Paul de l'ensemble des hommes quand on fait la quantification de *tous les hommes*. C'est un problème annexe ; en fait il s'agit d'un phénomène courant lorsqu'une phrase contient un quantificateur universel et un GN référentiel, ce dernier se retrouve exclu de la quantification. Cf. par exemple *dans la classe, Jean est plus grand que tout le monde* ; techniquement cette phrase devrait toujours être fausse car Jean fait partie de *tout le monde* et Jean n'est pas plus grand que lui-même, mais par pragmatique on interprète la phrase en partitionnant l'ensemble des individus en faisant en sorte que *tout le monde* signifie « tout individu sauf Jean ».

A.5 Chapitre 5

Exercice 5.1 (p. 272)

La figure A.1 indique graphiquement les trajets à suivre dans la fonction $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ pour chaque calcul, avec la légende suivante :

1. $\cdots\cdots\rightarrow$ donc $[\![\textbf{regarder(a, c)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = 0$
2. $\longrightarrow$ donc $[\![\textbf{regarder(b, d)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = 1$
3. $\cdots\cdots\rightarrow$ donc $[\![\textbf{regarder(d, a)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = 1$
4. $\dashrightarrow$ donc $[\![\textbf{regarder(b, b)}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g} = 0$

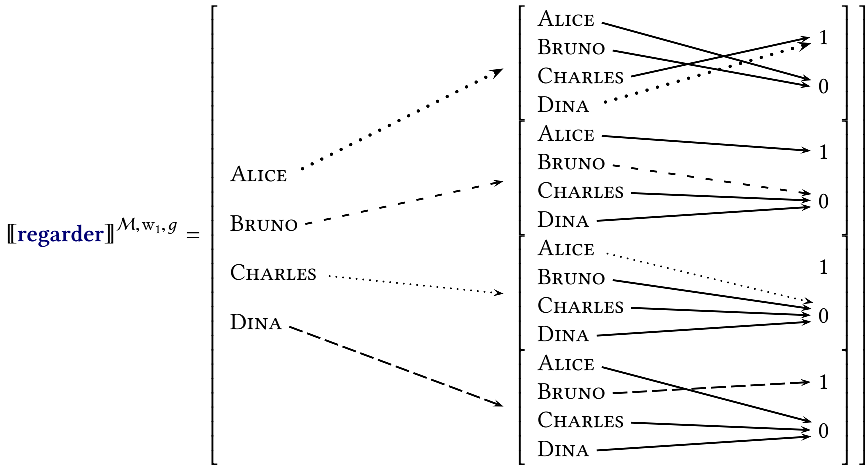


Fig. A.1 : Récupération de la dénotation des formules de 1–4

N'oubliez pas qu'on commence toujours le trajet par la dénotation du *dernier* argument de la liste accolée au prédicat (i.e. ici le second argument).

Exercice 5.2 (p. 280)

Pour corriger $\lambda x \lambda y \alpha(\beta)(\gamma)$ nous devons faire des hypothèses successives choisissant quelle fonction s'applique aux arguments β et γ, et ensuite essayer de réaliser ces hypothèses via la règle de l'application fonctionnelle (définition 5.5, p. 277), qui ajoutera des crochets aux endroits appropriés.

1. β est appliqué à la fonction α. Nous devrons alors écrire $\lambda x \lambda y[\alpha(\beta)](\gamma)$.
   Mais il reste encore à donner γ à une fonction :
   a. γ est appliqué à la fonction $[\alpha(\beta)]$ (car cela peut encore être une fonction, si α est une fonction à plusieurs arguments – au moins deux). Nous écrirons alors : $\lambda x \lambda y[[\alpha(\beta)](\gamma)]$.
   b. γ est appliqué à la fonction $\lambda y[\alpha(\beta)]$ (c'est évidemment une fonction, à cause de λy). Nous écrirons : $\lambda x[\lambda y[\alpha(\beta)](\gamma)]$.
   c. γ est appliqué à la fonction $\lambda x \lambda y[\alpha(\beta)]$. Nous écrirons : $[\lambda x \lambda y[\alpha(\beta)](\gamma)]$.

2. β est appliqué à la fonction $\lambda y\alpha$. La première correction à faire est donc : $\lambda x[\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)$. Ensuite :
   a. γ est appliqué à la fonction $[\lambda y\alpha(\beta)]$ (c'est possible si on suppose que α en soit est une fonction à au moins deux arguments). Nous écrirons : $\lambda x[[\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$.
   b. γ est appliqué à la fonction $\lambda x[\lambda y\alpha(\beta)]$. Nous écrirons : $[\lambda x[\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$.
3. β est appliqué à la fonction $\lambda x\lambda y\alpha$. Cela donne d'abord : $[\lambda x\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)$. Puis :
   a. γ est appliqué à la fonction $[\lambda x\lambda y\alpha(\beta)]$. Nous écrirons : $[[\lambda x\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$. Ici c'est la seule correction possible.

Pour récapituler, nous obtenons six combinaisons, toutes différentes :

$\lambda x\lambda y[[\alpha(\beta)](\gamma)]$	$\lambda x[\lambda y[\alpha(\beta)](\gamma)]$	$[\lambda x\lambda y[\alpha(\beta)](\gamma)]$
$\lambda x[[\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$	$[\lambda x[\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$	$[[\lambda x\lambda y\alpha(\beta)](\gamma)]$

Exercice 5.3 (p. 280)

L'important est de vérifier que la suppression des crochets (convention 5.2, p. 279) ne crée pas d'ambiguïté.

1. $[[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. **aimer** est une fonction qui reçoit l'argument x, et comme **aimer** est un prédicat à deux arguments $[\mathbf{aimer}(x)]$ est encore une fonction qui reçoit l'argument y. Nous pouvons donc simplifier en $\mathbf{aimer}(x)(y)$ puis en $\mathbf{aimer}(y,x)$.
2. $\lambda x[[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. Pour les mêmes raisons, cela se simplifie en $\lambda x\,\mathbf{aimer}(y,x)$.
3. $[\lambda x[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. **aimer** est une fonction qui reçoit l'argument x. Nous pouvons donc déjà simplifier en $[\lambda x\,\mathbf{aimer}(x)(y)]$. Notons que $\mathbf{aimer}(x)$ est encore une fonction (elle n'attend plus que son « second » argument). Mais maintenant il faut faire attention : car $\lambda x\,\mathbf{aimer}(x)$ est aussi une fonction, et elle est différente de $\mathbf{aimer}(x)$. Si nous supprimons les crochets extérieurs, nous risquons de ne plus savoir à laquelle de ces deux fonctions y est appliqué. Dans l'exemple, y est appliqué à $\lambda x\,\mathbf{aimer}(x)$, nous le savons grâce aux crochets extérieurs. Remarque : si y était appliqué à $\mathbf{aimer}(x)$, nous devrions écrire : $\lambda x[\mathbf{aimer}(x)(y)]$ (ou par simplification $\lambda x\,\mathbf{aimer}(y,x)$).
4. $\Diamond[[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. Se simplifie en $\Diamond\mathbf{aimer}(y,x)$.
5. $[{}^\wedge[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. Ne peut se simplifier qu'en ${}^\wedge[\mathbf{aimer}(x)](y)$. En effet ${}^\wedge\mathbf{aimer}(x)(y)$ serait ambigu : nous ne saurions pas si ${}^\wedge$ porte sur **aimer** ou $\mathbf{aimer}(x)$ ou $\mathbf{aimer}(x)(y)$. Ici nous savons qu'il porte sur $\mathbf{aimer}(x)$.
6. ${}^\wedge[[\mathbf{aimer}(x)](y)]$. Se simplifie en ${}^\wedge[\mathbf{aimer}(y,x)]$.
7. $[\lambda x[[\mathbf{aimer}(y)](x)](z)]$. Nous savons que nous pouvons simplifier $[[\mathbf{aimer}(y)](x)]$ en $\mathbf{aimer}(y,x)$. Nous avons donc $[\lambda x\,\mathbf{aimer}(x,y)(z)]$. Il vaut mieux garder les crochets extérieurs pour bien indiquer que z est appliqué à $\lambda x\,\mathbf{aimer}(x,y)$.
8. $\lambda x[\lambda y[\mathbf{aimer}(y)](x)]$. Se simplifie uniquement en $\lambda x[\lambda y\,\mathbf{aimer}(y)(x)]$ (à la rigueur).

Exercice 5.4 (p. 280)

1. Variante de notation :

1	$\mathbf{aimer}(x)(y)$	5	${}^\wedge\mathbf{aimer}(x)(y)$
2	$\lambda x[\mathbf{aimer}(x)(y)]$	6	${}^\wedge\mathbf{aimer}(x)(y)$
3	$\lambda x[\mathbf{aimer}(x)](y)$	7	$\lambda x[\mathbf{aimer}(y)(x)](z)$
4	$\Diamond\mathbf{aimer}(x)(y)$	8	$\lambda x[\lambda y[\mathbf{aimer}](y)(x)]$

2. Le problème qui se pose est que les expressions 5 et 6 deviennent identiques alors que dans l'exercice 5.3 nous avons vu qu'elles ne se simplifiaient pas de la même manière. Et en fait elles n'ont pas le même sens. Pour éviter que se pose ce problème, il faut donc que dans cette variante de notation, la règle d'introduction de l'opérateur $^\wedge$ (p. 241) soit révisée en : si α est une expression de LO, alors $^\wedge[\alpha]$ aussi.

Exercice 5.5 (p. 282)

1. $[\![\lambda x\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$

D'après la définition 5.4, p. 276, $[\![\lambda x\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ est la fonction qui, à tout objet $\textsc{x}$, associe $[\![\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x]}}$. De même, $[\![\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x]}}$ est la fonction qui, à tout objet $\textsc{y}$, associe $[\![[\textbf{regarder}(y)](x)]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}$.

Ensuite, d'après la définition 5.6, p. 281, $[\![[\textbf{regarder}(y)](x)]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}} = [\![[\textbf{regarder}(y)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}([\![x]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}})$. Et comme l'assignation courante spécifie la valeur de x, nous savons que $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}} = g_{[\textsc{x}/x]_{[\textsc{y}/y]}}(x) = \textsc{x}$. Donc $[\![[\textbf{regarder}(y)](x)]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}} = [\![[\textbf{regarder}(y)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}(\textsc{x})$.

Toujours d'après la définition 5.6, nous avons $[\![[\textbf{regarder}(y)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}} = [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}([\![y]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}) = [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}(\textsc{y})$. Et le fait est que $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}}$ est la même chose que $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ (car il n'y a plus de variable ici), c'est-à-dire c'est la fonction décrite dans la figure 5.3, p. 271. Par conséquent, $[\![[\textbf{regarder}(y)](x)]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{y}/y]}} = [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}(\textsc{y})(\textsc{x})$, c'est-à-dire la valeur que cette fonction assigne quand on lui donne $\textsc{y}$ comme premier argument et $\textsc{x}$ comme second argument. Par exemple, si $\textsc{x}$ est Alice et $\textsc{y}$ est Dina, la valeur sera 0, etc.

Pour conclure : en reprenant le calcul depuis le début, $[\![\lambda x\lambda y[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ est la fonction qui à tout objet $\textsc{x}$ associe la fonction qui à tout objet $\textsc{y}$ associe la valeur $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}(\textsc{y})(\textsc{x})$. Mais attention, cela n'est pas la même fonction que $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$, car les arguments ne sont pas attendus dans le même ordre[9].

2. $[\![\lambda x[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$

D'après la définition 5.4, $[\![\lambda x[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ est la fonction qui, à tout objet $\textsc{x}$, associe $[\![[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x]}}$. Maintenant pour interpréter $[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]$, nous pouvons utiliser le théorème 5.1. Pour ce faire, nous devons connaître la dénotation de x par rapport aux indices via lesquels nous évaluons l'application fonctionnelle (en l'occurrence w_1 et $g_{[\textsc{x}/x]}$) ; et nous la connaissons : $[\![x]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x]}} = \textsc{x}$. Partant, le théorème nous dit que $[\![[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x]}} = [\![[\textbf{regarder}(y)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{x}/y]}}$.

Ensuite, la définition 5.6 nous indique que $[\![[\textbf{regarder}(y)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{x}/y]}} = [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{x}/y]}}([\![y]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{x}/y]}})$. Et nous avons $[\![y]\!]^{\mathcal{M},w_1,g_{[\textsc{x}/x][\textsc{x}/y]}} = \textsc{x}$

[9] Rappelons que $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$ équivaut à $[\![\lambda y\lambda x[[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}$, la fonction qui à tout objet $\textsc{y}$ associe la fonction qui à tout objet $\textsc{x}$ associe la valeur $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},w_1,g}(\textsc{y})(\textsc{x})$.

(à cause de l'assignation $g_{[\mathrm{x}/x]_{[\mathrm{x}/y]}}$ qui fixe la valeur de y à x). Par conséquent, $[\![[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g_{[\mathrm{x}/x]}} = [\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}(\mathrm{x})$.

Conclusion : $[\![\lambda x[\lambda y[\textbf{regarder}(y)](x)]]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}$ est la fonction qui à tout objet x associe $[\![\textbf{regarder}]\!]^{\mathcal{M},\mathrm{w}_1,g}(\mathrm{x})$. C'est globalement une fonction à un seul argument et qui renvoie comme résultat une fonction elle aussi à un argument.

Exercice 5.6 (p. 285)

Les β-réductions (cf. définition 5.7, p. 284) sont présentées ci-dessous sous forme d'égalités.

1. $[[[\lambda z\lambda y\lambda x\,\textbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
   $= [[\lambda y\lambda x\,\textbf{présenter}(x,y,\mathbf{a})(\mathbf{b})](\mathbf{c})]$ (β-réduction sur z)
   $= [\lambda x\,\textbf{présenter}(x,\mathbf{b},\mathbf{a})(\mathbf{c})]$ (β-réduction sur y)
   $= \textbf{présenter}(\mathbf{c},\mathbf{b},\mathbf{a})$ (β-réduction sur x)
2. $[[\lambda z[\lambda y\lambda x\,\textbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
   $= [[\lambda z\lambda x\,\textbf{présenter}(x,\mathbf{a},z)(\mathbf{b})](\mathbf{c})]$ (β-réduction sur y)
   $= [\lambda x\,\textbf{présenter}(x,\mathbf{a},\mathbf{b})(\mathbf{c})]$ (β-réduction sur z)
   $= \textbf{présenter}(\mathbf{c},\mathbf{a},\mathbf{b})$ (β-réduction sur x)
   Ici on aurait pu aussi commencer par la β-réduction sur z.
3. $[\lambda z[[\lambda y\lambda x\,\textbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
   $= [\lambda z[\lambda x\,\textbf{présenter}(x,\mathbf{a},z)(\mathbf{b})](\mathbf{c})]$ (β-réduction sur y)
   $= [\lambda z\,\textbf{présenter}(\mathbf{b},\mathbf{a},z)(\mathbf{c})]$ (β-réduction sur x)
   $= \textbf{présenter}(\mathbf{b},\mathbf{a},\mathbf{c})$ (β-réduction sur z)
   Là aussi plusieurs ordres sont possibles pour effectuer les β-réductions, par exemple : sur y, puis z, puis x, ou sur z, puis y, puis x.
4. $[\lambda z[\lambda y[\lambda x\,\textbf{présenter}(x,y,z)(\mathbf{a})](\mathbf{b})](\mathbf{c})]$
   $= [\lambda z[\lambda y\,\textbf{présenter}(\mathbf{a},y,z)(\mathbf{b})](\mathbf{c})]$ (β-réduction sur x)
   $= [\lambda z\,\textbf{présenter}(\mathbf{a},\mathbf{b},z)(\mathbf{c})]$ (β-réduction sur y)
   $= \textbf{présenter}(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})$ (β-réduction sur z)
   Ici on peut effectuer les trois β-réductions dans l'ordre qu'on veut.

Exercice 5.8 (p. 291)

1. $[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(y)] = \textbf{aimer}(y,y)$
2. $[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,x)(\mathbf{a})] = \textbf{aimer}(\mathbf{a},\mathbf{a})$
3. $[\lambda y\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{c})] = \lambda x\,\textbf{aimer}(x,\mathbf{c})$
4. $\lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{c})] = \lambda y\,\textbf{aimer}(\mathbf{c},y)$
5. $[[\lambda y\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{a})](\mathbf{b})] = [\lambda x\,\textbf{aimer}(x,\mathbf{a})(\mathbf{b})] = \textbf{aimer}(\mathbf{b},\mathbf{a})$
6. $[\lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{a})](\mathbf{b})] = [\lambda x\,\textbf{aimer}(x,\mathbf{b})(\mathbf{a})] = \textbf{aimer}(\mathbf{a},\mathbf{b})$
   Ici on peut aussi procéder en commençant par β-réduire sur λx :
   $[\lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{a})](\mathbf{b})] = [\lambda y\,\textbf{aimer}(\mathbf{a},y)(\mathbf{b})] = \textbf{aimer}(\mathbf{a},\mathbf{b})$
7. $[\lambda z\lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(z)](\mathbf{b})] = \lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(\mathbf{b})] = \lambda y\,\textbf{aimer}(\mathbf{b},y)$
   Ou bien :
   $[\lambda z\lambda y[\lambda x\,\textbf{aimer}(x,y)(z)](\mathbf{b})] = [\lambda z\lambda y\,\textbf{aimer}(z,y)(\mathbf{b})] = \lambda y\,\textbf{aimer}(\mathbf{b},y)$
8. $[\lambda P\,P(x,y)(\textbf{aimer})] = \textbf{aimer}(x,y)$

9. $[\lambda Q \lambda y \lambda x[Q(x,y) \wedge Q(y,x)](\mathbf{aimer})] = \lambda y \lambda x[\mathbf{aimer}(x,y) \wedge \mathbf{aimer}(y,x)]$
10. $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda x\, \mathbf{pleurer}(x))] = [\lambda x\, \mathbf{pleurer}(x)(\mathbf{a})] = \mathbf{pleurer}(\mathbf{a})$
11. $[[\lambda X \lambda x[X(x)](\mathbf{chat})](\mathbf{d})] = [\lambda x[\mathbf{chat}(x)](\mathbf{d})] = [\mathbf{chat}(\mathbf{d})]$
12. $[\lambda X \lambda z[[X(z)](z)](\lambda y \lambda x\, Q(x,y))] = \lambda z[[\lambda y \lambda x\, Q(x,y)(z)](z)]$
 $= \lambda z[\lambda x\, Q(x,z)(z)] = \lambda z\, Q(z,z)$

Exercice 5.9 (p. 291)

1. $[[\lambda y \lambda x\, \mathbf{aimer}(x,y)(\mathbf{j})](\mathbf{a})] = [\lambda x\, \mathbf{aimer}(x,\mathbf{j})(\mathbf{a})] = \mathbf{aimer}(\mathbf{a},\mathbf{j})$
2. $[\lambda y[\lambda x\, \mathbf{aimer}(x,y)(\mathbf{j})](\mathbf{a})] = [\lambda y\, \mathbf{aimer}(\mathbf{j},y)(\mathbf{a})] = \mathbf{aimer}(\mathbf{j},\mathbf{a})$
3. $[\lambda Q \lambda y[Q(y)](\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))] = \lambda y[\lambda x\, \mathbf{dormir}(x)(y)] = \lambda y\, \mathbf{dormir}(y)$
4. $[[\lambda P \lambda x\, [[P(x)](y)](\mathbf{aimer})](\mathbf{a})] = [\lambda x\, [[\mathbf{aimer}(x)](y)](\mathbf{a})] = [[\mathbf{aimer}(\mathbf{a})](y)] =$ $\mathbf{aimer}(y,\mathbf{a})$ (par suppression des crochets)
5. $[\lambda P \lambda x\, [[P(x)](y)](\lambda y \lambda z\, \mathbf{aimer}(y,z))] = \lambda x\, [[\lambda y \lambda z\, \mathbf{aimer}(y,z)(x)](y)] =$ $\lambda x\, [\lambda z\, \mathbf{aimer}(x,z)(y)] = \lambda x\, \mathbf{aimer}(x,y)$
6. $[\lambda X \lambda x[X(\lambda y\, \mathbf{aimer}(x,y))](\lambda Q\, [Q(\mathbf{a})])] = \lambda x[\lambda Q\, [Q(\mathbf{a})](\lambda y\, \mathbf{aimer}(x,y))] =$ $\lambda x[\lambda y\, \mathbf{aimer}(x,y)(\mathbf{a})] = \lambda x\, \mathbf{aimer}(x,\mathbf{a})$

Exercice 5.10 (p. 302)

Rappel des types :
$x, y \in \mathcal{V}ar_{\mathrm{e}}$, $\varphi \in \mathcal{V}ar_{\mathrm{t}}$, $P \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$, $Q \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$, $K \in \mathcal{V}ar_{\langle\langle \mathrm{s},\mathrm{t}\rangle,\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$, $S \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{s},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$.
Les règles syntaxiques utilisées ci-dessous sont celles de la définition 5.11, p. 297.

1. $\lambda x\, Q(x,y)$
 $Q(x,y)$ est de type t car $Q \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle}$ et a ses deux arguments de type e ; donc $\lambda x\, Q(x,y)$ est de type $\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle$ (Syn.7).
2. $\lambda Q \exists x\, Q(x,y)$
 $Q(x,y)$ est de type t, donc $\exists x\, Q(x,y)$ aussi (Syn.6) et $\lambda Q \exists x\, Q(x,y)$ est de type $\langle\langle \mathrm{e},\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle,\mathrm{t}\rangle$ (Syn.7).
3. $[\lambda x\, Q(x,y)(y)]$
 $Q(x,y)$ est de type t, donc $\lambda x\, Q(x,y)$ est de type $\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle$ (Syn.7) et donc $[\lambda x\, Q(x,y)(y)]$ est de type t (Syn.2).
 NB : on voit bien que les crochets sont importants pour retrouver le bon ordre de composition de l'expression.
4. $\Diamond \lambda x\, P(x)$
 $P(x)$ est de type t car $P \in \mathcal{V}ar_{\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle}$ (Syn.2), donc $\lambda x\, P(x)$ est de type $\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle$; or d'après (Syn.5) $\Diamond$ ne peut s'accoler qu'à une expression de type t ; donc l'expression n'est pas bien formée.
5. $\lambda P\, P$
 P est de type $\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle$, donc $\lambda P\, P$ est de type $\langle\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle,\langle \mathrm{e},\mathrm{t}\rangle\rangle$, en vertu de (Syn.7).
6. $[\lambda P\, P(x)(y)]$
 Ici l'expression est ambiguë quant à la suppression d'une paire de crochets[10] : on peut supposer qu'elle est la simplification soit de $[\lambda P[P(x)](y)]$, soit de $[[\lambda P\, P(x)](y)]$; dans

[10] Ce qui devrait laisser deviner d'emblée qu'elle n'est pas bien formée, puisqu'on n'a pas le droit de supprimer des crochets en rendant une expression ambiguë.

les deux cas elle est mal formée. Dans le premier cas, $P(x)$ est de type t, $\lambda P[P(x)]$ est de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ et ne peut donc pas se combiner avec y de type e. Dans le second cas, $\lambda P\, P$ est de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ et ne peut donc pas se combiner avec x.

7. $\lambda x[{}^{\vee}S(x)]$
   ${}^{\vee}S$ est de type $\langle e, t\rangle$ (Syn.9) car S est de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$; donc $[{}^{\vee}S(x)]$ est de type t et $\lambda x[{}^{\vee}S(x)]$ de type $\langle e, t\rangle$.
8. $\lambda x\, {}^{\vee}[S(x)]$
   Cette expression est mal formée, car S ne peut pas se combiner directement avec x.
9. $[\lambda x\, {}^{\vee}S(x)]$
   ${}^{\vee}S$ est de type $\langle e, t\rangle$, donc $\lambda x\, {}^{\vee}S$ est de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et $[\lambda x\, {}^{\vee}S(x)]$ est de type $\langle e, t\rangle$.
10. $K({}^{\wedge}[\lambda x\, P(x)(y)])$
   Quelle que soit la manière d'analyser $[\lambda x\, P(x)(y)]$ on trouvera le type t pour cette sous-expression. En effet $P(x)$ est de type t, $\lambda x\, P(x)$ de type $\langle e, t\rangle$ et donc $[\lambda x\, P(x)(y)]$ de type t ; ou bien $\lambda x\, P$ est de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et $\lambda x\, P(x)$ est de type $\langle e, t\rangle$. Ensuite ${}^{\wedge}[\lambda x\, P(x)(y)]$ est de type $\langle s, t\rangle$ (Syn.8), et donc $K({}^{\wedge}[\lambda x\, P(x)(y)])$ est de type $\langle e, t\rangle$, car K est de type $\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$.
11. $\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
   φ est de type t, donc ${}^{\wedge}\varphi$ est de type $\langle s, t\rangle$, et $K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type t, car c'est la simplification de $[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$; donc $\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle t, t\rangle$.
12. $\lambda\varphi\lambda x\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
   $\lambda x\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle e, t\rangle$, donc $\lambda\varphi\lambda x\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle t, \langle e, t\rangle\rangle$.
13. $\lambda x\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
   $\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle t, t\rangle$, donc $\lambda x\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle e, \langle t, t\rangle\rangle$.
14. $\lambda K\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$
   $\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle t, t\rangle$, donc $\lambda K\lambda\varphi\, K(x, {}^{\wedge}\varphi)$ est de type $\langle\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle, \langle t, t\rangle\rangle$.
15. $\lambda K\lambda\varphi\, {}^{\wedge}[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$
   ${}^{\wedge}\varphi$ est de type $\langle s, t\rangle$,
   donc $[K({}^{\wedge}\varphi)]$ est de type $\langle e, t\rangle$,
   donc $[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$ est de type t,
   donc ${}^{\wedge}[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$ est de type $\langle s, t\rangle$,
   donc $\lambda\varphi\, {}^{\wedge}[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$ est de type $\langle t, \langle s, t\rangle\rangle$,
   et $\lambda K\lambda\varphi\, {}^{\wedge}[[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$ de type $\langle\langle\langle s, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle, \langle t, \langle s, t\rangle\rangle\rangle$.
16. $\lambda K\lambda\varphi\, [{}^{\wedge}[K({}^{\wedge}\varphi)](x)]$
   $[K({}^{\wedge}\varphi)]$ est de type $\langle e, t\rangle$, donc ${}^{\wedge}[K({}^{\wedge}\varphi)]$ est de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$ et cela ne peut pas se combiner avec x. L'expression est donc mal formée.
17. $\lambda x[P(x) \wedge Q(x)]$
   $P(x)$ est de type t, $Q(x)$ est de type $\langle e, t\rangle$ (car Q est de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$) ; $\wedge$ ne peut donc pas les combiner car il ne coordonne que des expressions de type t (Syn.4). L'expression est mal formée.
18. $\lambda y\lambda x[P(x) \wedge Q(x, y)](x)$
   $Q(x, y)$ est de type t, donc $[P(x) \wedge Q(x, y)]$ est de type t, $\lambda x[P(x) \wedge Q(x, y)]$ est de type $\langle e, t\rangle$, $\lambda y\lambda x[P(x) \wedge Q(x, y)]$ de type $\langle e, \langle e, t\rangle\rangle$ et $\lambda y\lambda x[P(x) \wedge Q(x, y)](x)$ de type $\langle e, t\rangle$.

19. $[\lambda Q\, Q(x,y)(\lambda x\, P)]$
 $Q(x,y)$ est de type t, donc $\lambda Q\, Q(x,y)$ est de type $\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,t\rangle$; et $\lambda x\, P$ est de type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, donc $[\lambda Q\, Q(x,y)(\lambda x\, P)]$ est de type t.
20. $\lambda y\, Q(\iota x\, P(x), y)$
 $P(x)$ est de type t, donc $\iota x\, P(x)$ est de type e (Syn.6), donc $Q(\iota x\, P(x), y)$ est de type t, et $\lambda y\, Q(\iota x\, P(x), y)$ est de type $\langle e,t\rangle$.

Exercice 5.11 (p. 302)

Dans ce qui suit, a et b représentent des types a priori « inconnus ».

1. $Q(A)$
 Comme $Q(A)$ est une application fonctionnelle, c'est que Q dénote une fonction et donc que Q est de type $\langle a,b\rangle$. Et on sait que b = t car c'est le résultat attendu par hypothèse dans cet exercice. Donc Q est de type $\langle a,t\rangle$. Quand à a on sait aussi que c'est le type de A, puisque A est un argument licite de Q. Il n'y a pas d'autre contrainte sur son type ; on peut prendre ce qu'on veut pour a, par exemple e. Ainsi Q est de type $\langle e,t\rangle$ et A de type e.
 Mais on peut aussi donner $\langle\langle e,t\rangle,t\rangle$ pour Q et $\langle e,t\rangle$ pour A ; ou encore $\langle t,t\rangle$ et t, etc.
2. $[{}^{\vee}Q(A)]$
 Ici il faut reconnaître une application fonctionnelle de la fonction ${}^{\vee}Q$ sur l'argument A. On en déduit plusieurs choses : d'abord que Q est de type $\langle s,b\rangle$ pour qu'on ait le droit de lui accoler ${}^{\vee}$ par la règle (Syn.9) (p. 297). Et par cette règle on sait que b est le type de ${}^{\vee}Q$. Mais b est en fait un type complexe puisqu'on est présence d'une fonction. Là on se ramène un peu au cas précédent : ${}^{\vee}Q$ doit être de type $\langle a,t\rangle$ (donc $b = \langle a,t\rangle$) et a est le type de A. Si on prend e pour le type de A, alors $b = \langle e,t\rangle$, alors le type de Q est $\langle s,\langle e,t\rangle\rangle$ (puisqu'on a posé que ce type était $\langle s,b\rangle$).
 Mais on peut aussi proposer par exemple $\langle s,\langle\langle e,t\rangle,t\rangle\rangle$ pour Q et $\langle e,t\rangle$ pour A, etc.
3. ${}^{\vee}[Q(A)]$
 Cette fois, ${}^{\vee}$ s'accole à tout $[Q(A)]$. Pour que cela soit possible, on en déduit donc que c'est $[Q(A)]$ qui est de type $\langle s,b\rangle$. Et donc ${}^{\vee}[Q(A)]$ est de type b. Mais on sait aussi par hypothèse que b = t. Il reste donc à trouver les types de Q et A sachant que $[Q(A)]$ est de type $\langle s,t\rangle$. Maintenant cela ressemble au premier cas ci-dessus : Q est de type $\langle a,\langle s,t\rangle\rangle$, puisque c'est la fonction qui doit retourner un résultat de type $\langle s,t\rangle$; et a est le type de A. On peut le choisir librement. Si a = e, alors Q est de type $\langle e,\langle s,t\rangle\rangle$.
 Si $a = \langle e,t\rangle$, alors Q est de type $\langle\langle e,t\rangle,\langle s,t\rangle\rangle$, etc.

Exercice 5.12 (p. 314)

1. **élément-de** $= \lambda P\lambda x[P(x)]$
2. **inclus** $= \lambda Q\lambda P\forall x[[P(x)] \rightarrow [Q(x)]]$
3. **disjoint** $= \lambda Q\lambda P\neg\exists x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$
4. **intersection** $= \lambda Q\lambda P\lambda x[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$
5. **union** $= \lambda Q\lambda P\lambda x[[P(x)] \vee [Q(x)]]$
6. **vide** $= \lambda P\neg\exists x[P(x)]$
7. **singleton** $= \lambda P\exists x[[P(x)] \wedge \forall y[[P(y)] \rightarrow y = x]]$

8. $\mathbf{parties\text{-}de} = \lambda P \lambda Q \forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]]$
   NB : ce dernier λ-terme est identique à **inclus** (c'est normal car $A \in \mathscr{P}(B)$ ssi $A \subseteq B$).

Exercice 5.13 (p. 315)

1. $\mathbf{a}^*$ est de type $\langle\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle, t\rangle$
   $= \lambda P[P\{{}^\wedge\alpha\}] = \lambda P[{}^\vee P({}^\wedge\alpha)]$ (avec P de type $\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$)
2. $\lambda x\, {}^\wedge\mathbf{aimer}\{\mathbf{a}, x\}$ est de type $\langle e, t\rangle$
   $= \lambda x[{}^{\vee\wedge}\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, x)] = \lambda x\, \mathbf{aimer}(\mathbf{a}, x)$
3. $\hat{\mathcal{P}}[\mathcal{P}\{x\}]$ est de type $\langle s, \langle\langle\langle s, e\rangle, t\rangle, t\rangle\rangle$
   $= {}^\wedge\lambda\mathcal{P}[{}^\vee\mathcal{P}(x)]$
4. $\hat{x}\,\mathbf{citron}(x)$ est de type $\langle e, t\rangle$
   $= \lambda x\, \mathbf{citron}(x)$
5. $\hat{x}\,\mathbf{aimer}(\mathbf{a}, x)$ est de type $\langle s, \langle e, t\rangle\rangle$
   $= {}^\wedge\lambda x\, \mathbf{aimer}(\mathbf{a}, x)$
6. $[\mathbf{a}^*({}^\wedge\mathcal{P})]$ est de type t
   $= [\lambda P[P\{{}^\wedge\mathbf{a}\}]({}^\wedge\mathcal{P})] = [\lambda P[{}^\vee P({}^\wedge\mathbf{a})]({}^\wedge\mathcal{P})] = [{}^{\vee\wedge}\mathcal{P}({}^\wedge\mathbf{a})] = [\mathcal{P}({}^\wedge\mathbf{a})]$

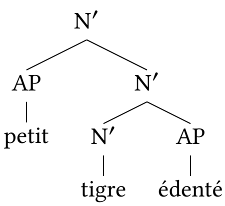
a dénote Alice dans w ; pour savoir ce que dénote $\mathbf{a}^*$, commençons par restituer ce que cette écriture abrège : $\lambda P[P\{{}^\wedge\mathbf{a}\}]$. On sait que ${}^\wedge\mathbf{a}$ dénote le concept individuel d'Alice – appelons cela le concept-Alice. Ensuite $[P\{{}^\wedge\mathbf{a}\}]$ équivaut à $[{}^\vee P({}^\wedge\mathbf{a})]$. On sait que P est de type $\langle s, \langle\langle s, e\rangle, t\rangle\rangle$, ce qui veut dire que c'est une variable de propriété (intensionnelle) de concepts d'individus, et donc ${}^\vee P$ est de type $\langle\langle s, e\rangle, t\rangle$, c'est l'extension de la propriété P dans le monde w (autrement dit un ensemble de concepts d'individus). Donc $[{}^\vee P({}^\wedge\mathbf{a})]$ est une formule, et elle est vraie dans w si le concept-Alice vérifie la propriété P dans w. Donc $\lambda P[P\{{}^\wedge\mathbf{a}\}]$, i.e. $\mathbf{a}^*$, est l'ensemble de toutes les propriétés intensionnelles possédées par le concept-Alice dans le monde w.

A.6 Chapitre 6

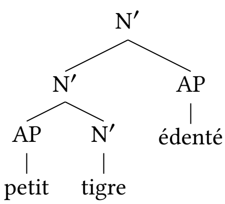
Exercice 6.1 (p. 354)

Il y a a priori deux grands types de structures syntaxiques pour analyser *petit tigre édenté*, schématisés en (a) et (b) ci-dessous ; sans entrer dans les détails de ces analyses, nous allons retenir la version (b) (qui est la plus couramment adoptée pour le français).

(a)



(b)



§6.2.3 nous offre plusieurs options d'analyses sémantiques ; choisissons ici celle qui traduit *petit* par $\lambda P \lambda x[[\mathbf{petit}(P)](x)]$, de type $\langle\langle e, t\rangle, \langle e, t\rangle\rangle$ (cf. p. 354). *Tigre* se traduit par $\lambda x\, \mathbf{tigre}(x)$ ou, pour simplifier immédiatement, **tigre**. La traduction de *petit tigre* est donc $[\lambda P \lambda x[[\textbf{petit}(P)](x)](\textbf{tigre})]$ par application fonctionnelle, puis $\lambda x[[\textbf{petit}(\textbf{tigre})](x)]$ par β-réduction. Nous pouvons traduire *édenté* comme *petit* (i.e. $\lambda P \lambda y[[\textbf{édenté}(P)](y)]$), mais puisque c'est un adjectif intersectif, nous pouvons tout aussi bien le traiter comme de type $\langle e, t\rangle$, $\lambda x\, \textbf{édenté}(x)$, et par la règle de *modification de prédicat* (règle (36), p. 352), *petit tigre édenté* se traduira par $\lambda y[[\lambda x[[\textbf{petit}(\textbf{tigre})](x)](y)] \wedge [\lambda x\, \textbf{édenté}(x)(y)]]$, ce qui après β-réduction donnera : $\lambda y[[[\textbf{petit}(\textbf{tigre})](y)] \wedge \textbf{édenté}(y)]$.

À noter que si nous avions traduit *édenté* par $\lambda P \lambda y[[\textbf{édenté}(P)](y)]$, nous aurions obtenu au final : $\lambda y[[\textbf{édenté}(\lambda x[[\textbf{petit}(\textbf{tigre})](x)])](y)]$ (ou $\lambda y[[\textbf{édenté}([\textbf{petit}(\textbf{tigre})])](y)]$ par η-réduction), ce qui aura les mêmes conditions de vérité que le résultat précédent si nous posons que la dénotation de $\lambda P \lambda y[[\textbf{édenté}(P)](y)]$ renvoie l'ensemble qui est l'intersection de l'ensemble des édentés avec l'ensemble qui est la dénotation de l'argument (P).

Exercice 6.2 (p. 362)

Si nous voulons que les VP soient la fonction principale de la phrase, alors ceux-ci devront être de type $\langle\langle\langle e, t\rangle, t\rangle, t\rangle$, attendant un DP sujet de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ pour produire une expression de type t. *Dormir* se traduira alors par $\lambda X[X(\lambda x\, \textbf{dormir}(x))]$, avec $X \in \mathcal{V}ar_{\langle\langle e,t\rangle,t\rangle}$. Ainsi nous pourrons dériver la traduction de *Alice dort* en composant $[\lambda X[X(\lambda x\, \textbf{dormir}(x))](\lambda P[P(\textbf{a})])]$ qui, par β-réductions, se simplifie en $[\lambda P[P(\textbf{a})](\lambda x\, \textbf{dormir}(x))]$[11], puis en $[\lambda x\, \textbf{dormir}(x)(\textbf{a})]$ et $\textbf{dormir}(\textbf{a})$.

Exercice 6.3 (p. 364)

Pour obtenir un DP défini singulier de type e, le déterminant *le* devra être de type $\langle\langle e, t\rangle, e\rangle$ et se traduire par $\lambda P \iota x[P(x)]$. Ainsi, *le Pape* se traduira par $[\lambda P \iota x[P(x)](\lambda y\, \textbf{pape}(y))]$ qui, par β-réductions, se simplifie en $\iota x[\lambda y\, \textbf{pape}(y)(x)]$ et $\iota x\, \textbf{pape}(x)$ (qui est bien de type e).

Exercice 6.4 (p. 366)

Comme d'habitude, nous procédons à des renommage de variables pour éviter tout conflit et toute confusion.

1. Tous les enfants mangent une glace.
   a. *une* $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \exists y[[P(y)] \wedge [Q(y)]]$
   b. *glace* $\rightsquigarrow \lambda z\, \textbf{glace}(z)$
   c. *une glace* $\rightsquigarrow [\lambda Q \lambda P \exists y[[P(y)] \wedge [Q(y)]](\lambda z\, \textbf{glace}(z))]$
      $= \lambda P \exists y[[P(y)] \wedge [\lambda z\, \textbf{glace}(z)(y)]]$ (β-réduction sur Q)
      $= \lambda P \exists y[[P(y)] \wedge \textbf{glace}(y)]$ (β-réduction sur z)
   d. *mangent* $\rightsquigarrow \lambda Y \lambda v[Y(\lambda u\, \textbf{manger}(v, u))]$
   e. *mangent une glace* $\rightsquigarrow [\lambda Y \lambda v[Y(\lambda u\, \textbf{manger}(v, u))](\lambda P \exists y[[P(y)] \wedge \textbf{glace}(y)])]$
      $= \lambda v[\lambda P \exists y[[P(y)] \wedge \textbf{glace}(y)](\lambda u\, \textbf{manger}(v, u))]$ (β-réduction sur Y)
      $= \lambda v \exists y[[\lambda u\, \textbf{manger}(v, u)(y)] \wedge \textbf{glace}(y)]$ (β-réduction sur P)
      $= \lambda v \exists y[\textbf{manger}(v, y) \wedge \textbf{glace}(y)]$ (β-réduction sur u)
   f. *tous les* $\rightsquigarrow \lambda Q \lambda P \forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]]$
   g. *enfants* $\rightsquigarrow \lambda z\, \textbf{enfant}(z)$

[11] Ce qui nous fait revenir évidemment à ce dont nous partons p. 360.

h. *tous les enfants* $\rightsquigarrow [\lambda Q\lambda P\forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]](\lambda z\,\textbf{enfant}(z))]$
$= \lambda P\forall x[[\lambda z\,\textbf{enfant}(z)(x)] \rightarrow [P(x)]]$ (β-réduction sur Q)
$= \lambda P\forall x[\textbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]]$ (β-réduction sur z)

i. *tous les enfants mangent une glace* $\rightsquigarrow$
$[\lambda P\forall x[\textbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]](\lambda v\exists y[\textbf{manger}(v,y) \wedge \textbf{glace}(y)])]$
$= \forall x[\textbf{enfant}(x) \rightarrow [\lambda v\exists y[\textbf{manger}(v,y) \wedge \textbf{glace}(y)](x)]]$ (β-réduction sur P)
$= \forall x[\textbf{enfant}(x) \rightarrow \exists y[\textbf{manger}(x,y) \wedge \textbf{glace}(y)]]$ (β-réduction sur v)

2. Peter Parker est Spiderman.

a. *Spiderman* $\rightsquigarrow \lambda P[P(\textbf{s})]$

b. *est* $\rightsquigarrow \lambda Y\lambda x[Y(\lambda y[x = y])]$

c. *est Spiderman* $\rightsquigarrow [\lambda Y\lambda x[Y(\lambda y[x = y])](\lambda P[P(\textbf{s})])]$
$= \lambda x[\lambda P[P(\textbf{s})](\lambda y[x = y])]$ (β-réduction sur Y)
$= \lambda x[\lambda y[x = y](\textbf{s})]$ (β-réduction sur P)
$= \lambda x[x = \textbf{s}]$ (β-réduction sur y)

d. *Peter Parker* $\rightsquigarrow \lambda P[P(\textbf{p})]$

e. *Peter Parker est Spiderman* $\rightsquigarrow [\lambda P[P(\textbf{p})](\lambda x[x = \textbf{s}])]$
$= [\lambda x[x = \textbf{s}](\textbf{p})]$ (β-réduction sur P)
$= [\textbf{p} = \textbf{s}]$ (β-réduction sur x)

Exercice 6.5 (p. 366)

Assigner le type $\langle\langle e,\langle e,t\rangle\rangle,\langle e,t\rangle\rangle$ à un DP revient à prévoir que celui-ci attend un V transitif (de type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$) pour produire un VP de type $\langle e,t\rangle$. Posons la variable R de type $\langle e,\langle e,t\rangle\rangle$, pour jouer le rôle du V transitif. *Une glace* se traduira alors par $\lambda R\lambda x\exists y[\textbf{glace}(y) \wedge [[R(y)](x)]]$. La dérivation du VP *mange une glace* sera alors la suivante (le DP objet dénote la fonction et le V transitif est l'argument) :

mange une glace $\rightsquigarrow [\lambda R\lambda x\exists y[\textbf{glace}(y) \wedge [[R(y)](x)]](\lambda v\lambda u\,\textbf{manger}(u,v))]$
$= \lambda x\exists y[\textbf{glace}(y) \wedge [[\lambda v\lambda u\,\textbf{manger}(u,v)(y)](x)]]$ (β-réduction sur R)
$= \lambda x\exists y[\textbf{glace}(y) \wedge [\lambda u\,\textbf{manger}(u,y)(x)]]$ (β-réduction sur v)
$= \lambda x\exists y[\textbf{glace}(y) \wedge \textbf{manger}(x,y)]$ (β-réduction sur u)

Exercice 6.6 (p. 367)

1. $\lambda Y\lambda Z\lambda x[Z(\lambda z[Y(\lambda y\,\textbf{donner}(x,y,z))])]$
2. $\lambda Y\lambda Z\lambda x[Y(\lambda y[Z(\lambda z\,\textbf{donner}(x,y,z))])]$
3. $\lambda Z\lambda Y\lambda x[Z(\lambda z[Y(\lambda y\,\textbf{donner}(x,y,z))])]$
4. $\lambda Z\lambda Y\lambda x[Y(\lambda y[Z(\lambda z\,\textbf{donner}(x,y,z))])]$

Ces quatre λ-termes attendent deux quantificateurs généralisés Y et Z. Y correspond au complément direct du verbe (car il se combine avec une expression qui fait abstraction de y, le second argument de **donner**) et Z correspond au complément d'objet indirect (datif). Ce qui distingue, d'une part, 1 de 3 et, d'autre part, 2 de 4, c'est l'ordre de leurs λ-abstractions qui reflète l'ordre dans lequel le verbe rencontre syntaxiquement ses compléments. Quant à ce qui distingue 1 de 2 (ainsi que 3 de 4) c'est qu'en 1 le quantificateur Y se trouve dans la portée de Z, et 2 présente les portées inverses. Si nous traduisons *donne un exercice à tous les élèves*, avec 1 (ou 3) nous obtiendrons : $\lambda x\forall z[\textbf{élève}(z) \rightarrow \exists y[\textbf{exercice}(y) \wedge \textbf{donner}(x,y,z)]]$, et avec 2 (ou 4) : $\lambda x\exists y[\textbf{exercice}(y) \wedge \forall z[\textbf{élève}(z) \rightarrow \textbf{donner}(x,y,z)]]$. Le problème est que ces deux interprétations sont possibles, et donc que nous ne devons pas choisir entre 1 et 2 (ou 3 et

4 selon l'analyse syntaxique) ; en d'autres termes nous devrions postuler une ambiguïté de traduction pour les verbes ditransitifs – mais ce n'est pas la manière la plus efficace de procéder comme le montre la suite du chapitre.

Exercice 6.7 (p. 379)

1. Nous reprenons l'analyse syntaxique de (83), p. 377, rappelée ici : $[_{\text{TP}}\ [_{\text{DP}}\ \textit{Alice}]_1\ [_{\text{T}'}\ \textit{a}\ [_{\text{VP}}\ t_1\ [_{\text{V}'}\ \textit{appelé Bruno}]]]]$, et nous allons traduire tous les DP par des quantificateurs généralisés de type $\langle\langle \text{e}, \text{t}\rangle, \text{t}\rangle$.
   a. $[_{\text{V}'}$ appelé Bruno$] \rightsquigarrow [\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{appeler}(x, y))](\lambda P[P(\mathbf{b})])]$
      $= \lambda x[\lambda P[P(\mathbf{b})](\lambda y\, \mathbf{appeler}(x, y))]$ (β-réduction sur Y)
      $= \lambda x[\lambda y\, \mathbf{appeler}(x, y)(\mathbf{b})]$ (β-réduction sur P)
      $= \lambda x\, \mathbf{appeler}(x, \mathbf{b})$ (β-réduction sur y)
   b. $t_1 \rightsquigarrow \lambda P[P(x_1)]$ (cf. p. 374)
   c. $[_{\text{VP}}\ t_1$ appelé Bruno$] \rightsquigarrow [\lambda P[P(x_1)](\lambda x\, \mathbf{appeler}(x, \mathbf{b}))]$
      $= [\lambda x\, \mathbf{appeler}(x, \mathbf{b})(x_1)]$ (β-réduction sur P)
      $= \mathbf{appeler}(x_1, \mathbf{b})$ (β-réduction sur x)
   d. Pour l'instant nous considérons que l'auxiliaire n'a pas de contribution sémantique et donc T′ se traduit comme VP.
   e. $[_{\text{TP}}$ Alice$_1\ [_{\text{T}'}$ a t_1 appelé Bruno$]] \rightsquigarrow$
      $[\lambda P[P(\mathbf{a})](\lambda x_1\, \mathbf{appeler}(x_1, \mathbf{b}))]$ (montée du sujet, cf. (84), p. 378)
      $= [\lambda x_1\, \mathbf{appeler}(x_1, \mathbf{b})(\mathbf{a})]$ (β-réduction sur P)
      $= \mathbf{appeler}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ (β-réduction sur x_1)
2. En nous inspirant de ce qui a été vu dans le chapitre, nous posons l'analyse syntaxique suivante : $[_{\text{DP}}\ \textit{tous les}\ [_{\text{NP}}\ [_{\text{NP}}\ \textit{écrivains}]\ [_{\text{CP}}\ \textit{que}_2\ [_{\text{TP}}\ \textit{Charles}_1\ [_{\text{VP}}\ t_1\ \textit{connaît}\ t_2]]]]]$.
   Les traces t_1 et t_2 sont traduites respectivement par $\lambda P[P(x_1)]$ et $\lambda P[P(x_2)]$.
   a. $[_{\text{V}'}$ connaît $t_2] \rightsquigarrow [\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, y))](\lambda P[P(x_2)])]$
      $= \lambda x[\lambda P[P(x_2)](\lambda y\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, y))]$ (β-réduction sur Y)
      $= \lambda x[\lambda y\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, y)(x_2)]$ (β-réduction sur P)
      $= \lambda x\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, x_2)$ (β-réduction sur y)
   b. $[_{\text{VP}}\ t_1$ connaît $t_2] \rightsquigarrow [\lambda P[P(x_1)](\lambda x\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, x_2))]$
      $= [\lambda x\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x, x_2)(x_1)]$ (β-réduction sur P)
      $= \mathbf{conna\hat{i}tre}(x_1, x_2)$ (β-réduction sur x)
   c. $[_{\text{TP}}$ Charles$_1\ t_1$ connaît $t_2] \rightsquigarrow$
      $[\lambda P[P(\mathbf{c})](\lambda x_1\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x_1, x_2))]$ (montée du sujet, p. 378)
      $= [\lambda x_1\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(x_1, x_2)(\mathbf{c})]$ (β-réduction sur P)
      $= \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x_2)$ (β-réduction sur x_1)
   d. que $\rightsquigarrow \lambda P \lambda x[P(x)]$ (cf. p. 379)[12]
   e. $[_{\text{CP}}$ que$_2$ Charles$_1\ t_1$ connaît $t_2] \rightsquigarrow$
      $[\lambda P \lambda x[P(x)](\lambda x_2\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x_2))]$ (montée du pronom, p. 378)
      $= \lambda x[\lambda x_2\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x_2)(x)]$ (β-réduction sur P)
      $= \lambda x\, \mathbf{conna\hat{i}tre}(\mathbf{c}, x)$ (β-réduction sur x_2)

[12] Nous pourrions aussi choisir de traduire le pronom relatif par $\lambda Q \lambda P[[P(x)] \wedge [Q(x)]]$ comme suggéré dans le chapitre. Dans ce cas, nous n'aurons pas à appliquer la règle de modification de prédicat.

CP est de type $\langle e, t\rangle$ comme il se doit, et va se combiner avec $[_{NP}$ *écrivains*$]$ également de type $\langle e, t\rangle$ ($\lambda x\, \mathbf{écrivain}(x)$) ; nous devons donc appliquer la règle de modification de prédicat vue en §6.2.3 (règle (36), p. 352) :

f. $[_{NP}\ [_{NP}$ écrivains$]$ que$_2$ Charles$_1$ t_1 connaît $t_2]$ $\leadsto$
$\lambda y[[\lambda x\, \mathbf{écrivain}(x)(y)] \wedge [\lambda x\, \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, x)(y)]]$ (modification de prédicat)
$= \lambda y[\mathbf{écrivain}(y) \wedge \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, y)]$ (β-réductions sur x)

g. $[_{DP}$ tous les écrivains que$_2$ Charles$_1$ t_1 connaît $t_2]$ $\leadsto$
$[\lambda Q\lambda P\forall x[[Q(x)] \rightarrow [P(x)]](\lambda y[\mathbf{écrivain}(y) \wedge \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, y)])]$
$= \lambda P\forall x[[\lambda y[\mathbf{écrivain}(y) \wedge \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, y)](x)] \rightarrow [P(x)]]$ (β-réduction sur Q)
$= \lambda P\forall x[[\mathbf{écrivain}(x) \wedge \mathbf{connaître}(\mathbf{c}, x)] \rightarrow [P(x)]]$ (β-réduction sur y)

Exercice 6.8 (p. 380)

Nous allons supposer l'analyse syntaxique donnée en figure A.2 où *Alice* monte de la position de sujet de *dormir* (Spec de VP) jusqu'à la position de sujet de la phrase (Spec de TP) en trois étapes successives[13].

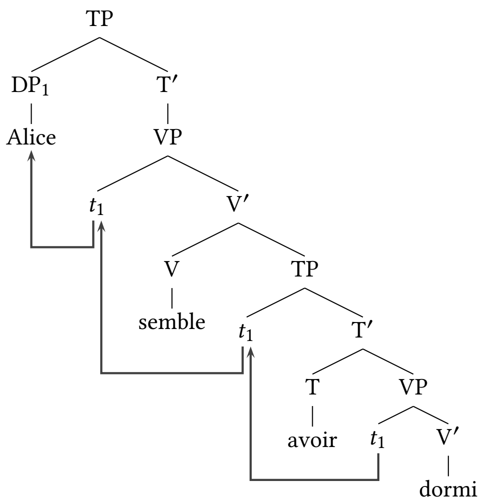


Fig. A.2 : Hypothèse syntaxique pour *Alice semble avoir dormi*

Les traces t_1 marquent des positions anciennement occupées par $[_{DP}$ Alice$]_1$, c'est pourquoi elles ont le même indice et se traduiront donc de la même manière par $\lambda P[P(x_1)]$.

1. $[_{VP}\ t_1$ dormi$]$ $\leadsto$ $[\lambda P[P(x_1)](\lambda x\, \mathbf{dormir}(x))]$
   $= \mathbf{dormir}(x_1)$ (β-réductions sur P puis x)
2. Là encore, nous considérons provisoirement que l'auxiliaire n'a pas de contribution sémantique et donc que T′ se traduit comme VP, de type t. Nous allons donc ensuite

[13] Peu importe ici que cette analyse soit ou non parfaitement correcte sur le plan syntaxique ; l'objectif de l'exercice est de nous faire manipuler des traces d'un même constituant déplacé plusieurs fois.

devoir appliquer la règle de montée du sujet (cf. (84) p. 378) qui ajoute λx_1, ce qui fait que la deuxième trace t_1 est traitée comme un constituant déplacé.

3. $[_{\text{TP}}\ t_1$ avoir t_1 dormi$] \rightsquigarrow [\lambda P[P(x_1)](\lambda x_1\, \textbf{dormir}(x_1))]$ (montée du sujet)
   $= [\lambda x_1\, \textbf{dormir}(x_1)(x_1)]$ (β-réduction sur P)
   $= \textbf{dormir}(x_1)$[14] (β-réduction sur x_1)
4. *semble* $\rightsquigarrow \lambda p\, \textbf{sembler}(p)$, avec $p \in \mathcal{V}ar_{\langle s,t\rangle}$. Comme **sembler** est de type $\langle\langle s,t\rangle, t\rangle$[15], il va falloir utiliser l'application fonctionnelle intensionnelle (définition 6.1, p. 356).
5. $[_{\text{V}'}$ semble t_1 avoir t_1 dormi$] \rightsquigarrow [\lambda p\, \textbf{sembler}(p)({}^\wedge\textbf{dormir}(x_1))]$[16] (AFI)
   $= \textbf{sembler}({}^\wedge\textbf{dormir}(x_1))$ (β-réduction sur p)
6. Ici, pour combiner la troisième trace t_1 avec V′ de type t, nous devons encore une fois ajouter l'abstraction λx_1, tout en sachant qu'il ne s'agit pas là d'une instance de la règle (84), mais d'une règle qui reconnaît que le sujet de **dormir** a quitté la subordonnée pour venir occuper (provisoirement) la position sujet de *sembler* :
   $[_{\text{VP}}\ t_1$ semble t_1 avoir t_1 dormi$] \rightsquigarrow$
   $[\lambda P[P(x_1)](\lambda x_1\, \textbf{sembler}({}^\wedge\textbf{dormir}(x_1)))]$ (ajout de λx_1)
   $= \textbf{sembler}({}^\wedge\textbf{dormir}(x_1))$ (β-réductions sur P puis x_1)
7. $[_{\text{TP}}$ Alice t_1 semble t_1 avoir t_1 dormi$] \rightsquigarrow$
   $[\lambda P[P(\textbf{a})](\lambda x_1\, \textbf{sembler}({}^\wedge\textbf{dormir}(x_1)))]$ (montée du sujet, règle (84))
   $= \textbf{sembler}({}^\wedge\textbf{dormir}(\textbf{a}))$ (β-réductions sur P puis x_1)

Remarque : Cet exercice, et principalement l'étape 6 de la dérivation, nous permet de constater que les traces intermédiaires doivent se comporter à la fois comme des traces ordinaires mais aussi comme si elles étaient elles-mêmes des éléments déplacés. Ce genre de traitement ne va pas entièrement de soi dans la formalisation précise de l'interface syntaxe sémantique (même si l'exercice montre qu'il est réalisable) ; cependant il s'intègre très simplement dans la variante formelle (dite « HK ») présentée en §6.4.5.

Exercice 6.9 (p. 390)

1. Il y a quatre 2CV vertes dans le parking.
   $\textbf{Quatre}(\lambda x[\textbf{2cv}(x) \wedge \textbf{vert}(x)])(\lambda x\, \textbf{dans}(x, \iota y\, \textbf{parking}(y)))$
   Évidemment le déterminant **Quatre** est calqué, *mutatis mutandis*, sur **Deux** et **Trois** vus en §6.5.1, p. 386.
2. Moins de la moitié des candidats ont répondu à toutes les questions.
   Commençons par traduire *ont répondu à toutes les questions*, c'est un VP de type $\langle e, t\rangle$: $\lambda x \forall y[\textbf{question}(y) \rightarrow \textbf{répondre}(x, y)]$. Ensuite, nous devons fournir une définition du déterminant *moins de la moitié* :
   $[\![\textbf{Moins-de-la-moitié}(R)(P)]\!]^{\mathcal{M},w,g} = 1$ ssi $|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g} \cap [\![P]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}| < \frac{1}{2}|[\![R]\!]_{\mathfrak{e}}^{\mathcal{M},w,g}|$.
   À partir de là, nous pouvons traduire la phrase :
   $\textbf{Moins-de-la-moitié}(\textbf{candidat})(\lambda x \forall y[\textbf{question}(y) \rightarrow \textbf{répondre}(x, y)])$

[14] Notons qu'ici il n'a pas été nécessaire de renommer les occurrences liées de x_1 avant d'effectuer la β-réduction puisqu'à l'arrivée la variable argument x_1 reste libre.

[15] Le prédicat **sembler** a une sémantique modale qui se rapproche de celle des verbes d'attitude propositionnelle.

[16] NB : ici ${}^\wedge\textbf{dormir}(x_1)$ est en fait la simplification (un peu abusive) de ${}^\wedge[\textbf{dormir}(x_1)]$ (mais sachant que l'expression est bien formée, il n'y a pas de risque de confondre avec $[{}^\wedge\textbf{dormir}(x_1)]$).

Cette formule dit que le nombre d'éléments dans l'ensemble des candidats qui ont répondu à toutes les questions est inférieur à la moitié du nombre total de candidats. Mais il y a une autre interprétation, avec les portées inversées des quantificateurs :
$\forall y[\mathbf{question}(y) \rightarrow \mathbf{Moins\text{-}de\text{-}la\text{-}moiti\acute{e}}(\mathbf{candidat})(\lambda x\, \mathbf{r\acute{e}pondre}(x, y))]$
Cette traduction dit que pour chaque question, il y a, à chaque fois, moins de la moitié des candidats qui y ont répondu. Cette lecture exclut par exemple les scénarios où il y aurait eu quelques questions très faciles auxquelles la plupart des candidats ont su répondre.

3. Trois stagiaires apprendront deux langues étrangères.
$\mathbf{Trois}(\mathbf{stagiaire})(\lambda x\, \mathbf{Deux}(\lambda y[\mathbf{langue}(y) \wedge \mathbf{\acute{e}tranger}(y)])(\lambda y\, \mathbf{apprendre}(x, y)))$
Cette formule est vraie ssi l'intersection de l'ensemble des stagiaires et de ceux qui ont appris deux langues étrangères contient (au moins) 3 individus. Il peut donc y avoir 6 langues différentes en jeu dans ce genre de situations.
$\mathbf{Deux}(\lambda y[\mathbf{langue}(y) \wedge \mathbf{\acute{e}tranger}(y)])(\lambda y\, \mathbf{Trois}(\mathbf{stagiaire})(\lambda x\, \mathbf{apprendre}(x, y)))$
Cette traduction présente la lecture avec portées inversées que l'on obtient en appliquant *QR* (cf. §6.4). Elle est vraie ssi l'intersection de l'ensemble des langues étrangères et de l'ensemble des choses qui ont été apprises par trois stagiaires contient (au moins) 2 éléments. Il peut donc y avoir au total 6 stagiaires dans l'histoire (par exemple trois qui apprennent le japonais, et trois autres qui apprennent le russe).

Exercice 6.10 (p. 416)

Par définition ((145), p. 410), $\textsc{lower}$ équivaut à $\lambda X \imath y \forall P[[X(P)] \rightarrow [P(y)]]$; par conséquent $\textsc{lower}(\lambda P[P(\mathbf{a})])$ équivaut à $[\lambda X \imath y \forall P[[X(P)] \rightarrow [P(y)]](\lambda P'[P'(\mathbf{a})])]$ qui, par β-réductions successives, se simplifie en $\imath y \forall P[[\lambda P'[P'(\mathbf{a})(P)] \rightarrow [P(y)]]$ puis en $\imath y \forall P[[P(\mathbf{a})] \rightarrow [P(y)]]$. Ce $\imath$-terme dénote dans w l'individu qui possède *toutes* les propriétés (extensionnelles) que possède Alice dans w. Cet individu existe, est unique et est forcément Alice, ne serait-ce parce que parmi les propriétés d'Alice, il y a celle qui s'exprime par $\lambda x[x = \mathbf{a}]$ et que seule Alice satisfait. Donc $\textsc{lower}(\lambda P[P(\mathbf{a})])$ est bien équivalent à $\mathbf{a}$.

De la même façon, $\textsc{lower}(\lambda P \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]])$ équivaut à $[\lambda X \imath y \forall P[[X(P)] \rightarrow [P(y)]](\lambda P' \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P'(x)]])]$ qui se réduit en $\imath y \forall P[\forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]] \rightarrow [P(y)]]$. Ce $\imath$-terme dénote l'unique individu qui possède toutes les propriétés communes à tous les enfants ; mais s'il y a plusieurs enfants dans le monde d'évaluation, il ne peut pas y avoir un seul individu qui satisfait cette condition (chaque enfant a toutes les propriétés de tous les enfants). Donc la dénotation de $\textsc{lower}(\lambda P \forall x[\mathbf{enfant}(x) \rightarrow [P(x)]])$ n'est pas définie (tant qu'il y a plusieurs individus dans la dénotation de *enfant*).

De même, $\textsc{lower}(\lambda P \exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]])$ se réduit en $\imath y \forall P[\exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]] \rightarrow [P(y)]]$. Cette fois ce $\imath$-terme dénote l'unique individu qui possède toute propriété satisfaite par au moins un enfant, mais un tel individu n'existe pas (s'il y a plusieurs enfants) car parmi ces propriétés il y en a beaucoup qui sont contradictoires entre elles (par exemple, il y a des enfants bruns, des enfants blonds, des filles, des garçons, etc.). Ainsi, comme précédemment, la dénotation de $\textsc{lower}(\lambda P \exists x[\mathbf{enfant}(x) \wedge [P(x)]])$ n'est pas définie.

Exercice 6.11 (p. 416)

Par définition (cf. (153), p. 413), $\mathbf{BE}$ est équivalent à $\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[y = x])]$. Sachant que $\mathbf{BE}(\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant}))$ est de type $\langle\langle e, t\rangle, t\rangle$ (c'est un quantificateur généralisé), $\mathbf{BE}(\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant}))$ peut donc se réécrire en : $[\lambda Y \lambda x[Y(\lambda y[y = x])](\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant}))]$. Par β-réduction, cela se simplifie en $\lambda x[\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant})(\lambda y[y = x])]$. $\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant})(\lambda y[y = x])$ est une structure tripartite de type t, et sa portée $\lambda y[y = x]$ dénote le singleton $\{[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g}\}$. Par définition, $\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant})(\lambda y[y = x])$ est donc vraie ssi l'intersection de l'ensemble de tous les enfants et de l'ensemble $\{[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g}\}$ contient au moins deux éléments ; mais cela est, bien sûr, mathématiquement impossible puisque $\{[\![x]\!]^{\mathcal{M},w,g}\}$ ne contient qu'un seul élément. Par conséquent, $\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant})(\lambda y[y = x])$ sera toujours faux et $\lambda x[\mathbf{Deux}(\mathbf{enfant})(\lambda y[y = x])]$ dénotera toujours l'ensemble vide.

Exercice 6.12 (p. 416)

$f(\mathbf{enfant})$, de type e, dénote un enfant particulier choisi par f. Appelons, provisoirement, cet enfant Fanny. Le quantificateur $\mathbf{Un}(\mathbf{enfant})$ dénote l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent au moins un enfant. Nous pouvons déjà remarquer que $\lambda P[P(f(\mathbf{enfant}))]$, même si c'est bien un quantificateur généralisé, n'est pas équivalent à $\mathbf{Un}(\mathbf{enfant})$, puisque le premier dénote l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent FANNY, alors que nous cherchons l'ensemble de tous les ensembles qui contiennent n'importe quel enfant. Pour prendre en compte n'importe quel enfant, nous devons donc faire en sorte que f ne soit plus libre (afin que sa dénotation ne dépende plus fixement de l'assignation g globale), et nous obtenons cela en quantifiant sur f. Mais il ne faut pas se tromper : $\forall f[P(f(\mathbf{enfant}))]$ est une formule qui est vraie ssi P est une propriété qui est commune à tous les enfants (car $\forall f$ va nous faire parcourir toutes les façons de choisir un enfant dans la dénotation de $\mathbf{enfant}$). C'est bien une quantification existentielle qu'il faut utiliser ici : $\exists f[P(f(\mathbf{enfant}))]$ est vraie ssi P est une propriété satisfaite par au moins un enfant[17] ; et donc ce qui équivaut à $\mathbf{Un}(\mathbf{enfant})$ est $\lambda P \exists f[P(f(\mathbf{enfant}))]$.

L'opérateur qui nous ferait passer du terme $f(\mathbf{enfant})$ au quantificateur généralisé devrait donc être le λ-terme $\lambda x \lambda P \exists f[P(x)]$. Or cela semble présupposer que nous connaîtrions à l'avance le nom de la variable f de fonction de choix utilisée « dans x », ce qui n'a pas de raison d'être. Mais, en fait, la situation est encore plus grave car, formellement, dans ce λ-terme, $\exists f$ ne lie rien du tout, sémantiquement il ne sert à rien et en soi $\lambda x \lambda P \exists f[P(x)]$ équivaut à $\lambda x \lambda P[P(x)]$[18]. Par conséquent, si nous admettons que les *type-shifteurs* sont des opérateurs *compositionnels* formalisables par des fonctions, alors le passage de $f(\mathbf{enfant})$ au quantificateur généralisé n'est pas du *type-shifting*.

[17] NB : $[P(\exists f\, f(\mathbf{enfant}))]$ et $[P(\forall f\, f(\mathbf{enfant}))]$ sont des expressions mal formées de LO, car $f(\mathbf{enfant})$ n'est pas de type t.

[18] Sans compter que dans $[\lambda x \lambda P \exists f[P(x)](f(\mathbf{enfant}))]$, nous n'aurions pas le droit d'effectuer la β-réduction (alors que c'est précisément ce qu'il nous faudrait) car le f libre de l'argument ne doit pas se retrouver lié après réduction (déf. 5.14 p. 308).

Références bibliographiques

Abbott, Barbara. 2010. *Reference* (Oxford Surveys in Semantics and Pragmatics 2). New York : Oxford University Press.

Abusch, Dorit. 1994. The scope of indefinites. *Natural Language Semantics* 2(2). 83–136.

Amsili, Pascal. 2007. L'annulation des implicatures et des présuppositions. *Revue de Sémantique et Pragmatique* 21–22. 193–206.

Asher, Nicholas. 2011. *Lexical meaning in context : A web of words.* Cambridge : Cambridge University Press.

Austin, John L. 1965. *How to do things with words.* Oxford : Oxford University Press. Trad. fr. *Quand dire, c'est faire*, Paris : Seuil, 1970.

Bach, Emmon. 1989. *Informal lectures on formal semantics.* Albany, N.Y. : SUNY Press.

Barwise, Jon & Robin Cooper. 1981. Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics & Philosophy* 4. 159–219.

Beaver, David I. 1997. Presupposition. In Johan van Benthem & Alice ter Meulen (éds.), *Handbook of logic and language*, 939–1008. Amsterdam : North-Holland/Elsevier.

Beaver, David I. & Bart Geurts. 2012. Presuppositions. In Claudia Maienborn, Klaus von Heusinger & Paul Portner (éds.), *Semantics. An international handbook of natural language meaning*, vol. 3, 2432–2460. Berlin, New York : Mouton de Gruyter.

Bende-Farkas, Ágnes & Hans Kamp. 2001. *Indefinites and binding : From specifity to incorporation.* Lecture Notes, 13th European Summer School in Logic, Language and Information (ESSLLI 2001). Helsinki.

Blackburn, Patrick & Johan Bos. 2005. *Representation and inference for natural language : A first course in computational semantics.* Stanford : CSLI Publications.

Bourmayan, Anouch. 2013. *Les objets implicites en français : Une approche pragmatique.* Thèse de doct., EHESS.

Bresnan, Joan (éd.). 1982. *The mental representation of grammatical relations.* Cambridge, MA : MIT Press.

Cann, Ronnie. 1994. *Formal semantics : An introduction* (Cambridge Textbooks in Linguistics). Cambridge : Cambridge University Press.

Carlson, Greg N. & Francis Jeffry Pelletier (éds.). 1995. *The generic book.* Chicago : University of Chicago Press.

Carnap, Rudolf. 1947. *Meaning and necessity.* Chicago : University of Chicago Press.

Champollion, Lucas, Josh Tauberer, Maribel Romero & Dylan Bumford. 2015. *The Lambda Calculator.* Version 2.1.0. http://lambdacalculator.com. http://lambdacalculator.com.

Chierchia, Gennaro & Sally McConnell-Ginet. 1990. *Meaning and grammar : An introduction to semantics.* Cambridge, MA : MIT Press.

Chomsky, Noam. 1957. *Syntactic structures.* La Haye : Mouton & Co. Trad. fr. *Structures syntaxiques*, Paris : Seuil, 1969.

Chomsky, Noam. 1970. Remarks on nominalization. In Roderick A. Jacobs & Peter S. Rosenbaum (éds.), *Reading in English transformational grammar*, 184–221. Waltham : Ginn.

Chomsky, Noam. 1981. *Lectures on government and binding*. Dordrecht : Foris. Trad. fr. *Théorie du gouvernement et du liage : Les conférences de Pise*, Paris : Seuil, 1991.

Church, Alonzo. 1940. A formulation of the simple theory of types. *The Journal of Symbolic Logic* 5. 56–68.

Cohen, Ariel. 2002. Genericity. *Linguistische Berichte* 10. 59–89.

Cooper, Robin. 1975. *Montague's semantic theory and transformational syntax.* Thèse de doct., Amherst : University of Massachusetts.

Cooper, Robin. 1983. *Quantification and syntactic theory.* Dordrecht : Reidel.

Corblin, Francis. 1987. *Indéfini, défini et démonstratif : Constructions linguistiques de la référence.* Genève : Droz.

Corblin, Francis. 2013. *Cours de sémantique : Introduction* (Cursus). Paris : Armand Colin.

Cruse, D. A. 1986. *Lexical semantics* (Cambridge Textbooks in Linguistics). Cambridge : Cambridge University Press.

Davis, Steven (éd.). 1991. *Pragmatics : A reader.* New York : Oxford University Press.

Davis, Steven & Brendan S. Gillon (éds.). 2004. *Semantics : A reader.* New York : Oxford University Press.

de Swart, Henriëtte. 2011. Mismatches and coercion. In Claudia Maienborn, Klaus von Heusinger & Paul Portner (éds.), *Semantics. An international handbook of natural language meaning*, vol. 1, 574–597. Berlin, New York : Mouton de Gruyter.

Dobrovie-Sorin, Carmen. 2006. Généricité. In Danièle Godard, Laurent Roussarie & Francis Corblin (éds.), *Dictionnaire de sémantique.* GDR Sémantique & Modélisation, CNRS. http://www.semantique-gdr.net/dico/index.php/Généricité. http://www.semantique-gdr.net/dico/index.php/Généricité.

Dobrovie-Sorin, Carmen & Claire Beyssade. 2005. *Définir les indéfinis* (Sciences du langage). Paris : CNRS Editions.

Dowty, David R. 1979. *Word meaning and Montague grammar.* Dordrecht : Reidel.

Dowty, David R. 1981. Quantification and the lexicon : A reply to Fodor and Fodor. In Teun Hoekstra, Harry van der Hulst & Michael Moortgat (éds.), *The scope of lexical rules*, 79–106. Dordrecht : Foris.

Dowty, David R., Robert E. Wall & Stanley Peters. 1981. *Introduction to Montague semantics.* Dordrecht : D. Reidel.

Ducrot, Oswald. 1972. *Dire et ne pas dire.* Paris : Hermann.

Ducrot, Oswald. 1984. *Le dire et le dit.* Paris : Editions de Minuit.

Farkas, Donka F. 1981. Quantifier scope and syntactic islands. In Roberta A. Hendrick, Carrie S. Masek & Mary F. Miller (éds.), *Papers from the seventeenth regional meeting of the Chicago Linguistics Society (CLS 17)*, 59–66. Chicago.

Farkas, Donka F. 2002a. Specificity distinctions. *Journal of Semantics* 19(1). 1–31.

Farkas, Donka F. 2002b. Varieties of indefinites. In Brendan Jackson (éd.), *Proceedings of semantics and linguistic theory (SALT) 12*, 59–84. Cornell University, Ithaca, NY : CLC Publications.

Fillmore, Charles. 1986. Pragmatically controlled zero anaphora. In *Proceedings of the twelfth annual meeting of the Berkeley Linguistics Society*, 95–107.

Fodor, Janet D. & Ivan Sag. 1982. Referential and quantificational indefinites. *Linguistics & Philosophy* 5. 355–398.

Fodor, Jerry A. & Janet D. Fodor. 1980. Functional structure, quantifiers and meaning postulates. *Linguistic Inquiry* 11. 759–769.

Frege, Gottlob. 1892a. Über Begriff und Gegenstand. *Vierteljahreszeitschrift für wissenschaftliche Philosophie* 16. 192–205. Trad. fr. Concept et objet, *in Ecrits logiques et philosophiques*, 127–154, Paris : Seuil, 1971.

Frege, Gottlob. 1892b. Über Sinn und Bedeutung. *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* 100. 22–50. Trad. fr. Sens et dénotation, *in Ecrits logiques et philosophiques*, 102–126, Paris : Seuil, 1971.

Gallin, Daniel. 1975. *Intensional and higher-order modal logic.* Amsterdam : North-Holland.

Galmiche, Michel. 1991. *Sémantique linguistique et logique* (Linguistique nouvelle). Paris : Presses Universitaires de France.

Gamut, L. T. F. 1991a. *Logic, language, and meaning.* Vol. 1 : *Introduction to logic.* Chicago : University of Chicago Press.

Gamut, L. T. F. 1991b. *Logic, language, and meaning.* Vol. 2 : *Intensional logic and logical grammar.* Chicago : University of Chicago Press.

Gazdar, Gerald. 1979. *Pragmatics, implicature, presupposition and logical form.* London : Academic Press.

Gazdar, Gerald. 1980. A cross-categorial semantics for coordination. *Linguistics & Philosophy* 3. 407–409.

Gillon, Brendan S. 2004. Ambiguity, indeterminacy, deixis, and vagueness : Evidence and theory. In Steven Davis & Brendan S. Gillon (éds.), *Semantics : A reader*, 157–187. New York : Oxford University Press.

Gillon, Brendan S. 2012. Implicit complements : A dilemma for model theoretic semantics. *Linguistics & Philosophy* 35. 313–359.

Godard, Danièle. 2006. Compositionalité : Questions linguistiques. In Danièle Godard, Laurent Roussarie & Francis Corblin (éds.), *Dictionnaire de sémantique.* GDR Sémantique & Modélisation, CNRS. http://www.semantique-gdr.net/dico/index.php/Compositionalité:_questions_linguistiques. http://www.semantique-gdr.net/dico/index.php/Compositionalité:_questions_linguistiques.

Grice, H. P. 1975. Logic and conversation. In Peter Cole & Jerry Morgan (éds.), *Speech acts* (Syntax and Semantics 3), 41–58. New York : Academic Press.

Groenendijk, Jeroen & Martin Stokhof. 1991. Dynamic predicate logic. *Linguistics & Philosophy* 14(1). 39–100.

Gutiérrez-Rexach, Javier (éd.). 2003. *Semantics : Critical Concepts in Linguistics.* 6 vol. London : Routledge.

Haspelmath, Martin. 1997. *Indefinite pronouns*. Oxford : Oxford University Press.

Heim, Irene. 1982. *The semantics of definite and indefinite noun phrases in English*. Thèse de doct., Amherst : University of Massachussetts.

Heim, Irene. 1983. File change semantics and the familiarity theory of definiteness. In Rainer Bäuerle, Christoph Schwarze & Arnim von Stechow (éds.), *Meaning, use and interpretation of language*, 164–190. Berlin : De Gruyter.

Heim, Irene. 1992. Presuppositions projection and the semantics of attitude verbs. *Journal of Semantics* 9(3). 183–221.

Heim, Irene & Angelika Kratzer. 1997. *Semantics in generative grammar* (Blackwell Textbooks in Linguistics 13). Oxford : Blackwell Publishers.

Hendriks, Herman. 1993. *Studied flexibility : Categories and types in syntax and semantics*. Thèse de doct., Universiteit van Amsterdam.

Hintikka, Jaako. 1961. Modality and quantification. *Theoria* 27. 110–128.

Horn, Laurence R. 1972. *On the semantic properties of logical operators in English*. Thèse de doct., UCLA.

Horn, Laurence R. 1989. *A natural history of negation*. Chicago : University of Chicago Press.

Horn, Laurence R. 2004. Implicature. In Laurence R. Horn & Gregory Ward (éds.), *The handbook of pragmatics*, 3–28. Malden, MA : Blackwell.

Jackendoff, Ray. 1977. *X-bar-Syntax : A study of phrase structure*. Cambridge, MA : MIT Press.

Jacobson, Pauline. 2014. *Compositional semantics : An introduction to the syntax/semantics interface* (Oxford Textbooks in Linguistics). Oxford, UK : Oxford University Press.

Joshi, Aravind K. 1987. Introduction to Tree Adjoining Grammar. In Alexis Manaster-Ramer (éd.), *The mathematics of language*. J. Benjamins.

Kamp, Hans. 1975. Two theories about adjectives. In Edward L. Keenan (éd.), *Formal semantics of natural language*, 123–155. Cambridge, UK : Cambridge University Press.

Kamp, Hans. 2001. The importance of presupposition. In Christian Rohrer, Antje Roßdeutscher & Hans Kamp (éds.), *Linguistic form and its computation*. Stanford : CSLI Publications.

Karttunen, Lauri & Stanley Peters. 1979. Conventional implicature. In Choon-Kyu Oh & David A. Dineen (éds.), *Presupposition* (Syntax and Semantics 11), 1–56. New York : Academic Press.

Keenan, Edward L. & Jonathan Stavi. 1986. A semantic characterization of natural language determiners. *Linguistics & Philosophy* 9. 253–326.

Kleiber, Georges. 1999. *Problèmes de sémantique : La polysémie en questions* (Sens et structures). Villeneuve d'Ascq : Presses Universitaires du Septentrion.

Krifka, Manfred. 1993. Focus and presupposition in dynamic interpretation. *Journal of Semantics* 10. 269–300.

Krifka, Manfred. 2011. Varieties of semantic evidence. In Claudia Maienborn, Klaus von Heusinger & Paul Portner (éds.), *Semantics. An international handbook of natural language meaning*, vol. 1, 242–268. Berlin, New York : Mouton de Gruyter.

Krifka, Manfred, Francis Jeffry Pelletier, Greg Carlson, Alice ter Meulen, Gennaro Chierchia & Godehard Link. 1995. Genericity : An introduction. In Greg N. Carlson & Francis Jeffry Pelletier (éds.), *The generic book*, 1–124. Chicago : University of Chicago Press.

Kripke, Saul A. 1963. Semantical considerations on modal logic. *Acta Philosophica Fennica* 16. 83–94.

Kripke, Saul A. 1972. Naming and necessity. In Donald Davidson & Gilbert Harman (éds.), *Semantics of natural language* (Synthese Library 40), 253–355. Dordrecht, Holland : D. Reidel Publishing Company.

Ladusaw, William A. 1980. On the notion *Affective* in the analysis of negative-polarity items. *Journal of Linguistic Research* 1(2). 1–16.

Levinson, Stephen C. 1983. *Pragmatics* (Cambridge Textbooks in Linguistics). Cambridge : Cambridge University Press.

Lewis, David. 1970. General semantics. *Synthese* 22(1–2). 18–67.

Lewis, David. 1975. Adverbs of quantification. In Edward L. Keenan (éd.), *Formal semantics of natural language*, 3–15. Cambridge, UK : Cambridge University Press.

Lewis, David. 1979. Scorekeeping in a language game. In Rainer Bäuerle, Urs Egli & Arnim von Stechow (éds.), *Semantics from different points of view*, 172–187. Berlin : Springer Verlag.

Linsky, Leonard. 1967. *Referring*. London : Routledge and Kegan Paul.

Lucas, Thierry, Isabelle Berlanger & Isabelle De Greef. 2003. *Initiation à la logique formelle*. Bruxelles : De Boeck.

Lyons, John. 1977. *Semantics I*. Cambridge : Cambridge University Press. Trad. fr. *Eléments de sémantique* (Langue et langage 29), Paris : Larousse, 1977.

May, Robert. 1977. *The grammar of quantification*. Thèse de doct., Cambridge, MA. : MIT.

McNally, Louise. 1992. *An interpretation for the English existential construction*. Thèse de doct., University of California, Santa Cruz.

McNally, Louise. 1998. Existential sentences without existential quantification. *Linguistics & Philosophy* 21(4). 353–392.

Milsark, Gary. 1977. Toward an explanation of certain peculiarities of the existential construction in English. *Linguistic Analysis* 3. 1–30.

Moeschler, Jacques & Anne Reboul. 1994. *Dictionnaire encyclopédique de pragmatique*. Paris : Seuil.

Montague, Richard. 1970a. English as a formal language. In Bruno Visentini et al. (éds.), *Linguaggi nella società e nella tecnica*, 189–224. Milan : Edizioni di Comunità.

Montague, Richard. 1970b. Universal grammar. *Theoria* 36. 373–398.

Montague, Richard. 1973. The proper treatment of quantification in ordinary English. In K. Jaako J. Hintikka, Julius M. E. Moravcsik & Patrick Suppes (éds.), *Approaches to natural language*, 221–242. Dordrecht : Reidel. http://www.blackwellpublishing.com/content/BPL_Images/Content_store/Sample_chapter/0631215417/Portner.pdf. http://www.blackwellpublishing.com/content/BPL_Images/Content_store/Sample_chapter/0631215417/Portner.pdf.

Montague, Richard. 1974. *Formal philosophy : Selected papers of Richard Montague*. Richmond H. Thomason (éd. et introd.). Avec une introd. de Richmond H. Thomason. New Haven : Yale University Press.

Morrill, Glyn. 2012. Logical grammar. In Ruth Kempson, Tim Fernando & Nicholas Asher (éds.), *Philosophy of linguistics* (Handbook of Philosophy of Science 14), 63–92. Oxford, UK : North-Holland/Elsevier.

Partee, Barbara H. 1973. Some structural analogies between tenses and pronouns in English. *Journal of Philosophy* 70. 601–609.

Partee, Barbara H. 1975. Montague grammar and transformational grammar. *Linguistic Inquiry* 6. 203–300.

Partee, Barbara H. 1984. Compositionality. In Fred Landman & Frank Veltman (éds.), *Varieties in formal semantics* (GRASS 3), 281–311. Dordrecht : Foris.

Partee, Barbara H. 1987. Noun phrase interpretation and type-shifting principle. In Jeroen Groenendijk, Dick de Jongh & Martin Stokhof (éds.), *Studies in discourse representation theory and the theory of generalized quantifiers*, 115–144. Dordrecht : Foris.

Partee, Barbara H. 1996. The development of formal semantics in linguistic theory. In Shalom Lappin (éd.), *Handbook of contemporary semantic theory*, 11–38. Oxford : Blackwell.

Partee, Barbara H. 2004. *Compositionality in formal semantics : Selected papers by Barbara H. Partee*. Blackwell Publishing.

Partee, Barbara H. 2005. Reflections of a formal semanticist as of Feb 2005. Ms. http://people.umass.edu/partee/docs/BHP_Essay_Feb05.pdf. http://people.umass.edu/partee/docs/BHP_Essay_Feb05.pdf.

Partee, Barbara H. & Mats Rooth. 1983. Generalized conjunction and type ambiguity. In Rainer Bauërle, Christoph Schwarze & Arnim von Stechow (éds.), *Meaning, use, and interpretation of language*, 361–383. Berlin : Walter de Gruyter.

Partee, Barbara H., Alice ter Meulen & Robert E. Wall. 1990. *Mathematical methods in linguistics*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Pollard, Carl & Ivan Sag. 1994. *Head-driven Phrase Structure Grammar*. Chicago : University of Chicago Press.

Portner, Paul. 2009. *Modality* (Oxford Surveys in Semantics and Pragmatics 1). New York : Oxford University Press.

Portner, Paul & Barbara H. Partee (éds.). 2002. *Formal semantics : The essential readings*. Oxford : Blackwell.

Potts, Christopher. 2005. *The logic of conventional implicatures* (Oxford Studies in Theoretical Linguistics 7). Oxford : Oxford University Press.

Prior, Arthur. 1967. *Past, present and future*. Oxford : Oxford University Press.

Pustejovsky, James. 1995. *The generative lexicon*. Cambridge, Mass. : MIT Press.

Quine, Willard Van Orman. 1960. *Word and object*. Cambridge : MIT Press. Trad. fr. *Le mot et la chose*, Paris : Flammarion, 1977.

Reinhart, Tanya. 1997. Quantifier-scope : How labor is divided between QR and choice functions. *Linguistics & Philosophy* 20(4). 335–397.

Roberts, Craige. 1996. Information structure in discourse : Towards an integrated formal theory of pragmatics. In Jae-Hak Yoon & Andreas Kathol (éds.), *OSU working papers in linguistics*, vol. 49, 91–136.

Rodman, Robert. 1976. Scope phenomena, "movement transformations," and relative clauses. In Barbara H. Partee (éd.), *Montague Grammar*, 165–176. New York : Academic Press.

Russell, Bertrand. 1903. *The principles of mathematics*. Cambridge : Cambridge University Press.

Russell, Bertrand. 1905. On denoting. *Mind* 14. 479–493. Trad. fr. De la dénotation, *in Ecrits de logique philosophique*, 201–218, Paris : PUF, 1989.

Saussure, Ferdinand de. 1916. *Cours de linguistique générale*. Lausanne : Payot.

Searle, John R. 1969. *Speech acts*. London : Cambridge University Press. Trad. fr. *Les actes de langage*, Paris : Hermann, 1972.

Simons, Mandy. 2012. Implicature. In Claudia Maienborn, Klaus von Heusinger & Paul Portner (éds.), *Semantics. An international handbook of natural language meaning*, vol. 3, 2460–2486. Berlin, New York : Mouton de Gruyter.

Spector, Benjamin. 2006. *Aspects de la pragmatique des opérateurs logiques*. Thèse de doct., Université Denis Diderot, Paris 7.

Stalnaker, Robert C. 1973. Presuppositions. *Journal of Philosophical Logic* 2. 447–457.

Stalnaker, Robert C. 1974. Pragmatic presuppositions. In Milton K. Munitz & Peter K. Unger (éds.), *Semantic and philosophy*, 197–213. New York : New York University Press.

Strawson, Peter F. 1950. On referring. *Mind* 59. 320–344. Trad. fr. De l'acte de référence, *in Etudes de logique et de linguistique*, 9–38, Paris : Seuil, 1977.

Tarski, Alfred. 1944. The semantic conception of truth and the foundations of semantics. *Philosophy and Phenomenological Research* 4. 341–376.

Tesnière, Lucien. 1959. *Éléments de syntaxe structurale*. Paris : Klincksieck.

Thomason, Richmond H. 1984. Combinations of tense and modality. In Dov M. Gabbay & Franz Guenthner (éds.), *Handbook of philosophical logic*, vol. II, 135–165. Dordrecht : Reidel.

Tonhauser, Judith, David I. Beaver, Craige Roberts & Mandy Simons. 2013. Toward a taxonomy of projective content. *Language* 89(1). 66–109. DOI :10.1353/lan.2013.0001

van der Sandt, Rob A. 1992. Presupposition projection as anaphora resolution. *Journal of Semantics* 9(4). 333–377.

von Fintel, Kai. 1994. *Restrictions on quantifier domains*. Thèse de doct., Amherst : University of Massachusetts.

von Heusinger, Klaus. 2000. The reference of indefinites. In Klaus von Heusinger & Urs Egli (éds.), *Reference and anaphoric relations*, 247–265. Dordrecht : Kluwer.

Westerståhl, Dag. 1985. Logical constants in quantifier languages. *Linguistics & Philosophy* 8. 387–413.

Westerståhl, Dag. 1989. Quantifiers in formal and natural languages. In Dov M. Gabbay & Franz Guenthner (éds.), *Handbook of philosophical logic*, vol. IV, 1–131. Dordrecht : Reidel.

Whitehead, Alfred N. & Bertrand Russell. 1910. *Principia mathematica.* Vol. 1. Cambridge : Cambridge University Press.

Winter, Yoad. 1997. Choice functions and the scopal semantics of indefinites. *Linguistics & Philosophy* 20(4). 399–467.

Winter, Yoad. 2016. *Elements of formal semantics : An introduction to the mathematical theory of meaning in natural language* (Edinburgh Advanced Textbooks in Linguistics). Edinburgh : Edinburgh University Press.

Zimmermann, Thomas Ede. 1989. Intensional Logic and two-sorted type theory. *The Journal of Symbolic Logic* 54(1). 65–77.

Il existe plusieurs recueils (en anglais, des *readers*) dans lesquels on retrouvera des réimpressions d'articles importants de la littérature de sémantique formelle ; ils sont souvent plus faciles à trouver en bibliothèque que les publications originales. Grice (1975), Lewis (1979) et Stalnaker (1974) sont dans Davis (1991) ; Barwise & Cooper (1981), Heim (1983), Ladusaw (1980), Lewis (1975 ; 1979), Montague (1973), Partee & Rooth (1983), Partee (1987) sont dans Portner & Partee (2002) ; Barwise & Cooper (1981), Farkas (1981), Fodor & Sag (1982), Heim (1983), Kamp (1975), Lewis (1970 ; 1975 ; 1979), Milsark (1977), Montague (1970b ; 1973), Partee (1987), Russell (1905), Strawson (1950) sont dans Gutiérrez-Rexach (2003) ; Barwise & Cooper (1981), Gazdar (1980), Groenendijk & Stokhof (1991), Lewis (1970 ; 1975), Kamp (1975), Partee (1973) sont dans Davis & Gillon (2004) ; les articles cités de Montague sont aussi disponibles dans Montague (1974), et Partee (1973 ; 1984 ; 1987) dans Partee (2004).

On trouve aujourd'hui également de nombreux articles (y compris des anciens) sur le site internet *semanticsarchive.net.*

Index des auteurs cités

Index des termes