

# ALGORITHMS

## Assignment 4 Report

*Group: 6*

Student ID: 202020681

Student ID: 202020673

Student ID: 201921166

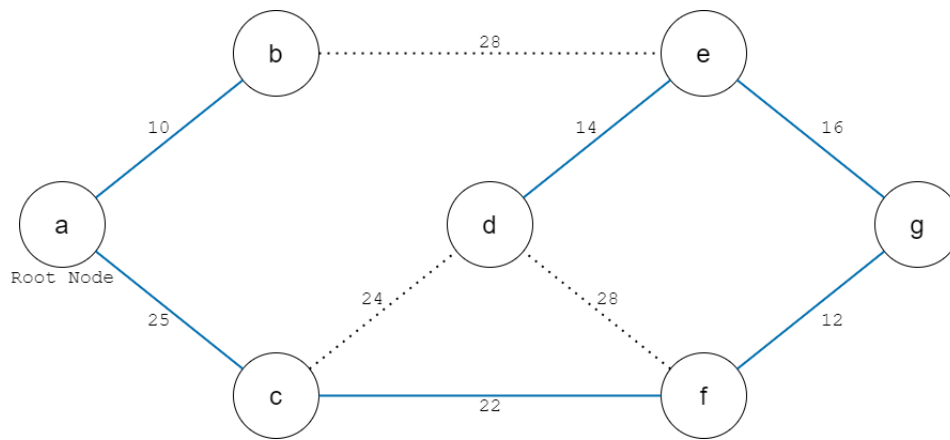
name: 성민규

name: 안관우

name: 정의철

May 14, 2021

## 1 Exercise 1



프림 알고리즘을 실행할 때에 있어서, a를 root node로 지정하였다. 파란색 간선의 집합이 MST이며, 총 weight는 99 이다.

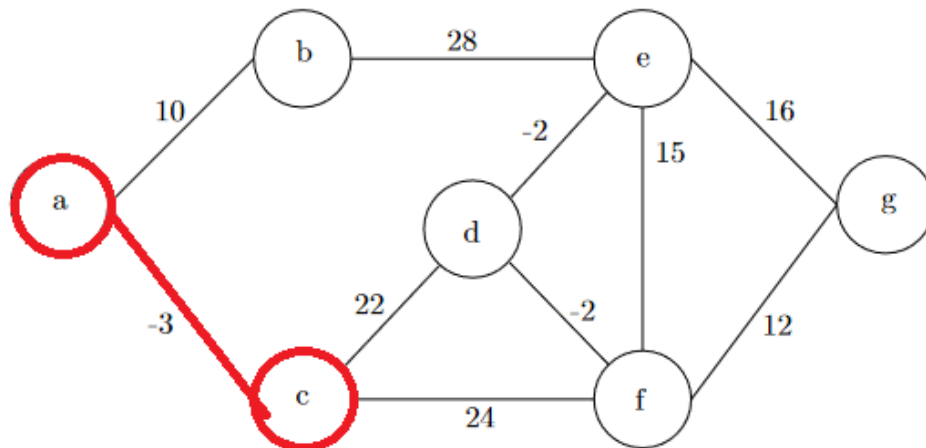
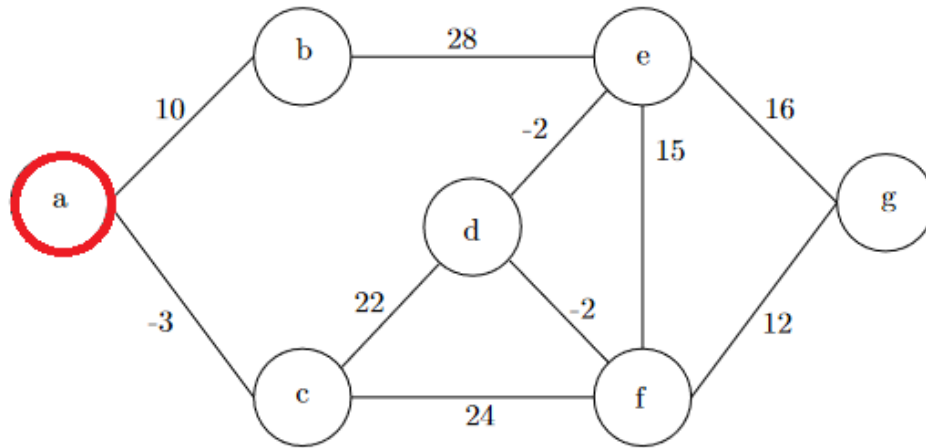
## 2 Exercise 2

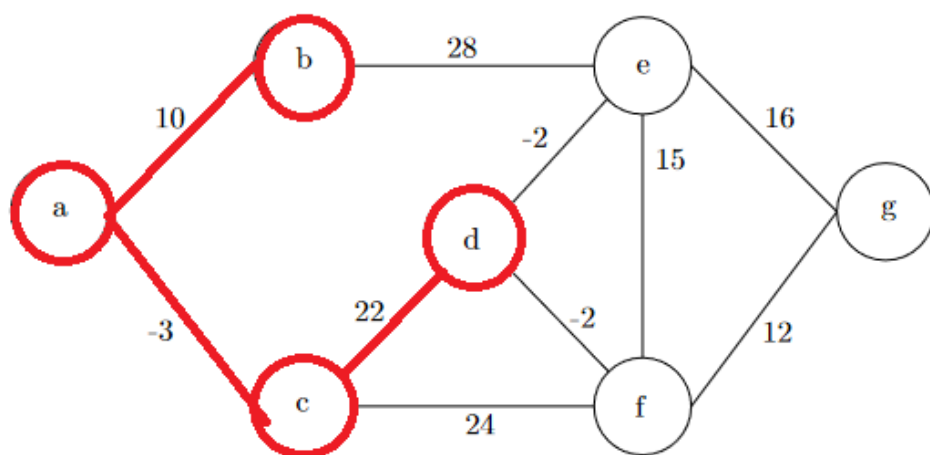
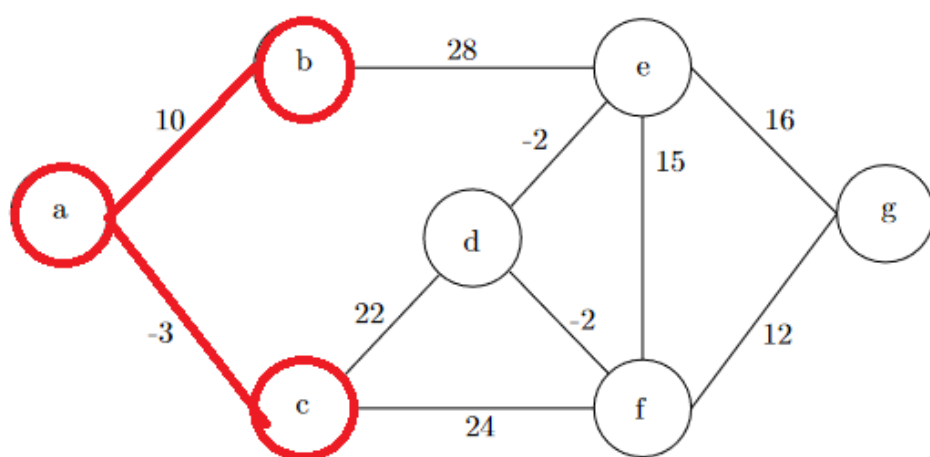
### 2.1 i) (5 point)

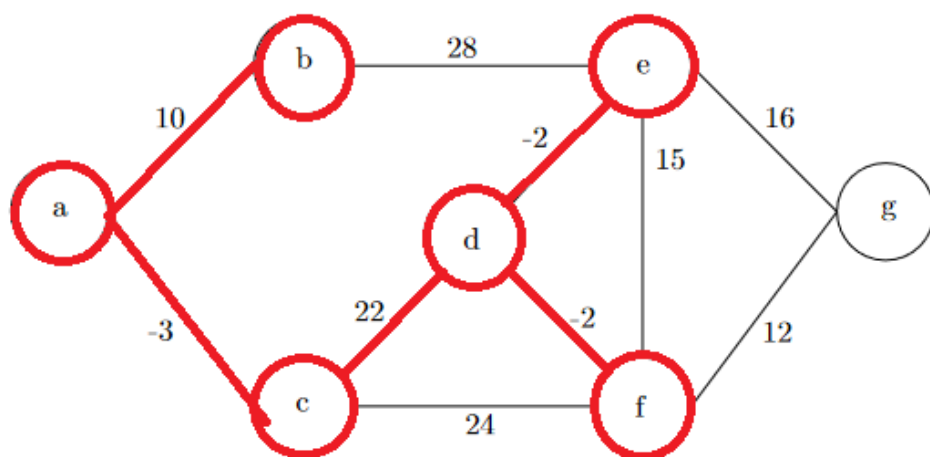
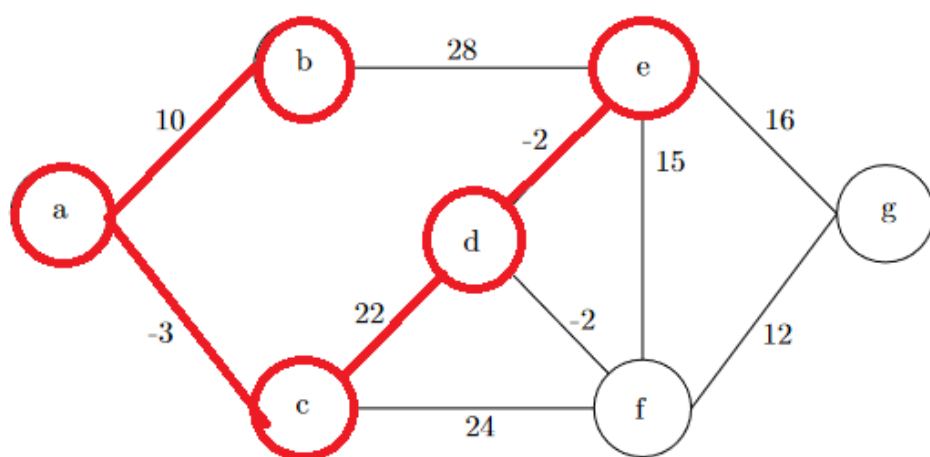
그래프의 weight가 음수값을 포함하고 있더라도 Prim 알고리즘을 적용해 최소 신장트리를 찾을 수 있다.

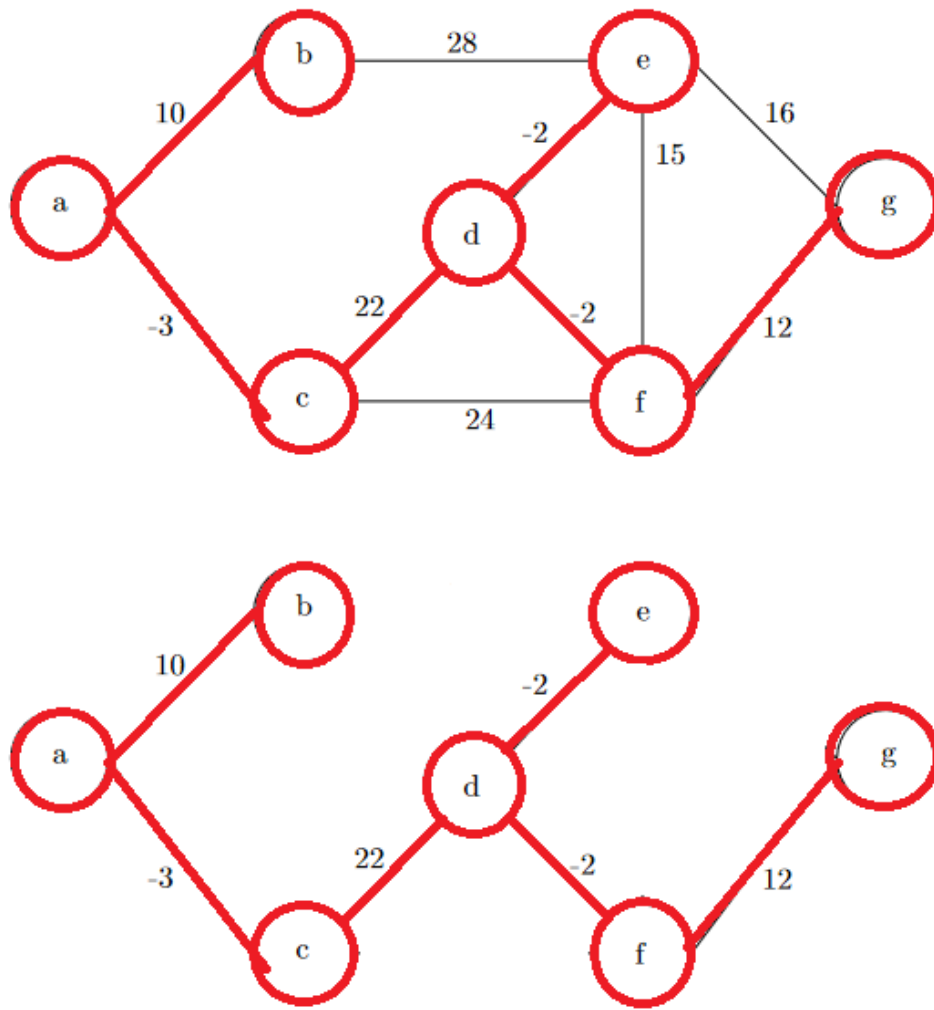
Prim 알고리즘은 각 단계에서 선택할 때 이전 단계에서 만들어진 집합에 포함되지 않고 인접한 정점과 연결된 간선들 중에서 weight가 가장 작은 최소간선을 선택하기 때문에 weight가 음수라도 가장 작은 최소간선을 선택해 MST를 찾을 수 있다.

2.2 ii) (10 point)









### 3 Exercise 3

#### 3.1

Weight가 같은 간선이 있다면, MST가 유일하지 않을 수 있다. 왜냐하면 weight가 같은 간선 중, 어느 하나를 선택하더라도 그래프의 총 weight는 같기 때문이다. 따라서 강의 노트에서와 같이 'e-c', 'e-f' 간선 둘 다 총 weight는 같으면서, 동시에 MST 조건을 만족하는 경우가 발생할 수 있다.

#### 3.2

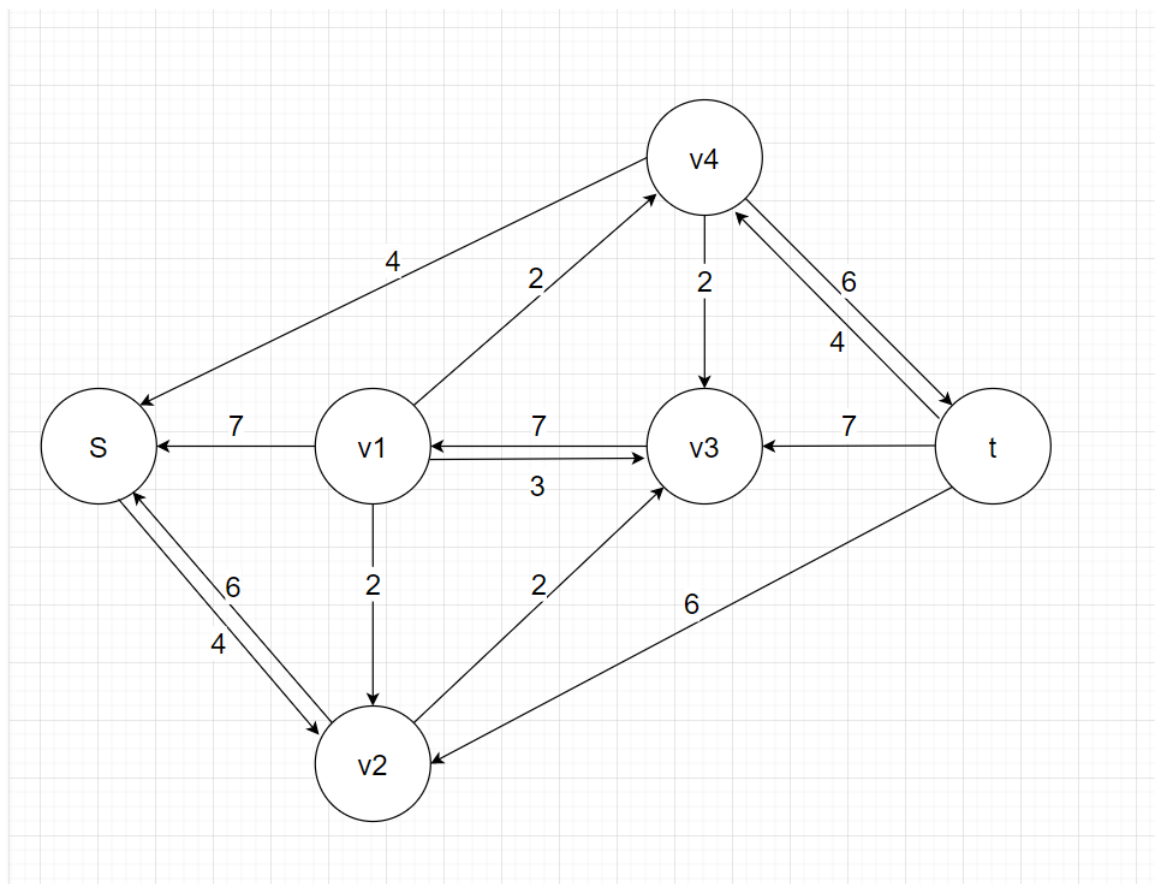
귀류법을 통해서 증명해 보고자 한다.

주어진 그래프  $G = (V, E)$ 의 서로 다른 MST인  $T_1 = (V, E_1)$ 과  $T_2 = (V, E_2)$ 가 있다고 가정해보자. 이 때, vertex  $A$ 와  $B$ 를 지나는 간선  $e$ 가 그래프  $G$ 에서 가장 낮은 weight를 가졌다고 가정한다. 또한 간선  $e$ 는  $T_1$ 에 포함되어 있지만,  $T_2$ 에는 포함되어 있지 않다고 가정한다. 그러면  $T_2$ 는  $T_1$ 에는 포함되지 않는 간선  $e'$ 를 최소한 한개 이상 가지게 될 것이다.

만약  $e$ 를  $T_2$ 에 포함시킨다면, cycle이 생겨날 것이다. 이 때,  $T_2$ 에서  $e$ 를  $e'$ 와 서로 바꾼다면  $e_1 \cup T_2 - e_2$ 를 얻게 되는데, 이는 spanning tree의 조건은 만족하지만  $T_2$  보다 낮은 weight를 갖게 된다. 같은 그래프  $G$ 로 부터 나온 MST는 같은 weight를 가져야 하지만,  $e_1 \cup T_2 - e_2$ 와  $T_1$ 은 서로 다른 weight를 가진다. 이는 모순으로,  $T_2$ 는 존재할 수 없다. 따라서  $G$ 의 MST는  $T_1$  뿐 만이 유일하다고 할 수 있다.

## 4 Exercise 4

### 4.1



## 4.2

The value of this flow  $f$  is 17. It is not maximum flow. residual network  $G(f)$ 에서  $s \rightarrow v2 \rightarrow v3 \rightarrow v1 \rightarrow v4 \rightarrow t$ 로 2 flow 만큼 더 보내줄 수 있다는 것을 알 수 있다.

## 4.3

