

## 如何建造坚固耐用的沙堡地基？

### 总结

近年来，随着沙堡艺术的日益流行，越来越多独具匠心的沙堡艺术作品被创作出来。然而，完美的艺术作品将会消失，如何长久保存成为沙堡艺术前进的障碍。

首先，确定考虑海浪和潮汐双重侵蚀作用的最佳几何形状。在合理限制形状选择范围的基础上，通过建立基于综合沙质和风浪潮汐挟沙能力评价指标的沙堡地基动力学模型，利用 COMSOL 精确模拟沙堡地基的运动状态。在此基础上，通过建立沙堡地基损伤指数，合理确定沙堡的持续时间。最后，我们采用基于连续下降法的离散全局优化算法，将最优沙堡地基的形状确定为圆柱体。

其次，确定最优的水沙混合比例。基于模型 1，首先建立了水砂聚集—水砂比关系模型；通过限制允许聚合度，将水砂比限制在合理范围内。我们再次使用基于连续下降法的离散全局优化算法，高效地找到最优的水砂配合比 0.739。

进一步，确定考虑雨蚀的最优几何形状。定义了沙堡倒塌极限系数，综合沙堡结构抵抗雨水入渗的能力和疏散比，全面建立了沙堡结构抗雨水侵蚀量化模型。进一步，建立沙堡抗波浪侵蚀能力量化模型。综合考虑抗冲蚀能力两个指标，建立模糊综合评价模型，确定最优形状仍为圆柱形。

最后，我们采用空气湿度最低时加湿喷胶的方法，提高沙堡地基的稳定性。建立了基于 RBF 神经网络算法的湿度预测模型，我们利用该模型对威尼斯海滩 8 月 1 日的湿度进行了检验。根据前一个月获得的空气湿度数据，我们将天气情况分为晴天和阴天，并分别预测了 8 月 1 日晴天和阴天的空气湿度趋势。最后，我们决定在阴天的 13:30，晴天的 13:00，对沙堡地基进行加湿，并喷洒粘合剂。



关注数学模型  
获取更多资讯

内 容

1.介绍 ..... 3

    1.1 背景 ..... 3

    1.2 问题的重述 ..... 3

2.假设和理由 .....3.

3.词汇和符号 ..... 4

    3.1 术语表 ..... 4

    3.2 符号 ..... 4

4.最优动力学模型基于沙塔形状模型的基础 ..... 4

    4.1 模型概述 ..... 4

    4.2 sand-bearing 容量的定量模型 ..... 5

    4.3 沙塔基础动力学方程模型 ..... 5

    4.4 沙塔基础动力学方程模型的解决方案 ..... 6

    4.5 基于离散全局优化算法的几何形状求解模型.....9

5.最优水和沙子比模型 .....11

    5.1 模型概述 ..... 11

    5.2 定量模型的水和沙子聚合度 .....11

    5.3 解决模型 .....12

6.基于雨水耐腐蚀性的模糊综合评价模型 ..... 13

    6.1 模型概述 ..... 13

    6.2 评价模型为雨耐腐蚀性 .....13

    6.3 最优形状模糊综合评价模型 ..... 14

7.湿度基于 RBF 神经网络的预测模型算法 .....16

    7.1 模型 Overview ..... 16

    7.2 模型制备 .....16

    7.3 RBF 神经网络算法 ..... 17

8.敏感性分析 .....18

    8.1 大部分形状模型的敏感性分析 .....18

    8.2 最优水沙混合模型的敏感性分析 .....18

    8.3 灵敏度分析的模糊综合评价模式 .....20.

    8.4 沙塔警告保护模型的敏感性分析 ..... 20

9.评估和推广模式 ..... 21

    9.1 优势和劣势 ..... 21

    9.2 促销 .....22

10.结论 ..... 22

引用 ..... 23

备忘录 ..... 24

附录 ..... 25



关注数学模型  
获取更多资讯

有道文档翻译  
pdf.youdao.com

# 1.介绍

## 1.1 背景

如今，人们总是面临繁重的学业或繁忙的工作，花一些时间在海滩上可以让人们享受凉爽的海风、温暖的阳光和柔软的海滩。因此，越来越多的人选择去海滩休闲。建造沙堡是沙滩休闲的必做项目。它可以培养孩子的创造力，并在很大程度上减轻成年人的压力。当人们建造沙堡时，他们总是希望他们的沙堡是美丽的，并且持续得更久。因此，有必要研究如何让沙堡在海滩上保持最长的时间。

## 1.2 问题重述

建造沙堡是孩子们在海滩上最受欢迎的活动之一。每个孩子都希望自己的沙堡能在海滩上持续很长一段时间。因此，我们被要求研究沙滩上的沙堡的持久性。具体问题如下：

假设以下环境因素相同，如：海滩离水的距离、沙的种类、沙的量、水沙比相同。我们被要求在海浪和潮汐的作用下建立一个模型，以探索沙滩上可以持续时间最长的沙堡的基本几何形状。

在不使用任何额外添加剂的情况下，如何改变沙堡基础的水沙比，才能让我们的沙堡在海滩上持续时间最长。

在原有模型的基础上，我们考虑了雨水对沙堡基础的影响，并对模型进行升级和优化，进一步探索沙堡的最佳几何形状。

通过查阅一些相关文献，我们研究了其他策略来提高沙堡的滞留时间。

# 2.假设和辩解

我们做一些一般性的假设来简化我们的模型。这些假设和相应的论证如下：

假设考虑的每个形状的基底面积和高度都是相同的，我们的沙堡地基的砂质和砂量没有显著差异。沙堡地基的建造距离与水面的距离大致相同。

在自然侵蚀的过程中，忽略了巨大的海浪和风横扫远离原址的沙堡的情况。

我们只考虑海浪、潮汐和降雨对沙堡地基水沙比的影响。

沙堡地基处的沙粒分布均匀。

假设预警发生后人们会及时喷洒粘合剂，且粘合剂黏度至少持续 8 小时。

如果需要，还会列出更详细的假设。



关注数学模型  
获取更多资讯

### 3.术语和注释 3.1 术语表

波流:指波浪和潮汐的共同作用。

破坏指数:以沙堡底面面积和高度的变化作为衡量因子，描述沙堡的破坏程度。

### 3.2 符号

表 1 表示法

符号	定义
$F_s$	sand-bearing 能力
$G$	损伤指数
$\omega$	水与沙聚合度
$n_p$	水沙比例
$\mu_{\text{抗雨}}$	抵御雨水渗入的能力
$\mu_{\text{国际扶轮}}$	沙堡结构疏散比
$H_{II}$	抗雨蚀性
$H_{II}^2$	抗波流侵蚀性
$\phi$	神经网络径向基函数

## 4.基于沙堡地基动力学模型的最优形状模型

### 4.1 模型概述

在形状选择方面，考虑到人们习惯使用的常见沙堡基本形状，我们只从具有一定长宽比的长方体、具有一定长宽比的椭圆圆柱体、具有一定半径和弧长比的扇形中考虑最适合的形状。优秀的形状。首先，我们建立了一个评估海浪承载沙子能力的模型。在此基础上，建立了沙堡地基的基本动力学方程。其次，通过建立沙堡基础损伤指数，确定了 a 沙堡的持续时间



特定的形状。进一步，根据某些特定形状沙堡的持续时间，我们使用了一种基于连续下降方法的离散全局优化算法来确定全局状态[1]下的最优沙堡形状。

### 4.2 含沙能力定量模型

由于波浪和潮汐是沙堡沙体运动的两大主要动力，我们首先考虑了沙堡在波浪和潮汐作用下如何受到影响，并选择用含沙能力来定义这种能力。

考虑潮汐和波浪的含沙能力：

$$C_* = C_{*c} + C_{*w}$$

(1)

潮汐作用下的挟沙能力可以表示为： $n_p V \sqrt{u^2 + v^2}$

$$C_{*c} = \beta_c \frac{n_p V \sqrt{u^2 + v^2}}{(1 - n_p) C_s^2 h_w \omega_s}$$

(2)

在那里，

$n_p$  表示沙堡基础水沙比初始值，由体积比决定； $V$  为沙堡地基砂体体积初始值； $U$  和  $v$  表示水流速度的分量  $x$  和  $y$  是波浪和潮汐作用下的波浪之和； $h_w$  为海水水位高度； $\beta_c$  为正定系数； $\omega_s$  表示含砂速度。

关于波浪作用下的含沙能力，我们考虑的是完整的波浪和破碎波，可以表示为：

$$C_{*w} = \beta_1 \frac{n_p V}{1 - n_p} \frac{f_w H_{rms}^3}{T^3 g h \omega_s \sinh^3(k h_w)} + \beta_2 \frac{1}{1 - n_p} \frac{D_B}{h_w \omega_s}$$

(3)

在那里，

$\beta_1$  和  $\beta_2$  分别为连续波和破碎波的正定系数； $f_w$  为波浪摩擦系数； $H_{rms}$  均方波高是  $H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} H_s^2}$ ， $H_s$  为有效波高； $T$  为波周期； $K$  为一个周期的波量化值； $D_B$  表示由于波浪破碎而引起的波浪能量耗散。

我们构建的承载能力  $F_s$  为：

$$F_s = \alpha_r \omega_s (C_* - V)$$

(4)

在那里，

$\alpha_r$  表示泥沙沉降系数。

### 4.3 沙堡地基动力学方程模型

以三维几何图形的直角顶点为坐标中心，建立三维直角坐标系。然后，我们的沙堡基础的  $x$ 、 $y$  和  $h$  随时间  $t$  的变化在动力学中满足以下方程



关注数学模型  
获取更多资讯

有道文档翻译  
pdf.youdao.com

$$\frac{\partial(hV)}{\partial t}+\frac{\partial(huV)}{\partial x}+\frac{\partial(hvV)}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(v_x\frac{\partial(hV)}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(v_y\frac{\partial(hV)}{\partial y}\right)+F_s$$

(5)

在那里,

$H$  为沙堡基础高度; $v_x$  和  $v_y$  为水平扩散系数。

在动态模拟过程中, 我们给出法向通量为 0 的约束来确定固体边界条件为:

$$\phi\frac{\partial V}{\partial n}=0$$

(6)

在那里,

表示通过沙堡地基的总通量; $N$  表示法向量。同时, 我们给出砂粒体积的时间进程作为开 ( )  
边界条件:

$$V=V(x,y,t)$$

4.4 沙堡基础动力学方程模型的求解

4.4.1 长方体动力学模拟的求解

Step1。初始化沙堡地基动力学方程的参数。我们以长方体的最优形状为例, 定义长方体底部的长宽比作为其形状因子, 即  $e_1=1:w$ 。方程中  $x、y$  的初始值分别对应 1、 $w$ 。结合相关文献, 给定动态方程中的参数初始值如下表所示

表 2 参数确定

象征	数值	象征	数值	象征	数值
$\zeta$	0.023	1	0.300	$T$	5.000
$C_z$	0.249	2	0.001	$H_{rms}$	5.185
年代	1.489	弗克-威廉姆斯	1.570	$D_B$	6.301

表 3 初始化变量的赋值表

象征	数值	象征	数值
$hw$	900	$n_p$	6.0
$u$	30.	$x$	1.0
$v$	30.	$y$	1.0
$VI$	One hundred.		





关注数学模型  
获取更多资讯

有道文档翻译  
pdf.youdao.com

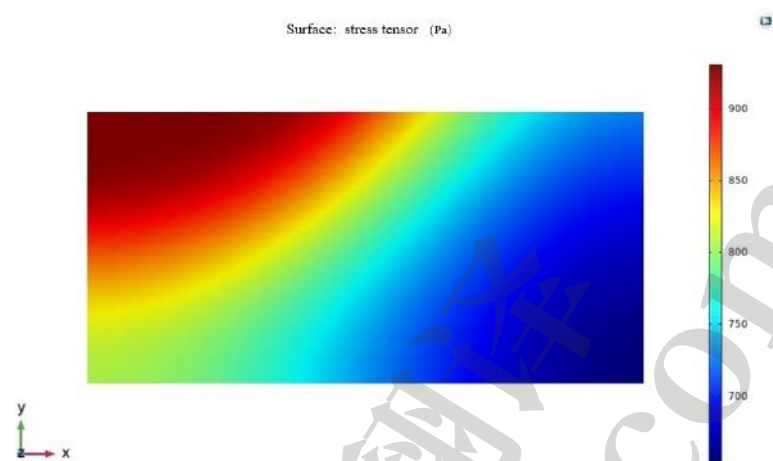


图 1 所示。t 等于零时的长方体模拟图

我们利用 COMSOL 求解动力学方程，模拟波流对 e 的底面的压力效应。1.0 长方体。得到上图中 t 时刻 0 的压力分布。其中，波流从红色部分开始，压力逐渐减小。

步骤 2。建立损伤指数指标模型。为了描述沙堡的损伤程度，更好地解释持续时间的含义，我们以基底面积和高度的变化作为衡量因子，给出损伤指数的定义为

$$G = \mu_s \Delta S + \mu_h \Delta h$$

(8)

在那里，

S 和 h 分别代表一段时间内沙堡底部面积的增加和沙堡最小高度的减少； $\mu_s$ 和 $\mu_h$ 分别为底部面积变化和高度变化的影响因素。

需要注意的是，在实际操作中，变化既有底面积的不确定性，也有高度的不确定性。沙堡地基经历了海浪和潮汐效应的过程。底层的沙子在侵蚀作用下会扩散，导致沙堡地基高度降低，底部面积增大。简化过程对沙堡的影响如图 1 所示。下图：

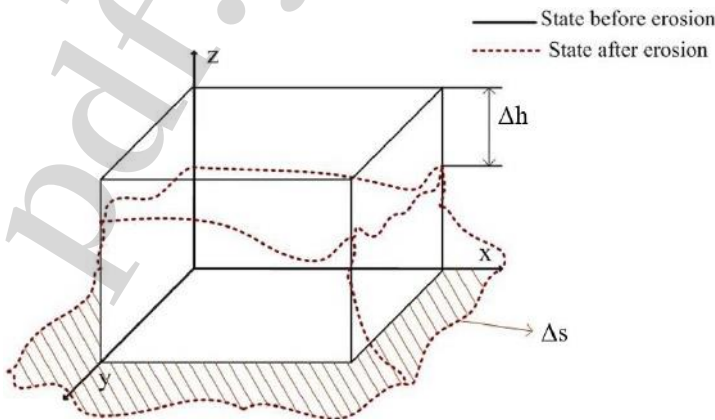


图 2 所示。沙堡地基侵蚀简化模型



关注数学模型  
获取更多资讯

图中的立体三维几何代表沙堡基础的原始状态，虚线代表沙堡被侵蚀后的现有状态。底面面积的增加和现有状态相对于原始状态高度的降低是损伤指数的数量。

发髻。**找出伤害指数随时间的变化关系。**我们得到沙面在一段时间内受到海浪和潮汐的侵蚀，水位  $h_w$  在新的时间和波流速度在  $x$  和  $y$  方向为  $u'$  和  $v'$ ，水沙比  $n_p$ ，以及沙堡地基的  $S$  和  $h$ 。我们将时间离散化，设定沙堡的完成时间为零，即  $t = 0$  为初始时间点，然后取等间隔的时间点绘制散点图，如图所示。

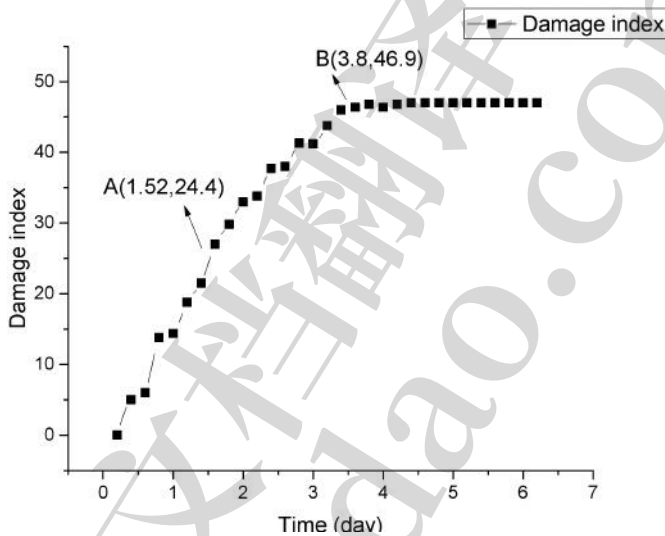


图 3 所示。损伤指数随时间的变化

该图说明了建立的损伤指示函数和连接等距点的直线。应该显示出 B 点之后的离散点几乎在同一条水平线上。由此可见，沙堡完全受损，有相应的损伤指数  $G_{max}$ 。在此基础上，定义损伤因子，系数为 0.52，即当  $G = 0.52G_{max}$ ，则认为沙堡已损坏到最大承载度。在此基础上，我们以 A 点为临界时间点，指的是能够承受的最大损伤程度对应的时间，该点对应的时间为持续时间  $T/day$ 。

同时，我们将从堆叠到临界时间点的三维几何形状构建的任何沙堡地基的持续时间定义为  $T$ 。持续时间越长，形状对应的沙堡地基就越好。

我们模拟了 10 组不同形状因子  $e$  的长方体的损伤指数和持续时间，在波浪和潮汐的作用下。需要注意的是，我们获得的 10 组数据只是获得全局最优解的第一步。下一步如下一个模型所示。10 组数据如下表所示：



关注数学模型  
获取更多资讯

表 4 不同长宽比长方体对应的持续时间

形状系数	持续时间	形状系数	持续时间
1.0	2.5	3.5	1.2
1.5	2.4	4.0	1.4
2.0	2.1	4.5	2.8
2.5	2	5.0	2.0
3.0	1.8	5.5	2.6

4.4.2 椭圆圆柱和扇形圆柱动力学方程的仿真求解

考虑了其他两种常见三维几何形状参数对应的损伤指数和持续时间。仿真的详细数据结果见附录。

我们将椭圆的长轴与短轴的比值定义为它的形状因子，即  $e_2 = a:b$ 。以此为基础，建立动态方程求解模型，并在  $e$  处进行仿真仿真图 2-1 如下图：

将扇形圆柱体的半径  $r$  与弧长  $l$  的比值作为系数  $e_3$ ，我们取  $e$  的扇形圆柱体 3-1 为例，做如下仿真：

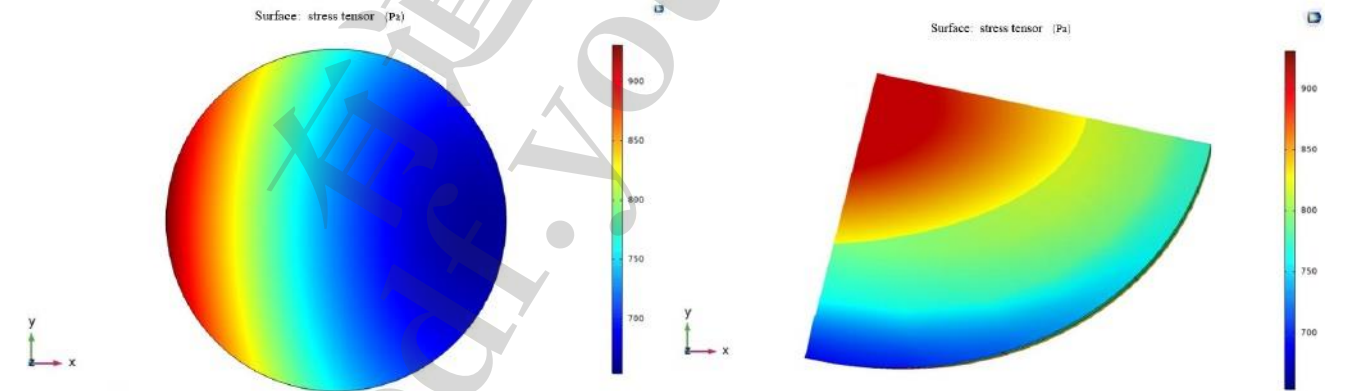


图 4 所示。气缸模拟图图 5。扇形气缸仿真图

4.5 基于离散全局优化算法的几何形状求解模型

4.5.1 模型概述

通过求解沙堡地基的动力学方程，我们可以得到工期  $T_i$   $i = 1, 2, 3$  的沙堡基础形状在  $e$  的控制下  $i = 1, 2, 3$ 。然而，为了找到最优

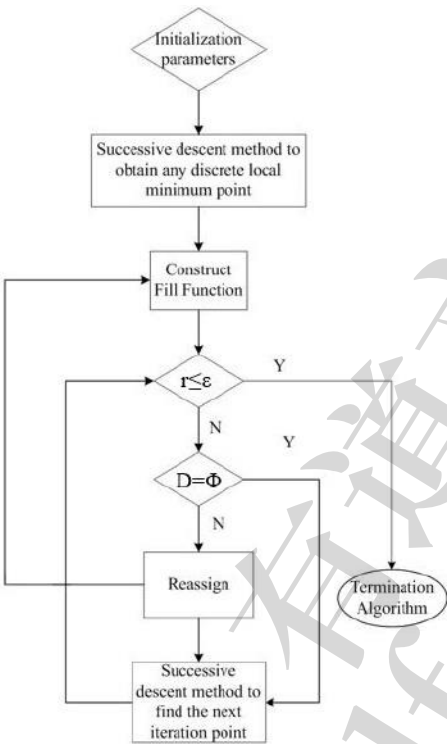
关注数学模型  
获取更多资讯

T 的值  $t_i$ ，我们试图建立一个以离散全局优化算法为核心的最优三维几何模型。在此基础上，我们可以找到最优的系数值  $e_i$   $i = 1、2、3$  三种形状中的任意一种，使我们选择的形状具有最长的持续时间。

4.5.2 模型建立和求解

我们还是以长方体为例。通过模拟，我们可以得到多组系数下的持续时间。对此，我们利用这些数据推导出基于连续下降法的离散全局优化算法。具体步骤如下：

步骤 1。逐次下降法寻找离散局部最小值点。(1)设集合 E 为长方体形状因子选择点，满足  $E \in R^n$  if  $f(e_k) \leq d$   $f(e_k)$ ，让  $d = d - \delta$ ，循环此



Step:判断  $r$  是否为 0 来决定是否更新离散的局部最小值，之后，我们得到离散的全局最小值  $e_k$ 。步骤 2。构造离散填充函数。我们初始化

条件  $10^{-5}, r = 1, q_0 = 0.01; v = v_0$   $p_j, j = 1, 2, \dots, n$ 。构造的离散填充函数为:

$$F(e_k, e_k^+, q, r) = \frac{1}{q + \|e_k - e_k^+\|} \varphi_q(\max\{f(e_k) - f(e_k^+) + r, 0\}) \tag{9}$$

Step3 .如果  $r = 0$ ，算法终止，局部变量  $e_k$  可作为离散的全局最小值，否则，执行下一步。

第四。  $D \neq \Phi$ ，执行步骤 6，否则，执行下一步。

顾不上。如果  $q < 10^{-2}$ ，那么让  $r = r/10, q = q/10, d = d_0$ ，转步骤 2，否则，让  $q = q/10$ ，转步骤 2

第六段。取任意方向  $d \in D$ ，使  $d = d - d$ ，进入内循环阶段，改变 D 的初始值，循环相应的步骤。当参数 r 足够小时，认为所选点集 E 中没有更好的局部最小值点。

从动态模型中，我们可以得到每个赋值对应的持续时间 T，和  $K = 1/T$  作为目标函数，我们通过算法对其进行优化，

$$\min K = \{f(e_k), e_k \in R^n\} \tag{10}$$

$$\max T = \frac{1}{K} \tag{11}$$

与其他两个形状模型类似，我们可以使用离散的全局优化算法，在三个形状尺度控制的持续时间内找到最大 T，如下表所示：



关注数学模型  
获取更多资讯

有道文档翻译  
pdf.youdao.com

表 5 三种形状的最佳形状参数表

几何形状	形状系数	持续时间
长方体	1.46	2.9
椭圆柱	1.00	4.8
部门缸	0.3	3.7

从上表的数据中，我们可以清楚地得出结论，当底面面积不变，长轴与短轴之比为 1 时，沙堡地基能够持续的时间最长。我们将其近似为一个最大持续时间为 4.8 天的圆柱体。

5.最佳水沙比模型

5.1 模型概述

采用基于沙堡地基动力学模型的最优形状模型，得到水沙比不变时持续时间最长的沙堡地基最优形状。然而，水沙比的大小也会直接影响沙堡地基的抗冲蚀性能。我们引入了水砂聚合度与水砂比的关系方程，同时限定允许的聚合度范围，得到合理的水砂比范围，然后通过求解模型，得到最佳的水砂比[2]。

5.2 水砂聚合度定量模型

我们考虑了水和沙的聚集，引出了水砂聚合度的概念。我们根据聚合前后水、沙比重的体积变化，给出了水、沙聚合度的定义：

$$Q=\left(1-\frac{\frac{1}{\gamma_1}V_1+\frac{1}{\gamma_2}V_2}{V_1+V_2}\right)\times100\%$$

(12)

在那里,

$V_1, V_2$  分别表示搅拌前砂子和水的体积;  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  分别表示吸水系数和水溶性系数。我们用这两个系数来表示水和沙的聚合能力。我们用水沙比  $n$  简化方程  $p$  :

$$Q=\left(1-\frac{\left(\frac{n_p}{\gamma_1}+\frac{1}{\gamma_2}\right)}{n_p+1}\right)\times100\%$$

(13)



关注数学模型  
获取更多资讯



我们利用 MATLAB 对方程进行求解，得到水沙聚合度与水沙比的关系曲线，如图 6 所示。

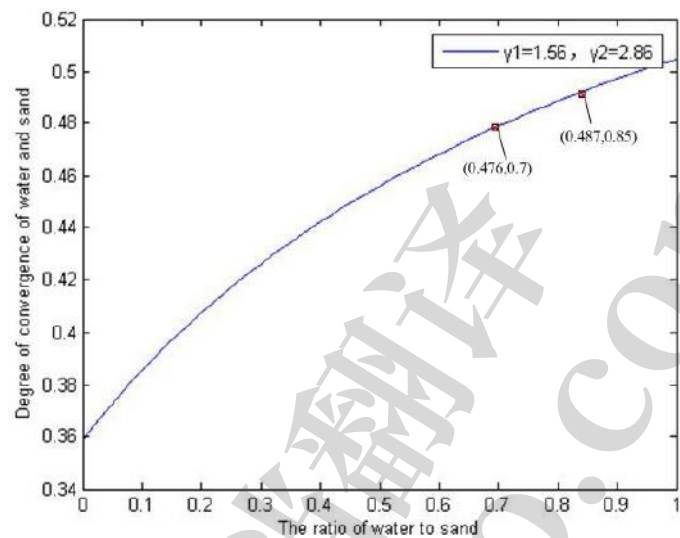


图 6 所示。水与沙的汇聚程度

水砂聚合度随水砂比的增大而增大。既要考虑相对较大的粘结性，又要考虑抗侵蚀性能的优化，即持续时间最长。结合实际情况，我们选择如图所示的黏度范围较大的两点区间作为我们的优化约束。

5.3 求解模型

我们以问题 1 中的沙堡地基动力学模型为基础，使用我们选取的最佳形状的最优比例，并使用水沙比  $n$  的初始值  $n_p$  作为一个变量，以同样的方式对目标  $T$  进行离散处理：

先代入动力学方程(1)，根据沙堡地基  $S$  和  $h$  的变化，得到损伤指数与时间的关系，并加入约束条件：

$$0.7 < n_p < 0.85$$

(14)

找到  $n$  的时长表记录  $n_p$  等间隔点：

表 6 不同水沙比对应持续时间

水沙比持续时间				水沙比持续时间
0.70	4.7	0.78	5.1	
0.72	4.9	0.80	5.0	
0.74	5.2	0.82	4.3	
0.76	4.8	0.84	4.2	



关注数学模型  
获取更多资讯



利用问题 1 中最佳形状模型的离散全局优化算法，我们可以得出当水沙比为  $n$  时  $p = 0.739$ ，沙堡地基的最长持续时间是在保证良好形状附着力的条件下实现的。

## 6.基于抗雨蚀性的模糊综合评价模型

### 6.1 模型概述

针对波浪和潮汐对沙堡地基的侵蚀问题，建立了一些模型，得到了沙堡地基圆柱形的最优形状。然而，沙堡实际面临的侵蚀风险并不局限于海浪和潮汐的影响。我们还应该考虑雨水的侵蚀。基于问题 1 中获得的最优形状系数处的长方体、椭圆和扇形，我们进一步解决了雨水侵蚀问题。定义了沙堡倒塌极限系数，通过综合抗雨水入渗能力和沙堡结构疏散比，综合建立了沙堡抗雨蚀评价模型。在此基础上，构建沙堡抗浪蚀能力评价模型。最后建立模糊综合评价模型，对风浪和雨水作用下的最优沙堡形状[3]进行评价。

### 6.2 抗雨蚀性评价模型

#### 6.2.1 模型的建立

在建立沙堡地基最优形状的模糊综合评价模型之前，我们建立了抗雨蚀性评价模型如下：

首先，沙堡抗富伊 雨水  $2R_{ai} = 1$  入渗  $R_{ai} = 2R_{ai}$  即 建立 1 如下[4]:(15)其中，

$F_u^i$   $i = 1, 2, 3$  代表长方体、圆柱体、扇形圆柱体抵抗雨水渗入的能力。 $\rho^i$  分别表示三种形状的砾石的聚集程度。 $R_{ai} = 1 - \rho^i \cdot n \cdot p \cdot n_{collapse}$ 。 $1$  表示正定系数。 $n_{collapse}^i$   $i = 1, 2, 3$  分别表示三种形状的沙堡崩塌极限系数。

其次，建立沙堡结构的疏散比指标如下：

$$R^i = \kappa_2 / \left[ Q^i (V_f - V_{DL}) \right] \tag{16}$$

在那里，

$R^i$  我  $1, 2, 3$ 。 $\kappa_2$  表示正定系数。 $V_f$  为沙堡砾石抗剪承载力。 $V_{DL}$  表示雨重力荷载作用下对砂土的剪切力。

最后，建立了抗雨水侵蚀评价模型：

$$H_{li} = F_{ui} \cdot n_{collapse}^i \cdot R_i \tag{17}$$



在那里,

$H_i \quad i = 1、2、3$  代表了抗雨水侵蚀的三种形状。

6.2.2 模型的求解

为了求解模型，我们查阅了一些文献，定义了如下参数，如下表所示：

表 7 抗雨蚀模型个数

符号	数值
$\beta$	10.6、12.1
$np$	0.125
$\Pi \quad \Pi$ <small>Collapse,ncollapse,ncollapse</small>	1、1.24、1.56
$V_f$	305

然后，我们得到长方体、圆柱体、扇形的抗雨水侵蚀能力如表所示：

表 8 抗雨水侵蚀能力

几何形状	数值

6.3 最优形状模糊综合评价模型 6.3.1 模型建立

基于沙堡抗雨蚀性评价模型，我们首先建立沙堡抗波流侵蚀性评价模型如下：

$$H_2i \quad 3i$$

(18)

在那里,

$H_2^i \quad i = 1,2,3$  代表抵抗波流侵蚀的三种形状。 $\quad_3$  表示正定系数。

需要说明的是，为了确定长方体、椭圆圆柱体和扇形体用最优形状系数是否仍然是最优的，我们根据三种形状不同能力的数值建立了最优形状模糊综合。评价模型如下：



Step1. **确定隶属函数。**我们以抗波流侵蚀或雨蚀能力与三种形状总形状的比值作为隶属度，因此我们建立的隶属度函数如下：

$$\mu_{H1}(H1i) = \frac{H1i}{H1} \tag{19}$$

$$\mu_{H2}(H2i) = \frac{H2i}{H2} \tag{20}$$

步骤 2. **根据隶属度函数计算隶属度表。**我们将三种形状的两能力值代入公式 19 、 20 ，计算最优形状的隶属度表，建立模糊关系矩阵。

发髻. **确定两种能力在最优评估中的权重。**我们考虑过，当我们的沙堡同时面对海水、潮汐侵蚀和雨水侵蚀时，雨水对沙堡的侵蚀程度远远大于海水和潮汐对沙堡的侵蚀程度。因此，我们将这两种能力在决策中的权重设定为 A = [0.3,0.7] 。

Step4: 计算综合评价结果。综合评价结果的计算公式如下：

$$B = A \cdot R \tag{21}$$

6.3.2 模型求解

为了求解模型，我们参考了网上的资料，并引用了参考参数，确定了计算参数和计算结果：

表 9 波流抗冲蚀模型个数

符号	数值
3	13.44
T <sub>1</sub> T <sub>2</sub> T <sub>3</sub>	2.6, 6.8, 5.2

然后，得到长方体、圆柱体和扇形圆柱体的抗波浪侵蚀能力如下表所示：

表 10 抗波浪侵蚀能力

几何形状	数值
矩形	34.94
圆度	91.39
部门	69.89



关注数学模型  
获取更多资讯

三种形状根据隶属函数对应的隶属度如表 11 所示:

表 11 能力测评隶属度量表

评价指标	长方体	油缸	部门缸
抗雨蚀性	0.278	0.348	0.374
波流耐蚀性	0.178	0.466	0.356

这就确定了模糊关系矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} 0.278 & 0.348 & 0.374 \\ 0.178 & 0.466 & 0.356 \end{bmatrix}$$

(22)

由于项目在决策中的权重为 A    0.3,0.7 ，得到的综合评价为:

$$B \ a \ r = 0.208, 0.430, 0.361$$

(23)

可以看出，长方体、圆柱体和扇形圆柱体在波蚀和雨蚀共同作用下的稳定性分别为 0.208、0.430 和 0361。通过对比可知，圆柱体在双重侵蚀作用下的稳定性最高。

7.基于 RBF 神经网络算法的湿度预测模型

7.1 模型概述

沙堡是沙和水混合的产物。为了提高沙堡的持续时间，最重要的是沙堡的湿度和制作完成后的防护。查阅了相关文献后，我们知道，制作完成后的粘结保护，也是由沙堡的湿度决定的。所以，当我们知道了湿度的大趋势后，就可以让沙堡的持续时间更长。我们选择 RBF 神经网络算法作为预测网络，结合海滩温度的日变化特征作为输入因子，提出了适合更好延长沙堡持续时间的沙堡湿度预测模型[5]。

7.2 模型准备

我们以一个典型的海滩——威尼斯海滩为例。2019 年 8 月 1 日至 3 日的湿度数据来自美国气象局。值得一提的是，由于海滩的沙质条件和天气条件相似，我们选取的威尼斯海滩非常典型的[6]。

指数筛选：

海滩的湿度是许多因素综合作用的结果，与太阳辐射、风、海滩温度、地面植被等密切相关。我们使用了 principal



关注数学模型  
获取更多资讯

成分分析发现，太阳光照强度引起的温度变化对海滩湿度的影响最为显著。因此，我们探究不同时间、不同天气条件下海滩湿度的变化。

通过观测数据，我们发现海滩环境湿度与海滩温度之间存在着明显的相关性，具体来说:无论是晴天还是阴天，随着海滩温度的变化，湿度也会随之变化;但是，晴天的时候，海滩的湿度变化要比阴天的时候大。

综上所述，海滩的湿度确实主要受环境温度的变化影响，并且与之呈负相关。我们选取一天中不同时段的环境温度作为输入因子，选取 500 个输入样本，50 个模拟样本，50 个预测样本。

### 7.3 RBF 神经网络算法

RBF 神经网络算法具有较强的非线性拟合特性。它不仅对复杂函数具有良好的最佳逼近性能，而且具有较快的收敛速度。

假设输入向量为  $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ ， $n$  为输入样本数， $W = [W_1, W_2, \dots, W_n]^T$  是输出权重向量， $m$  是隐藏节点数， $d$  是偏移量， $h(X)$  为网络输出， $g(\cdot)$  为径向基函数。通常使用的是高斯函数：

$$g(\|X - C_i\|) = \exp(-\|X - C_i\|^2 / \sigma_i^2) \tag{24}$$

哪里， $\sigma_i$  是欧洲规范，而  $C_i$  是网络中的  $i$  数据中心。在这种情况下，神经网络的输出为：

$$h(X) = d + \sum_{i=1}^m w_i \phi(\|X - C_i\|) \tag{25}$$

通过 RBF 神经网络算法，我们得到了晴天和阴天条件下的湿度变化图。从早上 7 点开始，每 30 分钟采集一次样本，如下图所示：

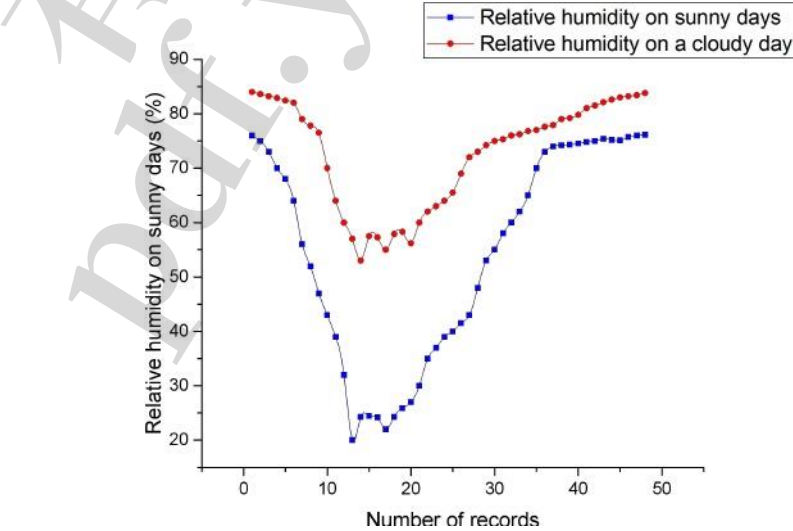


图 7 所示。晴、阴天天气预报曲线适中



从图中可以看出，阴天的 13:30，晴天的 13:00，要及时对胶水进行加湿。我们知道，胶水至少可以维持 8 小时的粘度，所以湿度开始增加到 15:00，沙堡在 21:00 达到基本稳定之前就可以得到保护。通过预测湿度的变化，对沙堡的情况进行湿度预测，保证最长的持续时间。

## 8.敏感性分析

### 8.1 基于沙堡地基动力学模型的多数形状模型灵敏度分析

需要注意的是，最大损伤系数可以由其他人进行不同的选择。如果  $\alpha$  的值不同，每种形状对应的最大持续时间就会发生变化，变化趋势复杂，难以确定。因此，我们需要探索对于不同的形状是否有一个稳定的结果(圆柱体的耐力最强) 来证明模型的稳定性。在这里我们继续通过连续取  $\alpha$  值来确定圆柱体是否仍然是最佳形状来确定圆柱体的稳定性。结果如下：

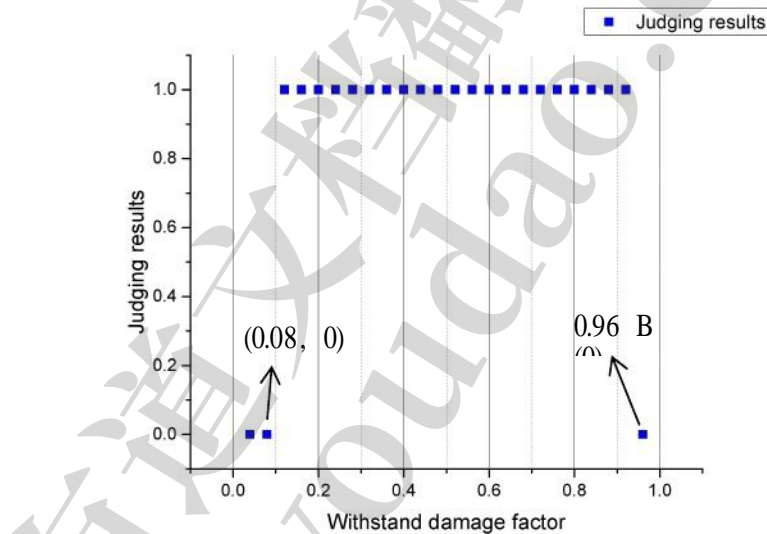


图 8 所示。判断的结果

如图所示，以  $\alpha = 0.04$  为时间间隔，我们在  $\alpha = 0.52$  左右取 24 个样本点进行分析。通过图形分析，当  $\alpha = 0.08、0.96$  时，一个圆柱体仍然是最优形状。当  $\alpha = 0.08、0.96$  时，最优形状变成扇形或长方体。因此，我们认为我们的模型在能够承受最大损伤因子  $\alpha = 0.08, 0.96$  时是稳定的。换句话说，我们的模型是非常稳健的。

### 8.2 最优水砂混合模型的敏感性分析

在引入水砂聚合度与水砂比关系方程的基础上，通过限制允许聚合度，得到合理的水砂比范围。然而，聚合度与水砂比的关系





而水沙比受两个参数  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  的影响。当  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  的值不准确时，模型的结果可能会有问题。因此，我们不断调整  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  的值，如图 9 所示。在此基础上，通过计算模型结果的误差，最终判断模型的鲁棒性。

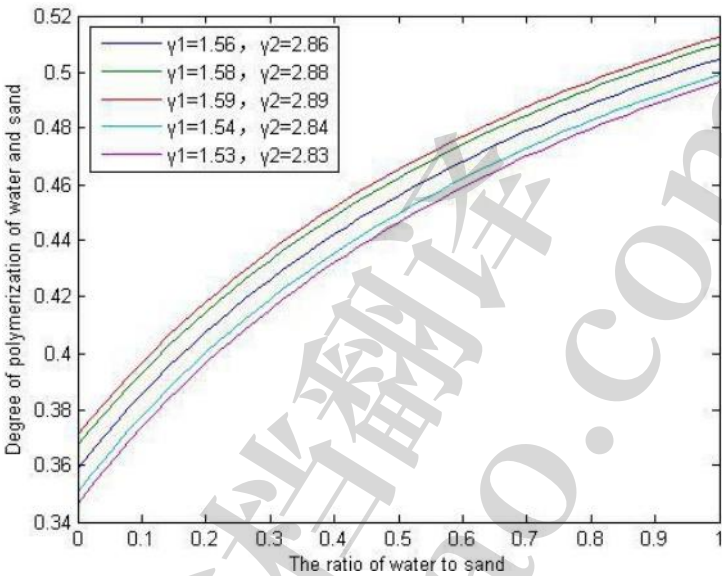


图 9 所示。聚合度曲线

如图所示，在原始系数的基础上，我们分别对数据进行 1%和 2%的增减(注意其初始参数  $\gamma_1=1.56$ ， $\gamma_2=2.86$ )，从而得到 5 种情况下的聚合度-水沙比曲线图。在此基础上，我们再次应用模型 2，结合模型 2 的初始结果，计算出三种形状的误差表如下：

表 12 表的误差

错误/%	长方体	油缸	部门缸
1.58、2.88	2.3	3.9	3.6
1.59、2.89	4.9	4.9	5.0
1.54、2.84	3.1	3.3	2.9

从上表中我们可以观察到，当  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  分别增加和减少 1%、2%时，所有形状的最终误差都在 5%以内。因此，说明当  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  存在一些误差时，我们的模型更加鲁棒。



### 8.3 基于抗雨蚀能力的模糊综合评价模型敏感性分析

为了使模糊综合评价模型有效，必须保证模糊综合评价指标(抗雨水侵蚀和抗波浪侵蚀)的准确性和可靠性。在确定这两种能力的值时，我们引入了三个正定系数  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  辅助计算。但是，由于这三个正定系数的值不是很可靠，我们通过不断调整这三个正定系数的值来判断圆柱体是否一直是最优形状，从而判断模型的稳定性。判断结果如下：

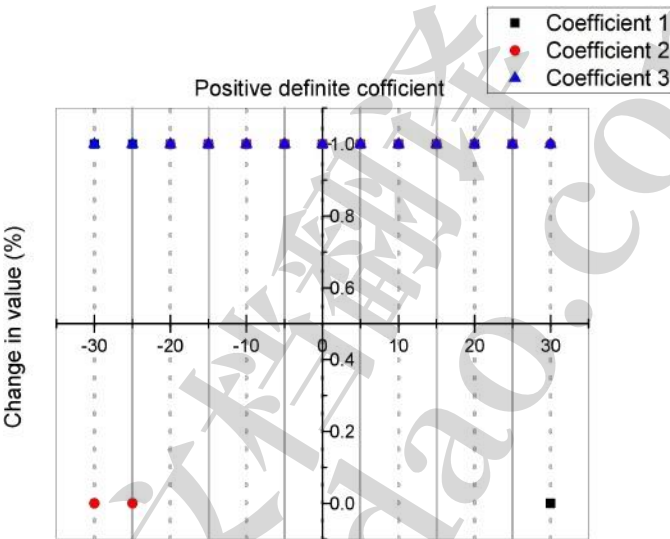


图 10 所示。稳定性判断

通过观察图，我们清楚地知道，当  $\alpha_1$  增加到 130% 及以上时，圆柱体不再是最优形状，而最优形状是扇形圆柱体。当  $\alpha_2$  降至 75% 及以下时，圆柱体不再是最优形状，而最优形状是长方体。当  $\alpha_3$  在原始值的 30% 上下波动时，圆柱体仍然是最佳形状。因此，我们可以看出，当三个正定系数在原始值的 25% 范围内波动时，我们模型的结果并没有太大的变化，已经表现出了较强的鲁棒性。

### 8.4 沙堡预警防护模型的敏感性分析

沙堡湿度预测模型的优点是可以提前预测海滩湿度的趋势图，及时修复沙堡。如果沙滩湿度的实际值与预测值之间的误差不超过 10%，我们认为基于 RBF 神经网络算法的沙堡湿度预测模型具有较高的可靠性。

利用 MATLAB 进行仿真。首先，我们选择均方误差为 0.02，径向基函数的扩展速度为 0.8。然后我们输入样本构建 RBF 神经网络，并对模型进行仿真。最后，海滩湿度预测值与实际值的平均相对误差为 4.32%。谓词之间的对比图





值和使用 ORIGIN 拟合的实际值如图 11 所示，说明基于 RBF 神经网络算法的沙堡湿度预测模型可以预测湿度基本趋势。

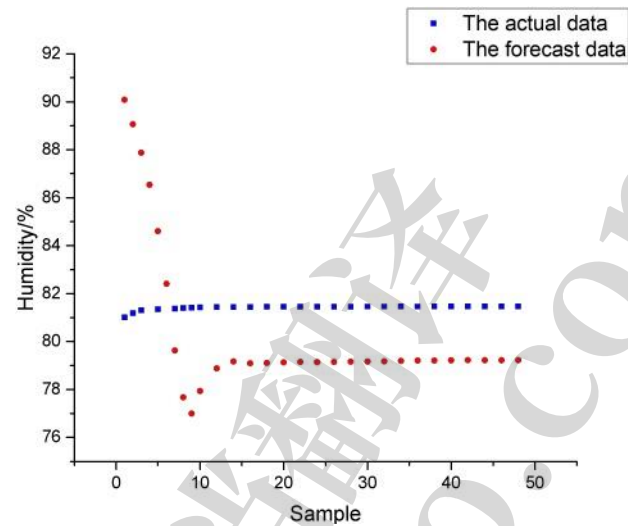


图 11 所示。实际与预测曲线

### 9.9.1 模型优缺点评估与推广

#### 9.1.1 优势

充分考虑了海浪和潮汐效应对沙堡的侵蚀，建立了含沙能力指标。

考虑到沙堡地基在运动过程中底部面积和高度的变化，我们创建了沙堡损伤指数，合理量化沙堡损伤程度。

基于从沙堡动力学模拟中得到的一些解，采用基于连续下降的离散全局优化方法来获得全局最优解。

介绍了水沙聚合度与水沙比的关系方程。通过限定允许聚合度范围，得到合理的水砂比范围。

针对雨蚀问题，具体提出了沙堡崩塌极限系数。综合考虑抗雨渗透能力和沙堡结构的疏散率，建立评价模型来确定所选形状的稳定性。

由于 RBF 神经网络克服了其他神经网络算法收敛速度慢和局部极小化的缺点，因此在设计沙堡早期增温保护机制时，我们选择了 RBF 神经网络模型来预测何时涂胶以增强沙堡的持续时间



在使用 RBF 神经网络算法时，我们根据环境温度的变化特征选择了输入因子，准确合理地预测了每日的湿度变化趋势，从而有效地预测了沙堡的湿度并延长了其持续时间。

9.1.2 弱点

我们没有考虑长方体、椭圆圆柱体、扇形圆柱体以外的三维形状，只选取了沙堡中最常用的三种形状。

我们只考虑了各种水蚀条件下的沙堡，没有考虑自然界其他因素的影响。

从其他文献中选择的一些系数的准确性可能会影响一些最终的结论。

我们只考虑了海浪和潮汐相对平静时的情况。当海浪和潮汐明显波动时，沙堡可能不会像我们预期的那样倒塌。

9.2 促销

仅考虑水蚀对沙堡的影响，我们的模型是非常鲁棒的。因此，当水蚀定量因子在一定范围内波动时，我们的模型是适用的。但在客观的自然条件下，影响沙堡稳定性的因素可能并不局限于水蚀(如风蚀、光照等)。因此，我们的策略可能需要稍作修改，以应对不同自然和客观条件下的沙堡地基。进一步，我们在原有模型的基础上，考虑风蚀和光照的综合作用，试图建立沙堡的基本动力学方程，使问题的求解更加切合实际。此外，我们认为最终选择的圆柱体是提出的三种形状中最稳定的，但问题是形状是多样化的，并不能保证圆柱体仍然是所有形状中最好的。因此，有必要解决正在考虑的形状有限的问题。

我们有两个潜在的解决方案来解决只有三种形状被研究过的问题:

- 1.对多个形状进行聚类分析，找到更多适用于实际情况的沙堡地基。
- 2.引入基面积和高度的比例，考虑更多的形状，找出每个形状的最佳三维长宽比。

10.结论

本文提出了延长沙堡地基工期的具体策略。首先，发现同时受波浪和潮汐影响的沙堡最稳定的形状是圆柱形。根据沙堡地基动力学方程得到的最优沙堡形状模型，在所有考虑的沙堡形状中，它对波浪冲刷的抵抗能力最强。其次，在考虑水砂聚合度的基础上，确定了最佳水砂比为 0.32;通过模糊综合评判，确定圆柱体最稳定的形状，并确定其抗雨蚀性和抗波浪流性



沙堡的侵蚀也被考虑在内。最后，提出了基于 RBF 神经网络的沙堡湿度预测模型，并利用该模型对沙堡日湿度趋势进行了准确预测。当预测的湿度达到极限时，应及时使用粘合剂，以保持粘接效果，稳定沙堡地基。

### 参考文献

[1]崔洁。波流作用下泥沙二维数学模型研究[D]。天津大学，2014。

[2]杨永健。几种全局优化的确定性算法[D]。上海大学，2005。

[3]陆业红。雨季建筑屋面结构抗毁性试验与模拟[J]。计算机模拟，2018,35(12):176-180。

[4]于高峰，邱金明。基于模糊综合评价的数学建模教学效果分析与优化——以三明大学为例[J]。兰州文理学院学报(自然科学版)，2018,32(05):112- 115。

[5]徐同宇，王艳，张晓波，陈春玲，徐辉，周运成。RBF 神经网络在北方日光温室湿度模拟预测中的应用[J]。沈阳农业大学学报，2014,45(06):726-730。

[6]王成武，郭松林，王伟。改进粒子群优化 RBF 神经网络短期电力负荷预测研究[J] .电子测试，2020(03):45-46 + 101。



关注数学模型  
获取更多资讯

备忘录

收件人:阳光下的乐趣

主题:教你如何建造最持久的沙堡

亲爱的度假杂志编辑:

近年来,与沙堡相关的艺术作品越来越受欢迎。伟大的沙堡艺术作品创作出来之后,如何长期保存这些艺术作品成为推动这类活动的障碍。我们团队制定了一套完整的沙堡湿度预测策略,以达到延长沙堡持续时间的目的。我们很感激有机会向大家介绍我们的策略。

**在海浪和潮汐作用下最稳定的沙堡形状:**一般来说,最耐用的沙堡可以用最优的大小比例堆积。这些沙堡形状的持续时间最长:长宽比为 1.46 的长方体,长宽比为 1.00 的椭圆圆柱体,半径和弧长比为  $a$  的扇形圆柱体。

**最佳水沙混合比例:**沙堡是沙和水混合的产物。水沙比为 0.739 时,沙堡持续时间最长。

**雨天最稳定的形状选择:**雨天也是沙堡的巨大威胁。事实证明,圆柱体是最稳定、持续时间最长的沙堡形状。

**延长沙堡持续时间的措施:**没有适当的湿度,沙堡无法持续很长时间。我们发现,晴天和阴天的湿度最低发生在下午 13:00 - 13:30。在这个湿度较低的时间段,建议使用粘合剂来增强沙堡的持续时间。

以上就是我们提出的最优沙堡形状和湿度预测系统。我们热切地希望能帮助你建造最持久的沙堡。如果您对我们的解决方案有任何疑问,请随时与我们联系。我们的团队成员愿意为您解决任何问题。问候,

团队:2010821

2020 年 3 月 9 日



关注数学模型  
获取更多资讯

附录

表 13 不同长宽比圆筒对应的持续时间

形状系数					持续时间	形状系数					持续时间
1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.8	3.5	4.0	4.5	5.0		3
					3.4			5.5			4.6
					2.5						4.7
					4						2.0
					4.2						3.6
形状系数					持续时间	形状系数					持续时间
0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	3.5	0.6	0.7	0.8	0.9		3.2
					3.6						2.8
					3.7						2.9
					2						3
					1.8						3.5

有道文档翻译  
pdf.youdao.com



关注数学模型  
获取更多资讯

有道文档翻译  
pdf.youdao.com