1. **Mở đầu**

Segment Tree là một cấu trúc dữ liệu được sử dụng rất nhiều trong các kỳ thi, đặc biệt là trong những bài toán xử lý trên dãy số.

Segment Tree là một [cây](http://vnoi.info/wiki/translate/wcipeg/tree). Cụ thể hơn, nó là một cây nhị phân đầy đủ (mỗi nút là lá hoặc có đúng 2 nút con), với mỗi nút quản lý một đoạn trên dãy số. Với một dãy số gồm NN phần tử, nút gốc sẽ lưu thông tin về đoạn [1,N][1,N], nút con trái của nó sẽ lưu thông tin về đoạn [1,⌊N/2⌋][1,⌊N/2⌋] và nút con phải sẽ lưu thông tin về đoạn [⌊N/2⌋+1,N][⌊N/2⌋+1,N]. Tổng quát hơn: nếu nút AA lưu thông tin đoạn [i,j][i,j], thì 2 con của nó: A1A1 và A2A2 sẽ lưu thông tin của các đoạn [i,⌊(i+j)/2⌋][i,⌊(i+j)/2⌋] và đoạn [⌊(i+j)/2⌋+1,j][⌊(i+j)/2⌋+1,j].

1. **Bài toán**

Truy vấn phạm vi một mảng gồm n phần tử

1. **Thuật toán**

 ta có thể dùng một mảng 1 chiều, phần tử thứ nhất của mảng thể hiện nút gốc. Phần tử thứ id sẽ có 2 con là 2∗id+1(con trái) và 2∗id+2 (con phải). Với cách cài đặt này, người ta đã chứng minh được bộ nhớ cần dùng cho ST không quá 4∗N phần tử

1. Cài đặt

void constructTree(int input[], int segTree, int low, int high, int pos)

{ if(low == high){

segTree[pos] = input[low]; return; }

int mid = (low + high)/2;

constructTree(input,segTree,low,mid,2\*pos+1); constructTree(input,segTree,mid+1,high,2\*pos+2);

segTree[pos] = min(segTree[2\*pos+1],segTree[2\*pos+2]); }

}

int rangeMinQuery(int segTree[], int qlow, int qhigh, int low, int high, int pos)

{ if(qlow<=low && qhigh>=high){ return segTree[pos];

} if(qlow>high && qhigh<low)

{ return MAXVALUE;

} int mid = (low + high)/2; return min(rangeMinQuery(segTree,qlow,qhigh,low,mid,2\*pos+1), rangeMinQuery(segTree,qlow,qhigh,mid+1,high,2\*pos+2));

}

# Bài toán áp dụng

# Bài 1: QMAX

## Cho một dãy gồm n phần tử có giá trị ban đầu bằng 0. Cho m phép biến đổi, mỗi phép có dạng (u, v, k): tăng mỗi phần tử từ vị trí u đến vị trí v lên k đơn vị. Cho q câu hỏi, mỗi câu có dạng (u, v): cho biết phần tử có giá trị lớn nhất thuộc đoạn [u, v] **Ý tưởng và thật toán:**

dùng cây Interval Tree để giải

### **Giới hạn**

* n, m, q <= 50000
* k > 0
* Giá trị của một phần tử luôn không vượt quá 231-1

### Dữ liệu vào:

* Dòng 1: n, m
* m dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa u, v, k cho biết một phép biến đổi
* Dòng thứ m+2: p
* p dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa u, v cho biết một phép biến đổi

### **Dữ liệu ra:**

* Gồm p dòng chứa kết quả tương ứng cho từng câu hỏi.

## Bài 2: **NKLINEUP - Xếp hàng**

Hàng ngày khi lấy sữa, N con bò của bác John (1 ≤ N ≤ 50000) luôn xếp hàng theo thứ tự không đổi. Một hôm bác John quyết định tổ chức một trò chơi cho một số con bò. Để đơn giản, bác John sẽ chọn ra một đoạn liên tiếp các con bò để tham dự trò chơi. Tuy nhiên để trò chơi diễn ra vui vẻ, các con bò phải không quá chênh lệch về chiều cao.

Bác John đã chuẩn bị một danh sách gồm Q (1 ≤ Q ≤ 200000) đoạn các con bò và chiều cao của chúng (trong phạm vi [1, 1000000]). Với mỗi đoạn, bác John muốn xác định chênh lệch chiều cao giữa con bò thấp nhất và cao nhất. Bạn hãy giúp bác John thực hiện công việc này!

**thật toán:** xây dựng cùng lúc 2 cây IT, một cây tìm min và 1 cây tìm max và lấy độ chênh lệch giữa min và max là dc.

Dữ liệu vào:

• Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên N và Q.

• Dòng thứ i trong số N dòng sau chứa 1 số nguyên duy nhất, là độ cao của con bò thứ i.

• Dòng thứ i trong số Q trong tiếp theo chứa 2 số nguyên A, B (1 ≤ A ≤ B ≤ N), cho biết đoạn các con bò từ A đến B.

- Dữ liệu ra:

• Gồm Q dòng, mỗi dòng chứa 1 số nguyên, là chênh lệch chiều cao giữa con bò thấp nhất và cao nhất thuộc đoạn tương ứng..

## Bài 3: **GSS - Đoạn con có tổng lớn nhất**

# Cho dãy số a[1], a[2], ..., a[n] (|a[i]| <= 15000, n <= 50000). Hàm q(x, y) = max { tổng(a[i]+a[i+1]+...+a[j]), x <= i <= j <= y }. Cho m câu hỏi dạng x, y (1 <= x <= y <= n). (m <= 50000) -> hãy tính các q(x, y).

# thật toán:

Dùng cây IT với mỗi nút r ta sẽ lưu 4 giá trị: đoạn con có tổng lớn nhất bên trái(left), bên phải (right), tổng của các phần tử của cây con nút r (sum), tổng đoạn con lớn nhất (ans).

Để khởi tạo được những giá trị này ta có công thức như sau:

it[r].sum=it[2\*r].sum+it[2\*r+1].sum;

it[r].left=max(it[2\*r].left,it[2\*r].sum+it[2\*r+1].left);

it[r].right=max(it[2\*r+1].right,it[2\*r+1].sum+it[2\*r].right);

it[r].ans=max(max(it[2\*r].ans,it[2\*r+1].ans),it[2\*r].right+it[2\*r+1].left);

Sau khi đã tính đc như trên,với mỗi truy vấn q(x,y): nếu nút r đang xét nằm gọn trong khoảng cần tìm thì trả về cả 1 cặp 4 phần tử (left,right,sum,ans). Nếu hoàn toàn nằm ngoài khoảng đang xét thì trả về sum=0, left=right=ans=-oo;

Trường hơp còn lại thì trả về giá trị lớn nhất hơp bởi 2 nút con.kết quả cần in ra chính là it[r].ans;

# - Dữ liệu vào:

# • Dòng đầu là n.

# • Dòng thứ hai là dãy a.

# • Dòng thứ 3 là m.

# • m dòng tiếp theo mỗi dòng là 1 cặp số x, y.

# - Dữ liệu ra:

# • Lần lượt ghi ra các q(x, y) tương ứng. Mỗi kết quả ghi trên 1 dòng

# Bài 4: LITES- bật đèn

# Bác John giữ cho đàn bò thông minh bằng cách để chúng chơi các đồ chơi phát triển trí tuệ. Một trong các trò chơi là các ngọn đèn trong chuồng. Mỗi trong số N (2 <= N <= 100,000) con bò được đánh số từ 1..N có treo một ngọn đèn màu. Vào đầu buổi tối, tất cả đèn đều tắt. Đàn bò điều khiển các ngọn đèn bằng N công tắc; bấm công tắc i đổi trạng thái của đèn i từ tắt sang bật hoặc ngược lại. Đàn bò đọc và thực thi một danh sách gồm M (1 <= M <= 100,000) thao tác mô tả bởi một trong hai số nguyên (0 <= thao tác <= 1). Thao tác thứ nhất (mô tả bởi số 0) theo sau bởi hai số nguyên S\_i và E\_i (1 <= S\_i <= E\_i <= N) cho biết công tắc đầu và công tắc cuối. Đàn bò sẽ bấm mỗi công tắc từ S\_i đến E\_i đúng một lần. Thao tác thứ hai (mô tả bởi số 1) yêu cầu đàn bò đến xem có bao nhiêu ngọn đèn giữa S\_i và E\_i (1 <= S\_i <= E\_i <= N) đang bật. Hãy giúp bác John đảm bảo rằng đàn bò trả lời đúng bằng cách xử lý danh sách và trả về các kết quả đúng.

# - Dữ liệu vào:

# • Dòng 1: Hai số nguyên cách nhau bởi khoảng trắng: N và M

# • Dòng 2..M+1: Mỗi dòng chứa một thao tác với ba số nguyên cách nhau bởi khoảng trắng: thao tác, S\_i, và E\_

# - Dữ liệu ra:

# • Dòng 1..số truy vấn: Với mỗi truy vấn, in ra kết quả là một số nguyên trên một dòng.

# Bài 5: D-QUERY

# Cho một dãy số n phần tử a1, a2, ..., an và một số các truy vấn-d. Một truy vấn-d là một cặp (i, j) (1 ≤ i ≤ j ≤ n). Với mỗi truy vấn-d (i, j), bạn cần trả về số phần tử phân biệt nằm trong dãy con ai, ai+1, ..., aj.

# - Dữ liệu vào:

# • Dòng 1: n (1 ≤ n ≤ 30000).

# • Dòng 2: n số a1, a2, ..., an (1 ≤ ai ≤ 106).

# • Dòng 3: q (1 ≤ q ≤ 200000), số lượng truy vấn- d. • Trong q dòng sau, mỗi dòng chứa 2 số i, j biểu thị một truy vấn-d (1 ≤ i ≤ j ≤ n).

# - Dữ liệu ra:

# • Với mỗi truy vấn-d (i, j), in ra số phần tử phân biệt thuộc dãy con ai, ai+1, ..., aj trên một dòng.

# Bài 6: K-QUERY

Cho một dãy n phần tử a1, a2, ..., an và một số các truy vấn-k. Một truy vấnk là một bộ ba (i, j, k) (1 ≤ i ≤ j ≤ n). Với mỗi truy vấn-k (i, j, k), bạn phải trả về số phần tử lớn hơn k nằm trong dãy con ai, ai+1, ..., aj.

- Dữ liệu vào:

• Dòng 1: n (1 ≤ n ≤ 30000).

• Dòng 2: n số a1, a2, ..., an (1 ≤ ai ≤ 109).

• Dòng 3: q (1 ≤ q ≤ 200000), số truy vấn-k.

• Trong q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 3 số i, j, k thể hiện một truy vấnk (1 ≤ i ≤ j ≤ n, 1 ≤ k ≤ 109).

- Dữ liệu ra:

• Với mỗi truy vấn-k (i, j, k), in ra số phần tử lớn hơn k trong dãy con ai, ai+1, ..., aj trên một dòng.

## Bài 7: KQUERY2

# Cho một dãy n phần tử a1, a2, ..., an và một số các truy vấn-k. Ngoài ra còn có một số thao tác cập nhật. Một thao tác cập nhật là một cặp (i, v) nghĩa là ai cần được gán giá trị v. Một truy vấn-k là một bộ ba (i, j, k) (1 ≤ i ≤ j ≤ n). Với mỗi truy vấn-k (i, j, k), bạn phải trả về số phần tử lớn hơn k nằm trong dãy con ai, ai+1, ..., aj.

# - Dữ liệu vào:

# • Dòng 1: n (1 ≤ n ≤ 30000).

# • Dòng 2: n số a1, a2, ..., an (1 ≤ ai ≤ 104).

# • Dòng 3: q (1 ≤ q ≤ 200000), số truy vấn-k.

# • q dòng tiếp theo, số đầu tiên trong mỗi dòng là 0 hoặc 1. Số 0 theo sau bởi 2 số i và v (1 ≤ i ≤ n, 1 ≤ v ≤ 104) cho biết một thao tác cập nhật. Số 1 theo sau bởi 3 số nguyên i, j, k (1 ≤ i ≤ j ≤ n, 1 ≤ k ≤ 104) cho biết một truy vấn-k.

# - Dữ liệu ra:

# • Với mỗi truy vấn-k (i, j, k), in ra số phần tử lớn hơn k trong dãy con ai, ai+1, ..., aj trên một dòng.

# Bài 8: FREQUENT - Giá trị thường xuyên

# Bạn đang đưa ra một chuỗi các n số nguyên một 1 , một 2 , ..., a n theo thứ tự không giảm. Ngoài ra, bạn được cung cấp một số truy vấn bao gồm các chỉ số i và j ( 1 i ≤ j ≤ n ). Đối với mỗi truy vấn, hãy xác định giá trị thường xuyên nhất trong số các số nguyên a i , ..., a j .

# - Dữ liệu vào:

# • Mỗi trường hợp thử nghiệm bắt đầu bằng một dòng chứa hai số nguyên n và q ( 1 ≤ n, q 100000 )

# • Dòng tiếp theo chứa n số nguyên a 1 , ..., a n ( -100000 a i ≤ 100000 , cho mỗi i ∈ {1, ..., n} ) cách nhau bởi khoảng trắng

# • Mỗi dòng q sau đây chứa một truy vấn, bao gồm hai số nguyên i và j ( 1 i ≤ j ≤ n), chỉ ra các chỉ số biên cho truy vấn..

# - Dữ liệu ra:

# • Đối với mỗi truy vấn, in một dòng với một số nguyên: Số lần xuất hiện của giá trị thường xuyên nhất trong phạm vi đã cho..

## Bài 9: **GSS2 - Bạn có thể trả lời các truy vấn này không**

# Là một người theo chủ nghĩa hoàn chỉnh và đơn giản, đứa trẻ Yang Zhe không thể giải quyết nhưng nhận được câu trả lời sai từ hầu hết các vấn đề của OI. Và anh ta từ chối viết hai chương trình cùng loại. Vì vậy, anh luôn thất bại trong các cuộc thi. Khi có một cuộc thi, Yang Zhe nhìn vào điểm số của mọi vấn đề trước tiên. Đối với các vấn đề có cùng số điểm, Yang Zhe sẽ chỉ làm một trong số họ. Nếu anh ta đủ may mắn, anh ta có thể đạt được tất cả các điểm số mong muốn. Amber sẽ tổ chức một cuộc thi ở SPOJ. Cô ấy đã lập một danh sách các vấn đề ứng cử viên N , rất phù hợp với Yang Zhe. Vì vậy, Yang Zhe có thể giải quyết bất kỳ vấn đề nào anh ta muốn. Amber xếp hàng các vấn đề, bắt đầu lựa chọn. Cô ấy sẽ chọn một phần sau của danh sách là vấn đề cuối cùng. Là một cô gái có lòng trắc ẩn, cô ấy muốn chọn một thứ tự như vậy (có thể trống) rằng Yang Zhe sẽ đạt được số điểm tối đa trên tất cả các phần sau có thể. Amber tìm thấy sự dễ dàng sau vài phút. Để làm cho mọi thứ khó khăn hơn, Amber đã quyết định rằng, Yang Zhe chỉ có thể tham gia cuộc thi này nếu Yang Zhe có thể trả lời câu hỏi Q của cô . Câu hỏi đặt ra là: nếu các vấn đề cuối cùng được giới hạn là một phần tiếp theo của danh sách [ X .. Y ] (1 <= X <= Y <= N), điểm số tối đa có thể đạt được của Yang Zhe là bao nhiêu? Như chúng ta đã biết, Yang Zhe là một thằng ngốc (vậy tại sao anh ta giải quyết vấn đề với số điểm âm?), Anh ta lại trả lời sai ... Hãy nói cho anh ta câu trả lời đúng! . - Dữ liệu vào:

# • Dòng 1: số nguyên N (1 <= N <= 100000);

# • Dòng 2: N số nguyên biểu thị điểm của từng vấn đề, mỗi số nguyên là một số nguyên trong phạm vi [-100000, 100000];

# • Dòng 3: số nguyên Q (1 <= Q <= 100000);

# • Dòng 3+ i (1 <= i <= Q ): hai số nguyên X và Y biểu thị câu hỏi thứ i .

# - Dữ liệu ra:

# • Dòng i : một số nguyên duy nhất, câu trả lời cho câu hỏi thứ i .

# Bài 10: GSS3

# Bạn được cấp một chuỗi A gồm N (N <= 50000) số nguyên trong khoảng từ -10000 đến 10000. Trên chuỗi này, bạn phải áp dụng các thao tác M (M <= 50000): sửa đổi phần tử thứ i trong chuỗi hoặc cho xy đã cho in tối đa {Ai + Ai + 1 + .. + Aj | x <= i <= j <= y}..

# - Dữ liệu vào:

# • Dòng đầu tiên chứa số nguyên N. Dòng sau chứa N số nguyên, biểu thị dãy A1..AN.

# • Dòng thứ ba chứa một số nguyên M. Các dòng M tiếp theo chứa các hoạt động ở dạng sau:

# - 0 xy: sửa đổi Axe thành y (| y | <= 10000).

# - 1 xy: in tối đa {Ai + Ai + 1 + .. + Aj | x <= i <= j <= y}.

# - Dữ liệu ra:

# • Đối với mỗi truy vấn, in một số nguyên theo yêu cầu.