

Šibke mešane k -metrične dimenzije

Lan Medle, Nina Švigelj

18. december 2024

1 Opis problema

Pravimo, da vozlišče s razreši par vozlišč x, y v grafu G , če velja:

$$d(s, x) \neq d(s, y).$$

Množica vozlišč S je razrešitev za vsak graf G , če vsak par vozlišč x, y v G razrešuje neko vozlišče $s \in S$.

(Vozliščna) metrična dimenzija povezanega grafa G , označena kot $\dim(G)$, je velikost najmanjše množice $S \subseteq V(G)$, ki razlikuje vse pare vozlišč v G .

Midva bova preučevala mešano metrično dimenzijo, kjer v grafu razrešujemo tako robove kot točke, kar pomeni, da želimo razlikovati vsak par točk, vsak par robov in vsako točko od vsakega roba. Označena z $\text{mdim}(G)$, je velikost najmanjše množice $S \subseteq V(G)$, ki razlikuje vse pare točk in robov.

Naj bo $S \subseteq V(G)$ in $a, b \in V(G) \cup E(G)$. Definiramo $\Delta_S(a, b)$ kot vsoto razlik razdalj od a in b do vsakega vozlišča iz S , torej

$$\Delta_S(a, b) = \sum_{s \in S} |d(s, a) - d(s, b)|.$$

Označimo $\Delta_{V(G)}(a, b) = \Delta(a, b)$.

Šibka mešana k -metrična dimenzija $\text{wmdim}_k(G)$ grafa G je definirana kot moč najmanjše množice vozlišč S , za katero velja, da za vsak par vozlišč ali povezav $a, b \in V(G) \cup E(G)$ velja

$$\Delta_S(a, b) \geq k.$$

Maksimalno vrednost k za katero je definirana šibka mešana k -metrična dimenzija z $\kappa''(G)$.

Najina naloga je napisati CLP program za različico naslova in v programu Sage napisati manjše podprograme, ki nama bodo pomagali odgovoriti na naslednja vprašanja:

1. Določite $\kappa''(G)$ in $\text{wmdim}_k(G)$ za cikle, polne grafe, dvodelne polne grafe, hiperkocke in kartezične produkte ciklov, ter poskusite na podlagi izračunov uganiti možne formule.
2. Poskusite določiti grafe G za katere je $\text{wmdim}_k(G)$ majhen, recimo 1, 2 ali 3. Pravtako določite tudi grafe za katere je $\text{wmdim}_k(G)$ velik, recimo n , $n - 1$ ali $n - 2$, kjer je n **red** grafa G (kar je enako številu vozlišč v grafu).

Za manjše grafe poiščite $\text{wmdim}_k(G)$ z uporabo sistematičnega iskanja, za večje pa s stohastičnim iskanjem. Sestavite poročilo o svojih rezultatih.

2 Potek dela

1. Konstrukcija CLP za različne tipe grafov.
2. S pomočjo konstruiranih CLP poiščeva $\kappa''(G)$ in $\text{wmdim}_k(G)$ za specifične primere ter poskusiva uganiti splošno formulo za $\kappa''(G)$ in $\text{wmdim}_k(G)$.
3. Poskusila bova določiti grafe G za katere je $\text{wmdim}_k(G)$ majhen oz. velik.
4. Napisala bova poročilo.