



深蓝学院  
shenlanxueyuan.com

## 第三章作业思路分享



主讲人 刘哲铭



### 1. 雅克比推导：推导点到直线距离关于T的雅克比

目标函数：

$$d_e = \frac{|(\tilde{p}_i - p_a) \times (\tilde{p}_i - p_b)|}{|p_a - p_b|}$$

$$\text{其中, } \tilde{p}_i = Tp = \exp(\xi^{\wedge})p$$

$$\begin{aligned} \text{令 } f(T) &= (\tilde{p}_i - p_a) \times (\tilde{p}_i - p_b) \\ \implies \frac{\partial d_e}{\partial T} &= \frac{\partial d_e}{\partial |f|} * \frac{\partial |f|}{\partial f} * \frac{\partial f}{\partial \tilde{p}_i} * \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial T} \end{aligned}$$

其中：

$$\frac{\partial d_e}{\partial |f|} = \frac{1}{|p_a - p_b|}$$

$$\frac{\partial |f|}{\partial f} = \frac{\partial \text{sqrt}(f^T f)}{\partial f} = \frac{\partial \text{sqrt}(f^T f)}{\partial (f^T f)} * \frac{\partial (f^T f)}{\partial (f)} = \frac{f}{|f|}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \tilde{p}_i} = \frac{\partial (\tilde{p}_i - p_a)}{\partial \tilde{p}_i} \times (\tilde{p}_i - p_b) + (\tilde{p}_i - p_a) \times \frac{\partial (\tilde{p}_i - p_b)}{\partial \tilde{p}_i} = (p_b - p_a)^{\wedge}$$

$$\frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial T} = \frac{\partial (Tp)}{\partial \delta \xi} = \lim_{\delta \xi \rightarrow 0} \frac{\exp(\delta \xi^{\wedge}) \exp(\xi^{\wedge}) p - \exp(\xi^{\wedge}) p}{\delta \xi}$$

$$\approx \lim_{\delta \xi \rightarrow 0} \frac{(I + \delta \xi^{\wedge}) \exp(\xi^{\wedge}) p - \exp(\xi^{\wedge}) p}{\delta \xi}$$

$$= \lim_{\delta \xi \rightarrow 0} \frac{\delta \xi^{\wedge} \exp(\xi^{\wedge}) p}{\delta \xi}$$

$$= \begin{bmatrix} I & -(Rp + t)^{\wedge} \\ 0^T & 0 \end{bmatrix}$$

### 1. 雅克比推导：推导点到平面距离关于T的雅克比

目标函数：

$$d_h = (\tilde{p}_i - p_j) * \frac{(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)}{|(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)|}$$

其中， $\frac{(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)}{|(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)|}$  表示平面的单位法向量

$$\begin{aligned} \frac{\partial d_h}{\partial T} &= \frac{\partial d_h}{\partial \tilde{p}_i} * \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial T} \\ &= \frac{(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)}{|(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)|} * \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial T} \\ &= \frac{(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)}{|(\tilde{p}_l - p_j) \times (\tilde{p}_m - p_j)|} * [I \quad -(Rp + t)^{\wedge}] \end{aligned}$$

### 2. ceres使用

不少同学都是采用Floam的形式，使用 $1 \times 7$ 的参数传递给ceres，但是也可以用1,4,3的形式进行传递，就是残差维度是1维，四元数数据输入为4维，然后位置输入为3维。

基于Floam那种方式的只需要将对应的代码放入到现在的框架中即可，这里就不做过多讲解，而基于四元数和平移量两个参数块的形式，主要问题在于jacobian怎么去写

### 2. ceres使用

不少同学都是采用Floam的形式，使用 $1 \times 7$ 的参数传递给ceres，但是也可以用1,4,3的形式进行传递，就是残差维度是1维，四元数数据输入为4维，然后位置输入为3维。

基于Floam那种方式的只需要将对应的代码放入到现在的框架中即可，这里就不做过多讲解，而基于四元数和平移量两个参数块的形式，主要问题在于jacobian怎么去写

**注意点1：**ceres::EigenQuaternionParameterization参数，全局维度是4维，但是实际参与求导运算的是3维

**注意点2：**ceres中，jacobian\*\*是二重指针，有几个参数块，就对应着有几个雅克比相对应



### 2. ceres使用

举例说明：

右图中为点到面的距离残差

残差与输入参数块的维度为3,4,3

在重载Evaluate函数的时候，

1. 根据前面公式构建残差
2. 更新jacobians[0]，即对旋转的雅克比
3. 更新jacobians[1]，即对平移的雅克比

```
class PointToLineCost : public ceres::SizedCostFunction<1, 4, 3> {
```

```
    bool Evaluate(double const *const *parameters,
                  double *residuals, double **jacobians) const
    {
        // @TODO: construct residuals
        residuals[0];

        if (jacobians != NULL) {
            double *jacobian = jacobians[0]; // jacobian ref to first parameter_block
            if (jacobian != NULL) {
                jacobian[0] = // dqx;
                jacobian[1] = // dqy;
                jacobian[2] = // dqz;
                jacobian[3] = 0; // dqw;
            }
            jacobian = jacobians[1]; // jacobian ref to second parameter_block
            if (jacobian != NULL) {
                jacobian[0] = // dx;
                jacobian[1] = // dy;
                jacobian[2] = // dz;
            }
        }
        return true;
    }
}
```

### 3. 轨迹对比

这个只需要将跑完的gps轨迹和odom轨迹使用EVO工具对比一下就可以了，结合第二章的课件，就可以实现了