

Álgebra Linear e Geometria Analítica: material complementar

Landir Saviniec

Universidade Federal do Paraná
Campus Avançado de Jandaia do Sul
Jandaia do Sul - Paraná

E-mail: landir.saviniec@gmail.com

Homepage: https://github.com/lansaviniec/alg_linear_geo_analitica_01_2018

12 de Março de 2018

Introdução

Ementa

- Matrizes e equações lineares (Material baseado no Livro 1).
- Vetores no plano e no espaço.
- Retas e planos no espaço com coordenadas cartesianas.
- Espaços vetoriais.
- Espaço com produto interno.
- Transformações lineares.
- Operadores e matrizes diagonalizáveis.

Livro texto

A disciplina será baseada nos livros:

1. ANTON, H. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10 ed. Porto Alegre: Bookman, 2012
2. KOLMAN, B.; HILL, D.R. **Introdução à Álgebra Linear com Aplicações**. 8 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
3. STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Álgebra Linear**. 2 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.
4. STEINBRUCH, A. **Geometria Analítica**. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

Motivação

Um software CAD (Computer Aided Design ou Desenho Assistido por Computador) é um software muito utilizado nas engenharias para fazer desenhos técnicos. Muitas de suas funcionalidades são baseadas em ferramentas de Álgebra Linear e Geometria Analítica. Com o objetivo de motivar o estudo de Álgebra Linear e Geometria Analítica, discutiremos algumas dessas funcionalidades nessa disciplina.

- **Software CAD:** Draftsight
- **Download free** (Linux, Windows e MacOS):

<https://www.3ds.com/products-services/draftsight-cad-software/free-download/>

Desafio (ver arquivo ga.dwg): A equação de uma reta é dada por $y = ax + b$. Dada uma reta r que passa pelos pontos $A = (14.6, 2.9)$ e $B = (20, 1.7)$ e uma reta s que passa pelos pontos $C = (15.45, -1.23)$ e $D = (16, 1.1)$. Encontre o ponto de intersecção das retas r e s .

1 Equações lineares e matrizes

Nesta parte da disciplina e adiante, utilizaremos, sempre que possível, uma linguagem de programação auto nível (high-level language) para computação numérica. Os softwares mais conhecidos para isso são: *MatLab* (proprietário) e *GNU Octave* (livre). Nesta disciplina, utilizaremos o GNU Octave, que pode ser baixado no seguinte link.

- **Download free** (Linux, Windows e MacOS):

<https://www.gnu.org/software/octave/download.html>

Para usuários *Linux*, basta digitar no terminal “sudo apt-get install octave” e seguir as instruções. No *Windows*, baixe o executável, clique para executá-lo e siga os passos até completar a instalação.

1.1 Introdução aos sistemas lineares

Problema 1: Um fabricante de plásticos produz dois tipos de plásticos: normal e especial. Cada tonelada de plástico normal precisa de 2 horas no setor A e 5 horas no setor B. Cada tonelada de plástico especial precisa de 2 horas no setor A e 3 horas no setor B. O setor A está disponível 8 horas por dia e o setor B está disponível 15 horas por dia. Quantas toneladas de cada tipo de plástico devem ser produzidas diariamente de modo que os setores não fiquem ociosos?

- Passo 1: identificar as variáveis do problema.
- Passo 2: organizar os dados do problema.
- Passo 3: descrever o sistema.
- Passo 4: resolver o sistema.

Problema 2: Um veterinário está preparando uma refeição animal composta por duas rações A e B. Cada grama da ração A contém 6 unidades ferro e 2 unidades de cálcio. Cada grama da ração B contém 1 unidade de ferro e 4 unidades de cálcio. A refeição deve fornecer exatamente 30 unidades de ferro e 40 unidades de cálcio. Quantas gramas de cada tipo de ração devem ser utilizadas?

1.1.1 Equações lineares

Nesta parte, discutimos a interpretação geométrica dada à uma equação linear, e chegamos a conclusão que:

- Equações com $n = 1$ variável: a solução é um ponto na reta.
- Equações com $n = 2$ variáveis: a solução é um conjunto de pontos que formam uma reta num espaço bi-dimensional (2D).
- Equações com $n = 3$ variáveis: a solução é um conjunto de pontos que formam um plano num espaço tri-dimensional (3D).
- Equações com $n > 3$ variáveis: a solução é um conjunto de pontos que formam um hiperplano num espaço n -dimensional, cuja visualização geométrica não é possível.

Para facilitar a visualização geométrica de retas e planos gerados por equações de duas e três variáveis, podemos utilizar as ferramentas de plotagem de gráficos disponíveis no *GNU Octave*. Os seguintes arquivos fornecem um código para esse fim:

- Arquivo “retas.m”: este arquivo implementa um código em *Octave* para plotar retas no espaço 2D. Basta abrir o arquivo, alterar as equações das retas, e compilar o código para visualizar o gráfico gerado.
- Arquivo “planos.m”: este arquivo implementa um código em *Octave* para plotar planos no espaço 3D. Basta abrir o arquivo, alterar as equações dos planos, e compilar o código para visualizar o gráfico gerado.

Após baixar e instalar o software, siga os seguintes passos:



Figura 1: Abrindo o GNU Octave.

Vá no menu Arquivo » Abrir e navegue até um dos arquivos para abri-lo. Clique em Executar para gerar o gráfico, como mostrado na Figura 2.

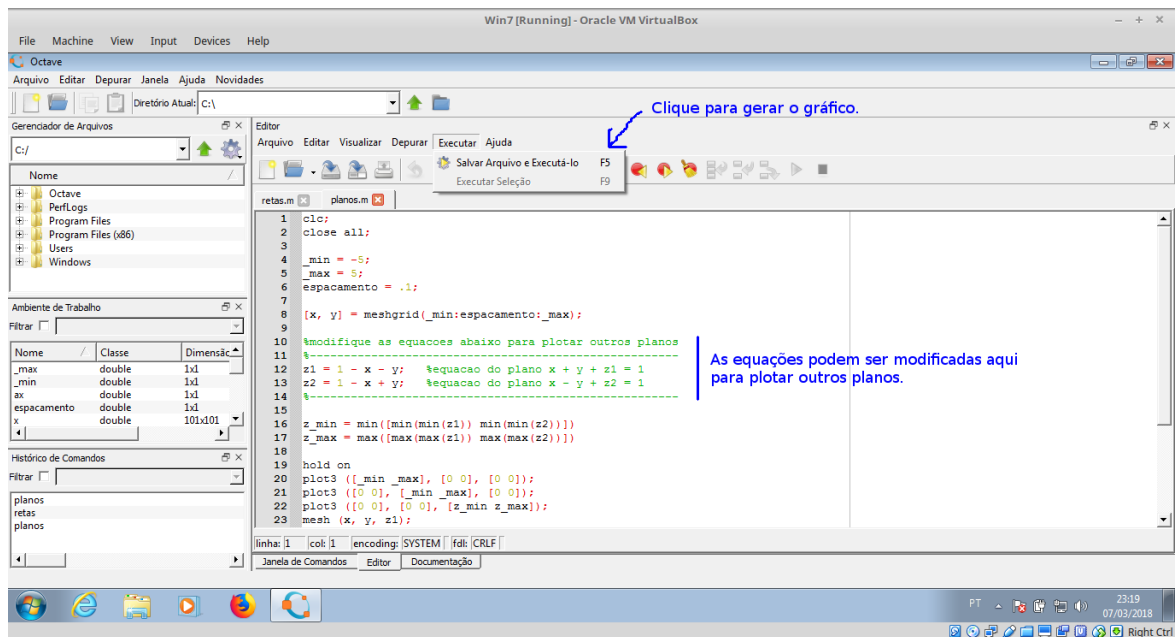


Figura 2: Executando o código para gerar o gráfico.

Caso apareça a tela mostrada na Figura 3, clique em “Definir Diretório Atual”.

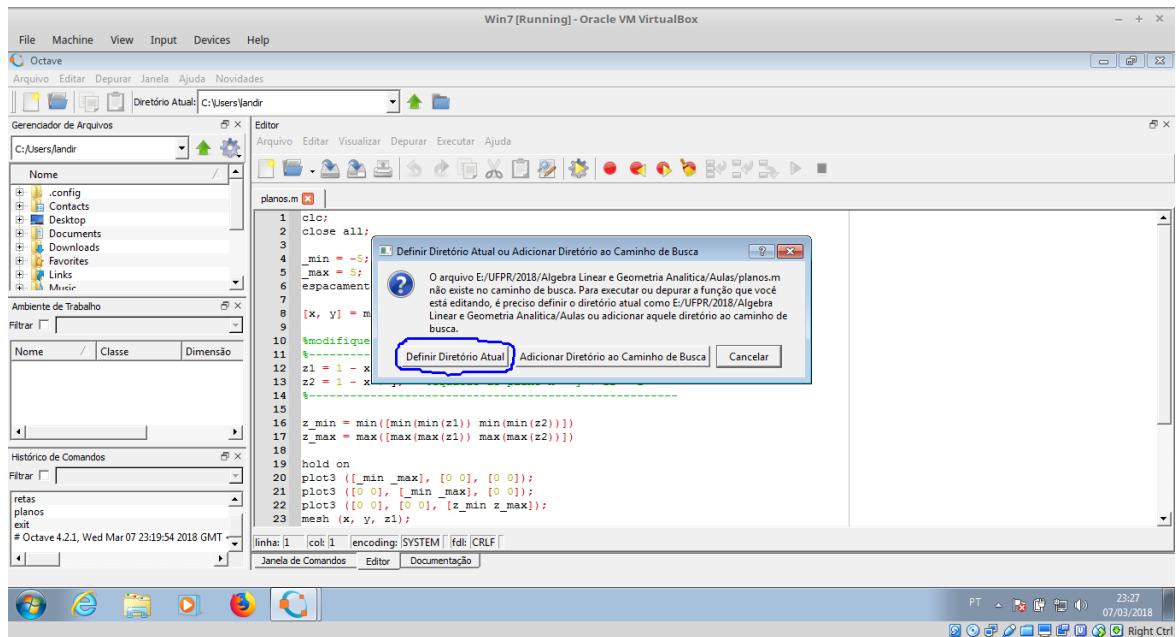


Figura 3: Definindo o caminho do arquivo como diretório atual.

Pronto. Se todas as instruções foram executadas corretamente, um gráfico será gerado como na Figura 4.

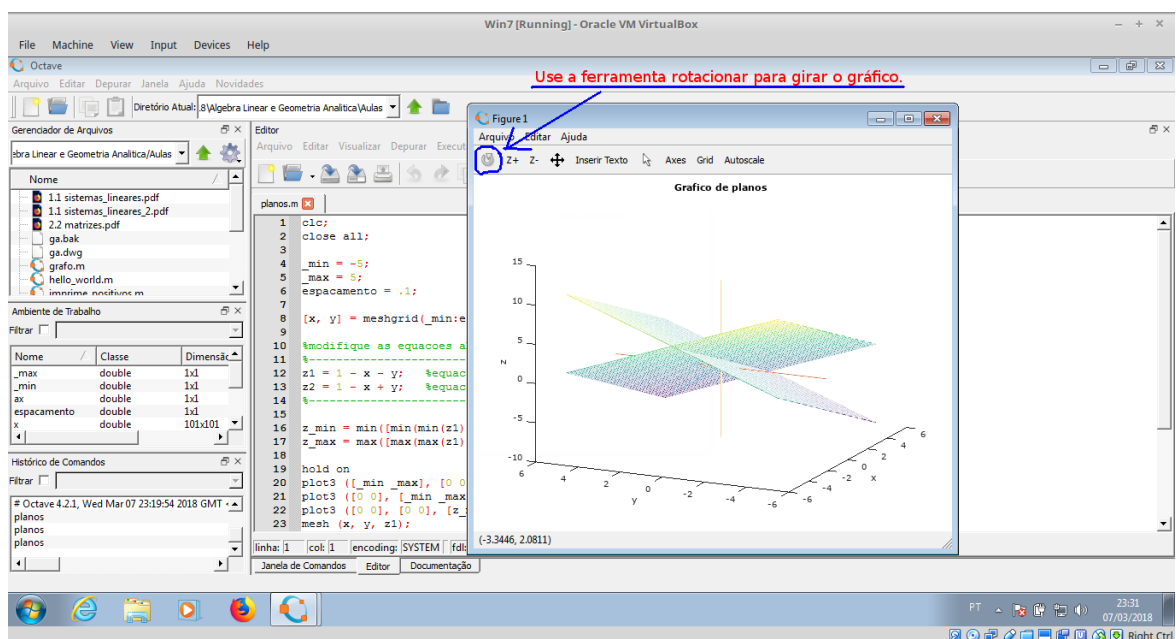


Figura 4: Gráfico gerado pelo arquivo “planos.m”.

Clique no ícone “Rotacionar”, como mostrado na Figura 4, e use o mouse para rotacionar o gráfico e visualizá-lo de diferentes ângulos.

1.1.2 Sistemas lineares

Quais problemas podem ser resolvidos por sistemas lineares?

Quando estamos resolvendo um sistema linear, estamos procurando quais são os valores das variáveis que satisfazem todas as equações do sistema. Logo, se um problema pede

para determinar um conjunto de valores desconhecidos (variáveis) que devem satisfazer vários requisitos (que quando modelados, matematicamente, resultam em um conjunto de equações lineares), então estamos diante de um problema que pode ser resolvido por sistemas lineares.