Universidade Federal do Paraná
Campus Avançado de Jandaia do Sul
Estatística

Comparação entre duas médias populacionais

Dr. Landir Saviniec

E-mail: landir.saviniec@gmail.com
Homepage: github.com/lansaviniec

Novembro de 2018

Teste de hipótese para a diferença entre duas médias populacionais:

com amostras independentes, desvios padrão desconhecidos e diferentes

Visão geral

Queremos **testar se há diferença significativa entre as médias de duas populações**.

População 1

μ_1

$\sigma_1 = desconhecido$

$\sigma_1 \neq \sigma_2$

População 2

μ_2

$\sigma_2 = desconhecido$

$$H_0:\ \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad (as\ médias\ são\ iguais)$$
$$H_1:\ \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \quad (as\ médias\ são\ diferentes)$$

Objetivo

Testar se existe diferença significativa entre as médias de duas populações, supondo desvios padrão populacionais desconhecidos e diferentes.

Notação

$n_1 \, , \bar{x}_1 \; e \; s_1 : tamanho \, , \, média \; e \; desvio \; padrão \; da \; amostra \; 1$

$\mu_1 \; e \; \sigma_1 : média \; e \; desvio \; padrão \; da \; população \; 1$

$n_2 \, , \bar{x}_2 \, , s_2 \, , \mu_2 \, , \sigma_2 : dados \; da \; população \; 2 \; e \; da \; amostra \; 2$

Requisitos

1) As duas amostras são amostras aleatórias simples e independentes.
2) As duas populações são normalmente distribuidas ou $n_1 > 30$ e $n_2 > 30$.

Estatística de teste utilizada

Calculamos a estatística de teste a seguir e nos baseamos na **distribuição t de Student**:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Com graus de liberdade dado por:

$$GL = \frac{(A+B)^2}{\frac{A^2}{n_1 - 1} + \frac{B^2}{n_2 - 1}}\ ,\ onde : A = \frac{s_1^2}{n_1}\ e\ B = \frac{s_2^2}{n_2}$$

Ou, alternativamente:

$$GL = min\{\, n_1 - 1, n_2 - 1 \,\}$$

Exemplo 1

As amostras a seguir apresentam valores de compras de clientes de duas lojas A e B de uma mesma rede de lojas.

A: 350, 380, 450, 500, 555, 540, 590, 602, 620, 630
B: 520, 405, 540, 580, 610, 650, 555, 590, 645, 615, 670

Há evidências de que o **gasto médio por compra nas duas lojas seja o mesmo**? Aplique um teste de hipótese com nível de significância de 5% para verificar se existe diferenças significativas.

$$\alpha = 0.05$$

$$n_A = 10 \qquad \bar{x}_A = 521.7 \qquad s_A = 99.51$$
$$n_B = 11 \qquad \bar{x}_B = 580.0 \qquad s_B = 74.77$$

Passo 1: Formulamos as hipóteses nula e alternativa:

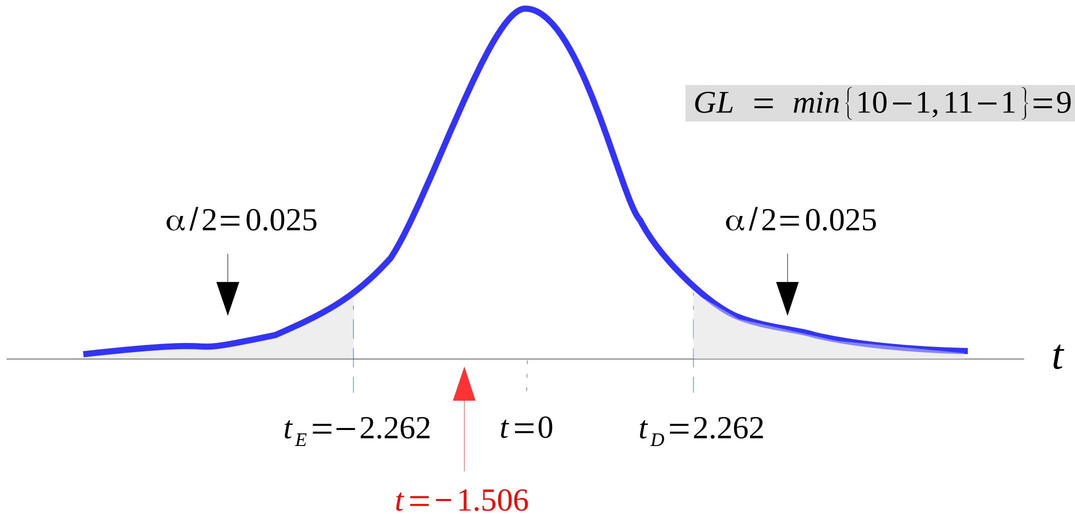
$$H_0: \quad \mu_A - \mu_B = 0 \qquad (\textit{as médias são iguais})$$
$$H_1: \quad \mu_A - \mu_B \neq 0 \quad (\textit{as médias são diferentes})$$

Exemplo 1

Passo 2: Calculamos a estatística de teste para os dados amostrais:

$$t=\frac{(\bar{x}_A-\bar{x}_B)-(\mu_A-\mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A}+\frac{s_B^2}{n_B}}}=\frac{(521.7-580.0)-0}{\sqrt{\frac{99.51^2}{10}+\frac{74.77^2}{11}}}=-1.506$$

Passo 3: Calculamos os valores críticos na distribuição t de Student:



Exemplo 1

Passo 4: Decidimos se aceitamos ou rejeitamos a hipótese nula:

Como a estatística de teste da amostra $t = -1.506$ caiu na região de aceitação, decidimos por aceitar a hipótese nula (de que as médias são iguais). Logo, há evidências de que o gasto médio por compra nas duas lojas é o mesmo.

Exercício

Uma mesma distância foi medida 5 vezes por duas trenas a laser A e B, apresentando as seguintes medidas (em metros):

A: 10.08, 10.13, 10.06, 9.95, 10.01
B: 10.05, 10.04, 10.05, 10.03, 10.03

Aplique um teste de hipótese com nível de significância de 5% para verificar se existe diferenças significativas nas medidas feitas pelas duas trenas.