Revisão 1

1) Uma escola possui 500 alunos. Desses alunos, 237 são meninos e o restante são meninas. Sabe-se que há 120 meninos e 97 meninas no ensino fundamental e os demais estão no ensino médio.

a) Ache a probabilidade de que um aluno selecionado aleatoriamente seja do ensino médio.

	Meninos	Meninas	Total
EF	120	97	217
EM	117	166	283
total	237	263	500

$$P(\text{ser EM}) = \frac{283}{500} = 0,566$$

b) Ache a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente ser meninos ou estar no ensino médio.

Primeiro, contamos o número de alunos que satisfazem uma das duas condições e depois calculamos a probabilidade.

- Número de alunos que são meninos ou estão no ensino médio.

$$NA = 117 + 120 + 166 =$$

$$P(\text{menino ou EM}) = \frac{403}{500} = 0,806$$

ou $P(\text{menino ou EM}) = P(\text{menino}) + P(EM) - P(\text{menino e EM})$

$$= \frac{237}{500} + \frac{283}{500} - \frac{117}{500} = \frac{403}{500} = 0,806$$

c) Ache a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente ser menina e estar no ensino fundamental.

Primeiro, contamos o número de alunos que satisfazem as duas condições e depois calculamos a probabilidade.

- Número de alunos que são meninas e estão no ensino fundamental.

$NA = 97$

$P(\text{menina e EF}) = \frac{97}{500} = 0,194$

d) Ache a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente estar no ensino fundamental e médio ao mesmo tempo.

Como o número de alunos que satisfazem as duas condições ao mesmo tempo é zero. Logo

$P(\text{EF e EM}) = \frac{0}{500} = 0$ (evento improvável)

e) Ache a probabilidade de um aluno selecionado aleatoriamente pertencer a escola.

$P(\text{pertencer a escola}) = \frac{500}{500} = 1$ (evento certo).

f) Ache a probabilidade de três alunos selecionados aleatoriamente, sem reposição, serem todos meninas.

$P(\text{3 meninas}) = \frac{263}{500} \cdot \frac{262}{499} \cdot \frac{261}{498} = 0,145$

2) Seja o conjunto de dados:

10, 11, 10.5, 20, 10.1, 11.9, 17.2, 16.5, 14.5, 15, 15.8, 13.4, 13.4, 12.6, 12.

a) Qual é o formato da distribuição desses dados?

- Precisamos construir um histograma

valor mínimo = 10

valor máximo = 20

número de classes = 5

amplitude de classe = $(20-10) \div 5 = 2$

classe	frequência	freq. relativa
$10 \leq x < 12$	5	$\frac{5}{15} = 0,333$
$12 \leq x < 14$	4	$4/15 = 0,267$
$14 \leq x < 16$	3	$3/15 = 0,2$
$16 \leq x < 18$	2	$2/15 = 0,133$
$18 \leq x \leq 20$	1	$1/15 = 0,067$
total	15	

distribuição assimétrica a direita

b) Calcule a probabilidade de que um valor selecionado aleatoriamente desse conjunto de dados seja maior ou igual à 16.

$P(x \geq 16) = P(16 \leq x < 18) + P(18 \leq x \leq 20)$

$= 0,133 + 0,067 = 0,2$ → 20% dos dados são maiores ou iguais a 16.

c) Calcule a probabilidade de que um valor selecionado aleatoriamente desse conjunto esteja entre 12 e 18.

$$P(12 \leq x \leq 18) = 0{,}267 + 0{,}2 + 0{,}133$$

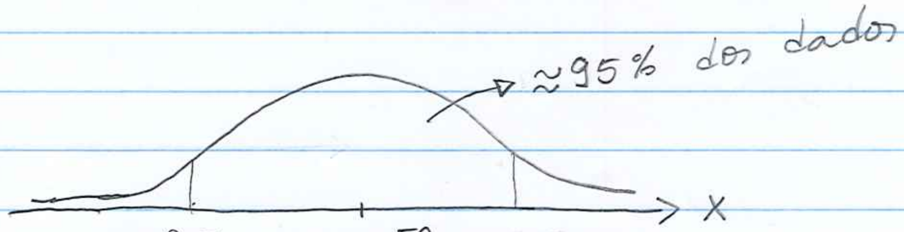
d) Quais valores são usuais e não usuais nesse conjunto de dados?

usuais: $10 \leq x < 18$

não-usuais: $x < 10$ ou $x \geq 18$

(3) Um conjunto de dados têm distribuição normal com média $\mu = 50$ e desvio padrão $\sigma = 0{,}7$. Determine um intervalo que contenha aproximadamente 95% desses dados.

Usando a regra empírica, temos:



$\mu - 2\sigma$ | $\mu = 50$ | $\mu + 2\sigma$

$50 - 2(0{,}7)$ | $50 + 2(0{,}7)$

$48{,}6$ | $51{,}40$

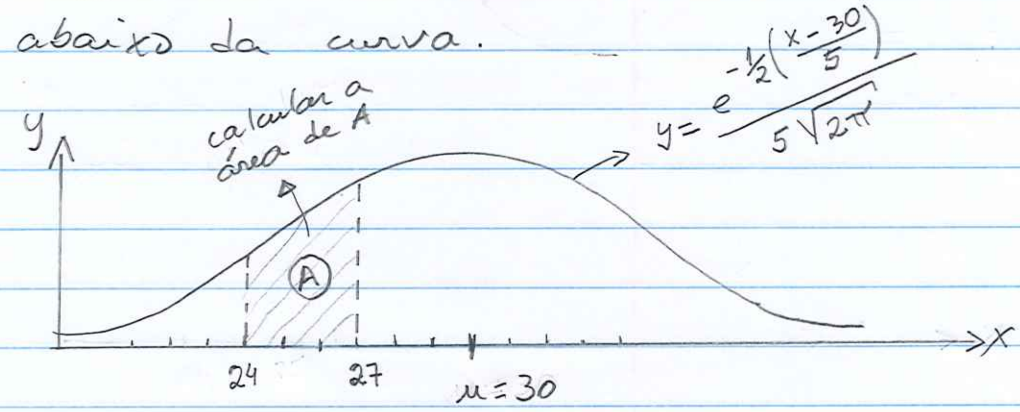
Logo, o intervalo que contém 95% dos dados é $48{,}6 \leq x \leq 51{,}40$.

(4) Sabemos que uma distribuição de dados normal com média μ e desvio padrão σ pode ser descrita por uma função

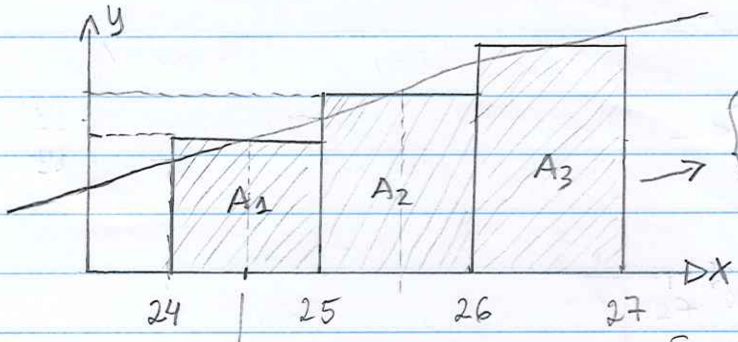
$$y = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

a) Para uma distribuição normal com $\mu = 30$ e $\sigma = 5$. Determine um procedimento para calcular a probabilidade $P(24 \leq x \leq 27)$.

Ideia: dividir o intervalo $24 \leq x \leq 26$ em vários subintervalos menores e calcular a área de cada um abaixo da curva.



Vamos dividir o intervalo em 3 subintervalos iguais:



Ideia: aproximar a área abaixo da curva por retângulos.

ponto médio do intervalo 24 – 25

Área = largura do intervalo multiplicado pelo y do ponto médio

intervalo	ponto médio	y do ponto médio
24 — 25	$\frac{24+25}{2} = 24{,}5$	$y = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{24{,}5-30}{5}\right)^2}}{5\sqrt{2\pi}} = 0{,}044$
25 — 26	$\frac{25+26}{2} = 25.5$	$y = 0{,}053$
26 — 27	$\frac{26+27}{2} = 26.5$	$y = 0{,}062$

$A_1 = \overset{1}{\cancel{(25-24)}} \cdot 0{,}044 = 0{,}044$

$A_2 = (26-25) \cdot 0{,}053 = 0{,}053$

$A_3 = (27-26) \cdot 0{,}062 = 0{,}062$

Área total $= A_1 + A_2 + A_3 = 0{,}044 + 0{,}053 + 0{,}062$
$\cong 0{,}159$

OBS 1: Use a planilha "calculo_probabilidades_DN.xls" para conferir esse resultado.

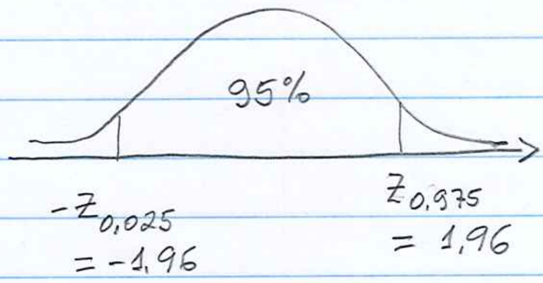
OBS 2: Quanto maior for o número de subintervalos, maior é a aproximação calculada.

OBS 3: Esse é o conceito básico de integral.

5) Um fabricante de tubos com diâmetro de 2 polegadas afirma que seus tubos tem um desvio padrão de 2 milímetros no diâmetro. Uma amostra de 35 tubos apresentou um diâmetro médio de 55,1 milímetros. Construa um intervalo de confiança de 95% para o verdadeiro diâmetro dos tubos e verifique se a informação do fabricante é verdadeira.

O fabricante afirma que a população de tubos tem média $\mu = 2 \times 25.4 = 50.8$ mm (uma polegada é igual à 25,4 mm) e desvio padrão $\sigma = 2$ mm. Logo:

$\mu = 50.8$
$\sigma = 2$
$n = 35$
$\bar{x} = 55,1$
$\alpha = 0,05$



$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \cdot \frac{2}{\sqrt{35}} = 0,663$$

$$\bar{x} - E \leq \mu \leq \bar{x} + E \implies 55.1 - 0,663 \leq \mu \leq 55.1 + 0,663$$

$$\implies 54,44 \leq \mu \leq 55,76 //$$

Logo, a amostra estima que a população de tubos tem uma média de diâmetros maior ou igual à 54,44 mm. Portanto, a informação do fabricante, de que os tubos tem diâmetro médio de 50,8 mm, parece estar errada.