R Programmering

Peter Lantz

2025-04-23

Innehållsförteckning

Abstrakt

The aim of this project was to investigate whether a relatively simple linear regression model could predict car prices with a coefficient of determination (R^2) of at least 0.80 using only two or three predictors. Data was collected from Blocket.se, and three different models were trained. All models achieved an R^2 greater than 0.80. Since the goal was to keep the model simple, the best-performing model was not selected. Instead, a model with fewer predictors was chosen, which still demonstrated strong predictive performance. The results show that a straightforward model can effectively estimate car prices for new observations, thereby fulfilling the objectives of the study.

1 Inledning

1.1 Bakgrund

I dagens samhälle är vi allt mer beroende av transporter för att kunna uppfylla våra dagliga åtaganden – arbete, inköp, fritidsaktiviteter och familjelogistik. Trots att det finns andra transportalternativ upplever många bilen som ett bekvämt och flexibelt val, eftersom den erbjuder kontroll och oberoende.

Denna utveckling återspeglas i antalet personbilar i trafik, som enligt Figur 1.1 har ökat från 4 042 790 år 2002 till 4 977 791 år 2024 – en ökning med nästan 935 000 bilar på 22 år.

Samtidigt ser vi två trender på bilmarknaden: människor byter bil oftare, och den tekniska utvecklingen går snabbt framåt. Detta skapar en utmaning – det är svårt för bilköpare att jämföra bilar och bedöma deras värde på ett tillförlitligt sätt. Det väcker frågan om det är möjligt att använda en prediktiv modell för att uppskatta ett rimligt pris på en bil utifrån vissa egenskaper.

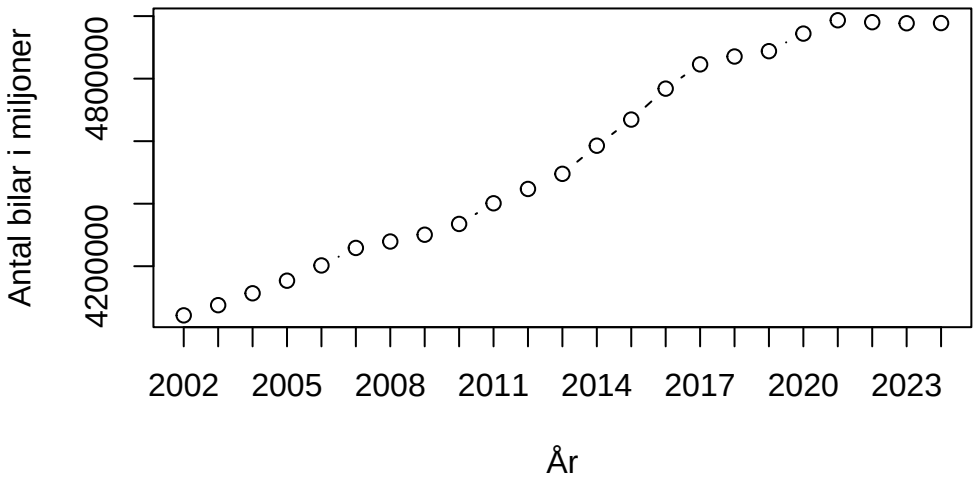
Värt att nämna är att prisuppgifterna i detta arbete hämtats från annonser, vilket innebär att de speglar utgångspriser snarare än faktiska försäljningspriser.

1.2 Syfte

Syftet med denna rapport är att undersöka om en statistisk modell kan prediktera priset på en bil med tillräcklig precision utifrån ett antal tekniska och praktiska parametrar.

För att besvara syftet fokuserar arbetet på följande frågeställningar:

1. Kan en linjär regressionsmodell för bilpris uppnå en förklaringsgrad (R^2) på minst 0,80? Detta skulle innebära att modellen förklarar minst 80 % av variationen i bilpriset.
2. Är det möjligt att uppnå denna nivå av precision med endast 2–3 prediktorer? Här undersöks om modellen kan förbli enkel utan att tappa för mycket i prestanda.



Figur 1.1: Visar antalet personbilar totalt per år mellan åren 2002 - 2024.

2 Teori

2.1 Linjär regression

Linjär regression används för att undersöka sambandet mellan en beroende variabel (Y) och en eller flera oberoende variabler (X).

Det finns två typer:

- Enkel linjär regression, där det finns en oberoende variabel.
- Multipel linjär regression, där det finns flera oberoende variabler.

Enkel linjär regression skrivs som:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

Multipel linjär regression skrivs som:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_p x_p + \varepsilon$$

(Prgomet, 2024)

2.2 Prediktorer och responsvariabel

Prediktorerna (X) är de olika variabler vi använder i modellen. Exempel på sådana variabler är lön, utbildning och ålder. Responsvariabeln (Y) även kallad målvariabeln är den vi vill förutsäga med hjälp av variablerna X. Enligt samma exempel så skulle detta vara lön.

När modellen tränas så beräknas en koefficient för varje enskild variabel X, vilket representerar hur mycket just den variabeln påverkar Y (Prgomet, 2024).

2.3 R^2 och justerat R^2

"Visar hur stor andel av variationen i den oberoende variabeln Y som kan förklaras med sambandet av den oberoede variabeln X"(Prgomet, 2024, s. 9). Värdet ligger mellan 0 och 1.

Justerat R^2 används för att justera måttet när man har flera prediktorer då måttet annars skulle öka för varje ny prediktor som adderas (Prgomet, 2024).

$$R^2 = 1 - \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}}$$

$$R^2_{\text{adj}} = 1 - \left(\frac{(1 - R^2)(n - 1)}{n - p - 1} \right)$$

2.4 RMSE

RMSE används för att mäta medelfelet i modellens prediktioner. Det mäter avståndet mellan de faktiska värdena och de predikterade värdena (Prgomet, 2024).

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

2.5 BIC

BIC är ett mått som används för att jämföra olika modeller. Det tar hänsyn till både hur bra modellen passar datan och hur komplex modellen är. Ett lågt BIC indikerar en bättre modell. Måttet straffar modeller med många prediktorer, särskilt vid större datamängder, vilket är väligt användbart för att undvika överanpassning (James, Witten, Hastie & Tibshirani, 2023, s. 324).

$$\text{BIC} = \frac{\text{RSS}}{n \cdot \hat{\sigma}^2} + \log(n) \cdot d$$

2.6 P-värde och hypotesprövning

2.6.1 P-värde

P-värdet visar hur troligt det är att ett samband mellan en variabel och Y uppstått av en slump. Ett lågt p-värde tyder på att sambandet är verkligt och inte bara tillfälligt (James, Witten, Hastie & Tibshirani, 2023, s. 68).

2.6.2 Hyppotesprövnning

Vi testar om en variabel påverkar Y genom att jämföra två hypoteser: - Nollhypotes (H_0): Ingen påverkan (koefficienten = 0) - Mothypotes (H_1): Variabeln påverkar Y

Om p-värdet är lågt (t.ex. $< 0{,}05$) förkastar vi nollhypotesen och säger att sambandet är signifikant (Prgomet, 2024).

2.7 Dummyvariabler

När kategoriska variabler används i en linjär regressionsmodell omvandlas de automatiskt till så kallade dummyvariabler. Det innebär att varje kategori blir en egen binär (0 eller 1) kolumn, vilket gör det möjligt att använda dem som numeriska prediktorer i modellen (Prgomet, 2024).

2.8 Multikollinearitet & VIF

Multikollinearitet uppstår när två eller flera prediktorer i modellen är starkt korrelerade med varandra. Det kan göra det svårt att avgöra vilken variabel som faktiskt påverkar Y, eftersom deras effekter "överlappar". För att upptäcka multikollinearitet används bland annat VIF (Variance Inflation Factor). Ett högt VIF-värde (t.ex. över 5 eller 10) kan tyda på problem med multikollinearitet (Prgomet, 2024).

2.9 Best Subset Selection

Best Subset Selection är en metod för att hitta den bästa modellen med ett visst antal prediktorer. Genom att jämföra alla möjliga kombinationer väljs den modell som ger bäst prestanda enligt mått som t.ex. justerat R^2 eller BIC (James, Witten, Hastie & Tibshirani, 2023, s. 227).

2.10 Antaganden i linjär regression

2.10.1 Normalfördelade residualer

För att få pålitlig inferens som konfidensintervall förutästter det att vi har normalfördelade residualer. Om residualerna inte är normalfördelade kan man undersöka om det exempelvis finns outliers i datan som påverkar fördelningen (Prgomet, 2024).

2.10.2 Linjärt samband mellan X och Y

Enkel- eller multipel regression bygger på att det finns ett linjärt samband mellan den oberoende variabeln X och den beroende varibeln Y. Finns det inget linjärt samband så kan vi inte lita på prediktioner eller inferens. För att undersöka sambandet kan man visualisera residualerna (Prgomet, 2024).

2.10.3 Homoskedasticitet (konstant varians)

Vid beräkning av standardavikelse för beta koefficienterna och predikterade värden, antas att variansen är homogen, det vill säga konstant. Annars har vi heteroskedasticitet, vilket innebär att prediktioner och inferens blir fel (Prgomet, 2024).

2.10.4 Oberoende residualer

Residualerna i en regressionsmodell förutsätts vara oberoende av varandra, vilket innebär att feltermerna inte får vara korrelerade. Detta är särskilt viktigt i tidsserieanalys (Prgomet, 2024). I detta arbete är datan inte tidsberoende, och därför har detta antagande inte undersökts i detalj.

2.10.5 Outliers/high leverage

Outliers är observerade värden som ligger längre eller långt bort från det uppskattade värdet. High leverage innebär att dessa värden kan ha en stor eller större påverkan på modellen. Det är därför bra praxis att studera om det finns outliers i datan och eventuellt hantera dessa (Prgomet, 2024).

2.11 Konfidens- och prediktionsintervall

2.11.1 Konfidensintervall

Konfidensintervallet uppskattar hur säkra vi är på det förväntade medelvärdet för Y. Det ger ett intervall med ett undre och ett övre värde där vi förväntar oss att det sanna medelvärdet ligger (Prgomet, 2024).

2.11.2 Prediktionsintervall

Prediktionsintervallet är alltid bredare än konfidensintervallet, eftersom det även tar hänsyn till feltermen (ε) – alltså den slumpmässiga variationen vid en ny observation. Det speglar osäkerheten i själva observationen, inte bara medelvärdet (Prgomet, 2024).

3 Metod

3.1 Importering av bibliotek

I arbetet har följande R-paket använts: tidyverse (för datahantering och visualisering), car (för multikollinearitetsanalys med vif()), leaps (för Best Subset Selection), Metrics (för beräkning av RMSE), ggplot2 (för visualiseringar), glue (för att formatera utskrifter), samt quarto (för dokumentation och rapportgenerering).

3.2 Datainsamling SCB

Jag har hämtat extern data från SCB genom att anropa via ett API. Den data jag hämtade visar hur många personbilar som var registerade i trafik, totalt per år, mellan åren 2022 till 2024.

3.3 Datainsamling Blocket

Jag gjorde valet att samla in data från Blocket då det är en bra erfarenhet. För att underlätta för mig själv valde jag att samla in data i en grupp med andra. Den data vi samlade in från Blocket är data för Volvo bilar vilken skall analyseras och användas för att träna regresionsmodeller.

Prisinformationen i datasetet är hämtad från annonser publicerade på Blocket. Det innebär att värdena representerar vad säljare begärt, inte vad köpare faktiskt betalat. Skillnader kan därför förekomma på grund av exempelvis rabatter, prutning eller andra avvikelser från det annonserade priset.

3.3.1 Insamling av data

1. Gruppen som samlat data ihop bestod av: Alvin, Arash, Ana, Emad, Gayathree, Hani, Joakim, Katarina, Michael, My, Peter, Per, Sharmin, Rana, Tahira, Tural och Zakariyae.

2. Vi inledde arbetet med att ha ett teamsmöte där de flesta av oss var med och diskuterade hur vi skulle gå tillväga för att samla in datan. Till vår hjälp så beaktade vi bland annat frågorna i materialet rörande datainsamling i dokumentet kunskapskontrollen. Vi diskuterade bl.a om vi skulle ha flera bilmärken, ta med beskrivande information ur fritext med mera. Vi valde att hålla oss till endast Volvo bilar och nyttja fakta rutan som finns för varje annons för att få en så homogen data som möjligt för varje observation.

   Vi delade upp hur mycket data varje person skulle samla in utifrån hur många dataobservationer vi önskade ha. Vi kom fram till att 50 observationer per person var tillräckligt. Alla fick välja ett geografiskt område på Blocket och sedan samlade alla in sina observationer på egen hand med en gemensam deadline om när det skulle vara klart.

3. Lärdomar från datainsamlingen är att det tar mer tid än man tror att samla in data manuellt. Att vara en grupp som samlar tillsammans sparar mycket tid. En svårighet med en grupp är att kunna samla alla och komma överens om hur det skall ske, men genom att prata så löser man det.

   En annan viktig detalj är att beroende på mediet man hämtar sin data ifrån, så kan varje observation av data skilja sig mycket åt, särskilt om det finns fält för fritext samt hur den som lämnat datan valt att fylla i den. Därav är det viktigt att gå igenom ett antal observationer och få en bild på hur man skall avgränsa sig för att få datan homogen, särskilt när man är många deltagare som samlar data på egen hand. Därför satte vi riktlinjer som vi skrev ner samt använde oss av en gemensam mall för att försöka säkerställa att alla hämtade och fyllde i data på samma sätt.

3.4 Städa data från Blocket

Även om vi haft våra riktlinjer och mallar, så förekom en hel del fel i den slutliga datan. Innan denna laddades in i R så städade jag den från uppenbara fel som stavfel, fel värde i fel kolumn, stora och små bokstäver med mera, samt att vissa värden saknades. Jag korrigerade datan i Excel då det är både enklare och går snabbare att arbeta i.

3.5 EDA

3.5.1 Hantera saknade värden (NA)

Efter att datan var inladdad noterade jag en del NA värden som behövde hanteras. Nedan följer en redogörelse för hur jag hanterade dessa.

Här är en summering av NA värden i datan per kolumn

```
      price       seller         fuel         gear        miles   year_model
          0            0            0            0            2            0
       type       wheels       hpower        color       engine date_traffic
          1            1            2            1           65            9
      brand        model       region
          0            0            0
```

Efter att ha studerat datan så var det en observation som stack ut mycket. Den hade flera saknade värden vilket inte gick att återskapa. Därför valde jag att droppa den.

```
  orig_row  price seller   fuel    gear miles year_model type wheels hpower
1      164 150000 Privat Bensin Manuell 20045       1956 <NA>   <NA>     NA
  color engine date_traffic brand model region
1  <NA>     NA         <NA> Volvo PV444  Skåne
```

Jag noterade också att det fanns en till bil med flera saknade värden.

```
  orig_row  price seller   fuel    gear miles year_model  type         wheels
1      363 160000 Privat Diesel Manuell 30000       1991 Kombi Tvåhjulsdriven
  hpower color engine date_traffic brand model         region
1     NA   Blå     NA         <NA> Volvo   960 Västernorrland
```

Jag ville kolla om det fanns fler bilar av samma modell för att eventuellt kunna imputera ett värde.

```
  model   fuel  price engine hpower
1   960 Bensin  40000   2922    204
2   960 Diesel 160000     NA     NA
```

Då det inte fanns tillräckligt med liknande bilar så valde jag att även droppa denna observation.

Rent intuitivt så vet vi att antal kilometer en bil kört påverkar dess pris. Då vi saknade den här datan och den inte kan återskapas så valde jag också att droppa de observationer som saknade det värdet.

Efter lite efterforskning vet jag nu att elbilar inte har någon storlek på motorn likt förbränningsbilar. Då jag även ville kunna prediktera på elbilar, satte jag därför motsvarande värde till 0. Om värdet skulle få vara NA kommer modellen annars att selektera bort alla elbilar, vilket inte var önskvärt.

Fem observationer saknade motorvolym trots att de inte var elbilar.

```
  engine model
1     NA   S40
2     NA  XC70
3     NA   740
4     NA   V70
5     NA  XC70
```

Eftersom dessa var svåra att imputera på ett tillförlitligt sätt valde jag att exkludera dem från analysen. Detta motsvarade mindre än 1% av datamängden och bedömdes inte påverka resultatet.

```
    orig_row        price       seller         fuel         gear        miles
           0            0            0            0            0            0
  year_model         type       wheels       hpower        color       engine
           0            0            0            0            0            0
date_traffic        brand        model       region
           7            0            0            0
```

Eftersom både year_model och date_traffic speglar bilens ålder, men med marginella skillnader, valdes att endast behålla year_model. Detta eftersom det normalt är årsmodell som efterfrågas vid värdering av bilar och inte datum i trafik. date_traffic togs därför bort från datamängden för att undvika redundans och förenkla analysen.

Nu är alla NA värden hanterade.

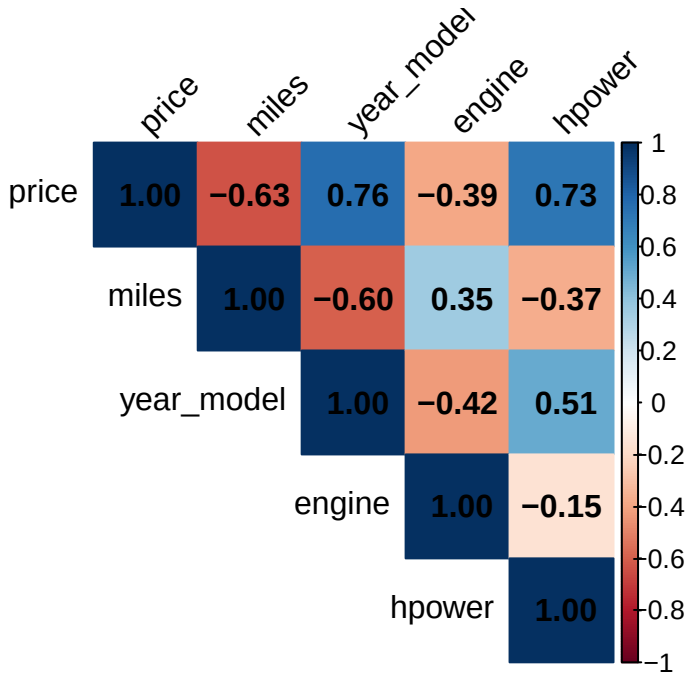
```
  orig_row      price     seller       fuel       gear      miles year_model
         0          0          0          0          0          0          0
      type     wheels     hpower      color     engine      brand      model
         0          0          0          0          0          0          0
    region
         0
```

3.5.2 Utforskande dataanalys

För att bättre förstå datan inledde jag med en visuell och statistisk genomgång. Syftet var att undersöka vilka variabler som kan påverka priset och om det fanns en möjlighet att minska antalet variabler i den slutliga modellen.

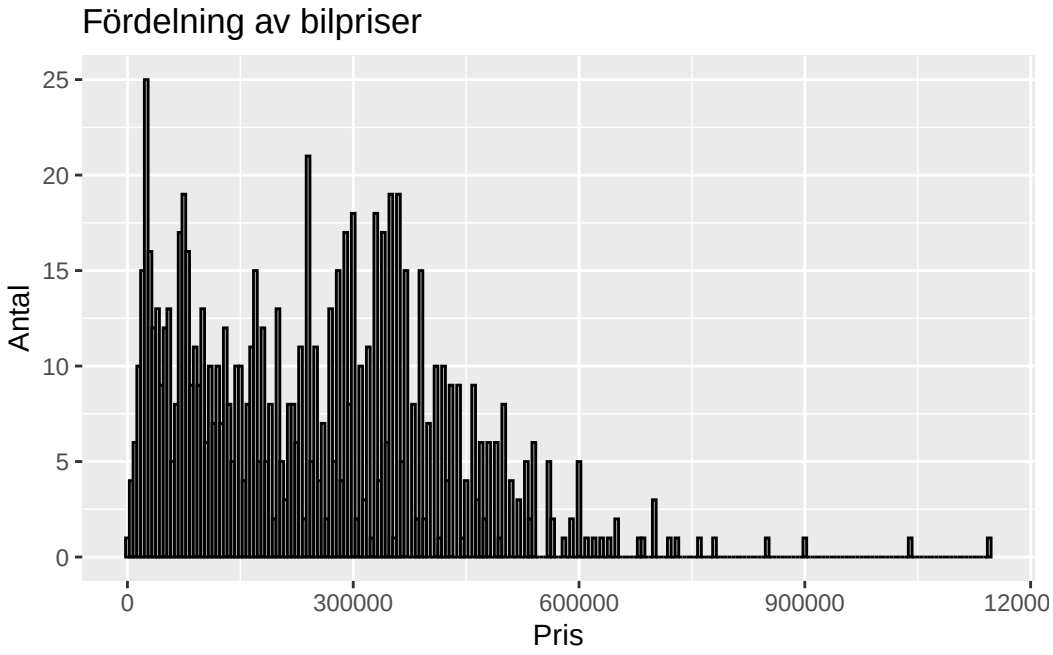
Jag tittade därför på korrelationen mellan pris och övriga variabler.

	price	miles	year_model	engine	hpower
price	1.0000000	-0.6300443	0.7612667	-0.3884313	0.7289781
miles	-0.6300443	1.0000000	-0.5973900	0.3536557	-0.3656324
year_model	0.7612667	-0.5973900	1.0000000	-0.4202304	0.5084957
engine	-0.3884313	0.3536557	-0.4202304	1.0000000	-0.1508614
hpower	0.7289781	-0.3656324	0.5084957	-0.1508614	1.0000000



Figur 3.1: Korrelationsmatris mellan numeriska variabler. 1 betyder starkt positivt samband, -1 starkt negativt.

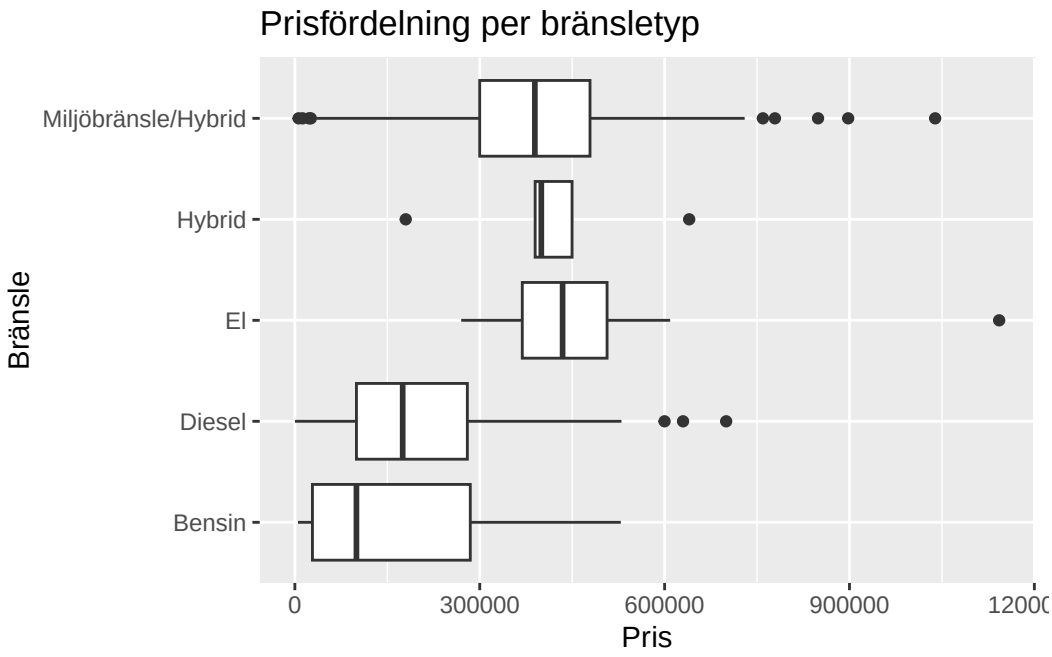
Vad vi kan utläsa är att antal körda kilometer påverkar priset negativt, vilket är helt logiskt – ju mer du har kört, desto mer slitage på bilen, vilket resulterar i ett lägre pris. Vi ser också att senare årsmodeller har en positiv påverkan på priset. Lite förvånande är att större motorer tycks påverka priset negativt. Det kan bero på att äldre bilar ofta hade större motorer, men också att elbilar med motorstorlek 0 påverkar resultatet. Vi ser även tydligt att fler hästkrafter har en positiv inverkan på priset.



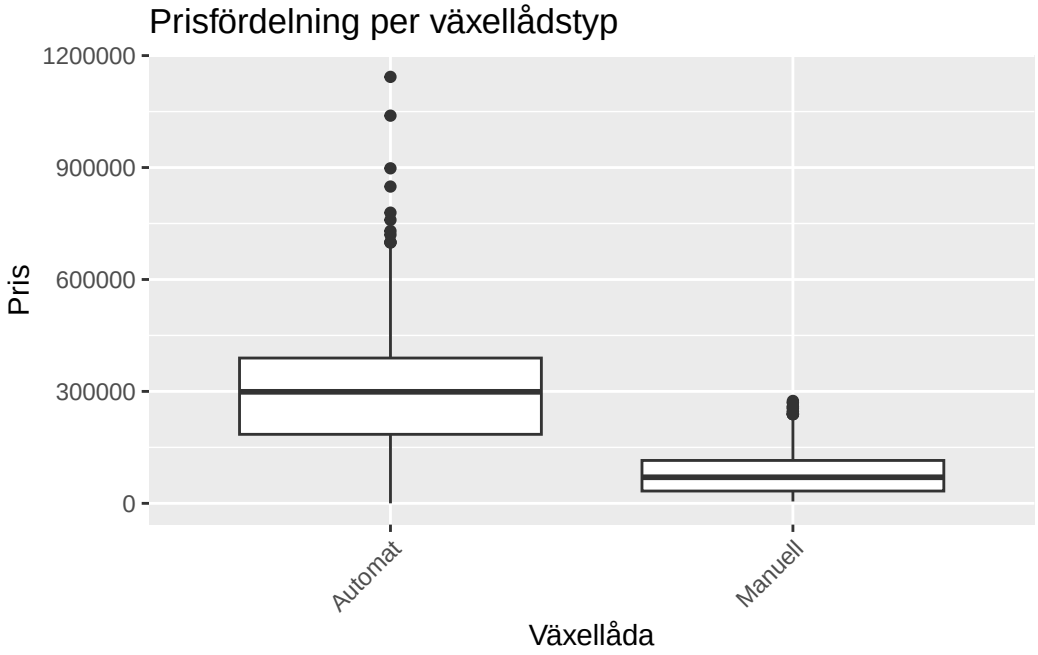
Figur 3.2: Visar hur bilpriserna är fördelade. X-axeln visar pris, y-axeln antal bilar i varje prisintervall. Fördelningen är inte helt normalfördelad utan lutar åt höger – vi ser alltså en viss skevhet i datan.

För att få en tydligare bild av prisnivåerna och hur de fördelar sig mellan olika kategorier visualiserade jag datan med hjälp av boxplots. I dessa diagram framträder även outliers tydligt, vilket kan ge en indikation på ovanliga eller extrema observationer i materialet. Samtliga kategorier som visas nedan – bränsletyp, växellåda, karosstyp och säljartyp – uppvisade mönster som bedöms vara relevanta inför den fortsatta modelleringen.

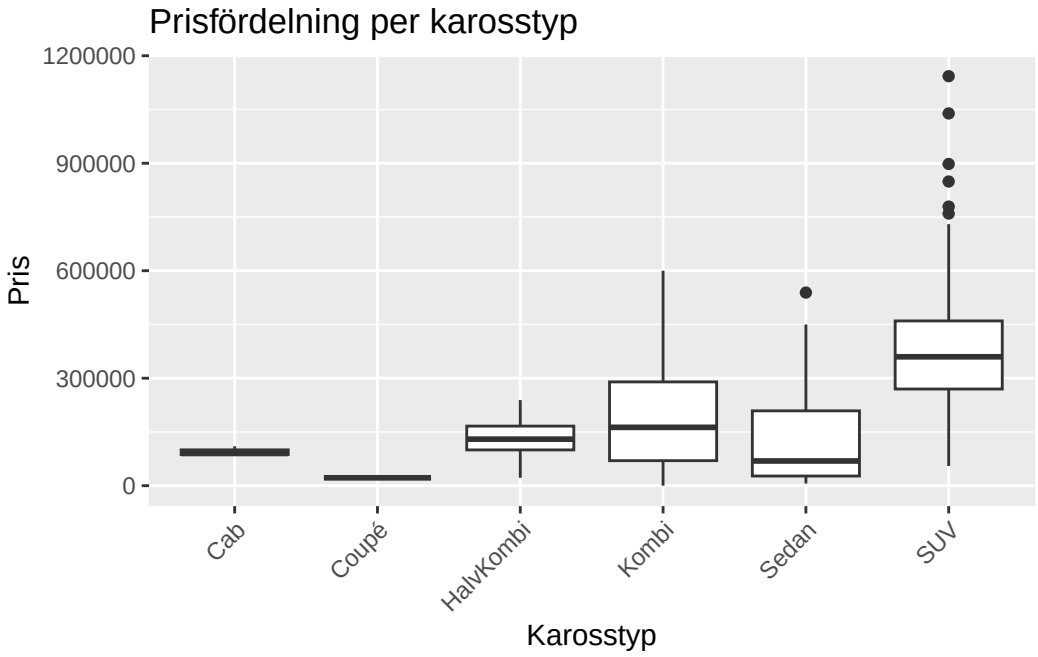
Man ser tydligt i Figur 3.3 att bilar med förbränningsmotor (bensin och diesel) generellt ligger i det lägre prisspannet, medan elbilar och hybrider tenderar att ha högre priser. Det är också dessa som uppvisar flest outliers på den övre delen av prisskalan.



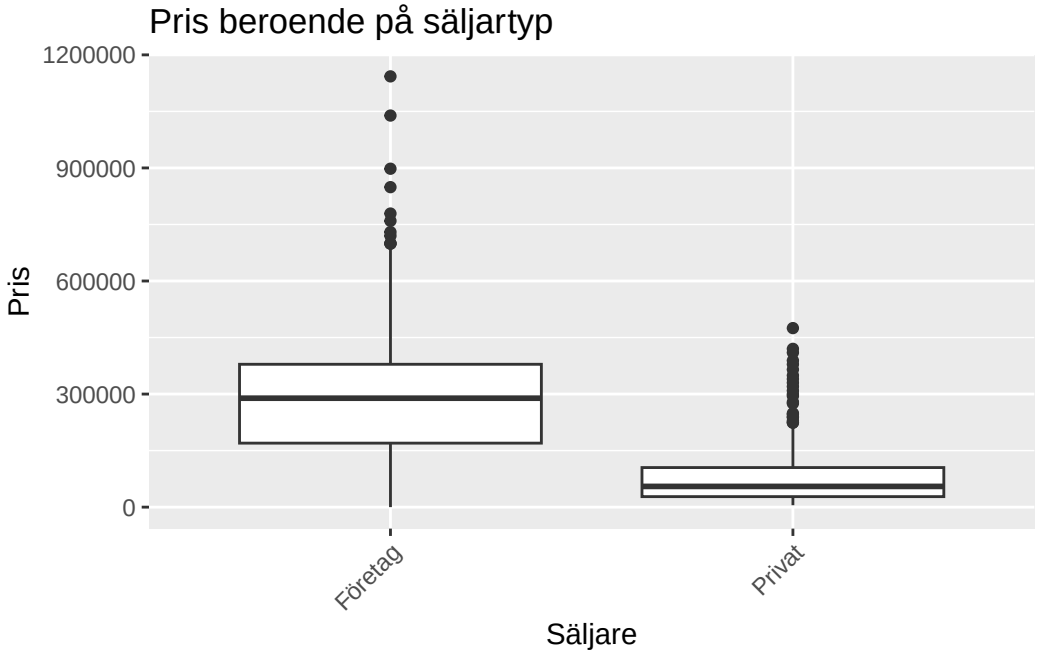
Figur 3.3: Prisfördelning per bränsletyp. Outliers visas som punkter.



Figur 3.4: Prisfördelning per växellådstyp.



Figur 3.5: Prisfördelning per karosstyp.



Figur 3.6: Prisfördelning beroende på säljare.

En observation med ett orimligt lågt pris (100 kr) exkluderades från analysen. Baserat på bilens övriga specifikationer bedömdes priset vara felaktigt registrerat eller oskäligt lågt, möjligen till följd av okänt fel på bilen.

```
  price model year_model   fuel engine hpower
1   100   V70       2013 Diesel   1984    164
```

3.6 Uppdelning av data

Efter att all data gåtts igenom var det dags att träna modeller. Innan jag tränade modellerna så delade jag upp datan i träning, validering och test. Träning för att träna modeller, validering för att validera och test används för den slutliga modellen för att mäta dess förmåga att generalisera på ny osedd data. Fördelningen var 60 % träning, 20 % validering och 20 % test.

Trots att prisfördelningen var skev valdes att inte log-transformera variabeln. Detta för att behålla tolkningsbarheten av resultatet i originalskalan.

3.7 Modellstrategi

Syftet med arbetet var att identifiera en enkel linjär modell som med hög säkerhet kan prediktera priset på en bil även för osedd data. Målet var att hitta en modell med så få som möjligt – helst 2 – 3 – prediktorer utan att tappa för mycket i förklaringsgrad.

Det hade varit möjligt att direkt bygga en modell baserat på intuition om vilka variabler som påverkar priset mest. Men eftersom datamängden innehåller många potentiella prediktorer, valde jag att inledningsvis inkludera samtliga och sedan successivt utesluta de som inte hade signifikant påverkan. På så vis kunde jag säkerställa att den slutliga modellen både var enkel och baserad på relevant information.

3.7.1 Modell 1

Den första modellen som tränades var en multipel regressionsmodell med samtliga tillgängliga prediktorer.

3.7.1.1 Hypotesprövning av prediktorer

För att bygga en så enkel modell som möjligt testade jag nollhypotesen – att variablerna inte har någon signifikant påverkan på priset. Om de inte verkade påverka priset valde jag att exkludera dem från modellen. Som mått använde jag ett p-värde på 0,05, där värden över detta inte anses signifikanta.

Efter att ha tränat modellen visade det sig att flera prediktorer inte var signifikanta. Därför exkluderades color och region för att förenkla modellen och undvika multikollinearitet.

3.7.1.2 Exkludering av få observationer

Modellnamn C70 förekom endast fyra gånger i hela datamängden. På grund av det låga antalet observationer valde jag att exkludera dessa innan modellträning, eftersom det annars skulle skapa problem med multikollinearitet och göra vissa koefficienter omöjliga att uppskatta. Exkluderingen gjordes för alla tre dataset, träning, validering och test. Detta för att ha homogena dataset vilka också är de samma som övriga modeller kommer att tränas utifrån, så att förustättningarna är de samma.

3.7.2 Modell 2

I modell 2 valde jag att inkludera de variabler som både är lätta att mäta och som enligt den första modellen visade starkast påverkan på priset. Modell 3 bygger därefter på ett mer systematiskt urval baserat på statistiska kriterier.

3.7.3 Modell 3

Jag använde Best Subset Selection för att träna modellen med samtliga elva prediktorer, i syfte att identifiera den bästa kombinationen av variabler för att prediktera bilens pris. Metoden föreslog en modell med fyra prediktorer, där den fjärde var en specifik bilmodell (EX90). Eftersom EX90 endast representerar ett enskilt modellnamn och därmed har begränsad generaliserbarhet, valde jag att istället använda en mer allmän variabel. Baserat på tidigare insikter från bland annat boxplots valde jag därför att inkludera fuel, som anger bilens bränsle (t.ex. El eller Hybrid), vilket är mer representativt för olika biltyper. Modell 3 tränades därför på miles, year_model, hpower och fuel.

4 Resultat och diskussion

4.1 Resultat

4.1.1 Resultat efter träning

4.1.1.1 Resultat Modell 1 - Alla prediktorer

Den första modellen som tränats är en multipel regressionsmodell med samtliga tillgängliga prediktorer. Eftersom modellens output var omfattande valde jag att enbart redovisa de mest centrala måtten. Resultatet visade:

- **R^2:** 0.9175
- **Justerat R^2:** 0.9040
- **Residual standard error (RSE):** 53 626
- **F-statistic:** 67.93 (df = 75, 458), p-värde < 2.2e-16

Detta innebar att modellen förklarade över 91 % av variationen i bilpriset, vilket var ett mycket gott resultat.

Två variabler kunde inte uppskattas i modellen. Mer om detta går att läsa i avsnittet ”Undersökning av teoretiska antaganden”.

4.1.1.2 Resultat Modell 1 – Justerade prediktorer

Modellen tränades på hela det rensade träningsdatasetet med samtliga prediktorer (utom `color`, `region` och `model == "C70"`). Resultatet visade:

- **R^2:** 0.9105
- **Justerat R^2:** 0.9023
- **Residual standard error (RSE):** 54 120
- **F-statistic:** 110.1 (df = 45, 487), p-värde < 2.2e-16

Modellen visade hög förklaringsgrad och god modellanpassning. Inga problem med singulariteter eller multikollinearitet identifierades.

4.1.1.3 Resultat Modell 2

Den andra modellen tränades med endast tre prediktorer: year_model, miles och hpower. Detta var i linje med syftet att hitta en enklare modell.

- **R^2:** 0.8191
- **Justerat R^2:** 0.8181
- **Residual standard error (RSE):** (RSE): 73 830
- **F-statistic:** 798.4 (df = 3, 529), p-värde < 2.2e-16

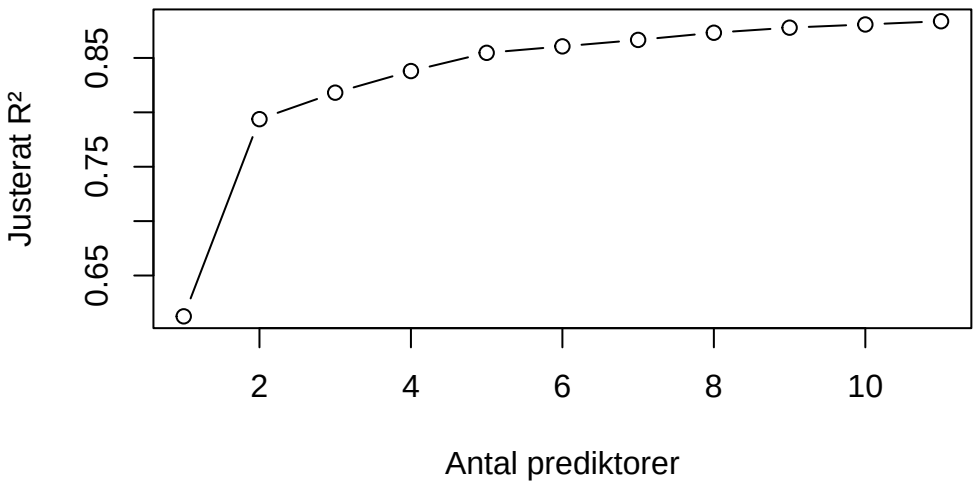
Vid kontroll av multikollinearitet med vif() visade samtliga prediktorer låga värden:

year_model 2.19 miles 2.06 hpower 1.42

Detta indikerar att modellen inte led av multikollinearitet.

4.1.1.4 Resultat Modell 3 (Subset Selection)

Best Subset Selection testades på samtliga 11 prediktorer för att identifiera den bästa modellen med få prediktorer. Den modell som gav högst justerat R^2 innehöll följande fyra variabler: year_model, miles, hpower och modelEX90.



Figur 4.1: Justerat R^2 för olika antal prediktorer. Brytpunkten där modellen slutar ge tydlig förbättring bedöms vara vid fyra prediktorer. Den fjärde variabeln var dock en specifik bilmodell (EX90), vilket ansågs vara för snävt för en generell modell och valdes därför bort.

```
  (Intercept)         miles    year_model         hpower     modelEX90
-1.035002e+07 -6.883402e+00  5.217700e+03  8.638281e+02  5.694539e+05
```

Eftersom modelEX90 endast representerar en enskild bilmodell, och målet var att ta fram en generell modell, valdes den bort. I stället prövades en ny modell där fuel (t.ex. El, Hybrid) användes som fjärde prediktor då tidigare EDA visat skillnader i pris mellan bränsletyper.

Resultat för denna justerade modell presenteras i nästa avsnitt.

4.1.1.5 Resultat Modell 3 - 4 prediktorer

Den tredje modellen tränades med prediktorerna fuel, year_model, miles och hpower, där fuel användes för att särskilja mellan förbränningsmotorer och el-/hybridbilar.

- **R^2:** 0.8241
- **Justerat R^2:** 0.8218
- **Residual standard error (RSE):** 73 080
- **F-statistic:** 351.4 (df = 7, 525), p-värde < 2.2e-16

4.1.2 Resultat efter validering

```
    Model RMSE_val Adjusted_R2      BIC
1 Model 1 51360.83   0.9022530 13377.89
2 Model 2 73574.55   0.8180786 13489.38
3 Model 3 73022.48   0.8217714 13499.52
```

4.1.2.1 Jämförelse av modeller

Valideringsresultaten visade följande prestanda för de tre modellerna:

Modell	RMSE (val-data)	Justerat R^2	BIC
Modell 1	51 361	0.902	13 378
Modell 2	73 575	0.818	13 489
Modell 3	73 022	0.822	13 500

Modell 1 hade lägst RMSE, högst justerat R^2 och lägst BIC, vilket indikerade bäst prestanda totalt sett. Däremot innehöll den flest prediktorer, vilket kan göra modellen mer komplex och svårtolkad i praktisk användning.

Eftersom syftet var att bygga en så **enkel modell som möjligt** utan att förlora alltför mycket precision, var även **modell 2 och 3** mycket relevanta alternativ. Dessa modeller presterade på en jämförbar nivå men med endast tre till fyra prediktorer. Det gjorde dem bättre lämpade för prediktion i ett praktiskt sammanhang där tillgången till variabler kan vara begränsade.

4.1.3 Modellens prestanda på testdata

Som slutlig modell valdes modell 3. Den testades slutligen på tesdtatan.

Den uppnådde ett RMSE på cirka **139 500 kr**, vilket gav en uppfattning om hur mycket de faktiska priserna i genomsnitt skiljde sig från modellens predikterade värden.

Detta innebar att modellen kan ge en relativt god prisuppskattning, men att osäkerheten ökar vid högre prisklasser, vilket också observerats i tidigare analyser.

Eftersom några enstaka bilar i träningsdatan kostade över en miljon kronor, undersöktes om sådana fanns i test- eller valideringsdata. Då inga högprisfordon förekom i testdatan, kan RMSE-värdet underskatta osäkerheten vid prediktion av mycket dyra bilar.

4.1.3.1 Testar modellen med en ny observation

Jag ville nu testa modellens förmåga att prediktera priset för en bil. Jag letade upp en riktig bilannons på blocket och matade in alla värden förutom pris.

Bilen hade följande specifikationer: Bränsle: Diesel Årsmodell: 2018 Miltal: 14 610 Hästkrafter: 191 Pris i annonsen: 221 800 kr

```
  Estimate CI_Lower CI_Upper PI_Lower PI_Upper
1 247386.9 238184.5 256589.3   103524 391249.8
```

Priset i annonsen låg utanför konfidensintervallet men inom prediktionsintervallet, vilket var väntat. Det innebar att priset ligger inom det spann som modellen anser möjligt för enskilda observationer, även om det är något lägre än det förväntade medelvärdet. Den breda spridningen i prediktionsintervallet visade att osäkerheten var större vid enskilda observationer, vilket är normalt i regressionsanalys.

4.2 Diskussion

4.2.1 Val av modell och måluppfyllelse

I arbetet tränades tre modeller med olika antal prediktorer, vilka utvärderades på valideringsdatan. Modell 1 innehöll samtliga tillgängliga prediktorer och hade den högsta förklaringsgraden (adjusted R^2 0,90), medan modell 2 och 3 bestod av färre variabler men uppnådde ändå ett justerat R^2 kring 0,82.

Eftersom målet var att utveckla en så enkel modell som möjligt med bibehållen god förklaringsgrad, valdes modell 3 som slutlig modell. Denna hade fyra prediktorer och bedömdes ge tillräcklig precision samtidigt som den var enklare att använda i praktiken.

4.2.2 Modellens begränsningar och valda förenklingar

I modellen har flera faktorer som i verkligheten kan påverka priset valts bort – exempelvis extrautrustning, färg och region. Detta var ett medvetet val i syfte att förenkla modellen och minska brus. Till skillnad från exempelvis bostadsmarknaden, där läge och utseende har stor påverkan, tenderade faktorer som färg eller geografiskt läge inte att vara signifikanta för bilpris i detta dataset. Det kan bero på att bilar är flyttbara och konsumenter är villiga att resa för att köpa rätt bil – därmed påverkade inte platsen priset i samma utsträckning.

4.2.3 Generaliseringsförmåga och hantering av extrema värden

För att förbättra modellens generaliseringsförmåga hade det varit möjligt att:

- Filtrera bort extremt dyra bilar (outliers), vilket skulle ha gjort residualerna mer normalfördelade och minskat osäkerheten vid prediktion.
- Samla in fler observationer av dyrare bilar, vilket hade gett en mer balanserad datamängd och bättre prediktion i de högre prisklasserna.

I detta arbete valdes dock att behålla de extrema värdena. Dels av tidsbrist, men även för att undersöka hur modellen skulle bete sig med sådan data, vilket gav viktiga insikter inför framtida modellering.

4.2.4 Modellens prestanda och praktisk tillämpning

Modellen presterade bra. På valideringsdatan låg RMSE runt 70 000 kr, och på testdatan ungefär 140 000 kr. Den ökade osäkerheten i testdatan kan bero på att det inte fanns några riktigt dyra bilar där, till skillnad från träningsdatan. Det tyder på att modellen funkar bra för vanliga bilar men får svårare med lyxsegmentet – vilket är rimligt.

För att testa modellen i praktiken gjordes en prediktion på en riktig annons från Blocket: en dieselbil från 2018 med 14 610 mil och 191 hk. Modellen förutsåg priset till 247 387 kr, jämfört med annonspriset 221 800 kr – en skillnad på ca 25 000 kr. Det får ändå anses vara en träffsäker uppskattning med tanke på marknadens variationer.

Spridningen i prediktionsintervallet förklaras delvis av att datan inte var helt normalfördelad – det fanns några bilar med väldigt höga priser. Jag hade kunnat transformera datan eller ta bort outliers, men valde att behålla dem för att se hur modellen funkar i praktiken även för lite mer extrema priser. Trots detta ger modellen en tillräckligt bra uppskattning, särskilt för vanligare biltyper.

4.2.5 Sammanfattning

Syftet var att undersöka om en enkel modell med få prediktorer kunde ge en tillräckligt god förklaring av bilpriser – något som uppnåddes. Genom att gå från en komplex till en praktiskt användbar modell med fyra prediktorer, har arbetet visat att det är möjligt att förenkla utan att förlora allt för mycket precision.

5 Undersökning av teoretiska antaganden

5.1 Problem efter modellering av modell 1.

Modellen hade problem med att den inte kunde uppskatta två koefficienter: “Coefficients: (2 not defined because of singularities)”. De koefficienter som inte kunde uppskattas var modelC70 och regionÖrebro.

Vid försök att köra vif() (ett mått på multikollinearitet) uppstod ett felmeddelande: “Error in vif.default(model_1): there are aliased coefficients in the model”. Det bekräftades genom att köra alias() som visade vilka variabler som var linjärt beroende av andra.

Vid inspektion av tränningdatan så framgick att C70 endast innehöll en obeservation vilket gjorde att modellen inte kunde estimera dess effekt. RegionÖrebro däremot hade 32 observationer, men var linjärt beroende av andra prediktorer varpå multikollinearitet uppstod.

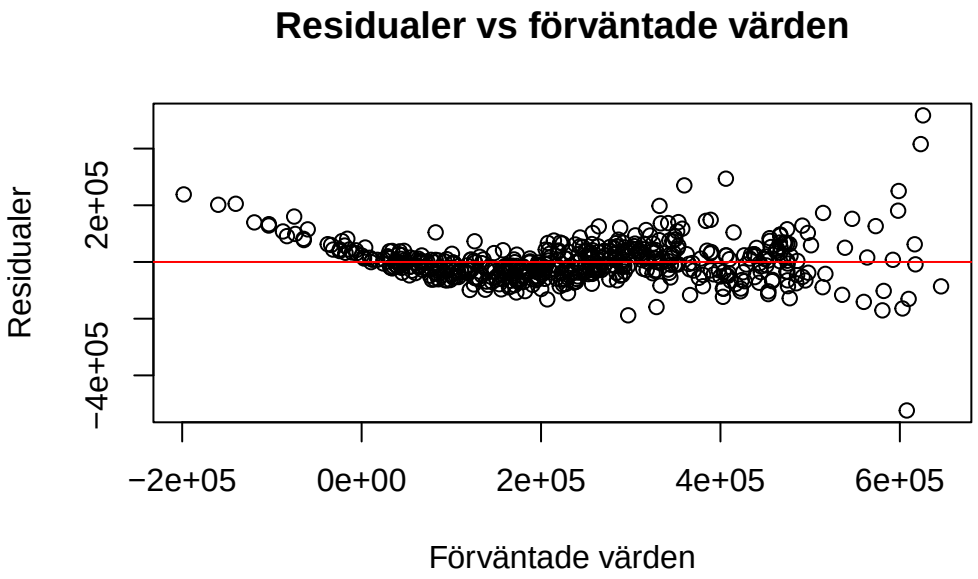
En kontroll visade att C70 endast förekom fyra gånger i datan, vilket inte räckte för att modellen skulle kunna estimera dess effekt. Observationerna togs därför bort.

Den nya modellen tränades om utan felmeddelanden. För att säkerställa att multikollinearitet inte längre var ett problem användes vif(). De justerade VIF-värdena låg samtliga under det kritiska värdet 5, vilket tydde på att multikollinearitet inte var ett problem i den aktuella modellen. Det högsta värdet var 3.73 (year_model) följt av 3.45 (type).

5.2 Undersökning av teoretiska antaganden - Modell 3

För att säkerställa att den linjära regressionsmodellen (modell 3, som valts som slutlig modell) var tillförlitlig, behövde vissa teoretiska antaganden vara uppfyllda. Nedan följer en genomgång av dessa antaganden och hur de uppfyllts i modellen.

5.2.1 Undersökning av linjärt samband mellan X och Y

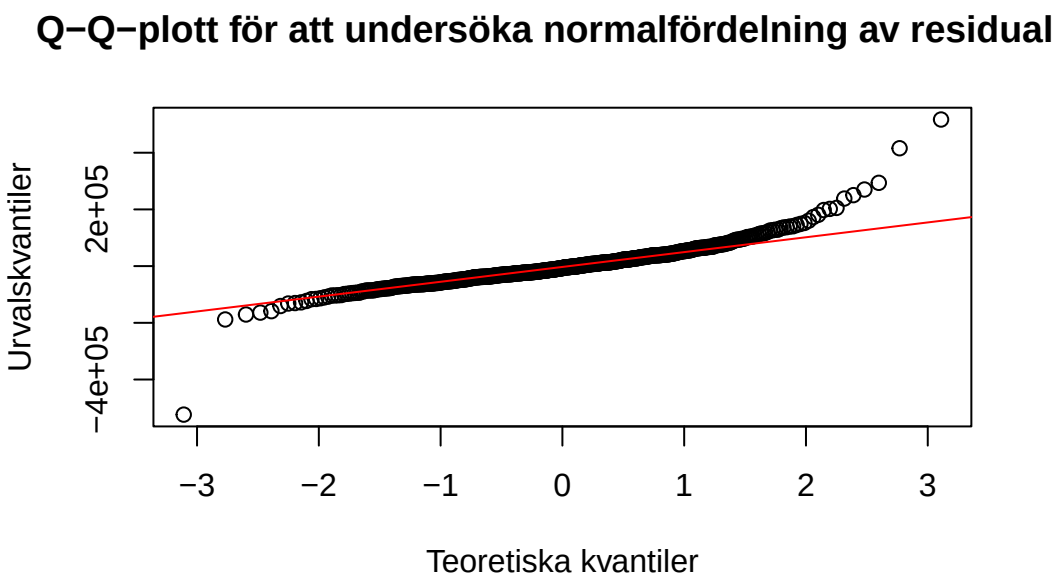


Figur 5.1: Residualplot som visar ett svagt icke-linjärt mönster men relativt konstant varians längs x-axeln.

I grafen så ser vi att det finns ett svagt böjt mönster. Det kan tyda på ett avsteg från linjärt samband mellan X och Y. Mönstret är dock inte tillräckligt tydligt för att vi skall förkasta antagandet, men är värt att notera.

Samtidigt verkar variansen vara relativt konstant längs x-axeln. Talar för att antagandet om homogen varians (ingen heteroskedasticitet).

5.2.2 Normalfördelade residualer



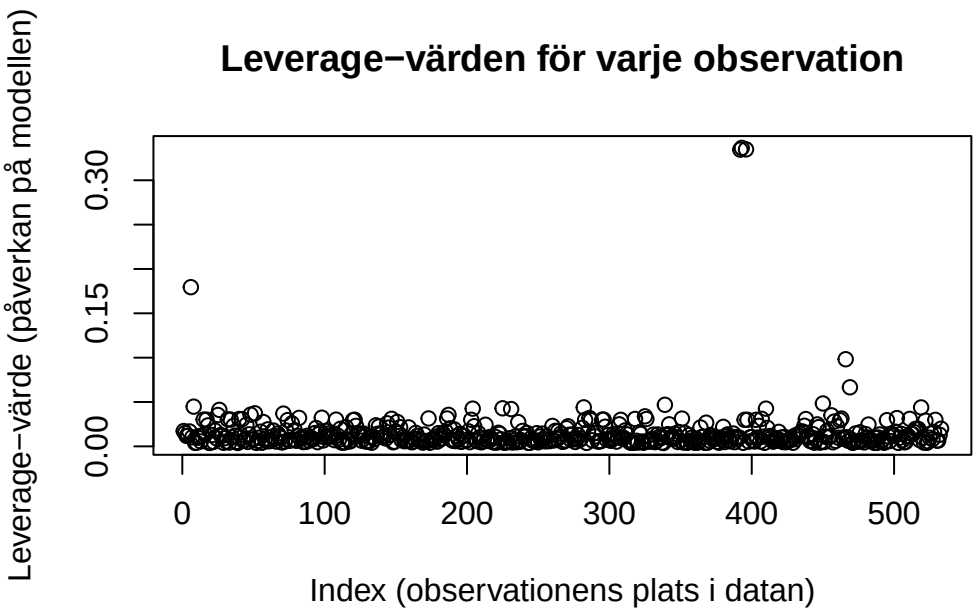
Figur 5.2: Observationerna följer normalfördelningen väl kring medelvärdet, men det finns avvikelser i svansarna.

Observationerna följer normalfördelningen väl kring medelvärdet, men det finns avvikelser i svansarna – särskilt bland höga värden. Detta indikerar att man bör vara försiktig vid prediktion av ovanligt höga bilpriser.

5.2.3 Korrelerade residualer (tidsberoende)

Eftersom datan inte är tidsserier och varje bil är en fristående observation fanns inget behov av att undersöka tidsberoende residualer.

5.2.4 Outliers och leverage



Figur 5.3: Leverage-värden för varje observation i modellen.

```
[1] 0.3365043
```

```
     price  seller   fuel    gear miles year_model type         wheels hpower
393 389900 Företag Hybrid Automat 12209       2022  SUV Fyrhjulsdriven    350
    engine brand model
393   1969 Volvo  XC60
```

Leverage-analysen visade att en observation (en hybrid-SUV från 2022 med 350 hk) hade ovanligt stort inflytande på modellen. Då observationen representerar verkliga och möjliga framtida biltyper valdes den ändå att behållas i datan.

5.2.5 Multikollinearitet

```
               GVIF Df GVIF^(1/(2*Df))
fuel       2.991407  4        1.146791
year_model 2.579609  1        1.606116
miles      2.251292  1        1.500431
hpower     2.823176  1        1.680231
```

Alla prediktorer hade VIF-värden under 3, vilket innebar att det inte fanns någon allvarlig multikollinearitet i modellen.

6 Slutsatser

Redan efter första modellträningen uppnåddes ett av målen i arbetet – att nå en förklaringsgrad R^2 på minst 0,80. Den första modellen gav ett R^2 på över 0,91, vilket visade att en linjär regressionsmodell har potential att prediktera bilpriser med hög precision.

Nästa fråga var om man kunde nå en liknande förklaringsgrad med färre prediktorer. Jag undersökte aldrig specifikt om två prediktorer räckte för att nå $R^2 > 0{,}80$, men jag testade två enklare modeller: en med tre prediktorer och en med fyra. Båda nådde målet. Resultatet visade att en modell med endast year_model, miles, hpower – och i det ena fallet även fuel – kunde prediktera priset på en bil med relativt hög noggrannhet.

Även om modell 1 presterade bäst rent statistiskt, visade både modell 2 och 3 att det går att nå en förklaringsgrad över 80 % utan att använda alla variabler. Därmed uppnåddes studiens syfte: att ta fram en enkel men träffsäker modell för att prediktera bilpriser.

7 Teoretiska frågor

Här kan du besvara de frågor som tillhör den teoretiska delen av uppgiften.

1. En QQ-plot är en graf som visar hur kvantilerna i en datamängd (Y) förhåller sig till kvantilerna från en teoretisk fördelning (X), oftast en normalfördelning. Om punkterna i grafen följer en ungefärlig rak linje, tyder det på att datan är normalfördelad.
2. När vi använder en modell för att prediktera så är syftet att få ett resultat, exempelvis hur mycket ett hus kan vara värt, vi är då intresserade av att få ett värde. När vi talar om inferens så innebär det att vi också vill förstå vad det är som påverkar huspriset, och således inte bara prediktionen.
3. Skillnaden mellan konfidensintervall och prediktionsintervall är att prediktionsintervallet är mer osäkert därför att det också inkluderar feltermen (slumpmässigheten) epsilon vid en ny observation. Det vill säga osäkerheten i själva obeservationen. Därför är prediktionsintervallet bredare än konfidensintervallet, som endast uppskattar hur säkra vi är på det förväntade medelvärdet Y.
4. Beta 0 är interceptet och visar vad Y skulle vara om alla andra variabler är noll. Varje annan beta-parameter (1 … p) visar lutningen för sin respektive variabel. Alltså hur mycket Y påverkas när just den variabeln ändras, medan övriga är konstanta. Alla beta tillsammans med feltermen epsilon ger det estimerade värdet på Y.
5. Man kan använda BIC för att jämföra modeller, men det baseras helt på träningsdatan. Det betyder att vi inte får någon riktig uppfattning om hur väl modellen fungerar på ny data.

Syftet med att dela upp i träning, validering och test är just att testa hur modellen generaliserar. Detta är inte något som BIC gör. BIC är ett hjälpmedel för att välja mellan olika modeller, men det ersätter inte behovet av att utvärdera modellen på ny data.

6. 1. Börjar med en modell utan några prediktorer alls. Den estimerar medelvärdet för alla observationer.
   2. För varje antal prediktorer, från 1 till det totala antalet, testas alla möjliga kombinationer av just det antalet prediktorer. Av dessa väljs den modell som har bäst resultat. Lägst RSS eller högst R^2.
   3. Slutligen jämförs de bästa modellerna från varje nivå och man väljer den av dem baserat på ett utvärderingsmått som BIC, AIC eller justerat R^2. Alternativt genom valideringsdata eller cross-validation.

7. Hur bra vi än tränar en modell så kommer den aldrig att vara helt korrekt. Den förenklar verkligheten och kommer alltid att ha vissa fel. Men om modellen ändå är tillräckligt bra på att prediktera eller förklara det vi är intresserade av, kan den fortfarande vara väldigt användbar.

8 Självutvärdering

1. Vad tycker du har varit roligast i kunskapskontrollen? Låter kanske diplomatiskt, men jag skulle säga helheten, att det varit flera olika moment som jag fått utföra och bygga samman. Att hämta data via API, samla in data från Blocket och hanterat svårigheterna i det. Att jag verkligen, som jag önskat mer av, få djupdyka i EDAn för att titta på datan och hantera saknade värden m.m. Jag tycker också det varit givande att få tillämpa mer av den statistiska delen i arbetet för att få en djupare förståelse för det och att det faktiskt är häftigt, att man vid prediktion eller liknanande också statistiskt genom konfidens- och prediktionsintervall kan säga hur "säker" man är på det värdet. Det tycker jag är väldigt intressant.
2. Hur har du hanterat utmaningar? Vilka lärdomar tar du med dig till framtida kurser? När jag stött på utmaningar så har jag försökt se objektivt på det, alternativt så har jag varit intresserad av att undersöka en väg och därför valt att pröva den. Det har inte alltid varit tydligt vilken väg man skall gå eller hur ett problem skall lösas. Har jag inte direkt kunnat lösa det så har jag lämnat datorn ett tag och kommit tillbaka och då fått nya infallsvinklar vilket hjälpt mig lösa problemen.

Vidare har jag också när jag hamnat vid ett vägskäl valt att gå den väg jag vill och tänkt att jag bara argumenterar för min sak och därmed kommit vidare. Att välja sin väg och argumentara för det tror jag har varit den mest givande erfarenheten. Allt är långt ifrån perfekt och problem uppstår och man får omvärdera.

3. Vilket betyg anser du att du ska ha och varför? Jag anser mig uppnå de kriterier som krävs för VG då jag bland annat tillämpat insamling av data via API och insamling av data bia Blocket. Vidare har jag också pröva olika modeller, tittat på olika teoretiska antaganden, multikollinearitet, linjärt samband mellan X och Y, normalfördelade residualer osv. Jag har också metodiskt och mer djupgående granskat och hanterat datan och de problem som varit. Tycker att jag gjort ett ganska gediget arbete.
4. Något du vill lyfta till Antonio? Kursen har varit bra och rolig. Gillar som nämnnts ovan att vi fått nyttjat flera olika moment och bygga en helhet och att statistiken involverats. Varit väldigt lärorikt att undersöka de olika teroretiska antagandena. Du har också som vanligt varit väldigt hjälpsam och duktig på att förklara svåra begrepp och visa oss hur det fungerar och hänger ihop. Uppskattat!

9 Appendix A

All kod med mera som använts i detta arbete går att finna på följande länk: https://github.com/lantzpeter/06_R

9.1 API

Kod för API finns på följande länk https://github.com/lantzpeter/06_R/tree/main/api

10 Referenser

Blocket AB. (2024). Blocket – Sveriges största marknadsplats. Hämtad från https://www.blocket.se

Fox, J., & Weisberg, S. (2023). Companion to Applied Regression (R package version 3.1-2). https://CRAN.R-project.org/package=car

Fellows, I. (2020). Metrics: Evaluation Metrics for Machine Learning (R package version 0.1.4). https://CRAN.R-project.org/package=Metrics

Hester, J., & Wickham, H. (2023). glue: Interpreted String Literals (R package version 1.6.2). https://CRAN.R-project.org/package=glue

James, G., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2023). An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R (2nd ed.). Springer. https://www.statlearning.com/

Lahti, L., & Nieminen, M. (2024). Accessing PX-Web Statistics from R with the pxweb Package. Hämtad från https://ropengov.github.io/pxweb/articles/pxweb.html

Lumley, T. (2022). Regression Subset Selection (R package version 3.1). https://CRAN.R-project.org/package=leaps

OpenAI. (2024). ChatGPT (Version 4.0). https://chat.openai.com

Posit. (2024). Quarto – Scientific and Technical Publishing System. https://quarto.org/

Prgomet, A. (2024). DS24 R-kursmaterial. Hämtad från https://github.com/AntonioPrgomet/ds24_r

Prgomet, A. (2024). R: Validera och jämföra modeller med valideringsdata [YouTube-video]. Hämtad från https://www.youtube.com/watch?v=NcxMuCG6FS8

Prgomet, A. (2024). Simple Linear Regression – Föreläsningsanteckningar [PDF]. Hämtad från https://github.com/AntonioPrgomet/linear_regression/blob/main/f%C3%B6rel%C3%A4sningsanteckningar.pdf

Statistiska centralbyrån. (2024). Statistikdatabasen. Hämtad från https://www.scb.se

Wickham, H. (2016). ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis. Springer-Verlag New York. https://ggplot2.tidyverse.org

Wickham, H., & Cetinkaya-Rundel, M. (2023). R for Data Science (2nd ed.). O'Reilly Media. https://r4ds.hadley.nz

Wickham, H., et al. (2023). The tidyverse: Easily Install and Load the 'Tidyverse' (R package version 2.0.0). https://www.tidyverse.org