梯度下降法的三种形式BGD、SGD以及MBGD

Poll 机器学习算法那些事 2018-11-06

阅读目录

在应用机器学习算法时，我们通常采用梯度下降法来对采用的算法进行训练。其实，常用的梯度下降法还具体包含有三种不同的形式，它们也各自有着不同的优缺点。

下面我们以线性回归算法来对三种梯度下降法进行比较。

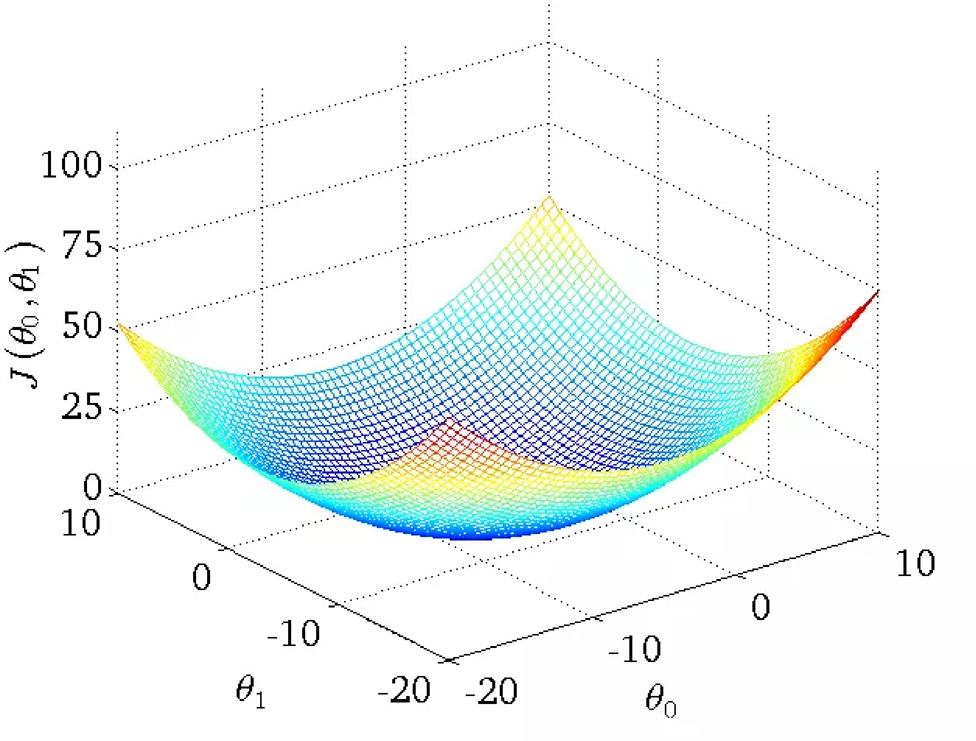
一般线性回归函数的假设函数为：

$$h_\theta = \sum_{j=0}^{n} \theta_j x_j$$

对应的能量函数（损失函数）形式为：

$$J_{train}(\theta) = 1/(2m) \sum_{i=1}^{m} (h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

下图为一个二维参数（θ_0和θ_1）组对应能量函数的可视化图：



批量梯度下降法BGD

批量梯度下降法（Batch Gradient Descent，简称BGD）是梯度下降法最原始的形式，它的具体思路是在更新每一参数时都使用所有的样本来进行更新，

其数学形式如下：

（1）对上述的能量函数求偏导：

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta_j} = -\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(y^i - h_\theta(x^i))x_j^i$$

（2）由于是最小化风险函数，所以按照每个参数θ的梯度负方向来更新每个θ：

$$\theta_j' = \theta_j + \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(y^i - h_\theta(x^i))x_j^i$$

具体的伪代码形式为：

repeat {

$$\theta_j' = \theta_j + \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(y^i - h_\theta(x^i))x_j^i$$

(for every j=0, ... , n)

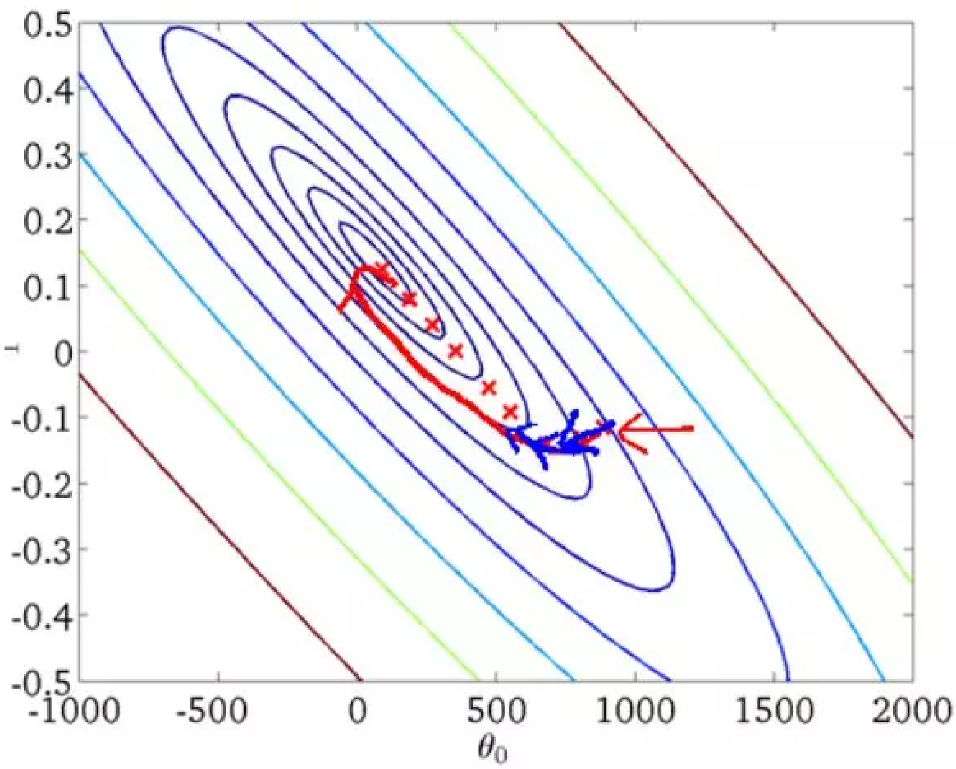
}

从上面公式可以注意到，它得到的是一个全局最优解，**但是每迭代一步，都要用到训练集所有的数据**，如果样本数目m很大，那么可想而知这种方法的迭代速度！所以，这就引入了另外一种方法，随机梯度下降。

优点：全局最优解；易于并行实现；

缺点：当样本数目很多时，训练过程会很慢。

从迭代的次数上来看，BGD迭代的次数相对较少。其迭代的收敛曲线示意图可以表示如下：



随机梯度下降法SGD

由于批量梯度下降法在更新每一个参数时，都需要所有的训练样本，所以训练过程会随着样本数量的加大而变得异常的缓慢。随机梯度下降法（Stochastic Gradient Descent，简称SGD）正是为了解决批量梯度下降法这一弊端而提出的。

将上面的能量函数写为如下形式：

$$J(\theta)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{2}(y^i-h_\theta(x^i))^2=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\cos t(\theta,(x^i,y^i))$$

$$\cos t(\theta,(x^i,y^i))=\frac{1}{2}(y^i-h_\theta(x^i))^2$$

利用每个样本的损失函数对θ求偏导得到对应的梯度，来更新θ:

$$\theta_j^{'}=\theta_j+(y^i-h_\theta(x^i))x_j^i$$

具体的伪代码形式为：

1. Randomly shuffle dataset;
2. **repeat**{

    for i=1, ... , m{

    $$\theta_j^{'}=\theta_j+(y^i-h_\theta(x^i))x_j^i$$

    (for j=0, ... , n)

    }

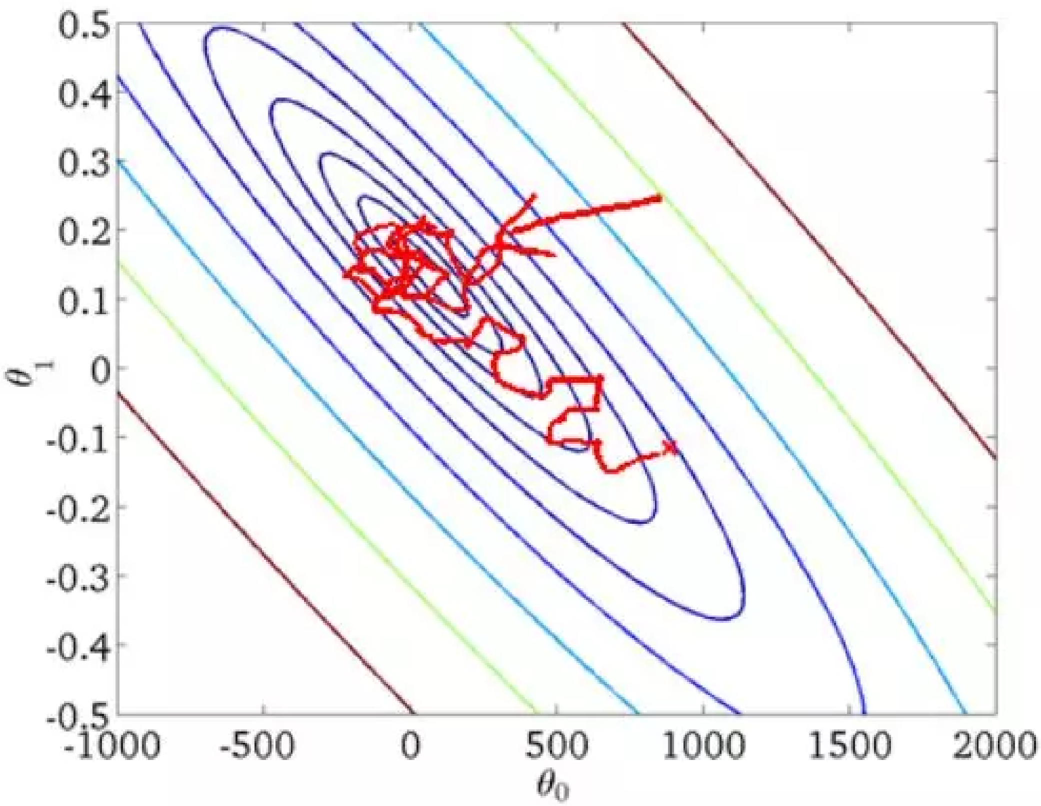
}

随机梯度下降是通过每个样本来迭代更新一次，如果样本量很大的情况（例如几十万），那么可能只用其中几万条或者几千条的样本，就已经将θ迭代到最优解了，对比上面的批量梯度下降，迭代一次需要用到十几万训练样本，一次迭代不可能最优，如果迭代10次的话就需要遍历训练样本10次。但是，**SGD伴随的一个问题是噪音较BGD要多，使得SGD并不是每次迭代都向着整体最优化方向。**

优点：训练速度快；

缺点：准确度下降，并不是全局最优；不易于并行实现。

从迭代的次数上来看，SGD迭代的次数较多，在解空间的搜索过程看起来很盲目。其迭代的收敛曲线示意图可以表示如下：



小批量梯度下降法MBGD

有上述的两种梯度下降法可以看出，其各自均有优缺点，那么能不能在两种方法的性能之间取得一个折衷呢？即，**算法的训练过程比较快，而且也要保证最终参数训练的准确率，而这正是小批量梯度下降法（Mini-batch Gradient Descent，简称MBGD）的初衷。**

MBGD在每次更新参数时使用b个样本（b一般为10），其具体的伪代码形式为：

Say b=10, m=1000.

Repeat {

for i=1, 11, 21, 31, ... , 991 {

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{10} \sum_{k=i}^{i+9} (h_\theta(x^{(k)}) - y^{(k)}) x_j^{(k)}$$

(for every j=0, ... , n)

}

}

总结

```
Batch gradient descent: Use all examples in each iteration;

Stochastic gradient descent: Use 1 example in each iteration;

Mini-batch gradient descent: Use b examples in each iteration.
```

链接：
https://www.cnblogs.com/maybe2030/p/5089753.html

-END-