



2021 年 2 月汇报

山东大学数学与交叉科学研究中心

兰宇恒

目录

1	课题总结-分析类问题（几何函数论）	2
1.1	问题	2
1.2	相关论文总结	2
1.3	参考文献目录	4

1 课题总结-分析类问题（几何函数论）

1.1 问题

问题 (GOOD) 给定度量空间 X, Y , 以及 X 中的区域 Ω 。考察映射 $f: \Omega \rightarrow Y$ 。需要给定 Ω 什么样的几何假设, 以及 f 什么样的解析假设, 我们能够定义映射 f 在 Ω 的边界点 $\omega \in \partial\Omega$ 沿 (特殊) 曲线的极限? 更具体而言, 考察 Ω 中的曲线 γ 连接某固定点 x_0 到 ω , $\gamma: [0, 1) \rightarrow \Omega$ 满足 $\gamma(0) = x_0 \in \Omega$, $\lim_{t \rightarrow 1} \gamma(t) = \omega \in \partial\Omega$ 。极限

$$\lim_{t \rightarrow 1} f(\gamma(t))$$

是否存在? 进一步, 如果我们沿着两条不同的曲线连接 x_0 到 ω , 那么上述极限是否唯一?

1.2 相关论文总结

1 Mappings of finite distortion: boundary extensions in uniform domains

文章中已解决问题

- 曲线的迹的定义
- 逆双曲线的定义以及拟双曲度量的定义
- 可求长曲线的定义
- 拟双曲测地线的定义
- Whitney-type 分解的定义及其性质
- 直线上的绝对连续定义及其性质
- 弧长长度的定义
- 上下半连续的定义
- hausdorff 测度的定义及性质
- 两倍估计函数
- $E_f \subset A_\infty$ 的逻辑
- $H^h(A_\infty) > 0$ 则 $H^h(A_k) > 0$ 的逻辑
- 拟双曲测地线在 c -一致区域中是 c -一致曲线
- c -一致区域可变为 c_1 -john 域

文章中未解决问题

可在参考文献中查找到的问题

- R^n 中适当子域内任意两点测地线存在
- borel 测度的定义
- 令 k 趋于无穷则 $\mu(A_k)$ 趋于零

暂定下次同学讨论来解决的问题

- 径向极限的定义
- 有限扰动与拟正则的定义
- 指数积分分布的定义
- 如何理解 c -一致区域
- 拟双曲线度量如何与 whitney 分解中覆盖方块数量挂钩

暂定通过老师答疑来解决的问题

- 不满足 c -john 曲线的反例的原因
- 下半连续加上 Arzela-Ascoli 定理推出边界上每一点可达
- 非切线行为的定义
- $P_c(\xi)$ 是否与 γ 有关
- borel 测度的定义
- 依据 hausdorff 维度极限在边界大部分区域内成立
- Frostman's 引理
- 不等式推导以及放缩过程逻辑
- Remark3.6 所述是什么
- Remark3.7 理解是否正确
- 引理 3.2 的逻辑关系

1.3 参考文献目录

- 1 Tuomo Äkkinen, Chang-Yu Guo. Mappings of finite distortion: boundary extensions in uniform domains[J]. Annali di Matematica Pura ed Applicata (1923 -), 2017, 196(1).