反常积分

July 7, 2016

1 积分限为无穷的反常积分

假定函数 $f(x)$ 定义在区间 $[a,+\infty]$ 上，且在这区间的任一有限部分 $[a,A]$ 上都是可积的；因而函数 $f(x)$ 对于所有 $x \geq a$ 都有定义且积分

$$\int_a^A f(x)\mathrm{d}x \tag{1}$$

对于任意一个 $A > a$ 都有意义。

若这积分当 $A \to +\infty$ 时具有一个确定的有限极限，则称这极限为函数 $f(x)$ 在由 a 到 $+\infty$ 的区间上的积分，

$$\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = \lim_{A\to+\infty}\int_a^A f(x)\mathrm{d}x \tag{2}$$

在这种情形下，说积分 (1)存在或收敛，而函数 $f(x)$ 则说是在无穷区间 $[a,+\infty]$ 上为可积的；

2 积分收敛性

若