

燃烧的流体动力学

September 27, 2017

1 缓慢燃烧

2 爆轰

缓慢燃烧在气体中的传播归因于加热，这种加热是由燃烧气体向尚未燃烧的气体直接传热造成的。当激波通过时，激波使气体加热，激波后面的气体温度高于其前面的温度。若激波足够强，它所造成的温升就能够引起燃烧。激波在其运动中就会“点燃”气体，燃烧将以激波的速度传播，或者说，它比通常的燃烧传播速度要快得多。这种燃烧传播机制称为**爆轰**。

当激波通过气体中的某一点时，该点就开始发生反应，并一直延续到那一点的气体全部燃烧完毕为止。反应延续了一个时间 τ ，表征反应的动力学特性。在激波后面将跟随一个与它一起运动的燃烧层，该层的宽度等于激波传播的速度乘以时间 τ 。这一宽度与流场中出现的任何物体尺度无关。当所涉及的问题的特征尺度足够大时，可以把激波以及跟随它的燃烧带，看成将已燃气体与未燃气体分隔开的单个间断面，这个间断面称为**爆**

轰波。

$$w_1 - w_2 + \frac{1}{2}(V_1 + V_2)(p_2 - p_1) = 0 \quad (1)$$

1 指未燃气体, 2 指燃烧生成物。由该方程得到 p_2 作为 V_2 的函数的曲线称为**爆轰绝热线**。该曲线不通过给定的初始点 (p_1, V_1) , 这与激波绝热线不同。激波绝热线通过初始点是由于 w_1 和 w_2 分别是 (p_1, V_1) 与 (p_2, V_2) 的同一函数。而现在两种气体的化学性质不同。爆轰绝热线总是处于激波绝热线的上方, 因为燃烧时会出现高温, 气体压力要大于同样比容下未燃气体的压力。

质量通量密度,

$$j^2 = \frac{(p_2 - p_1)}{(V_1 - V_2)}, \quad (2)$$

j^2 是从点 (p_1, V_1) 到爆轰绝热线上任一点 (p_2, V_2) 的弦线的斜率。 j^2 不能小于切线 aO 的斜率。通量 j 恰好是单位面积的爆轰波表面在单位时间内所点燃的气体质量。在爆轰中, 这个量不能小于某个极限值 j_{\min} (取决于未燃气体的初始状态)。

公式不仅对燃烧生成物的最终状态成立, 且对所有中间态也成立。而在这些中间状态下, 只有一部分反应能量已被释放出来。在任何状态下, 气体的压力 p 和比容 V 服从线性关系:

$$p = p_1 + j^2(V_1 - V_2), \quad (3)$$

穿过有限宽度的实际爆轰波层时气体状态的变化。爆轰波的前沿是未燃气体 1 中一个真正的激波。在激波中, 气体被压缩和加热到气体 1 的激波绝热线上点 d 所代表的状态。在压缩气体中开始发生化学反应, 当反应进行时, 气体状态由一个沿弦 da 向下移动的点表示, 这时释放出热量, 并使气体膨胀, 压力下降。这一过程一直延续到燃烧完毕为止, 且反应热被全部释出为止。对应的点是 c , 它落在爆轰绝热线上, 表示燃烧生成物的终态。

爆轰不是由整个爆轰绝热线表示，而是仅由位于 O 点以上的那一部分表示。在 O 点上，从初始点 a 引出的直线 aO 与爆轰绝热线相切。

$$v_2 \leq c_2 , \quad (4)$$

爆轰波相对于紧接其后方的气体，以等于或小于声速的速度运动。当爆轰对应于点 O (儒盖特点) 时，等式 $v_2 = c_2$ 成立。

爆轰波相对于气体 1 的速度总是超声速的 (即使对于点 O):

$$v_1 > c_1 , \quad (5)$$

若爆轰是由外源所产生而后入射到气体中来的激波所引起，爆轰绝热线上部的任何一点都可能对应于爆轰。由燃烧过程自身产生的爆轰，必定对应于儒盖特点。爆轰波相对于紧接波后的燃烧生成物的速度，恰好等于声速，而相对于未燃气体的速度 $v_1 = jV_1$ ，则具有最小可能值。

$$w = w_0 + c_p T = w_0 + \frac{\gamma p T}{\gamma - 1} .$$

$$\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} p_2 V_2 - \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} p_1 V_1 - V_1 p_2 + V_2 p_1 = 2q , \quad (6)$$

$q = w_{01} - w_{02}$ 表示温度降到绝对零度时的反应热。该方程给出的曲线 $p_2(V_2)$ 是一支直角双曲线。当 $p_2/p_1 \rightarrow \infty$ 时，密度比趋于有限大的极限：

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} ,$$

这是爆轰波中所能达到的最大压缩。

强爆轰波下，即反应中所释放的热远大于原气体的内能， $q \gg c_{v1}T$ ，可以略去

$$p_2 \left(\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} V_2 - V_1 \right) = 2q. \quad (7)$$

儒盖特点对应的爆轰， $j^2 = c_2^2/V_2^2 = \gamma_2 p_2/V_2$ ， p_2 和 V_2 表示为

$$p_2 = \frac{p_1 + j^2 V_1}{\gamma_2 + 1}, \quad (8)$$

$$V_2 = \frac{\gamma_2(p_1 + j^2 V_1)}{j^2(\gamma_2 + 1)} \quad (9)$$

$$v_1^4 - 2v_1^2[(\gamma_2^2 - 1)q + ((\gamma_2^2 - \gamma_1)c_{v1}T_1] + \gamma_2^2(\gamma_1 - 1)^2 c_{v1}^2 T_1^2 = 0,$$

温度为

$$T = \frac{pV}{c_p - c_v} = \frac{pV}{c_v(\gamma - 1)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_2 - 1)[(\gamma_2 + 1)q + (\gamma_1 + \gamma_2)c_{v1}T_1]} + \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_2 + 1)[(\gamma_2 - 1)q + (\gamma_2 - \gamma_1)c_{v1}T_1]} \quad (10)$$

该公式可由原混合气体的温度 T_1 确定爆轰的传播速度。

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1^2 + (\gamma_1 - 1)c_{v1}T_1}{(\gamma_2 + 1)(\gamma_1 - 1)c_{v1}T_1}, \quad (11)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\gamma_2[v_1^2 + (\gamma_1 - 1)c_{v1}T_1]}{(\gamma_2 + 1)v_1^2}, \quad (12)$$

可以确定燃烧生成物与温度为 T_1 的未燃气体之间的压力比和密度比。

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_2 - 1)[(\gamma_2 + 1)q + (\gamma_1 + \gamma_2)c_{v1}T_1]} + \frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_2 + 1} \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma_2 + 1)[(\gamma_2 - 1)q + (\gamma_2 - \gamma_1)c_{v1}T_1]} \quad (13)$$

燃烧生成物相对于未燃气体的速度， $v_1 - v_2$ ，等于

$$v_1 - v_2 = \sqrt{2[(\gamma_2 - 1)q + (\gamma_2 - \gamma_1)c_{v1}T_1]/(\gamma_2 + 1)} \quad (14)$$

燃烧生成物的温度由

$$c_{v2}T_2 = v_2^2/\gamma_2(\gamma_2 - 1) , \quad (15)$$

算出 ($v_2 = c_2$)。

在强爆轰波下，

$$v_1 = \sqrt{2(\gamma_2^2 - 1)q} , \quad (16)$$

$$v_1 - v_2 = v_1/(\gamma_2 + 1) . \quad (17)$$

燃烧生成物的热力学状态

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 + 1} , \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{2\gamma_2 q}{c_{v2}(\gamma_2 + 1)} , \quad (19)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2(\gamma_2 - 1)q}{(\gamma_1 - 1)c_{v1}T_1} = \frac{\gamma_1 v_1^2}{(\gamma_2 + 1)c_1^2} , \quad (20)$$

在 $q \gg c_{v1}T_1$ ，爆轰和缓慢燃烧以后的生成物之间的温度的比值为

$$\frac{T_{2\text{爆}}}{T_{2\text{燃}}} = \frac{2\gamma_2^2}{\gamma_2 + 1} . \quad (21)$$

比值恒大于 1 ($\gamma_2 > 1$)。

以上假设燃烧的化学反应自始至终 (即在所有介于原未燃气体与最终燃烧生成物之间的中间阶段) 都是放热的。但是开始放热而最后阶段吸热的反应是可能存在的。

表示爆轰混合物状态变化的任何弦线，必须通过这条中间绝热线，所以，对应于燃烧传播速度最小可能值的 j_{\min} 由切线 aO' 的斜率确定。具有 $j > j_{\min}$ 的爆轰波，对应于爆轰绝热线上位于 b 点上方的诸点，且 $v_2 < c_2$ 。若 $j = j_{\min}$ ，气体状态就沿着直线 ca 从

点 c 变到 O' ，进一步下移到 O ，此点代替通常的儒盖特点而成为自动爆轰所对应的点， $v_2 > c_2$ 。

3 爆轰波的传播

在原先静止的气体中爆轰波的传播。气体在一端 ($x = 0$) 封闭的管道中发生爆轰，边界条件是在爆轰波 (它不影响波前气体的状态) 的前方和管道的封闭端，气体的速度均为 0。因为当气体通过时，气体得到一个非 0 的速度，所有在爆轰波与管道封闭端之间的区域，气体的速度一定要减小。在这种情况下，不存在用以表征沿管道 (x 方向) 流动条件的长度参数。气体速度能在激波 (分隔两个速度均匀的区域) 中或在自相似性的稀疏波中变化。

假设爆轰波不对应于绝热线上的儒盖特点，爆轰波相对于后方气体而传播的速度为 $v_2 < c_2$ 。在此情况下，跟随爆轰波的既不可能是激波，也不可能是弱间断 (稀疏波的前阵面)。因为激波必须相对于前面的气体以超过 c_2 的速度运动，而弱间断则以等于 c_2 的速度运动，二者都会赶上爆轰波。在爆轰波后方运动的气体的速度不可能减小，即 $x = 0$ 处的边界条件不可能得到满足。

只有在对应于儒盖特点的爆轰波上才能得到满足。此时 $v_2 = c_2$ ，跟随在爆轰波后面的是稀疏波。这稀疏波是当爆轰开始时，在 $x = 0$ 形成的，它的前阵面与爆轰波重合。

在管道封闭端点火的气体中沿管道传播的爆轰波，一定对应于儒盖特点。相对于紧随在波后的气体，爆轰波以等于当地声速的速度运动。爆轰波与稀疏波相连接，而在稀疏波中，气体速度 (相对于管道) 单调地下降到 0。速度变为 0 的点为一弱间断。弱间断后方的气体处于静止状态。

4 不同燃烧方式之间的关系

爆轰对应于燃烧过程的爆轰绝热曲线上部的一些点。绝热线方程只是质量、动量和能量守恒定律（燃烧气体的初态和终态）的结果，对于任何可以将燃烧带看成某种间断面的其他燃烧方式来说，表示反应生成物状态的点一定落在同一条曲线上。

5 凝结间断

爆轰波和凝结间断之间，存在着形式上的相似性。凝结间断发生在含有过饱和水蒸气的气流中。间断是蒸汽在一个非常狭窄的区域内非常迅速地突然凝结的结果，该区域可以看成是分隔原来气体与含有凝结蒸汽（雾）的气体的一个间断面（即凝结间断）。凝结间断并不是由于气体经过普通激波的压缩而产生的。普通激波的压缩效应不可能导致凝结，因为激波中压力增大对过饱和度的影响小于温度升高的影响。

与燃烧类似，蒸汽凝结是一种放热过程。以每单位质量气体中蒸汽在凝结时所释放的热量表示反应热 q 。对于未凝结原始气体的给定状态 p_1, V_1 来说，将 p_2 表示为 V_2 的函数的凝结绝热线，与燃烧绝热线有相同的形状。