基本概念

December 2, 2016

1 复数的运算

$$z^n = r^n e^{in\theta} = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \tag{1}$$

De Moivre 公式

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta \tag{2}$$

1.1 复数运算的规律

1. 和的封闭性：设 z_1 和 z_2 是复数，则 $z_1 + z_2$ 也是复数；

2. 加法的交换律和结合律：设 z_1、z_2 及 z_3 都是复数，则

$$\begin{aligned} z_1 + (z_2 + z_3) &= (z_1 + z_2) + z_3 \\ z_1 + z_2 &= z_2 + z_1 \end{aligned} \tag{3}$$

3. $0 = 0 + i0$ 是复数，且对于任意的复数 z，都有 $0 + z = z + 0 = z$，称为关于加法有主元素 0，也称 0 为零元素。

4. 对于任意一个复数 z，有一个复数 $-z$，使得 $z+(-z)=(-z)+z=0$，称为关于加法有逆元素 $-z$。

代数上把满足以上四个性质的数系称为构成一个加法群 (交换群)。

5. 设 z_1 及 z_2 是复数，则 z_1z_2 也是复数，称为乘法的封闭性。

6. 乘法的结合律和交换律：设 z_1、z_2 及 z_3 都是复数，则

$$\begin{aligned} z_1(z_2z_3) &= (z_1z_2)z_3 \\ z_1z_2 &= z_2z_1 \end{aligned} \tag{4}$$

7. 1 是复数，对于任意的复数 z，都有 $1\cdot z=z\cdot 1=z$，称为关于乘法有主元素 1，也称 1 为单位元素。

8. 对于任意一个非零复数 z，都有一个复数 $1/z$，使得

$$z\cdot\frac{1}{z}=\frac{1}{z}\cdot z=1 \tag{5}$$

称为关于乘法有逆元素 $1/z$。

代数上把满足以上四个性质的数系称为构成一个乘法群 (交换群)

9. 分配律：设 z_1、z_2 及 z_3 都是复数，则

$$(z_1+z_2)z_3=z_1z_3+z_2z_3 \tag{6}$$