

卷积

November 5, 2016

对于任意两个信号 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 卷积运算定义为

$$f(t) = f_1(t) * f_2(t) = f_1(t) \otimes f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

1 卷积代数

1.1 交换律

$$f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t) \quad (2)$$

卷积积分中的次序是可以交换的；

1.2 分配律

$$f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t) \quad (3)$$

1.3 结合律

$$[f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t) = f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)] \quad (4)$$

2 卷积定理

2.1 时域卷积定理

若给定两个时间函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 已知 :

$$\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(\omega)$$

$$\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(\omega)$$

则

$$\mathcal{F}[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(\omega)F_2(\omega) \quad (5)$$

2.2 频域卷积定理

若给定两个时间函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$, 已知 :

$$\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(\omega)$$

$$\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(\omega)$$

则

$$\mathcal{F}[f_1(t) \cdot f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega) \quad (6)$$

2.3 拉氏变换卷积定理

若 $\mathcal{L}[f_1(t)] = F_1(s)$, $\mathcal{L}[f_2(t)] = F_2(s)$, 则有

$$\mathcal{L}[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(s)F_2(s) \quad (7)$$

两原函数卷积的拉氏变换等于两函数拉氏变换的乘积。