模拟测试 A

一、 填空题（每题 3 分，共 15 分）

1 设事件A,B相互独立，且$P(A)=P(B)$，$P\left(A\cup B\right)=\dfrac{3}{4}$，则$P(A)=$__________

2 设随机变量$X\sim N(2,\sigma^2)$，$P\{2<X<4\}=0.3$, 则$P\{X<0\}=$__________

3 随机变量$X\sim U(0,1)$，则$Y=e^X$的概率密度$f_Y(y)=$__________

4 随机变量$X\sim U(-1,1)$，$Y\sim\pi(3)$，则 $E(2X-Y+1)=$__________

5 总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体的样本，μ,σ^2均未知，要检验$H_0:\mu=\mu_0$，则采用的统计量是__________

二、 选择题（每题 3 分，共 15 分）

1 若随机变量X在$(1,6)$上服从均匀分布，则方程$x^2+Xx+1=0$有实根的概率为（　　）

（A）0.6　　（B）0.8　　（C）0.7　　（D）0.5

2 对于任意事件A,B，下列说法正确的是（　　）

（A）$AB\neq\varnothing$，则A与B一定独立

（B）$AB\neq\varnothing$，则A与B有可能独立

（C）$AB=\varnothing$，则A与B一定独立

（D）$AB=\varnothing$，则A与B一定不独立

3 对任意随机变量X，若$E(X)$存在，则$E(D(E(X)))$等于（　　）

（A）0　　（B）X　　（C）$(E(X))^3$　　（D）$E(X)$

4 设$X\sim N(1,3^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为X的样本，则下列正确的是（　　）

（A）$\dfrac{\bar{X}-1}{3}\sim N(0,1)$　　（B）$\dfrac{\bar{X}-1}{9}\sim N(0,1)$

（C）$\dfrac{\bar{X}-1}{3/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$　　（D）$\dfrac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}}\sim N(0,1)$

5 已知$X\sim t(n)$，（$n>1$），且$Y=X^2$，则（　　）

（A）$Y\sim\chi^2(n)$　　（B）$Y\sim\chi^2(n-1)$　　（C）$Y\sim F(n,1)$　　（D）$Y\sim F(1,n)$

三、解答题（10 分）

为了防止意外，在矿内安装两个报警系统 a 和 b，每个报警系统单独使用，系统 a 有效工作的概率为 0.92，系统 b 有效工作的概率为 0.93，而在系统 a 失灵的情况下，系统 b 有效工作的概率为 0.85，试求：

（1） 当发生意外时，两个系统至少一个有效工作的概率；

（2） 在系统 b 失灵的情况下，系统 a 有效的概率。

四、计算题，共两题，每题 8 分，共计 16 分

1 设袋中装着分别标有 $-1,2,2,2,3,3$ 数字的六个球，现从袋中任取一球，令 X 表示取得球上所标的数字，求（1） X 的分布律；（2） X 的分布函数 $F(x)$。

2 已知连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} kx+1, & 0\le x\le 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，求（1）系数 k；

（2）分布函数 $F(x)$；（3） $P(1.5<X<2.5)$.

五、计算题，共两题，每题 8 分，共计 16 分

1 已知随机变量 X,Y

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{e}{e-1}e^{-(x+y)}, & 0<x<1, y>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

试判定 X 与 Y 是否独立。

2 已知 X,Y 服从二维正态分布，且 $X\sim N(1,3^2)$，$Y\sim N(0,4^2)$，$\rho_{XY}=-\dfrac{1}{2}$，设

$Z=\dfrac{1}{3}X+\dfrac{1}{2}Y$，求（1） $E(Z),\quad D(Z)$ （2） ρ_{XZ}

六、解答题（8 分）

设 X，Y 是两个相互独立的随机变量，其概率密度函数分别为

$$f_X(x)=\begin{cases} 2, & 0\le x\le 1/2 \\ 0, & 其他 \end{cases} \qquad f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0 \\ 0, & y\le 0 \end{cases}$$

求随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度函数

七、解答题（8 **分**）

设总体X 的分布律为（其中$0<\theta<1$未知）

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$1-\theta^2$

现取样本观察值为：1，2，2，3，求θ的最大似然估计值.

八、解答题（共两题，每题 7 分，共计 14 分）

①小数点后保留 3 位数字

②参考数据：$t_{0.025}(11)=2.201, z_{0.025}=1.96, \quad \chi^2_{0.005}(24)=45.559, \chi^2_{0.995}(24)=9.886$

1 从一批钉子中随机抽取 16 枚，测量其长度（单位：cm）为

2.14	2.10	2.13	2.15	2.13	2.12	2.13	2.10
2.15	2.12	2.14	2.10	2.13	2.11	2.14	2.11

假设钉子长度$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，已知$\sigma^2=0.01^2$，请求出μ置信度为 0.95 的置信区间。

2 某电器厂生产一种保险丝，其融化时间$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，依通常情况，$\sigma^2=400$，今从某天产品中随机抽取容量为 25 的样本，测量其融化时间并计算得$\bar{x}=62.24,\ s^2=404.77$，问这天生产的保险丝融化时间的方差是否有显著差异？（取$\alpha=0.01$）