

模拟测试 C

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

1、设随机变量 X_1, X_2 相互独立，且 $X_1 \sim N(0,6)$ ， $X_2 \sim N(1,3)$ ， $Y = 3X_1 - X_2$ ，则 $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2、 A, B 为两独立随机事件， $P(A \cup B) = 0.6$ ， $P(A) = 0.4$ ，则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ， Y 表示对 X 的三次独立观察中事件

$\left\{ X \leq \frac{1}{2} \right\}$ 出现的次数，则 $P(Y=2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -a \\ \frac{1}{2} + B \arcsin \frac{x}{a}, & -a < x < a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$ ，($a > 0$)，则 $B = \underline{\hspace{2cm}}$.

5、设随机变量 X 的方差是 2，则根据切比雪夫不等式估计 $P(|X - E(X)| > 2) \leq \underline{\hspace{2cm}}$.

6、设随机变量 X 在 $(1,6)$ 上服从均匀分布，则方程 $x^2 + Xx + 1 = 0$ 有实根的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7、设随机变量 $X \sim N(0,1)$ ， $Y \sim \chi^2(m)$ ， X 与 Y 相互独立，则 $\frac{X}{\sqrt{Y/m}} \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

8、对正态总体的数学期望 μ 进行双边假设检验，如果 σ 未知，检验的拒绝域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
(显著水平 α)

9、给定一组样本观测值 x_1, x_2, \dots, x_9 ，且 $\sum_{i=1}^9 x_i = 45$ ， $\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 285$ ，则样本方差 $s^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10、口袋有 5 只球，编号为 1, 2, 3, 4, 5，从中任取 3 只，以 X 表示取出的最大号码，则 X 的分布律为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、(8 分)

某产品主要由三个厂家供货，甲、乙、丙三个厂家的产品分别占总数的 15%，80%，5%，其不合格品率分别为 0.02, 0.01, 0.03。求从这批产品中任取一件，是不合格品的概率是多少？

三、(12 分)

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} Ae^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

求：(1) 常数 A ；(2) X 的分布函数 $F(x)$ ；(3) $P\{-1 < X < 0.5\}$.

四、(10 分)

二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，求：

(1) 常数 k (2) 边缘概率密度 $f_x(x), f_y(y)$ ，并判别 X, Y 的独立性 (3) $E(X)$

五、(10分)

一个箱子有100件产品，其中一、二、三等品分别为80, 10, 10件，现从中随机抽取一件，令 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{抽到} i \text{ 等品} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad i=1,2,3$ ，求：(1) 求 (X_1, X_2) 的联合分布律；(2) ρ_{X_1, X_2}

判别 X_1 与 X_2 是否互不相关。

六、(10分)

设总体 X 的密度函数 $f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad \lambda > 0$ 为待估计参数，求：(1) λ 的最大似然估计量；(2) λ 的矩估计量

七、(6分)

设随机变量 X, Y 相互独立，概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$

求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度。

第八大题要求：注：① 小数点后保留3位有效数字；② 相关数据如下：

$$t_{0.025}(15) = 2.131, \quad t_{0.025}(16) = 2.120 \quad t_{0.05}(15) = 1.753, \quad t_{0.05}(16) = 1.746, \quad t_{0.025}(10) = 2.228, \quad t_{0.025}(9) = 2.262$$

$$t_{0.05}(10) = 1.812, \quad t_{0.05}(9) = 1.833, \quad z_{0.025} = 1.96, \quad z_{0.05} = 1.645$$

八、计算下列各题 (共计14分)

1、(6分) 从一台机床加工的轴中随机抽取16根，测量其椭圆度，由测量值计算得平均值 $\bar{x} = 0.081\text{mm}$ ，标准差 $s = 0.025\text{mm}$ ，若椭圆度服从正态分布，求此机床加工的轴平均椭圆度的0.95置信区间

2、(8分) 某百货商场的日销售额服从正态分布，去年的日均销售额为53.5万元，方差为 6^2 ，今年随机抽查了10个日销售额，分别是(单位：万元)：57.2, 57.8, 58.4, 59.3, 60.7, 71.3, 56.4, 58.9, 47.5, 49.5，根据经验，方差没有变化，求今年的日均销售额与去年相比有无显著变化？(显著水平 $\alpha = 0.05$)