

## 模拟测试 B

### 一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1, 对于任意事件  $A, B$ , 下列说法正确的是 ( )

- (A) 若  $A$  与  $B$  不互斥, 则  $A$  与  $B$  一定独立
- (B) 若  $A$  与  $B$  不互斥, 则  $A$  与  $B$  可能独立
- (C) 若  $A$  与  $B$  互斥, 则  $A$  与  $B$  一定独立
- (D) 若  $A$  与  $B$  互斥, 则  $A$  与  $B$  一定不独立

2, 下列哪个函数可以成为某连续型随机变量  $X$  的概率密度函数 ( )

- |  |  |
|--|--|
| (A) $f(x) = \begin{cases} 0.5 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ | (B) $f(x) = \begin{cases} 2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$   |
| (C) $f(x) = \begin{cases} x & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$   | (D) $f(x) = \begin{cases} x^2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ |

3, 设  $X \sim U(2, 4)$ , 则  $P\{3 < X < 4\} = ( )$

- (A)  $P\{2.25 < X < 3.25\}$
- (B)  $P\{1.5 < X < 2.5\}$
- (C)  $P\{3.5 < X < 4.5\}$
- (D)  $P\{3.5 < X < 5.5\}$

4, 对任意随机变量  $X, Y$ , 若  $D(X+Y)=D(X-Y)$ , 则必有 ( )

- (A)  $X, Y$  相互独立
- (B)  $X, Y$  不独立
- (C)  $X, Y$  不相关
- (D)  $X, Y$  相关

5,  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的样本, 若总体  $X$  方差  $D(X)$  存在,  $\bar{X} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i$  为样本均值, 则

下列各选项是总体  $X$  方差  $D(X)$  的无偏估计是 ( )

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$
- (B)  $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$
- (C)  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$
- (D)  $\sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$

### 二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1, 已知  $P(A)=0.4$ ,  $P(B)=0.2$ ,  $P(A|\bar{B})=P(A|B)$ , 则  $P(A \cup B)=$  \_\_\_\_\_

2, 设  $X \sim N(3, 4)$ , 则  $P\{1 < X < 5\} =$  \_\_\_\_\_ ( $\Phi(x)$  是标准正态分布的分布函数,

$$\Phi(1)=0.8413$$

3, 设  $X \sim N(1, 1)$ ,  $Y \sim N(4, 4)$ ,  $Z = aX + Y$  且  $E(Z)=0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_

4, 二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律如下, 且  $X$  与  $Y$  独立, 则常数  $p =$  \_\_\_\_\_

$X \backslash Y$	-1	3	3
-1	$\frac{1}{15}$	$q$	$\frac{1}{5}$
1	$p$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

5, 设总体  $X \sim N(0, 0.25)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_8$  是来自总体的样本, 要使  $a \sum_{i=1}^8 X_i^2 \sim \chi^2(8)$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

### 三、解答题 (10 分)

设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a, & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} - a, & 1 \leq x < 2 \\ a + b, & x \geq 2 \end{cases}$ ,  $P\{X = 2\} = \frac{1}{2}$ , 求  $a, b$  及  $X$  的分布律

### 四、解答题 (10 分)

设  $(X, Y)$  具有联合概率密度函数  $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2(1-x) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 判断  $X, Y$  的独立性

### 五、解答题 (8 分)

设随机变量  $X, Y$  独立, 且  $Y$  服从区间  $[0, 1]$  上的均匀分布,  $X$  的概率密度为

$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求随机变量  $Z = X + Y$  的概率密度.

### 六、解答题 (共计 16 分)

1, (8 分) 设有来自三个不同城市的考生报名表分别是 10 份、15 份和 25 份, 其中男生的报名表分别是 3 份、7 份和 5 份, 随机地取一个城市的报名表, 从中抽取一份, 求抽到的一份是男生表的概率

2, (8 分) 设随机变量  $X \sim N(1, 9)$ ,  $Y \sim N(0, 16)$ ,  $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ . 令  $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$ , 求  $E(Z)$ 、 $D(Z)$

和  $\rho_{XZ}$

### 七、解答题 (10 分)

设总体  $X$  的概率密度为  $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为从

$X$  中抽取的样本, 求参数  $\theta$  的矩估计量和最大似然估计量.

### 八、解答题 (16 分)

1, 某冶金研究者对铁的熔化点做了 4 次试验, 其结果是 1550, 1540, 1530, 1560 (单位  $^{\circ}\text{C}$ ), 在置信水平  $1-\alpha = 0.95$  下, 求总体均值  $\mu$  的置信区间. (假设熔点服从正态分布,

$$t_{0.025}(3) = 3.1824, \quad t_{0.025}(4) = 2.7764, \quad t_{0.05}(3) = 2.3534, \quad t_{0.05}(4) = 2.1318$$

2, 生产一种元件, 其寿命服从方差  $\sigma_0^2 = 10000$  的正态分布, 如今改进生产该元件的方法, 随机抽取元件 26 个, 测得其寿命样本方差  $s^2 = 12000$ , 问元件寿命波动较以往有无显著变化?

$$(\alpha = 0.05) \quad \chi^2_{0.025}(25) = 40.646, \quad \chi^2_{0.975}(25) = 13.120$$