

模拟测试 B

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1, 对于任意事件 A, B , 下列说法正确的是 ()

- (A) 若 A 与 B 不互斥, 则 A 与 B 一定独立
 (B) 若 A 与 B 不互斥, 则 A 与 B 可能独立
 (C) 若 A 与 B 互斥, 则 A 与 B 一定独立
 (D) 若 A 与 B 互斥, 则 A 与 B 一定不独立

2, 下列哪个函数可以成为某连续型随机变量 X 的概率密度函数 ()

- (A) $f(x) = \begin{cases} 0.5 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ (B) $f(x) = \begin{cases} 2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$
 (C) $f(x) = \begin{cases} x & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ (D) $f(x) = \begin{cases} x^2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

3, 设 $X \sim U(2, 4)$, 则 $P\{3 < X < 4\} = ()$

- (A) $P\{2.25 < X < 3.25\}$ (B) $P\{1.5 < X < 2.5\}$ (C) $P\{3.5 < X < 4.5\}$ (D) $P\{3.5 < X < 5.5\}$

4, 对任意随机变量 X, Y , 若 $D(X+Y) = D(X-Y)$, 则必有 ()

- (A) X, Y 相互独立 (B) X, Y 不独立 (C) X, Y 不相关 (D) X, Y 相关

5, X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本, 若总体 X 方差 $D(X)$ 存在, $\bar{X} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i$ 为样本均值, 则下列各选项是总体 X 方差 $D(X)$ 的无偏估计是 ()

- (A) $\frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$ (B) $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$ (C) $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$ (D) $\sum_{i=1}^3 (X_i - \bar{X})^2$

二、填空题 (每题 3 分, 共 15 分)

1, 已知 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.2$, $P(A|\bar{B}) = P(A|B)$, 则 $P(A \cup B) =$ _____2, 设 $X \sim N(3, 4)$, 则 $P\{1 < X < 5\} =$ _____ ($\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数,

$$\Phi(1) = 0.8413)$$

3, 设 $X \sim N(1, 1)$, $Y \sim N(4, 4)$, $Z = aX + Y$ 且 $E(Z) = 0$, 则 $a =$ _____4, 二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下, 且 X 与 Y 独立, 则常数 $p =$ _____

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	-1	3	3
-1	$\frac{1}{15}$	q	$\frac{1}{5}$
1	p	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

5, 设总体 $X \sim N(0, 0.25)$, X_1, X_2, \dots, X_8 是来自总体的样本, 要使 $a \sum_{i=1}^8 X_i^2 \sim \chi^2(8)$, 则 $a =$ ____

三、解答题 (10 分)

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a, & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} - a, & 1 \leq x < 2 \\ a + b, & x \geq 2 \end{cases}$, $P\{X=2\} = \frac{1}{2}$, 求 a, b 及 X 的分布律

四、解答题 (10 分)

设 (X, Y) 具有联合概率密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2(1-x) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 判断 X, Y 的独立性

五、解答题 (8 分)

设随机变量 X, Y 独立, 且 Y 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, X 的概率密度为

$f_X(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度.

六、解答题 (共计 16 分)

1, (8 分) 设有来自三个不同城市的考生报名表分别是 10 份、15 份和 25 份, 其中男生的报名表分别是 3 份、7 份和 5 份, 随机地取一个城市的报名表, 从中抽取一份, 求抽到的一份是男生表的概率

2, (8 分) 设随机变量 $X \sim N(1, 9)$, $Y \sim N(0, 16)$, $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$. 令 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$, 求 $E(Z)$ 、 $D(Z)$

和 ρ_{XZ}

七、解答题 (10 分)

设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为从

X 中抽取的样本, 求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量.

八、解答题 (16 分)

1, 某冶金研究者对铁的熔点做了 4 次试验, 其结果是 1550, 1540, 1530, 1560 (单位 $^{\circ}\text{C}$), 在置信水平 $1 - \alpha = 0.95$ 下, 求总体均值 μ 的置信区间. (假设熔点服从正态分布,

$t_{0.025}(3) = 3.1824$, $t_{0.025}(4) = 2.7764$, $t_{0.05}(3) = 2.3534$, $t_{0.05}(4) = 2.1318$)

2, 生产一种元件, 其寿命服从方差 $\sigma_0^2 = 10000$ 的正态分布, 如今改进生产该元件的方法, 随机抽取元件 26 个, 测得其寿命样本方差 $s^2 = 12000$, 问元件寿命波动较以往有无显著变化?

($\alpha = 0.05$) $\chi_{0.025}^2(25) = 40.646$, $\chi_{0.975}^2(25) = 13.120$