

模拟测试 C

一、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1、设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(0, 6)$, $X_2 \sim N(1, 3)$, $Y = 3X_1 - X_2$, 则 $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2、 A, B 为两独立随机事件, $P(A \cup B) = 0.6$, $P(A) = 0.4$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, Y 表示对 X 的三次独立观察中事件 $\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数, 则 $P(Y=2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -a \\ \frac{1}{2} + B \arcsin \frac{x}{a}, & -a < x < a \\ 1 & x \geq a \end{cases}$, ($a > 0$), 则 $B = \underline{\hspace{2cm}}$.

5、设随机变量 X 的方差是 2, 则根据切比雪夫不等式估计 $P(|X - E(X)| > 2) \leq \underline{\hspace{2cm}}$.

6、设随机变量 X 在 $(1, 6)$ 上服从均匀分布, 则方程 $x^2 + Xx + 1 = 0$ 有实根的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7、设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim \chi^2(m)$, X 与 Y 相互独立, 则 $\frac{X}{\sqrt{Y/m}} \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

8、对正态总体的数学期望 μ 进行双边假设检验, 如果 σ 未知, 检验的拒绝域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
(显著水平 α)

9、给定一组样本观测值 x_1, x_2, \dots, x_9 , 且 $\sum_{i=1}^9 x_i = 45$, $\sum_{i=1}^9 x_i^2 = 285$, 则样本方差 $s^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10、口袋有 5 只球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 从中任取 3 只, 以 X 表示取出的最大号码, 则 X 的分布律为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、(8 分)

某产品主要由三个厂家供货, 甲、乙、丙三个厂家的产品分别占总数的 15%, 80%, 5%, 其不合格品率分别为 0.02, 0.01, 0.03. 求从这批产品中任取一件, 是不合格品的概率是多少?

三、(12 分)

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} Ae^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$,

求: (1) 常数 A ; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) $P\{-1 < X < 0.5\}$.

四、(10 分)

二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} kx^2y & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 求:

(1) 常数 k (2) 边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并判别 X, Y 的独立性 (3) $E(X)$

五、(10 分)

一个箱子有 100 件产品，其中一、二、三等品分别为 80, 10, 10 件，现从中随机抽取一件，令 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{抽到 } i \text{ 等品} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ， $i=1,2,3$ ，求：(1) 求 (X_1, X_2) 的联合分布律；(2) ρ_{X_1, X_2}

判别 X_1 与 X_2 是否互不相关。

六、(10 分)

设总体 X 的密度函数 $f(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ ， $\lambda > 0$ 为待估计参数，求：(1) λ 的最大似

然估计量；(2) λ 的矩估计量

七、(6 分)

设随机变量 X, Y 相互独立，概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ， $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$ ，

求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度。

第八大题要求：注：① 小数点后保留 3 位有效数字；**②** 相关数据如下：

$$t_{0.025}(15) = 2.131, \quad t_{0.025}(16) = 2.120, \quad t_{0.05}(15) = 1.753, \quad t_{0.05}(16) = 1.746, \quad t_{0.025}(10) = 2.228, \quad t_{0.025}(9) = 2.262$$

$$t_{0.05}(10) = 1.812, \quad t_{0.05}(9) = 1.833, \quad z_{0.025} = 1.96, \quad z_{0.05} = 1.645$$

八、计算下列各题 (共计 14 分)

1、(6 分) 从一台机床加工的轴中随机抽取 16 根，测量其椭圆度，由测量值计算得平均值 $\bar{x} = 0.081\text{mm}$ ，标准差 $s = 0.025\text{mm}$ ，若椭圆度服从正态分布，求此机床加工的轴平均椭圆度的 0.95 置信区间

2、(8 分) 某百货商场的日销售额服从正态分布，去年的日均销售额为 53.5 万元，方差为 6^2 ，今年随机抽查了 10 个日销售额，分别是 (单位：万元)：57.2, 57.8, 58.4, 59.3, 60.7, 71.3, 56.4, 58.9, 47.5, 49.5，根据经验，方差没有变化，求今年的日均销售额与去年相比有无显著变化？(显著水平 $\alpha = 0.05$)