

实验报告

课程名称: 数据结构 实验名称: _____ 实验日期: _____ 年 _____ 月 _____ 日
班 级: _____ 教学班级: 0712303 学 号: 1120231863 姓 名: 左逸龙

7.9. 证明:

构造图灵机 M 如下:

$M =$ "对于输入 $\langle G \rangle$, G 是无向图;

1. 设 G 的顶点分别为 V_1, V_2, \dots, V_n

2. 若 $n < 3$, 则拒绝

3. 对 $i = 1$ 到 $n-2$,

4. 对 $j = i+1$ 到 $n-1$,

5. 对 $k = j+1$ 到 n :

6. 检查 V_i, V_j, V_k 三点是否两两有边相连, 若是, 则接受

7. 拒绝"

若图 G 中有三角形, 则在 $\langle G \rangle$ 上运行 M , M 停机接受, 除此以外, M 停机拒绝. 故 M 是判定机.

又因算法在 $O(n^3)$ 时间内运行, 故 M 是 TRIANGLE 的多项式时间判定机, 因此 TRIANGLE $\in P$

7.12. 证明:

构造图灵机 M 如下:

$M =$ "对于输入 $\langle G, H \rangle$, G, H 都是图:

1. 若 G, H 顶点数不同则拒绝

2. 设 G 的顶点为 x_1, x_2, \dots, x_n , H 的顶点为 y_1, y_2, \dots, y_n

3. 非确定地选择 1 到 n 的排列 P

4. 对 $i = 1$ 到 $n-1$,

5. 对 $j = i+1$ 到 n

6. 若 $(x_i, x_j) \in E(G)$ 与 $(y_{P(i)}, y_{P(j)}) \in E(H)$ 一真一假, 则拒绝

7. 接受"

联系方式: _____

若 G 与 H 同构, 则 M 中一定有分支接受, 此时 M 停机接受, 除此以外, M 所有分支拒绝, M 停机拒绝. 由于 M 所有分支均在 $O(n^2)$ 时间内运行, 故 M 是 ISO 的多项式时间非确定判定机, 于是 ISO $\in NP$

7.49. 证明:

(1) 证明 DOUBLE-SAT $\in NP$:

构造图灵机 M 如下:

$M =$ "对于输入 $\langle \phi \rangle$, ϕ 是布尔公式:

1. 非确定地产生两组不同的赋值 s, t

2. 若在 s 赋值下 $\phi = 1$, 且在 t 赋值下 $\phi = 1$, 则接受, 否则拒绝"

若 ϕ 至少有两个满足赋值, 则在 $\langle \phi \rangle$ 上运行 M , M 停机接受, 至少有一个分支接受, 故 M 停机接受, 除此以外 M 停机拒绝.

又因 M 所有分支均在 $O(1)$ 时间内运行, 故 M 是 DOUBLE-SAT 的多项式时间非确定判定机, 因此 DOUBLE-SAT $\in NP$

(2) 证明 SAT 可多项式时间归约到 DOUBLE-SAT:

对任意布尔公式 ϕ , 构造函数 $f(\phi) = \phi \wedge (a \vee \neg a)$

故 f 可在多项式时间内完成

①: 若 ϕ 存在满足赋值 S , 则在 S 与 $a=0$ 赋值与 S 与 $a=1$ 赋值下, 均满足 $f(\phi) = 1$

②: 若 ϕ 不存在满足赋值 S , 则 S 赋值下 $\phi = 0$

因此 $\phi \in SAT \Leftrightarrow \langle f(\phi) \rangle \in DOUBLE-SAT$

于是 SAT 可多项式时间归约到 DOUBLE-SAT

又因 SAT 是 NP 完全的, DOUBLE-SAT $\in NP$,

故 DOUBLE-SAT 是 NP 完全的

指导教师签字: _____