

Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Ciência da Computação
Curso de Graduação em Ciência da Computação

Trabalho Prático 2 - Algoritmos 1

Lucas Affonso Pires
Matrícula: 2023028420

Belo Horizonte, Dezembro de 2024

1 Introdução

Como proposta do trabalho, foi selecionado a seguinte situação: Ajudar a siderúrgica Metalmax a resolver os problemas relacionados a sua rede elétrica, utilizando-se de seus geradores, conexões e consumidores. Para isso, devemos identificar qual a energia total gasta pela rede, qual a energia não atendida pelos consumidores, qual a energia perdida ao longo da rede e, por fim, quais as conexões que mais demandam energia da rede e operam sobre capacidade máxima.

2 Modelagem

Para solucionar o problema, foram pensadas quais seriam as melhores maneiras de resolver cada parte do problema. Todo o problema tem como base achar o fluxo máximo que percorre o grafo gerado, a partir disso, podemos encontrar o valor de cada parte de maneira simples.

A forma pela qual foi encontrada as melhores soluções possíveis para o problema foram por meio de 2 algoritmos vistos em aula. O algoritmo BFS, que serve como auxiliar para o algoritmo principal, o algoritmo de Ford-Fulkerson, cujo objetivo é encontrar o fluxo máximo do grafo e, portanto, resolver a situação descrita.

3 Solução

- Algoritmo BFS:

A busca em largura é utilizada para explorar o grafo a partir de diferentes níveis, onde visitamos todos os nós no nível atual antes de mover para o próximo nível. O algoritmo começa em um nó inicial e visita todos os nós diretamente conectados a ele, repetindo o processo para os nós descobertos, até que todos os nós alcançáveis sejam visitados. Com isso, podemos descobrir no grafo que temos como entrada, qual será a cidade com melhor localização possível para ser a capital.

Segue o pseudocódigo: $\text{BFS}(G, s)$: Crie uma fila F . Marque todos os nós como não visitados. Marque o nó s como visitado e adicione s à fila. Enquanto a fila não estiver vazia: $u = \text{Remover da fila}$. Para cada vizinho v de u em G : Se v não foi visitado: Marque v como visitado. Adicione v à fila.

No problema em específico, o algoritmo BFS é usado apenas para garantir que o grafo gerado vai ser explorado e então servir como base para o algoritmo Ford-Fulkerson, nesse trabalho em específico, sua função é apenas secundária.

- Algoritmo Ford-Fulkerson:

O algoritmo de Ford-Fulkerson resolve o problema do fluxo máximo em uma rede

de fluxo. Ele trabalha iterativamente aumentando o fluxo total em caminhos de aumento até que nenhum caminho mais possa ser encontrado. A ideia central é usar um gráfico residual para identificar esses caminhos. Para o problema em específico, ao gerar o grafo, temos mais de um gerador e mais de uma saída, sendo assim, foi utilizado um gerador universal e uma saída universal, conectadas ao grafo por meio de arestas com capacidade infinita. Dessa maneira, tendo apenas uma entrada e uma saída, o algoritmo funciona corretamente.

Segue o pseudocódigo: $\text{FordFulkerson}(G, s, t)$: Define o fluxo total como 0, enquanto existir um caminho de aumento no grafo, fluxomin recebe a capacidade mínima ao longo de p , para cada aresta de u para v , verificamos o gráfico residual e adicionamos aos caminhos de ida e volta dos vértices. No fim, obtemos o fluxo total ao adicionarmos esses fluxos calculados.

No problema, o algoritmo de Ford-Fulkerson é a base para solucionar as 4 partes do problema. Ele serviu para encontrar e manusear todo o fluxo que percorre o grafo, e, a partir disso, chegar em soluções para os problemas que foram pedidos.

4 Análise de Complexidade

A análise de complexidade do programa foi realizada baseando-se no tempo e espaço utilizado pelos algoritmos. Adiante, serão analisadas as complexidades de tempo e espaço para ambos os algoritmos:

- Algoritmo BSF:

Analisaremos primeiro a complexidade de espaço. O algoritmo BFS necessita armazenar os nós que foram visitados e possíveis estruturas auxiliares (como pilhas ou filas), logo sua complexidade espacial é $O(V)$.

Analizando agora a complexidade de tempo. Verificamos que O algoritmo BFS visita cada vértice e aresta uma única vez, portanto, sua complexidade temporal é $O(V+E)$, sendo V o número de vértices e E o número de arestas.

- Algoritmo de Ford-Fulkerson:

Analizando a complexidade de espaço, o algoritmo Ford-Fulkerson, tendo como base o BFS, necessita armazenar os nós que foram visitados e possíveis estruturas auxiliares (como pilhas ou filas), logo sua complexidade espacial é a mesma da BFS, sendo $O(V)$.

Analizando agora a complexidade de tempo, o algoritmo Ford-Fulkerson tem complexidade $O(V.E^2)$ quando utiliza o BFS.

5 Considerações finais

Quanto à experiência de realizar esse trabalho prático, as maiores dificuldades que eu encontrei ocorreram ao buscar uma implementação que funcionasse do algoritmo de Ford-Fulkerson. No começo do desenvolvimento, houve problemas em identificar uma maneira de fazer com que o grafo funcionasse de acordo com o algoritmo visto em aula, pois ele nos foi apresentado tendo apenas uma única entrada e uma única saída. Com isso, a busca por uma forma de fazer com que as entradas fornecidas como base atendessem a esse requisito foi trabalhosa, porém, ao entender que era possível implementar um gerador universal e um consumidor universal, o algoritmo funcionou corretamente, e, com o fluxo máximo sendo calculado corretamente, todas as partes do trabalho foram resolvidas rapidamente.

Um outro ponto que também foi trabalhoso, foi identificar as arestas críticas (aquelas que operam no máximo de sua capacidade), pois foi necessária uma quantidade considerável de tempo para que se pensasse em uma solução que analisasse o fluxo e fosse capaz de ver se esse fluxo era igual a capacidade da aresta. Porém, no fim, uma solução foi encontrada.

Acredito que no desenvolvimento desse Trabalho Prático, fui capaz de entender bastante em relação ao uso do algoritmo utilizado, percebendo como o tratamento de questões que envolvem fluxo podem ser úteis para a solução de problemas. No geral, acredito que foi um excelente exercício para entender o que foi ensinado em sala, e, aplicar de maneira prática. O entendimento de como o algoritmo pode ser utilizado em casos reais, como a distribuição elétrica em uma empresa realmente mostra como a utilização desses algoritmos não se limita só a problemas da computação, mas também a situações reais.

6 Referências

<https://drive.google.com/file/d/1XKw1F9Tp-2p4K8jG0s7JG0Q155FWag9v/view?usp=sharing> (Livro do Cormen)

<https://drive.google.com/file/d/1voIWA4wS5uVhqavKBbau-71C0cVtuomi/view?usp=sharing> (Livro do Kleinberg)

Slides da matéria de Algoritmos I