

PROGRAMACIÓN LINEAL Y REDES PARA EL CASO DE LÍNEA GLUTEN FREE EN KITCHEN DULCERÍA S.A.

Santiago Trezza- strezza@itba.edu.ar
Paula González - paulgonzalez@itba.edu.ar

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Resumen

En este artículo, se abordan los desafíos logísticos y estratégicos a los que se enfrenta la empresa Kitchen Dulcería S.A. al implementar una nueva línea de producción de productos sin gluten. Este análisis tiene en cuenta las actividades previas necesarias antes de cada tarea, sus respectivos tiempos de ejecución y las duraciones mínimas de cada tarea, junto con sus costos diarios asociados. A través del empleo de modelos matemáticos, técnicas de optimización, y el uso de teorías como crashing de proyectos y scheduling, se busca proporcionar soluciones a los objetivos logísticos. Los resultados arrojan que se puede llegar a tardar un mínimo de 27.5 días para poder implementar los productos gluten free, el costo mínimo para reducir el tiempo de la implementación del proyecto a 22 días es de \$22.000, que se puede llegar a tardar un mínimo de 33 días para poder implementar los productos gluten free en Kitchen Dulcería S.A con solo 2 operarios disponibles y que el costo mínimo que se debería invertir para reducir el tiempo del proyecto con dos empleados al tiempo tres es de \$16.500.

Palabras clave

Programación Lineal, Modelo Matemático, Optimización, Minimización, Redes, Crashing, Scheduling, LINGO, Microsoft Excel.

Abstract

In this article, we address the logistical and strategic challenges faced by Kitchen Dulcería S.A. when implementing a new production line for gluten-free products. This analysis takes into account the necessary preparatory activities before each task, their respective execution times, minimum task durations, and their associated daily costs. Through the use of mathematical models, optimization techniques, and the application of theories such as project crashing and scheduling, we aim to provide solutions to logistical objectives. The results reveal that it can take a minimum of 27.5 days to implement the gluten-free products, the minimum cost to reduce the project implementation time to 22 days is \$22,000, it may take a minimum of 33 days to implement gluten-free products at Kitchen Dulcería S.A. with only two available employees, and the minimum cost to reduce the project time from two employees to three is \$16,500.

Key words

Programación Lineal, Modelo Matemático, Optimización, Minimización, Redes, CPM, Crashing, Scheduling, LINGO, Microsoft Excel.

1. Introducción

La empresa Kitchen Dulcería S.A. elabora productos de pastelería y panadería como budines, muffins y tortas a grandes empresas siendo las más importantes Starbucks, Café Martínez y Jumbo. La principal característica de la empresa es la capacidad de poder elaborar productos artesanales a la medida del cliente y en altos volúmenes. La idea de la empresa es poder incorporar una línea de productos gluten free para poder ampliar los límites de mercado de Kitchen Dulcería S.A.. El criterio del éxito del proyecto se mide según la cantidad de dinero invertida en este con respecto al tiempo, ya que ambos son considerados los factores más relevantes. Uno de los desafíos es lograr el armado de la línea anulando toda posibilidad de contaminación cruzada y para eso se necesita una línea de producción desacoplada en un sector aislado para poder evitar todo tipo de contacto no deseado y así cumplir con las especificaciones correspondientes. Adicionalmente es importante la correcta capacitación y concientización de todo el personal involucrado, el diseño correcto de procesos y el layout de las instalaciones para lograr una adecuada separación física entre las zonas o locales donde se llevan a cabo la elaboración de productos con gluten y sin gluten. En cuanto a la materia prima, debe cambiarse la harina, siendo ésta más costosa que la común. Las actividades a realizar para la instalación de la línea gluten free, incluyendo información del costo percibido por Kitchen Dulcería S.A se encuentran en la *Tabla 1.1*.

Actividad	Actividades precedentes	Tiempo (días)
Designación del director del proyecto y equipo de trabajo		3
Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	Designación del director del proyecto y equipo de trabajo	1,5
Análisis de materias primas y alimentos según el código Argentino de Alimentos	Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	3
Análisis del layout de la planta para evitar la contaminación cruzada	Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	3
Análisis de maquinaria a comprar (mezcladora, línea de moldeado, horno)	Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	2,5
Análisis de logística de materiales	Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	2
Control de protocolos de limpieza e higiene	Análisis de materias primas y alimentos según código A.A.; layout de la planta; maquinaria a comprar; y logística de materiales.	1
Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	Control de protocolos de limpieza e higiene	5
Colocación de máquinas al sector destinado para la nueva línea	Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	3
Armado del sector para envasado y sellado de cajas	Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	3
Traslado de herramientas y elementos de trabajo	Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	4
Colocación de medidas de seguridad en el sector	Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	5
Limpieza profunda del horno	Colocación de máquinas al sector destinado para la nueva línea	1
Limpieza profunda general	Armado del sector para envasado y sellado de cajas; traslado de herramientas y elementos de trabajo; colocación de medidas de seguridad; y limpieza profunda del horno	3,5
Energización de la línea, prueba y ajustes finales de eficiencia	Colocación de medidas de seguridad en el sector	1
Análisis de calidad y gusto del producto: lote de prueba, inspección y ajustes finales	Limpieza profunda general; y energización de la línea, prueba y ajustes finales de eficiencia	3
Capacitación de mano de obra en medidas de seguridad y reglamentación acerca de productos gluten free	Limpieza profunda general; y energización de la línea, prueba y ajustes finales de eficiencia	5,5

Tabla 1.1 Puesta a disposición por el enunciado
Fuente: Kitchen Dulcería S.A.

Adicionalmente, se nos brinda otra tabla (véase *Tabla 1.2*) con información sobre la duración mínima (en días) de cada actividad que se debe realizar para llevar a cabo el proyecto, asociado a un costo.

Actividad	Tiempo mínimo de la actividad (días)	Costo de reducción (por día en \$)
Designación del director del proyecto y equipo de trabajo	1,5	4000
Evaluación y diseño de la capacidad necesaria	0,5	3500
Análisis de materias primas y alimentos según el código Argentino de Alimentos	1	10000
Análisis del layout de la planta para evitar la contaminación cruzada	2	7000
Análisis de maquinaria a comprar (mezcladora, línea de moldeado, horno)	1,5	4000
Análisis de logística de materiales	1,5	3500
Control de protocolos de limpieza e higiene	0,5	15000
Liberación y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	4	8500
Colocación de máquinas al sector destinado para la nueva línea	3	-
Armado del sector para envasado y sellado de cajas	1	11250
Traslado de herramientas y elementos de trabajo	2,5	5000
Colocación de medidas de seguridad en el sector	3	3000
Limpieza profunda del horno	1	-
Limpieza profunda general	2	3500
Energización de la línea, prueba y ajustes finales de eficiencia	1	-
Análisis de calidad y gusto del producto: lote de prueba, inspección y ajustes finales	1,5	13000
Capacitación de mano de obra en medidas de seguridad y reglamentación acerca de productos gluten free	3	15000

Tabla 1.2
Fuente: Kitchen Dulcería S.A.

2. Planteo de la red del proyecto

Para la realización de una red del proyecto, se requirió establecer una letra a cada actividad que se realiza en el transcurso del proyecto que se puede visualizar en la *Figura 2.1*.

Letra	Actividad	Duración	Actividades precedentes
A	Designacion del director del proyecto y equipo de trabajo	3	
B	Evaluacion y diseño de la capacidad necesaria	1.5	A
C	Analisis de materias primas y alimentos segun el codigo Argentino de Alimentos	3	B
D	Analisis de layout de la planta para evitar la contaminacion cruzada	3	B
E	Analisis de maquinaria a comprar (mezcladora, linea de moldeado, horno)	2.5	B
F	Analisis de logistica de materiales	2	B
G	Control de protocolos de limpieza e higien	1	C - D - E - F
H	Liberacion y limpieza del espacio de planta para el sector pre mix	5	G
I	Colocacion de maquinas al sector destinado para la nueva linea	3	H
J	Armado del sector para envasado y sellado de cajas	3	H
K	Traslado de herramientas y elementos de trabajo	4	H
L	Colocacion de medidas de seguridad en el sector	5	H
M	Limpieza profunda del horno	1	I
N	Limpieza profunda general	3.5	J - K - L - M
O	Energizacion de la linea, prueba y ajustes finales de eficiencia	1	L
P	Analisis de calidad y gusto del producto; lote de prueba, inspeccion y ajustes finales	3	N - O
Q	Capacitacion de mano de obrea en mediddas de seguridad y reglamentacion acerca de productos gluten free	5.5	N - O

Tabla 2.1 Tabla realizada por nosotros en Excel
Fuente: Propia

Teniendo en cuenta esto, se grafica la siguiente red que se visualiza en la *Figura 2.1*.

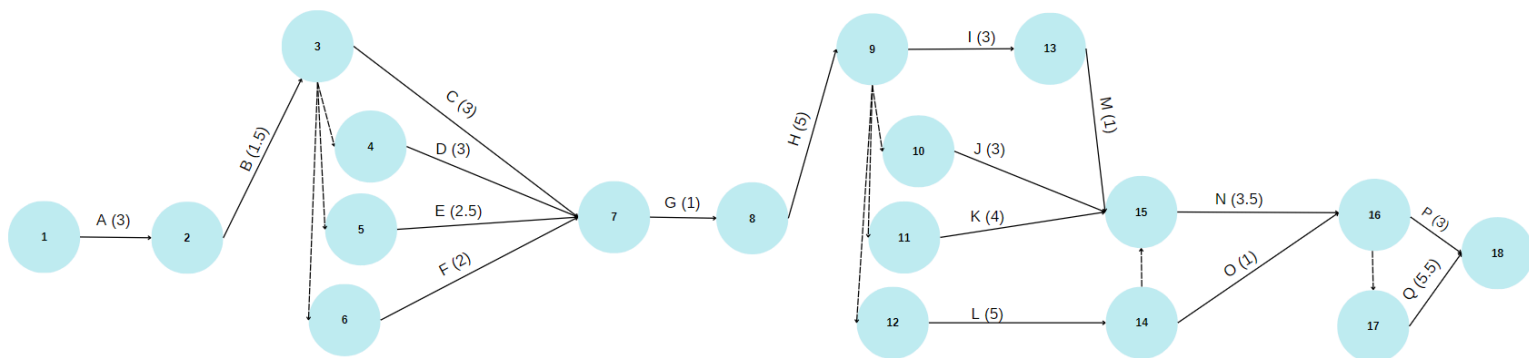


Figura 2.1:
Fuente: Propia

Como se aprecia en la *Figura 2.1*, las actividades, que tienen asociadas una duración en días, se representan mediante conexiones a los nodos, los cuales simbolizan posiciones en el tiempo en que las actividades precedentes terminan y pueden comenzar las siguientes.

Un ejemplo de cómo se analiza la red es que al comenzar el proyecto desde el suceso 1, una vez completada la primera actividad A, se avanza a al suceso 2, listos para emprender la actividad B.

Las líneas punteadas determinan que las actividades que salen de esos sucesos son precedentes de las que salen las líneas punteadas. Dicho esto, se puede ver que al finalizar la actividad B, el proyecto puede seguir varios caminos, ya sea C, D, E y F. Estos se denotan con líneas punteadas para determinar que estos caminos son precedentes a B. Este mismo principio se aplica posteriormente tras la realización de la actividad H, donde se puede optar por realizar la actividad I, J, K y L.

Se incorporó el suceso 14 para representar que después de la actividad L, se pueden llevar a cabo las actividades N y O. También, como no pueden haber dos actividades con los mismos sucesos de inicio y finalización, hicimos que del suceso 16 salga un suceso ficticio, el nodo 17, para que se pueda crear P y Q por separado.

Una última aclaración sobre la red es que, después de P y Q, que son las últimas actividades del proyecto, se ha añadido un suceso ficticio para marcar el final del proyecto.

3. Planteo matemático

El propósito del enfoque matemático es determinar la duración mínima necesaria para llevar a cabo la producción de productos sin gluten. Para lograr esto, a continuación, se describirán las variables, restricciones y el objetivo que nos permitirán identificar el camino crítico óptimo.

3.1. Variables

Como se intenta encontrar el camino óptimo que minimice el tiempo de la posible implementación, se define una variable T_i que representa la fecha temprana de inicio de la actividad i .

$$T_i, \text{ con } i \in (1, 18)$$

El siguiente conjunto H define las combinaciones posibles de i y j que se pueden realizar, donde i es la actividad precedente de j .

$$H = \{(1, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (2, 6); (3, 7); (4, 7); (5, 7); (6, 7); (7, 8); (8, 9); (8, 10); (8, 11); (8, 12); (9, 13); (10, 15); (11, 15); (12, 15); (13, 15); (12, 14); (14, 16); (14, 17); (15, 16); (15, 17); (16, 18); (17, 18)\}$$

También, se define el parámetro d_i que representa el tiempo, en días, que se tarda en realizar la actividad i .

$$d_i = (3, 1.5, 3, 3, 2.5, 2, 1, 5, 3, 3, 4, 5, 1, 3.5, 1, 3, 5.5, 0)$$

3.2. Función objetivo

En cuanto a la función objetivo, esta se define como se muestra a continuación para poder minimizar el tiempo de la implementación de productos gluten free.

$$Z = T_{18}$$

En definitiva, el resultado óptimo es la fecha de inicio de la última actividad ficticia.

3.3. Restricciones

A continuación, se establece una restricción única que indica que una actividad no puede comenzar hasta que todas sus actividades anteriores hayan sido completadas. Para eso, se define el máximo de la suma para poder iniciar la siguiente actividad en la fecha de finalización de la última de las actividades precedentes.

$$T_j \geq \max(T_i + d_i), \text{ con } i, j \in H$$

3.4. Modelo en LINGO y Resultados

Se decidió calcular los resultados al problema de optimización utilizando LINGO. Para eso, en el módulo de SETS se definieron 18 actividades que conforman la red que se visualiza en la *Figura 2.1*, y luego se define que las precedencias que deben llevar a cabo para la implementación del proyecto. Posteriormente, en el módulo DATA, se define las precedencias posibles entre las actividades (por ejemplo, que la actividad A es precedente a la actividad B) al igual que la duración de cada actividad. Luego, se define la función objetivo y la única restricción se que definieron en los incisos de arriba.

Los resultados que arroja el LINGO indican que se puede llegar a tardar un mínimo de 27.5 días para poder implementar los productos gluten free en Kitchen Dulcería S.A. Para poder tener una mejor visualización del camino crítico, se realizó un diagrama de Gantt (véase *Figura 3.4.1*) mediante Microsoft Excel.

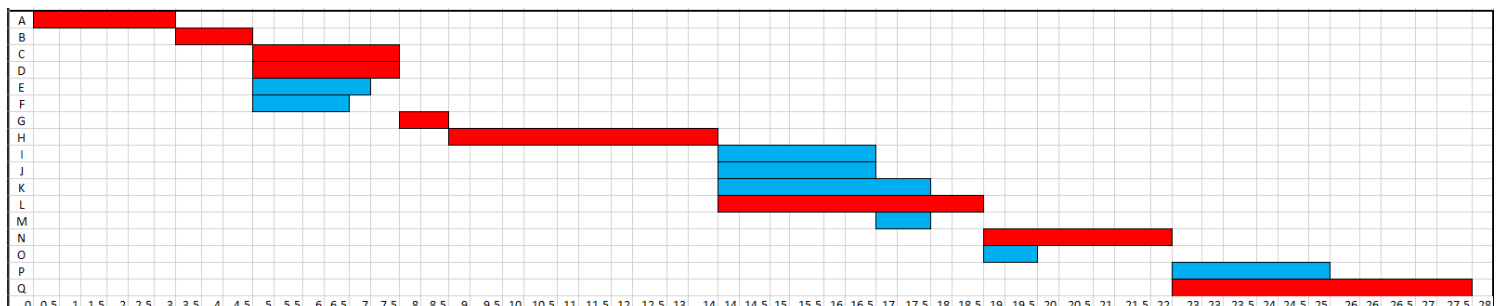


Figura 3.4.1
Fuente: Propia

Como se puede observar en la imagen, el color rojo indica los caminos críticos que se podrían llevar a cabo para alcanzar el tiempo mínimo para que se desarrolle el proyecto. Las

actividades en celeste son las actividades que no forman parte del camino crítico. Se puede decir que hay dos caminos críticos posibles para tomar ya que entre los días 5 y 7.5 las actividades C y D duran lo mismo. Por lo tanto, los caminos críticos resultantes son los siguientes.

Camino crítico 1:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow L \rightarrow O \rightarrow Q$$

Camino crítico 2:

$$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow L \rightarrow O \rightarrow Q$$

4. Línea de producción en 22 días

En este apartado, se retoma el escenario previo, pero con una modificación: Kitchen Dulcería S.A. tiene como objetivo tener la línea de producción lista en un plazo de 22 días. Para lograrlo, se analiza qué actividades se pueden llevar a cabo en menos tiempo y a qué costo.

Para poder resolver este problema, se utiliza la teoría de Crashing de proyectos, ya que el mismo reduce la duración de los proyectos consumiendo recursos adicionales.

4.1. Variables

Adicionalmente a las variables del inciso anterior, se agrega una variable que debe tener en cuenta el tiempo de crashing, que es la cantidad de tiempo que se reduce una actividad.

$$tc_i, \text{ con } i \in (1, 18)$$

Asociada a esta variable, se define el costo del crashing C_i , que es aquel en que se incurre por reducir la duración de una actividad. Este costo es un parámetro que viene dado por el enunciado (véase *Tabla 1.2*).

$$C_i = (000 \ 3500 \ 10000 \ 7000 \ 4000 \ 3500 \ 15000 \ 8500 \ 0 \ 11250 \ 5000 \ 3000 \ 0 \ 0 \ 3500 \ 13000 \ 15000 \ 0)$$

Luego, se define un parámetro que indica el tiempo de crashing máximo TC_i que se puede realizar, los datos fueron suministrados de antemano por la *Tabla 1.2*.

$$TC_i = (1.5, 1, 2, 1, 1, 0.5, 0.5, 1, 0, 2, 1.5, 2, 0, 0, 1.5, 1.5, 2.5, 0)$$

Por último, se define un parámetro que define el tiempo máximo que puede durar el proyecto a continuación.

$$T_{18} = 22$$

4.2. Función objetivo

En este caso, el objetivo del crashing es reducir la duración del proyecto con el mínimo costo, por lo tanto, la función objetivo se basa en minimizar el costo obtenido en el proyecto como se demuestra a continuación.

$$Z = \sum tc_i * C_i, \text{ con } i \in (1, 18)$$

4.3. Restricciones

En primer lugar, para este caso se define, como en el inciso anterior, que una actividad no puede comenzar hasta que todas sus actividades anteriores hayan sido completadas. Lo que varía es que en este caso es que se le resta el tiempo de crashing.

$$T_j \geq \max(T_i + d_i - tc_i), \text{ con } i, j \in H$$

Se define una segunda restricción para limitar que el tiempo de crashing de una actividad no sea mayor al tiempo de crashing permitido. Esto se puede ver en la siguiente inecuación.

$$tc_i \leq TC_i$$

En la inecuación de abajo se puede observar como se define una última restricción para indicar que el proyecto tiene que durar 22 días,

$$T_{18} = 22$$

4.4. Modelo en LINGO y Resultados

Nuevamente se decidió calcular los resultados al problema de optimización utilizando LINGO. Para eso, en el módulo de SETS se definieron 18 actividades que conforman la red que se visualiza en la *Figura 2.1*, las cuales tienen asociadas las variables T y tc_i . Luego se define las precedencias que deben llevar a cabo para la implementación del proyecto. Posteriormente, en el módulo DATA, se define las precedencias posibles entre las actividades (por ejemplo, que la actividad A es precedente a la actividad B) al igual que la duración de cada actividad, los costos de crashing y el tiempo de crashing máximo permitido para cada actividad. Luego, se define la función objetivo y las restricciones que se definieron en los incisos de arriba.

En cuanto a los resultados que arroja el LINGO, el costo mínimo para reducir el tiempo de la implementación del proyecto a 22 días es de \$22.000. Para lograr este resultado, la actividad A se reduce en 1,5 días, la actividad B se reduce en un día, la actividad H se reduce en medio día, la actividad L se reduce en un día y la actividad N se reduce en 1,5 días. El proyecto se termina reduciendo en un total de 5,5 días.

5. Límite de dos empleados

Debido a que Kitchen Dulcería S.A. por cuestiones de higiene y seguridad no es capaz de contratar a más personal para el proyecto, en principio contará con dos empleados. Por este motivo, se desea ver cómo cambiarían los resultados del inciso (a) dado que los plazos que se estimaron con dedicación 100% cada tarea, es decir sin limitación de recursos. Adicionalmente, se desea saber cuánto podría pagar la empresa como máximo a un tercer empleado para realizar algunas actividades.

Para la resolución de este problema, se utiliza la teoría de Scheduling. La planificación de la producción, o "scheduling", es la actividad mediante la que se gestiona, controla y optimiza el trabajo de un proceso de manufactura. Permite la distribución de recursos técnicos, recursos humanos, procesos de producción y la compra de materiales. Además se utiliza programación lineal entera binaria para definir variables binarias de asignación.

5.1. Variables

Para este último caso, se utilizan las variables definidas para el inciso (a), pero además se hacen un par de agregaciones. En primer lugar, se agrega una lista de parámetros p , que representan los períodos disponibles para poder asignar las actividades a los empleados. Es importante aclarar que un período es igual a medio día. Discretizar el tiempo es clave en los modelos que utilizan scheduling.

$$p = [1, 2, 3, \dots, 78]$$

En segundo lugar, se define una variable binaria x_{kp} para marcar el inicio de las actividades; cuando el valor de la variables es igual a 0 significa que en el período p no comienza la actividad k . Mientras que un 1 significa que la actividad k comienza en el período p .

$$x_{kp}, \text{ con } k \in (1, 18) \text{ y } p \in (1, 78)$$

Para el cálculo del costo máximo que se debería realizar para la inclusión de un tercer empleado en el proyecto se deben agregar las variables y datos asociados a las actividades en el inciso 4.2.

5.2. Función objetivo

Para el caso donde la finalidad es hallar la duración del proyecto con la limitación de dos operarios disponibles, se establece la siguiente función objetivo que se debe minimizar.

$$Z = T_{18}$$

Luego, para calcular lo máximo que se podría pagar a un tercer empleado se debe calcular el tiempo objetivo con tres empleados. Este tiempo nos sirve como restricción como para que la última actividad comience ese día. Para determinar el monto máximo que la empresa está dispuesta a pagar a un tercer empleado, se evalúa cuál sería el costo mínimo al aplicar el método de Crashing en ciertas actividades con el fin de alcanzar la duración del proyecto con tres empleados.

$$Z = \sum tc_i * C_i, \text{ con } i \in (1, 18)$$

5.3. Restricciones

En el apartado 5.2, se establecieron dos funciones objetivos diferentes para calcular dos resultados distintos, y este mismo enfoque se aplica también a las restricciones.

En primer lugar, se definen las restricciones que sirven para hallar la duración del proyecto con la limitación de que se tienen dos operarios únicamente. Para eso, se establece la restricción que indica que una actividad no puede comenzar hasta que todas sus actividades anteriores hayan sido completadas. Para eso, se define el máximo de la suma para poder iniciar la siguiente actividad en la fecha de finalización de la última de las actividades precedentes.

$$T_j \geq \max(T_i + d_i), \text{ con } i, j \in H$$

La siguiente restricción indica que el inicio de una actividad se puede asignar a un solo periodo.

$$\sum_p x_{kp} = 1, \text{ con } k \in (1, 18) \text{ y } p \in (1, 78)$$

Para evitar que más de dos tareas se realicen en simultáneo, cosa que no es posible con solo dos operarios disponibles, se elabora la siguiente restricción.

$$\sum_k \sum_{p=2*d_k+1}^p x_{kp} = 2, \text{ con } k \in (1, 18) \text{ y } p \in (1, 78)$$

Para el caso de análisis de duración del proyecto con tres operarios se realiza un cambio en la restricción anterior, reemplazando el 2 por un 3.

Con la siguiente restricción se corrige el desfase de medio día que hay entre el periodo y el tiempo real. De esta manera las fechas tempranas de inicio asignadas para cada actividad se reflejan en el tiempo correcto.

$$0,5 * [(\sum_p x_{kp} * p) - 1] = T_i, \text{ con } k \in (1, 18) \text{ y } p \in (1, 78)$$

En segundo lugar, se definen las restricciones que sirven para calcular el costo mínimo de contratar a un tercer empleado. Para este caso, aplican todas las restricciones mencionadas previamente en este inciso (la primera restricción se altera un poco), sumado a algunas restricciones de crashing que se mencionan a continuación.

Es importante mencionar que la primera restricción se ve modificada de esta manera como se ve a continuación.

$$T_j \geq \max(T_i + d_i - tc_i), \text{ con } i, j \in H$$

También, se agrega la siguiente restricción que limita que el tiempo de crashing de una actividad no sea mayor al tiempo de crashing permitido. Esto se puede ver en la siguiente inecuación.

$$tc_i \leq TC_i$$

En la inecuación de abajo se puede observar como se define una última restricción para indicar que el proyecto tiene que durar 30 días porque el tiempo del proyecto teniendo tres empleados dura eso.

$$T_{18} = 30$$

5.4. Modelo en LINGO y Resultados

Para poder calcular la duración del proyecto, tanto con dos operarios disponibles como con tres operarios, se desarrolló el mismo modelo que en el inciso 3.4, solo que ahora se agrega un SET denominado periodos para la discretización del tiempo y se agrega una variable binaria x_{kp} para la asignación de los empleados al inicio de las actividades en determinados periodos. Posteriormente, en el módulo DATA, se define las precedencias posibles entre las actividades al igual que la duración de cada actividad. Luego, se define la función objetivo y la única restricción se que definieron en los incisos de arriba.

Para este caso, los resultados que arroja el LINGO indican que se puede llegar a tardar un mínimo de 33 días para poder implementar los productos gluten free en Kitchen Dulcería S.A con sólo dos operarios disponibles.

Por otra parte, para el cálculo del costo máximo asociado al tercer empleado se define el modelo detallado en el inciso 4.4 con el agregado del SET de periodos y las variables binarias x_{kp} para la asignación de los empleados al inicio de las actividades en determinados periodos. Posteriormente, en el módulo DATA se definen los parámetros indicados en el inciso 4.4.

En este escenario, según los resultados obtenidos con LINGO, si se añadiera un tercer empleado, la duración mínima del proyecto sería de 30 días. Además, LINGO sugiere que el costo mínimo que se debería invertir para reducir el tiempo del proyecto con dos empleados al tiempo del proyecto con tres empleados es de \$16,500. Es importante señalar que para este último resultado, la resolución del programa se detuvo debido a su prolongado tiempo de ejecución, por lo que los valores proporcionados representan los hallazgos hasta ese punto.

6. Conclusiones

En este estudio, hemos abordado la implementación de una línea de producción de productos sin gluten en la empresa Kitchen Dulcería S.A., que se dedica a la elaboración de productos de pastelería y panadería. El objetivo principal de este proyecto era ampliar su mercado y cumplir con las demandas de clientes que buscan productos sin gluten. Para lograr esto, hemos utilizado diversas técnicas de optimización y programación lineal para abordar tres escenarios clave.

En primer lugar, identificamos el camino crítico y calculamos el tiempo mínimo necesario para implementar la línea de producción sin gluten, lo que resultó en un período de 27.5 días. Este cálculo se realizó considerando recursos ilimitados y una dedicación del 100% en cada tarea. Además, se ha presentado un diagrama de Gantt que muestra las actividades críticas.

Luego, exploramos la posibilidad de acelerar la implementación del proyecto a 22 días utilizando la técnica de crashing. Esta optimización nos llevó a identificar ciertas actividades en las que podríamos reducir su duración mediante la asignación de recursos adicionales, lo que conlleva a un costo adicional de \$22,000. Como resultado, el tiempo de implementación se redujo a 22 días.

En el tercer escenario, consideramos la restricción de recursos humanos y exploramos cómo se verían afectados los resultados cuando se tiene un límite de dos empleados. En este contexto, se utilizó la teoría de scheduling para asignar actividades a dos empleados en periodos discretos. Con esta limitación, el tiempo mínimo para implementar la línea de producción sin gluten se extendió a 33 días. Además, exploramos la posibilidad de agregar un tercer empleado y determinamos que el costo máximo necesario para incluir un nuevo empleado debería ser de \$16,500 y así reducir el tiempo del proyecto a 30 días.

7. Bibliografía

Hieller, F. S. & Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la programación lineal. Introducción a la Investigación de Operaciones. México: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V

8. Anexo

a) Código de LINGO para el inciso a

```
SETS:
ACTIVIDADES/1..18/: FTI, DURACION;
PRECEDENCIAS(ACTIVIDADES, ACTIVIDADES);
ENDSETS
DATA:
PRECEDENCIAS = 1,2 2,3 2,4 2,5 2,6 3,7 4,7 5,7 6,7 7,8 8,9 8,10 8,11 8,12 9,13 10,15
11,15 12,15 12,14 13,15 15,16 15,17 14,16 14,17 16,18 17,18;
DURACION = 3 1.5 3 3 2.5 2 1 5 3 3 4 5 1 3.5 1 3 5.5 0;
ENDDATA
!Funcion objetivo;
MIN = FTI(18);
!Restriccion;
@FOR(PRECEDENCIAS(i,j)| j#GT#1: FTI(j) >= FTI(i) + DURACION(i));
```

b) Código de LINGO el inciso b

```
SETS:
ACTIVIDADES/1..18/:FTI,DURACION, TC, TCmax, COSTO_C;
PRECEDENCIAS(ACTIVIDADES, ACTIVIDADES);
ENDSETS
DATA:
PRECEDENCIAS = 1,2 2,3 2,4 2,5 2,6 3,7 4,7 5,7 6,7 7,8 8,9 8,10 8,11 8,12 9,13 10,15
11,15 12,15 12,14 13,15 15,16 15,17 14,16 14,17 16,18 17,18;
DURACION = 3 1.5 3 3 2.5 2 1 5 3 3 4 5 1 1 3.5 3 5.5 0;
TCmax = 1.5, 1, 2, 1, 1, 0.5, 0.5, 1, 0, 2, 1.5, 2, 0, 0, 1.5, 1.5, 2.5, 0;
COSTO_C = 4000 3500 10000 7000 4000 3500 15000 8500 0 11250 5000 3000 0 0 3500
13000 15000 0;
ENDDATA
```

```
!Funcion objetivo;
MIN = @SUM(ACTIVIDADES(i):COSTO_C(i)*TC(i));
!Restricciones;
@FOR(PRECEDENCIAS(i,j)| j#GT#1: FTI(j) >= FTI(i) + DURACION(i) - TC(i));
!Restriccion de crashing maximo;
@FOR(ACTIVIDADES(i): TC(i) <= TCmax(i));
!Fecha de finalizacion deseada;
FTI(18) = 22;
```

c) Código del inciso c, calculando el tiempo de proyecto limitando los empleados

```
SETS:
ACTIVIDADES/1..18/: FTI, DURACION;
PRECEDENCIAS(ACTIVIDADES, ACTIVIDADES);
PERIODOS/1..78/;
ASIGNACION(ACTIVIDADES, PERIODOS): X;
ENDSETS
DATA:
PRECEDENCIAS = 1,2 2,3 2,4 2,5 2,6 3,7 4,7 5,7 6,7 7,8 8,9 8,10 8,11 8,12 9,13 10,15
11,15 12,15 12,14 13,15 15,16 15,17 14,16 14,17 16,18 17,18;
DURACION = 3 1.5 3 3 2.5 2 1 5 3 3 4 5 1 1 3.5 3 5.5 0;
ENDDATA
!Funcion objetivo;
MIN = FTI(18);
!Restriccion;
@FOR(PRECEDENCIAS(i,j)| j#GT#1:FTI(j) >= FTI(i) + DURACION(i));
@FOR(ACTIVIDADES(k): @SUM(ASIGNACION(k,t): X(k,t)) = 1);
@FOR(PERIODOS(z):(@SUM(ACTIVIDADES(k): @SUM(ASIGNACION(k,t)|
t#GE#(z-2*DURACION(k)+1) #AND# t#LE#z: X(k,t)))) <= 3);
X(1,1) = 1;
@FOR(ACTIVIDADES(k): 0.5*(@SUM(ASIGNACION(k,t): X(k,t)*t) - 1) = FTI(k));
@FOR(ASIGNACION(k,t): @BIN(X(k,t)));
```

d) Código del inciso c, calculando el costo mínimo de un tercer empleado

```
SETS:
ACTIVIDADES/1..18/: FTI, DURACION, TC, TCmax, COSTO_C;
PRECEDENCIAS(ACTIVIDADES, ACTIVIDADES);
PERIODOS/1..70/;
ASIGNACION(ACTIVIDADES, PERIODOS): X;
ENDSETS
DATA:
PRECEDENCIAS = 1,2 2,3 2,4 2,5 2,6 3,7 4,7 5,7 6,7 7,8 8,9 8,10 8,11 8,12 9,13 10,14
11,14 12,14 12,15 13,14 14,16 14,17 15,16 15,17 16,18 17,18;
DURACION = 3 1.5 3 3 2.5 2 1 5 3 3 4 5 1 3.5 1 3 5.5 0;
TCmax = 1.5, 1, 2, 1, 1, 0.5, 0.5, 1, 0, 2, 1.5, 2, 0, 1.5, 0, 1.5, 2.5, 0;
COSTO_C = 4000 3500 10000 7000 4000 3500 15000 8500 0 11250 5000 3000 0 3500 0
13000 15000 0;
ENDDATA
!Funcion objetivo;
```

```
MIN = @SUM(ACTIVIDADES(i):COSTO_C(i)*TC(i));
FTI(18) <= 30;
!Restriccion de crashing maximo;
@FOR(ACTIVIDADES(i): TC(i) <= TCmax(i));
!Restricciones;
@FOR(PRECEDENCIAS(i,j)| j#GT#1: FTI(j) >= FTI(i) + DURACION(i) - TC(i));
@FOR(ACTIVIDADES(k): @SUM(ASIGNACION(k,t): X(k,t)) = 1);
@FOR(PERIODOS(z):(@SUM(ACTIVIDADES(k): @SUM(ASIGNACION(k,t)|
t#GE#(z-2*DURACION(k)+1) #AND# t#LE#z: X(k,t)))) <= 2);
X(1,1) = 1;
@FOR(ACTIVIDADES(k): 0.5*(@SUM(ASIGNACION(k,t): X(k,t)*t) - 1) = FTI(k));
@FOR(ASIGNACION(k,t): @BIN(X(k,t)));
```