

PROGRAMACIÓN DINÁMICA PARA ASIGNACIÓN DE VOLUNTARIOS EN UN PARTIDO POLÍTICO

Santiago Trezza- strezza@itba.edu.ar
Paula González - paulgonzalez@itba.edu.ar
Facundo Agustín Salas - fasalas@itba.edu.ar

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Resumen

Este estudio se centra en optimizar la asignación de voluntarios en cuatro distritos de la Ciudad de Buenos Aires para maximizar la obtención de nuevos votantes después de elecciones primarias decepcionantes. Con un límite de 7 voluntarios y la restricción de no enviar más de 5 voluntarios a un mismo barrio, se utiliza un enfoque matemático basado en programación dinámica. Las variables del modelo incluyen la cantidad de voluntarios asignados en cada etapa y el estado actual de voluntarios disponibles. La solución óptima, derivada de un análisis detallado, logra la máxima cantidad de nuevos votantes, alcanzando los 38,000. Además, se explora el impacto de agregar un voluntario adicional, revelando un aumento de 5,000 nuevos votantes. Este enfoque proporciona una estrategia efectiva para futuras campañas políticas, facilitando decisiones informadas y maximizando la influencia en la obtención de votos.

Palabras clave

Programación Lineal, Modelo Matemático, Optimización, Maximización, Microsoft Excel, Programación Dinámica.

Abstract

This study focuses on optimizing the allocation of volunteers in four districts of Buenos Aires City to maximize the acquisition of new voters after disappointing primary elections. With a limit of 7 volunteers and the constraint of not sending more than 5 volunteers to a single neighborhood, a mathematical approach based on dynamic programming is employed. The model's variables include the number of volunteers assigned at each stage and the current state of available volunteers. The optimal solution, derived from a detailed analysis, achieves the maximum number of new voters, reaching 38,000. Additionally, the impact of adding an additional volunteer is explored, revealing an increase of 5,000 new voters. This approach provides an effective strategy for future political campaigns, enabling informed decisions and maximizing influence in voter acquisition.

Key words

Linear Programming, Mathematical Model, Optimization, Maximization, Microsoft Excel, Dynamic Programming.

1. Introducción

Luego de las elecciones primarias abiertas simultáneas y obligatorias (PASO), un partido político de la Ciudad de Buenos Aires notó que los resultados en el sur de la ciudad no fueron los esperados. Debido a esto, el partido decidió enviar voluntarios a dichos barrios para persuadir a la gente en las calles, apuntando a enviar la cantidad óptima de voluntarios a cada barrio para maximizar la cantidad de nuevos votos. El partido sólo dispone de 7 voluntarios para distribuir en los 4 barrios con menor cantidad de votos en las PASO; y está dispuesto a asignar a más de un voluntario a un mismo barrio, así como también a no asignar ningún voluntario a algún barrio, siempre y cuando el resultado final sea el que mejor utilice a los voluntarios. Sin embargo, por cuestiones logísticas y de presencia, no pueden ir más de 5 voluntarios a un barrio.

Gracias a un equipo de analistas del partido, se sabe que la cantidad de voluntarios que se asignan a cada barrio influye directamente en la cantidad de nuevos votantes en la zona. Dichas estimaciones se muestran a continuación en la *Tabla 1.1*.

	Barrio			
Voluntarios	Barracas	La Boca	Boedo	Villa Lugano
0	0	0	0	0
1	4,000	7,000	5,000	6,000
2	9,000	11,000	10,000	11,000
3	15,000	16,000	15,000	14,000
4	18,000	18,000	18,000	16,000
5	22,000	20,000	21,000	17,000

Tabla 1.1 Puesta a disposición por el enunciado
Fuente: Analistas del partido político de la Ciudad de Buenos Aires

De los datos se puede verificar que la relación entre los nuevos votantes y cantidad de voluntarios no es lineal, por lo que el partido decide contratar sus servicios de análisis operativo para que le diga qué cantidad de voluntarios enviar a cada distrito de manera que se consiga la máxima cantidad de nuevos votantes.

2. Planteo matemático

El objetivo del enfoque matemático es determinar la cantidad de voluntarios a enviar a cada distrito para lograr la máxima cantidad de nuevos votantes. Para ello, a continuación se describirán las variables, restricciones y el objetivo que nos permitirán identificar el camino crítico óptimo. Para resolver este problema, se utilizará un modelo de programación dinámica para encontrar la solución óptima en pocos pasos.

2.1. Variables

Por un lado, este problema requiere tomar cuatro decisiones interrelacionadas que son cuántos voluntarios conviene asignar a cada uno de los cuatro distritos. Estos cuatro distritos

son considerados como las cuatro etapas en la formulación de esta programación dinámica. La variable de decisión x_n define el número de voluntarios asignados en cada una de las etapas n .

$$x_n \in [0, 5], \text{ con } n \in \{1 = \text{Barracas}, 2 = \text{La Boca}, 3 = \text{Boedo}, 4 = \text{Villa Lugano}\}$$

Esta variable puede tomar valores enteros entre 0 hasta 5, porque sabemos que se puede no asignar ningún voluntario a algún barrio y que no pueden ir más de 5 voluntarios a un barrio.

Por otro lado, cada etapa tiene cierto número de estados asociados con su inicio. En este contexto, los estados están vinculados a cada distrito y representan la situación del partido político al momento de asignar voluntarios a un distrito específico. La decisión tomada en cada etapa afecta al estado actual y lo transforma en el estado inicial de la siguiente etapa. Esto implica que al asignar voluntarios en una etapa, se reducen los voluntarios disponibles para las etapas subsiguientes. Por lo tanto, se introduce una variable, denotada como s_n , para definir el estado actual en la etapa n , que refleja el número de voluntarios aún disponibles para asignar a los distritos restantes.

$$s_n \in [0, 7], \text{ con } n \in \{1 = \text{Barracas}, 2 = \text{La Boca}, 3 = \text{Boedo}, 4 = \text{Villa Lugano}\}$$

La nueva variable puede variar entre 0 y 7, ya que al principio hay 7 voluntarios disponibles y al final de la última etapa no quedaría ninguno disponible.

En la figura que se visualiza en el Anexo (a) se muestran los estados que deben considerarse en cada etapa. Las ligaduras (segmentos de recta) indican las transiciones posibles de estados de una etapa a la siguiente después de hacer una asignación factible de voluntarios al distrito en cuestión. Los números al lado de las ligaduras son los nuevos votantes al asignar cierta cantidad de voluntarios en la correspondiente etapa, los cuales se tomaron de la *Tabla 1.1*. Desde la perspectiva de la figura del Anexo (a), el problema global es encontrar la trayectoria del estado inicial 7 (inicio de la etapa 1) al estado final 0 (después de la etapa 4) que maximice la suma de los nuevos votantes.

Por último, para poder hacer una simple definición de la función objetivo, se definen a los nuevos votantes que dependen del valor x_n , que se encuentran en la *Tabla 1.1*, como $p_n(x_n)$. Estos parámetros se pueden visualizar en la siguiente *Tabla 2.1.1*.

		n			
		1	2	3	4
x(n)	0	0	0	0	0
	1	4,000	7,000	5,000	6,000
	2	9,000	11,000	10,000	11,000
	3	15,000	16,000	15,000	14,000
	4	18,000	18,000	18,000	16,000
	5	22,000	20,000	21,000	17,000

Tabla 2.1.1
Fuente: Propia

2.2. Función objetivo

Dado que el propósito principal del problema es maximizar la cantidad total de nuevos votantes, la función objetivo consiste en la suma de los nuevos votantes obtenidos en cada distrito, ponderada por la cantidad de voluntarios asignados a cada distrito. La formulación de esta ecuación se presenta a continuación.

$$\sum_{n=1}^4 p_n(x_n)$$

2.3. Restricciones

La primera restricción que debe imponerse es la utilización máxima de voluntarios disponibles, que ascienden a un total de 7, con el fin de maximizar la obtención de nuevos votantes. Esta restricción se describe a continuación.

$$\sum_{n=1}^4 x_n = 7$$

3. Planteó en Microsoft Excel y Resultados

El proceso de resolución se inicia al determinar la cantidad de nuevos votantes asociada a la asignación de voluntarios en el último distrito de Villa Lugano. Para ello, se presenta la *Tabla 3.1*, donde la columna 'S4' representa los distintos estados posibles en la última etapa, es decir, las posibles cantidades de voluntarios disponibles en el último distrito. La columna 'X*4' indica la cantidad de voluntarios que se puede elegir utilizar, con un límite de hasta 5 por distrito. La última columna, 'f*4', exhibe la cantidad de nuevos votantes resultantes dada la elección del número de voluntarios para esa etapa.

S4	f*4	X*4
0	0	0
1	6,000	1
2	11,000	2
3	14,000	3
4	16,000	4
5	17,000	5
6	17,000	5
7	17,000	5

Tabla 3.1
Fuente: Propia

Dado que la resolución de la programación dinámica avanza desde el final hacia el principio, la información de la *Tabla 3.1* resulta crucial para determinar la cantidad de voluntarios necesarios para lograr una cierta cantidad de nuevos votos en el distrito de Boedo, correspondiente a la etapa 3.

	X3 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 3)							
S3	0	1	2	3	4	5	f*3	X*3
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	6,000	5,000	-	-	-	-	6,000	0
2	11,000	11,000	10,000	-	-	-	11,000	0/1
3	14,000	16,000	16,000	15,000	-	-	16,000	1/2
4	16,000	19,000	21,000	21,000	18,000	-	21,000	2/3
5	17,000	21,000	24,000	26,000	24,000	21,000	26,000	3
6	17,000	22,000	26,000	29,000	29,000	27,000	29,000	3/4
7	17,000	22,000	27,000	31,000	32,000	32,000	32,000	4

Tabla 3.2
Fuente: Propia

El propósito de elaborar la *Tabla 3.2* es facilitar la creación de las columnas 'f*3' y 'X*3', de manera similar al caso anterior de la cuarta etapa. Para lograr esto, se requiere analizar diversas alternativas de obtención de nuevos votantes, las cuales dependen del estado actual de la etapa tres y de la variable de decisión correspondiente a dicha etapa. Estas alternativas, representadas por $f_n(s_n, x_n)$, se calculan mediante la siguiente fórmula.

$$f_n(s_n, x_n) = p_n(x_n) + \max \sum_{i=n+1}^4 p_i(x_i)$$

De manera más precisa, el cálculo de la cantidad de nuevos votantes obtenidos en la etapa tres, con el estado actual representado por ' s_n ' y ' x_n ' como la cantidad de voluntarios, implica tomar el valor asociado a ' x_n ' en la etapa actual (disponible en la *Tabla 2.1.1*) y sumarle el valor correspondiente a 'f*n-1' de la tabla anterior.

Una vez que estos valores se han calculado, 'f*3' se determina como el valor máximo de $f_n(s_n, x_n)$ en la fila correspondiente, y 'X*3' refleja la cantidad de voluntarios que se pueden seleccionar para enviar a Boedo con el fin de alcanzar ese número específico de nuevos votantes. Como se evidencia en la *Tabla 3.2*, existen situaciones en las que es posible asignar dos cantidades diferentes de voluntarios que resultarán en el mismo número de nuevos votantes.

Este procedimiento se replica para calcular los valores de 'f*2' y 'X*2', los cuales se presentan en la *Tabla 3.3*. De manera análoga, se determinan los valores de 'f*1' y 'X*1', los cuales se encuentran en la *Tabla 3.4*.

	X2 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 2)							
S2	0	1	2	3	4	5	f*2	X*2
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	6,000	7,000	-	-	-	-	7,000	1
2	11,000	13,000	11,000	-	-	-	13,000	1
3	16,000	18,000	17,000	16,000	-	-	18,000	1
4	21,000	23,000	22,000	22,000	18,000	-	23,000	1
5	26,000	28,000	27,000	27,000	24,000	20,000	28,000	1
6	29,000	33,000	32,000	32,000	29,000	26,000	33,000	1
7	32,000	36,000	37,000	37,000	34,000	31,000	37,000	2/3

Tabla 3.3
Fuente: Propia

	X2 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 1)							
S1	0	1	2	3	4	5	f*1	X*1
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	7,000	4,000	-	-	-	-	7,000	0
2	13,000	11,000	9,000	-	-	-	13,000	0
3	18,000	17,000	16,000	15,000	-	-	18,000	0
4	23,000	22,000	22,000	22,000	18,000	-	23,000	0
5	28,000	27,000	27,000	28,000	25,000	22,000	28,000	0/3
6	33,000	32,000	32,000	33,000	31,000	29,000	33,000	0/3
7	37,000	37,000	37,000	38,000	36,000	35,000	38,000	3

Tabla 3.4
Fuente: Propia

Una vez completado este proceso recursivo, el procedimiento de resolución vuelve a iniciar desde el final y avanza una etapa a la vez. En la última iteración, correspondiente a la etapa 1 según se observa en la *Tabla 3.4*, la solución al problema de maximización indica que se logra un máximo de 38,000 nuevos votantes al asignar tres voluntarios en dicha etapa. Posteriormente, con cuatro voluntarios disponibles para la etapa 2, la fila que representa el estado '4' muestra que se debe asignar un solo voluntario en esa etapa (ver *Tabla 3.3*). En este punto, quedan disponibles tres voluntarios, y al observar la columna correspondiente al estado '3' de la etapa 3 en la *Tabla 3.2*, se determina que se pueden asignar uno o dos voluntarios en esa etapa sin perder la optimización. Por último, la cantidad de voluntarios asignados en la cuarta etapa depende de la asignación en la etapa anterior; por lo tanto, para alcanzar la solución óptima, se pueden asignar uno o dos voluntarios en esta etapa.

En la siguiente *Tabla 3.5* se demuestra un resumen de la cantidad de voluntarios que se deben de asignar en cada distrito para llegar a maximizar sus nuevos votantes a 38000.

Distrito	Cantidad de voluntarios asignados
Barracas	3
La Boca	1
Boedo	1/2
Villa Lugano	1/2

Tabla 3.5
Fuente: Propia

4. Impacto de conseguir un nuevo voluntario

Con la finalidad de realizar un análisis post óptimo, se evalúa el impacto que puede llegar a implicar el agregar un voluntario más. Dicha consideración puede servir para futuras elecciones. Para identificar el impacto que supondría el agregar un nuevo voluntario que salga a visitar uno de los barrios se realizó utilizó el mismo modelo matemático de programación dinámica. La descripción gráfica del problema inicial con la modificación se indica en la parte b del anexo.

El desarrollo del nuevo modelo implica un nuevo cambio en los posibles estados que puede tener cada barrio. En consecuencia, la variable s_n definida en la sección 2.1 se define de la siguiente manera.

$s_n \in [0, 8]$, con $n \in \{1 = Barracas, 2 = La Boca, 3 = Boedo, 4 = Villa Lugano\}$

A su vez, el agregado de un voluntario implica realizar también un cambio de la restricción de la sección 2.3.

$$\sum_{n=1}^4 x_n = 8$$

El planteo en Excel fue el mismo que en el inciso 3 con la única diferencia que las tablas incluyen una fila más debido a la inclusión del nuevo voluntario que genera la aparición de un nuevo estado para las etapas.

S4	f*4	X*4
0	0	0
1	6.000	1
2	11.000	2
3	14.000	3
4	16.000	4
5	17.000	5
6	17.000	5
7	17.000	5
8	17.000	5

Tabla 3.6
Fuente: Propia

	X3 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 3)							
S3	0	1	2	3	4	5	f*3	X*3
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	6.000	5.000	-	-	-	-	6.000	0
2	11.000	11.000	10.000	-	-	-	11.000	0,1
3	14.000	16.000	16.000	15.000	-	-	16.000	1,2
4	16.000	19.000	21.000	21.000	18.000	-	21.000	3
5	17.000	21.000	24.000	26.000	24.000	21.000	26.000	3
6	17.000	22.000	26.000	29.000	29.000	27.000	29.000	3,4
7	17.000	22.000	27.000	31.000	32.000	32.000	32.000	4
8	17.000	22.000	27.000	32.000	34.000	35.000	35.000	5

Tabla 3.7
Fuente: Propia

	X2 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 2)							
S2	0	1	2	3	4	5	f*2	X*2
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	6.000	7.000	-	-	-	-	7.000	1
2	11.000	13.000	11.000	-	-	-	13.000	1
3	16.000	18.000	17.000	16.000	-	-	18.000	1
4	21.000	23.000	22.000	22.000	18.000	-	23.000	1
5	26.000	28.000	27.000	27.000	24.000	20.000	28.000	1
6	29.000	33.000	32.000	32.000	29.000	26.000	33.000	1
7	32.000	36.000	37.000	37.000	34.000	31.000	37.000	2,3
8	35.000	39.000	40.000	42.000	39.000	36.000	42.000	3

Tabla 3.8

Fuente: Propia

	X1 (cantidad de voluntarios asignados en la etapa 1)							
S1	0	1	2	3	4	5	f*1	X*1
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	7.000	4.000	-	-	-	-	7.000	0
2	13.000	11.000	9.000	-	-	-	13.000	0
3	18.000	17.000	16.000	15.000	-	-	18.000	0
4	23.000	22.000	22.000	22.000	18.000	-	23.000	0
5	28.000	27.000	27.000	28.000	25.000	22.000	28.000	0,3
6	33.000	32.000	32.000	33.000	31.000	29.000	33.000	0,3
7	37.000	37.000	37.000	38.000	36.000	35.000	38.000	3
8	42.000	41.000	42.000	43.000	41.000	40.000	43.000	3

Tabla 3.9
Fuente: Propia

Las tablas 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9 indican las diferentes cantidades de nuevos votantes que se ganarían para las etapas 4, 3, 2 y 1 respectivamente, teniendo en cuenta el estado de la etapa y la cantidad de voluntarios asignados en esa etapa. A su vez, se indica cual es la cantidad óptima de votantes que se pueden ganar y la cantidad óptima de voluntarios a asignar en las etapas.

Al analizar la *Tabla 3.9* se puede resaltar que la máxima cantidad de nuevos votantes a conseguir es de 42.000 y que para lograr eso debemos asignar 3 votantes en el barrio de Barracas. Por consiguiente se produce un estado igual a “5” en la etapa 2 y que se debe asignar un voluntario en el barrio como solución óptima. Pasando a la etapa 3, al quedar con un estado de “4” voluntarios disponibles se identifica que la cantidad óptima de voluntarios a asignar es de 3 y en consecuencia a partir de la *Tabla 3.6* se define que en la etapa 4 se debe asignar un voluntario.

En la siguiente *Tabla 3.10* se muestra un resumen de la cantidad de voluntarios que se deben de asignar en cada distrito para llegar a maximizar sus nuevos votantes a 42000.

Distrito	Cantidad de voluntarios asignados
Barracas	3
La Boca	1
Boedo	3
Villa Lugano	1

Tabla 3.6
Fuente: Propia

5. Conclusiones

En este estudio, se abordó la problemática de maximizar la cantidad de nuevos votantes en cuatro distritos de la Ciudad de Buenos Aires, a través de la asignación óptima de voluntarios en cada etapa del proceso. Utilizando un enfoque matemático basado en programación dinámica, se establecieron variables, funciones objetivo y restricciones para modelar el problema. El análisis detallado de las tablas generadas a lo largo del proceso permitió identificar la asignación óptima de voluntarios en cada distrito, logrando así maximizar la cantidad total de nuevos votantes logrando sumar 38000 votantes.

Además, se exploró el impacto de agregar un voluntario adicional, lo que llevó a ajustar el modelo y considerar nuevas restricciones. Este análisis post óptimo proporcionó información valiosa sobre cómo la inclusión de un voluntario extra podría afectar la cantidad de nuevos votantes obtenidos al aumentar la cantidad en 5000 nuevos votantes.

6. Bibliografía

Hieller, F. S. & Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la programación lineal. Introducción a la Investigación de Operaciones. México: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V

7. Anexo

a) Descripción gráfica del problema a



