



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
PPGER – PPGCC

Aula 9: Extração de atributos via Wavelet em Sinais

Processamento Digital de Sinais
Prof. Dr. Pedro Pedrosa

pedrosarf@ifce.edu.br

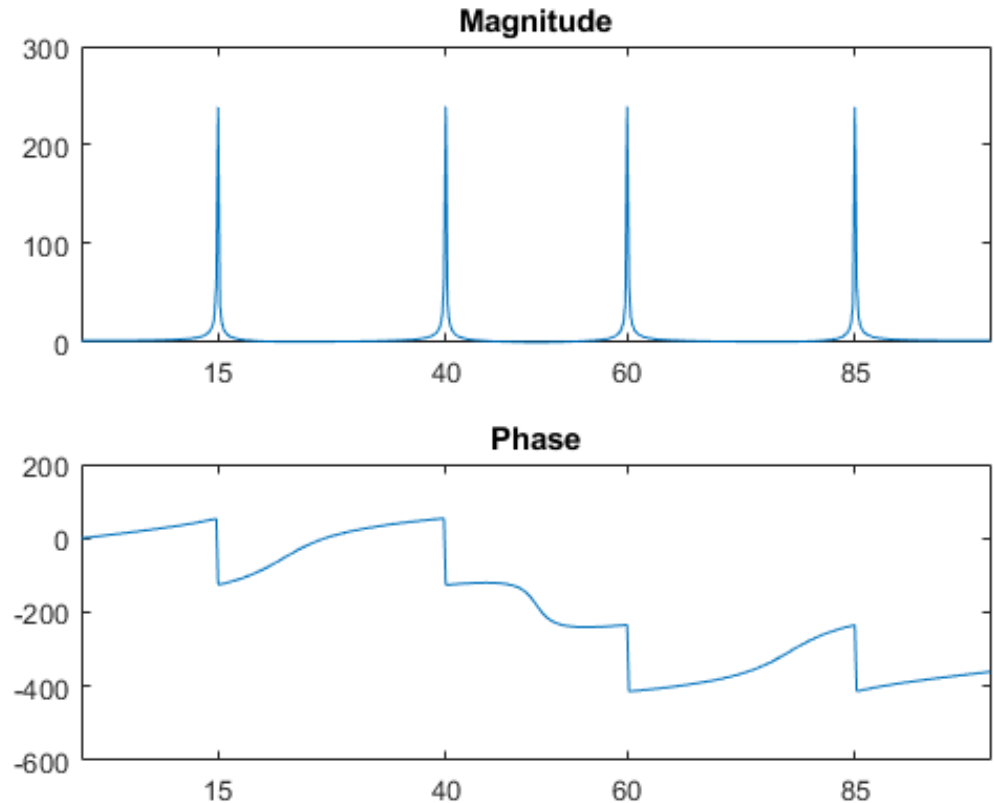
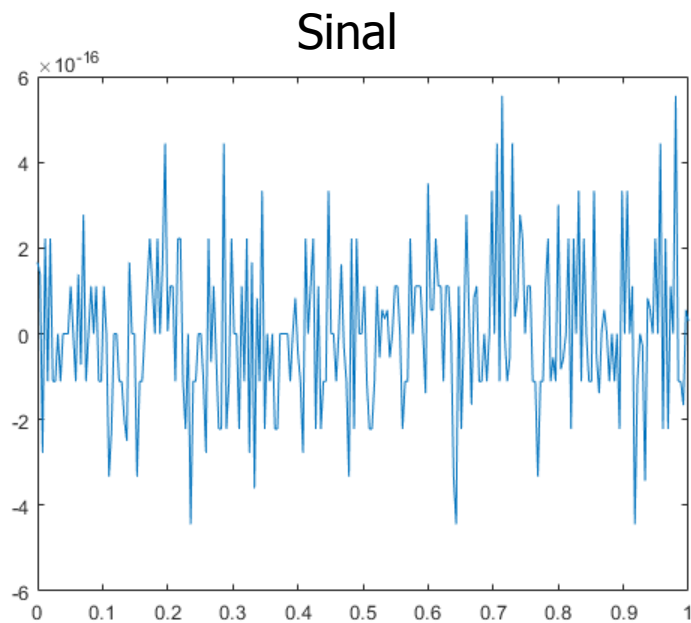
professorpedrosa.com

Objetivos

- Relembrar a Transformada Discreta de Fourier.
- Conhecer a Transformada de Fourier de Curta Duração.
- Entender a importância da Transformada de Wavelet contínua e discreta.
- Conhecer a toolbox de Wavelet no Matlab.



Transformada Discreta de Fourier



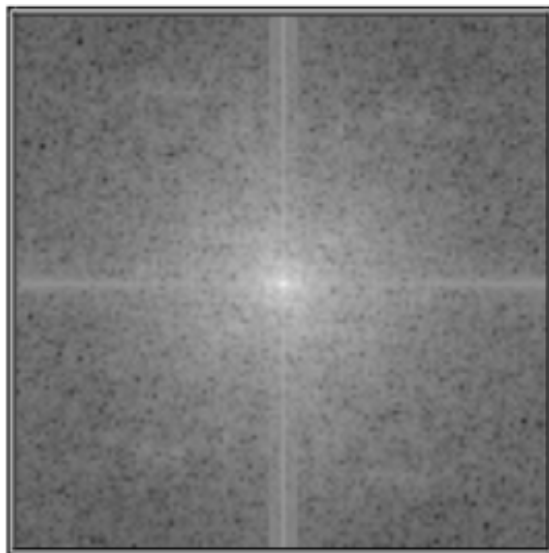
$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-\frac{i2\pi mn}{N}}$$

Transformada Discreta de Fourier

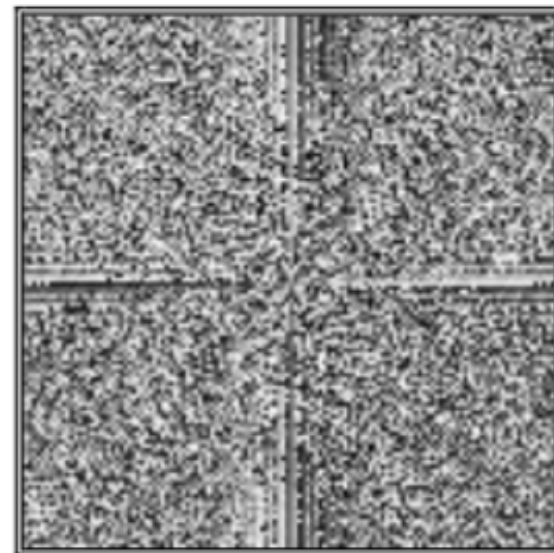
Imagem



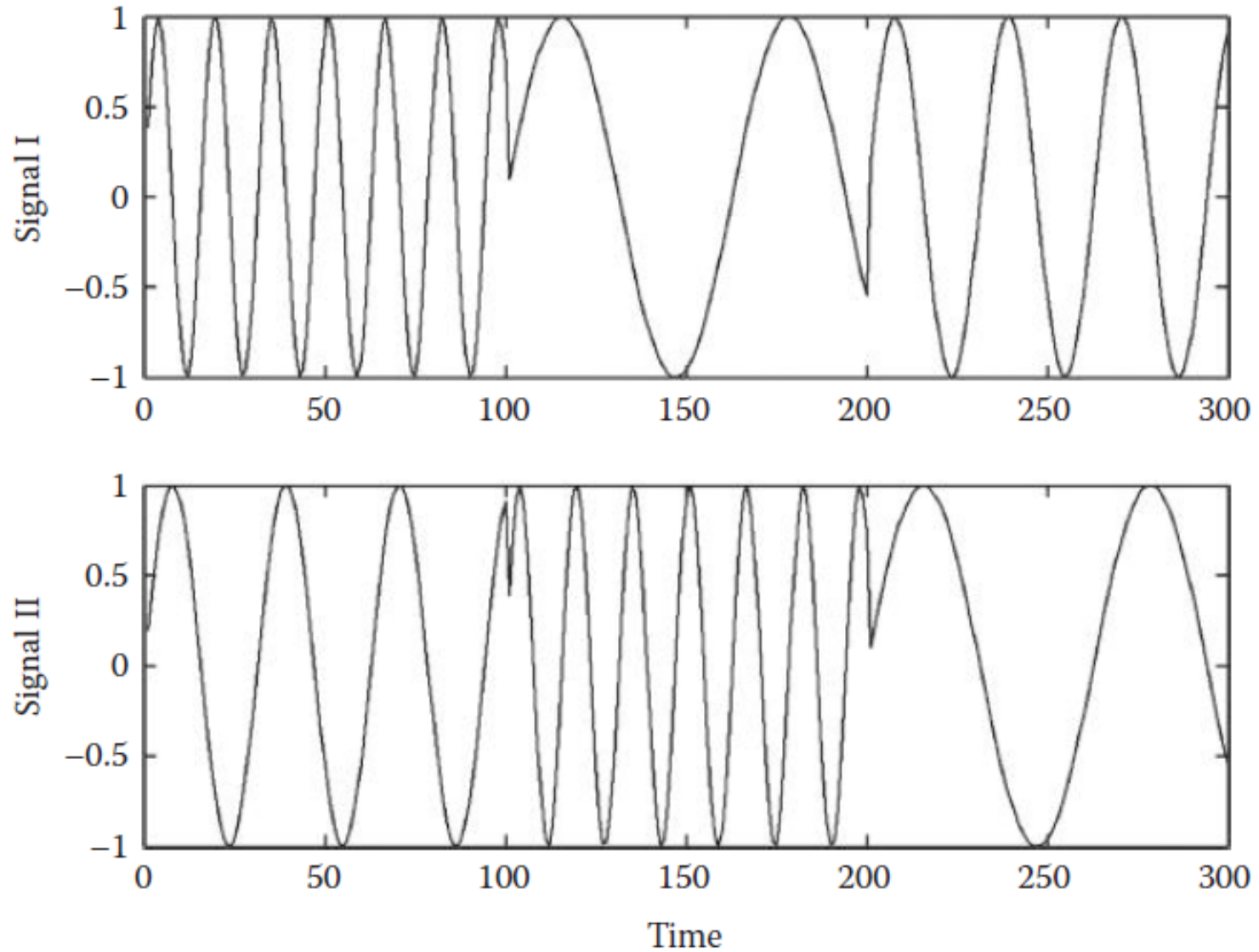
Magnitude



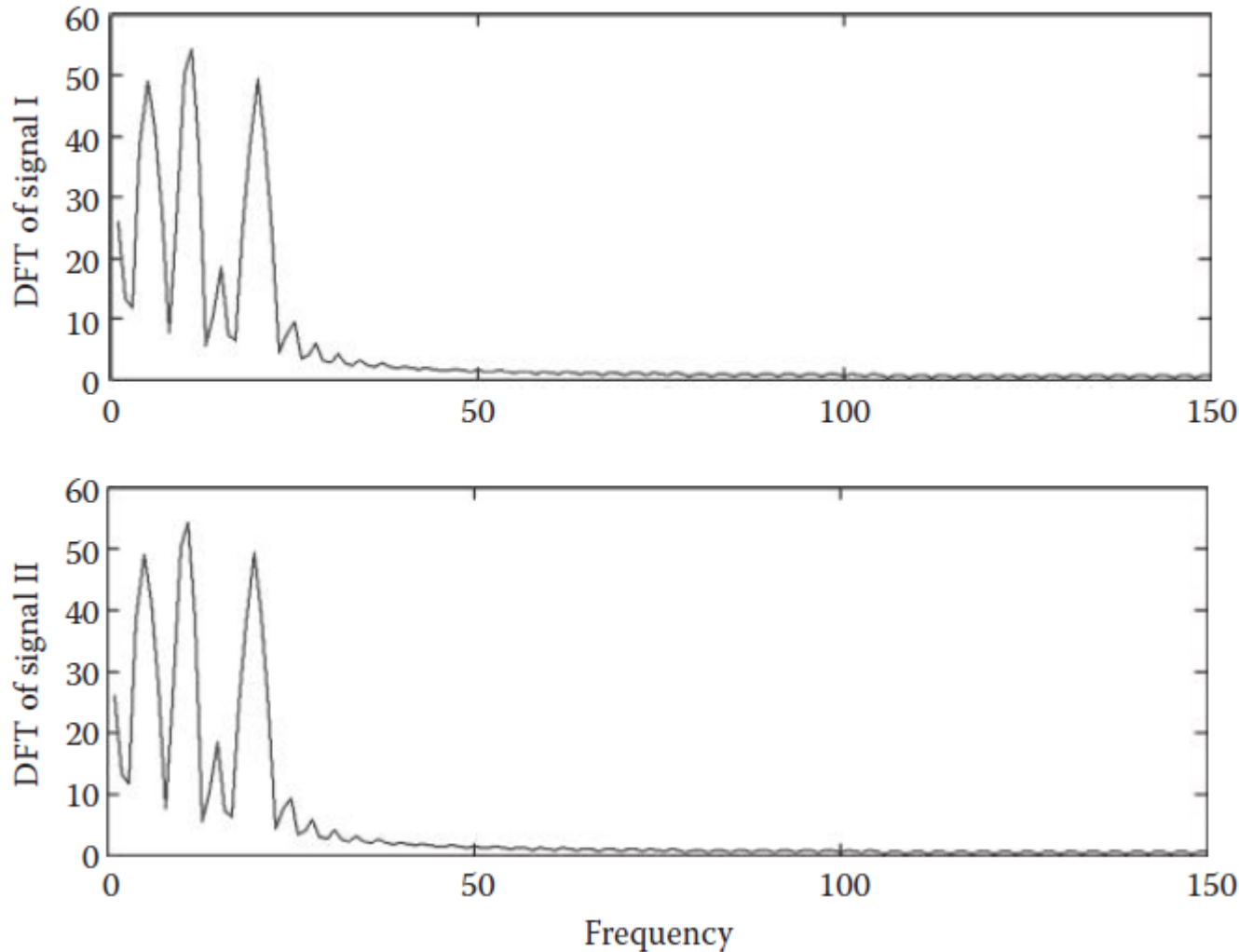
Fase



TF para TFCD



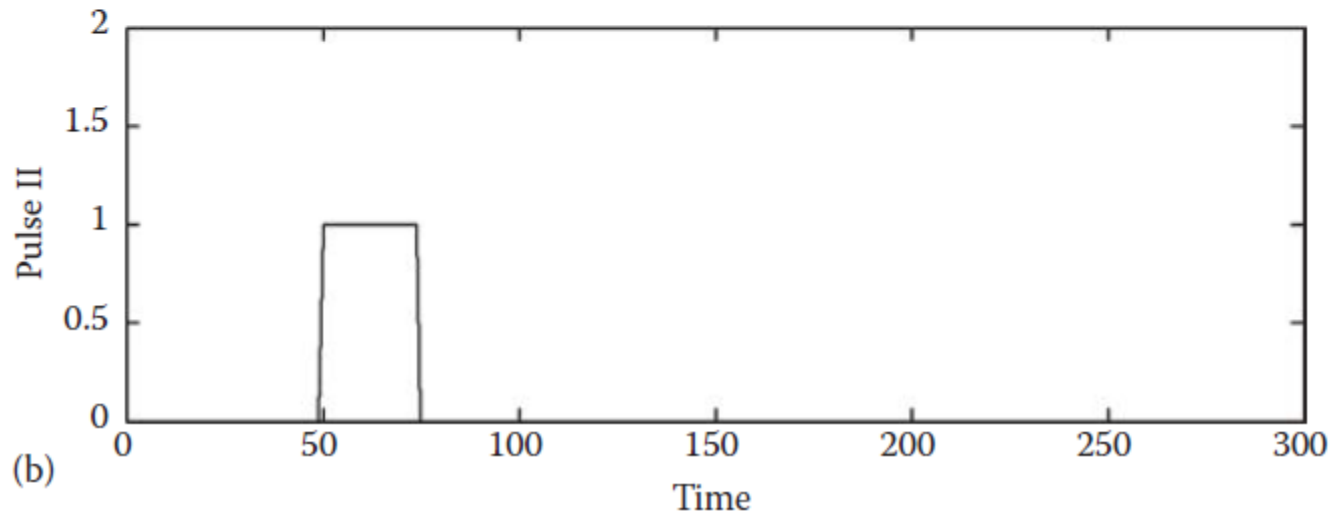
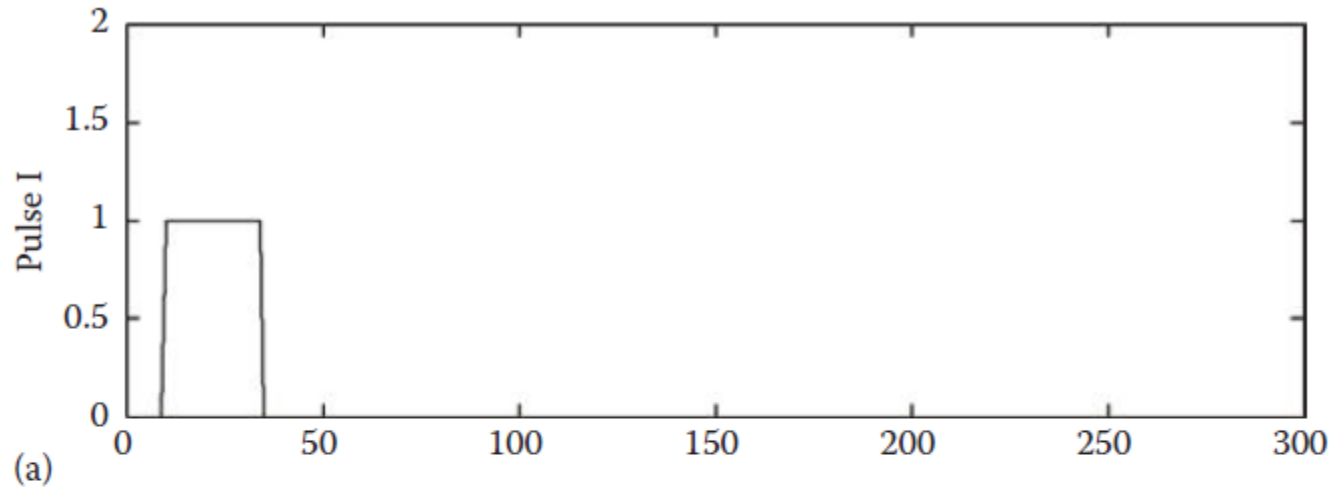
TF para TFCD



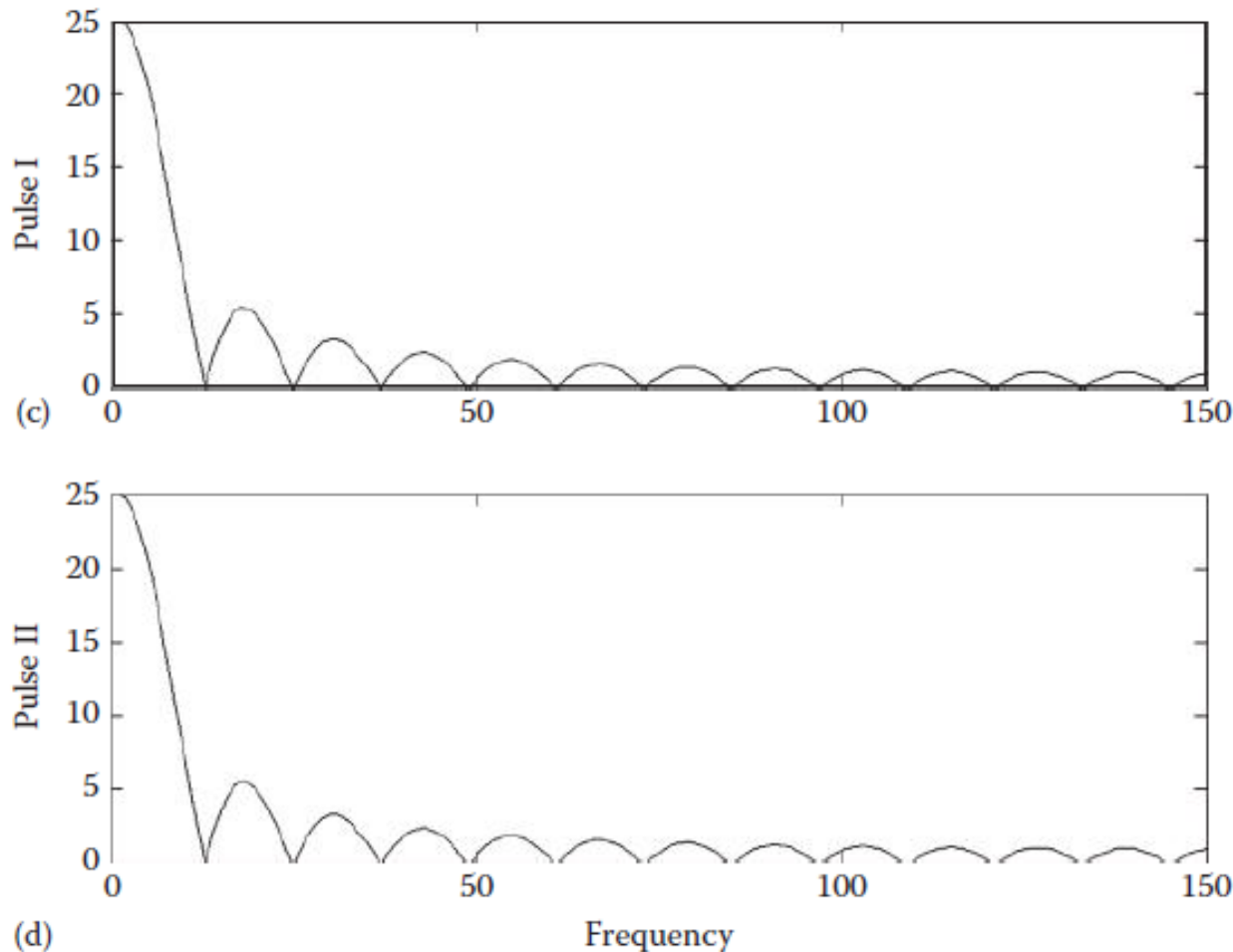
- As informações relativas à ordem são perdidas se utilizar apenas a **magnitude**.
- Interpretar a **fase** da TDF pode ser complexo.



TF para TFCD



TF para TFCD



Apenas com a **magnitude** da TF não se pode identificar quando e em que ordem os "eventos" estão ocorrendo.



Transformada de Fourier de Curta Duração

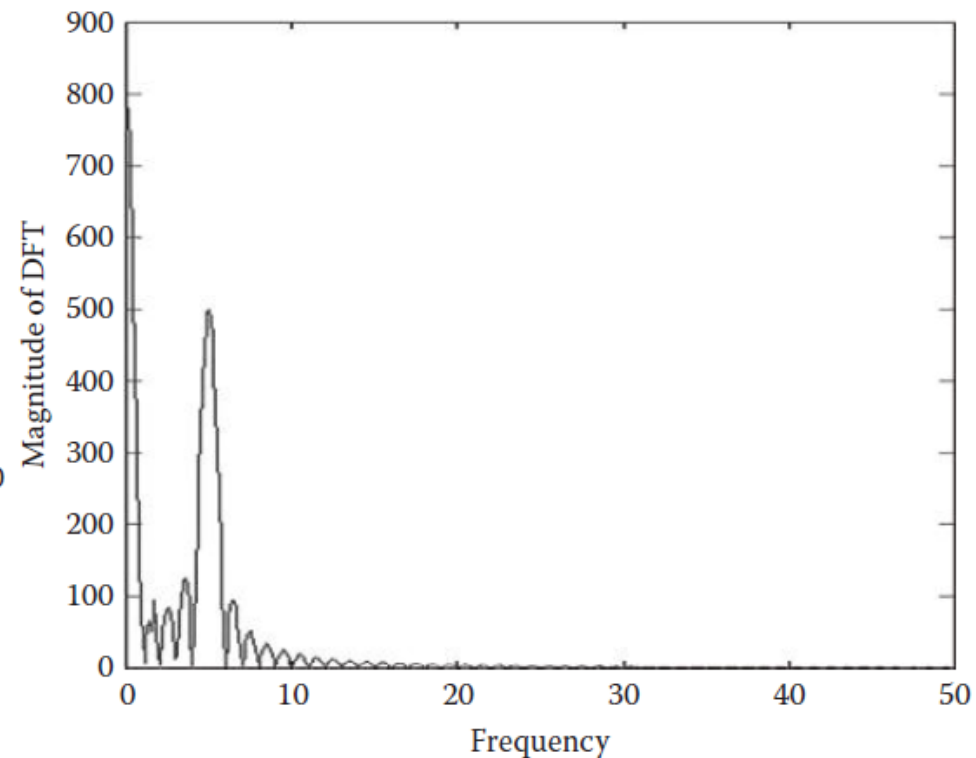
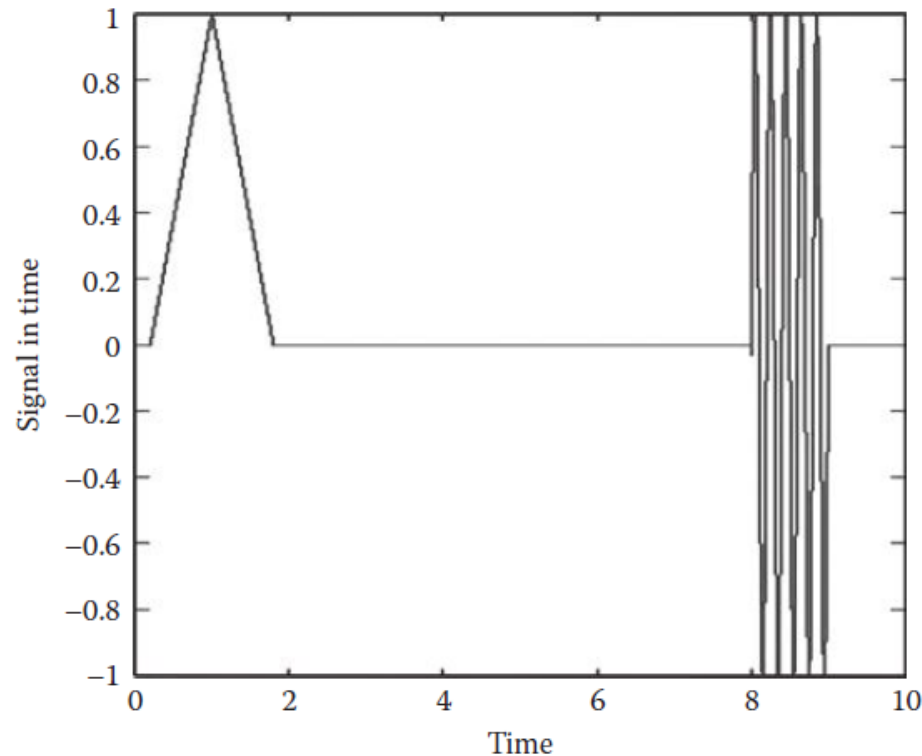
- Short-Time Fourier Transform (STFT) ou Transformada de Gabor.
- A localização do tempo é preservada.

$$X_{\text{STFT}}(a, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g^*(t - a)e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{Eq. 1})$$

- $g(t - a)$: versão deslocada de uma janela de tempo (portão) $g(t)$ que extrai uma porção do sinal $x(t)$.
- Desvantagem?

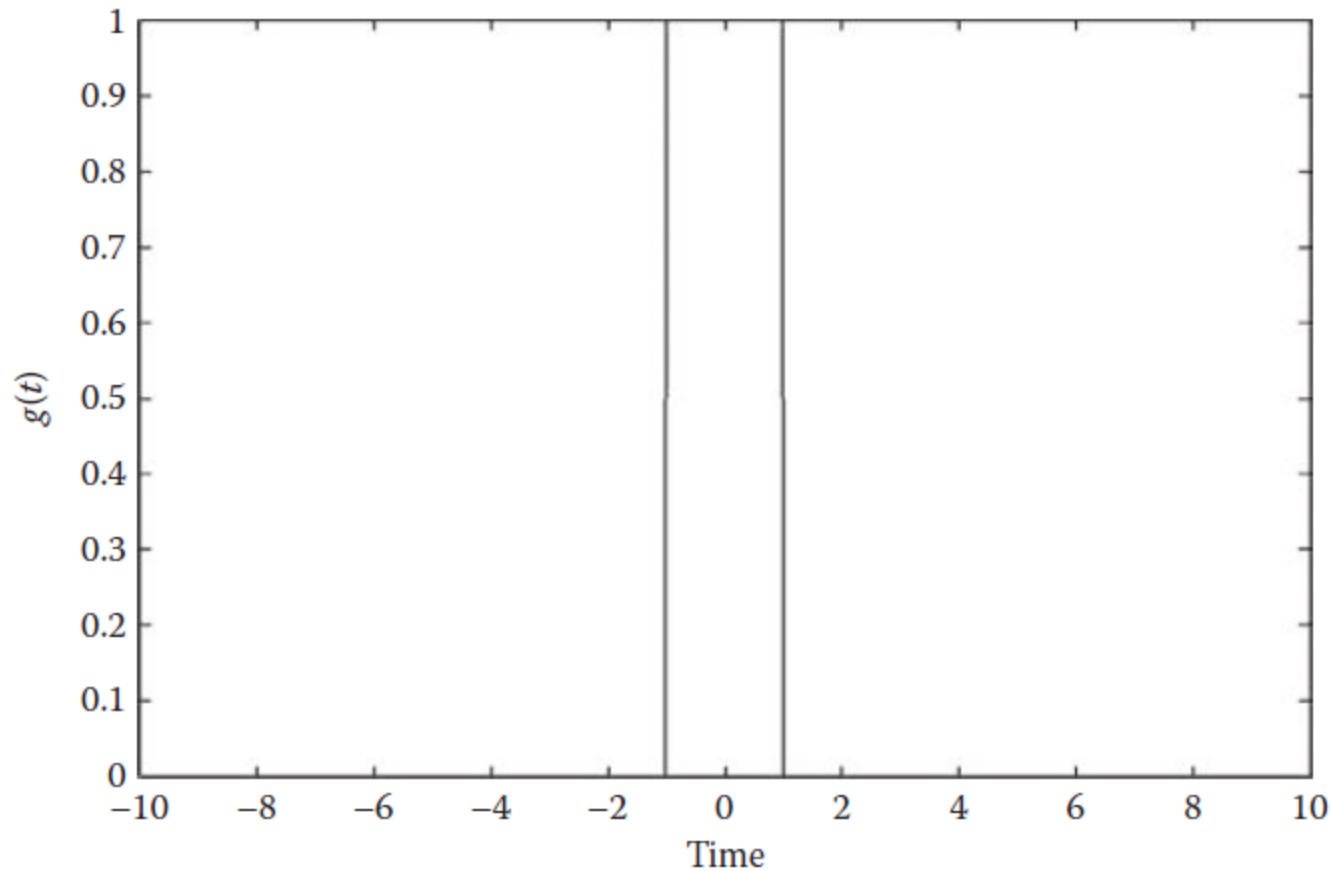


Transformada de Fourier de Curta Duração



O sinal contém dois eventos de tempo limitado: pulso triangular **centrado** em torno de $t=1$ e uma variação sinusoidal **começando** em $t=8$.

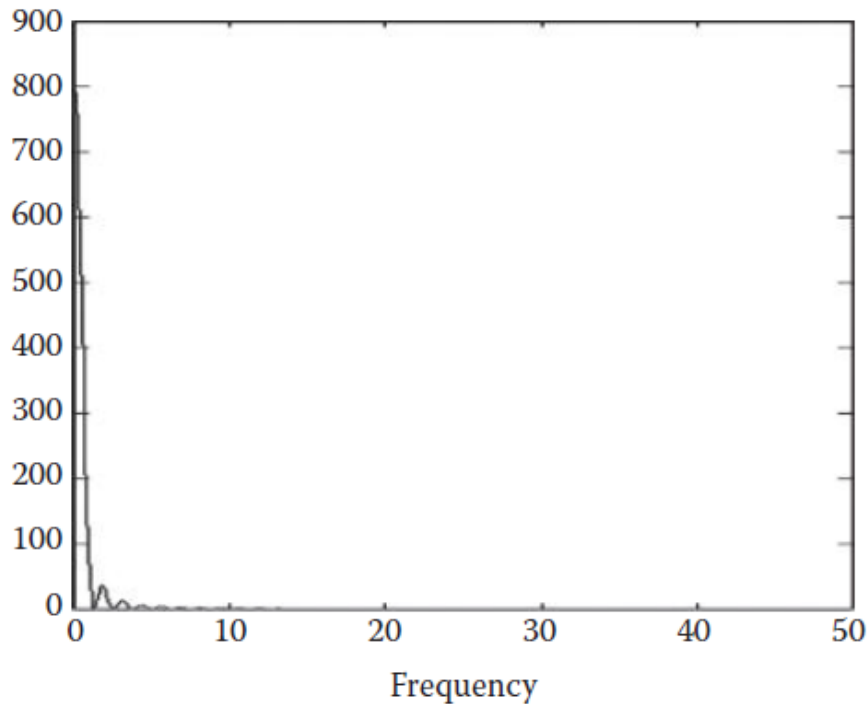
Transformada de Fourier de Curta Duração



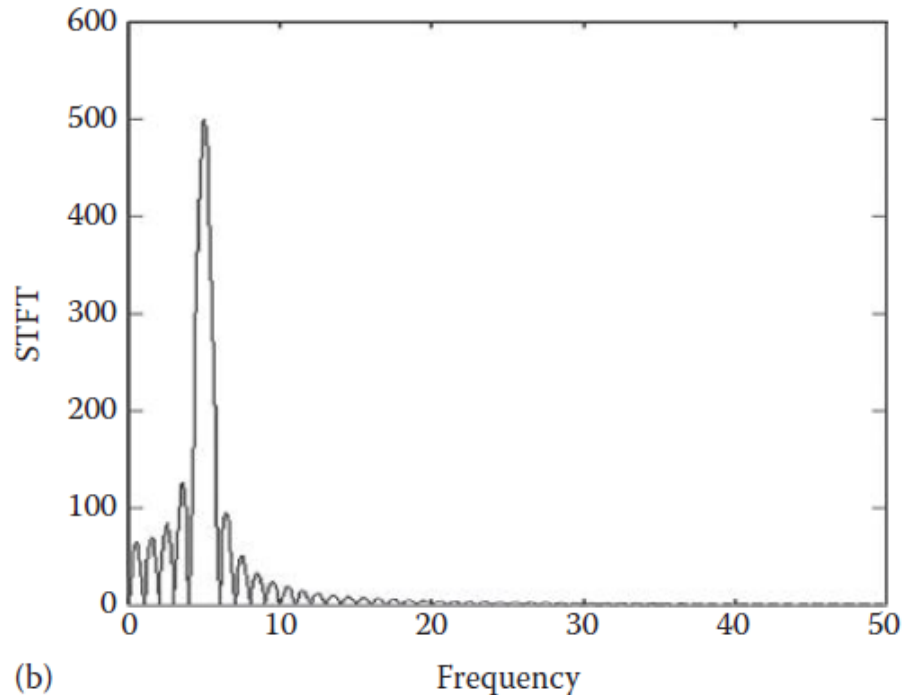
Janela de tempo retangular usada para STFT



Transformada de Fourier de Curta Duração



Magnitude da STFT para $a = 1$.



Magnitude da STFT para $a = 8$.



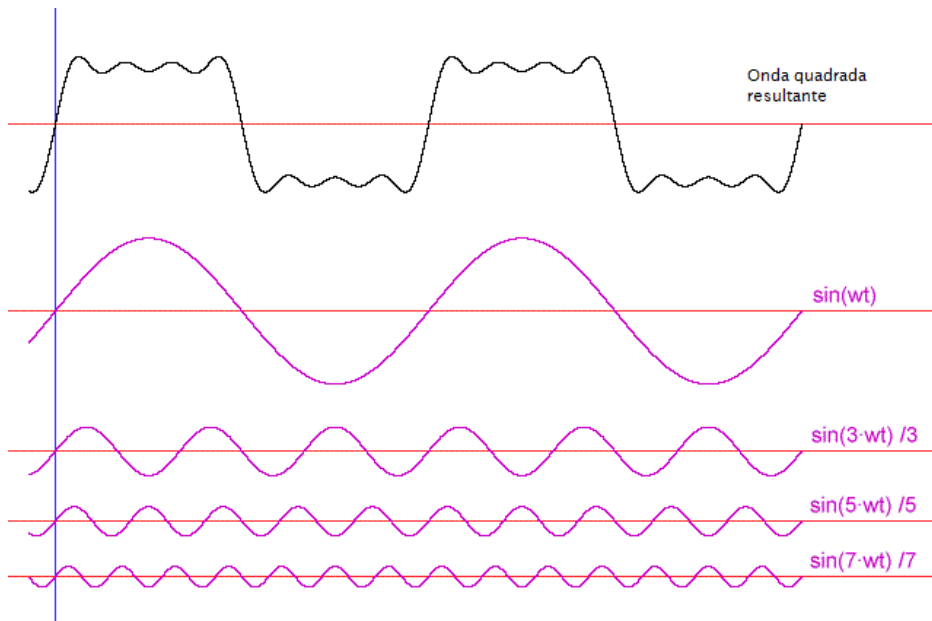
Transformada de Fourier de Curta Duração

- Desvantagem?
 - Escolha do tamanho da janela
 - As variações das senóides não são limitadas (diferente dos eventos analisados)
- E agora?



Transformada Wavelet Continua 1D

- Precisamos usar funções de base limitada no tempo (diferente da TF).
- Como substituir o conceito da frequência?



- Deformar o sinal permiti obter as harmônicas.
- Frequência é definida apenas para sinais periódicos.
- A **escala** é aplicável aos sinais não-periódicos.

Composição de uma onda quadrada a partir das harmônicas.



Transformada Wavelet Continua 1D

- $$W_{\Psi, X}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \Psi^* \left(\frac{t - b}{a} \right) dt, \quad a \neq 0$$

- $\Psi(t)$ é uma função com **duração limitada** no tempo, **b** é o parâmetro de **deslocamento**, e **a** é o parâmetro de **escala** (substituindo o de frequência f)
- As funções de base da TWC são a de deslocamento e de escala de $\Psi(t)$ (Wavelet mãe).



Transformada Wavelet Continua 1D

- Inversa da TWC

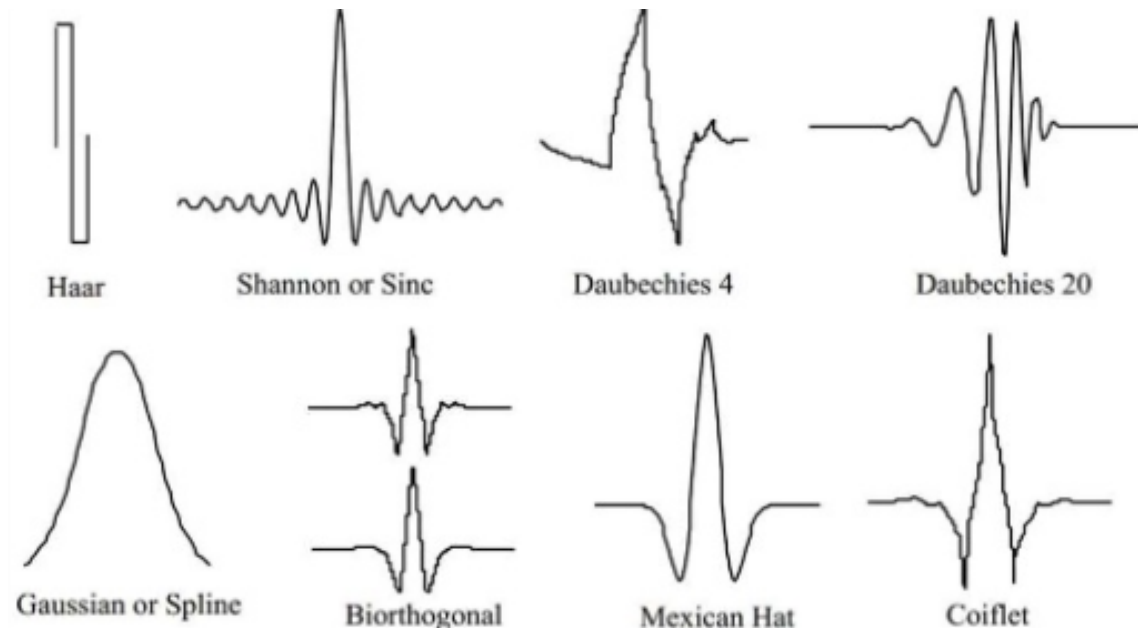
$$x(t) = \frac{C_{\Psi}^{-1}}{a^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{\Psi, X}(a, b) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db, \quad a \neq 0$$

- C_{Ψ}^{-1} é uma constante que depende da escolha de $\Psi(t)$.
- Cada escolha de uma Wavelet mãe gera uma TWC particular



Transformada Wavelet Continua 1D

Como escolher uma Wavelet mãe para uma aplicação específica?



- Wavelet mãe complexa para sinais complexos
- Wavelet mãe com a forma geral do sinal

Transformada de Wavelet Discreta

- A TWC possui custo computacional elevado
 - Requer os cálculos baseados em todos os deslocamentos e escalas contínuas
- A Transformada de Wavelet Discreta (TWD) aceita **sinais contínuos** aplicando **descolamentos e mudança de escalas discreta**
- Equação de síntese

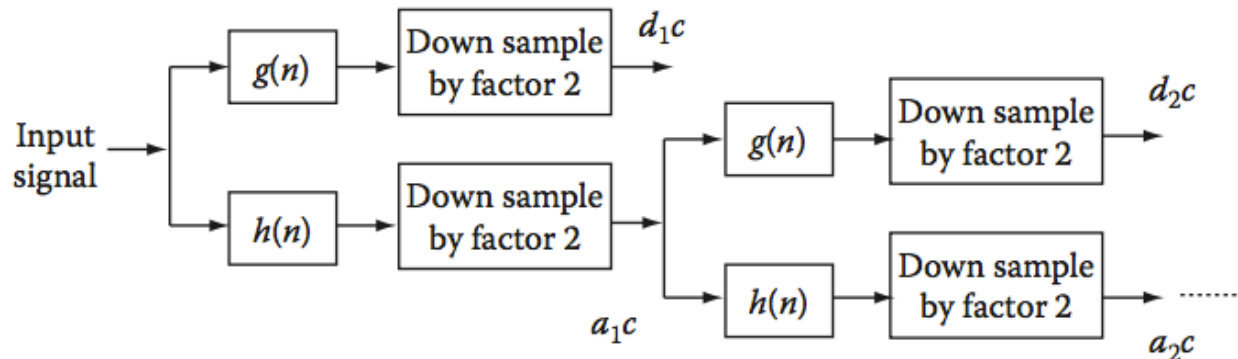
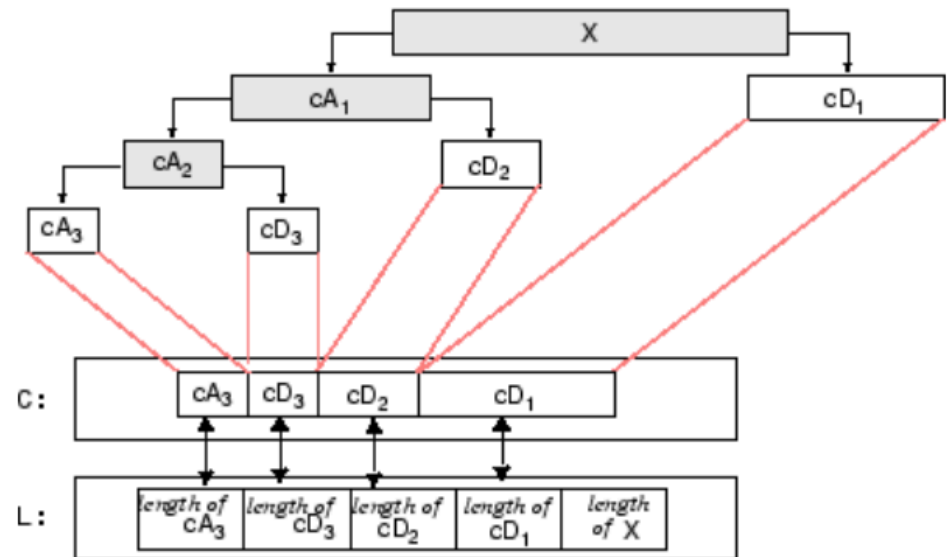
$$x(t) = c \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} W_{jk} \Psi_{jk}(t)$$



TWD no Matlab

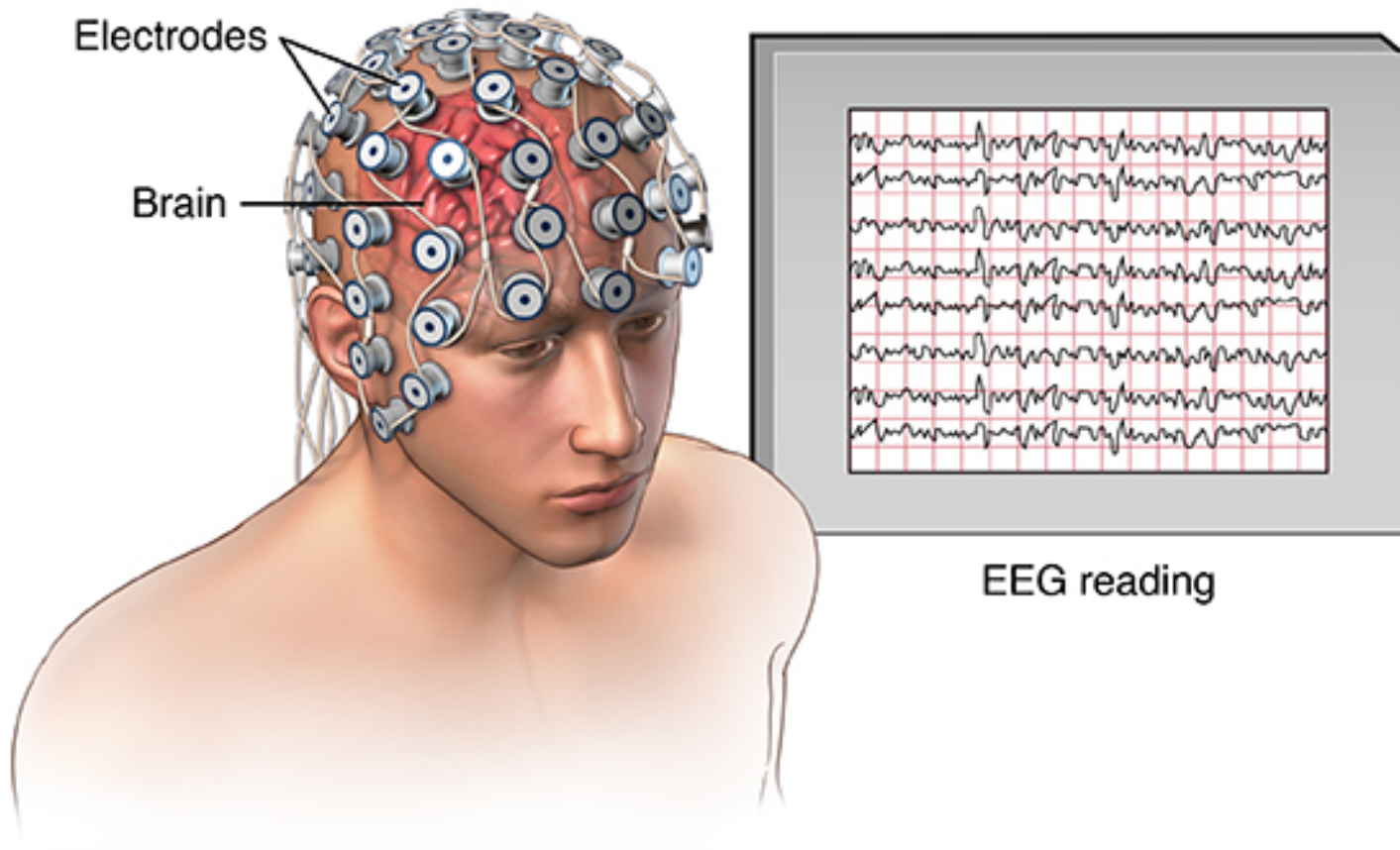
- **cwt e icwt**
- **dwt e idwt**
- **wavedec**
- **wavemenu (GUI)**

```
[cA,cD] = dwt(X,'wname')
[cA,cD] = dwt(X,Lo_D,Hi_D)
[cA,cD] = dwt(...,'mode',MODE)
```

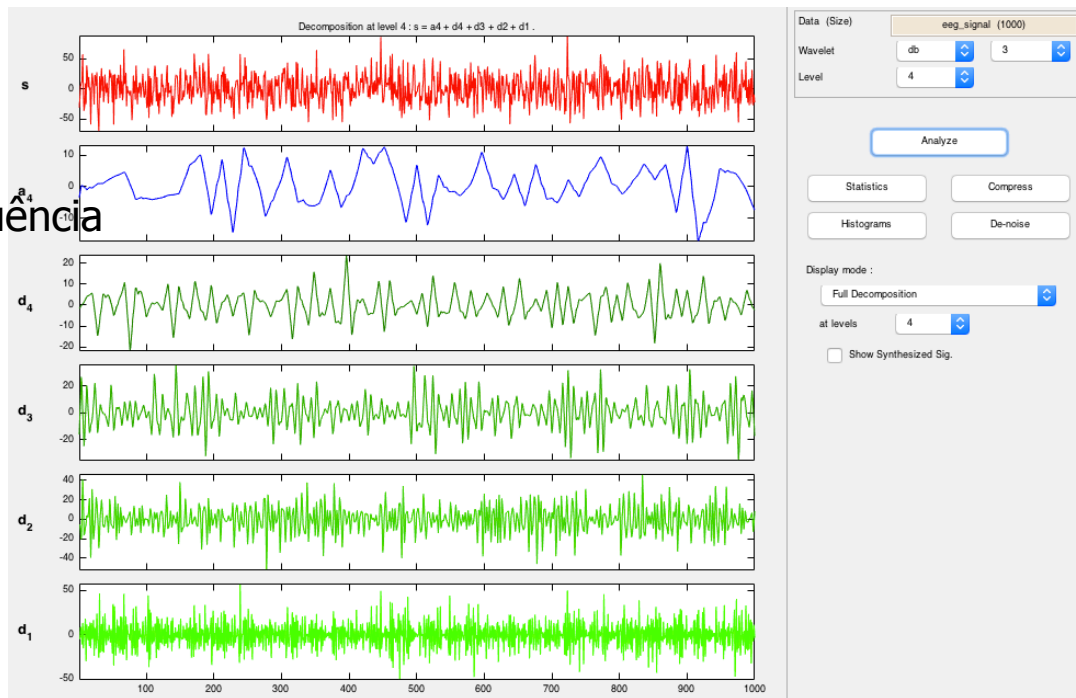


TWD no Matlab

Electroencephalogram (EEG)



TWD para EEG



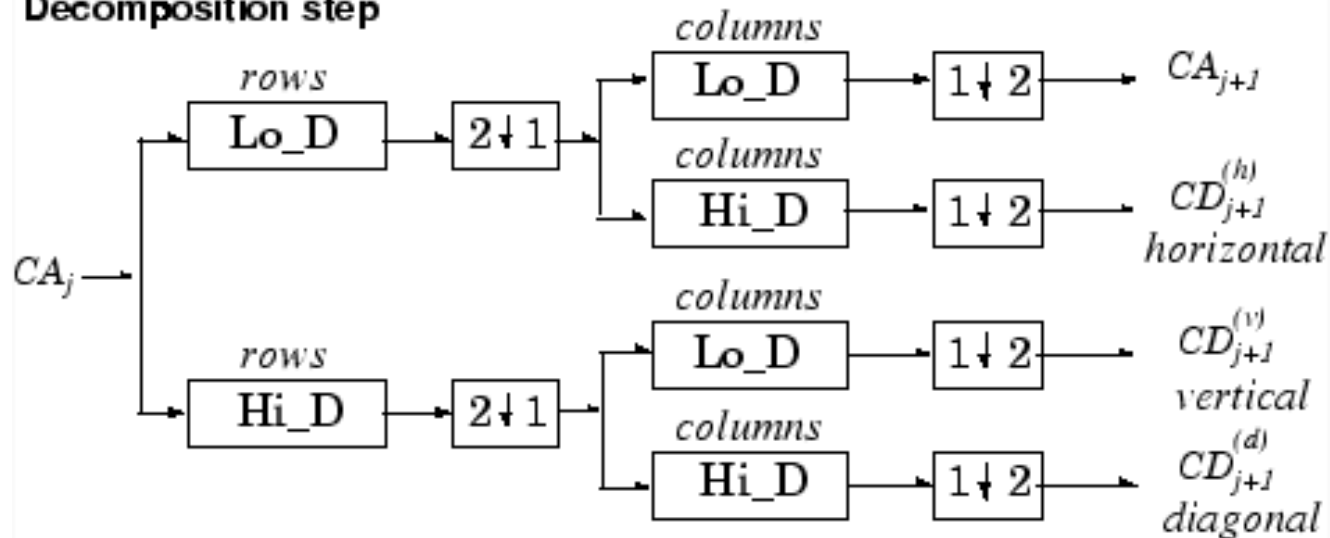
Sinal corrompido por ruído de **alta frequência** → **reconstruir** o sinal com os **primeiros** componentes

- **Significados fisiológicas** da potência do sinal
 - Componente de baixa frequência muito forte → paciente pode estar **dormindo** ou prestes a **adormecer**

Vamos programar!

TWD 2D

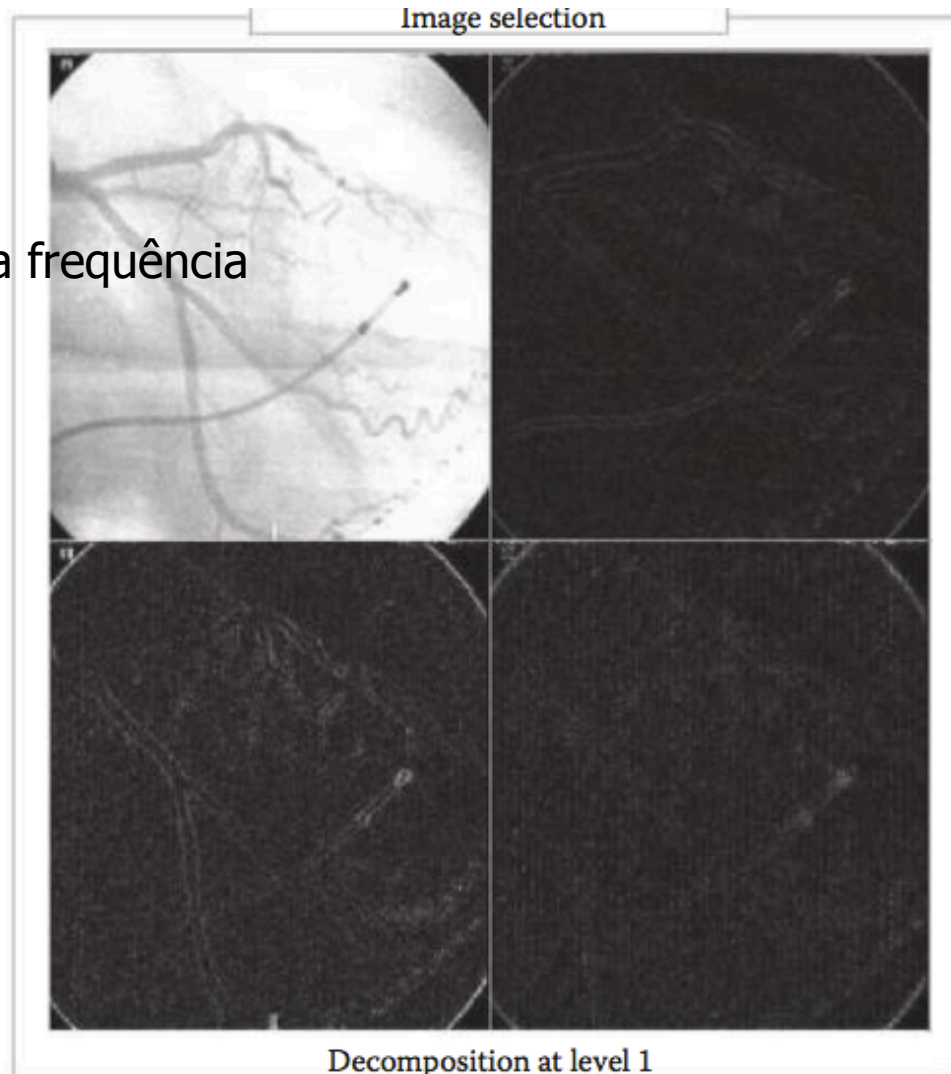
Decomposition step



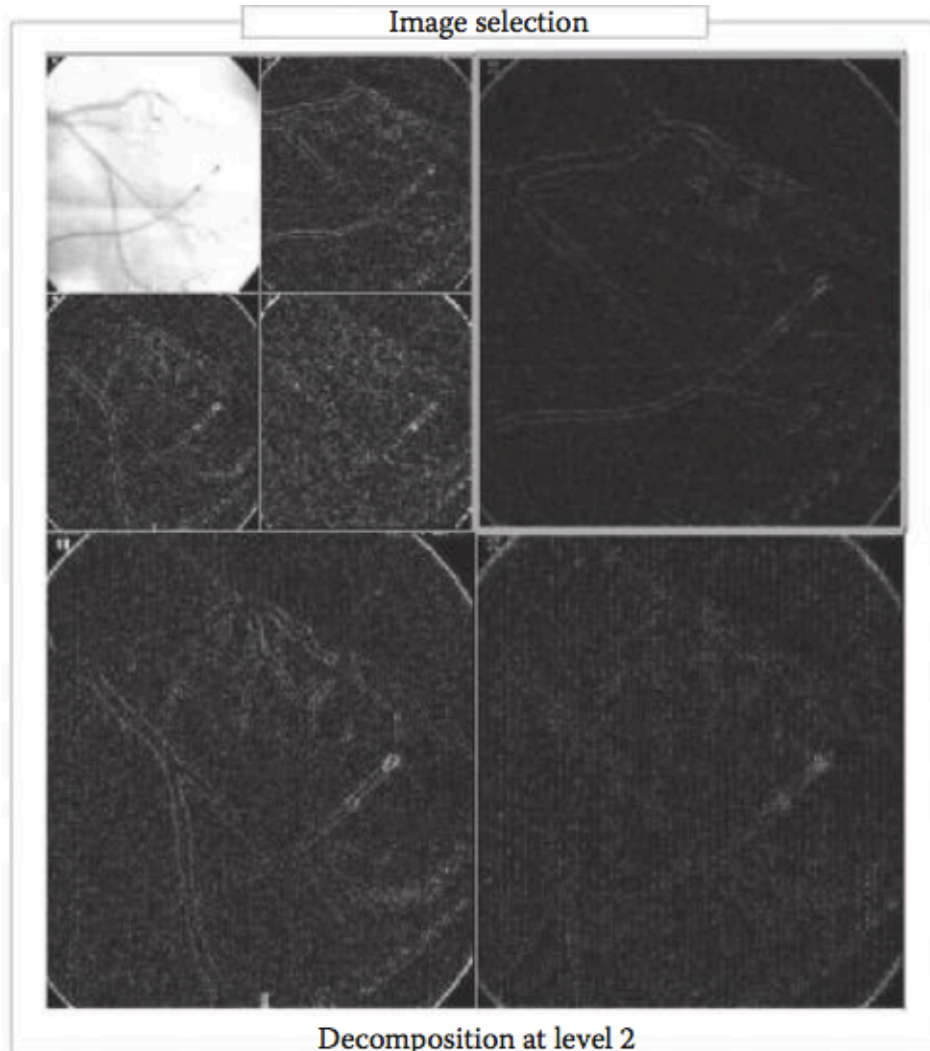
Where

- $2 \downarrow 1$ Downsample columns: keep the even indexed columns
- $1 \downarrow 2$ Downsample rows: keep the even indexed rows
- rows
 \boxed{X} Convolve with filter X the rows of the entry
- columns
 \boxed{X} Convolve with filter X the columns of the entry

TWD 2D



TWD 2D



Componentes de **segundo nível**
→ resolução maior, capturam informações mais detalhadas sobre a imagem



Wavelet para Filtragem e Compressão

$$d_{jk}^{hard} = \begin{cases} d_{jk} & \text{if } |d_{jk}| > \mathbf{x} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad \text{Eq. 1}$$

$$d_{jk}^{hard} = \begin{cases} d_{jk} - \mathbf{x} & \text{if } d_{jk} > \mathbf{x} \\ 0 & \text{if } |d_{jk}| \leq \mathbf{x} \\ d_{jk} + \mathbf{x} & \text{if } d_{jk} < -\mathbf{x} \end{cases} \quad \text{Eq. 2}$$



Encaminhamentos

- Dúvidas?
- Próximo assunto
 - Extração de atributos em Sinais de Eletrocardiograma (ECG)

