Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
PPGER – PPGCC

Aula 7: Transformadas Wavelet

Processamento Digital de Imagens

Prof. Dr. Pedro Pedrosa

pedrosarf@ifce.edu.br

pedropedrosa.maracanau.ifce.edu.br

Introdução

- A transformada *wavelet* tem recebido uma grande atenção devido a sua facilidade em comprimir, transmitir e analisar imagens;
- Em geral esta transformada está sendo usada em inúmeros campos como processamento de voz, ciência da terra, geofísica, física médica, astronomia e sensoriamento remoto.
  - A transformada *wavelet* expande um sinal através conjunto completo de funções de base com freqüência e duração limitada.

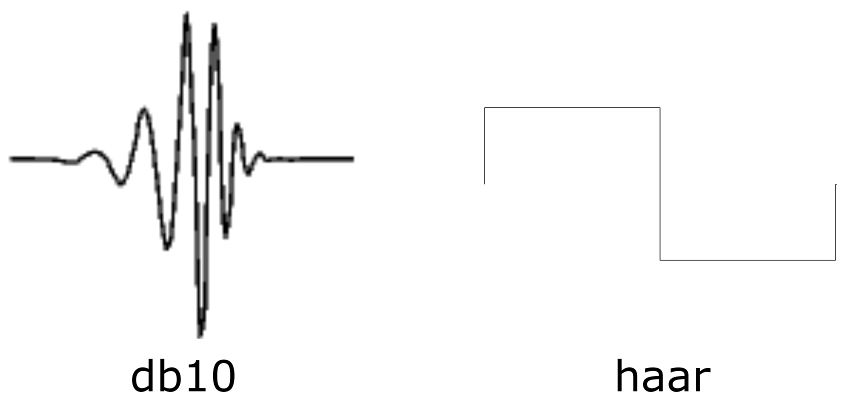


Figura 1: Exemplos de Funções *Wavelets*

Introdução

- O interesse cresceu principalmente devido a teoria multi-resolução proposta por Mallat (1987).
- Esta teoria unifica e incorpora diferentes técnicas, podendo ser usada em vários domínios de conhecimento:
  - Codificação em Sub-bandas
  - Filtragem com filtros de quadratura espelhados
  - Processamento piramidal de imagens
- Ferramenta de análise espaço / freqüência
  - A decomposição de um sinal com uma determinada função *wavelet* permite o tratamento da energia contida no sinal, em função tanto da dimensão espacial (ou tempo) como da escala da *wavelet* (freqüência).

Wavelet x Fourier

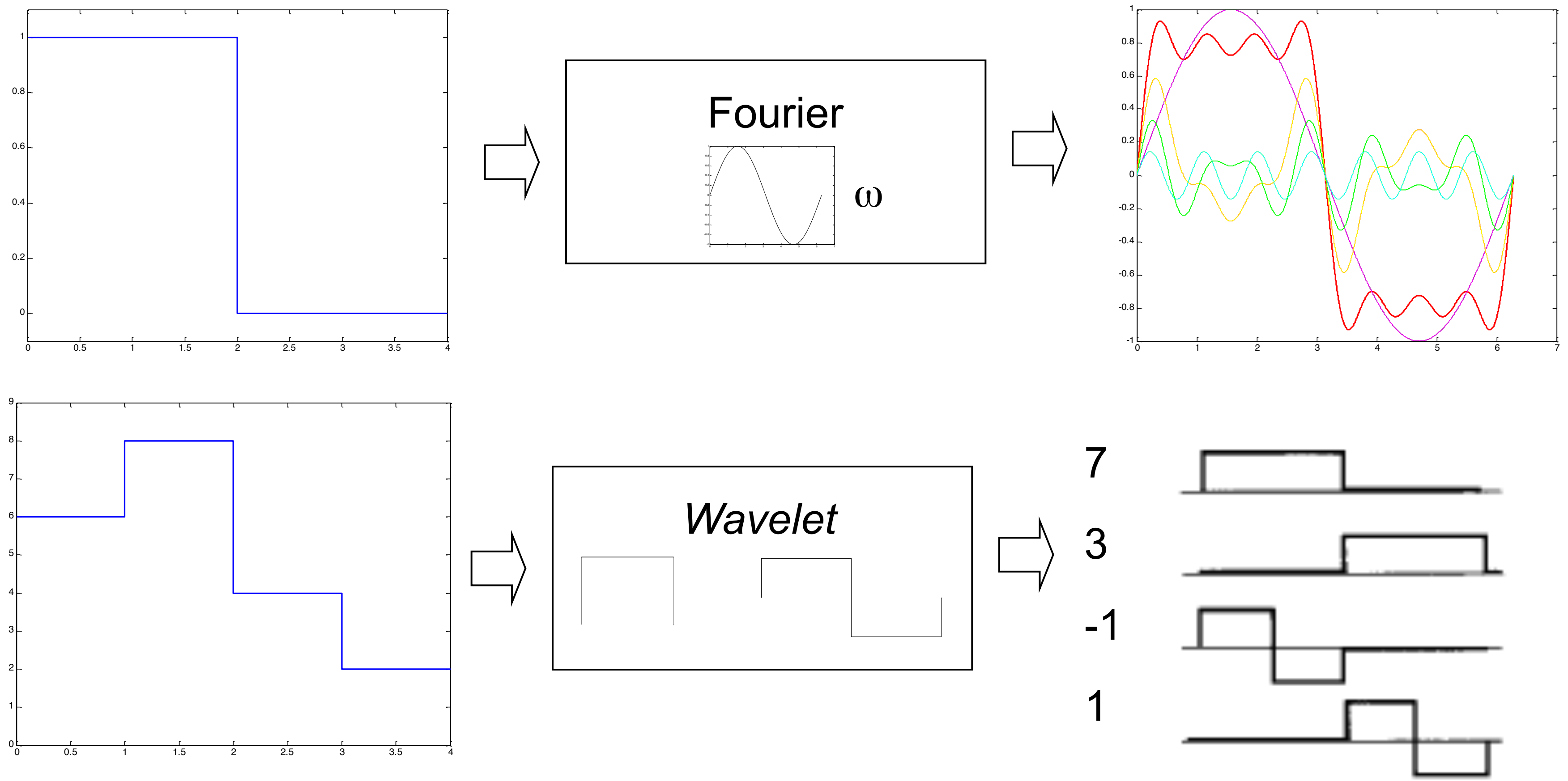


Figura 2: Comparação entre *Wavelets* e Fourier

Fundamentos

- Regiões com semelhantes textura e contraste combinadas formam objetos na imagem
- Resolução
  - Altas resoluções detectam objetos pequenos ou em baixo contraste
  - Baixas resoluções detectam objetos grandes ou de alto contraste
  - Para detectar diferentes objetos é necessário analisar várias resoluções (multi-resolução)
- Freqüência
  - Altas freqüências representam bordas
  - Baixas freqüências representam regiões homogêneas

Regiões Importantes da Imagem

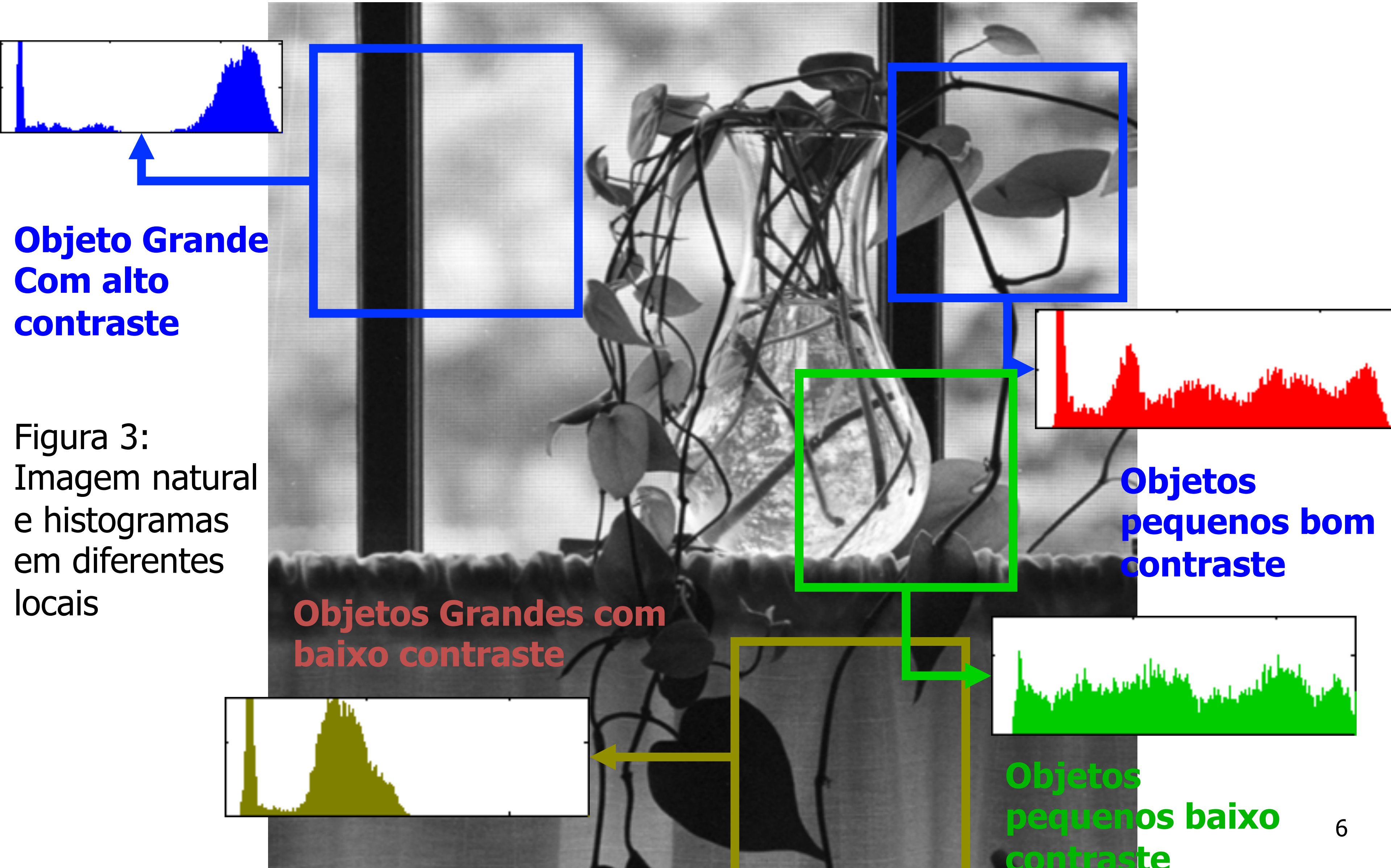
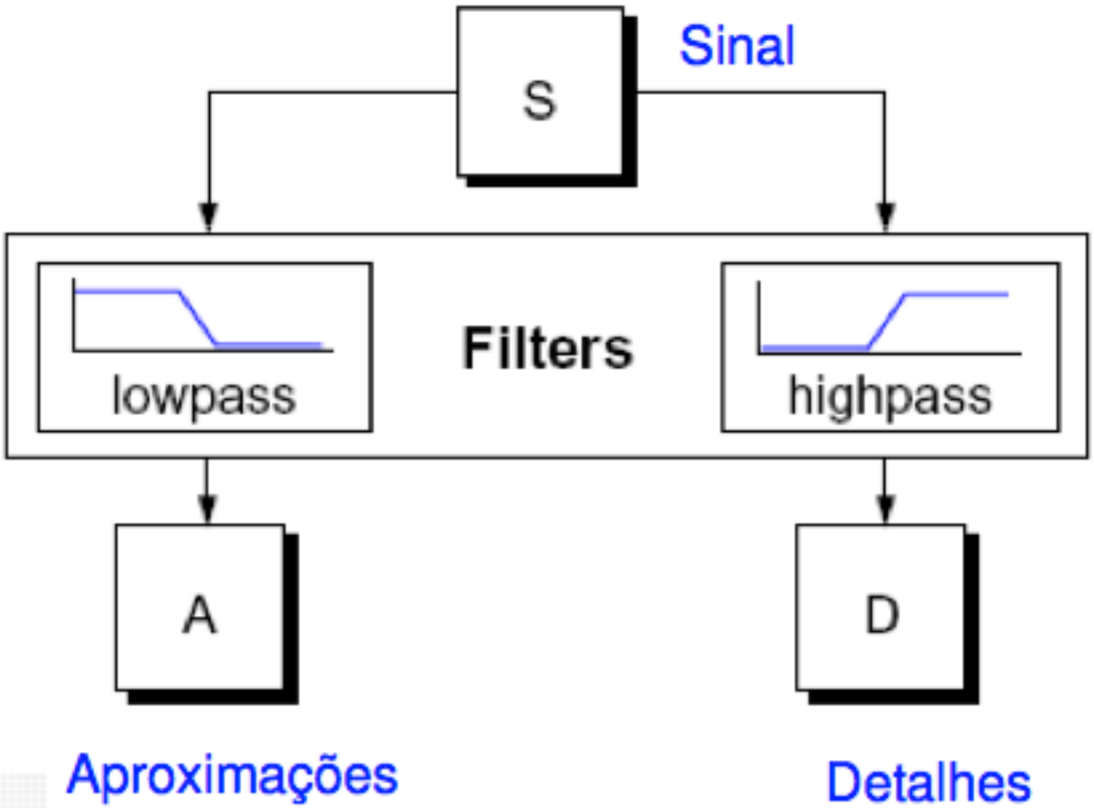


Figura 3:
Imagem natural
e histogramas
em diferentes
locais

Transformada Wavelet Discreta

- Processo de filtragem

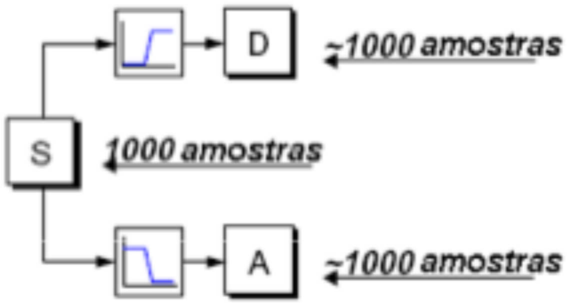


Transformada Wavelet Discreta

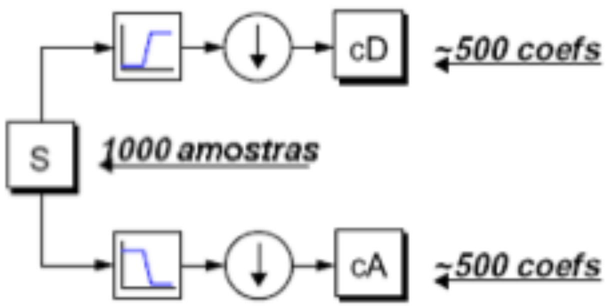
- Processo de filtragem
  - Problema: Suponha que o sinal original tem 1000 amostras...
    - Com esse processo de filtragem, passamos a ter dois sinais cada um com 1000 amostras
    - Esse aumento na quantidade de dados não é interessante
    - Podemos pegar apenas uma em cada duas amostras dos sinais filtrados
      - Assim, ficaríamos apenas com as 1000 amostras
    - Essa é a idéia de *Downsampling*

Transformada Wavelet Discreta

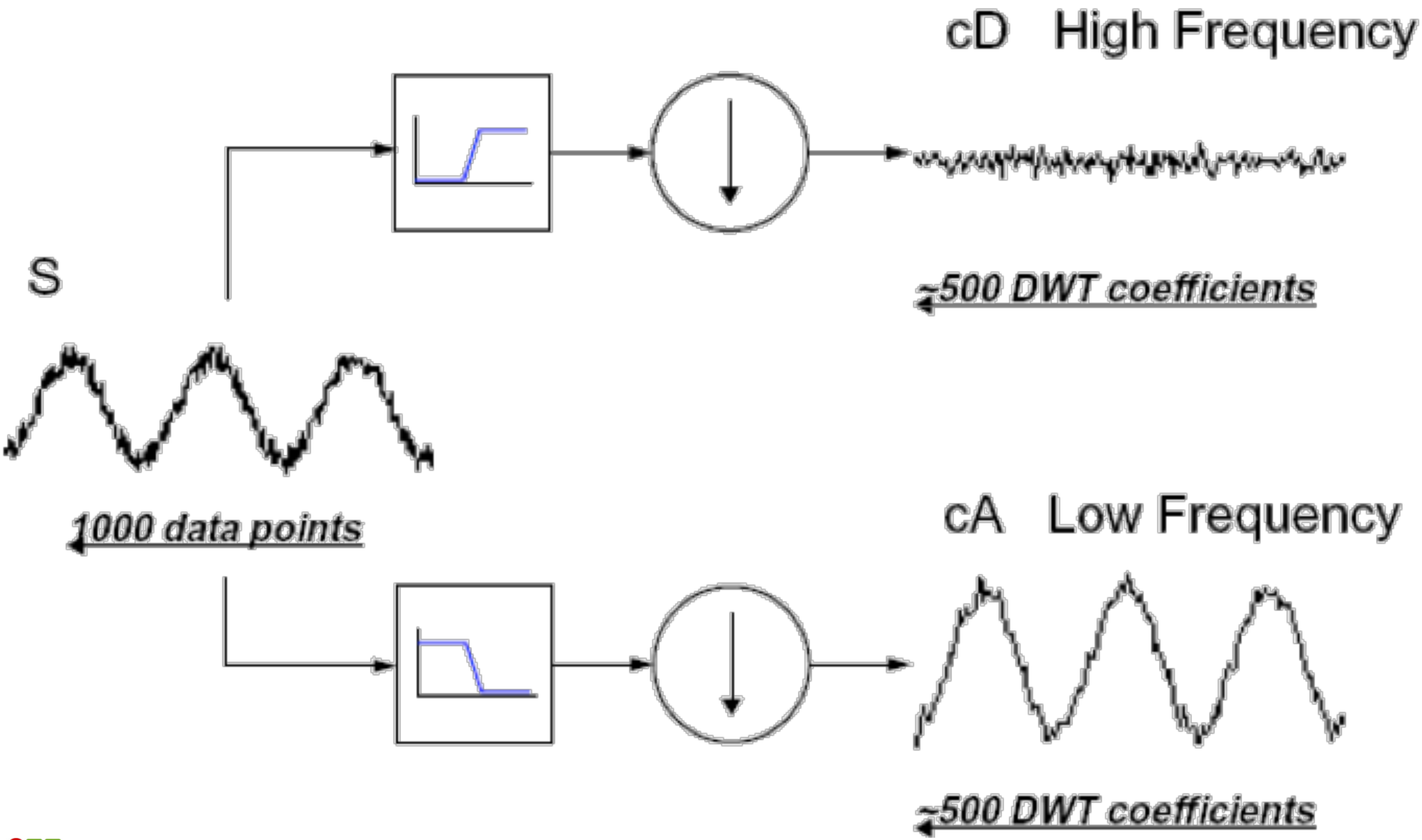
- Ou seja, ao invés de:



- Temos agora:

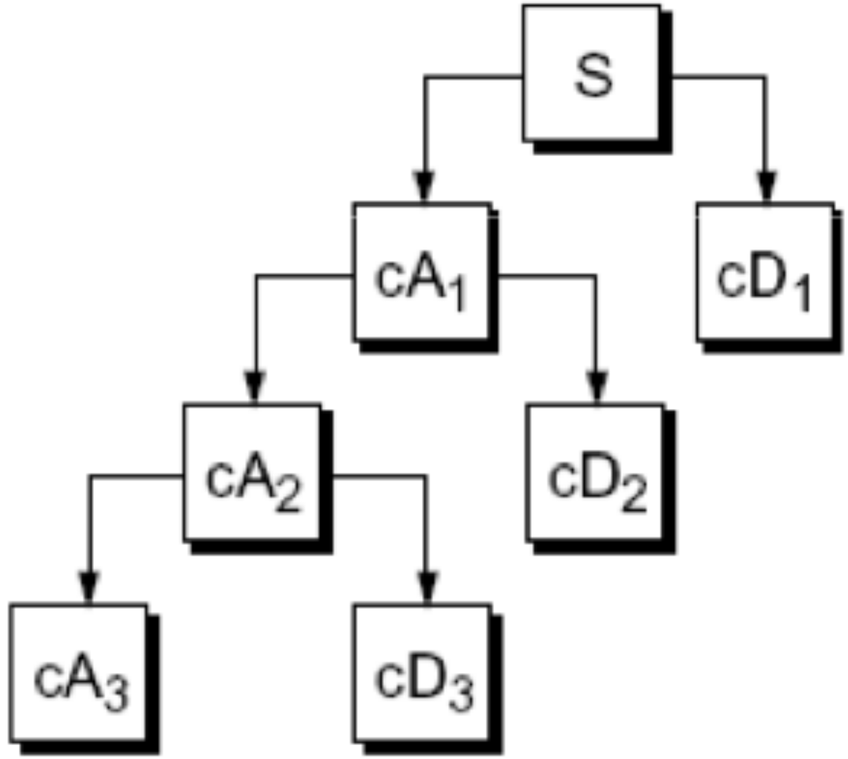


Transformada Wavelet Discreta

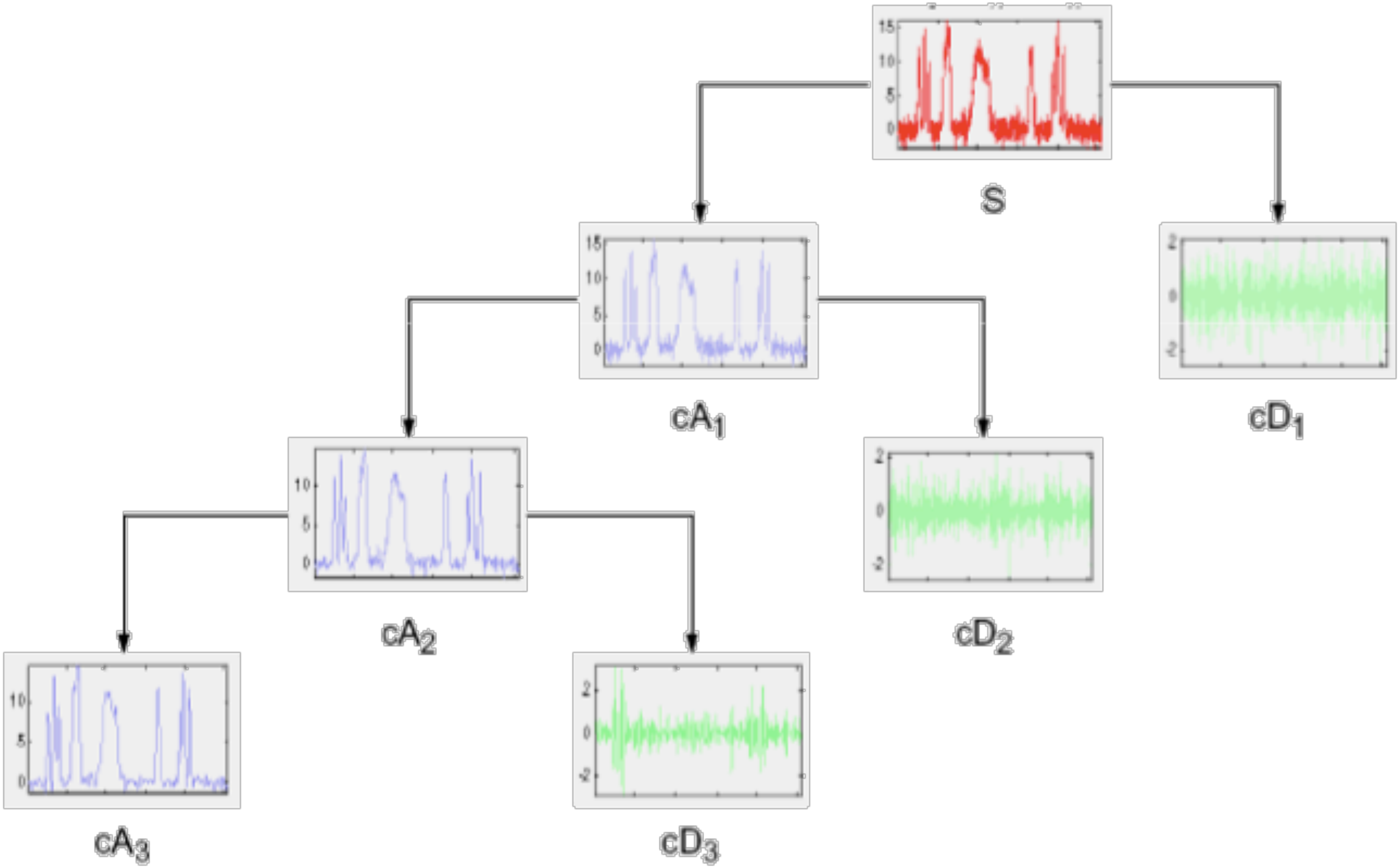


Transformada Wavelet Discreta

- Decomposição em múltiplos níveis

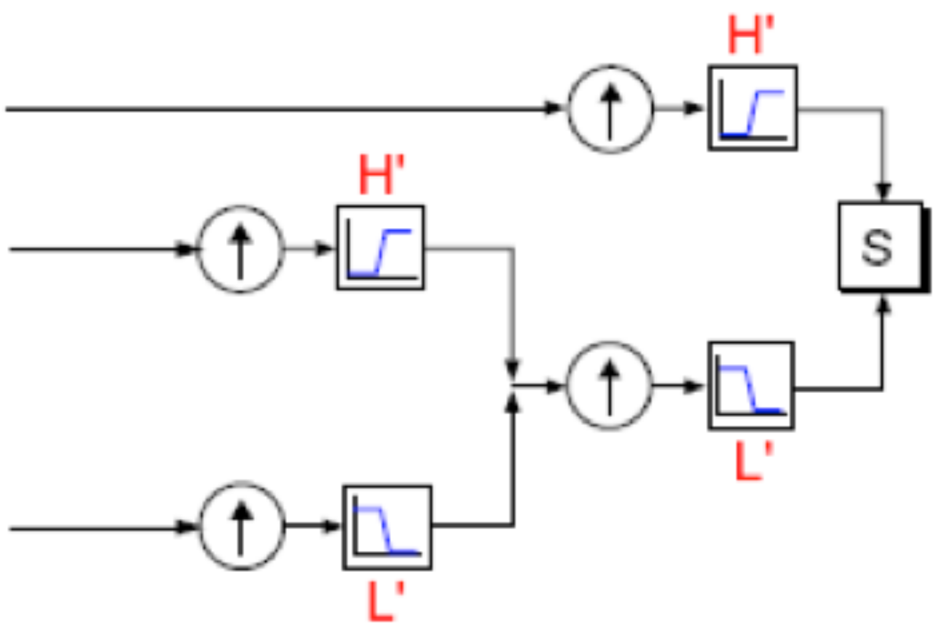


Transformada Wavelet Discreta



Transformada Wavelet Discreta

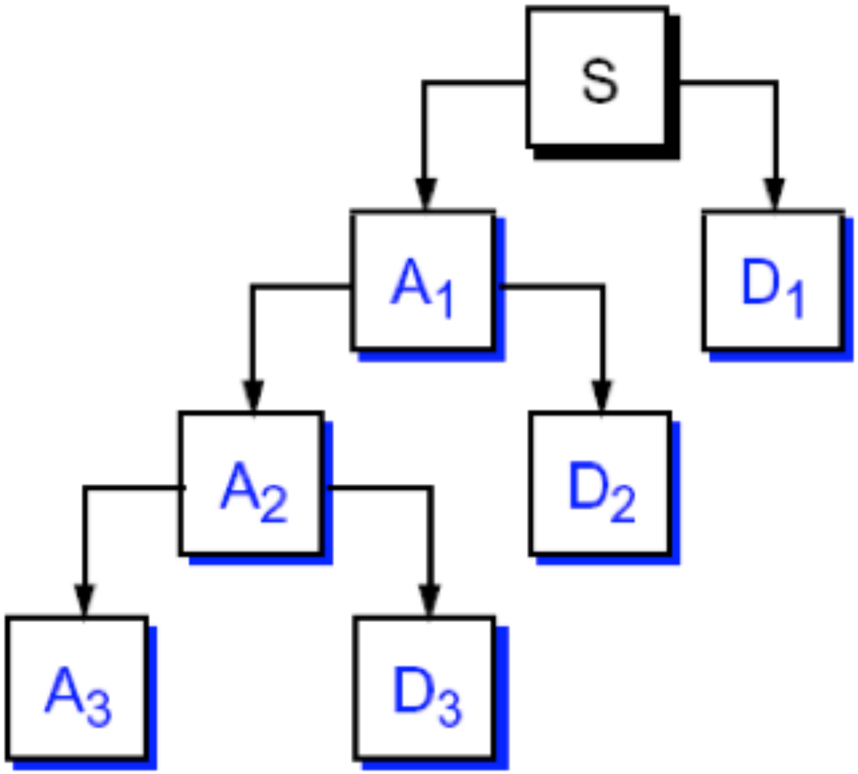
- O que a análise de wavelets faz é decompor um sinal
- O processo inverso é a reconstrução ou síntese do sinal



Upsampling ao invés de *Downsampling*

Transformada Wavelet Discreta

- Componentes de um sinal reconstruído



$$
\begin{aligned}
S &\approx A_1 + D_1 \\
&\approx A_2 + D_2 + D_1 \\
&\approx A_3 + D_3 + D_2 + D_1
\end{aligned}
$$

Transformada Wavelet Discreta

- Famílias de wavelets
  - Definem a forma da wavelet mãe
    - Haar
    - Daubechies
    - Biortogonal
    - Coiflets
    - Symlets
    - Shannon

Pirâmide de imagens

- A pirâmide é uma coleção de imagens com diferentes resoluções.
- A base representa a mais alta resolução e o topo representa a mais baixa resolução
- Utilização
  - Machine Vision
  - Compressão

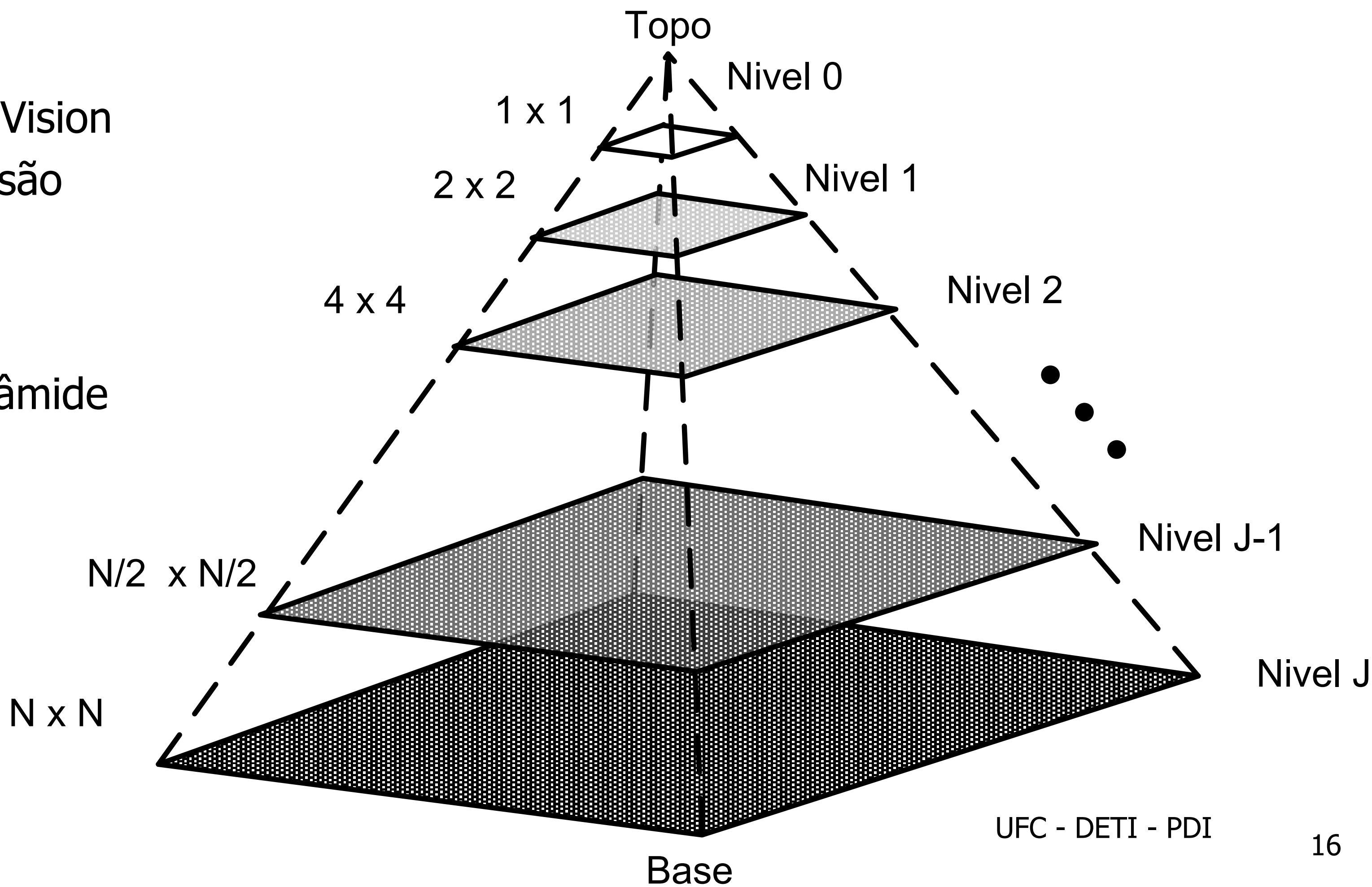
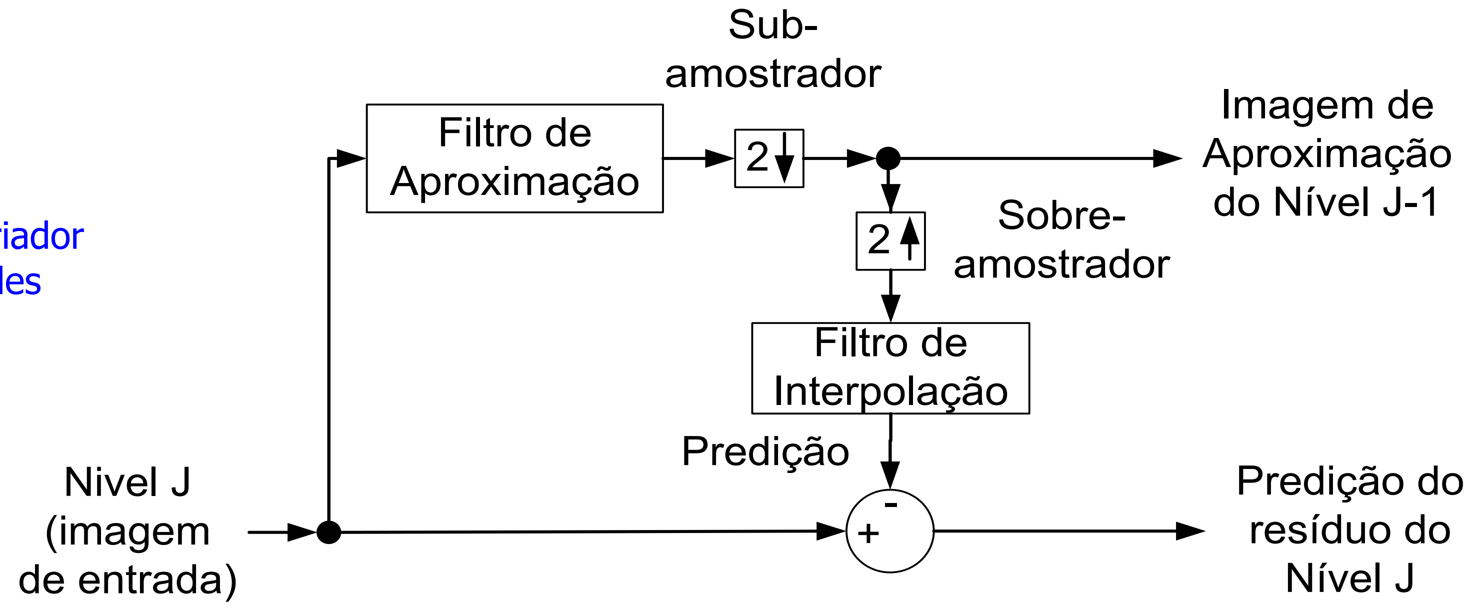


Figura 4:
Estrutura de pirâmide de imagens

Algoritmo de Decomposição Piramidal

- Algoritmo
  - Diminuir a resolução.
  - Filtrar e depois sub-amostrar a imagem filtrada, formando a imagem de aproximação.
  - Re-amostrar, utiliza um filtro de interpolação, formando a predição
  - Calcular a diferença entre a predição e a original para calcular a imagem de detalhes.
- Filtros
  - Sem filtragem (causa aliasing nos níveis mais altos)
  - Média
  - Passa-baixa Gaussiano Algoritmo

Figura 5: Sistema criador de pirâmides



Pirâmide de Imagens

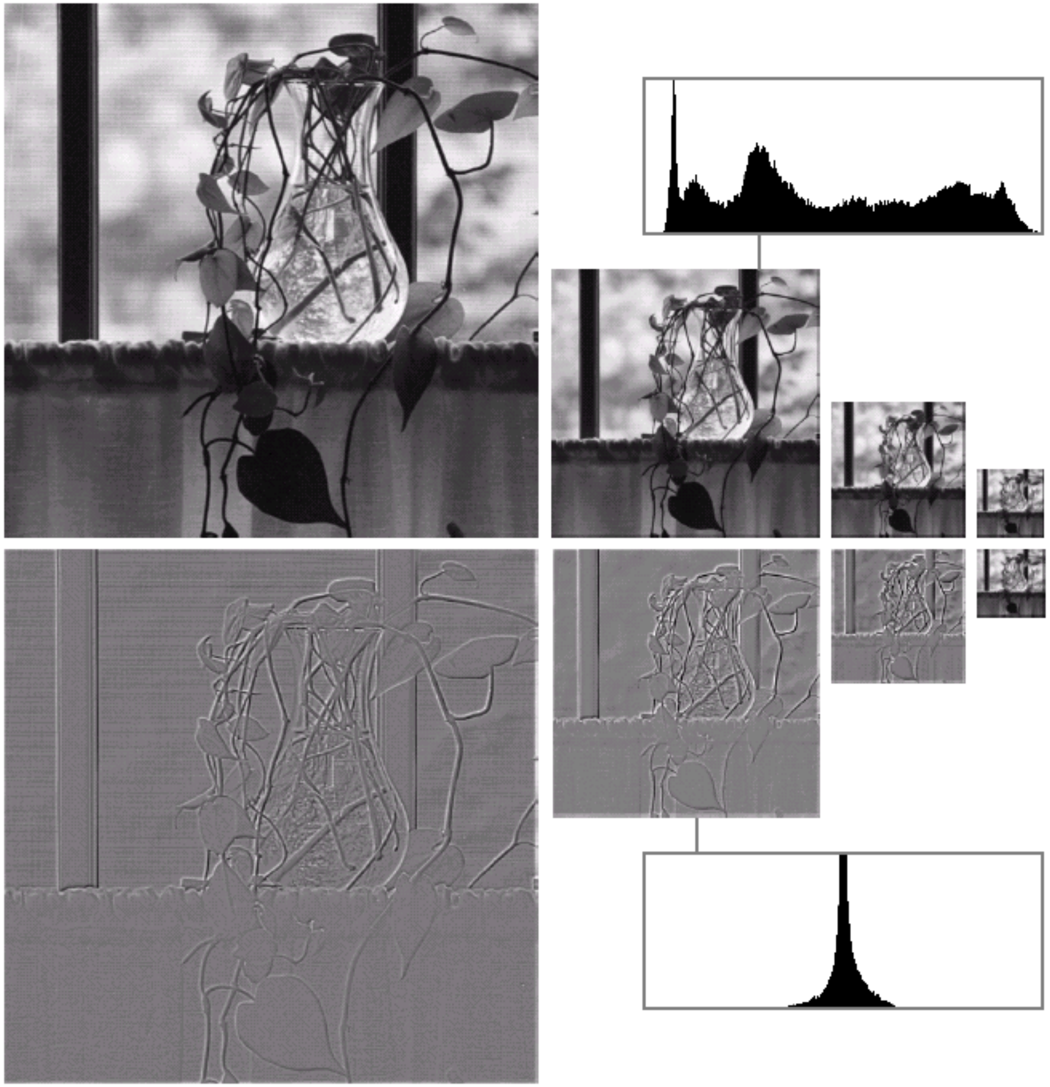


Figura 6: Duas Pirâmides e estatísticas: a) Gaussiana (aproximação) e Laplaciana (predição)

Pirâmide de Imagens

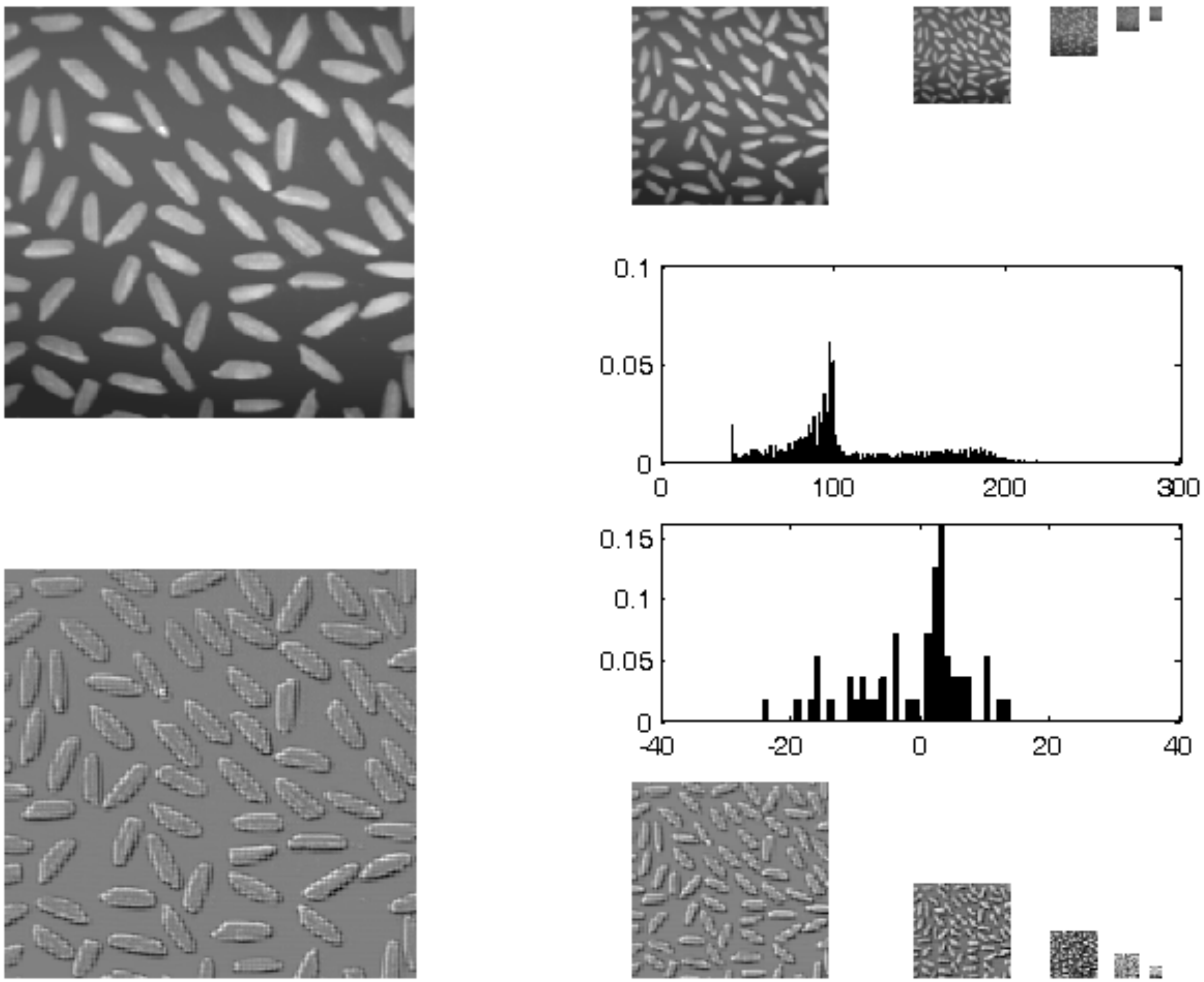


Figura 7: Duas Pirâmides e estatísticas: a) Gaussiana (aproximação) e Laplaciana (predição)

Transformada Haar

- É a função de base wavelet mais antiga e mais simples, também conhecida como função wavelet ortogonal.
- A transformada Haar é separável e simétrica e pode ser expressada pela matriz de transformação:

$$\mathbf{T} = \mathbf{HFH}$$

- Matrizes
  - F é a imagem N x N,
  - H é a Matriz de transformação (N x N)
  - T é a transformada (N x N)
- H contém as funções de bases, $h_k(z)$. Definidas sobre o espaço contínuo e fechado z.

Transformada Haar

- Para Gerar H:

$$h_k(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{cases} 2^{p/2} & z \in \left[(q-1)/2^p, (q-0.5)/2^p\right) \\ -2^{p/2} & z \in \left[(q-0.5)/2^p, q/2^p\right) \\ 0 & \text{para outros valores de z.} \end{cases}$$

- Onde

$$k \in [0, N-1] \Rightarrow N = 2^n \Rightarrow p \in [0, n-1]$$

$$q = \begin{cases} 0 \text{ ou } 1 & \text{se } p = 0 \\ 0 \ \mathrm{L} \ \ 2^p & \text{se } p \neq 0 \end{cases}$$

- Exemplo
  - Para N = 4
  - Valores de K:

k	p	q
0	0	0
1	0	1
2	1	1
3	1	2

  - Matriz

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

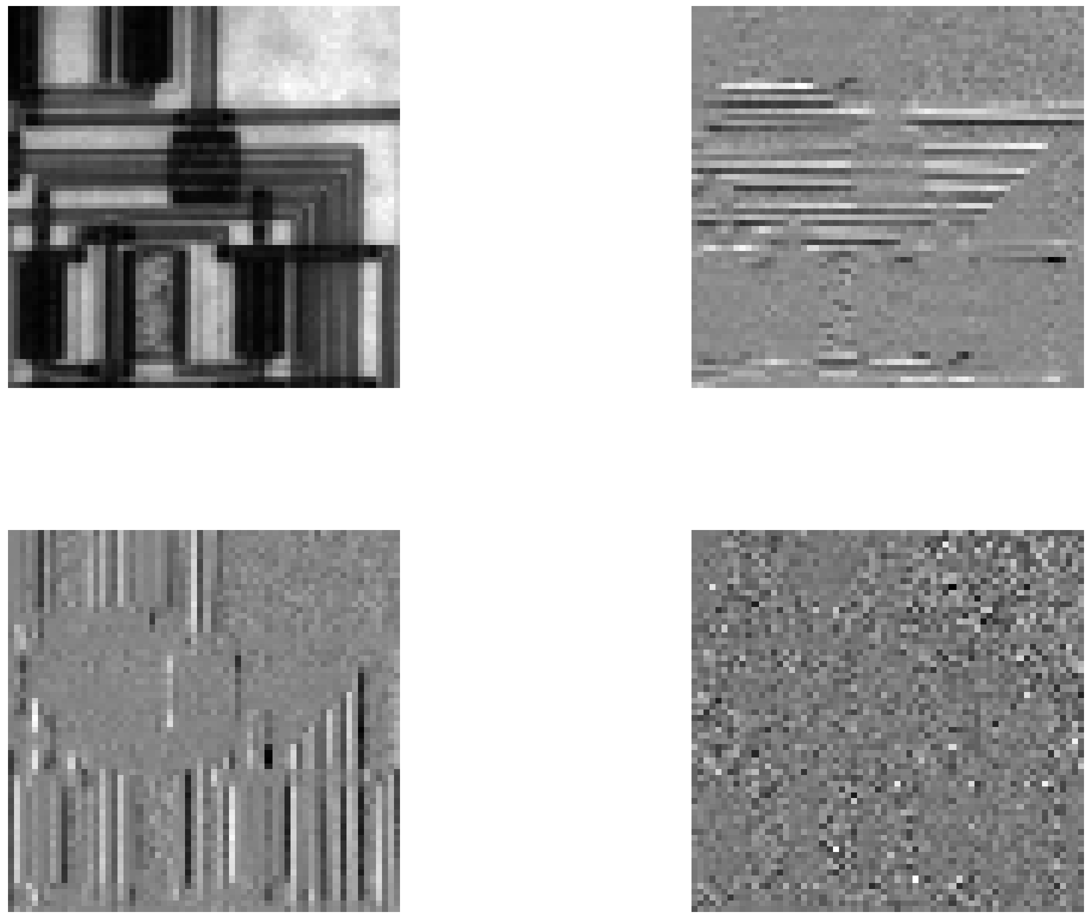
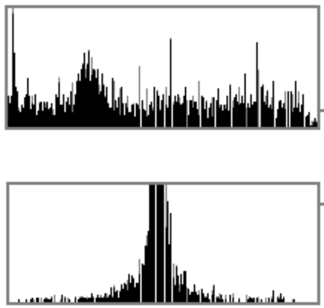


Figura 13: Decomposição utilizando a transformada de Haar.

Transformada Haar



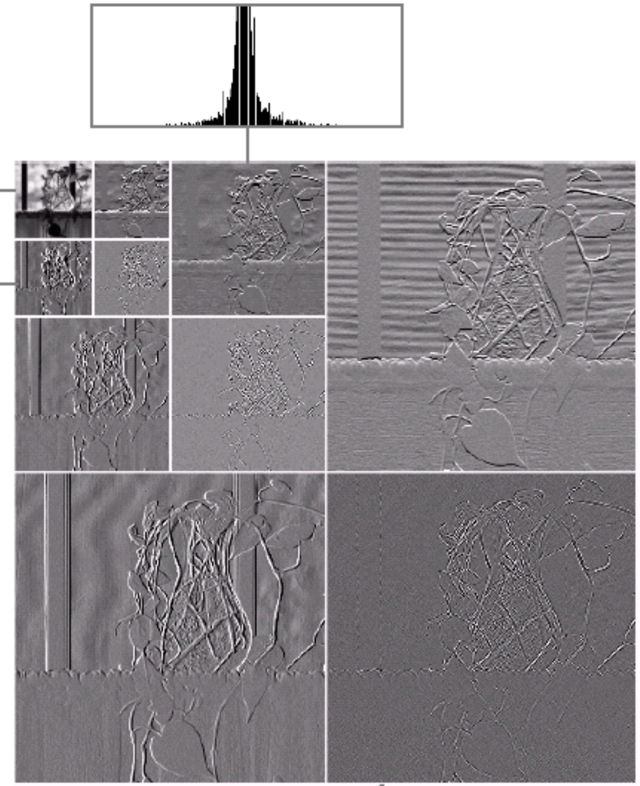
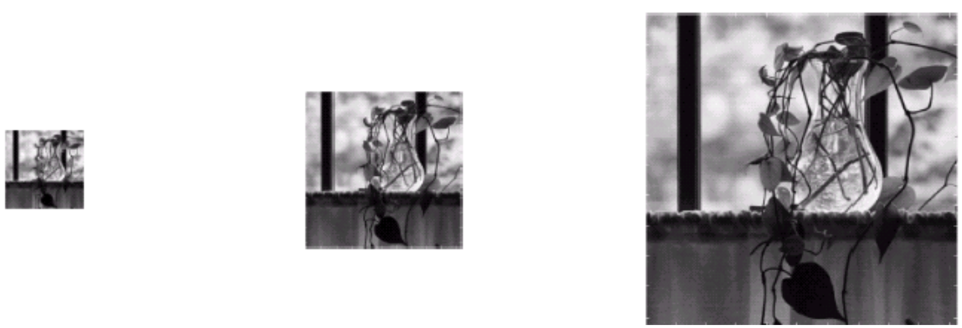
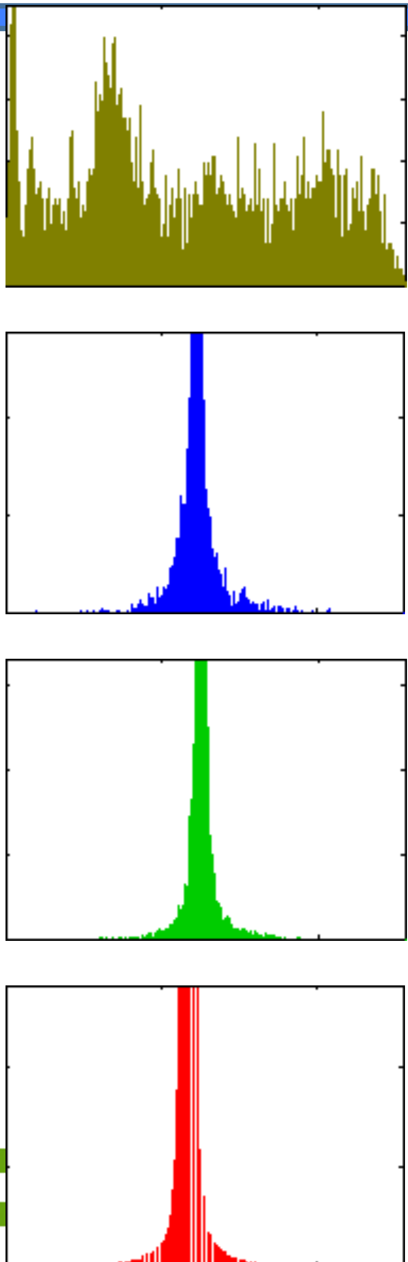
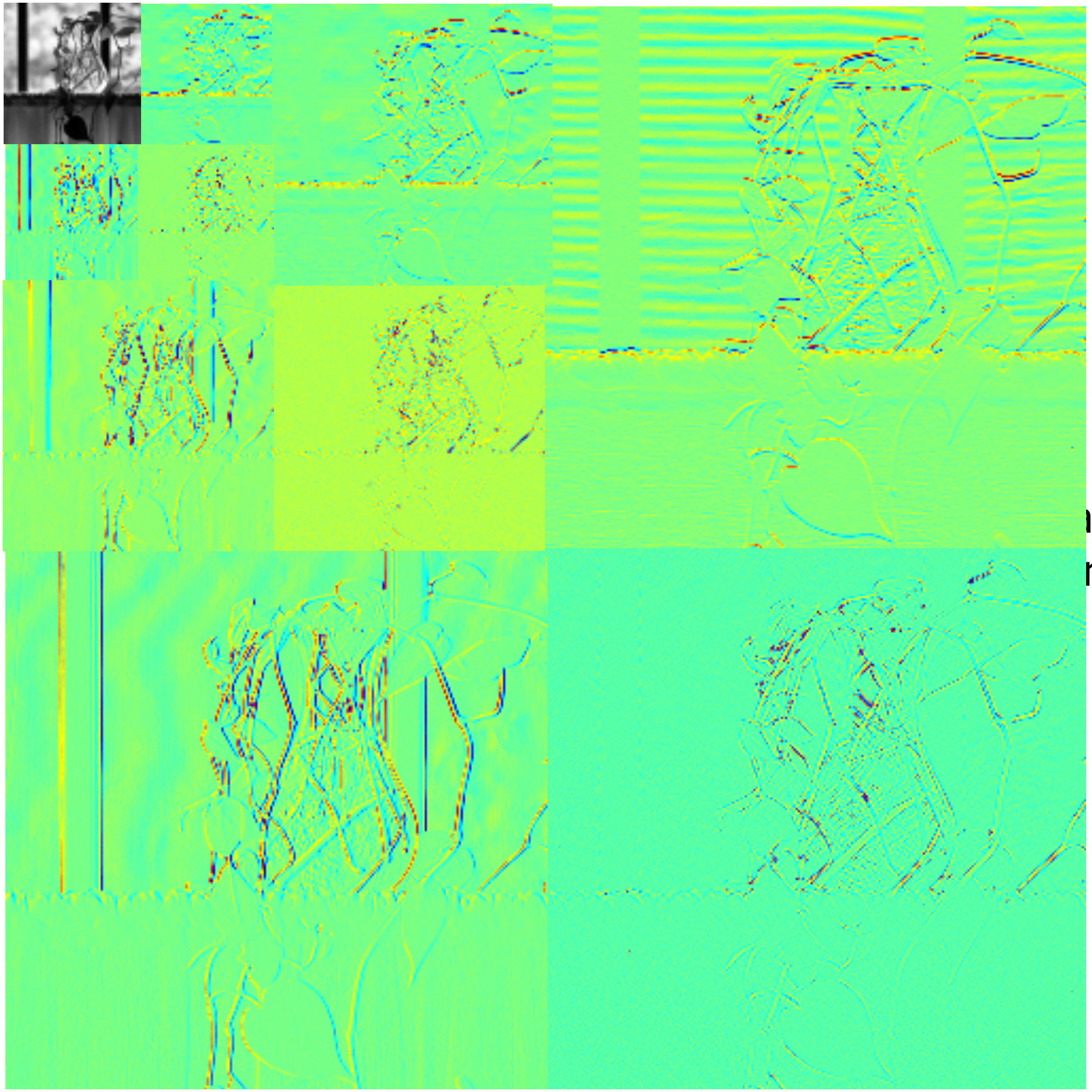


Figura 14: Decomposição utilizando a transformada de Haar.



Transformada Haar





...ando a
...r.

- Exemplo utilizando Matlab
  - Comando no MatLab

    >> wavemenu
  - Link:

  http://www.mathworks.com/help/wavelet/ref/wavemenu.html

- Exemplo utilizando OpenCv com Linguagem C
  - Link:

  http://stackoverflow.com/questions/20071854/wavelet-transform-in-opencv

Encaminhamentos

- Dúvidas?
- Próximo assunto
  - Processamento de Imagens Digitais Coloridas