**Лекция 10**

**Основные понятия вероятности**

*(От теории к практике: как считать шансы и не ошибаться)*

**1. Что такое вероятность?**

**Вероятность** — числовая мера возможности наступления события.  
**Диапазон:** 0≤P(A)≤1, где:

* P(A)=0 — событие невозможно.
* P(A)=1 — событие гарантировано.

**Примеры из жизни:**

* Вероятность выпадения орла при подбрасывании монеты: 0.5.
* Вероятность дождя завтра: 0.7.

**2. Классическое определение вероятности**

Если все исходы равновозможны:

P(A)=Число благоприятных исходов / Общее число исходов​

**Пример с кубиком:**

* Событие A: выпадение чётного числа.
* Благоприятные исходы: 2, 4, 6 → 3 исхода.
* Всего исходов: 6.
* P(A)=3/6=0.5.

**Код на Python:**

favorable = 3

total = 6

probability = favorable / total

print(f"Вероятность: {probability:.2f}") # 0.50

**3. Частотный подход**

Если эксперимент повторяется N*N* раз, и событие произошло k раз:

P(A)≈k / N при больших N.

**Пример:**  
Симуляция 10,000 подбрасываний монеты:

import random

N = 10\_000

heads = 0

for \_ in range(N):

result = random.choice(["Орёл", "Решка"])

if result == "Орёл":

heads += 1

print(f"Частота выпадения орла: {heads / N:.3f}") # ~0.500

**4. Условная вероятность и формула Байеса**

**4.1. Условная вероятность**

Вероятность события A при условии, что произошло событие B:

P(A∣B)=P(A∩B) / P(B).

**Пример:**

* В корзине 5 яблок и 3 апельсина.
* Вероятность взять апельсин: 3/8​.
* Если уже взяли 1 апельсин, то вероятность следующего апельсина: 2/7​.

**4.2. Формула Байеса**

Позволяет "пересчитать" вероятность с учётом новой информации:

P(A∣B)=P(B∣A)⋅P(A) / P(B).

**Задача:**

* 1% людей болеют редкой болезнью.
* Тест на болезнь даёт 95% истинно положительных результатов и 2% ложноположительных.
* Какова вероятность, что человек болен, если тест положительный?

**Решение:**

* P(Болен)=0.01
* P(Тест+|Болен)=0.95
* P(Тест+|Здоров)=0.02
* P(Тест+)=0.95⋅0.01+0.02⋅0.99=0.0293
* P(Болен|Тест+)=0.95⋅0.010.0293≈0.324

**Вывод:** Даже при положительном тесте вероятность болезни всего ~32.4%!

**5. Независимые события**

События A и B **независимы**, если:

P(A∩B)=P(A)⋅P(B).

**Пример:**

* Подбрасываем два кубика.
* Событие A: на первом кубике выпало 4.
* Событие B: на втором кубике выпало 6.
* P(A∩B)=1/6⋅1/6=1/36.

**Проверка на Python:**

prob\_A = 1/6

prob\_B = 1/6

prob\_both = prob\_A \* prob\_B

print(f"Вероятность: {prob\_both:.4f}") # 0.0278

**6. Зависимые события**

Если P(A∣B)≠P(A), события зависимы.

**Пример:**

* В колоде 52 карты.
* Событие A: первая карта — туз (P(A)=4/52).
* Событие B: вторая карта — туз.
* P(B∣A)=3/51​, так как один туз уже извлечён.

**7. Распространённые ошибки**

**7.1. Игнорирование условностей**

**Пример:**

* "Я дважды выбросил орла, значит, в третий раз выпадет решка!"
* Реальность: Каждое подбрасывание независимо.

**7.2. Путаница между независимостью и взаимоисключением**

* **Независимые события:** P(A∩B)=P(A)⋅P(B)
* **Взаимоисключающие события:** P(A∩B)=0

**8. Практические задачи**

**8.1. Задача о картах**

**Условие:** Из колоды в 36 карт вытянули 2. Какова вероятность, что обе карты — черви?

**Решение:**

* P(Первая черва)=9/36=0.25
* P(Вторая черва|Первая черва)=8/35≈0.2286
* Итог: 0.25⋅0.2286≈0.0571

**8.2. Задача о рождении**

**Условие:** В классе 30 учеников. Какова вероятность, что у хотя бы двух из них день рождения в один день?

**Решение:**

* Вероятность, что все дни рождения разные:

P=(365 / 365) ⋅ (364 / 365) ⋅ ... ⋅ (365−29 / 365)≈0.294

* Вероятность совпадения: 1−0.294=0.706

**Код:**

import math

def birthday\_probability(n):

prob = 1.0

for i in range(n):

prob \*= (365 - i) / 365

return 1 - prob

print(f"Вероятность: {birthday\_probability(30):.3f}") # ~0.706

**9. Применение в Data Science**

* **Классификация:** Вероятность принадлежности объекта к классу (например, спам/не спам).
* **A/B-тесты:** Оценка значимости различий между группами.
* **Байесовские сети:** Моделирование причинно-следственных связей.