

Алгебра. IIII. Контрольная работа «Основные алгебраические системы»
Вариант I

1. Найдите перестановку σ : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 4 & 1 & 7 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}^{1004} \cdot \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 8 & 1 & 3 & 2 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, её декремент и чётность.
2. Найдите остаток от деления а) 9^{1000} на 11; б) 33^{222} на 484; в) $164!!$ на 83.
3. Вычислите $\left((1 - \frac{\sqrt{3}}{2})i + \frac{1}{2}\right)^{192}$, ответ дайте в алгебраической форме.
4. Разложите многочлен $x^3 - 5x^2 + 11x - 15$ на неприводимые сомножители над полями \mathbb{R} и \mathbb{C} .
5. Найдите НОД(240, 112) и его линейное представление.
6. Найдите X , если $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}^T$.
7. Является ли эндоморфизмом кольца $\mathbb{Z}[x]$ отображение $\varphi: \mathbb{Z}[x] \rightarrow \mathbb{Z}[x]$, если $\varphi(f) = f'(0)$?

Алгебра. IIII. Контрольная работа «Основные алгебраические системы».
Вариант II

1. Найдите перестановку σ : $\sigma \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 7 & 8 & 6 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}^{1003} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 8 & 3 & 7 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, её декремент и чётность.
2. Найдите остаток от деления а) 8^{1000} на 13; б) 37^{254} на 441; в) $176!!$ на 89.
3. Вычислите $\left((1 + \frac{\sqrt{3}}{2})i - \frac{1}{2}\right)^{120}$, ответ дайте в алгебраической форме.
4. Разложите многочлен $x^3 - 4x^2 + 14x - 20$ на неприводимые сомножители над полями \mathbb{R} и \mathbb{C} .
5. Найдите НОД(75, 210) и его линейное представление.
6. Найдите X , если $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 2 \\ 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^T$.
7. Является ли гомоморфизмом колец $\mathbb{R}[x]$ и \mathbb{R} отображение $\varphi: \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}$, если $\varphi(f) = f(1)$?

Вариант III

1. Найдите перестановку σ : $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 8 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 8 & 3 & 7 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{1002}$, её декремент и чётность.
2. Найдите остаток от деления а) 7^{1000} на 17; б) 73^{122} на 225; в) $144!!$ на 73.
3. Вычислите $\left((-1 - \frac{\sqrt{3}}{2})i + \frac{1}{2}\right)^{144}$, ответ дайте в алгебраической форме.
4. Разложите многочлен $x^3 - 7x^2 + 12x - 10$ на неприводимые сомножители над полями \mathbb{R} и \mathbb{C} .
5. Найдите НОД(84, 126) и его линейное представление.
6. Найдите X , если $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T$.
7. Является ли гомоморфизмом групп \mathbb{Z} и $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ отображение $\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{T}$, если $\varphi(x) = e^{\frac{i\pi x}{3}}$?

Вариант IV

1. Найдите перестановку σ : $\sigma \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 7 & 2 & 8 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 8 & 3 & 7 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}^{1001}$, её декремент и чётность.
2. Найдите остаток от деления а) 11^{1000} на 7; б) 93^{86} на 196; в) $132!!$ на 67.
3. Вычислите $\left((1 - \frac{\sqrt{3}}{2})i - \frac{1}{2}\right)^{168}$, ответ дайте в алгебраической форме.
4. Разложите многочлен $x^3 - 8x^2 + 22x - 20$ на неприводимые сомножители над полями \mathbb{R} и \mathbb{C} .
5. Найдите НОД(490, 42) и его линейное представление.
6. Найдите X , если $X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & 0 \\ 6 & -3 & 3 & 0 \\ -5 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -3 & 1 \\ -1 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}^T$.
7. Является ли эндоморфизмом кольца $\mathbb{R}[x]$ отображение $\varphi: \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}[x]$, если $\varphi(f)$ равно остатку от деления f на $x^2 + x + 1$?