

Алгебра. ИИИ. Лектор Р. А. Попков. 2025-26 уч. г.
Syllabus

*Цель курса алгебры — культивировать радость,
силу, вкус и привычку к естественности!*

Н. А. Вавилов

Основная литература:

- Винберг Э. Б. КУРС АЛГЕБРЫ;
- Кострикин А. И. ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕВРУ. ЧАСТЬ I. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ;
- Кострикин А. И. ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕВРУ. ЧАСТЬ II. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА;
- Кострикин А. И., Манин Ю. И. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ;
- Фаддеев Д. К. ЛЕКЦИИ ПО АЛГЕВРЕ.

Дополнительная литература:

- Коэн М. И. ПРИКЛАДНАЯ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ДАННЫХ;
- Матоушек И. ТРИДЦАТЬ ТРИ МИНИАТЮРЫ. ПРИМЕНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ;
- Шафаревич И. Р. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ.

Семинаристы:

J3115 — Р. А. Попков; J3116 — И. А. Кобченко; J3117 — А. С. Селеменчук.

Следующая программа примерная, в процессе может несколько измениться по порядку изложения, по содержанию, по распределению баллов.

Семестр I

№	Лекции	Семинары
1–2	«Полуаксиоматическая» теория множеств. Числовые системы	На пути к алгебре
3–4	Алгебраические операции. Полугруппа \rightsquigarrow моноид \rightsquigarrow группа	Алгебраические операции и алгебраические системы
5–6	Группы. Гомоморфизмы групп. Группа перестановок. Сравнимость по подгруппе	Группы. Группа перестановок
7–8	Кольца и поля. Гомоморфизмы колец и полей. Кольцо вычетов. Кольцо многочленов	Кольца и поля. Арифметика в кольцах
9–10	Евклидовы кольца	Кольца и поля. Алгоритм Евклида
11–12	Кольцо квадратных матриц. Поле комплексных чисел	Арифметика матриц
13–14	Определитель квадратной матрицы и его приложения	Комплексные числа и многочлены
15–16	Системы линейных алгебраических уравнений	Определители и СЛАУ
17–18	Коллоквиум «Введение в алгебру» (20 баллов)	КР №1 (20 баллов)
19–20	Векторные пространства и подпространства в них	Векторные пространства. Линейная (не)зависимость
21–22	Факторпространство. Базис и размерность	Базис, размерности, координаты
23–24	Гомоморфизмы векторных пространств	Ядра и образы, геометрическая структура решений СЛАУ
25–26	Геометрия подпространств. Сопряжённое пространство	Сумма и пересечение подпространств. Линейные функции
27–28	Аффинное пространство. Полугруппа материальных точек	Линейные многообразия. Геометрия масс
29–30	Нормальные подгруппы и факторгруппы.	КР №2 (20 баллов)
31–32	Идеалы и факторкольца	Нормальные подгруппы, идеалы, факторгруппы и факторкольца
33–34	Модули и алгебры	Модули, алгебры, фактормодули, факторалгебры
	Экзамен: Коллоквиум «Векторные пространства. Элементы общей алгебры» (20 баллов)	20 баллов на усмотрение семинариста: работа на семинарах, домашние работы, лабораторные, тесты и т.д.
	Теория: 40 баллов	Практика: 60 баллов

Семестр II

№	Лекции	Семинары
1–2	Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	Линейные операторы и их матрицы
3–4	Сопряжённый оператор. Инвариантное подпространство. Фактороператор	Проекторы и отражения. Инвариантные подпространства
5–6	Собственные подпространства. Диагонализируемые операторы	Собственные значения и собственные векторы. Критерий диагонализируемости
7–8	Корневые подпространства. Жорданов базис	Жорданова нормальная форма
9–10	Многочлены и аналитические функции от оператора	Минимальный многочлен и вычисление аналитических функций
11–12	Коллоквиум «Линейные операторы» (20 баллов)	КР №1 (20 баллов)
13–14	Билинейные формы. Ортогональность	Матрица билинейной функции. Ранг и ядра
15–16	Квадратичные формы и их классификация	Приведение к каноническому виду. Критерий Сильвестра
17–18	Евклидово пространство и его комплексификация	Процесс ортогонализации. QR-разложение
19–20	Геометрия евклидовых пространств	Расстояния и углы
21–22	Операторы в евклидовых пространствах и их комплексификации	Самосопряжённые операторы. Приведение квадратичной формы к главным осям
23–24	Аффинное евклидово пространство	Ортогональные операторы. Полярное разложение
25–26	Вещественные поверхности: квадрики	КР №2 (20 баллов)
27–28	Тензоры как полилинейные отображения	Геометрия аффинных плоскостей
29–30	Тензорное умножение и свёртка. Оператор на тензорном квадрате	Конические сечения
31–32	Симметрическая алгебра	Тензоры: основные понятия
33–34	Алгебра Грассмана	Тензоры: основные операции
	Экзамен: Коллоквиум «Евклидовы пространства. Полилинейная алгебра» (20 баллов)	20 баллов на усмотрение семинариста: работа на семинарах, домашние работы, лабораторные, тесты и т.д.
	Теория: 40 баллов	Практика: 60 баллов