

1. Rozważmy równanie  $x'(t) = x(t) + \frac{1}{2} \sin t$ .
  - (a) Znaleźć rozwiązanie ogólne (*dsolve*).
  - (b) Znaleźć rozwiązania dla warunków początkowych:  $x(0) = 0$ ,  $x(0) = 1$  oraz  $x(0) = -2$ .
  - (c) Narysować pole wektorowe (np. *DEplots*) i dorysować na nim wykresy rozwiązań uzyskanych w punkcie (b).
2. Rozważmy równanie wahadła  $\frac{d^2}{dt^2}\theta(t) = -\sin\theta(t)$ , gdzie  $\theta$  to kąt odchylenia od pionu. Oznaczając przez  $\omega$  prędkość (chwilową) wahadła, otrzymujemy układ równań:

$$\frac{d}{dt}\theta(t) = \omega(t), \quad \frac{d}{dt}\omega(t) = -\sin\theta(t).$$

- (a) Narysować portret fazowy tego układu (np. poleceniem *DEplot*). Dobrać rozsądny zakres osi, biorąc pod uwagę fizyczną interpretację  $\theta$ .
- (b) Stworzyć animację dorysowującą do portretu fazowego rozwiązania dla kilku kompletów warunków początkowych (*animatecurves*).
- (c) Dokładamy składnik modelujący tłumienie drgań (spowodowane np. oporem powietrza), tzn. zmieniamy drugie równanie pierwotnego układu na równanie

$$\frac{d}{dt}\omega(t) = -\sin\theta(t) - 0.25\frac{d}{dt}\theta(t).$$

Dla nowego układu narysować portret fazowy oraz kilka ciekawych (różnych jakościowo) rozwiązań i spróbować zinterpretować je fizycznie. (Jak zachowuje się wahadło gdy wprawimy je w ruch z bardzo dużą prędkością początkową?)

1. Rozważamy układ Lotki-Volterry modelujący liczebność populacji ryśi  $r$  i zajęcy  $z$

$$z'(t) = (1.5 - r(t)) \cdot z(t)$$

$$r'(t) = (z(t) - 3) \cdot r(t)$$

- (a) Narysować portret fazowy tego układu – dobrać rozsądny zakres osi. Włączyć animację pola (*animatefield* w poleceniu *DEplot*).
- (b) Dorysować do portretu fazowego rozwiązania dla kilku (dowolnie wybranych) warunków początkowych.
- (c) Dla któregoś z uzyskanych w (b) rozwiązań narysować wykresy ukazujące zmianę liczebności w obu populacjach w zależności od czasu. (Wskazówka: opcja *scene* w poleceniu *DEplot*).