2 задание

T1. $(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \eta)$ – случ вектор

$\xi_k \sim R(-1,1)$
$\eta \sim N(2+3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5; (1,5)^2)$
$n = 50$

a) ξ_k мультиколлинеарны

$e^T e = RSS$ $\quad TSS = \Sigma (y_i - \bar{y})^2$
$e = Y - \Psi B$

если $R^2 \geq 0,7 \Rightarrow \xi_k$ – мультиколлинеарность

$$\left(R^2 = \frac{TSS - RSS}{TSS}\right)$$

b) $\eta = \beta_0 + \sum_{k=1}^{5} \beta_k \xi_k$

$H_0: \beta_i = 0$ – не значимы
$H_1: \beta_i \neq 0$ – значимы

$$\tilde{\Delta}_i = \frac{\tilde{\beta}_i}{\sqrt{RSS \cdot F_{ii}^{-1}}} \sqrt{\underset{50-6}{n-p}} \sim t(n-p)$$

$F = \Psi^T \Psi$, $\quad p\text{-value}_i = P(\Delta \geq \tilde{\Delta}_i) = \int_{\tilde{\Delta}_i}^{\infty} q(t)\,dt$

c) $R^2 = \frac{TSS - RSS}{TSS}$ – коэф. детерминации

значимость: $\tilde{\Delta} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-p}{p-1} \rightsquigarrow F(p-1; n-p)$ $\quad (n-p = 44,\ p-1 = 5)$

d) значение в $x_k = 0$

$\tilde{y}_0 = \Psi(0)\tilde{\beta}$

$$\frac{\tilde{y}_0 - \eta_0}{\sqrt{(1 + \Psi F^{-1} \Psi^T) RSS}} \sqrt{n-p} \rightsquigarrow t(n-p)$$

$\frac{\tilde{y}_0 - y_0}{k} \in (t_{0,025}; t_{0,975})$

e) предположение о независимости ошибок измерения

H_0: ошибки независимы
H_1: $\overline{H_0}$

$\tilde{e} = y - X\tilde{\beta}$

$$\Delta = \frac{I - \frac{n(n-1)}{4}}{\sqrt{\frac{n^3}{36}}} \sim (0,1)$$

$p\text{-value} = 2P(\Delta \geq |\tilde{\Delta}|)$

f) H_0: ошибки распр. нормально

github :)

g) если $e \notin (-2\hat{\sigma}; 2\hat{\sigma})$, то выброс

$\hat{\sigma} = \frac{med(err)}{0,675}$, $R^2 = \frac{TSS - RSS}{TSS}$

h) $R^2_{cv} = \frac{TSS - CVSS}{TSS}$, $CVSS = \sum cv_i$

i) x - fix, $y_1 \dots y_5$, H_0:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{k-1} \sum (y_i - \bar{y})^2$$

$$\frac{\hat{\sigma}^2 (k-1)}{\sigma_1^2} \sim \chi^2(k-1)$$

$$\frac{RSS}{(n-p) \cdot \hat{\sigma}^2} \sim F(n-p, k-1)$$

k) $H_0: \underset{p_1}{\Sigma}$, $H_1: \underset{p_2}{\Sigma}$, $p_2 > p_1$

$$\Delta = \frac{RSS_1 - RSS_2}{RSS_2} \cdot \frac{n - p_2}{p_2 - p_1} \sim F(p_2 - p_1, n - p_2)$$

Т2. а) построим регрессию по I_g и N^e, которые закодированы

$$TSS = \sum_{i=1}^{k} (y_i - \bar{y})^2 \qquad R^2 = \frac{TSS - RSS}{TSS}$$

$$RSS = e^T e$$

$$\tilde{\Delta} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-p}{p-1} \sim F(p-1, n-p)$$

б) $H_0: \beta_i = \beta_j$, $H_1: \beta_i \neq \beta_j$

$$\tilde{\Delta} = \frac{\tilde{\beta}_i - \tilde{\beta}_j}{\sqrt{RSS(F^{-1}_{ii} + F^{-1}_{jj})}} \sqrt{n-p} \sim t(n-p)$$

$$p\text{-value} = 2P(\Delta \geq |\tilde{\Delta}|)$$