

Assignment 1

Luis Alberto Quintanar Díaz

6/24/2020

Pregunta 1

¿Son los números enteros, \mathbb{Z} , un cuerpo? ¿Por qué? Razona tu respuesta.

No son un cuerpo porque no se cumple la propiedad de que para todo $n \in \mathbb{Z}$ existe un inverso.

Pregunta 2

Realiza los siguientes productos a mano y comprueba tu respuesta en R, Python u Octave:

- $(2 + 3i) + (1 + i) = (2 + 1) + (3 + 1)i = 3 + 4i$

```
(2+3i)+(1+i)
```

```
## [1] 3+4i
```

- $(1 + i) + (1 - i) = (1 + 1) + (1 - 1)i = 2 + 0i = 2$

```
(1+i)+(1-i)
```

```
## [1] 2+0i
```

$$*(x^2 + x + 1) + (x - 1) = x^2 + (1 + 1)x + (1 - 1) = x^2 + 2x$$

```
library(polynom)
polynomial(c(1,1,1))+polynomial(c(-1,1))
```

```
## 2*x + x^2
```

Pregunta 3

Realiza los siguientes productos a mano y comprueba tu respuesta en R, Python u Octave

- $(2 + 3i) \cdot (1 + i) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot i + 3i \cdot 1 + 3i \cdot i = 3 + 4i = 2 + 5i + 3i^2 = 2 + 5i - 3 = -1 + 5i$

```
(2+3i)*(1+1i)
```

```
## [1] -1+5i
```

- $(1+i) \cdot (1-i) = 1 - i + i - i^2 = 1 - (-1) = 2$

```
(1+1i)*(1-1i)
```

```
## [1] 2+0i
```

- $(x^2 + x + 1) \cdot (x - 1) = x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 = x^3 - 1$

```
polynomial(c(1,1,1))*polynomial(c(-1,1))
```

```
## -1 + x^3
```

- $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

```
polynomial(c(1,1))^2
```

```
## 1 + 2*x + x^2
```

- $(x+1) \cdot (x-1) = x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1$

```
polynomial(c(1,1))*polynomial(c(-1,1))
```

```
## -1 + x^2
```

Pregunta 4

Calcula el módulo de los siguientes números complejos (realizando primero las operaciones pertinentes):

- $2 + 3i$

$$z = 2 + 3i \implies \bar{z} = 2 - 3i \implies |z| = \sqrt{(2+3i) \cdot (2-3i)} = \sqrt{13} \approx 3.61$$

```
abs(2+3i)
```

```
## [1] 3.605551
```

- i

$$z = i \implies \bar{z} = -i \implies |z| = \sqrt{-i^2} = 1$$

```
abs(0+1i)
```

```
## [1] 1
```

- $(2 + 3i) + (1 + i)$

$$z = (2 + 3i) + (1 + i) = 3 + 4i \implies \bar{z} = 3 - 4i \implies |z| = \sqrt{25} = 5$$

```
abs(3+4i)
```

```
## [1] 5
```

- $(1+i) + (1-i)$

$$z = (1+i) + (1-i) = 2 \implies |z| = \sqrt{4} = 2$$

```
abs(2)
```

```
## [1] 2
```

- $(2+3i) \cdot (1-i)$

$$z = (2+3i) \cdot (1-i) = 5+i \implies \bar{z} = 5-i \implies |z| = \sqrt{26} \approx 5.1$$

```
abs((2+3i)*(1-1i))
```

```
## [1] 5.09902
```

- $(1+i) \cdot (1-i)$

$$z = (1+i) \cdot (1-i) = 2 \implies |z| = \sqrt{4} = 2$$

```
abs((1+1i)*(1-1i))
```

```
## [1] 2
```

Pregunta 5

Indica el grado de los siguientes polinomios (realizando primero las operaciones pertinentes):

- $2x + 2$ es de grado 1.
- $x^5 + 3x + 2$ es de grado 5.
- $(x^2 + x + 1)(x - 1) = x^3 - 1$ es de grado 3.
- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ es de grado 2.
- $(x + 1) \cdot (x - 1) = x^2 - 1$ es de grado. 2

Pregunta 6

¿Son iguales los siguientes polinomios?

- $(x+1)^2$ y x^2+1
 - $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \neq x^2 + 1$ por lo tanto no son iguales.
- $(x+1)^2$ y x^2+2x+1
 - Por el punto anterior, $x^2 + 2x + 1 \equiv x^2 + 2x + 1$ por lo tanto son iguales.

- $(x+1)^3$ y x^3+1
 - $(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \neq x^3 + 1$ por lo tanto no son iguales.
- $(x+1)^3$ y $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
 - Por el punto anterior, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \equiv x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ por lo tanto son iguales.
- $(x+1)(x-1)$ y $x^2 - 1$
 - $(x+1)(x-1) = x^2 - 1 \equiv x^2 - 1$ por lo tanto son iguales.
- $(x-1)^2$ y $x^2 - 2x + 1$
 - $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \equiv x^2 - 2x + 1$ por lo tanto son iguales.

Pregunta 7

Encuentra las raíces de los siguientes polinomios

- $2x + 2$
 - $2x + 2 = 2(x + 1) \implies x = -1$ es raíz
- $x^5 + 3x + 2$
 - las raíces son: $-0.632834520242152+0i$, $-0.748468494399111+0.995433954467946i$,
 $-0.748468494399104-0.995433954467937i$, $1.06488575452017-0.95054603496384i$,
 $1.0648857545202+0.95054603496383i$
- $(x^2 + x + 1)(x - 1)$
 - +las raíces son: $1-0i$, $-0.5+0.866025403784439i$, $-0.5-0.866025403784439i$
- $(x+1)^2$
 - $(x+1)^2 \implies x_1 = x_2 = -1$ son raíces.
- $(x+1)(x-1)$
 - $(x+1)(x-1) \implies x_1 = -1, x_2 = 1$ son raíces.