



# Control borroso

## Robótica

Alberto Díaz y Raúl Lara

Curso 2022/2023

Departamento de Sistemas Informáticos

License CC BY-NC-SA 4.0

# Recordatorio de lógica borrosa

---

Se puede considerar una extensión de la teoría clásica de conjuntos:

- En esta teoría, los elementos pertenecen o no a un conjunto
- Función característica:  $f(x) = 1$  si  $x \in A$  y  $f(x) = 0$  si  $x \notin A$

Trata información a priori imprecisa en términos de conjuntos borrosos:

- Los elementos pertenecen a un conjunto con un grado de pertenencia.
- Función de pertenencia:  $f(x) = \mu(x) \in [0, 1]$

Los conjuntos borrosos se agrupan en particiones

- Una partición se define sobre una variable denominada lingüística.

# Definiciones

---

**Variable lingüística** : Variable cuyos valores son términos en lenguaje natural.

**Partición borrosa** : Todos los conjuntos borrosos de una variable lingüística.

**Función de pertenencia** : Determina el grado de pertenencia de un elemento a un conjunto borroso (en tanto por uno).

---

*Ejemplo: La variable lingüística precio puede tomar los valores  $\text{precio} \equiv \{\text{barato}, \text{normal}, \text{caro}\}$ . Estos serán tres conjuntos borrosos, cada uno con las funciones de pertenencia  $\{f_{\text{barato}}(x), f_{\text{normal}}(x) \text{ y } f_{\text{caro}}(x)\}$ .*

---

# Operaciones borrosas

---

**Complemento**:  $f'_{barato}(x) = 1 - f_{barato}(x)$

***t*-normas** (intersección)

- Mínimo:  $f_{barato} \cap f_{normal} = \min(f_{barato}, f_{normal})$
- Producto algebraico:  $f_{barato} \cap f_{normal} = f_{barato} \cdot f_{normal}$

***t*-conormas** (unión)

- Máximo:  $f_{barato} \cup f_{normal} = \max(f_{barato}, f_{normal})$
- Suma algebraica:  $f_{barato} \cup f_{normal} = f_{barato} + f_{normal} - f_{barato} \cdot f_{normal}$

La **inferencia** ( $\rightarrow$ ) se suele definir como la operación de **intersección**.

# Reglas borrosas

---

Son reglas que relacionan varios antecedentes con consecuentes, donde:

- Antecedentes: Conjuntos borrosos de entrada
- Consecuentes: Conjuntos borrosos de salida

---

*Si el precio es barato Y la calidad es mala entonces la satisfacción es baja.*

---

Se agrupan en una **base de reglas**, las cuales pueden ser de varios tipos:

- De tipo Mandani: Si  $V_1$  es  $F_i^{V_1}$  Y  $V_2$  es  $F_j^{V_2}$  Y ... entonces  $V_o$  es  $F_k^{V_o}$
- De tipo Sugeno: Si  $V_1$  es  $F_i^{V_1}$  Y  $V_2$  es  $F_j^{V_2}$  Y ... entonces  $V_o = f(\vec{x})$

# ***Fuzzification y defuzzification***

---

**Fuzzification** : Convertir valores de entrada concretos en conjuntos borrosos.

- Es básicamente aplicar las funciones de pertenencia a los valores de entrada.

**Defuzzification** : Convertir conjuntos borrosos en valores de salida concretos.

- Existen muchas técnicas para realizar esta operación.
- Las más comunes son el centroide y el centroide simplificado

## **Centroide**

$$y = \frac{\int y \cdot \mu(y) dy}{\int \mu(y) dy}$$

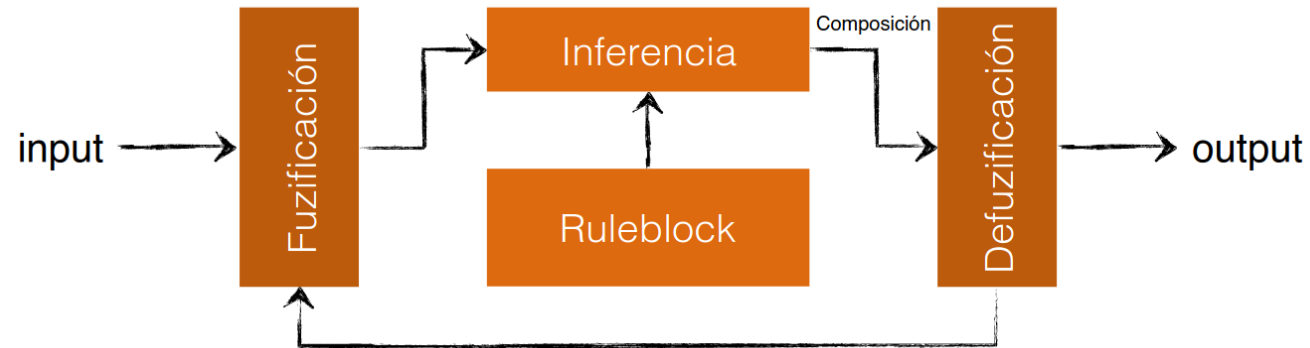
## **Centroide simplificado**

$$y \approx \frac{\sum y \cdot \mu(y) dy}{\sum \mu(y) dy}$$

# Controlador borroso

---

Es un sistema de control que se apoya en la lógica borrosa como sigue:



1. Toma la entrada al sistema.
2. Pasa los valores a pertenencia a conjuntos borrosos (*fuzzification*)
3. Infiere conjuntos de borrosos de salida haciendo uso de las reglas borrosas.
4. Pasa los conjuntos borrosos de salida en valores concretos (*defuzzification*)
5. Aplica la salida al sistema a controlar.

# **Ejemplo de implementación de un controlador borroso**



# Diseño de un controlador borroso

---

Para diseñar un controlador borroso, se debe seguir el siguiente proceso:

1. Identificar variables de entrada y de salida.
2. Determinar los conjuntos borrosos para cada variable
3. Definir las reglas borrosas que van a regir el comportamiento del controlador.
4. (Opcional) Normalización y escalado de entradas y salidas.

Implementaremos un controlador para el *problema de las propinas*:

- Problema clasico de control borroso.
- ¿Cuánto dar de propina en función de la calidad del servicio y de la comida?
- Usaremos la biblioteca `skfuzzy` para implementar un controlador borroso.

# Formulación del problema

---

## Antecedentes (entradas):

- Servicio (de 0 a 10): *mal*, *normal*, *bueno*
- Calidad (de 0 a 10): *mala*, *aceptable*, *buen*

## Consecuentes (salidas):

- Propina (de 0 a 25): *baja*, *media*, *alta*

## Reglas :

1. **Si** Servicio *bueno* o Calidad *buen*  
**entonces** Propina *alta*
2. **Si** Servicio *normal* **entonces**  
Propina *media*
3. **Si** Servicio *mal* y Calidad *mala*  
**entonces** Propina *baja*.

# Implementación de las variables lingüísticas

---

El primer paso es definir las variables de entrada y salida del controlador.

```
import numpy as np
from skfuzzy import control as ctrl

# Antecedentes
servicio = ctrl.Antecedent(np.arange(0, 11, 1), 'servicio')
calidad = ctrl.Antecedent(np.arange(0, 11, 1), 'calidad')
# Consecuente
propina = ctrl.Consequent(np.arange(0, 26, 1), 'propina')
```

# Definición de los conjuntos borrosos

---

Para cada variable, se definen los conjuntos borrosos que la componen.

```
import skfuzzy as fuzz

# Conjuntos borrosos de servicio
servicio['malo'] = fuzz.trimf(servicio.universe, [0, 0, 5])
servicio['normal'] = fuzz.trimf(servicio.universe, [0, 5, 10])
servicio['bueno'] = fuzz.trimf(servicio.universe, [5, 10, 10])
# Conjuntos borrosos de calidad
calidad['mala'] = fuzz.trimf(calidad.universe, [0, 0, 5])
calidad['aceptable'] = fuzz.trimf(calidad.universe, [0, 5, 10])
calidad['buena'] = fuzz.trimf(calidad.universe, [5, 10, 10])
# Conjuntos borrosos de propina
propina['baja'] = fuzz.trimf(propina.universe, [0, 0, 13])
propina['media'] = fuzz.trimf(propina.universe, [0, 13, 25])
propina['alta'] = fuzz.trimf(propina.universe, [13, 25, 25])
```

Se puede usar el método `.automf(n)` para definirlos de forma automática.

# Visualización de los conjuntos borrosos

---

Para visualizar los conjuntos borrosos, se puede usar la función `view()`.

```
servicio.view()  
calidad.view()  
propina.view()
```

Concretamente mostrará la variable lingüística junto con:

- Las **funciones de pertenencia** que caracterizarán a cada conjunto borroso.
- El **dominio** de la variable lingüística.

# Definición de las reglas

---

Para definir las reglas, se debe usar la función `ctrl.Rule()` .

```
rulebase = [  
    ctrl.Rule(servicio['bueno'] | calidad['buena'], propina['alta'])  
    ctrl.Rule(servicio['normal'], propina['media'])  
    ctrl.Rule(servicio['malo'] & calidad['mala'], propina['baja'])  
]
```

Suele ser buena costumbre definir las reglas en una lista.

# Definición del controlador

---

Para definir el controlador, se debe usar la función `ctrl.ControlSystem()`.

```
>>> controlador = ctrl.ControlSystem([r1, r2, r3])
```

Luego se simula con la función `ctrl.ControlSystemSimulation()`.

- Este objeto se encarga de implementar casos concretos sobre un controlador.

```
>>> simulacion = ctrl.ControlSystemSimulation(controlador)
```

- El caso concreto se simulará con la función `compute()`.

```
>>> simulacion.input['quality'] = 6.5
>>> simulacion.input['service'] = 9.8
>>> simulacion.compute()
>>> print(simulacion.output['tip'])
19.847607361963192
```

**¡GRACIAS!**