

ME613A - Análise de Regressão

Lista de Exercícios 01

Exercícios Teóricos

1. Considerando o modelo de regressão linear simples dado por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i,$$

para $i = 1, \dots, n$. Encontre os estimadores de β_0 e β_1 , pelos seguintes métodos:

- a) mínimos quadrados;
 - b) máxima verossimilhança, assumindo que $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$, sendo σ^2 conhecido.
2. Demonstre as propriedades dos estimadores de mínimos quadrados $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, ou seja,
 - a) $\mathbb{E}(\hat{\beta}_0)$ e $Var(\hat{\beta}_0)$;
 - b) $\mathbb{E}(\hat{\beta}_1)$ e $Var(\hat{\beta}_1)$;
 - c) $Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$.
 3. Inferência a respeito de β_1 :
 - a) Mostre como construir um intervalo de confiança de 95% para β_1 .
 - b) Construa um teste de hipóteses para testar $H_0 : \beta_1 = 0$ versus $H_1 : \beta_1 \neq 0$.

Exercícios Práticos

5. O diretor de admissões de uma pequena faculdade nos EUA selecionou aleatoriamente 120 alunos da nova turma de ingressantes para determinar se o GPA (*Grade Point Average*) no final do primeiro ano pode ser predita a partir da pontuação do teste ACT. Os dados estão em anexo em um arquivo chamado `gpa.txt`.
 - a) Obtenha as estimativas de mínimos quadrados de $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$, e escreva a função de regressão estimada.
 - b) Faça um gráfico de dispersão dos dados e adicione a reta de regressão estimada.
 - c) Qual é a estimativa pontual da mudança na resposta média quando o score no teste ACT aumenta em um ponto?
 - d) Encontre uma estimativa para variância dos erros σ^2 .
 - e) Faça uma análise gráfica dos resíduos e comente se as suposições do modelo são satisfeitas.
 - f) Teste a hipótese de que existe uma relação linear entre GPA e ACT.
 - g) Para alunos com scores no teste ACT igual a 30, obtenha um IC de 95% para o GPA médio.
 - h) Para um novo aluno com score no teste ACT igual a 30, obtenho um IC de 95% para o GPA deste aluno.