

15.2.3 a) Segundo o critério do prêmio mínimo máximo, o Buffet deveria seguir o investimento conservador ou o investimento contra a tendência, pois ambos perdem \$10 milhões no pior caso.

b) A economia tem maior probabilidade de ficar estável e o investimento com o melhor lucro nesse cenário é o investimento especulativo.

c) Para maximizar o retorno esperado, Buffet deve fazer um investimento contra a tendência.

	Cresc.	Estável	Queda	Profit
Conservador	30	5	-10	1,5
Especulativo	40	10	-30	-3
Contra tendência	-10	0	15	5
Prob.	0,1	0,5	0,4	

15.2.4 a) Buffet deve fazer um investimento contra a tendência.

	Cresc.	Estável	Queda	
Conservador	30	5	-10	-1,5
Especulativo	40	10	-30	-1,1
Contra a tendência	-10	0	15	8
Prob.	0,1	0,3	0,6	

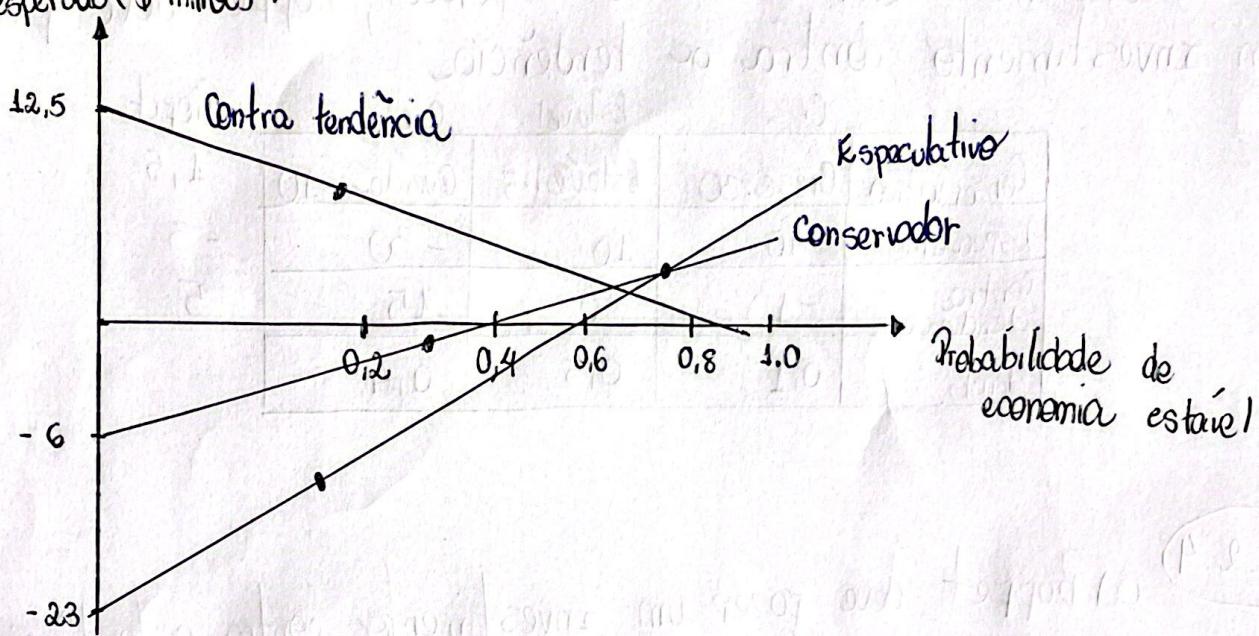
$$E(0,0 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,3 + 15 \cdot 0,6) = 0,8175$$

$$E(0,0 \cdot 0,1 + 30 \cdot 0,3 + 40 \cdot 0,6) = 0,961$$

b) Buffet deve fazer um investimento especulativo

	Cres.	Estável	Queda	Risk
Conservador	30	5	-10	4,5
Especulativo	40	10	-30	5
Contra tendência	-10	0	15	2
Prob.	0,1	0,7	0,2	

c) Lucro esperado (\$ milhões)



d) Seja  $p$  a probabilidade da economia ficar estável

$$\text{Conservador: EP} = (0,1)(30) + 5.p + (1-0,1-p)(-10) = 15p - 6$$

$$\text{Especulativo: EP} = (0,1)(40) + 10.p + (1-0,1-p)(-30) = 40p - 23$$

$$\text{Contra tendência: EP} = (0,1)(-10) + 0.p + (1-0,1-p)(15) = -15p + 12,5$$

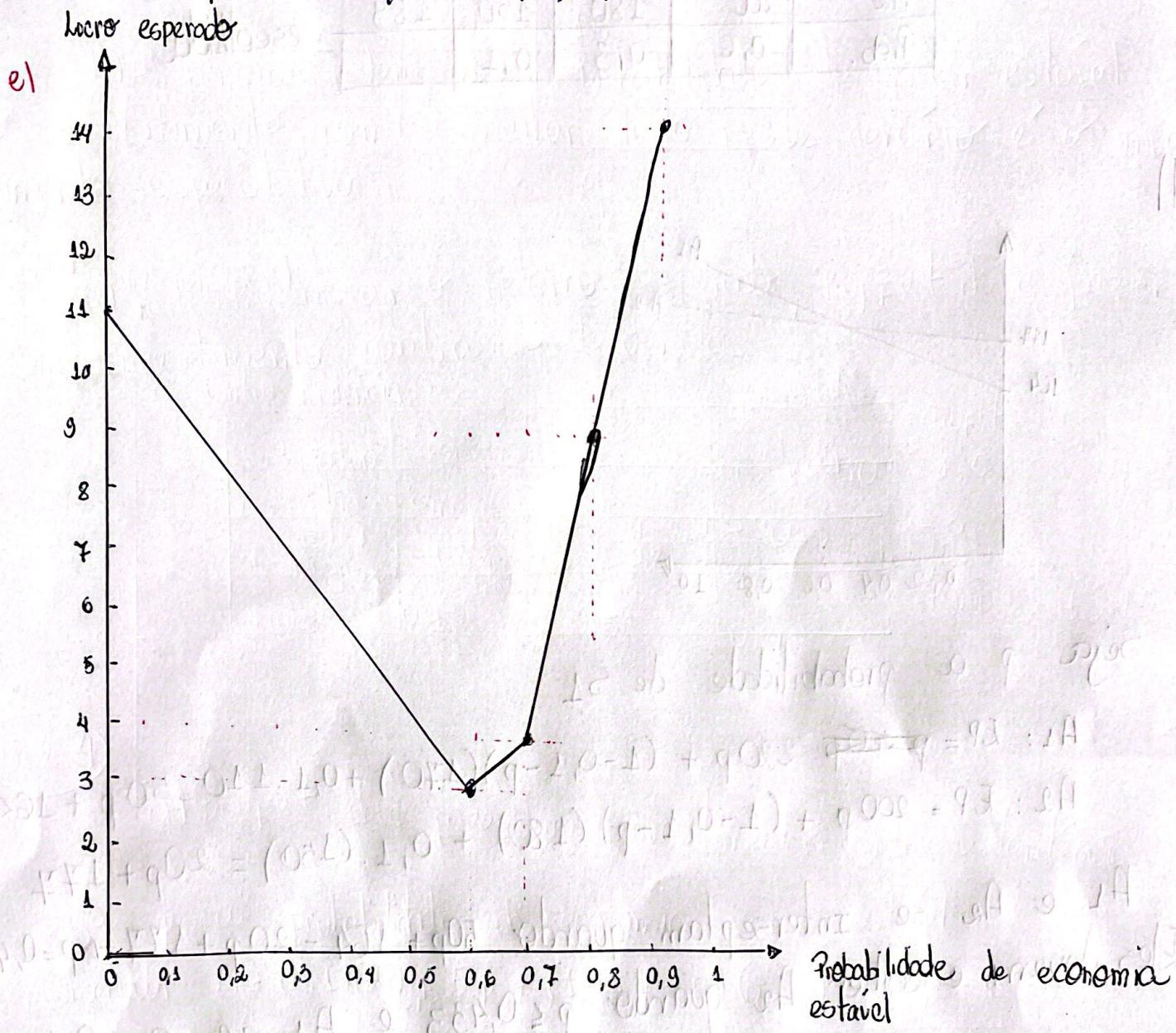
• O conservador e o contra tendência se interseparam quando:

$$-15p + 12,5 = 15p - 6 \rightarrow p = 0,617$$

• O conservador e o especulativo se interseparam quando:

$$15p - 6 = 40p - 23 \rightarrow p = 0,68$$

Assim, Buffet deve escolher investimento contra tendência quando  $p < 0,617$ ; Investimento conservativo quando  $0,617 < p < 0,68$  e especulativo quando  $p \geq 0,68$



15.2.5 a)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Min
$A_1$	220	170	110	110
$A_2$	200	180	150	150
Prob.	0,6	0,3	0,1	

$A_2$  deve ser escondida

b)  $A_1$  deve ser escolhida

Folha 2.

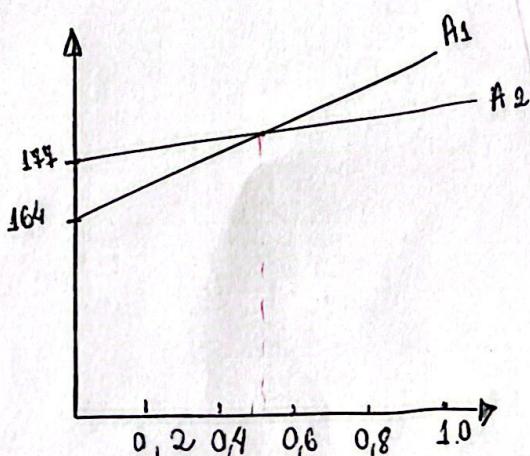
Pág. 2

c)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Retorno
$A_1$	220	170	110	194
$A_2$	200	180	150	189
Prob.	0,6	0,3	0,1	

$A_1$  deve ser escolhida

d)



Seja  $p$  a probabilidade de  $S_1$

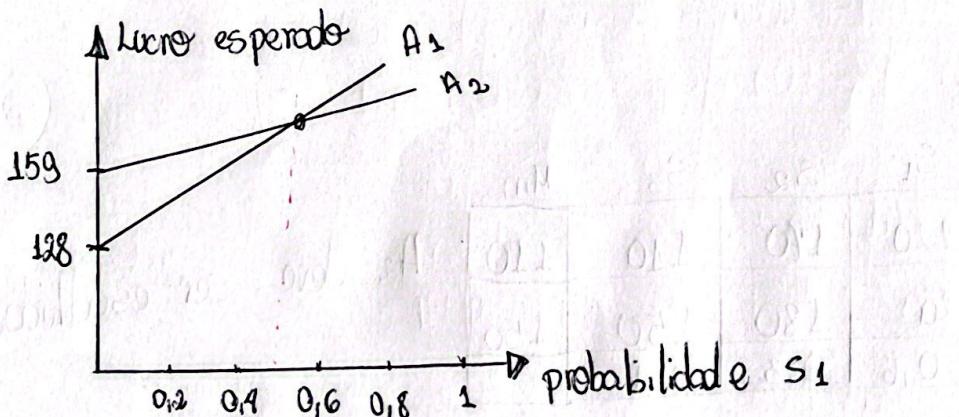
$$A_1: EP = \cancel{p} 220p + (1-0,1-p)(170) + 0,1 \cdot 110 = 50p + 164$$

$$A_2: EP = 200p + (1-0,1-p)(180) + 0,1 \cdot (150) = 20p + 177$$

$A_1$  e  $A_2$  se interceptam quando  $50p + 164 = 20p + 177 \rightarrow p = 0,433$ .

Eles devem escolher  $A_2$  quando  $p \leq 0,433$  e  $A_1$  se  $p > 0,433$

e)



Folha 3

Pág. 1

Seja  $p$  a probabilidade de  $S_1$

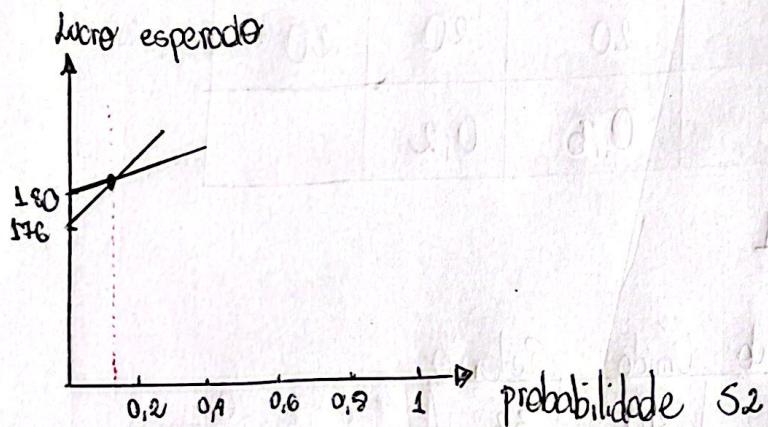
$$A_1: EP = 220p + (0,3)(170) + (1-0,3-p)(110) = 110p + 128$$

$$A_2: EP = 200p + (0,3)(180) + (1-0,3-p)(150) = 50p + 159$$

$A_1$  e  $A_2$  se interceptam quando  $110p + 128 = 50p + 159 \Rightarrow p = 0,517$

Eles devem escolher  $A_2$  quando  $p \leq 0,517$  e  $A_1$  se  $p > 0,517$

f)



Seja  $p$  a probabilidade de  $S_2$ .

$$A_1: EP = (0,6)220 + 170p + (1-0,6-p)(110) = 60p + 176$$

$$A_2: EP = (0,6)(200) + 180p + (1-0,6-p)(150) = 30p + 180$$

$A_1$  e  $A_2$  se interceptam quando  $60p + 176 = 30p + 180 \Rightarrow p = 0,133$ .

Eles devem escolher  $A_2$  quando  $p \leq 0,133$  e  $A_1$  quando  $p > 0,133$

g)  $A_1$  deve ser escolhida

a)

15.2.6

	Seco	Moderno	Úmido	
Cult. 1	20	35	40	
Cult. 2	22,5	30	45	
Cult. 3	30	25	25	
Cult. 4	20	20	20	
Prob.	0,3	0,5	0,2	

Folha 3

Pág. 2

b)

	Seco	Moderado	Úmido	Retorno
Cultura 1	20	35	40	31,5
Cultura 2	22,5	30	45	30,75
Cultura 3	30	25	25	26,5
Cultura 4	20	20	20	20
Prob.	0,3	0,5	0,2	

$$\rightarrow 20 \cdot 0,3 + 35 \cdot 0,5 + 40 \cdot 0,2$$

$$\rightarrow 6,75 + 15 + 8$$

$$\rightarrow 9 + 12,5 + 5$$

$$\rightarrow 6 + 10 + 4$$

Plantar a cultura 1

c)

	Seco	Moderado	Úmido	Retorno
Cult. 1	20	35	40	33
Cult. 2	22,5	30	45	35,25
Cult. 3	30	25	25	26,5
Cult. 4	20	20	20	20
Prob.	0,3	0,2	0,15	

$$\rightarrow 6 + 7 + 20$$

$$\rightarrow 6,75 + 6 + 22,5$$

Probabilidade moderada  
0,2

Plantar a cultura 2

	Retorno
Cult. 1	$6 + 10,5 + 16 = 32,5$
Cult. 2	$6,75 + 9 + 18 = 33,75$
Cult. 3	$9 + 7,5 + 10 = 26,5$
Cult. 4	20

Plantar cultura 2 Probabilidade moderada

cultura 2  
0,3

Prob. seco: 0,3

Prob. moderado: 0,3

Prob. úmido: 0,4

Folha 4

Pág. 1

	Retorno
Cult. 1	$6 + 14 + 12 = 32$
Cult. 2	$6,75 + 9 + 13,5 = 29,25$
Cult. 3	$9 + 10 + 7,5 = 26,5$
Cult. 4	20

Probabilidade: 0,4  
moderado

Prob. seco: 0,3

Prob. moderado: 0,4

Prob. úmido: 0,3

Deve-se plantar cultura 1

	Retorno
Cult. 1	$6 + 21 + 4 = 31$
Cult. 2	$6,75 + 18 + 4,5 = 29,25$
Cult. 3	$9 + 15 + 2,5 = 26,5$
Cult. 4	20

Probabilidade: 0,6  
moderado

Prob. seco: 0,3

Prob. moderado: 0,6

Prob. úmido: 0,1

Deve-se plantar a cultura 1

(15.3.3)

a)

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	PayOFF	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$A_1$	50	100	-100	35	$\rightarrow 50 \cdot 0,5 + 100 \cdot 0,3 - 100 \cdot 0,2$		
$A_2$	0	10	-10	10	$\rightarrow 30 - 20$		
$A_3$	20	40	-40	14	$\rightarrow 10 + 12 - 8$		
Prob.	0,5	0,3	0,2				

Deve-se escolher  $A_1$  com um retorno esperado de \$35

Folha 4  
Pág. 2

b)

	$s_1$	$s_2$	$s_3$
$A_1$	50	100	-100
$A_2$	0	10	-10
$A_3$	20	40	-40
Prob.	0,5	0,3	0,2
Max. Payoff	50	100	-10

↳ pegar o máx. de cada coluna

- Retorno esperado com informações perfeitas:

$$50 \cdot 0,5 + 100 \cdot 0,3 + (-10) \cdot 0,2 = 53$$

- Retorno esperado sem informações: 35 ( $A_1$ )

$$\text{EVPI} = 53 - 35 = 18$$

c) Betsy poderia considerar gastar até \$18 para obter mais informações

15.3.4 a)

	$s_1$	$s_2$	$s_3$	Payoff	
$A_1$	-100	10	100	33	$\rightarrow -20 + 3 + 50$
$A_2$	-10	20	50	29	$\rightarrow -2 + 6 + 25$
$A_3$	10	10	60	35	$\rightarrow 2 + 3 + 30$
Prob.	0,2	0,3	0,5		

Escolher  $A_3$  com retorno esperado de \$35.000

b) Se  $S_1$  ocorre com certeza, então devemos escolher  $A_3$  com retorno esperado de \$10 000

Se  $S_1$  não ocorre com certeza, então a probabilidade de  $S_2$  ocorrer é  $3/8$  e a probabilidade de  $S_3$  ocorrer é  $5/8$

$$A_1: 10(3/8) + 100(5/8) = \frac{30}{8} + \frac{500}{8} = 66,25$$

$$A_2: 20(3/8) + 50(5/8) = \frac{60}{8} + \frac{250}{8} = 38,75$$

$$A_3: 10(3/8) + 60(5/8) = \frac{30}{8} + \frac{300}{8} = 41,25$$

- Assim, vamos escolher  $A_1$  com retorno esperado de \$66,250

- Retorno esperado com informações:  $10(0,2) + 66,25(0,8)$   
 $= 2 + 53 = 55$

- Retorno esperado sem informações: 35

- EVPI:  $55 - 35 = 20$

- O maior valor que deve se pagar por informações é \$20 000.

- A decisão com informações deve ser  $A_3$  se o estado de natureza for  $S_1$  e deve ser  $A_1$  caso contrário

c) Se  $S_2$  ocorre com certeza, deve-se escolher  $A_2$  com retorno esperado de \$20 000.

Se  $S_2$  não ocorrer com certeza, a prob. de  $S_1$  ocorrer é  $2/7$   
 " , a prob. de  $S_3$  ocorrer é  $5/7$

$$A_1: (-100)(2/7) + 100(5/7) = -\frac{200}{7} + \frac{500}{7} = 42,83$$

$$A_2: (-40)(2/7) + 50(5/7) = -\frac{80}{7} + \frac{250}{7} = 32,83$$

$$A_3: 10(2/7) + 60(5/7) = \frac{20}{7} + \frac{300}{7} = 47 \frac{1}{7}$$

Folha 5

Pág. 2

- Assim, deve-se escolher A3 com um retorno esperado de \$47710

- Retorno esperado com informação:  $20 \cdot 0,3 + 47,71 \cdot 0,7 = \$39,397$

- Retorno esperado sem informação: \$35000

$$EVPI: 39397 - 35000 = \$4397$$

- O máximo que se deve gastar com informação é \$4397.

A decisão tomada se tiver informação será A2 se o estado de natureza for S2. Caso contrário, deve-se escolher A3

d) Se S3 ocorrer com certeza, deve-se escolher A1 com retorno esperado de \$100000. Caso contrário, a probabilidade de S1 ocorrer é 2/5 e de S2 ocorrer é 3/5

$$A1: (-100)(2/5) + 10(3/5) = -\frac{200}{5} + \frac{30}{5} = -34$$

$$A2: (-10)(2/5) + 20(3/5) = -\frac{20}{5} + \frac{60}{5} = 8$$

$$A3: 10 \cdot (2/5) + 10(3/5) = \frac{20}{5} + \frac{30}{5} = 10$$

- Assim, deve-se escolher A3 com retorno esperado de \$10000

- Retorno esperado com informação:  $10 \left(\frac{5}{10}\right) + 100 \left(\frac{5}{10}\right) = \$55000$

Retorno esperado sem informação: \$35000

$$EVPI: 55000 - 35000 = \$20000$$

O maior valor que se pode pagar por informação é \$20000.

Com informação, a escolha será A1 se S3 ocorrer. Caso contrário, A3

Folha 6

Pág. 1

e) • Retorno esperado com informações perfeitas:  $10 \cdot 0,2 + 20 \cdot 0,3 + 100 \cdot 0,5 = \underline{\underline{55000}} / \underline{\underline{50000}} = 558000$

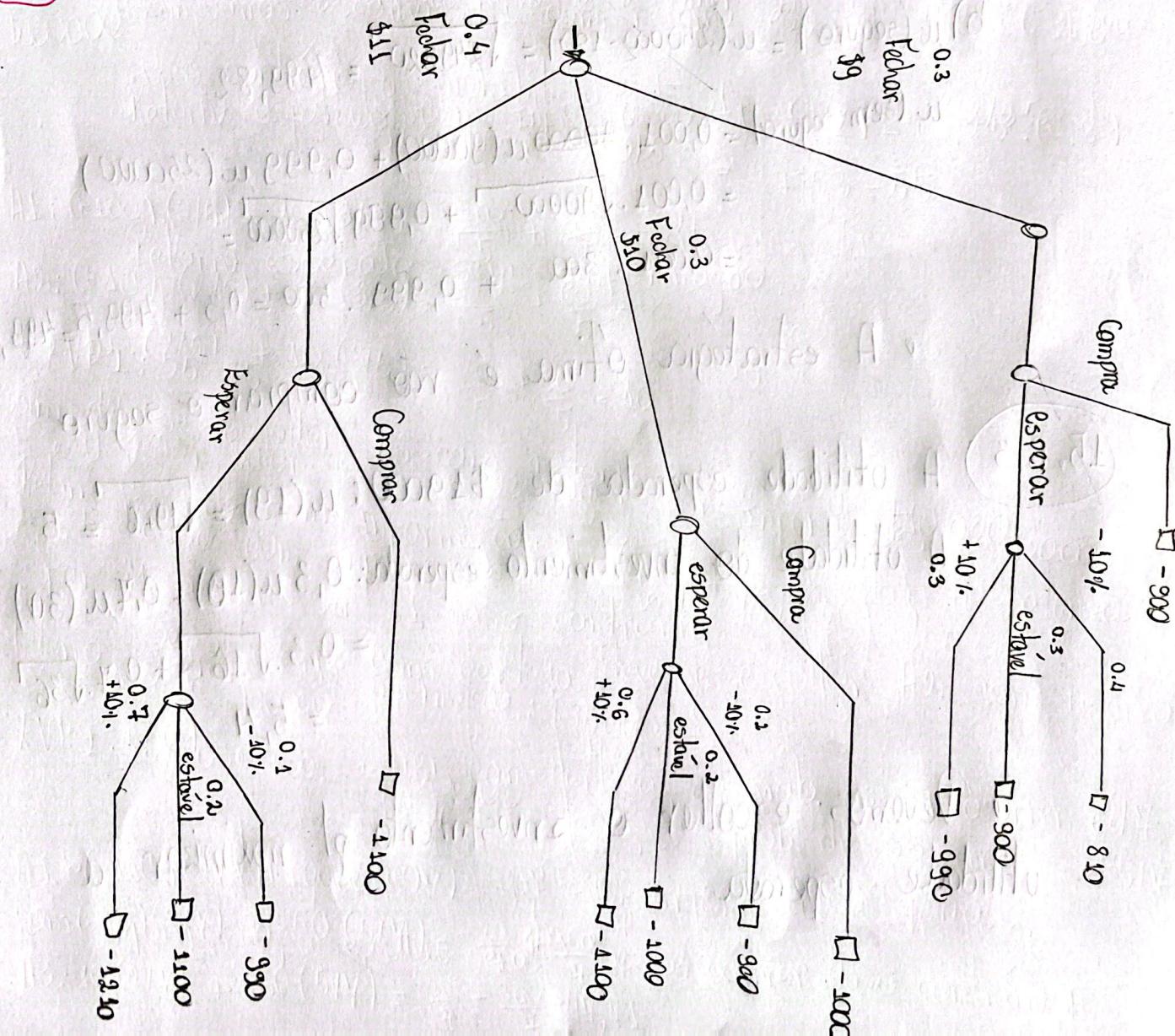
• Retorno esperado sem informações: \$35000

• EVPI: \$23000

• Pode-se gastar até \$23000 com informações. A decisão a ser tomada com informações será A3 se o estado de natureza for S1, A2 se for S2 e A1 caso contrário.

F) O maior valor que se deve pagar para fazer testes é \$13000

(15.4.5)



Folha 6 A política estratégica ótima é esperar até Quarta para comprar  
Pág. 2 se o preço é \$9 na Terça.

Se o preço é \$10 ou \$11 na Terça, então comprar  
na Terça é solução ótima

(15.6.2) a)

	Tremor	Sem Tremor	
Com Seguro	$250000 \cdot 180 =$ <del>249820</del>	$250000 \cdot 180 =$ <del>249820</del>	$249820 \cdot 0,001 + 249820 \cdot 0,999 =$ <del>249820</del>
Sem Seguro	$250000 \cdot 160000 =$ <del>90000</del>	250000	$90000 \cdot 0,001 + 250000 \cdot 0,999 =$ <del>249840</del>
Prob.	0,001	0,999	

b)  $\mu(\text{seguro}) = \mu(250000 \cdot 180) = \sqrt{249820} = 499,82$

$$\begin{aligned}\mu(\text{sem seguro}) &= 0,001 \cdot \cancel{\mu(90000)} + 0,999 \mu(250000) \\ &= 0,001 \cdot \sqrt{90000} + 0,999 \sqrt{250000} = \\ &= 0,001 \cdot 300 + 0,999 \cdot 500 = 0,3 + 499,5 = 499,8\end{aligned}$$

A estratégia ótima é não comprar o seguro

(15.6.3)

A utilidade esperada de \$19000:  $\mu(19) = \sqrt{19+6} = 5$

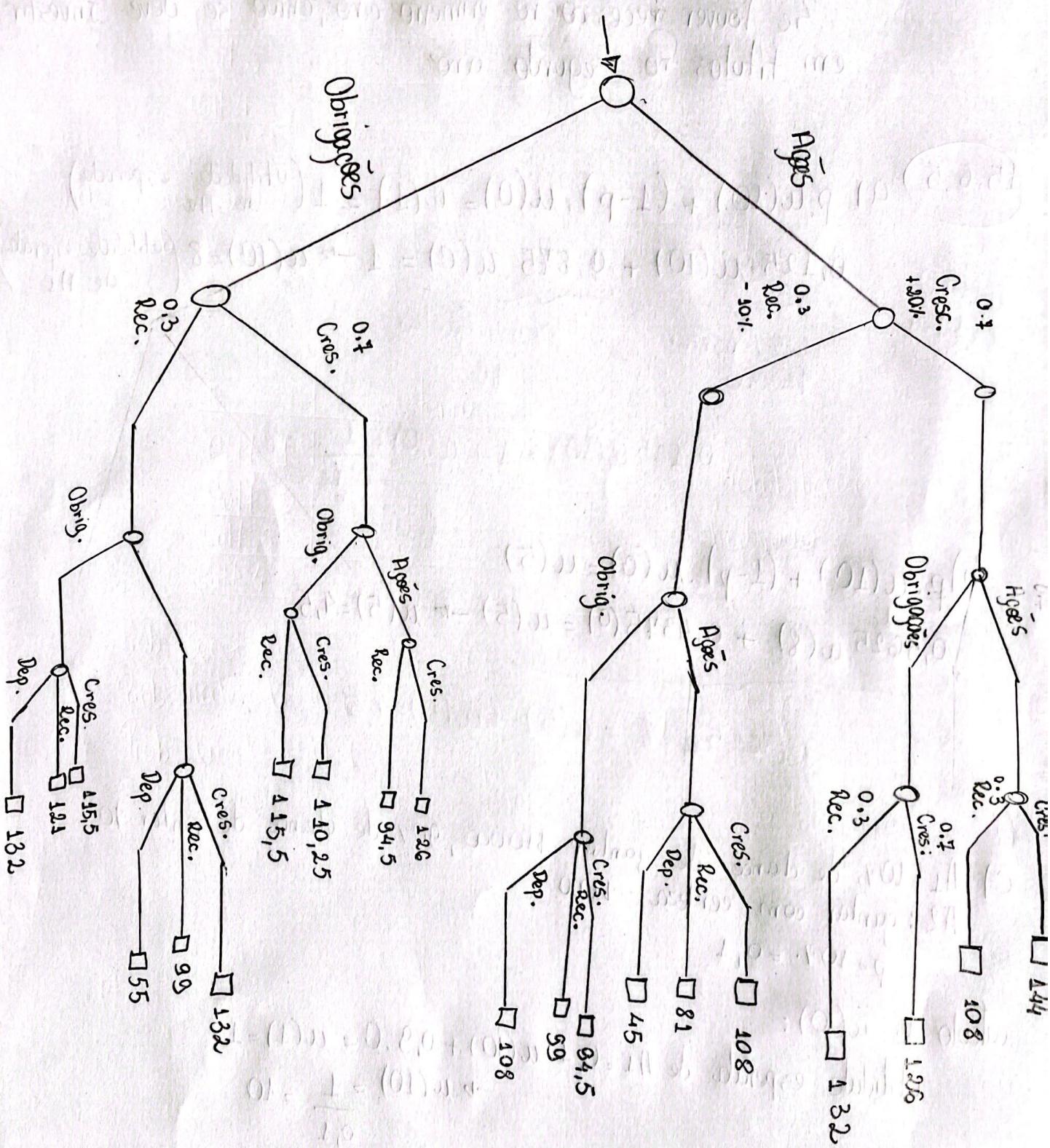
$$\begin{aligned}\text{A utilidade do investimento esperada: } &0,3 \mu(10) + 0,7 \mu(30) \\ &= 0,3 \cdot \sqrt{16} + 0,7 \cdot \sqrt{36} \\ &= 5,4\end{aligned}$$

Deveremos escolher o investimento que maximizar a utilidade esperada

Folha 7  
Pág. 1

(15.4.4)

a)



Folha 7  
Pág. 2

b) A estratégia ótima é investir em ações no primeiro ano. Se houver crescimento no primeiro ano, então se deve investir em ações novamente no segundo ano.

Se houver recessão no primeiro ano, então se deve investir em títulos no segundo ano.

15.6.5

a)  $p \cdot \mu(10) + (1-p) \cdot \mu(0) = \mu(1) = 1$  (utilidade esperada de A<sub>2</sub>)

$$\begin{aligned} \mu(0) &= 0 \\ \mu(1) &= 1 \end{aligned}$$

$$0,125 \cdot \underbrace{\mu(10)}_{12,5\% \text{ ganhar}} + 0,875 \cdot \underbrace{\mu(0)}_{87,5\% \text{ ganhar}} = 1 \rightarrow \mu(10) = 8$$

(utilidade esperada de A<sub>1</sub>)

\$10000

\$0

$$0,125 \mu(10) = 1 \rightarrow \mu(10) = \frac{1}{0,125} = 8$$

b)  $p \cdot \mu(10) + (1-p) \cdot \mu(0) = \mu(5)$

$$0,5625 \underbrace{\mu(8)}_{0,5625 \mu(8)} + 0,4375 \cdot 0 = \mu(5) \rightarrow \mu(5) = 4,5$$

$$0,5625 \mu(8) = \mu(5) \rightarrow \mu(5) = 4,5$$

c) A<sub>1</sub>: 10% de chance de ganhar \$10000, 90% de chance de ganhar \$0

A<sub>2</sub>: ganhar com certeza \$1000

$$p = 10\% = 0,1$$

calculo de  $\mu(10)$ :

$$\text{utilidade esperada de A}_1 = 0,1 \cdot \mu(10) + 0,9 \cdot 0 = \mu(1) = 1$$

$$\rightarrow \mu(10) = \frac{1}{0,1} = 10$$

A<sub>1</sub>: 50% de chance de ganhar \$10000, 50% de chance de ganhar \$0

A<sub>2</sub>: ganhar com certeza \$5000

$$p = 50\% = 0,5 ; \mu(10) = 10, vamos calcular \mu(5) \Rightarrow 0,5 \cdot 10 + 0,5 \cdot 0 = \mu(5) \rightarrow \mu(5) = 5$$

Folha 8  
Pág. 1

15.6.7

