## Universidade de Aveiro Departamento de Matemática

## Cálculo II - Agrupamento 4

2014/15

Folha 4: Soluções

- 1. (a) ]-1,1[, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
  - (b)  $\mathbb{R}$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
  - (c) ]-1,1], sendo simplesmente convergente em x=1 e absolutamente convergente nos restantes pontos.
  - (d) [1, 2[, sendo simplesmente convergente em x = 1 e absolutamente convergente nos restantes pontos.
  - (e)  $\mathbb{R}$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
  - (f) {2}, sendo absolutamente convergente nesse ponto.
  - (g) [-3, -1[, sendo simplesmente convergente em x = -3 e absolutamente convergente nos restantes pontos.
  - (h)  $\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
  - (i) [-1,1[, sendo simplesmente convergente em x=-1 e absolutamente convergente nos restantes pontos.
  - (j)  $\left] -\frac{4}{3}, \frac{8}{3} \right]$ , sendo simplesmente convergente em  $x = \frac{8}{3}$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.
  - (k) ]0,4[, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
  - (l)  $]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ , sendo simplesmente convergente em  $x=\frac{1}{2}$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.

2.

3. (a) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} 3^n x^n$$
, para  $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ 

(b) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$$
, para  $-2 < x < 2$ 

(c) 
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n (x-1)^n$$
, para  $0 < x < 2$ 

4. (a) 
$$T_0^3(x^3 + 2x + 1) = x^3 + 2x + 1$$

(b) 
$$T_{\pi}^{3}(\cos x) = -1 + \frac{(x-\pi)^{2}}{2}$$

(c) 
$$T_1^3(xe^x) = e + 2e(x-1) + \frac{3}{2}e(x-1)^2 + \frac{2}{3}e(x-1)^3$$

(d) 
$$T_0^5(\operatorname{sen} x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

(e) 
$$T_0^6(\operatorname{sen} x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

(f) 
$$T_1^n \left(\frac{1}{x}\right) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 + \dots + (-1)^n (x-1)^n;$$

(g) 
$$T_1^n(\ln x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n$$
.

5. (a) 
$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \frac{e^{\theta}}{(n+1)!} x^{n+1}$$
, para algum  $\theta$  entre  $0$  e  $x$ .

(b)

(c) Por exemplo,  $\frac{1}{\sqrt{e}} \simeq T_0^2 f(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$ , com erro majorado por  $\frac{1}{48}$ .

6. 
$$|R_5(3)| \le \frac{(3-\pi)^6}{6!}$$

7.

- 8. n = 3 (ou outro superior a este).
- 9. n = 6

10.