

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrup. 1

02/07/2018

Exame de recurso

Duração: 2h00 mais 30 minutos de tolerância

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redação da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

4,0 val. **1.** Considere a série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{5^{n+1}} x^n = \frac{1}{5} + \frac{3}{5^2}x + \frac{3^2}{5^3}x^2 + \frac{3^3}{5^4}x^3 + \dots$$

(a) Determine o raio de convergência da série.

(b) Justifique que a série de potências dada é a série de Taylor da função $f(x) = \frac{1}{5-3x}$ centrada no ponto $c = 0$.

3,0 val. **2.** Determine a série de Fourier da função dada por $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < \pi, \\ 0, & -\pi \leq x < 0. \end{cases}$

Qual é o valor da série numérica obtida a partir da série de Fourier no ponto $x = \pi$?

3,0 val. **3.** Determine e classifique os extremos da função $f(x, y) = 9x^2 + y^2 + 18x - 4y + 13$.

3,0 val. **4.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y^3 - x^2 + xy^2y' = 0$$

que satisfaz a condição inicial $y(1) = 1$.

4,0 val. **5.** Determine a solução geral da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y'' - 2y' = e^{2x} + x^2 - 1.$$

3,0 val. **6.** Determine a função f cuja transformada de Laplace é

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \frac{s}{s^2 - 4s + 29}.$$