



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo II - Agrupamento II — Exame Final
22 de junho de 2017
Duração: **2h30m**

[30pts] 1. Determine o integral geral da equação diferencial $y'' - 6y' + 9y = \frac{2e^{3x}}{x}$, $x > 0$.

2. Considere a série de potências $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{n!}$.

[20pts] (a) Determine o domínio de convergência da série.

[25pts] (b) A série de potências representa, em \mathbb{R} , a função f definida por $f(x) = e^{-x^2}$? Porquê?
Sugestão: Tenha em consideração a série de MacLaurin de e^x , $x \in \mathbb{R}$.

[30pts] 3. Determine a série de Fourier da função 2π periódica f definida em $-\pi \leq x < \pi$ por $f(x) = x + |x|$.

[20pts] 4. Determine o integral geral da equação diferencial $(xy^2 + 4)dx + yx^2dy = 0$.

5. Considere a função $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x, y) = \ln \left(\frac{y^2 + e}{1 + x^2} \right)$.

[20pts] (a) Descreva algebricamente e identifique geometricamente as curvas de nível de F .

[15pts] (b) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de F no ponto $(0, 0, 1)$.

[20pts] (c) Determine os pontos críticos de F , caso existam, e estude a sua natureza.

[20pts] 6. Utilize transformadas de Laplace para resolver o **PVI** $y'' - y = 4$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

“O verdadeiro modo de não saber nada é aprender tudo ao mesmo tempo.
George Sand