

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrup. 1

Teste 1 - avaliação discreta

07/05/2018

Duração: 1h30

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redação da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

6,0 val. **1.** Considere a série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n} x^n = 1 + \frac{2}{1}x + \frac{4}{2}x^2 + \frac{8}{3}x^3 + \dots$$

(a) Determine o raio de convergência da série.

(b) Justifique que a série de potências dada é a série de Taylor da função $f(x) = \ln(1 + 2x)$ centrada no ponto $c = 0$.

5,0 val. **2.** Determine a série de Fourier da função $f(x) = |x|$, $-\pi \leq x < \pi$. Qual é o valor da série numérica obtida a partir da série de Fourier no ponto $x = 0$?

3,0 val. **3.** Verifique se a função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, com

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{(\sqrt{x^2+y^2})} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

é contínua no ponto $(0, 0)$.

6,0 val. **4.** Estude a função $f(x, y) = e^{x/2}(x + y^2)$ quanto à existência e classificação de pontos extremos locais.