Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CáLCULO II - Agrup. 1 **13/06/2018**

Exame final Duração: 2h00 +30 min de tolerância

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redação da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

4,0 val. **1.** Considere a série de potências

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{n}x^n = \frac{2}{1}x - \frac{4}{2}x^2 + \frac{8}{3}x^3 - \cdots$$

(a) Determine o raio de convergência da série.

(b) Justifique que a série de potências dada é a série de Taylor da função $f(x) = \ln(1+2x)$ centrada no ponto $c = 0$.

3,0 val. **2.** Determine a série de Fourier da função $f(x) = |x|, -\pi \leq x < \pi$. Qual é o valor da série numérica obtida a partir da série de Fourier no ponto $x = \pi$?

3,0 val. **3.** Determine e classifique os extremos da função $f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.

3,0 val. **4.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$1 + y^2 - xy' = 0$$

que satisfaz a condição inicial $y(1) = 1$.

4,0 val. **5.** Determine a solução geral da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y'' + 4y = x^2 + 5\cos x.$$

3,0 val. **6.** Sabendo a fórmula $\mathcal{L}\{\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s)\mathcal{L}\{g(t)\}(s)$ determine uma solução $y(t)$ da equação

$$y(t) + \int_0^t \sin(t-\tau)y(\tau)d\tau = 1.$$