



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo II - Agrupamento IV — 2ª Prova de Avaliação Discreta
19 de junho de 2019
Duração: 2h

– Justifique todas as respostas e indique os cálculos efetuados –

- [50pts] 1. Considere a função f definida em \mathbb{R}^2 por $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.
- (a) Determine os pontos críticos de f .
 - (b) A função f tem dois extremantes locais, um deles é $(0, 0)$, identifique o outro e classifique-os.
 - (c) Diga se é verdadeira ou falsa, justificando, a afirmação: “ $(0, 0)$ é um extremante global de f ”.
- [30pts] 2. Considere o conjunto $\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ e a função h definida em \mathbb{R}^3 por $h(x, y, z) = x + y + z$.
- (a) Justifique a existência de extremos globais de h no conjunto \mathcal{D} .
 - (b) Calcule o máximo de h em \mathcal{D} .
- [30pts] 3. Usando a mudança de variável $z = \frac{y}{x}$, obtenha um integral geral da EDO:
- $$xy' = y + \frac{y^2}{x}, \text{ para } x > 0.$$
- [40pts] 4. Considere a EDO (linear de coeficientes não constantes)
- $$(1 - x)y'' + xy' - y = (1 - x)^2, \quad x > 1.$$
- (a) Mostre que $\{x, e^x\}$ é um sistema fundamental de soluções da EDO homogênea associada.
 - (b) Determine uma solução particular da EDO completa dada, usando o método da variação das constantes.
 - (c) Escreva a solução geral da EDO.
- [20pts] 5. Resolva a equação diferencial
- $$y'' - y = e^{-2x},$$
- sabendo que admite uma solução particular da forma $y = Ae^{-2x}$, $A \in \mathbb{R}$.
- [30pts] 6. Usando transformadas de Laplace determine a solução do seguinte problema de valores iniciais:
- $$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 5e^{-t} \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$