

Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 4

2014/15

Folha 2 - parte 2: *Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)*

1. Usando o método da variação das constantes, determine a solução geral das seguintes EDOs lineares:

(a) $y' - \frac{2y}{x} = x^3$;

(b) $y' \sin x + y \cos x = \sin^2 x$;

(c) $\frac{1}{x} y' - \frac{1}{x^2 + 1} y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$, (EDO do Ex. 11.(c) da folha 2 - parte 1).

2. Determine a solução geral das seguintes EDOs lineares:

(a) $y' + y = \sin x$;

(b) $y'' - y + 2 \cos x = 0$;

(c) $y'' + y' = 2y + 3 - 6x$;

(d) $y'' - 4y' + 4y = x e^{2x}$;

(e) $y'' + y' = e^{-x}$;

(f) $y'' + 4y = \operatorname{tg}(2x)$ [Nota: é provável que, ao resolver, a certa altura precise de usar o facto $\int \sec x \, dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$.];

(g) $y''' + y' = \sin x$;

(h) $y'' + 9y = \sin x - e^{-x}$.

3. Considere o problema de valores iniciais

$$y'' + 4y' + 4y = \cos(2x), \quad y(\pi) = 0, \quad y'(\pi) = 1.$$

Justifique que este problema possui uma única solução (em \mathbb{R}) e determine-a.

4. Resolva cada um dos seguintes problemas de Cauchy usando a transformada de Laplace.

(a) $3x' - x = \cos t$, $x(0) = -1$;

(b) $\frac{d^2 y}{dt^2} + 36y = 0$, $y(0) = -1$, $\frac{dy}{dt}(0) = 2$;

(c) $y'' + 2y' + 3y = 3t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;

(d) $y'' + y = t^2 + 1$, $y(\pi) = \pi^2$, $y'(\pi) = 2\pi$.

(Sugestão: Efetue a substituição definida por $x = t - \pi$.)

5. Determine a solução geral das seguintes equações diferenciais:

(a) $(1 + x^2)y' + 4xy = 0$;

(b) $y'' + y + 2 \sin x = 0$.

(*Exame de Recurso, julho de 2011*).

6. Resolva o problema de Cauchy $\begin{cases} y' + y \cos x = \cos x \\ y(0) = 2 \end{cases}$
(*Exame de Recurso, julho de 2010*).
7. Resolva as seguintes equações diferenciais:
- (a) $(1 + x^2)y' - y = 0$;
(b) $y''' + 4y' = \cos x$.
(*Exame da Época Especial, setembro de 2010*).
8. Determine a solução geral da equação diferencial $y' - 3x^2y = x^2$.
(*1.º teste, abril de 2010*).
9. Determine a solução geral da equação diferencial $y''' - 3y' + 2y = 12e^x$.
(*Exame da Época Normal, junho de 2008*).