Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 4 **2014/15**

Folha 5 - parte 2: *Soluções*

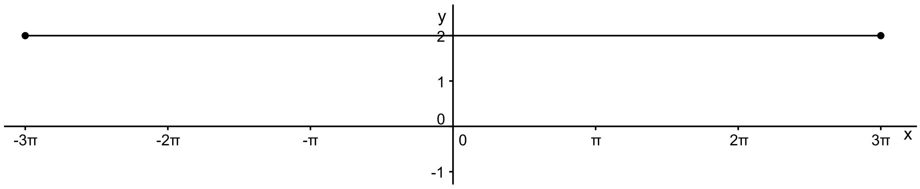
---

1. (a) $f(x) \sim \dfrac{\pi^2}{3} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^n \frac{4}{n^2} \cos(nx) + (-1)^{n+1} \frac{2}{n} \operatorname{sen}(nx) \right];$

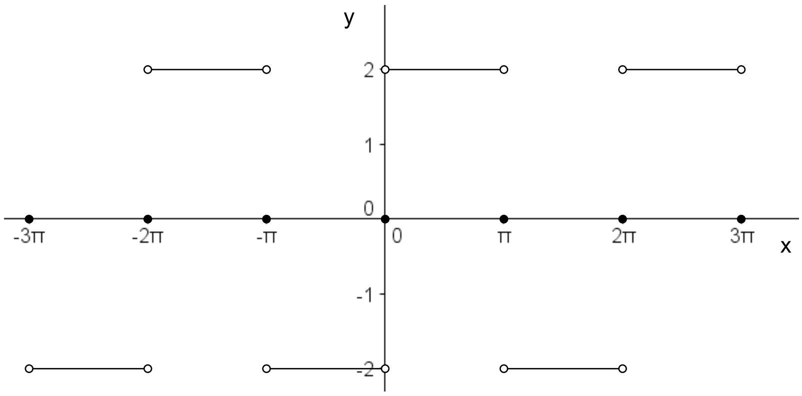
   (b) $g(x) \sim \dfrac{\operatorname{senh}(\pi)}{\pi} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\operatorname{senh}(\pi)}{\pi} \left[\frac{(-1)^n}{n^2+1} \cos(nx) + \frac{(-1)^{n+1} n}{n^2+1} \operatorname{sen}(nx) \right];$

   (c) $h(x) \sim \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{1-(-1)^n}{n} \operatorname{sen}(nx) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{2n-1} \operatorname{sen}((2n-1)x).$

2. Soma da série de cossenos: $s(x) = 2$;



   Soma da série de senos: $S(x) = \begin{cases} -2 & , \quad x \in]-\pi + 2k\pi, 2k\pi[\\ 0 & , \quad x = k\pi \\ 2 & , \quad x \in]2k\pi, \pi + 2k\pi[\end{cases} \qquad (k \in \mathbb{Z}).$



3. (a) $f(x) \sim \dfrac{\pi^2}{3} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2} \cos(nx), \qquad x \in \mathbb{R}.$

   (b) Sugestão: aplique o Critério de Weierstrass.

   (c) —

   (d) —

4. (a) A função f é contínua e seccionalmente diferenciável em $\mathbb{R}$. Portanto, a soma da série coincide com a própria função f (em $\mathbb{R}$).

   (b) Resulta da alínea anterior que

$$x^2 = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2} \cos(nx), \qquad \forall x \in [-\pi, \pi].$$

   Tomando, em particular, $x = 0$ obtemos a igualdade pretendida.