Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO 2 - agrup. 1 **2017/18**

Folha 2: *Séries de Fourier*

---

1. Considere a série de Fourier $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2}$
   (a) Porque a série converge uniformemente em $[-\pi, \pi]$?
   (b) Justifique que a soma da série é uma função contínua em $[-\pi, \pi]$.
2. Determine a série de Fourier para a função $f(x) = x\cos(x), x \in]-\pi, \pi[$.
3. Determine a série de Fourier para a função $f(t) = 1, x \in]1, \pi[$ e $f(t) = -1, t \in]-\pi, 0]$.
4. Determine a série de Fourier para a função periódica do período 2π $f(t) = |\sin(t)|$.
5. Determine a série de Fourier para a função periódica do período 2π $f(t) = \frac{1}{2}(\sin t + |\sin(t)|)$.
6. A função periódica do período 2π f é dado no interval $]-\pi, \pi[$ por $f(x) = |x|(\pi - |x|)$.
   (a) Esboce a função f e determine os seus coeficientes de Fourier.
   (b) Porque a série de Fourier converge em qualquer ponto $x \in \mathbb{R}$?
7. Determine o valor da série numérica
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{4n^2-1}$$
   usando a série de Fourier para a função periódica do período 2π f com $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, $x \in]-\pi, \pi[$. Para isso justifique a formula
$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(\frac{x}{2}\right)\cos(nx)dx = (-1)^n \frac{4}{1-4n^2}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$