

# Tema 1

## Compiladores, Linguagens e Gramáticas

### Introdução

*Compiladores+LFA, 2º semestre 2020-2021*

#### Enquadramento

Linguagens de programação

#### Compiladores: Introdução

#### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

#### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do código

#### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre linguagens

#### Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente limitados

Autómatos de pilha

Miguel Oliveira e Silva, Artur Pereira  
DETI, Universidade de Aveiro

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

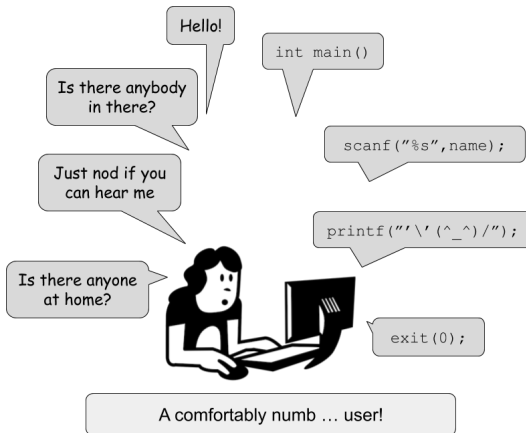
Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Enquadramento

# Enquadramento

- Nesta disciplina vamos falar sobre **linguagens** – o que são e como as podemos definir – e sobre **compiladores** – ferramentas que as reconhecem e que permitem realizar acções como consequência desse processo.



## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical  
Análise Sintáctica  
Análise Semântica  
Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica  
Análise sintáctica  
Análise semântica  
Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia  
Operações sobre palavras  
Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados  
Autómatos de pilha

## Compiladores, Linguagens e Gramáticas

- ◀ ▶ ↺ 🔍

Linguagens de programação

## Estrutura de um Compilador

### Análise Lexical

### Análise Sintáctica

### Análise Semântica

## Síntese

### Análise léxica

### Análise sintáctica

### Análise semântica

Síntese: interpretação do código

## Conceito básicos e terminologia

### Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linealmente limitados

Autómatos de pilha

## Enquadramento (3)

- Assim, podemos ver uma linguagem natural como o português como sendo composta por mais do que uma linguagem:
  - Uma que explicita as regras para construir palavras a partir do alfabeto das letras:

$a + d + e + u + s \rightarrow \text{adeus}$

- E outra que contém as regras gramaticais para construir frases a partir das palavras resultantes da linguagem anterior:

$\text{adeus} + e + \text{até} + \text{amanhã} \rightarrow \text{adeus e até amanhã}$

Neste caso o alfabeto deixa de ser o conjunto de letras e passa a ser o conjunto de palavras válidas.

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

## Enquadramento (4)

- Inerente às linguagens, é a necessidade de decidir se uma sequência de símbolos do alfabeto é válida.
  - **correcto:**  
 $a + d + e + u + s \rightarrow \text{adeus}$   
 $\text{adeus} + e + \text{até} + \text{amanhã} \rightarrow \text{adeus e até amanhã}$
  - **incorrecto:**  
 $e + d + u + a + s \rightarrow \text{edues}$   
 $\text{até} + \text{adeus} + \text{amanhã} + e \rightarrow \text{até adeus amanhã e}$
- Só sequências válidas é que permitem uma comunicação correcta.
- Por outro lado, essa comunicação tem muitas vezes um efeito.
- Seja esse efeito uma resposta à mensagem inicial, ou o despoletar de uma qualquer acção.

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Linguagens de programação

- As linguagens de comunicação com computadores – designadas por linguagens de programação – partilham todas estas características.
- Diferem, no facto de não poderem ter nenhuma **ambiguidade**, e de as acções despoletadas serem muitas vezes a mudança do estado do sistema computacional, podendo este estar ligado a entidades externas como sejam outros computadores, pessoas, sistemas robóticos, máquinas de lavar, etc..
- Vamos ver que podemos definir linguagens de programação por estruturas formais bem comportadas.
- Para além disso, veremos também que essas definições nos ajudam a implementar acções interessantes.

Desenvolvimento das linguagens de programação umbilicalmente ligado com as tecnologias de compilação!

Enquadramento

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical  
Análise Sintáctica  
Análise Semântica  
Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica  
Análise sintáctica  
Análise semântica  
Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia  
Operações sobre palavras  
Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos  
Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados  
Autómatos de pilha

# Compiladores: Introdução



**Enquadramento**

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

**Estrutura de um  
Compilador**

Análise Lexical  
Análise Sintáctica  
Análise Semântica  
Síntese

**Implementação de um  
Compilador**

Análise léxica  
Análise sintáctica  
Análise semântica  
Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

Conceito básicos e  
terminologia  
Operações sobre palavras  
Operações sobre  
linguagens

**Introdução às  
gramáticas**

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos  
Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados  
Autómatos de pilha

## Compiladores

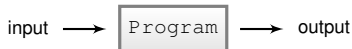
Compreensão, interpretação e/ou tradução automática de linguagens.

# Compiladores (Processadores de Linguagens)

- Os **compiladores** são programas que permitem:
  - 1 decidir sobre a correcção de sequências de símbolos do respectivo alfabeto;
  - 2 despoletar acções resultantes dessas decisões.
- Frequentemente, os compiladores “limitam-se” a fazer a tradução entre linguagens.



- É o caso dos compiladores das linguagens de programação de alto nível (Java, C++, Eiffel, etc.), que traduzem o código fonte dessas linguagens em código de linguagens mais próximas do *hardware* do sistema computacional (e.g. *assembly* ou *Java bytecode*).
- Nestes casos, na inexistência de erros, é gerado um programa composto por código executável directa ou indirectamente pelo sistema computacional:



## Exemplo: Java *bytecode*

```
public class Hello
{
    public static void main(String [] args)
    {
        System.out.println ("Hello!");
    }
}
```

```
javac Hello.java
```

```
javap -c Hello.class
```

Compiled from "Hello.java"

```
public class Hello {
    public Hello();
        Code:
        0: aload_0
        1: invokespecial #1    // Method java/lang/Object."<init>":()V
        4: return

    public static void main(java.lang.String []);
        Code:
        0: getstatic     #2    // Field java/lang/System.out:Ljava/io/PrintStream;
        3: ldc          #3    // String Hello!
        5: invokevirtual #4    // Method java/io/PrintStream.println:(Ljava/lang/String;)V
        8: return
}
```

## Exemplo 2: Calculadora

- Código fonte:

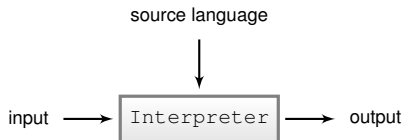
```
1+2*3:4
```

- Uma possível compilação para Java:

```
public class CodeGen {  
    public static void main(String[] args) {  
        int v2 = 1;  
        int v5 = 2;  
        int v6 = 3;  
        int v4 = v5 * v6;  
        int v7 = 4;  
        int v3 = v4 / v7;  
        int v1 = v2 + v3;  
        System.out.println(v1);  
    }  
}
```

## Compiladores: Processadores de Linguagens (2)

- Uma variante possível consiste num **interpretador**:



- Neste caso a execução é feita instrução a instrução.
- `Python` e `bash` são exemplos de linguagens interpretadas.
- Existem também aproximações híbridas em que existe compilação de código para uma linguagem intermédia, que depois é interpretada na execução.
- A linguagem `Java` utiliza uma estratégia deste género em que o código fonte é compilado para *Java bytecode*, que depois é interpretado pela máquina virtual `Java`.
- Em geral os compiladores processam código fonte em formato de *texto*, havendo uma grande variedade no formato do código gerado (texto, binário, interpretado, ...).

# Exemplo: Calculadora

- Código fonte:

- $1+2*3:4$

- Uma possível interpretação:

2.5

**Enquadramento**

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

**Estrutura de um  
Compilador**

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

**Implementação de um  
Compilador**

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

**Introdução às  
gramáticas**

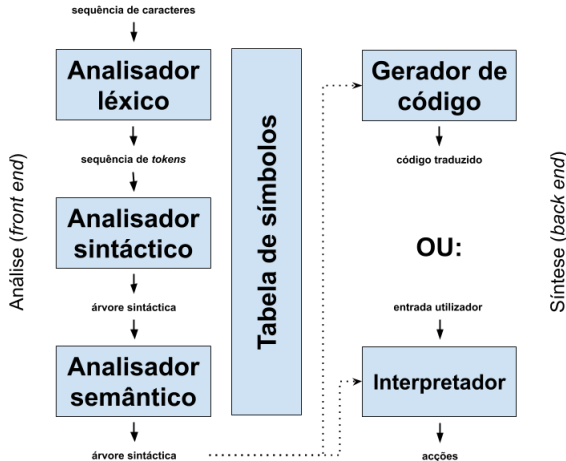
Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Estrutura de um Compilador

# Estrutura de um Compilador



Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical  
Análise Sintáctica  
Análise Semântica  
Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica  
Análise sintáctica  
Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia  
Operações sobre palavras  
Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados  
Autómatos de pilha



# Estrutura de um Compilador (2)

- Uma característica interessante da compilação de linguagens de alto nível, é o facto de, tal como no caso das linguagens naturais, essa compilação envolver mais do que uma linguagem:
  - **análise léxica**: composição de letras e outros caracteres em palavras (*tokens*);
  - **análise sintáctica**: composição de *tokens* numa estrutura sintáctica adequada.
  - **análise semântica**: verificação se a estrutura sintáctica tem significado.
- As acções consistem na geração do programa na linguagem destino e podem envolver também diferentes fases de geração de código e optimização.

- Conversão da sequência de caracteres de entrada numa sequência de elementos lexicais.
- Esta estratégia simplifica brutalmente a gramática da análise sintáctica, e permite uma implementação muito eficiente do analisador léxico (mais tarde veremos em detalhe porquê).
- Cada elemento lexical pode ser definido por um tuplo com uma identificação do elemento e o seu valor (o valor pode ser omitido quando não se aplica):

```
<token_name , attribute_value >
```

- Exemplo 1:

```
pos = pos + vel * 5;
```

pode ser convertido pelo analisador léxico (*scanner*) em:

```
<id , pos> <=> <id , pos> <+> <id , vel> <*> <int , 5> <;>
```

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

## Análise Lexical (2)

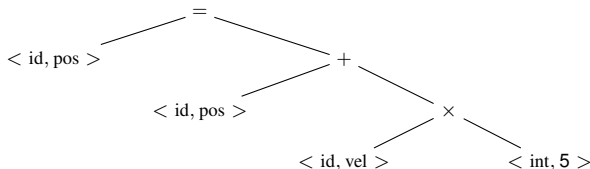
- Em geral os espaços em branco, e as mudanças de linha e os comentários não são relevantes nas linguagens de programação, pelo que podem ser eliminados pelo analisador lexical.
- Exemplo 2: esboço de linguagem de processamento geométrico:

```
distance ( 0 , 0 ) ( 4 , 3 )
```

pode ser convertido pelo analisador léxico (*scanner*) em:

```
<distance> <( > <num,0> <,> <num,0> <)>  
<( > <num,4> <,> <num,3> <)>
```

- Após a análise lexical segue-se a chamada análise sintáctica (*parsing*), onde se verifica a conformidade da sequência de elementos lexicais com a estrutura sintáctica da linguagem.
- Nas linguagens que se pretende sintacticamente processar, podemos sempre fazer uma aproximação à sua estrutura formal através duma representação tipo *árvore*.
- Para esse fim é necessário uma *gramática* que especifique a estrutura desejada (voltaremos a este problema mais à frente).
- No exemplo 1 (`pos = pos + vel * 5;`):



## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

## Análise Sintáctica

Análise Semântica  
Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

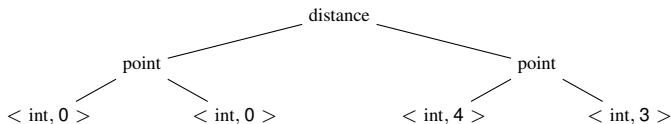
## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

- No exemplo 2 (`distance ( 0 , 0 ) ( 4 , 3 )`):



- Chama-se a atenção para duas características das árvores sintáticas:
  - não incluem alguns elementos lexicais (que apenas são relevantes para a estrutura formal);
  - definem sem ambiguidade a ordem das operações (havemos de voltar a este problema).

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

## Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

- A parte final do *front end* do compilador é a *análise semântica*.
- Nesta fase são verificadas, tanto quando possível, restrições que não é possível (ou sequer desejável) que sejam feitas nas duas fases anteriores.
- Por exemplo: verificar se um identificador foi declarado, verificar a conformidade no sistema de tipos da linguagem, etc.
- Note-se que apenas restrições com verificação estática (i.e. em tempo de compilação), podem objecto de análise semântica pelo compilador.
- Se no exemplo 2 existisse a instrução de um círculo do qual fizesse parte a definição do seu raio, não seria em geral possível, durante a análise semântica, garantir um valor não negativo para esse raio (essa semântica apenas poderia ser verificada dinamicamente, i.e., em tempo de execução).

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

### Compiladores: Introdução

### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

### Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados  
Autómatos de pilha

# Análise Semântica (2)

- Utiliza a árvore sintáctica da análise sintáctica assim como uma estrutura de dados designada por tabela de símbolos (assente em arrays associativos).
- Esta última fase de análise deve garantir o sucesso das fases subsequentes (geração e eventual optimização de código, ou interpretação).

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

- Havendo garantia de que o código da linguagem fonte é válido, então podemos passar aos efeitos pretendidos com esse código.
- Os efeitos podem ser:
  - 1 simplesmente a indicação de validade do código fonte;
  - 2 a tradução do código fonte numa linguagem destino;
  - 3 ou a interpretação e execução imediata.
- Em todos os casos, pode haver interesse na identificação e localização precisa de eventuais erros.
- Como a maioria do código fonte assenta em texto, é usual indicar não só a instrução mas também a linha onde cada erro ocorre.

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

### Compiladores: Introdução

### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

### Síntese

### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

### Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha



## Geração de código: exemplo

- No processo de compilação, pode haver o interesse em gerar uma representação intermédia do código que facilite a geração final de código.
- Uma forma possível para essa representação intermédia é o chamado *código de triplo endereço*.
- Para o exemplo 1 (`pos = pos + vel * 5;`) poderíamos ter:

```
t1 = inttofloat(5)
t2 = id(vel) * t1
t3 = id(pos) + t2
id(pos) = t3
```

- Este código poderia depois ser otimizado na fase seguinte da compilação:

```
t1 = id(vel) * 5.0
id(pos) = id(pos) + t1
```

- E por fim, poder-se-ia gerar *assembly* (pseudo-código):

```
LOAD R2, id(vel) // load value from memory to register R2
MULT R2, R2, #5.0 // mult. 5 with R2 and store result in R2
LOAD R1, id(pos) // load value from memory to register R1
ADD R1, R1, R2 // add R1 with R2 and store result in R1
STORE id(pos), R1 // store value to memory from register R1
```

# Linguagens: Definição como Conjunto

**Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas**

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Linguagens: Definição como Conjunto

- As linguagens servem para **comunicar**.
- Uma mensagem pode ser vista como uma sequência de **símbolos**.
- No entanto, uma linguagem não aceita todo o tipo de símbolos e de sequências.
- Uma linguagem é caracterizada por um conjunto de símbolos e uma forma de descrever sequências válidas desses símbolos (i.e. o conjunto de sequências válidas).
- Se as linguagens naturais admitem alguma subjectividade e ambiguidade, as linguagens de programação requerem total objectividade.

Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Linguagens (2)

- Como definir linguagens de forma sintética e objectiva?
- Definir por **extensão** é uma possibilidade.
- No entanto, para linguagens minimamente interessantes não só teríamos uma descrição gigantesca como também, provavelmente, incompleta.
- As linguagens de programação tendem a aceitar variantes infinitas de entradas.
- Alternativamente podemos descrevê-la por **compreensão**.
- Uma possibilidade é utilizar os formalismos ligados à definição de **conjuntos**.

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Conceito básicos

**Enquadramento**

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

**Estrutura de um  
Compilador**

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

**Implementação de um  
Compilador**

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

**Conceito básicos e  
terminologia**

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

**Introdução às  
gramáticas**

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Conceito básicos e terminologia

- Um conjunto pode ser definido por **extensão** (ou enumeração) ou por **compreensão**.
- Um exemplo de um conjunto definido por extensão é o conjunto dos algarismos binários  $\{0, 1\}$ .
- Na definição por compreensão utiliza-se a seguinte notação:

$$\{x \mid p(x)\}$$

ou

$$\{x : p(x)\}$$

- $x$  é a variável que representa um qualquer elemento do conjunto, e  $p(x)$  um predicado sobre essa variável.
- Assim, este conjunto é definido contendo todos os valores de  $x$  em que o predicado  $p(x)$  é verdadeiro.
- Por exemplo:

$$\{n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 9\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

# Conceito básicos e terminologia (2)

- Um **símbolo** (ou **letra**) é a unidade atômica (indivisível) das linguagens.
- Em linguagens assentes em texto, um símbolo será um carácter.
- Um **alfabeto** é um conjunto finito não vazio de símbolos.
- Por exemplo:
  - $A = \{0, 1\}$  é o alfabeto dos algarismos binários.
  - $A = \{0, 1, \dots, 9\}$  é o alfabeto dos algarismos decimais.
- Uma **palavra** (*string* ou cadeia) é uma sequência de símbolos sobre um dado alfabeto  $A$ .

$$U = a_1 a_2 \cdots a_n, \quad \text{com} \quad a_i \in A \wedge n \geq 0$$

# Conceito básicos e terminologia (3)

- Por exemplo:
  - $A = \{0, 1\}$  é o alfabeto dos algarismos binários.  
01101, 11, 0
  - $A = \{0, 1, \dots, 9\}$  é o alfabeto dos algarismos decimais.  
2016, 234523, 999999999999999, 0
  - $A = \{0, 1, \dots, 0, a, b, \dots, z, @, \dots\}$   
mos@ua.pt, Bom dia!

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

### Conceito básicos e terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha



## Conceito básicos e terminologia (4)

- A **palavra vazia** é uma sequência de zero símbolos e denota-se por  $\varepsilon$  (épsilon).
- Note que  $\varepsilon$  não pertence ao alfabeto.
- Uma **sub-palavra** de uma palavra  $u$  é uma sequência contígua de 0 ou mais símbolos de  $u$ .
- Um **prefixo** de uma palavra  $u$  é uma sequência contígua de 0 ou mais símbolos iniciais de  $u$ .
- Um **sufixo** de uma palavra  $u$  é uma sequência contígua de 0 ou mais símbolos terminais de  $u$ .
- Por exemplo:
  - as é uma sub-palavra de casa, mas não prefixo nem sufixo
  - 001 é prefixo e sub-palavra de 00100111 mas não é sufixo
  - $\varepsilon$  é prefixo, sufixo e sub-palavra de qualquer palavra  $u$
  - qualquer palavra  $u$  é prefixo, sufixo e sub-palavra de si própria

# Conceito básicos e terminologia (5)

- O **fecho** (ou conjunto de cadeias) do alfabeto  $A$  denominado por  $A^*$ , representa o conjunto de todas as palavras definíveis sobre o alfabeto  $A$ , incluindo a palavra vazia.
- Por exemplo:
  - $\{0, 1\}^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, \dots\}$
  - $\{\clubsuit, \diamond, \heartsuit, \spadesuit\}^* = \{\epsilon, \clubsuit, \diamond, \heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\diamond, \dots\}$
- Dado um alfabeto  $A$ , uma **linguagem**  $L$  sobre  $A$  é um conjunto finito ou infinito de palavras consideradas válidas definidas com símbolos de  $A$ .  
Isto é:  $L \subseteq A^*$

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

## Conceito básicos e terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Conceito básicos e terminologia (6)

- Exemplo de linguagens sobre o alfabeto  $A = \{0, 1\}$ 
  - $L_1 = \{u \mid u \in A^* \wedge |u| \leq 2\} = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11\}$
  - $L_2 = \{u \mid u \in A^* \wedge \forall_i u_i = 0\} = \{\epsilon, 0, 00, 000, 0000, \dots\}$
  - $L_3 = \{u \mid u \in A^* \wedge u.\text{count}(1) \bmod 2 = 0\} = \{000, 11, 000110101, \dots\}$
  - $L_4 = \{\} = \emptyset$  (conjunto vazio)
  - $L_5 = \{\epsilon\}$
  - $L_6 = A$
  - $L_7 = A^*$
- Note que  $\{\}$ ,  $\{\epsilon\}$ ,  $A$  e  $A^*$  são linguagens sobre o alfabeto  $A$  qualquer que seja  $A$
- Uma vez que as linguagens são conjuntos, todas as operações matemáticas sobre conjuntos são aplicáveis: reunião, interseção, complemento, diferença, etc.



## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

### Conceito básicos e terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Operações sobre palavras

**Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas**

**Enquadramento**

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

**Estrutura de um  
Compilador**

Análise Lexical  
Análise Sintáctica  
Análise Semântica  
Síntese

**Implementação de um  
Compilador**

Análise léxica  
Análise sintáctica  
Análise semântica  
Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

Conceito básicos e  
terminologia

**Operações sobre palavras**

Operações sobre  
linguagens

**Introdução às  
gramáticas**

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Operações sobre palavras

- O **comprimento** de uma palavra  $u$  denota-se por  $|u|$  e representa o seu número de símbolos.
- O comprimento da palavra vazia é zero

$$|\varepsilon| = 0$$

- É habitual interpretar-se a palavra  $u$  como uma função de acesso aos seus símbolos (tipo *array*):

$$u : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow A, \quad \text{com } n = |u|$$

em que  $u_i$  representa o *i*ésimo símbolo de  $u$

- O **reverso** de uma palavra  $u$  é a palavra, denota-se por  $u^R$ , e é obtida invertendo a ordem dos símbolos de  $u$

$$u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \implies u^R = \{u_n, \dots, u_2, u_1\}$$

## Operações sobre palavras (2)

- A **concatenação** (ou **produto**) das palavras  $u$  e  $v$  denota-se por  $u.v$ , ou simplesmente  $uv$ , e representa a justaposição de  $u$  e  $v$ , i.e., a palavra constituída pelos símbolos de  $u$  seguidos pelos símbolos de  $v$ .
- Propriedades da concatenação:
  - $|u.v| = |u| + |v|$
  - $u.(v.w) = (u.v).w = u.v.w$  (associatividade)
  - $u.\varepsilon = \varepsilon.u = u$  (elemento neutro)
  - $u \neq \varepsilon \wedge v \neq \varepsilon \wedge u \neq v \implies u.v \neq v.u$  (não comutativo)
- A **potência** de ordem  $n$ , com  $n \geq 0$ , de uma palavra  $u$  denota-se por  $u^n$  e representa a concatenação de  $n$  réplicas de  $u$ , ou seja,  $\underbrace{uu \cdots u}_{n \times}$ .
- $u^0 = \varepsilon$

# Operações sobre linguagens

**Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas**

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

**Operações sobre  
linguagens**

Introdução às  
gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Operações sobre linguagens: reunião

- A **reunião** de duas linguagens  $L_1$  e  $L_2$  denota-se por  $L_1 \cup L_2$  e é dada por:

$$L_1 \cup L_2 = \{u \mid u \in L_1 \vee u \in L_2\}$$

- Por exemplo, se definirmos as linguagens  $L_1$  e  $L_2$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{a w \mid w \in A^*\}$$

$$L_2 = \{u \mid u \text{ termina com } a\} = \{w a \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da reunião destas linguagens?

$$L = L_1 \cup L_2 = ?$$

- Resposta:

$$L = \{w_1 a w_2 \mid w_1, w_2 \in A^* \wedge (w_1 = \varepsilon \vee w_2 = \varepsilon)\}$$



# Operações sobre linguagens: intercepção

- A **intercepção** de duas linguagens  $L_1$  e  $L_2$  denota-se por  $L_1 \cap L_2$  e é dada por:

$$L_1 \cap L_2 = \{u \mid u \in L_1 \wedge u \in L_2\}$$

- Por exemplo, se definirmos as linguagens  $L_1$  e  $L_2$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{a w \mid w \in A^*\}$$

$$L_2 = \{u \mid u \text{ termina com } a\} = \{w a \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da intercepção destas linguagens?

$$L = L_1 \cap L_2 = ?$$

- Resposta:

$$L = \{a w a \mid w \in A^*\} \cup \{a\}$$

## Operações sobre linguagens: diferença

- A **diferença** de duas linguagens  $L_1$  e  $L_2$  denota-se por  $L_1 - L_2$  e é dada por:

$$L_1 - L_2 = \{u \mid u \in L_1 \wedge u \notin L_2\}$$

- Por exemplo, se definirmos as linguagens  $L_1$  e  $L_2$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{aw \mid w \in A^*\}$$

$$L_2 = \{u \mid u \text{ termina com } a\} = \{wa \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da diferença destas linguagens?

$$L = L_1 - L_2 = ?$$

- Resposta:

$$L = \{awx \mid w \in A^* \wedge x \in A \wedge x \neq a\}$$

- ou:

$$L = \{awb \mid w \in A^*\}$$

## Operações sobre linguagens: complementação

- A **complementação** da linguagem  $L$  denota-se por  $\bar{L}$  e é dada por:

$$\bar{L} = A^* - L = \{u \mid u \notin L\}$$

- Por exemplo, se definirmos a linguagem  $L_1$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{aw \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da complementação desta linguagem?

$$L = \bar{L_1} = ?$$

- Resposta:

$$L = \{xw \mid w \in A^* \wedge x \in A \wedge x \neq a\} \cup \{\varepsilon\}$$

- ou:

$$L = \{bw \mid w \in A^*\} \cup \{\varepsilon\}$$

# Operações sobre linguagens: concatenação

- A **concatenação** de duas linguagens  $L_1$  e  $L_2$  denota-se por  $L_1.L_2$  e é dada por:

$$L_1.L_2 = \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\}$$

- Por exemplo, se definirmos as linguagens  $L_1$  e  $L_2$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{aw \mid w \in A^*\}$$

$$L_2 = \{u \mid u \text{ termina com } a\} = \{wa \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da concatenação destas linguagens?

$$L = L_1.L_2 = ?$$

- Resposta:

$$L = \{aw a \mid w \in A^*\}$$

## Operações sobre linguagens: potenciação

- A **potência** de ordem  $n$  da linguagem  $L$  denota-se por  $L^n$  e é definida indutivamente por:

$$\begin{aligned}L^0 &= \{\varepsilon\} \\ L^{n+1} &= L^n.L\end{aligned}$$

- Por exemplo, se definirmos a linguagem  $L_1$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{a w \mid w \in A^*\}$$

- qual será o resultado da potência de ordem 2 desta linguagem?

$$L = L_1^2 = ?$$

- Resposta:

$$L = \{a w_1 a w_2 \mid w_1, w_2 \in A^*\}$$

# Operações sobre linguagens: fecho de Kleene

- O **fecho de Kleene** da linguagem  $L$  denota-se por  $L^*$  e é dado por:

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

- Por exemplo, se definirmos a linguagem  $L_1$  sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ :

$$L_1 = \{u \mid u \text{ começa por } a\} = \{a w \mid w \in A^*\}$$

- qual será o fecho de Kleene desta linguagem?

$$L = L_1^* = ?$$

- Resposta:

$$L = L_1 \cup \{\varepsilon\}$$

- Note que para  $n > 1$   $L_1^n \subset L_1$

# Operações sobre linguagens: notas adicionais

- Note que nas operações binárias sobre conjuntos não é requerido que as duas linguagens estejam definidos sobre o mesmo alfabeto.
- Assim se tivermos duas linguagens  $L_1$  e  $L_2$  definidas respectivamente sobre os alfabetos  $A_1$  e  $A_2$ , então o alfabeto resultante da aplicação duma qualquer operação binária sobre as linguagens é:  $A_1 \cup A_2$

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

## Operações sobre linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Introdução às gramáticas

**Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas**

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha



- A utilização de conjuntos para definir linguagens não é frequentemente a forma mais adequada e versátil para as descrever.
- Muitas vezes é preferível identificar estruturas intermédias, que abstraem partes ou subconjuntos importantes, da linguagem.
- Tal como em programação, muitas vezes descrições recursivas são bem mais simples, sem perda da objectividade e do rigor necessários.
- É nesse caminho que encontramos as **gramáticas**.
- As **gramáticas** descrevem linguagens por compreensão recorrendo a representações **formais** e (muitas vezes) **recursivas**.
- Vendo as linguagens como sequências de símbolos (ou palavras), as gramáticas definem formalmente as sequências **válidas**.

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

### Compiladores: Introdução

### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

### Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

## Gramáticas (2)

- Por exemplo, em português a frase “O cão ladra” pode ser gramaticalmente descrita por:

frase	→	sujeito predicado
sujeito	→	artigo substantivo
predicado	→	verbo
artigo	→	<b>O</b>   <b>Um</b>
substantivo	→	<b>cão</b>   <b>lobo</b>
verbo	→	<b>ladra</b>   <b>uiva</b>

- Esta gramática descreve 8 possíveis frases e contém mais informação do que a frase original.
- Contém 6 **símbolos terminais** e 6 **símbolos não terminais**.
- Um símbolo não terminal é definido por uma **produção** descrevendo possíveis representações desse símbolo, em função de símbolos terminais e/ou não terminais.

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

### Compiladores: Introdução

### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

### Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Introdução às gramáticas (2)

- Formalmente, uma gramática é um quádruplo  $G = (T, N, S, P)$ , onde:
  - 1  $T$  é um conjunto finito não vazio designado por alfabeto terminal, onde cada elemento é designado por símbolo **terminal**;
  - 2  $N$  é um conjunto finito não vazio, disjunto de  $T$  ( $N \cap T = \emptyset$ ), cujos elementos são designados por símbolos **não terminais**;
  - 3  $S \in N$  é um símbolo não terminal específico designado por **símbolo inicial**;
  - 4  $P$  é um conjunto finito de **regras** (ou produções) da forma  $\alpha \rightarrow \beta$  onde  $\alpha \in (T \cup N)^* N (T \cup N)^*$  e  $\beta \in (T \cup N)^*$ , isto é,  $\alpha$  é uma cadeia de símbolos terminais e não terminais contendo, pelo menos, um símbolo não terminal; e  $\beta$  é uma cadeia de símbolos, eventualmente vazia, terminais e não terminais.

# Gramáticas: exemplos

- Formalmente, a gramática anterior será:

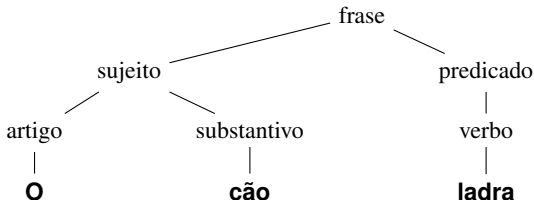
$$G = (\{\mathbf{O, Um, cão, lobo, ladra, uiva}\}, \\ \{\text{frase, sujeito, predicado, artigo, substantivo, verbo}\}, \\ \text{frase}, P)$$

- $P$  é constituído pelas regras já apresentadas:

frase  $\rightarrow$  sujeito predicado  
sujeito  $\rightarrow$  artigo substantivo  
predicado  $\rightarrow$  verbo  
artigo  $\rightarrow$  **O | Um**  
substantivo  $\rightarrow$  **cão | lobo**  
verbo  $\rightarrow$  **ladra | uiva**

## Gramáticas: exemplos (2)

- Podemos descrever a frase “O cão ladra” com a seguinte árvore (denominada sintáctica).



## Gramáticas: exemplos (3)

- Considere a seguinte gramática  
 $G = (\{0, 1\}, \{S, A\}, S, P)$ , onde  $P$  é constituído pelas regras:

$$S \rightarrow 0S$$

$$S \rightarrow 0A$$

$$A \rightarrow 0A1$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

- Qual será a linguagem definida por esta gramática?

$$L = \{0^n 1^m : n \in \mathbb{N} \wedge m \in \mathbb{N}_0 \wedge n > m\}$$

## Gramáticas: exemplos (4)

- Sendo  $A = \{a, b\}$ , defina uma gramática para a seguinte linguagem:

$$L_1 = \{a w \mid w \in A^*\}$$

- A gramática  $G = (\{a, b\}, \{S, X\}, S, P)$ , onde  $P$  é constituído pelas regras:

$$S \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow bX$$

$$X \rightarrow \varepsilon$$

ou:

$$S \rightarrow aX$$

$$X \rightarrow aX \mid bX \mid \varepsilon$$

## Gramáticas: exemplos (5)

- Sendo  $A = \{0, 1\}$ , defina uma gramática para a seguinte linguagem:

$$L_3 = \{u \mid u \in A^* \wedge u.\text{count}(1) \bmod 2 = 0\}$$

- A gramática  $G = (\{0, 1\}, \{S, A\}, S, P)$ , onde  $P$  é constituído pelas regras:

$$S \rightarrow S1S1S \mid A$$

$$A \rightarrow 0A \mid \varepsilon$$



# Hierarquia de Chomsky

**Compiladores,  
Linguagens e  
Gramáticas**

Enquadramento

Linguagens de  
programação

Compiladores:  
Introdução

Estrutura de um  
Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

Implementação de um  
Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

Linguagens: Definição  
como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

Introdução às  
gramáticas

**Hierarquia de Chomsky**

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

Autómatos finitos

- Restrições sobre  $\alpha$  e  $\beta$  permitem definir uma taxonomia das linguagens – hierarquia de Chomsky:
  - 1 Se não houver nenhuma restrição,  $G$  é designada por gramática do **tipo-0**.
  - 2  $G$  será do **tipo-1**, ou gramática **dependente do contexto**, se cada regra  $\alpha \rightarrow \beta$  de  $P$  obedece a  $|\alpha| \leq |\beta|$  (com a exceção de também poder existir a produção vazia:  $S \rightarrow \epsilon$ ).
  - 3  $G$  será do **tipo-2**, ou gramática **independente, ou livre, do contexto**, se cada regra  $\alpha \rightarrow \beta$  de  $P$  obedece a  $|\alpha| = 1$ , isto é:  $\alpha$  é constituído por um só não terminal.
  - 4  $G$  será do **tipo-3**, ou gramática **regular**, se cada regra tiver uma das formas:  $A \rightarrow cB$ ,  $A \rightarrow c$  ou  $A \rightarrow \epsilon$ , onde  $A$  e  $B$  são símbolos não terminais ( $A$  pode ser igual a  $B$ ) e  $c$  um símbolo terminal. Isto é, em todas as produções, o  $\beta$  só pode ter no máximo um símbolo não terminal sempre à direita (ou, alternativamente, sempre à esquerda).

### Enquadramento

Linguagens de  
programação

### Compiladores: Introdução

### Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

### Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

### Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

### Introdução às gramáticas

### Hierarquia de Chomsky

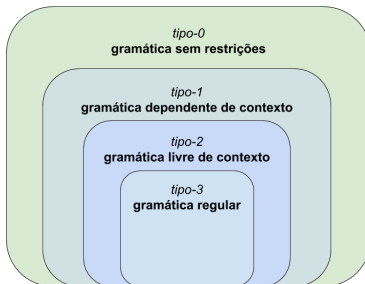
Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Hierarquia de Chomsky (2)



- Para cada um desses tipos podem ser definidos diferentes tipos de máquinas (algoritmos, autómatos) que as podem reconhecer.
- Quanto mais simples for a gramática, mais simples e eficiente é a máquina que reconhece essas linguagens.

## Enquadramento

Linguagens de programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre linguagens

## Introdução às gramáticas

### Hierarquia de Chomsky

Autómatos

Máquina de Turing

Autómatos linearmente limitados

Autómatos de pilha

# Hierarquia de Chomsky (3)

- Cada classe de linguagens do **tipo- $i$**  contém a classe de linguagens **tipo- $(i+1)$**  ( $i = 0, 1, 2$ )
- Esta hierarquia não traduz apenas as características formais das linguagens, mas também expressam os requisitos de computação necessários:
  - 1 As **máquinas de Turing** processam gramáticas sem restrições (tipo-0);
  - 2 Os **autômatos linearmente limitados** processam gramáticas dependentes do contexto (tipo-1);
  - 3 Os **autômatos de pilha** processam gramáticas independentes do contexto (tipo-2);
  - 4 Os **autômatos finitos** processam gramáticas regulares (tipo-3).

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

## Hierarquia de Chomsky

Autômatos

Máquina de Turing

Autômatos linearmente  
limitados

Autômatos de pilha

Autômatos finitos

# Autómatos

**Enquadramento**

Linguagens de  
programação

**Compiladores:  
Introdução**

**Estrutura de um  
Compilador**

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

**Implementação de um  
Compilador**

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

**Linguagens: Definição  
como Conjunto**

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

**Introdução às  
gramáticas**

Hierarquia de Chomsky

**Autómatos**

Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

Autómatos finitos

# Máquina de Turing

- (Alan Turing, 1936)
- Modelo abstracto de computação.
- Permite (em teoria) implementar qualquer programa computável.
- Assenta numa máquina de estados finita, numa "cabeça" de leitura/escrita de símbolos e numa fita infinita (onde se escreve ou lê esses símbolos).
- A "cabeça" de leitura/escrita pode movimentar-se uma posição para esquerda ou direita.
- Modelo muito importante na teoria da computação.
- Pouco relevante na implementação prática de processadores de linguagens.

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

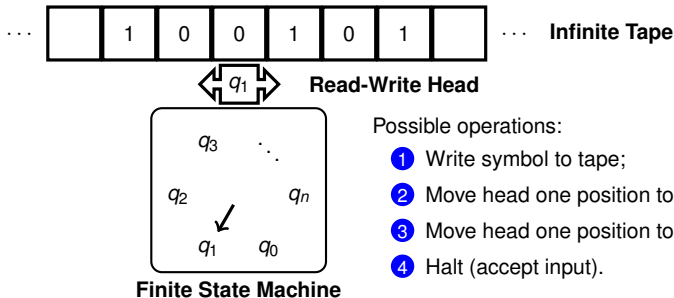
Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

## Máquina de Turing

Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha

# Máquina de Turing (2)



Possible operations:

- 1 Write symbol to tape;
- 2 Move head one position to the right;
- 3 Move head one position to the left;
- 4 Halt (accept input).

- A máquina de estados (FSM) tem acesso ao símbolo actual e decide a próxima acção a ser realizada.
- A acção consiste na transição de estado e qual a operação sobre a fita.
- Se não for possível nenhuma acção, a entrada é rejeitada.

# Máquina de Turing: exemplo

- Dado o alfabeto  $A = \{0, 1\}$ , e considerando que um número inteiro não negativo  $n$  é representado pela sequência de  $n + 1$  símbolos 1, vamos implementar uma MT que some os próximos (i.e à direita da posição actual) dois números inteiros existentes na fita (separados apenas por um 0).
- O algoritmo pode ser simplesmente trocar o símbolo 0 entre os dois números por 1, e trocar os dois últimos símbolos 1 por 0.
- Por exemplo:  $3 + 2$  a que corresponde o seguinte estado na fita (símbolo a negrito é a posição da "cabeça"):  
... **0**111101110 ... (o resultado pretendido será:  
... **0**111111000 ...).
- Considerando que os estados são designados por  $E_i, i \geq 1$  (sendo  $E_1$  o estado inicial); e as operações:
  - $d$  mover uma posição para a direita;
  - $e$  mover uma posição para a esquerda;
  - $0$  escrever o símbolo 0 na fita;
  - $1$  escrever o símbolo 1 na fita;
  - $h$  aceitar e terminar autómato.



## Máquina de Turing: exemplo (2)

- Uma solução possível é dada pela seguinte diagrama de transição de estados:

Estado	Entrada	
	0	1
$E_1$	$E_1/d$	$E_2/d$
$E_2$	$E_3/1$	$E_2/d$
$E_3$	$E_4/e$	$E_3/d$
$E_4$	—	$E_5/0$
$E_5$	$E_5/e$	$E_6/0$
$E_6$	$E_7/e$	—
$E_7$	$E_1/h$	$E_7/e$

- $E_1 \dots 0111101110 \dots \rightarrow E_1 \dots 0111101110 \dots \xrightarrow{*} E_2 \dots 0111101110 \dots \rightarrow$   
 $E_3 \dots 0111111110 \dots \rightarrow E_3 \dots 0111111110 \dots \xrightarrow{*} E_3 \dots 0111111110 \dots \rightarrow$   
 $E_4 \dots 0111111110 \dots \rightarrow E_5 \dots 0111111100 \dots \rightarrow E_5 \dots 0111111100 \dots \rightarrow$   
 $E_6 \dots 0111111000 \dots \rightarrow E_7 \dots 0111111000 \dots \xrightarrow{*} E_7 \dots 0111111000 \dots$

# Autômatos linearmente limitados

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

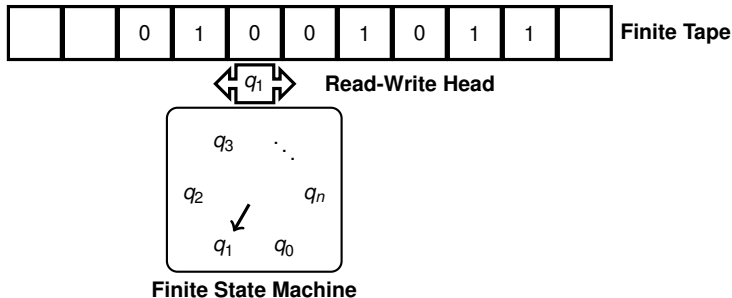
Hierarquia de Chomsky

Autômatos

Máquina de Turing

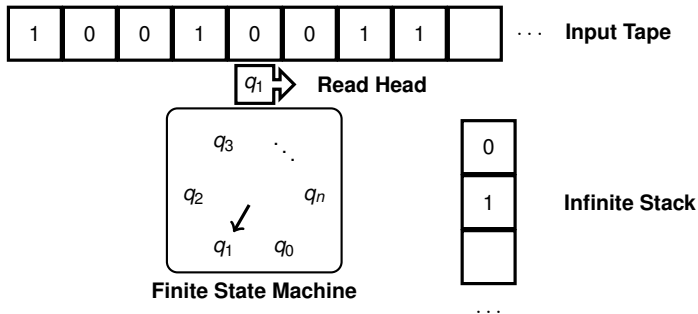
Autômatos linearmente  
limitados

Autômatos de pilha



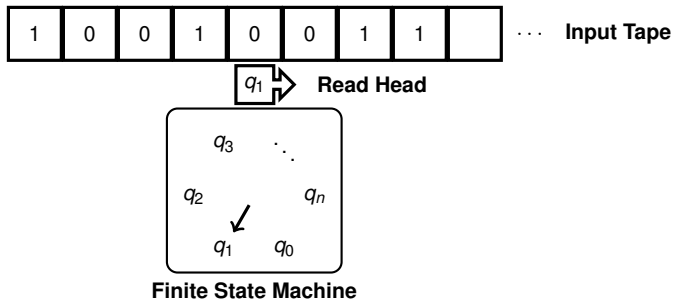
- Diferem das MT pela finitude da fita.

# Autómatos de pilha



- "Cabeça" apenas de leitura e suporte de uma pilha sem limites.
- Movimento da "cabeça" apenas numa direcção.
- Autómatos adequados para análise sintáctica.

# Autómatos finitos



- Sem escrita de apoio à máquina de estados.
- Autómatos adequados para análise léxica.

## Enquadramento

Linguagens de  
programação

## Compiladores: Introdução

## Estrutura de um Compilador

Análise Lexical

Análise Sintáctica

Análise Semântica

Síntese

## Implementação de um Compilador

Análise léxica

Análise sintáctica

Análise semântica

Síntese: interpretação do  
código

## Linguagens: Definição como Conjunto

Conceito básicos e  
terminologia

Operações sobre palavras

Operações sobre  
linguagens

## Introdução às gramáticas

Hierarquia de Chomsky  
Autómatos

Máquina de Turing  
Autómatos linearmente  
limitados

Autómatos de pilha