

# Mockup Ujian 3 Kalkulus

BPA Akademik FMIPA '23

## 1 Bagian A

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut:
  - (a)  $|\frac{1}{x} - 1| \leq \frac{2}{3}$
  - (b)  $|2x^2 - 5| < 3$
  - (c)  $|x + 2| < |2x - 3|$
2. Diberikan  $f(x)$  fungsi ganjil dan periodik dengan periode 8. Diketahui pula untuk  $0 \leq x \leq 4$  berlaku  $f(x) = 2^x + c$  untuk suatu konstanta  $c$ .
  - (a)  $c = \dots$
  - (b)  $f(2023) = \dots$
3. Diberikan grafik  $f(x)$  dan  $g(x)$  sebagai berikut:

  - (a)  $f(-1) = \dots$
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots$
  - (c) Jika  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ,  $h'(0) = \dots$
  - (d)  $\int_{-3}^5 2x + 3g(x) dx = \dots$

4. Diberikan turunan dari suatu fungsi  $f$  pada suatu titik.
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x - 30}{x - 3}$$
Tentukan:
  - (a)  $f(x) = \dots$
  - (b)  $f'(x) = \dots$
  - (c)  $f'(2) = \dots$
5. Diketahui fungsi
$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \cos(\pi x) & x < \frac{1}{2} \\ ax + b & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$
memiliki turunan (diferensiabel) di semua titik.
  - (a)  $a = \dots$  dan  $b = \dots$
  - (b)  $f(1) = \dots$
6. Gunakan diferensial atau hampiran linear untuk menaksir nilai  $\sqrt{4.6}$ .
7. Dengan substitusi  $u = x + 1$ , diperoleh
$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \int_1^b g(u) du$$
  - (a)  $g(b) = \dots$
  - (b) Tentukan nilai rata-rata dari fungsi  $f(x)$  pada interval  $[0, 2]$ .
  - (c) Tentukan semua nilai  $c$  yang memenuhi Teorema Nilai Rata-rata untuk  $f(x)$  pada interval  $[0, 2]$ .
8. Diketahui
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{4}{4i+n} = \int_1^5 f(x) dx$$
  - (a)  $\int_1^5 f(x) dx = \dots$
  - (b) Dengan menggunakan aproksimasi numerik metode trapesium dengan 4 partisi,
$$\int_1^5 f(x) dx \approx \dots$$
9. Misalkan daerah  $D$  adalah daerah yang dibatasi oleh sumbu- $x$  positif, sumbu- $y$  positif dan grafik  $y = -x^3 + 4x$ . Dengan menggunakan metode kulit tabung, volume benda pejal yang terbentuk ketika memutar daerah  $D$  dengan sumbu putar  $x = 3$  dapat dituliskan sebagai

$$\int_0^b g(x) dx$$

- (a)  $b = \dots$
- (b)  $g(1) = \dots$

## 2 Bagian B

1. Misalkan terdapat sebuah lingkaran dengan jari-jari 5 satuan yang titik pusatnya berada pada titik  $(3, 4)$  pada koordinat kartesius. Tentukan gradien garis singgung pada titik  $(0, 0)$ .

2. Diberikan suatu fungsi  $g$  sebagai berikut

$$g(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

Tentukan semua titik kritis dan nilai minimum dan maksimum lokal fungsi tersebut pada interval  $[-1, 1]$ . Kemudian, sketsakan grafik pada interval tersebut dengan terlebih dahulu menentukan interval kemonotonan dan kecekungan fungsi.

3. Suatu tangki berbentuk kerucut terbalik dengan tinggi 4 m dan jari-jari 2 m terisi penuh dengan air. Tentukan usaha yang dilakukan jika (a) seluruh air dipompa ke tepi atas tangki dan (b) seluruh air dipompa hingga ketinggian 1 m di atas tepi tangki (asumsikan bahwa berat jenis air adalah  $10000 \text{ N/m}^3$ ).

4. Diketahui

$$F(x) = \int_4^{x^2} (t-1)\sqrt{2t+1} dt$$

Jika  $F^{-1}(x)$  adalah invers dari  $F(x)$  pada interval  $(a, \infty)$ , tentukan selang kemonotonan  $F(x)$  untuk mencari nilai  $a$  kemudian tentukan turunan pertama dari  $F^{-1}(x)$  di  $x = 0$ .

5. Suatu bakteri berkembang secara eksponensial sehingga banyak bakteri pada hari ke- $t$  mengikuti  $f(t) = a \cdot e^{kt}$ . Pada suatu laboratorium, terdapat 100.000 bakteri. Kemudian, setelah 20 hari terdapat 400.000 bakteri. Prediksikan pada hari keberapa terdapat 1.000.000 bakteri.