

UJIAN TENGAH SEMESTER MA1101 MATEMATIKA I

KAMIS, 9 JANUARI 2025

WAKTU: 120 MENIT

△ Nama:

NIM:

Dilarang menggunakan kalkulator dan alat bantu hitung lainnya. Ujian ini terdiri atas tiga bagian: A (8 soal isian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 1), B (6 soal uraian singkat, dengan nilai maksimum tiap soal 3), dan C (2 soal uraian panjang, dengan nilai maksimum tiap soal 8).

Bagian A

Tuliskan hanya jawaban akhir dari tiap soal pada kotak yang tersedia.

1. Misalkan f kontinu pada $[a, b]$. Jika F adalah suatu anti turunan dari f dengan $F(b) = 18$ dan $F(a) = 5$,

maka $\int_a^b f(x) dx = \boxed{}$

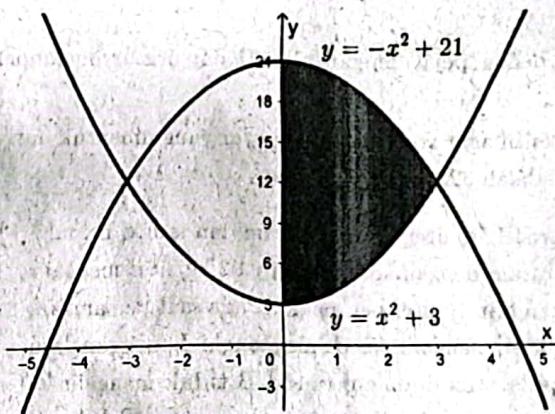
2. Jika $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{untuk } 0 \leq x < 2 \\ 4, & \text{untuk } 2 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$, maka $\int_0^6 f(x) dx = \boxed{}$

3. Misalkan f kontinu pada interval $[1, 3]$. Nilai fungsi f di beberapa titik pada interval $[1, 3]$ diberikan pada tabel berikut:

x	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$f(x)$	5	3	2	4	7

Hampiran jumlah Riemann kanan untuk nilai $\int_1^3 f(x) dx$ dengan partisi seragam sebanyak $n = 4$ subinterval adalah $\boxed{}$.

4. Luas daerah tertutup di kuadran pertama yang dibatasi oleh parabola $y = x^2 + 3$ dan $y = -x^2 + 21$ serta sumbu- y adalah $\int_0^b f(x) dx$, dengan $f(x) = \boxed{}$ dan $b = \boxed{}$.



5. Jika $y = \ln(x^2 - 4)$, maka $\frac{dy}{dx} = \boxed{}$.

6. Perhatikan bahwa fungsi $f(x) = \sqrt{x+9}$ mempunyai invers pada daerah asalnya dan titik $(7, 4)$ berada pada grafik f . Nilai $(f^{-1})'(4) = \boxed{}$.

7. $\int_5^{15} \frac{1}{x \ln 2} dx = \log_2(b)$ dengan $b = \boxed{}$.

8. Jika $a = \ln(3)$ maka $\cosh a = \frac{p}{q}$, dengan bilangan bulat p dan q adalah $p = \boxed{}$ dan $q = \boxed{}$.

Untuk soal bagian B dan C, tuliskan jawaban lengkap, beserta langkah-langkahnya, untuk tiap soal berikut. Tuliskan jawaban tiap soal pada tempat yang sesuai pada lembar jawaban.

Bagian B

- Misalkan $F(x) = \int_{x^2+1}^{x^3+x} \sqrt{t+t^3} dt$. Tentukan interval terbesar sehingga F monoton naik.
- Misalkan $I = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ dan $f(x) = x \cos(3x)$ untuk setiap x di I . Tentukan suatu bilangan real c di interval I yang memenuhi $f(c)$ adalah nilai rata-rata integral dari f pada interval I .
- Sketsa daerah tertutup di kuadran pertama yang dibatasi oleh kurva $y = \sqrt{1-x}$, sumbu- x dan sumbu- y . Kemudian tentukan integral tentu yang menyatakan volume benda yang dibentuk dari memutar daerah tersebut terhadap sumbu x (integral tidak perlu dihitung).
- Tentukan titik (a, b) pada kurva $y = e^{x/2}$ sehingga gradien garis singgung pada kurva di titik tersebut adalah 2.
- Diketahui $T(t)$ adalah temperatur setiap waktu t dari suatu benda di dalam ruangan yang memenuhi

$$T(t) = R + 60e^{-kt}$$

dengan R adalah temperatur ruangan yang konstan dan k adalah konstanta. Setelah 1 jam, temperatur benda tersebut adalah 60°C . Setelah 2 jam sejak awal, temperatur benda turun menjadi 45°C . Tentukan temperatur ruangan R .

- Buat tangki berbentuk kubus dengan panjang rusuk 1 meter penuh terisi air dengan berat jenis 10^4 N/m^3 . Tuliskan integral yang menyatakan kerja/usaha yang dilakukan untuk memompa seluruh air di dalam tangki hingga ketinggian 2 meter di atas dasar tangki (integral tidak perlu dihitung).

Bagian C

- Misalkan D adalah daerah tertutup pada kuadran pertama yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$, sumbu- x , dan sumbu- y .
 - Sketsa daerah D .
 - Tentukan volume benda putar dengan alas D dan irisan penampang yang tegak lurus sumbu- x berbentuk persegi.
 - Tentukan nilai b positif agar volume benda putar yang dibentuk dari daerah D yang diputar mengelilingi garis $x = b$ adalah 32π satuan volume.

- Tangki A mulai-mula berisi 1000 liter larutan garam dan tangki B mulai-mula kosong. Larutan garam dengan konsentrasi $0,02 \text{ kg/liter}$ mengalir ke dalam tangki A dengan laju 10 liter per menit. Pada saat bersamaan, larutan di dalam tangki A mengalir ke dalam tangki B dengan laju 20 liter per menit tetapi larutan di dalam tangki B tidak mengalir ke luar. Asumsikan bahwa larutan di dalam masang-masang tangki A dan B setiap saat teraduk secara sempurna. Diketahui bahwa setelah 20 menit, massa garam terlarut di dalam tangki A adalah 22,4 kg.



- Tentukan volume larutan garam setiap saat dalam tangki A.
- Misalkan y menyatakan massa garam terlarut di dalam tangki A. Tentukan suatu persamaan diferensial yang dipenuhi oleh y beserta syaratnya.
- Tentukan solusi dari persamaan diferensial pada bagian (b).
- Hitung massa garam terlarut di dalam tangki B ketika volume larutan di dalam tangki tersebut 1000 liter.