

Mockup Ujian 3 Kalkulus

BPA Akademik FMIPA '23

1 Bagian A

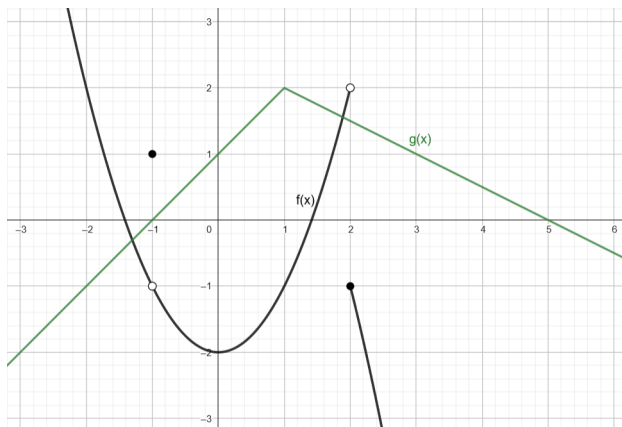
1. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut:

- (a) $|\frac{1}{x} - 1| \leq \frac{2}{3}$
- (b) $|2x^2 - 5| < 3$
- (c) $|x + 2| < |2x - 3|$

2. Diberikan $f(x)$ fungsi ganjil dan periodik dengan periode 8. Diketahui pula untuk $0 \leq x \leq 4$ berlaku $f(x) = 2^x + c$ untuk suatu konstanta c .

- (a) $c = \dots$
- (b) $f(2023) = \dots$

3. Diberikan grafik $f(x)$ dan $g(x)$ sebagai berikut:



- (a) $f(-1) = \dots$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots$
- (c) Jika $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $h'(0) = \dots$
- (d) $\int_{-3}^5 2x + 3g(x) dx = \dots$

4. Diberikan turunan dari suatu fungsi f pada suatu titik.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x - 30}{x - 3}$$

Tentukan:

- (a) $f(x) = \dots$
- (b) $f'(x) = \dots$
- (c) $f'(2) = \dots$

5. Diketahui fungsi

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot \cos(\pi x) & x < \frac{1}{2} \\ ax + b & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

memiliki turunan (diferensiabel) di semua titik.

- (a) $a = \dots$ dan $b = \dots$
- (b) $f(1) = \dots$

6. Gunakan diferensial atau hampiran linear untuk menaksir nilai $\sqrt{4.6}$.

7. Dengan substitusi $u = x + 1$, diperoleh

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \int_1^b g(u) du$$

- (a) $g(b) = \dots$
- (b) Tentukan nilai rata-rata dari fungsi $f(x)$ pada interval $[0, 2]$.
- (c) Tentukan semua nilai c yang memenuhi Teorema Nilai Rata-rata untuk $f(x)$ pada interval $[0, 2]$.

8. Diketahui

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{4}{4i + n} = \int_1^5 f(x) dx$$

- (a) $\int_1^5 f(x) dx = \dots$
- (b) Dengan menggunakan aproksimasi numerik metode trapesium dengan 4 partisi, $\int_1^5 f(x) dx \approx \dots$

9. Misalkan daerah D adalah daerah yang dibatasi oleh sumbu- x positif, sumbu- y positif dan grafik $y = -x^3 + 4x$. Dengan menggunakan metode kulit tabung, volume benda pejal yang terbentuk ketika memutar daerah D dengan sumbu putar $x = 3$ dapat dituliskan sebagai

$$\int_0^b g(x) dx$$

- (a) $b = \dots$
- (b) $g(1) = \dots$

2 Bagian B

1. Misalkan terdapat sebuah lingkaran dengan jari-jari 5 satuan yang titik pusatnya berada pada titik $(3, 4)$ pada koordinat kartesius. Tentukan gradien garis singgung pada titik $(0, 0)$.
2. Diberikan suatu fungsi g sebagai berikut

$$g(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

Tentukan semua titik kritis dan nilai minimum dan maksimum lokal fungsi tersebut pada interval $[-1, 1]$. Kemudian, sketsakan grafik pada interval tersebut dengan terlebih dahulu menentukan interval kemonotonan dan kecekungan fungsi.

3. Suatu tangki berbentuk kerucut terbalik dengan tinggi 4 m dan jari-jari 2 m terisi penuh dengan air. Tentukan usaha yang dilakukan jika (a) seluruh air dipompa ke tepi atas tangki dan (b) seluruh air dipompa hingga ketinggian 1 m di atas tepi tangki (asumsikan bahwa berat jenis air adalah $10000 N/m^3$).
4. Diketahui

$$F(x) = \int_4^{x^2} (t-1)\sqrt{2t+1} dt$$

Jika $F^{-1}(x)$ adalah invers dari $F(x)$ pada interval (a, ∞) , tentukan selang kemonotonan $F(x)$ untuk mencari nilai a kemudian tentukan turunan pertama dari $F^{-1}(x)$ di $x = 0$.

5. Suatu bakteri berkembang secara eksponensial sehingga banyak bakteri pada hari ke- t mengikuti $f(t) = a \cdot e^{kt}$. Pada suatu laboratorium, terdapat 100.000 bakteri. Kemudian, setelah 20 hari terdapat 400.000 bakteri. Prediksikan pada hari berapa terdapat 1.000.000 bakteri.