Ujian Perbaikan 2021 (online)

1. Daerah asal dan daerah hasil dari fungsi $f(x) = 4\sqrt{9 - x^2}$ adalah

Select one:

- a. $D_f = [-3, 3]$ dan $R_f = [-12, 12]$
- b. $D_f = [0, 3]$ dan $R_f = [-12, 12]$
- c. $D_f = [0, 3]$ dan $R_f = [0, 12]$
- d. $D_f = [-3, 3]$ dan $R_f = [0, 12]$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\frac{8i}{n} + 5\right) \frac{2}{n} =$

Select one:

- a. $\int_0^1 (4x + 5)\, dx$
- b. $\int_0^2 (8x + 5)\, dx$
- c. $\int_0^2 (4x + 5)\, dx$
- d. $\int_0^1 (8x + 5)\, dx$

3. Luas daerah di **kuadran I** yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 + 3$, garis $y = x + 9$, dan sumbu-y adalah ______ satuan luas

4. Jika $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$, maka f turun pada interval

Select one:

- a. $(1, \infty)$
- b. $(-\infty, -1)$
- c. $(-1, 2)$
- d. $(-2, 1)$

5. Diberikan fungsi

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 16}{5x + 20} & , x \neq -4 \\ c & , x = -4. \end{cases}$$

Jika h kontinu di $x = -4$, maka $c =$ ______

6. Manakah pernyataan yang benar?

Select one:

- a. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = 8$ dan $\lim\limits_{x\to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 1.$
- b. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = 0$ dan $\lim\limits_{x\to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 0.$
- c. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = 0$ dan $\lim\limits_{x\to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 1.$
- d. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = 8$ dan $\lim\limits_{x\to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 0.$

7. Nilai maksimum dari fungsi

$$f(x) = 7x + \frac{63}{x} + 1$$

pada interval $[1, 7]$ adalah

8. Himpunan penyelesaian pertaksamaan

$$|9 - 5x| \leq 3$$

adalah interval $[u, v]$ dengan

$u =$ dan $v =$.

9. Jika f suatu fungsi yang bersifat satu-satu pada $(-\infty, \infty)$

dengan $f(3) = 5$, $f'(3) = 4$, dan $f'(5) = 11$

maka $(f^{-1})'(5) =$

10. Jika $f(x) = \ln(7x + 4)$, maka $f'(1) =$

11. Jika $f(x) = \sqrt{x+2}$ dan $g(x) = 8x - 7$, maka $(f \circ g)'(x) =$

Select one:

- a. $\dfrac{8}{\sqrt{x+2}}$
- b. $\dfrac{4}{\sqrt{8x-5}}$
- c. $\dfrac{4}{\sqrt{x+2}}$
- d. $\dfrac{8}{\sqrt{8x-5}}$

12. Diberikan fungsi $y = x^2 + 4x$.

Jika $x = 2$ dan $dx = 0.2$,

maka $\Delta y =$

dan $dy =$

13. Diberikan fungsi f yang terdefinisi pada interval $(-\infty, \infty)$.

Fungsi g didefinisikan sebagai

$$g(x) = f(x) + f(-x)$$

untuk setiap bilangan real x.

Jika $g(4) = -2$ dan $g(-8) = -3$, maka $g(-4) - g(8) =$

14. Diketahui f fungsi genap dan g fungsi ganjil.

Kedua fungsi tersebut kontinu pada interval $[-1, 1]$ dan bernilai **tidak negatif** pada interval $[0, 1]$

Jika $\int_0^1 f(x)\,dx = 6$ dan $\int_0^1 g(x)\,dx = 3$,

maka $\int_{-1}^{1} (f(x) + 2|g(x)|)\,dx =$

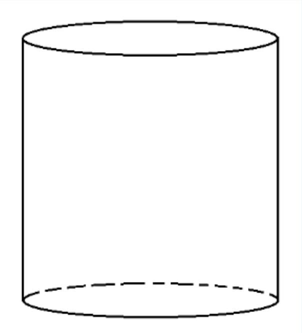
15. Misalkan f suatu fungsi kontinu pada $(-\infty, \infty)$.

Jika $\int_0^{5x} f(t)\,dt = 35x^2$ untuk setiap bilangan real x,

maka $f(5) =$ ______

(**Petunjuk**: Gunakan Teorema Dasar Kalkulus I)

16. Sebuah tangki berbentuk silinder tegak dengan jari-jari alas 2 m dan tinggi 4 m seperti pada gambar berikut.



Tangki tersebut diisi dengan cairan bermassa jenis $\delta\,\mathrm{kg/m^3}$ hingga penuh.

Dengan asumsi percepatan gravitasi sebesar 10 m/s^2, kerja yang diperlukan untuk memompa cairan ke tepi atas tangki adalah ______ $\pi\delta$ Joule.

PEMBAHASAN UP 2021

319

(1) Daerah asal dan daerah hasil dari fungsi $f(x) = 4\sqrt{9 - x^2}$ adalah

Select one:

- a. $D_f = [-3, 3]$ dan $R_f = [-12, 12]$
- b. $D_f = [0, 3]$ dan $R_f = [-12, 12]$
- c. $D_f = [0, 3]$ dan $R_f = [0, 12]$
- ✗ d. $D_f = [-3, 3]$ dan $R_f = [0, 12]$

Syarat $f(x)$ terdefinisi :

$9 - x^2 \geq 0$

$(3 - x)(3 + x) \geq 0$

$- \quad + \quad -$

$-3 \qquad 3$

maka daerah asal $f(x)$ adalah $[-3, 3]$.

ketahui bahwa

jika $x = -3$ maka $f(x) = 0$

$x = 0$ maka $f(x) = 12$

maka akan didapat rangenya adalah sebesar $[0, 12]$

(2) $\lim\limits_{n \to \infty} \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\frac{8i}{n} + 5\right) \frac{2}{n} =$

Select one:

- a. $\int_0^1 (4x + 5)\, dx$
- b. $\int_0^2 (8x + 5)\, dx$
- ✗ c. $\int_0^2 (4x + 5)\, dx$
- d. $\int_0^1 (8x + 5)\, dx$

Cari Δx, x_i, a dan b dan $f(x)$

$$\boxed{\int_a^b f(x_i) \cdot \Delta x}$$

$\Delta x = \frac{2}{n}$

$\Delta x = \frac{b - a}{n}$

$b - a = 2$

cek ga ada di soal semuanya $a = 0$

Misalkan $a = 0$ maka $b = 2$

$f(x_i) = a + \Delta x_i$

$x_i = \frac{2i}{n}$

Maka akan didapat persamaan

$f(x) = 4x + 5$

karena $f(x_i) = \frac{8i}{n} + 5$

maka akan didapat persamaan

$\int_0^2 (4x + 5)\, dx$

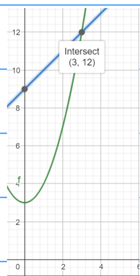
(3) Luas daerah di **kuadran I** yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 + 3$, garis $y = x + 9$, dan sumbu-y adalah ______ satuan luas

Jika memungkinkan gambar terlebih dahulu grafik, jika tidak cari titik potong

$x^2 + 3 = x + 9$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x - 3)(x + 2) = 0$



titik potong terdapat di $x = 3$ dan $x = -2$ namun karena dibatasi oleh sumbu y maka ambillah $x = 3$

Saat $x = 3$, maka $y = 12$

Luas daerah dapat dicari menggunakan integral

Luas daerah $= \int_0^3 (x + 9) - (x^2 + 3)\, dx$

$= \int_0^3 -x^2 + x + 6\, dx$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + 6x\right]_0^3$

$= (-9 + 4{,}5 + 18)$

$= 13{,}5$

Jika $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$, maka f turun pada interval

Select one:

- a. $(1, \infty)$
- b. $(-\infty, -1)$
- ✗ c. $(-1, 2)$
- d. $(-2, 1)$

kemonotonan fungsi dapat dicari menggunakan turunan

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$

fungsi dinyatakan turun jika $f'(x) < 0$

maka

$6(x^2 - x - 2) < 0$

$6(x-2)(x+1) < 0$

didapatkan $x = 2$ dan $x = -1$

$+ \quad \boxed{-} \quad +$

$-1 \qquad 2$

$f(x)$ turun pada interval $(-1, 2)$

Diberikan fungsi

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 16}{5x + 20} & , x \neq -4 \\ c & , x = -4. \end{cases}$$

Jika h kontinu di $x = -4$, maka $c =$ $-\frac{8}{5}$

fungsi dinyatakan kontinu jika memenuhi syarat
- terdefinisi
- memiliki limit kanan kiri yang sama

→ karena h sudah terdefinisi di $x=-4$ maka kita cari syarat kedua

$$\lim_{x \to -4} h(x) = \lim_{x \to -4^-} \frac{(x-4)\cancel{(x+4)}}{5\cancel{(x+4)}} = -\frac{8}{5}$$

$$\lim_{x \to 4^+} h(x) = \lim_{x \to -4^+} \frac{(x-4)\cancel{(x+4)}}{5\cancel{(x+4)}} = -\frac{8}{5}$$

maka c adalah $-\frac{8}{5}$

karena $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Manakah pernyataan yang benar?

Select one:

a. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+4x-12}{x-2} = 8$ dan $\lim_{x \to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 1.$

b. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+4x-12}{x-2} = 0$ dan $\lim_{x \to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 0.$

c. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+4x-12}{x-2} = 0$ dan $\lim_{x \to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 1.$

X d. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2+4x-12}{x-2} = 8$ dan $\lim_{x \to 2^+} (x - [\![x]\!]) = 0.$

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x+6)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}} = 8$$

$$\lim_{x \to 2^+} (x - [\![x]\!]) = (2-2) = 0$$

$\lfloor\ \rfloor$ floor function

Nilai maksimum dari fungsi

$$f(x) = 7x + \frac{63}{x} + 1$$

pada interval $[1, 7]$ adalah

Nilai maksimum dapat dicari menggunakan turunan

$f'(x) = 7 - \frac{63}{x^2}$

$f'(x) = 0$

$\frac{63}{x^2} = 7$

$x = \pm 3$ → hanya 3 yang masuk interval $[1,7]$

maka nilai kritis pada persamaan tersebut adalah 1, 3, dan 7

Substitusikan nilai kritis untuk mendapatkan nilai maksimum

$f(1) = 71$

$f(3) = 43$

$f(7) = 59$

nilai maksimum fungsi terdapat di $x=1$ yaitu 71

Himpunan penyelesaian pertaksamaan

$$|9-5x| \le 3$$

adalah interval $[u, v]$ dengan

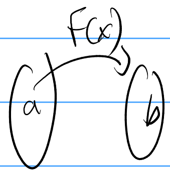
$u =$ 6/5 dan $v =$ 12/5.

ketahui bahwa

$$-3 \le 9-5x \le 3$$
$$-12 \le -5x \le -6$$
$$6 \le 5x \le 12$$
$$\frac{6}{5} \le x \le \frac{12}{5}$$

Maka didapatkan $u = \frac{6}{5}$ dan $v = \frac{12}{5}$

Jika f suatu fungsi yang bersifat satu-satu pada $(-\infty, \infty)$ dengan $f(3) = 5$, $f'(3) = 4$, dan $f'(5) = 11$ maka $(f^{-1})'(5) =$



ketahui bahwa $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$

maka $(f^{-1})'(5) = \frac{1}{f'(3)}$

$$= \frac{1}{4}$$

didapatkan hasil 1/4

Jika $f(x) = \ln(7x+4)$, maka $f'(1) =$

$$f'(x) = \frac{1}{7x+4} \quad \frac{d(7x+4)}{dx}$$

$$f'(x) = \frac{7}{7x+4}$$

$$f'(1) = \frac{7}{7+4}$$

$$= \frac{7}{11}$$

Jika $f(x) = \sqrt{x+2}$ dan $g(x) = 8x-7$, maka $(f \circ g)'(x) =$

Select one:

- a. $\frac{8}{\sqrt{x+2}}$
- b. $\frac{4}{\sqrt{8x-5}}$
- c. $\frac{4}{\sqrt{x+2}}$
- d. $\frac{8}{\sqrt{8x-5}}$

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{(8x-7)+2}$$
$$= \sqrt{8x-5}$$

turunkan

$$(f \circ g)'(x) = \frac{1}{2}(8x-5)^{-1/2} \cdot 8$$

$$= \frac{4}{\sqrt{8x-5}}$$

Diberikan fungsi $y = x^2 + 4x$.

Jika $x = 2$ dan $dx = 0.2$,

maka $\Delta y =$ 1,64

dan $dy =$ 1,6

$2+0{,}2$

$$\Delta y = f(2{,}2) - f(2)$$
$$= (2{,}2)^2 + 8{,}8 - 4 - 8$$
$$= 1{,}64$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$
$$dy = f'(x)\, dx$$
$$= (2x+4)\, dx$$
$$= (2(2)+4)(0{,}2)$$
$$= 1{,}6$$

Diberikan fungsi f yang terdefinisi pada interval $(-\infty, \infty)$.

Fungsi g didefinisikan sebagai

$$g(x) = f(x) + f(-x)$$

untuk setiap bilangan real x.

Jika $g(4) = -2$ dan $g(-8) = -3$, maka $g(-4) - g(8) =$

(i) $g(4) = f(4) + f(-4)$

$-2 = f(4) + f(-4)$

(ii) $g(-8) = f(-8) + f(8)$

$-3 = f(-8) + f(8)$

$g(8) = -3$

$g(-4) = f(-4) + f(4)$

$= -2$

$g(-4) - g(8) = -2 - (-3)$

$= 1$

Diketahui f fungsi genap dan g fungsi ganjil.

Kedua fungsi tersebut kontinu pada interval $[-1, 1]$ dan bernilai **tidak negatif** pada interval $[0, 1]$

Jika $\int_0^1 f(x)\,dx = 6$ dan $\int_0^1 g(x)\,dx = 3$,

maka $\int_{-1}^{1} (f(x) + 2|g(x)|)\,dx =$ ____

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx + \int_{-1}^{1} 2\,|g(x)|\,dx$$

$$2\int_0^1 f(x)\,dx + 2\int_{-1}^{1} |g(x)|\,dx$$

fungsi ganjil dimutlakkan → jadi fungsi genap

$$2\int_0^1 f(x)\,dx + 2\cdot 2\int_0^1 |g(x)|\,dx$$

$$2\cdot 6 + 4\cdot 3$$

$$12 + 12$$

$$24$$

Misalkan f suatu fungsi kontinu pada $(-\infty, \infty)$.

Jika $\int_0^{5x} f(t)\,dt = 35x^2$ untuk setiap bilangan real x,

maka $f(5) =$ 14

(**Petunjuk**: Gunakan Teorema Dasar Kalkulus I)

turunkan pada kedua ruas

$$\frac{d\left(\int_0^{5x} f(t)\,dt\right)}{dx} = \frac{d(35x^2)}{dx}$$

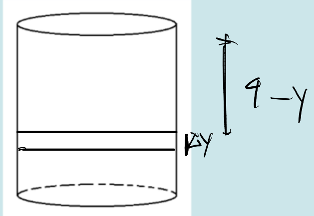
$$f(5x)\,D_x(5x) = 70x$$

$$\cancel{5}\,f(5x) = \overset{14}{\cancel{70}}x$$

$$f(5) = 14(1)$$

$$= 14$$

Sebuah tangki berbentuk silinder tegak dengan jari-jari alas 2 m dan tinggi 4 m seperti pada gambar berikut.



Tangki tersebut diisi dengan cairan bermassa jenis $\delta\ \mathrm{kg/m^3}$ hingga penuh.

Dengan asumsi percepatan gravitasi sebesar 10 m/s^2, kerja yang diperlukan untuk memompa cairan ke tepi atas tangki adalah ____ $\pi\delta$ Joule.

$$F = \delta \cdot \underbrace{4\pi \cdot \Delta y}_{\text{Volume}} \cdot 10$$

10 → percepatan gravitasi

δ → massa jenis; 4π → keliling; Δy → ketebalan

$$\Delta W = \int_0^4 F \cdot (4-y)$$

↳ jarak naik perpartisi

$$= \delta 40\pi \int_0^4 (4-y)\,dy$$

$$= 40\pi\delta \left[4y - \frac{1}{2}y^2\right]_0^4$$

$$= 40\pi\delta\left(\left(16 - \frac{1}{2}\cdot\overset{8}{\cancel{16}}\right) - 0\right)$$

$$= 320\pi\delta$$