



Cálculo do fator de *backscatter* com uma fonte de raios-X no fantoma MIRD

Inês Carvalho
Inês Torres
Laura Providência
Sara Freitas

Trabalho desenvolvido no âmbito da unidade curricular
de Métodos Computacionais em Física Médica

Docente responsável: Professor Pedro Teles

Julho de 2020

Conteúdo

1	Introdução Teórica	2
1.1	Interacção da Radiação com a Matéria	2
1.2	Factor de <i>backscatter</i>	3
1.3	MCNPX	4
2	Código	7
2.1	Validação do modelo	7
2.1.1	Fonte	8
2.1.2	Definição do tamanho de campo (construção dos colimadores)	9
2.1.3	<i>Tallies</i>	12
2.2	Fantoma MIRD	12
3	Análise de dados	16
4	Conclusão	21

Resumo

O factor de *backscatter* desempenha um papel importante na determinação da dose de feixes de raios-X de kilovoltagem. Este tipo de feixe é muito utilizado tanto em exames radiológicos como no tratamento de tumores superficiais, pelo que a determinação precisa da dose absorvida na superfície do paciente ou perto da mesma é de extrema importância. Este valor é, no entanto, difícil de medir experimentalmente, pelo que os valores tabelados são em grande parte determinados a partir de cálculos de Monte Carlo. Neste trabalho usamos o código MCNPX para determinar valores de *backscatter* num fantoma antropomórfico MIRD.

1 Introdução Teórica

1.1 Interacção da Radiação com a Matéria

Física das radiações é a área da física que estuda as interações entre a radiação ionizante e a matéria. As interações dos fótons de raios-X com a matéria desempenham um papel importante tanto nos exames radiológicos como em tratamentos de radioterapia, e a sua compreensão é essencial para ser possível monitorizar parâmetros como a dose fornecida ao paciente e, em particular, perceber a origem do fator de *backscatter*.

A interacção da radiação com a matéria caracteriza-se pela transferência de energia dos fótons incidentes para os electrões do meio absorvente e traduz-se em duas etapas fundamentais: a energia é transferida para uma partícula carregada que, por sua vez, deposita essa energia no meio absorvente. Destas interações são expectáveis dois resultados possíveis: ou o fóton é completamente absorvido pelo meio, ou sofre dispersão, depositando energia no material em ambos os casos (Podgorsak, 2010). Pode ainda acontecer que o fóton penetre o material sem interagir. Dependendo da energia da radiação e do número atómico do meio absorvente os fótons interagem de formas distintas, podendo interagir com o átomo como um todo, apenas com o núcleo desse átomo ou com electrões em órbita.

Na fotodesintegração um fóton altamente energético é absorvido por um núcleo atómico provocando a sua excitação e resultando num decaimento radioativo. Caso a interacção seja entre o fóton e o núcleo dos átomos do meio, observa-se um processo denominado de produção de pares, do qual resulta a formação de uma partícula elementar e a sua antipartícula. É de ressaltar que, para que ambos os processos ocorram são necessárias energias extremamente elevadas. Em alternativa, podem ocorrer interações entre fótons e electrões orbitais que, dependendo da força das suas ligações ao núcleo, desencadeiam diferentes processos. Caso os electrões estejam fortemente ligados ao núcleo podem observar-se interações como o efeito fotoelétrico e dispersão de *Rayleigh*. Para que estes processos ocorram, a energia incidente tem que ser superior à energia de ligação dos electrões ao núcleo, na ordem dos MeV. No caso do efeito fotoelétrico, o fóton transfere toda a sua energia para o electrão (ou seja, é absorvido), o que resulta na ejeção do electrão com uma determinada energia cinética. Na dispersão de *Rayleigh* (dispersão coerente) a interacção do fóton ocorre com o átomo como um todo. Uma vez que a massa do átomo é muito maior que a do fóton, a energia que é transferida para o átomo não produz excitação ou ionização e o fóton é defletido sem uma perda significativa de energia.

Caso os elétrons estejam fracamente ligados ao núcleo (elétrons quase livres), pode ocorrer dispersão de *Compton*, produção tripleto ou difusão de *Thomson*. A dispersão de *Compton* caracteriza-se pela colisão entre um fóton com um elétron que se encontra numa das órbitas de menor energia do núcleo. Desta interação resulta um fóton com menor energia que o fóton incidente e um elétron de dispersão, que são ejetados com uma determinada angulação relativamente à direção de incidência do fóton inicial. Este fenómeno e o efeito fotoelétrico são os mais recorrentes nas interações entre a matéria e a radiação e dos que mais contribuem para o aumento da dose de *backscatter* (Hettinger, 1960). A produção tripleto é um caso especial da produção de pares, e ocorre quando o fóton interage com um electrão orbital. Neste caso, a energia transferida resulta na ejeção de um par electrão-positrão e do electrão atómico, que é libertado do átomo. Por fim, a dispersão de *Thomson* trata-se de uma dispersão elástica de radiação eletromagnética por uma partícula carregada livre. Esta interação ocorre apenas para baixas energias do fóton, muito menores que a energia de repouso da partícula carregada (trata-se do limite de baixa energia da dispersão de *Compton*) (Podgorsak, 2010).

De forma a avaliar as interações e os seus efeitos, existem medidas físicas de proteção radiológica que são fundamentais e que devem ser determinadas previamente de maneira a evitar possíveis problemas. O *Kerma* (*kinetic energy released per unit massa*), é definido para radiações indiretamente ionizantes (como exemplo, fótons e neutrões) como a energia transferida por partículas carregadas para o meio absorvente, por unidade de massa. A dose representa a energia absorvida na matéria por unidade de massa. Assim, é possível calcular a dose depositada nos tecidos de forma a prever e reduzir possíveis efeitos nocivos que a radiação ionizante possa causar. Ambos os parâmetros dose e kerma têm como unidade do sistema internacional o Gray.

Intrinsecamente a todos estes processos está um parâmetro muito importante para a caracterização dos raios-X nos meios absorventes, o coeficiente de atenuação linear, μ , que relaciona a perda gradual de intensidade de qualquer tipo de um feixe à medida que este atravessa um meio. Desta forma, a interação da radiação com a matéria depende de uma série de parâmetros, pelo que, com o auxílio de cálculos computacionais é possível compreender melhor quais os efeitos subjacentes nos tecidos.

1.2 Factor de *backscatter*

O fator de *backscatter* (BSF) é uma medição importante da contribuição da radiação de dispersão para a dose absorvida na superfície do fantoma ou do paciente, sendo por isso um parâmetro relevante para o cálculo desta quantidade. A medição do valor da dose de entrada é essencial não só nos exames de diagnóstico com raios-X como também para o planeamento de tratamentos de tumores superficiais nos quais são usados raios-X de kilovoltagem. A determinação correta desta dose é assim um fator de elevada relevância, uma vez que permite garantir que a dose que é fornecida ao paciente se encontra dentro dos limites previstos pelos protocolos internacionais de proteção e qualidade em radioterapia e radiologia. Tanto em exames de diagnóstico como durante tratamentos de radioterapia, o *backscattering* ocorre quando as partículas que incidem no doente ou no fantoma são desviadas da sua trajetória original. Este desvio é uma consequência de diversas eventos de dispersão que ocorrem quando as partículas interagem com a pele, tal como descrito na secção 1.1.

O BSF é definido como a razão entre a dose depositada num ponto a uma determinada

profundidade de um fantoma e a dose depositada no ar no mesmo ponto sem a presença do fantoma, para o mesmo tamanho de campo. A dose depositada no caso com o fantoma será maior devido à dose extra que é depositada à superfície do fantoma. Esta dose à superfície é devido à deposição de dose por radiação primária, vinda diretamente do tubo de raios-X, e radiação secundária, que é uma consequência de várias interações como a dispersão de Rayleigh e Compton, o efeito fotoelétrico, a fluorescência e a radiação característica. O fator de *backscatter* tem em conta todos estes efeitos de dispersão, sendo por isso relevante na dosimetria e controlo de qualidade em exames de diagnóstico (radiologia) e em tratamentos de radioterapia (Kim et al., 2010).

O BSF depende de uma série de fatores tais como o tamanho de campo, a qualidade do feixe de radiação e a distância da fonte à superfície do fantoma (SSD). A espessura adjacente do mesmo também tem influência, assim como o material de blindagem.

Outra das possíveis definições para o cálculo do BSF é através da razão do *kerma* no ar à superfície do fantoma e o *kerma* no ar na posição correspondente à superfície do fantoma, mas na ausência deste (Petoussi-Hens et al., 1998). O *kerma* no ar é uma quantidade por vezes utilizada para quantificar a concentração de radiação que é fornecida a um dado ponto, tal como a dose de entrada na superfície de um paciente.

1.3 MCNPX

O valor do fator de *backscatter* vai ser determinado utilizando o MCNPX, que consiste numa extensão do código MCNP. Trata-se de um código de Monte Carlo que simula o transporte e interação de diversas partículas com diferentes energias, com o qual é possível definir fontes, várias configurações **geométrias** e *tallies*. O programa simula os diferentes processos que ocorrem quando um fantoma é bombardeado com um elevado número de partículas geradas a partir de fontes com uma amostragem aleatória. As partículas de interesse são seguidas, obtendo-se os resultados relativos às diferentes *tallies*. É assim possível fazer com precisão cálculos relativos ao transporte da radiação, que apresentam um elevado interesse na área da física médica, com aplicações na radioterapia e imagiologia (Liu, 2009).

O código divide-se essencialmente em três secções: as linhas com as definições das células (*cell cards*), as linhas com as definições das superfícies (*surface cards*) e a parte relativa aos materiais e à definição da fonte (*data cards*). Nas duas primeiras secções são definidas as geometrias e as respetivas operações booleanas que formam as células pretendidas, estando a secção *data cards* responsável pela definição dos materiais, fontes e grandezas que se pretende calcular.

Na secção *cell cards*, cada célula tem de ser devidamente definida e ordenada, assim como o material que a constitui e as respetivas superfícies que a formam. Além disso, é necessário estabelecer a importância da célula, tendo em conta que todo o universo tem de ser definido e que cada célula pode ser apresentada uma única vez (ver figura 1).

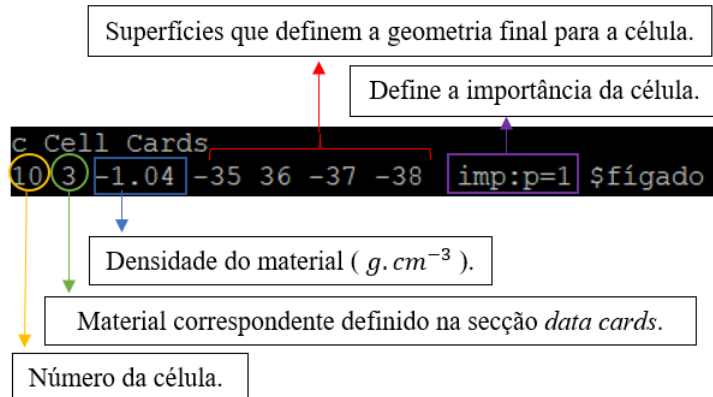


Figura 1: Esquema representativo dos parâmetros de entrada numa *cell card* no código MCNPX

Na definição da densidade do material (terceiro parâmetro da figura 1), a colocação do sinal menos garante que a densidade do material referente à célula 10 é dado em g/cm^3 . A importância da célula é colocada a 1 se pretendemos que o programa siga as partículas escolhidas naquela célula, caso contrário a importância deverá ser colocada a 0 (p simboliza os fótons e e eletrões).

As geometrias são implementadas na secção *surface cards*, podendo ser definidas superfícies simples como esferas, cilindros, cones, planos, entre outros. Através de comandos que definem essas superfícies é possível formar os sólidos geométricos na *cell cards*. Em muitos casos é necessário limitar a geometria ou até mesmo complementá-la. Por fim podem ser feitas operações de interseção, união ou negação entre várias regiões, de modo a definir o espaço pretendido.

Recordando as operações, uma interseção entre duas regiões consiste na região que é comum a ambas. Uma união entre duas regiões consiste na região que envolve tanto a interseção das regiões como as regiões por si só. A operação negação de uma determinada região, refere-se a tudo o que não esteja incluído nessa mesma região.

As células são definidas, através de operações booleanas (união, interseção, negação) sobre as superfícies definidas. Para além destas operações, é possível definir o interior e/ou o exterior de uma superfície, sendo que, para se definir o interior, coloca-se um sinal negativo.

Para definir o espaço contido na interseção da superfície A com a superfície B no código MCNPX define-se a interseção de duas superfícies (ver figura 2).

Relativamente ao espaço contido na superfície A ou ao espaço contido na superfície B no código MCNPX, define-se a união de duas superfícies (ver figura 3).

Para definir todo o espaço excepto a união A:B, utiliza-se o símbolo de negação (#). Sempre que se estabelece uma interseção ou união, é necessário definir todo o universo, pelo que, todo o espaço fora da região de interesse pode ser definido com o símbolo de negação, no qual a propagação das partículas deve ser definida com importância nula. O exemplo de uma *surface card*, utilizada para a definição de uma superfície que constitui o fígado no fantoma masculino MIRD encontra-se representado na figura 4.

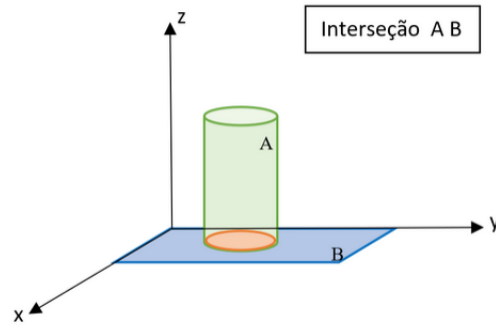


Figura 2: Exemplo da interseção entre duas superfícies. A região resultante da interseção das superfícies A e B é a zona a laranja

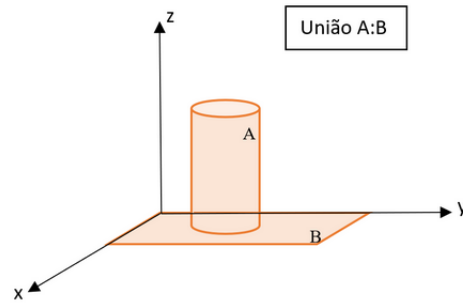


Figura 3: Exemplo da união de duas superfícies A e B

```

c Surface Cards
35 sq 64 272.25 0 0 0 0 -17424 0 0 0 $fígado
36 pz 27
37 pz 43
38 p 0.028571 0.022222 -0.023256 -1 $fim do fígado

```

Definição de um plano p, que se rege pela equação $Ax + By + Cz - D = 0$. O plano está definido como $x = 0.028571$, $y = 0.02222$, $z = -0.023256$ e está deslocado uma unidade da origem do referencial.

Definição de um plano pz (normal ao eixo dos z) que intersesta o eixo em $z = 27\text{cm}$ para a superfície 36 e em $z = 43\text{ cm}$ para a superfície 37.

Numeração das superfícies.

Figura 4: Esquema representativo dos parâmetros de entrada numa *surface card* no código MCNPX

A terceira secção, *data cards*, é a mais complexa, na medida em que são definidos todos os parâmetros de input, como o modo de simulação das partículas, os materiais, a especificação da fonte, as *tallies* e o número de partículas que se pretende simular. Caso se pretenda obter alguma tabela particular do output, isso também pode ser especificado nesta secção (Shultis and Faw, 2011).

Os materiais são definidos na forma:

$$\text{Mm ZAID}_i \text{ fraction}_i$$

onde m representa o número do material da *cell cards*, ZAID_i representa o elemento i com número atómico Z e número de massa A na forma $ZZZAAA$, e a fraction_i representa a fração atómica (ou a fração de massa, se for inserido um sinal menos atrás) do constituinte i do material em questão. O vácuo é o único material que não precisa de ser definido.

```
c data cards
mode p e
m1 1001 2 8016 1 $Água
m2 6012 -0.000124 7014 -0.755267 8016 -0.231781 18040 -0.012827 $Ar
m3 82207 1 $Chumbo
m4 1001 -0.080538 6012 -0.599848 8016 -0.319614 $PMMA
```

Figura 5: Código para definir alguns materiais na secção *data card* no código MCNPX

A fonte e o tipo de radiação são definidos através do comando SDEF, constituído por vários parâmetros e variáveis que definem as características de todas as fontes usadas no problema em questão. Algumas destas variáveis são o tipo de partícula que é emitido pela fonte (PAR), a posição da fonte (POS), a energia da fonte (ERG), o vetor de referência (VEC) e o cosseno do ângulo relativamente ao vetor VEC (DIR).

Os valores das variáveis podem ser especificados explicitamente ou como uma distribuição (dn), sendo que neste último caso têm que ser adicionadas 3 novas *cards*: a *card* SI (*source information*), relativa à informação sobre a fonte, a *card* SP (*source probability*), que define a distribuição de probabilidade de emissão da fonte e a *card* SB (*source bias*) (Shultis and Faw, 2011)

Para determinar certas grandezas físicas de interesse para o problema em questão são utilizadas as *tallies*. Cada *tally* é definida pela expressão “Fna”, onde “a” representa o tipo de partícula (n, p ou e) e “n” a quantidade a ser determinada, que pode ser o fluxo de energia através de uma superfície ou célula, a energia depositada por unidade de massa, entre outras. Os resultados são registados e apresentados com o respetivo erro do cálculo de Monte Carlo.

2 Código

2.1 Validação do modelo

Para o desenvolvimento do trabalho, começamos pela implementação de um sistema para a validação do modelo. Através da interseção de planos, foi criado um fantoma de água, posicionado no eixo central do sistema, com dimensões $30 \times 15 \times 30\text{cm}^3$. Este é o caso mais simples que pode existir de simulação da interação das partículas para a simulação

de um paciente. Foi também desenvolvido um volume cilíndrico no seu interior. O volume cilíndrico constituído por PMMA está centrado no eixo dos z , apresenta um raio de 0,798cm e uma altura de 0,5cm, que foi delimitada com a utilização de planos perpendiculares ao eixo do z , de modo a cumprir o volume de 1cm³. Este volume será utilizado para a medição do fator de *backscatter*. Foi ainda construída uma caixa de ar à volta do sistema de forma a tentar simular uma situação mais real, na qual está presente ar e não vácuo em redor da fonte e do fantoma. De forma semelhante, foi desenvolvido outro sistema para o cálculo dos valores no ar, que cumpre os mesmos requisitos do código previamente descrito mas no qual o fantoma de água foi retirado e o cilindro de PMMA foi modificado para um cilindro com ar. Com o cálculo da energia depositada para o mesmo volume cilíndrico, é possível fazer a razão entre os valores obtidos para os dois sistemas e desse modo o cálculo do fator de *backscatter*. Como o BSF se trata de uma razão, o valor obtido é adimensional pelo que não é necessário a conversão de unidades.

Tendo por base o artigo científico escrito por Petoussi-Hens et al. (1998), é exequível a comparação dos valores obtidos do BSF, para um mesmo tamanho de campo e respetivas condições de referência. O modelo é validado, caso se verifique um erro não superior a 10%, relativamente aos valores ditos teóricos. Após a validação do modelo, é possível passar para o cálculo do BSF utilizando um fantoma MIRD.

2.1.1 Fonte

Foi criada uma fonte, direcionada no sentido positivo do eixo dos y , localizada a um SSD (*Source-Skin Distance*) de 100cm da superfície do fantoma. A fonte que definimos pretende simular um feixe de fotões monoenergéticos, já colimados pelo colimador primário. O colimador primário tem como função dar ao feixe que vem do alvo a forma cónica, deixando passar apenas os fotões até um certo ângulo de incidência relativamente ao eixo central. Neste código não foi necessário definir o colimador primário, uma vez que a forma cónica que o feixe apresenta desde o alvo é definida na *source card*. Tal como será explicado na secção 2.1.2, a nossa fonte será uma fonte cónica colimada, com uma angulação máxima de 10° relativamente ao eixo central (eixo dos y). Para definir a fonte no MCNPX, usámos o comando **SDEF** com os seguintes parâmetros:

$$PAR = 2 \quad POS = 0 \quad -107.5 \quad 0 \quad VEC \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad DIR = d1 \quad ERG = 0.1$$

onde *PAR* refere-se ao tipo de partícula que esta a ser emitida (fotões), *POS* define a posição a partir da qual são emitidas as partículas, de forma a estar sobre o eixo dos y a 100cm da superfície do fantoma, *VEC* indica a direção em respeito à qual os ângulos vão ser definidos (neste caso, é o eixo dos y) e *ERG* define a energia em MeV. O parâmetro *DIR* define o cosseno do ângulo relativamente à direção especificada por *VEC*. Por defeito, este valor vai ser amostrado uniformemente entre [-1,1]. No entanto, como nós queremos que as partículas sejam emitidas tendencialmente em determinadas direções, a variável *DIR* foi especificada como uma distribuição para criar este viés numa determinada direção. Consequentemente foi necessário utilizar mais três *cards*: **SI** (*source information*), **SP** (*source probabilities*) e **SB** (*source bias*). As entradas em *SI* são os limites superiores dos bins que especificam o cosseno do ângulo, em ordem ascendente. Desse modo, os valores colocados foram -1,

correspondente a $\cos(180^\circ)$, 0.984, correspondente a $\cos(10^\circ)$, e 1 correspondente a $\cos(0^\circ)$. Na *card SP* são especificados os valores referentes à fração do ângulo sólido para cada bin, dados pela expressão:

$$f_{sa_i} = \frac{(1 - \mu_{i-1}) - (1 - \mu_i)}{2} \quad (1)$$

onde μ representa o valor de cada bin definido na *card SI*. Por fim, na *card SB* são inseridas as probabilidades relativas desejadas para a emissão em cada bin. Os dois primeiros valores vão ser 0 uma vez que só queremos emitir na fração de ângulo sólido definida pelo terceiro bin. O código usado para especificar a fonte pode ser visto na figura 6.

```
c source
SDEF PAR 2 POS 0 -107.5 0 VEC 0 1 0 DIR=d1 ERG=0.1
SI1 H -1 0.984 1 $theta=10 graus
SP1      0 0.9924 0.0076
SB1      0 0      1
```

Figura 6: Código usado para definir a fonte do sistema

2.1.2 Definição do tamanho de campo (construção dos colimadores)

Os colimadores são blocos formados por um material **absorber** que vai direccionar o feixe atenuando a radiação de dispersão. Para simular o efeito de colimadores secundários, usados para definir o tamanho e forma de campo, foram construídos 4 blocos de chumbo. O tamanho, forma e material dos colimadores foi desenvolvida tendo em conta outros sistemas de raios-X. Os colimadores secundários, são constituídos por dois conjuntos de *jaws*, as *upper jaws* e as *lower jaws*, tendo estas últimas sido posicionadas imediatamente a seguir às *upper jaws*. A sua localização foi definida de forma a obter um tamanho de campo de $20 \times 20\text{cm}^2$ a uma distância de 100cm da fonte. As *upper jaws* foram definidas a 30cm da fonte, ou seja, a 70cm da superfície do fantoma. Sabendo que para SSD=100cm o tamanho de campo tem que ser $20 \times 20\text{cm}^2$ é possível, por semelhança de triângulos, saber qual o tamanho do lado do quadrado a 30cm da fonte, como é possível observar na figura 7:

$$\frac{10\text{cm}}{100\text{cm}} = \frac{x}{30\text{cm}} \Leftrightarrow x = 3\text{cm} \quad (2)$$

onde 10cm corresponde a metade do lado do quadrado à superfície do fantoma e 3cm a metade do lado do quadrado a 30cm da fonte. Os colimadores têm, assim, de ser colocados de forma a gerar um campo $6 \times 6\text{cm}^2$ a 30cm da fonte. Sabendo isto é possível calcular o raio mínimo que o feixe tem que ter nesta posição, uma vez que vai ser igual à diagonal de um quadrado com 3cm:

$$r_{min}^2 = (3\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2 \Leftrightarrow r_{min} = 4,24\text{cm} \quad (3)$$

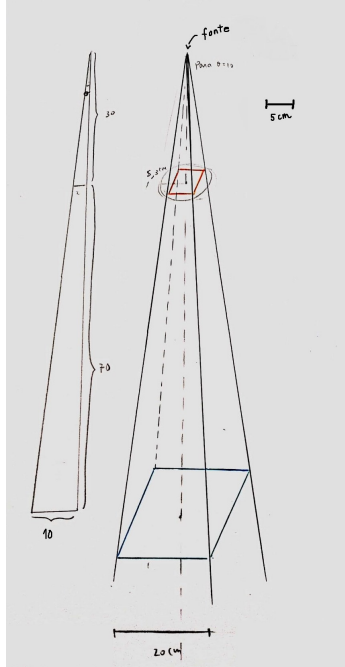


Figura 7: Esquema usado para determinar por semelhança de triângulos qual o tamanho que o campo teria que ter a 30cm da fonte por forma a que tivesse $20 \times 20\text{cm}^2$ à superfície do fantoma

Por fim, sabendo este valor, e através do esquema representado na figura 8 é possível determinar a angulação mínima que o feixe tem que ter:

$$\tan(\theta_{min}) = \frac{r_{min}}{d_{fonte}} = \frac{4,24\text{cm}}{30\text{cm}} \Leftrightarrow \theta_{min} = 8,04^\circ \quad (4)$$

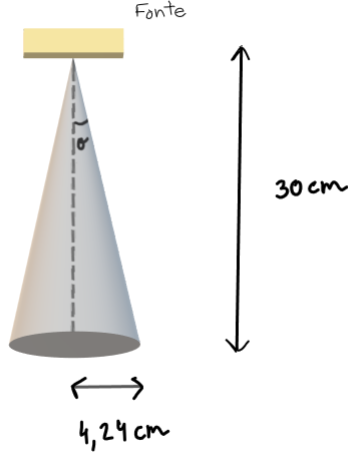


Figura 8: Esquema usado para determinar o ângulo mínimo que fonte cônica colimada teria de ter

Tendo em conta este valor mínimo para angulação do feixe, foi escolhido um $\theta = 10^\circ$. Finalmente, é preciso determinar em que valores de x e de z é que os planos que formam os colimadores têm que cortar os eixos. Uma vez que o eixo central do feixe coincide com o eixo dos y (ou seja, o eixo dos y passa pelo centro do campo $6 \times 6\text{cm}^2$ a 30cm), é fácil perceber que os planos internos das *upper jaws* têm que cortar o eixo dos x nas posições $x = -3$ e $x = 3$ e os das *lower jaws* o eixo dos z nas posições $z = -3$ e $z = 3$ (ver figura 10). Os planos que definiam a largura do colimador ao longo do eixo dos y foram escolhidos de forma a que o centro das *jaws* se situasse em $y = -70\text{cm}$ (ou seja, a 30cm da fonte) e, uma vez que foram construídos com 5cm de comprimento ao longo do eixo dos y , os planos que cortavam este eixo estavam colocados em $y = 70 \pm 2,5\text{cm}$. O código usado para especificar os colimadores pode ser visto na figura 9.

```

16 PX -8          $c1
17 PX -3          $c1
18 PY -67.5       $c1 & c2 & c3 & c4
19 PY -72.5       $c1 & c2 & c3 & c4
20 PZ -3          $c1 & c2
21 PZ 3           $c1 & c2
22 PX 3           $c2
23 PX 8           $c2
24 PX -8          $c3 & c4
25 PX 8           $c3 & c4
26 PZ -3          $c3
27 PZ -8          $c3
28 PZ 3           $c4
29 PZ 8           $c4

```

Figura 9: Código usado para definir os colimadores secundários do sistema. Os colimadores 1 e 2 ($c1$ e $c2$) representam as *upper jaws* e os colimadores 3 e 4 ($c3$ e $c4$) as *lower jaws*

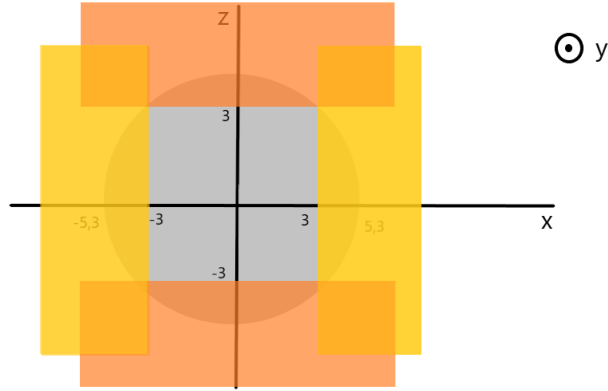


Figura 10: Representação esquemática do plano xOz para $y = -70\text{cm}$, ou seja, a 30cm da fonte. O círculo cinzento representa o campo a 30cm da fonte para uma angulação de 10° . Os planos internos dos colimadores cortam os eixos x e z de forma a formarem um campo quadrado $6 \times 6\text{cm}^2$ para este valor de y

2.1.3 Tallies

As grandezas físicas necessárias para obter o factor de *backscatter* são obtidas através da definição das *tallies*, especificadas na **data cards**. Existem várias *tallies* que nos dão resultados semelhantes, pelo que escolhemos três *tallies* distintas para posteriormente compararmos os valores obtidos por cada uma delas e podermos concluir qual a mais adequada. As *tallies* utilizadas foram a **F4** (fluxo médio numa célula, em $\#/\text{cm}^2$), **F6** (deposição de energia numa célula por unidade de massa, em MeV g^{-1}) e ***F8** (energia total depositada numa célula em MeV). A célula onde as *tallies* foram calculadas tratava-se do cilindro de PMMA (no código com o fantoma de água) e do cilindro de ar (no código sem o fantoma de água). Uma vez que estamos interessadas em saber a energia depositada, tanto por fotões como por electrões, as *tallies* foram calculadas para as duas partículas.

2.2 Fantoma MIRD

O fantoma MIRD é um fantoma computacional antropomórfico usado em estudos de dosimetria de radiações ionizantes com aplicações na radiologia e radioterapia. Colocando este fantoma no lugar onde previamente se encontrava o fantoma de água, mantendo o restante sistema inalterado, é possível obter um valor mais realista do fator de *backscatter* que se espera obter num exame radiológico.

Uma análise inicial da geometria do fantoma permite-nos concluir que este simula um paciente com o seu eixo longitudinal coincidente com o eixo dos z , virado de frente para o eixo negativo dos y (daí a colocação da fonte ter sido feita a 100cm da superfície do paciente no sentido negativo deste eixo).

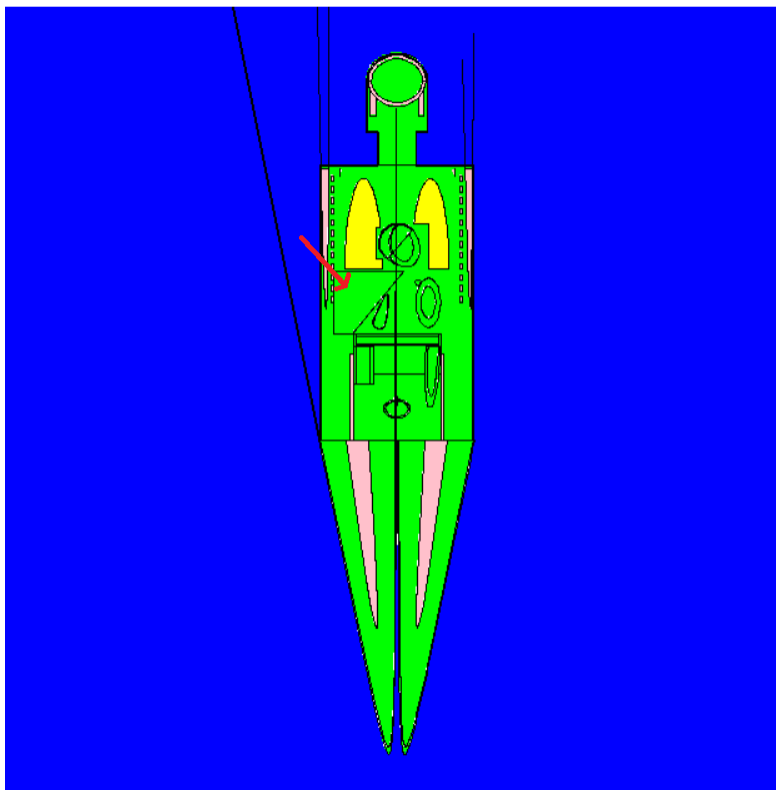


Figura 11: Corte do Fantoma MIRD no plano PY -5; A seta aponta para o fígado

Tal como foi referido anteriormente, umas das possíveis definições para o cálculo do BSF (Petoussi-Henss et al., 1998) é através da razão do *kerma* no ar à superfície do fantoma e o *kerma* no ar na posição correspondente à superfície do fantoma, mas na ausência deste é calculado através da informação fornecida pelas *tallies*. Deste modo, para calcular o BSF foi necessário escolher um órgão de interesse definido geometricamente no fantoma e colocar o cilindro de 1cm^3 de volume no seu interior. O órgão de interesse escolhido foi o fígado.

Para garantir que o cilindro está efetivamente colocado dentro do órgão de interesse foi feita a análise do código do fantoma MIRD relativa à definição do fígado. Nesta observamos que este é limitado na direcção longitudinal pelos planos PZ 27 e PZ 43. (12)

```
35 sq 64 272.25 0 0 0 0 -17424 0 0 0 $liver
36 pz 27
37 pz 43
38 p 0.028571 0.022222 -0.023256 -1 $end def the liver
```

Figura 12: Código relativo à geometria do fígado

Assim, o cilindro com 0,5cm de altura foi colocado no centro do fígado recorrendo aos planos perpendiculares ao eixo do z , PZ 34.75 e PZ 35.25. No fantoma, o comprimento do fígado está definido ao longo do eixo dos x e é limitado num dos lados por uma função definida pela seguinte equação:

$$A(x - \bar{x})^2 + B(y - \bar{y})^2 + C(z - \bar{z})^2 + 2D(x - \bar{x}) + 2E(y - \bar{y}) + 2F(z - \bar{z}) + G = 0 \quad (5)$$

Aqui os coeficientes A, B, C, D, E, F e G correspondem às *Card entries* definidas no código pela ordem que aparecem e as três *Card entries* finais correspondem a um ponto fixo $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ que neste caso é o ponto (0,0,0). Assim, A=64, B=272,25, G=-17424, os restantes coeficientes são nulos resultando numa equação final definida por:

$$64x^2 + 272,25y^2 - 17424 = 0 \quad (6)$$

Recorrendo a um plano que corte visivelmente o fígado, por exemplo o plano PY -5, podemos resolver a equação 6 em ordem a x para determinar o seu valor, cujo resultado foi $x = \pm 12,88\text{cm}$. Uma vez que o fígado se encontra no lado direito do corpo, na parte negativa do eixo dos x , o valor selecionado é o negativo, $-12,88$. Assim o cilindro, composto pelo mesmo material que o fígado, deve ser colocado tendo em conta este valor.

$$64x^2 + 272,25 \cdot (-5)^2 - 17424 = 0 \Leftrightarrow x = -12,88\text{cm}$$

Neste caso, ao contrário do que acontecia na validação do modelo, o eixo do cilindro não coincide com o eixo dos z , pelo que temos de alterar o seu posicionamento no código do MCNPX garantindo que fica dentro do fígado. A equação que descreve um cilindro com o eixo paralelo ao eixo dos z é dada por:

$$(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 - R^2 = 0 \quad (7)$$

Como no nosso caso, o centro do cilindro deve ser colocado de forma a que $x \geq -12,88\text{cm}$ e $y = -5\text{cm}$, tendo um diâmetro de $1,596\text{cm}$, uma das possíveis equações para descrever a posição do cilindro é dada por:

$$(x - (-10))^2 + (y - (-5))^2 - 0.798^2 = 0 \quad (8)$$

o que, no MCNPX, se escreve como:

$$\text{C/Z} \quad -10 \quad -5 \quad 0.798$$

Foi escolhido o ponto $x = -10\text{cm}$ para garantir que cilindro fica totalmente dentro do fígado e que não atravessa nenhuma fronteira. Assim que o cilindro se encontra posicionado dentro do fígado e com as medições das *tallies* correspondentes obtidas, repete-se o processo substituindo o material do cilindro por ar e removendo o fantoma.

Para fazer uma análise da geometria a 3D, recorremos ao *software* Geogebra onde analisamos diversas projeções do sistema descrito acima. Nas figuras seguintes estão representados vários planos pertinentes onde pode ser visualizado o fígado. A verde está representado o plano $y = -5$, a azul o plano $x = -12,88$ e a vermelho o plano que limita o fígado na outra extremidade que é definido por $0.028571x + 0.022222y - 0.023256z + 1 = 0$. Nestas podemos identificar o fígado delineado a preto e o cilindro devidamente posicionado. Relativamente aos eixos x, y, z estes estão representados a vermelho, verde e azul, respetivamente.

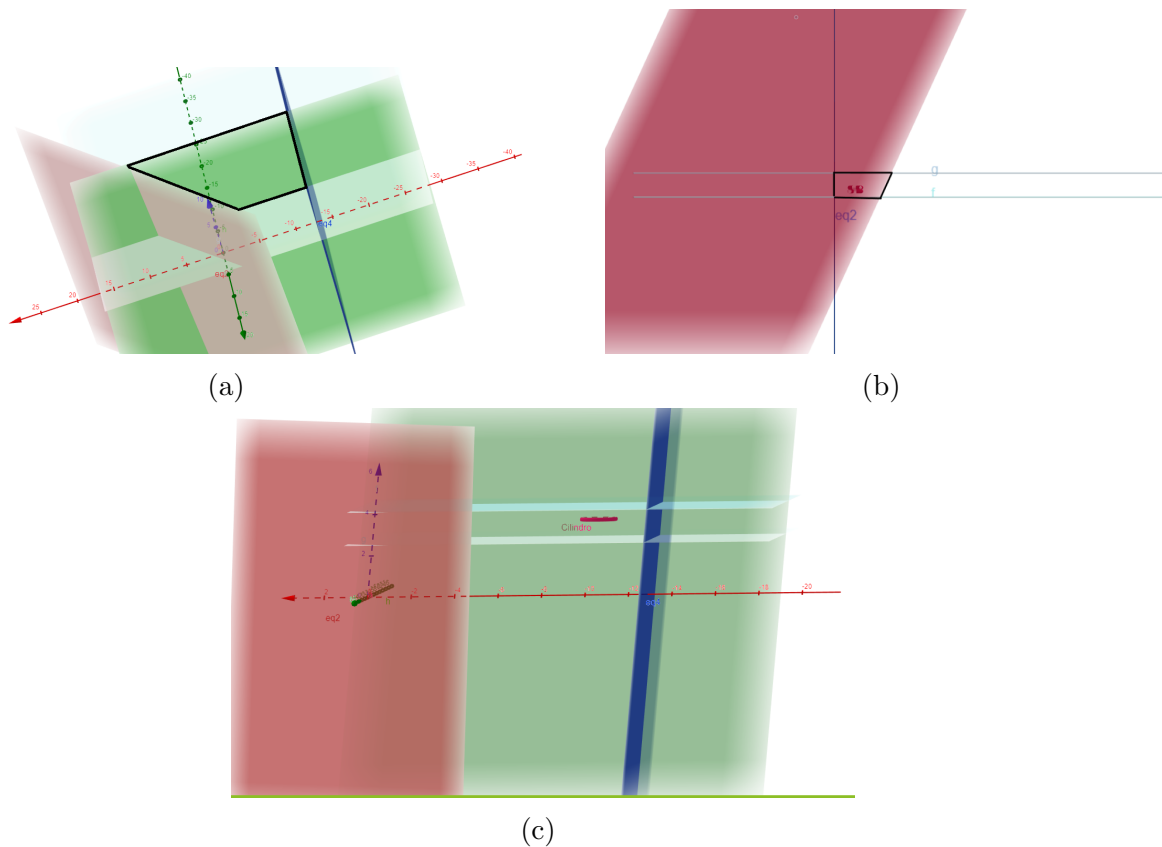


Figura 13: (a) Visualização do fígado no Geogebra; (b) Visualização do fígado de frente para o fantoma; (c) Cilindro de raio $r = 0.789$ e altura $h = 0.5$ localizado no ponto $(-10, -5)$ entre os planos que limitam o fígado

3 Análise de dados

Para saber o valor da energia depositada nos cilindros nos dois sistemas (com e sem fantoma de água) são analisados os ficheiros de *output* gerados quando se corre os ficheiros de *input*. Numa primeira abordagem, corremos o código para 2×10^6 partículas, com uma energia de 100keV, obtendo os ficheiros de *output* apresentados nas figuras 14 e 15 para o fantoma de água e fantoma de ar, respetivamente. Foram obtidos os valores correspondentes às *tallies* F4, F6 e *F8, no entanto os resultados da última não são apresentados uma vez que a ordem de grandeza do BSF é muito superior à esperada. Os valores correspondentes à energia depositada para cada *tally* e respetivos erros encontram-se organizados nas tabelas 1 e 2. Os erros foram calculados recorrendo à propagação de erros através da equação 9.

$$\delta_{TOTAL} = \sqrt{\delta_{fot}^2 + \delta_{ele}^2} \quad (9)$$

nps	mean	tally error	4 vov	slope	fom	nps	mean	tally error	6 vov	slope	fom	nps	mean	tally error	8 vov	slope	fom
128000	6.0816E-06	0.1029	0.0320	0.0	19	1.1245E-08	0.1050	0.0273	0.0	18	1.4725E-08	0.2603	0.1286	0.0	2.9E+00		
256000	7.2872E-06	0.0669	0.0102	0.0	23	1.3743E-08	0.0690	0.0099	0.0	21	1.6662E-08	0.1796	0.0681	0.0	3.2E+00		
384000	7.4545E-06	0.0533	0.0061	1.5	24	1.4172E-08	0.0550	0.0061	3.8	23	1.5747E-08	0.1474	0.0442	10.0	3.2E+00		
512000	7.2918E-06	0.0469	0.0045	1.6	24	1.3968E-08	0.0484	0.0045	3.7	22	1.3780E-08	0.1344	0.0375	10.0	2.9E+00		
640000	7.4178E-06	0.0414	0.0033	1.6	24	1.4205E-08	0.0428	0.0035	3.7	23	1.3201E-08	0.1187	0.0308	10.0	2.9E+00		
768000	7.2829E-06	0.0380	0.0027	1.6	24	1.3940E-08	0.0394	0.0029	3.9	22	1.3567E-08	0.1261	0.1234	4.5	2.2E+00		
896000	7.4801E-06	0.0348	0.0023	1.6	24	1.4378E-08	0.0361	0.0024	3.1	23	1.4352E-08	0.1146	0.0878	4.9	2.2E+00		
1024000	7.5923E-06	0.0324	0.0019	1.6	25	1.4611E-08	0.0335	0.0021	3.5	23	1.4277E-08	0.1058	0.0733	6.1	2.3E+00		
1152000	7.4044E-06	0.0310	0.0017	1.6	24	1.4249E-08	0.0321	0.0019	3.0	22	1.4872E-08	0.1025	0.0576	5.1	2.2E+00		
1280000	7.2725E-06	0.0295	0.0016	1.6	24	1.4010E-08	0.0307	0.0017	3.0	22	1.6184E-08	0.1005	0.0555	4.4	2.1E+00		
1408000	7.2667E-06	0.0281	0.0014	1.6	24	1.4019E-08	0.0292	0.0016	3.4	22	1.6221E-08	0.0941	0.0491	4.3	2.1E+00		
1536000	7.2515E-06	0.0269	0.0013	1.7	24	1.3990E-08	0.0279	0.0014	3.3	22	1.6111E-08	0.0898	0.0440	4.5	2.2E+00		
1664000	7.2098E-06	0.0259	0.0012	1.7	24	1.3908E-08	0.0269	0.0013	3.6	22	1.6316E-08	0.0848	0.0386	4.8	2.2E+00		
1792000	7.2479E-06	0.0249	0.0011	1.7	24	1.3990E-08	0.0258	0.0012	3.7	22	1.6340E-08	0.0824	0.0347	4.7	2.2E+00		
1920000	7.2093E-06	0.0241	0.0010	1.7	24	1.3896E-08	0.0250	0.0011	3.6	22	1.5977E-08	0.0798	0.0329	5.0	2.2E+00		
2000000	7.2283E-06	0.0235	0.0010	1.8	24	1.3936E-08	0.0244	0.0011	3.5	22	1.6035E-08	0.0776	0.0309	5.3	2.2E+00		

(a)

nps	mean	tally error	14 vov	slope	fom	nps	mean	tally error	16 vov	slope	fom	nps	mean	tally error	18 vov	slope	fom
128000	4.5092E-10	0.3140	0.2285	0.0	2.0E+00	1.2370E-08	0.2603	0.1286	0.0	2.9E+00	1.4725E-08	0.2603	0.1286	0.0	2.9E+00		
256000	5.9402E-10	0.2379	0.2533	0.0	1.8E+00	1.3998E-08	0.1796	0.0681	0.0	3.2E+00	1.6662E-08	0.1796	0.0681	0.0	3.2E+00		
384000	5.3853E-10	0.1923	0.1796	0.0	1.9E+00	1.3210E-08	0.1476	0.0442	0.0	3.2E+00	1.5747E-08	0.1474	0.0442	10.0	3.2E+00		
512000	4.6120E-10	0.1766	0.1521	0.0	1.7E+00	1.1551E-08	0.1347	0.0375	0.0	2.9E+00	1.3780E-08	0.1344	0.0375	10.0	2.9E+00		
640000	4.2065E-10	0.1583	0.1397	0.0	1.7E+00	1.1056E-08	0.1190	0.0308	0.0	2.9E+00	1.3201E-08	0.1187	0.0308	10.0	2.9E+00		
768000	5.3777E-10	0.2752	0.7170	0.0	4.5E-01	1.1362E-08	0.1265	0.1235	0.0	2.2E+00	1.3567E-08	0.1261	0.1234	4.5	2.2E+00		
896000	5.9455E-10	0.2366	0.5000	0.0	5.3E-01	1.2019E-08	0.1149	0.0880	0.0	2.2E+00	1.4352E-08	0.1146	0.0878	4.9	2.2E+00		
1024000	5.7419E-10	0.2162	0.4829	0.0	5.5E-01	1.1950E-08	0.1061	0.0735	0.0	2.3E+00	1.4277E-08	0.1058	0.0733	6.1	2.3E+00		
1152000	6.4169E-10	0.1962	0.3078	0.0	6.0E-01	1.2454E-08	0.1028	0.0577	0.0	2.2E+00	1.4872E-08	0.1025	0.0576	5.1	2.2E+00		
1280000	7.4760E-10	0.1860	0.1948	0.0	6.0E-01	1.3556E-08	0.1007	0.0556	0.0	2.0E+00	1.6184E-08	0.1005	0.0555	4.4	2.1E+00		
1408000	7.3644E-10	0.1731	0.1883	0.0	6.3E-01	1.3588E-08	0.0944	0.0492	0.0	2.1E+00	1.6221E-08	0.0941	0.0491	4.3	2.1E+00		
1536000	7.2634E-10	0.1635	0.1769	0.0	6.5E-01	1.3498E-08	0.0900	0.0440	0.0	2.1E+00	1.6111E-08	0.0898	0.0440	4.5	2.2E+00		
1664000	7.2381E-10	0.1529	0.1704	0.0	6.8E-01	1.3673E-08	0.0850	0.0387	0.0	2.2E+00	1.6316E-08	0.0848	0.0386	4.8	2.2E+00		
1792000	7.3239E-10	0.1479	0.1455	0.0	6.8E-01	1.3691E-08	0.0826	0.0347	0.0	2.2E+00	1.6340E-08	0.0824	0.0347	4.7	2.2E+00		
1920000	7.0575E-10	0.1439	0.1431	0.0	6.7E-01	1.3384E-08	0.0800	0.0329	0.0	2.2E+00	1.5977E-08	0.0798	0.0329	5.0	2.2E+00		
2000000	7.0423E-10	0.1392	0.1401	0.0	6.9E-01	1.3434E-08	0.0778	0.0309	0.0	2.2E+00	1.6035E-08	0.0776	0.0309	5.3	2.2E+00		

(b)

Figura 14: (a) Tallies F4, F6 e *F8 para fotões no fantoma de água para 2×10^6 partículas
(b) Tallies F4, F6 e *F8 para electrões no fantoma de água para 2×10^6 partículas

nps	tally 4					fom	tally 6					fom	tally 8					fom
	mean	error	vov	slope			mean	error	vov	slope			mean	error	vov	slope		
128000	6.0091E-06	0.1146	0.0147	0.0		15	1.3861E-08	0.1146	0.0147	0.0		15	4.8689E-19	0.1104	0.0122	0.0		17
256000	6.3254E-06	0.0790	0.0070	0.0		16	1.4575E-08	0.0790	0.0070	0.0		16	5.1613E-19	0.0758	0.0057	0.0		18
384000	6.3485E-06	0.0645	0.0047	0.0		17	1.4633E-08	0.0645	0.0047	0.0		17	5.2024E-19	0.0616	0.0038	0.0		18
512000	6.5044E-06	0.0552	0.0034	0.0		17	1.4994E-08	0.0552	0.0034	0.0		17	5.2956E-19	0.0529	0.0028	0.0		19
640000	6.5893E-06	0.0493	0.0027	0.0		17	1.5192E-08	0.0493	0.0027	0.0		17	5.3053E-19	0.0473	0.0022	0.0		19
768000	6.6223E-06	0.0450	0.0022	10.0		17	1.5269E-08	0.0450	0.0022	10.0		17	5.3216E-19	0.0431	0.0019	10.0		19
896000	6.6305E-06	0.0416	0.0019	10.0		17	1.5285E-08	0.0416	0.0019	10.0		17	5.3057E-19	0.0400	0.0016	10.0		19
1024000	6.7143E-06	0.0387	0.0017	10.0		18	1.5479E-08	0.0387	0.0017	10.0		18	5.3625E-19	0.0372	0.0014	10.0		19
1152000	6.7276E-06	0.0365	0.0015	10.0		18	1.5511E-08	0.0365	0.0015	10.0		18	5.3604E-19	0.0351	0.0012	10.0		19
1280000	6.6591E-06	0.0347	0.0013	10.0		18	1.5353E-08	0.0347	0.0013	10.0		18	5.3172E-19	0.0334	0.0011	10.0		19
1408000	6.5566E-06	0.0334	0.0012	10.0		17	1.5116E-08	0.0334	0.0012	10.0		17	5.2375E-19	0.0321	0.0010	10.0		19
1536000	6.5142E-06	0.0321	0.0011	10.0		17	1.5019E-08	0.0321	0.0011	10.0		17	5.1969E-19	0.0308	0.0009	10.0		19
1664000	6.5833E-06	0.0307	0.0010	10.0		18	1.5179E-08	0.0307	0.0010	10.0		18	5.2539E-19	0.0295	0.0009	10.0		19
1792000	6.6120E-06	0.0295	0.0010	10.0		18	1.5245E-08	0.0295	0.0010	10.0		18	7.0126E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.5E-02		
1920000	6.5410E-06	0.0286	0.0009	10.0		17	1.5082E-08	0.0286	0.0009	10.0		17	6.5451E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.4E-02		
2000000	6.4834E-06	0.0282	0.0009	10.0		17	1.4949E-08	0.0282	0.0009	10.0		17	6.2833E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.4E-02		

(a)

nps	tally 14					fom	tally 16					fom	tally 18					fom
	mean	error	vov	slope			mean	error	vov	slope			mean	error	vov	slope		
128000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		4.8689E-19	0.1104	0.0122	0.0		17
256000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.1613E-19	0.0758	0.0057	0.0		18
384000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.2024E-19	0.0616	0.0038	0.0		18
512000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.2956E-19	0.0529	0.0028	0.0		19
640000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3053E-19	0.0473	0.0022	0.0		19
768000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3216E-19	0.0431	0.0019	10.0		19
896000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3057E-19	0.0400	0.0016	10.0		19
1024000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3625E-19	0.0372	0.0014	10.0		19
1152000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3604E-19	0.0351	0.0012	10.0		19
1280000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.3172E-19	0.0334	0.0011	10.0		19
1408000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.2375E-19	0.0321	0.0010	10.0		19
1536000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.1969E-19	0.0308	0.0009	10.0		19
1664000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00		5.2539E-19	0.0295	0.0009	10.0		19
1792000	8.2771E-10	1.0000	1.0000	0.0	1.5E-02		5.8189E-09	1.0000	1.0000	0.0	1.5E-02		7.0126E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.5E-02		
1920000	7.7253E-10	1.0000	1.0000	0.0	1.4E-02		5.4310E-09	1.0000	1.0000	0.0	1.4E-02		6.5451E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.4E-02		
2000000	7.4163E-10	1.0000	1.0000	0.0	1.4E-02		5.2137E-09	1.0000	1.0000	0.0	1.4E-02		6.2833E-12	1.0000	1.0000	7.2 1.4E-02		

(b)

Figura 15: (a) Tallies F4, F6 e *F8 para fótons no fantoma de ar para 2×10^6 partículas (b) Tallies F4, F6 e para electrões no fantoma de ar para 2×10^6 partículas

Água				
Tallies	F4 ($\#/\text{cm}^2$)	E_{MC} (%)	F6 (MeV g^{-1})	E_{MC} (%)
Fótons	$7,23 \times 10^{-6}$	2,35	$1,39 \times 10^{-8}$	2,44
Electrões	$7,04 \times 10^{-10}$	13,92	$1,34 \times 10^{-8}$	7,78
Total	$7,23 \times 10^{-6}$	14,14	$2,74 \times 10^{-8}$	8,25

Tabela 1: Valores obtidos para as *tallies* F4, F6 e *F8 para fótons e electrões no fantoma de água, e respetivos erros do cálculo de Monte Carlo, para 2×10^6 partículas

Ar				
<i>Tallies</i>	F4 (#/cm ²)	E_{MC} (%)	F6 (MeV g ⁻¹)	E_{MC} (%)
Fotões	$6,48 \times 10^{-6}$	2,82	$1,49 \times 10^{-8}$	2,82
Electrões	$7,42 \times 10^{-10}$	100	$5,21 \times 10^{-9}$	100
Total	$6,48 \times 10^{-6}$	100	$2,02 \times 10^{-8}$	100

Tabela 2: Valores obtidos para as *tallies* F4, F6 e *F8 para fotões e electrões no fantoma de ar, e respetivos erros do cálculo de Monte Carlo, para 2×10^6 partículas

Com os dados das tabelas calculamos o fator de *backscatter* através equação 10, obtendo os valores apresentados na tabela 3. Os erros relativos do BSF foram calculados tendo em consideração o valor 1,4 do artigo Petoussi-Henss et al. (1998), pela fórmula 11.

$$BSF = \frac{T_{\text{agua}}}{T_{\text{ar}}} \quad (10)$$

$$E_{rel} = \frac{|BSF_{\text{obtido}} - BSF_{\text{tabelado}}|}{BSF_{\text{tabelado}}} \times 100 \quad (11)$$

BSF				
<i>Tallies</i>	F4	E_{rel} (%)	F6	E_{rel} (%)
Total	1.115	20,36	1.357	3,04

Tabela 3: Valores obtidos do BSF para as *tallies* F4,F6 e *F8 e os respectivos erros relativos para 2×10^6 partículas

Uma vez que grande parte das *tallies* não passou os testes estatístico (todas apresentavam erros superiores a 2%), optamos por correr com um maior número de partículas para alcançar resultados mais precisos. As simulações com o método de Monte Carlo produzem soluções aproximadas, cuja precisão depende do número de iterações realizadas. Uma vez que o erro associado ao resultado apresentado é inversamente proporcional à raiz do número de tentativas numa simulação (equação 12), ao correr os códigos com mais partículas conseguimos reduzir o erro associado. Assim, corremos os códigos para 4×10^7 partículas obtendo os ficheiros de *output* apresentados nas figuras 16 e 17 para o fantoma de água e fantoma de ar, respetivamente. Os valores obtidos encontram-se organizados nas tabelas 4 e 5.

$$E_{MC} \propto \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (12)$$

tally 4						tally 6						tally 8					
nps	mean	error	vov	slope	fom	mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom	
2048000	7.0653E-06	0.0235	0.0010	1.8	19	1.3881E-08	0.0243	0.0011	3.4	18		1.5918E-08	0.0763	0.0301	6.2	1.8E+00	
4096000	7.0206E-06	0.0166	0.0005	2.6	1.3E+00	1.3806E-08	0.0173	0.0005	2.4	1.2E+00		1.5553E-08	0.0533	0.0126	4.7	1.3E-01	
6144000	7.0495E-06	0.0136	0.0003	8.1	1.9E+00	1.3861E-08	0.0141	0.0004	1.6	1.8E+00		1.6136E-08	0.0436	0.0081	3.5	1.8E-01	
8192000	7.0085E-06	0.0118	0.0002	10.0	2.4E+00	1.3785E-08	0.0122	0.0003	10.0	2.3E+00		1.6024E-08	0.0384	0.0065	2.7	2.3E-01	
10240000	6.9982E-06	0.0106	0.0002	10.0	3.0E+00	1.3770E-08	0.0109	0.0002	10.0	2.8E+00		1.6600E-08	0.0341	0.0048	2.7	2.8E-01	
12288000	6.9837E-06	0.0096	0.0002	10.0	3.5E+00	1.3734E-08	0.0100	0.0002	10.0	3.2E+00		1.6417E-08	0.0311	0.0039	2.7	3.3E-01	
14336000	6.9793E-06	0.0089	0.0001	10.0	3.8E+00	1.3738E-08	0.0093	0.0002	10.0	3.5E+00		1.6579E-08	0.0288	0.0035	3.7	3.6E-01	
16384000	6.9845E-06	0.0084	0.0001	10.0	4.2E+00	1.3741E-08	0.0087	0.0001	10.0	3.9E+00		1.6597E-08	0.0270	0.0030	10.0	4.0E-01	
18432000	6.9856E-06	0.0079	0.0001	10.0	4.7E+00	1.3737E-08	0.0082	0.0001	10.0	4.4E+00		1.6662E-08	0.0258	0.0029	10.0	4.4E-01	
20480000	6.9587E-06	0.0075	0.0001	10.0	5.1E+00	1.3685E-08	0.0078	0.0001	10.0	4.7E+00		1.6575E-08	0.0244	0.0025	10.0	4.8E-01	
22528000	6.9831E-06	0.0071	0.0001	10.0	4.5E+00	1.3735E-08	0.0074	0.0001	10.0	4.2E+00		1.6697E-08	0.0232	0.0023	10.0	4.3E-01	
24576000	6.9743E-06	0.0068	0.0001	10.0	4.6E+00	1.3725E-08	0.0071	0.0001	10.0	4.3E+00		1.6541E-08	0.0222	0.0021	10.0	4.3E-01	
26624000	6.9810E-06	0.0066	0.0001	10.0	4.9E+00	1.3736E-08	0.0068	0.0001	10.0	4.6E+00		1.6515E-08	0.0213	0.0019	10.0	4.6E-01	
28672000	6.9699E-06	0.0063	0.0001	10.0	5.2E+00	1.3715E-08	0.0065	0.0001	10.0	4.8E+00		1.6503E-08	0.0206	0.0018	10.0	4.9E-01	
30720000	6.9676E-06	0.0061	0.0001	10.0	5.5E+00	1.3701E-08	0.0063	0.0001	10.0	5.1E+00		1.6479E-08	0.0199	0.0017	10.0	5.2E-01	
32768000	6.9574E-06	0.0059	0.0001	10.0	4.7E+00	1.3677E-08	0.0061	0.0001	10.0	4.3E+00		1.6521E-08	0.0192	0.0015	10.0	4.4E-01	
34816000	6.9344E-06	0.0057	0.0001	10.0	4.9E+00	1.3635E-08	0.0060	0.0001	10.0	4.5E+00		1.6500E-08	0.0187	0.0015	10.0	4.6E-01	
36864000	6.9334E-06	0.0056	0.0001	10.0	5.1E+00	1.3637E-08	0.0058	0.0001	10.0	4.8E+00		1.6484E-08	0.0181	0.0014	10.0	4.9E-01	
38912000	6.9350E-06	0.0054	0.0001	10.0	5.3E+00	1.3645E-08	0.0056	0.0001	10.0	5.0E+00		1.6428E-08	0.0176	0.0013	10.0	5.1E-01	
40329386	6.9364E-06	0.0053	0.0000	10.0	5.1E+00	1.3647E-08	0.0055	0.0001	10.0	4.8E+00		1.6437E-08	0.0172	0.0012	10.0	4.9E-01	

(a)

tally 14						tally 16						tally 18					
nps	mean	error	vov	slope	fom	mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom	
2048000	6.8211E-10	0.1354	0.1526	0.0	5.8E-01	1.3372E-08	0.0763	0.0301	0.0	1.8E+00		1.5918E-08	0.0763	0.0301	6.2	1.8E+00	
4096000	6.6054E-10	0.0900	0.0687	2.7	4.4E-02	1.3066E-08	0.0533	0.0126	10.0	1.3E-01		1.5553E-08	0.0533	0.0126	4.7	1.3E-01	
6144000	7.1028E-10	0.0743	0.0421	10.0	6.3E-02	1.3556E-08	0.0436	0.0081	10.0	1.8E-01		1.6136E-08	0.0436	0.0081	3.5	1.8E-01	
8192000	7.2687E-10	0.0675	0.0362	10.0	7.4E-02	1.3462E-08	0.0384	0.0065	10.0	2.3E-01		1.6024E-08	0.0384	0.0065	2.7	2.3E-01	
10240000	7.6268E-10	0.0580	0.0249	10.0	9.8E-02	1.3946E-08	0.0341	0.0048	10.0	2.8E-01		1.6600E-08	0.0341	0.0048	2.7	2.8E-01	
12288000	7.5103E-10	0.0525	0.0204	10.0	1.2E-01	1.3792E-08	0.0311	0.0039	10.0	3.3E-01		1.6417E-08	0.0311	0.0039	2.7	3.3E-01	
14336000	7.6460E-10	0.0489	0.0173	10.0	1.3E-01	1.3928E-08	0.0288	0.0035	10.0	3.6E-01		1.6579E-08	0.0288	0.0035	3.7	3.6E-01	
16384000	7.6984E-10	0.0460	0.0147	10.0	1.4E-01	1.3943E-08	0.0270	0.0030	10.0	4.0E-01		1.6597E-08	0.0270	0.0030	10.0	4.0E-01	
18432000	7.8310E-10	0.0444	0.0128	10.0	1.5E-01	1.3997E-08	0.0258	0.0029	10.0	4.4E-01		1.6662E-08	0.0258	0.0029	10.0	4.4E-01	
20480000	7.7485E-10	0.0418	0.0115	10.0	1.6E-01	1.3925E-08	0.0244	0.0025	10.0	4.8E-01		1.6575E-08	0.0244	0.0025	10.0	4.8E-01	
22528000	7.8020E-10	0.0396	0.0103	10.0	1.5E-01	1.4027E-08	0.0232	0.0023	10.0	4.3E-01		1.6697E-08	0.0232	0.0023	10.0	4.3E-01	
24576000	7.7114E-10	0.0379	0.0096	10.0	1.5E-01	1.3896E-08	0.0222	0.0021	10.0	4.3E-01		1.6541E-08	0.0222	0.0021	10.0	4.3E-01	
26624000	7.6778E-10	0.0364	0.0090	10.0	1.6E-01	1.3874E-08	0.0213	0.0019	10.0	4.6E-01		1.6515E-08	0.0213	0.0019	10.0	4.6E-01	
28672000	7.6851E-10	0.0352	0.0084	10.0	1.7E-01	1.3864E-08	0.0206	0.0018	10.0	4.9E-01		1.6503E-08	0.0206	0.0018	10.0	4.9E-01	
30720000	7.6275E-10	0.0339	0.0079	10.0	1.8E-01	1.3844E-08	0.0199	0.0017	10.0	5.2E-01		1.6479E-08	0.0199	0.0017	10.0	5.2E-01	
32768000	7.6594E-10	0.0327	0.0073	10.0	1.5E-01	1.3879E-08	0.0192	0.0015	10.0	4.4E-01		1.6521E-08	0.0192	0.0015	10.0	4.4E-01	
34816000	7.6389E-10	0.0318	0.0069	10.0	1.6E-01	1.3861E-08	0.0187	0.0015	10.0	4.6E-01		1.6500E-08	0.0187	0.0015	10.0	4.6E-01	
36864000	7.5873E-10	0.0308	0.0067	10.0	1.7E-01	1.3848E-08	0.0181	0.0014	10.0	4.9E-01		1.6484E-08	0.0181	0.0014	10.0	4.9E-01	
38912000	7.5705E-10	0.0299	0.0063	10.0	1.8E-01	1.3801E-08	0.0176	0.0013	10.0	5.1E-01		1.6428E-08	0.0176	0.0013	10.0	5.1E-01	
40329386	7.5476E-10	0.0292	0.0061	10.0	1.7E-01	1.3809E-08	0.0172	0.0012	10.0	4.9E-01		1.6437E-08	0.0172	0.0012	10.0	4.9E-01	

(b)

Figura 16: (a) Tallies F4, F6 e *F8 para fótons no fantoma de água para 4×10^7 partículas
(b) Tallies F4, F6 e *F8 para electrões no fantoma de água para 4×10^7 partículas

nps	tally 4					nps	tally 6					nps	tally 8				
	mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom
2048000	6.4674E-06	0.0279	0.0009	10.0	14	2048000	1.5042E-08	0.0279	0.0009	10.0	14	2048000	5.1795E-19	0.0268	0.0007	10.0	15
4096000	6.4851E-06	0.0197	0.0004	10.0	1.6E+00	4096000	1.5081E-08	0.0197	0.0004	10.0	1.6E+00	4096000	5.1980E-19	0.0189	0.0004	10.0	1.7E+00
6144000	6.5862E-06	0.0159	0.0003	10.0	2.3E+00	6144000	1.5317E-08	0.0159	0.0003	10.0	2.3E+00	6144000	1.9120E-11	1.0000	1.0000	7.2	5.9E-04
8192000	6.5623E-06	0.0138	0.0002	10.0	3.0E+00	8192000	1.5261E-08	0.0138	0.0002	10.0	3.0E+00	8192000	1.6294E-11	0.8882	0.9642	4.3	7.2E-04
10240000	6.5781E-06	0.0123	0.0002	10.0	3.6E+00	10240000	1.5298E-08	0.0123	0.0002	10.0	3.6E+00	10240000	1.6215E-11	0.7405	0.8386	10.0	9.9E-04
12288000	6.5511E-06	0.0113	0.0001	10.0	4.1E+00	12288000	1.5235E-08	0.0113	0.0001	10.0	4.1E+00	12288000	1.3747E-11	0.7280	0.8377	10.0	9.9E-04
14336000	6.5255E-06	0.0105	0.0001	10.0	4.3E+00	14336000	1.5175E-08	0.0105	0.0001	10.0	4.3E+00	14336000	1.7889E-11	0.5530	0.5264	10.0	1.5E-03
16384000	6.5063E-06	0.0098	0.0001	10.0	4.7E+00	16384000	1.5130E-08	0.0098	0.0001	10.0	4.7E+00	16384000	2.2409E-11	0.4900	0.3466	10.0	1.9E-03
18432000	6.4674E-06	0.0093	0.0001	1.5	5.2E+00	18432000	1.5039E-08	0.0093	0.0001	2.0	5.2E+00	18432000	2.0809E-11	0.4709	0.3412	10.0	2.0E-03
20480000	6.4554E-06	0.0088	0.0001	1.6	4.2E+00	20480000	1.5011E-08	0.0088	0.0001	2.0	4.2E+00	20480000	1.8728E-11	0.4709	0.3412	10.0	1.5E-03
22528000	6.4562E-06	0.0084	0.0001	1.7	4.5E+00	22528000	1.5013E-08	0.0084	0.0001	10.0	4.5E+00	22528000	1.7025E-11	0.4709	0.3412	10.0	1.4E-03
24576000	6.4455E-06	0.0080	0.0001	1.7	4.4E+00	24576000	1.4988E-08	0.0080	0.0001	10.0	4.4E+00	24576000	1.8074E-11	0.4289	0.2859	10.0	1.6E-03
26624000	6.4459E-06	0.0077	0.0001	1.7	4.7E+00	26624000	1.4988E-08	0.0077	0.0001	0.0	4.7E+00	26624000	1.6684E-11	0.4289	0.2859	10.0	1.5E-03
28672000	6.4367E-06	0.0075	0.0001	1.7	5.0E+00	28672000	1.4967E-08	0.0075	0.0001	0.0	5.0E+00	28672000	2.0664E-11	0.4075	0.2532	10.0	1.7E-03
30720000	6.4325E-06	0.0072	0.0001	1.7	5.2E+00	30720000	1.4957E-08	0.0072	0.0001	2.0	5.2E+00	30720000	1.9286E-11	0.4075	0.2532	10.0	1.6E-03
32768000	6.4386E-06	0.0070	0.0001	1.7	4.2E+00	32768000	1.4971E-08	0.0070	0.0001	0.0	4.2E+00	32768000	1.9578E-11	0.3839	0.2352	9.5	1.4E-03
34816000	6.4315E-06	0.0068	0.0001	1.7	4.4E+00	34816000	1.4955E-08	0.0068	0.0001	2.2	4.4E+00	34816000	1.8427E-11	0.3839	0.2352	9.5	1.4E-03
36864000	6.4385E-06	0.0066	0.0000	1.7	4.6E+00	36864000	1.4971E-08	0.0066	0.0000	2.1	4.6E+00	36864000	2.0795E-11	0.3384	0.1974	10.0	1.7E-03
38912000	6.4424E-06	0.0064	0.0000	1.7	4.8E+00	38912000	1.4980E-08	0.0064	0.0000	0.0	4.8E+00	38912000	1.9700E-11	0.3384	0.1974	10.0	1.7E-03
40677438	6.4422E-06	0.0063	0.0000	1.7	4.5E+00	40677438	1.4980E-08	0.0063	0.0000	0.0	4.5E+00	40677438	2.1778E-11	0.3080	0.1660	10.0	1.9E-03

(a)

nps	tally 14					nps	tally 16					nps	tally 18				
	mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom		mean	error	vov	slope	fom
2048000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00	2048000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00	2048000	5.1795E-19	0.0268	0.0007	10.0	15
4096000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00	4096000	0.0000E+00	0.0000	0.0000	0.0	0.0E+00	4096000	5.1980E-19	0.0189	0.0004	10.0	1.7E+00
6144000	7.0691E-10	1.0000	1.0000	0.0	5.9E-04	6144000	1.5866E-08	1.0000	1.0000	0.0	5.9E-04	6144000	1.9120E-11	1.0000	1.0000	7.2	5.9E-04
8192000	1.4097E-09	0.7285	0.6090	0.0	1.1E-03	8192000	1.3521E-08	0.8882	0.9642	0.0	7.2E-04	8192000	1.6294E-11	0.8882	0.9642	4.3	7.2E-04
10240000	1.1737E-09	0.7011	0.6052	0.0	1.1E-03	10240000	1.3455E-08	0.7405	0.8386	0.0	9.9E-04	10240000	1.6215E-11	0.7405	0.8386	10.0	9.9E-04
12288000	9.7810E-10	0.7011	0.6052	0.0	1.1E-03	12288000	1.1407E-08	0.7280	0.8377	0.0	9.9E-04	12288000	1.3747E-11	0.7280	0.8377	10.0	9.9E-04
14336000	1.2430E-09	0.5365	0.4045	0.0	1.6E-03	14336000	1.4844E-08	0.5530	0.5264	0.0	1.5E-03	14336000	1.7889E-11	0.5530	0.5264	10.0	1.5E-03
16384000	1.3175E-09	0.4760	0.3212	0.0	2.0E-03	16384000	1.8595E-08	0.4900	0.3466	0.0	1.9E-03	16384000	2.2409E-11	0.4900	0.3466	10.0	1.9E-03
18432000	1.2508E-09	0.4500	0.3094	0.0	2.2E-03	18432000	1.7267E-08	0.4709	0.3412	0.0	2.0E-03	18432000	2.0809E-11	0.4709	0.3412	10.0	2.0E-03
20480000	1.1257E-09	0.4500	0.3094	0.0	1.6E-03	20480000	1.5540E-08	0.4709	0.3412	0.0	1.5E-03	20480000	1.8728E-11	0.4709	0.3412	10.0	1.5E-03
22528000	1.0234E-09	0.4500	0.3094	0.0	1.6E-03	22528000	1.4127E-08	0.4709	0.3412	0.0	1.4E-03	22528000	1.7025E-11	0.4709	0.3412	10.0	1.4E-03
24576000	9.9342E-10	0.4286	0.2993	0.0	1.6E-03	24576000	1.4997E-08	0.4289	0.2859	0.0	1.6E-03	24576000	1.8074E-11	0.4289	0.2859	10.0	1.6E-03
26624000	9.1700E-10	0.4286	0.2993	0.0	1.5E-03	26624000	1.3844E-08	0.4289	0.2859	0.0	1.5E-03	26624000	1.6684E-11	0.4289	0.2859	10.0	1.5E-03
28672000	1.0908E-09	0.4001	0.2368	0.0	1.7E-03	28672000	1.7146E-08	0.4075	0.2532	0.0	1.7E-03	28672000	2.0664E-11	0.4075	0.2532	10.0	1.7E-03
30720000	1.0181E-09	0.4001	0.2368	0.0	1.7E-03	30720000	1.6003E-08	0.4075	0.2532	0.0	1.6E-03	30720000	1.9286E-11	0.4075	0.2532	10.0	1.6E-03
32768000	1.0798E-09	0.3714	0.2033	0.0	1.5E-03	32768000	1.6246E-08	0.3839	0.2352	0.0	1.4E-03	32768000	1.9578E-11	0.3839	0.2352	9.5	1.4E-03
34816000	1.0163E-09	0.3714	0.2033	0.0	1.5E-03	34816000	1.5290E-08	0.3839	0.2352	0.0	1.4E-03	34816000	1.8427E-11	0.3839	0.2352	9.5	1.4E-03
36864000	1.1908E-09	0.3285	0.1621	0.0	1.8E-03	36864000	1.7255E-08	0.3384	0.1974	0.0	1.7E-03	36864000	2.0795E-11	0.3384	0.1974	10.0	1.7E-03
38912000	1.1281E-09	0.3285	0.1621	0.0	1.8E-03	38912000	1.6347E-08	0.3384	0.1974	0.0	1.7E-03	38912000	1.9700E-11	0.3384	0.1974	10.0	1.7E-03
40677438	1.1535E-09	0.3107	0.1554	0.0	1.8E-03	40677438	1.8071E-08	0.3080	0.1660	0.0	1.9E-03	40677438	2.1778E-11	0.3080	0.1660	10.0	1.9E-03

(b)

Figura 17: (a) Tallies F4, F6 e *F8 para fotões no fantoma de ar para 4×10^7 partículas (b) Tallies F4, F6 e *F8 para electrões no fantoma de ar para 4×10^7 partículas

Água				
Tallies	F4 (#/cm ²)	E_{MC} (%)	F6 (MeV g ⁻¹)	E_{MC}
Fotões	6.94E-06	0.53	1.36E-08	0.55
Electrões	7.55E-10	2.92	1.38E-08	1.72
Total	6.94E-06	3.45	2.75E-08	2.27

Tabela 4: Valores obtidos para as *tallies* F4, F6 e *F8 para fotões e electrões no fantoma de água, e respetivos erros, para 4×10^7 partículas

Ar				
<i>Tallies</i>	F4 (#/cm ²)	E_{MC} (%)	F6 (MeV g ⁻¹)	E_{MC} (%)
Fotões	6.44E-06	0.63	1.498E-08	0.63
Electrões	1.15E-09	31.07	1.8071E-08	30.8
Total	6.44E-06	31.7	3.3051E-08	31.43

Tabela 5: Valores obtidos para as *tallies* F4, F6 e *F8 para fotões e electrões no fantoma de ar, e respetivos erros, para 4×10^7 partículas

Com os dados das tabelas calculamos o fator de *backscatter* através equação 10, obtendo os valores apresentados na tabela 6.

BSF				
<i>Tallies</i>	F4	E_{rel} (%)	F6	E_{rel} (%)
Total	1,077	23,10	0,831	40,66

Tabela 6: Valores obtidos do BSF para as *tallies* F4,F6 e *F8 e os respectivos erros relativos para 4×10^7 partículas

4 Conclusão

Fazendo uma análise geral dos resultados obtidos concluímos que estes apresentam um desvio superior ao expectável. Um dos motivos que pode ter originado esta discrepância entre os resultados, foi o facto do valor teórico usado ($BSF = 1,4$) ser referente a um sistema onde os parâmetros usados diferem daqueles por nós implementados. Em primeiro lugar, o nosso sistema não apresentava filtração enquanto que o sistema de referência usava uma filtração de 2,5 mm de Al. Em segundo, contrariamente à fonte de referência (um espectro contínuo de raios-X), a nossa é uma fonte de fotões monoenergéticos.

Em geral constatou-se que os erros do cálculo de Monte Carlo associados aos electrões apresentavam valores bastante superiores quando comparados com os dos fotões. Relativamente ao desvio do BSF, o maior verificado foi para a *tally* F6 para 4×10^7 partículas, com um valor de 40,66%. Apesar dos desvios obtidos serem elevados, os valores de BSF encontram-se na ordem de grandeza esperada. Dado que o *backscatter* contribui para o aumento da dose, o valor associado ao mesmo deveria ser sempre maior *maior ou igual ou so maior?* ou igual a um. Deste modo o resultado associado à *tally* F6 para 4×10^7 partículas deveria ser recalculado, uma vez que é inferior a 1. Outra fonte de possíveis erros, pode resultar do facto de termos utilizado a *tally* F4 que calcula a fluência e não a fluência energética (obtida com a *tally* *F4). No entanto, uma vez que os meios de propagação eram o ar e a água, não se esperava uma perda significativa da energia das partículas até atingirem o cilindro.

No decorrer do trabalho deparámo-nos com um erro no posicionamento dos colimadores secundários, na medida em que as *upper jaws* ficaram no mesmo plano que as *lower jaws* em vez de ligeiramente acima. No entanto, o tamanho de campo manteve-se com as dimensões

desejadas de 20 x 20 cm². Não tivemos a oportunidade de fazer a correção, dado que perdemos o acesso ao MCNPX.

Devido a problemas informáticos associados à situação atual, tivemos algumas limitações que dificultaram o desenvolvimento do trabalho. Dessa forma, não conseguimos correr o programa com o fantoma MIRD e obter os valores de *backscatter* no órgão de interesse escolhido nem testar a geometria do mesmo com a colocação do cilindro. Outro obstáculo que surgiu estava associado ao tempo necessário para correr o programa com um número de partículas suficiente para alcançar resultados compatíveis com erros estatísticos baixos. Não só demorava vários dias a correr, como também era necessário reativar o servidor de 3 em 3 horas. Tendo tido oportunidade de aumentar o número de partículas, seria de esperar que à medida que este tendesse para infinito os valores associados às *tallies* F4 e F6 se aproximassem um do outro, bem como o BSF ao valor real.

De forma a aproximar o nosso modelo a uma situação mais real, existem vários parâmetros que influenciam os resultados que poderiam ser melhorados. Em sistemas de radioterapia e radiologia, a fonte de raios-X engloba um espectro de energias contínuo, contrariamente ao nosso código no qual a fonte definida é monoenergética. Deste modo, para obter um espectro de energias poderíamos implementar um feixe de eletrões que embatesse num alvo de alta densidade, que iria gerar um feixe de fótons. Este por sua vez teria de ser colimado por um colimador primário, eliminando os fótons que se propagam nas direções não desejadas, dando a forma cónica ao feixe, ao invés da implementação direta de uma fonte cónica monoenergética. Para melhorar o sistema, os colimadores deveriam ter sido inclinados com uma angulação que acompanhasse a propagação do feixe, de forma a diminuir a penumbra.

Uma análise interessante adicional seria correr o código para várias energias e avaliar o comportamento do BSF numa representação gráfica.

Para concluir, o MCNPX é uma boa ferramenta para a simulação de partículas e para o estudo do respectivo transporte radiativo, tendo um papel importante na área da Física Médica, na medida em que permite o cálculo de parâmetros relevantes na dosimetria, protecção radiológica ou radiologia.

Referências

- Gunnar Hettinger. Angular and spectral distributions of backscatter radiation from slabs of water, brass, and lead irradiated by photons between 50 and 250 kev. *Acta Radiologica*, 54(2), 1960.
- J Kim, R Hill, E Claridge Mackonis, and Z Kuncic. An investigation of backscatter factors for kilovoltage x-rays: a comparison between monte carlo simulations and gafchromic ebt film measurements. *Physics in Medicine and Biology*, 55(3):783–797, 2010. doi: 10.1088/0031-9155/55/3/016.
- Fang Liu. *Monte Carlo modeling of an x-ray fluorescence detection system by the MCNP code*. PhD thesis, School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, 2009.
- N Petoussi-Henss, M Zankl, G Drexler, W Panzer, and D Regulla. Calculation of backscatter

factors for diagnostic radiology using monte carlo methods. *Physics in Medicine and Biology*, 43(8), aug 1998.

Ervin B. Podgorsak. *Radiation physics for medical physicists with 80 tables*. Springer, 2010.

J. K. Shultis and R. E. Faw. *AN MCNP PRIMER*. 2011.