U.PORTO
FACULDADE DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE DO PORTO
Mestrado em Física Médica
DFA
Faculdade de Ciências
Universidade do Porto

Métodos Numéricos em Física Médica
4ª aula

ESTATÍSTICA III

Pedro Teles
ppteles@fc.up.pt
Porto, 8 de Março de 2021

IV. Indicadores de alcance.

- Nas aulas anteriores vimos como determinar indicadores de posição de uma amostra de dados estatísticos.
- Outros indicadores importantes são os indicadores de alcance ou de distância.
- Estes indicadores permitem determinar a "distância" dos dados estatísticos aos indicadores de medida central.

Variância	Desvio padrão	Erro padrão
$Var(X) = \frac{1}{\boxed{N-1}} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2$ *Correção de Bessel ** $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \right)^2$	$s = \sqrt{Var(X)}$	$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

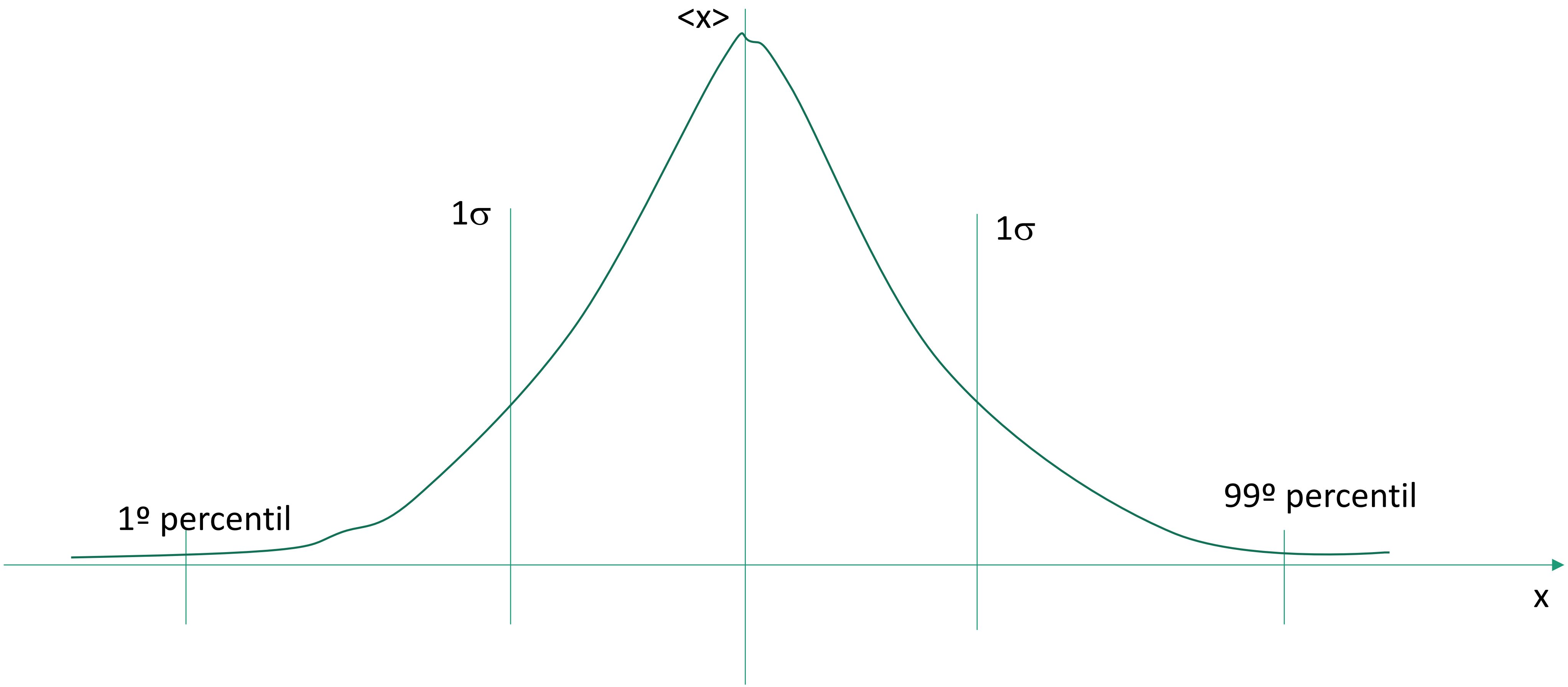
**https://gregorygundersen.com/blog/2019/01/11/bessel/*

Exercícios 2ª parte....

Trabalho de casa.

Exercício 3 da secção 2

V. Distribuições...



V. Distribuições

- Imaginemos que temos um conjunto de 100 pacientes, em que existe uma probabilidade "p" de serem alérgicos a um determinado fármaco. Se retirarmos aleatoriamente 10 pacientes um a um deste conjunto qual a probabilidade de termos 10 alérgicos ao fármaco?

$n = 1$

Probabilidade "p" que 1 seja alérgico

Probabilidade "q=1-p" que 0 sejam alérgico

$n = 2$

Probabilidade "p^2" que 2 sejam alérgicos

Probabilidade "$pq + qp = 2pq$" que 1 sejam alérgicos

Probabilidade "q^2" que 0 sejam alérgicos

$n = 3$

Probabilidade "p^3" que 3 sejam alérgicos

Probabilidade "$ppq + pqp + qpp$" $= 3p^2q$" que 2 sejam alérgicos

Probabilidade "$qqp + qpq + pqq$" $= 3q^2p$" que 1 seja alérgicos

Probabilidade "q^3" que 0 sejam alérgicos

$n = 4$

Probabilidade "p^4" que 4 sejam alérgicos

Probabilidade "$pppq + pqpp + qppp + ppqp$" $= 4p^3q$" que 3 sejam alérgicos

Probabilidade "$ppqq + pqpq + qqpp + qpqp + pqqp + qppq$" $= 6p^2q^2$" que 2

Probabilidade "$qqqp + qpqq + pqqq + qqpq$" $= 4q^3p$" que 1 seja alérgico

Probabilidade "q^3" que 0 sejam alérgicos

V. Distribuições

Triângulo de Pascal

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Combinações de "n" possibilidades para "k" sucessos

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

n!=n*(n-1)*(n-2)*....(n-n+1)

VI. Distribuição binomial.

- Estávamos a desenhar o triângulo de Pascal.
- Os termos que estávamos a obter representam as probabilidades de obter ‘k’ sucessos em ‘n’ tentativas., há uma combinação desses possíveis números ‘n’ para obter ‘k’ sucessos, $C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Sendo assim a probabilidade de de ter ‘k’ sucessos, P(k,n) em ‘n’ tentativas é dada por:

$$P(k,n) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

- Esta distribuição é conhecida como distribuição binomial.

- Esta distribuição é muito utilizada não só em estatística como em muitas áreas científicas.

VII. Distribuição binomial.

Quando a distribuição é binomial?

- O número de testes é finito.
- Só existem dois resultados possíveis a cada teste (S/N, Cara/Coroa, ‘pos/neg, etc).
- Os resultados são independentes uns dos outros.

Identificar qual destes resulta numa distribuição binomial:

- Num centro de medicina nuclear, os pacientes que fazem terapia com I-131 podem reportar o seguinte estado no fim de cada sessão: “sem efeitos secundários”, ”com efeitos secundários leves”, “com efeitos secundários fortes”. O João retirou da base de dados 100 resultados aleatórios.
- Num centro de radiologia 5% dos exames de TC usam demasiada radiação. O João está a fazer um estudo e retira da base de dados 100 resultados aleatórios.
- Num centro de radioterapia, existem 10 aceleradores lineares, 5 calibrados, e 5 não calibrados. O João começa a testar um a um para ver qual está calibrado.

VII. Distribuição binomial.

Distribuição *(probability mass function)*	$P(k,n) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$
Cumulativa *(cumulative distribution function)*	$cdf(k,n) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i q^{n-i}$
média	np
mediana	$\lfloor np \rfloor \leq mediana \leq \lceil np \rceil$
moda	$\begin{cases} \lfloor (n+1)p \rfloor \; se \; (n+1)p \text{ é } 0 \; ou \; não \; inteiro \\ (n+1)p \; e (n+1)p - 1 \; se (n+1)p \in \{1, .., n\} \\ n \; se (n+1)p = n+1 \end{cases}$
variância	npq
desvio padrão	$\sqrt{npq}$

python

MCNPX – continuação

- Conectar ao servidor lxlabs0 usando ssh tal como fizemos nas aulas passadas.

Materiais

- **O commando é: Mm** ***$ZAID_1$ $fraction_1$ $ZAID_2$ $fraction_2$ …***

m = corresponde ao número do material no ficheiro

- *ZAIDi* = identificador do nuclídeo no formato:

ZZZAAA.<u>nn</u>X

ZZZ é o número atómico, AAA é a massa atómica

nn identifica a biblioteca, e X a classe de dados

Os dois últimos não são obrigatórios, sendo usados por defeito.

- *$fraction_i$* = fracção atómica (ou fracção ponderada se com sinal menos) constituinte *i* no material

Exemplo: Água: m1 1001 2 8016 1
Exemplo 2 (por alto):Ar: m2 8016 -0.23 7014 -0.70 6012 -0.02 1001 -0.01

```
titulo: exercicio 2
C cell cards
1 0  -1   imp:p=1
2 0   1   imp:p=0

C surface cards
1 s 0 26 0  3
(1 sy 26 3)

C data cards
mode p
```

Exercício 3

Acrescentar uma segunda esfera centrada em 0,13,10 de raio 3 cm e fazer as duas esferas de água e visualizar.

NOTA:

Para inserir o material e densidade na célula usar o formato visto nos slides anteriores.

```
titulo: exercicio 3
C cell cards
1 1  -1.0   -1       imp:p=1
2 1  -1.0   -2       imp:p=1
3 0       1 2        imp:p=0

C surface cards
1 s 0 26 0  3
2 s 0 13 10 3

C data cards
mode p
m1 1001 2 8016 1
```