

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

2020 / 2021, 2º Semestre



Capítulo 2

Operações Pontuais

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

2.1 Operações Pontuais – Introdução

Modificação dos valores numéricos da imagem, usando uma função de transformação. O novo valor de Intensidade de um pixel (I_n) é obtido a partir do seu valor inicial (I_i) aplicando a função $f - I_n = f(I_i)$.

Há várias razões para se aplicar estas operações, tais como:

- Alterar a estrutura / formato dos dados
(por exemplo de 16 bits para 8 bits)
- Melhorar a representação visual da imagem
(modifica-se os valores de intensidade para cobrir de forma mais adequada a gama de tons de cinzento)
- Calibração da imagem
(relacionando valores numéricos de intensidade com alguma grandeza física, por exemplo reflectância)

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Realce de imagem

Exemplo de realce de uma imagem através da modificação do histograma.

(Figura: © 2004 R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins)

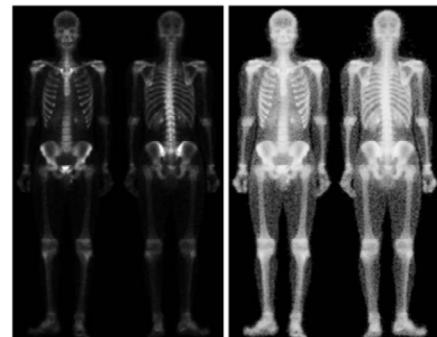
2.1 Operações Pontuais – Introdução

Modificação da gama dinâmica

Variação da intensidade (luminosidade, 'brightness') dos pixels na imagem

Pode ter uma grande influência na percepção visual humana

Modificações efectuadas usando uma função de transformação $I_n = f(I_i)$.



Por exemplo, uma transformação linear da forma: $I_n = a I_i + b$

que pode igualmente ser escrita como $g(x,y) = a f(x,y) + b$

onde $f(x,y)$ e $g(x,y)$ são as intensidades do pixel na posição (x,y) da imagem, antes e depois da transformação, e a e b são constantes.

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

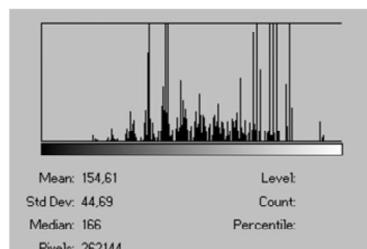
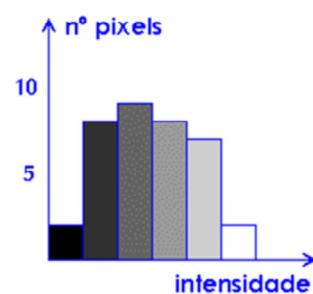
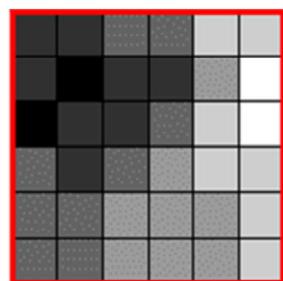
André Marçal, DM / FCUP

Realce de imagem

Exemplo de realce de uma imagem através da modificação do histograma.

(Figura: © 2004 R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins)

2.2 Histograma



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Histograma

Pode considerar-se uma imagem unicamente como um conjunto de valores numéricos (níveis de cinzento), sem usar a localização dos pixels. O histograma de uma imagem consiste na representação, normalmente de forma gráfica, da quantidade de pixels existentes para cada nível de cinzento.

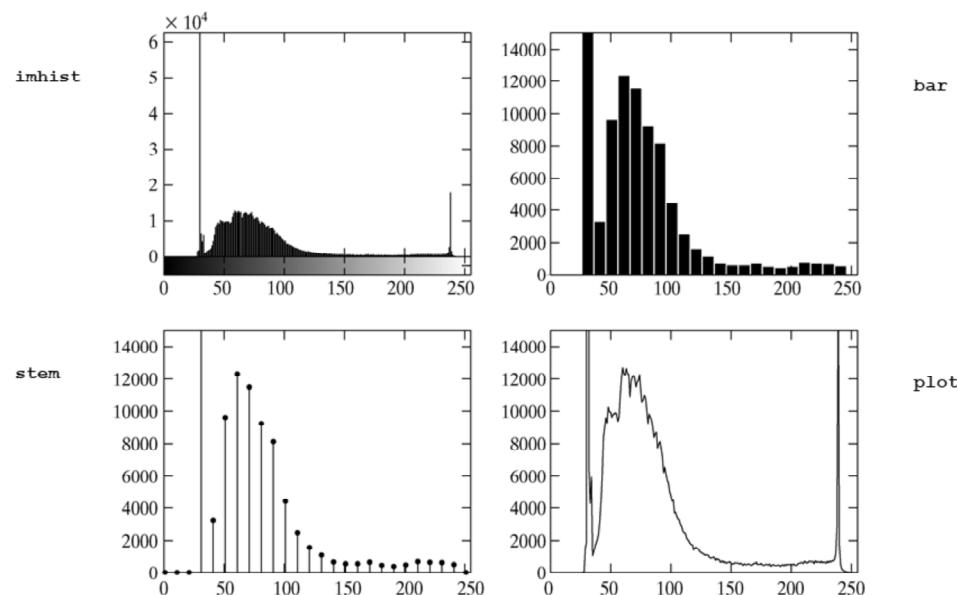
O slide mostra 2 exemplos:

uma imagem com apenas 36 pixels (6x6) e 6 níveis de cinzento

uma imagem com 512x512 pixels com 256 níveis de cinzento (8bits).

(Figuras: NLNRS, 1997 e André R.S. Marçal)

2.2 Histograma



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Histogramas no MATLAB

O slide mostra algumas das formas possíveis de visualizar um histograma no MATLAB. Funções **imhist** (CSE), **bar** (CSD), **stem** (CIE), **plot** (CID).

(Figura: © 2004 R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins)

2.2 Histograma

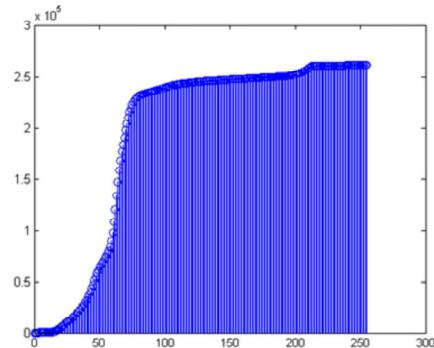
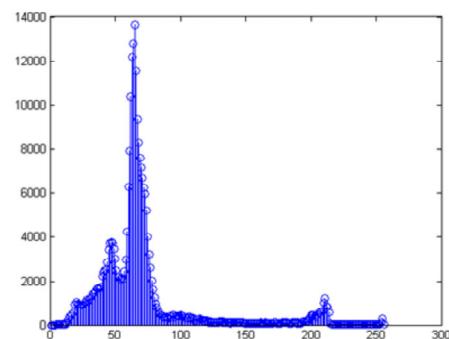
Histograma

Simples



Histograma

Cumulativo



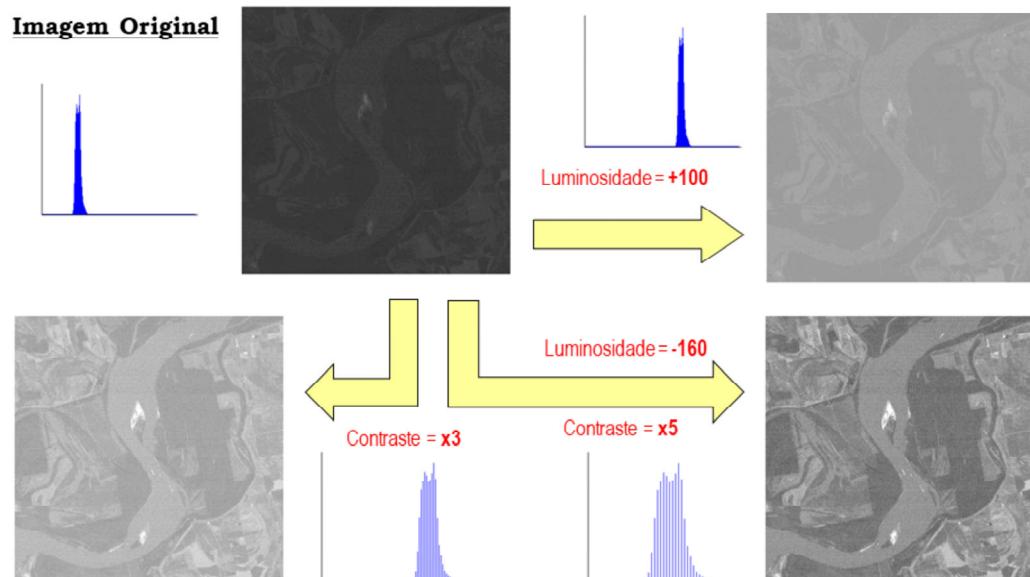
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Histograma cumulativo

(Figura: André R.S. Marçal)

2.3 Transformação linear



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Variação da Luminosidade

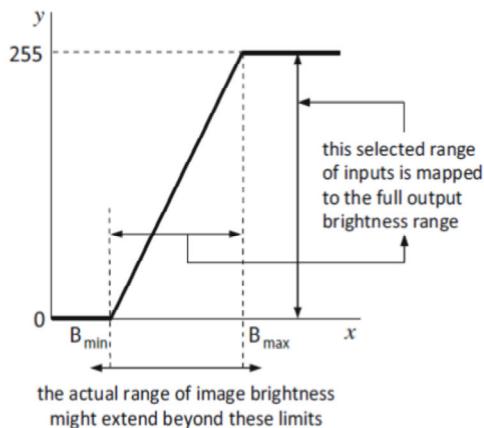
Exemplos de modificação de histograma por transformações lineares.

1. Apenas por aumento da luminosidade ($a=1$, $b=100$)
2. Apenas por aumento do contraste ($a=3$, $b=0$)
3. Por variação da luminosidade e contraste ($a=5$, $b=-160$)

(Figura adaptada de: NLN for Remote Sensing, 1997)

2.3 Transformação linear

Transformação linear “ótima” (sem saturação)



Exemplo de função de transformação para imagem de 8 bits (valores 0-255).

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Transformação linear ótima

A função de transformação do histograma linear é uma função do tipo:

$$\mathbf{s} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{b}$$

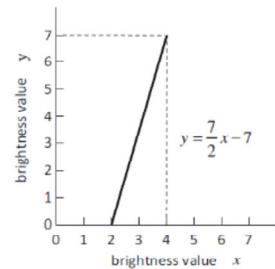
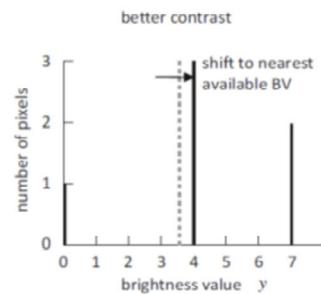
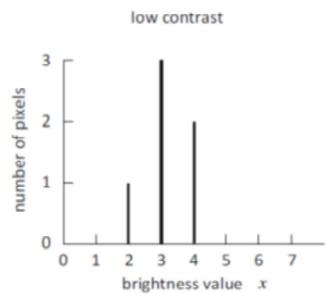
onde **r** é o valor inicial do pixel, **s** o valor final do pixel, **a** o declive da recta, e **b** a ordenada na origem. Os parâmetros **a** e **b** correspondem à variação de contraste e luminosidade.

(Figura: Richards, 2013)

2.3 Transformação linear

Transformação linear “ótima” (sem saturação)

Exemplo para uma imagem de 3 bits
(8 níveis de cinzento, valores de 0-7).



x	y
0	0
1	0
2	0
3	4
4	7
5	7
6	7
7	7

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Transformação linear ótima

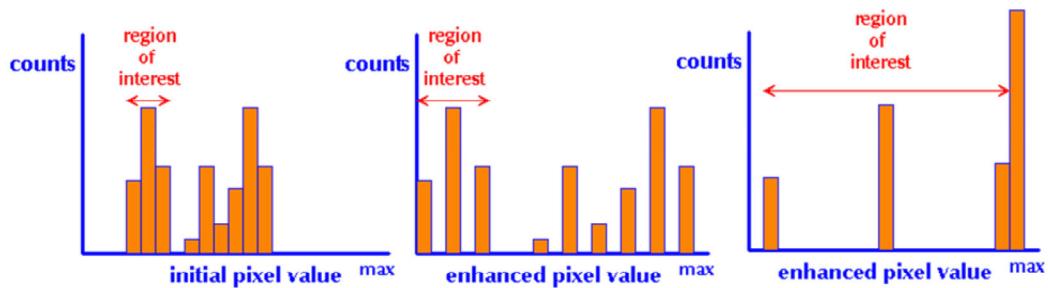
A função de transformação do histograma linear é uma função do tipo: $s = a \cdot r + b$

onde r é o valor inicial do pixel, s o valor final do pixel, a o declive da recta, e b a ordenada na origem. Os parâmetros a e b correspondem à variação de contraste e luminosidade.

(Figura: Richards, 2013)

2.3 Transformação linear

Transformação linear com saturação



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

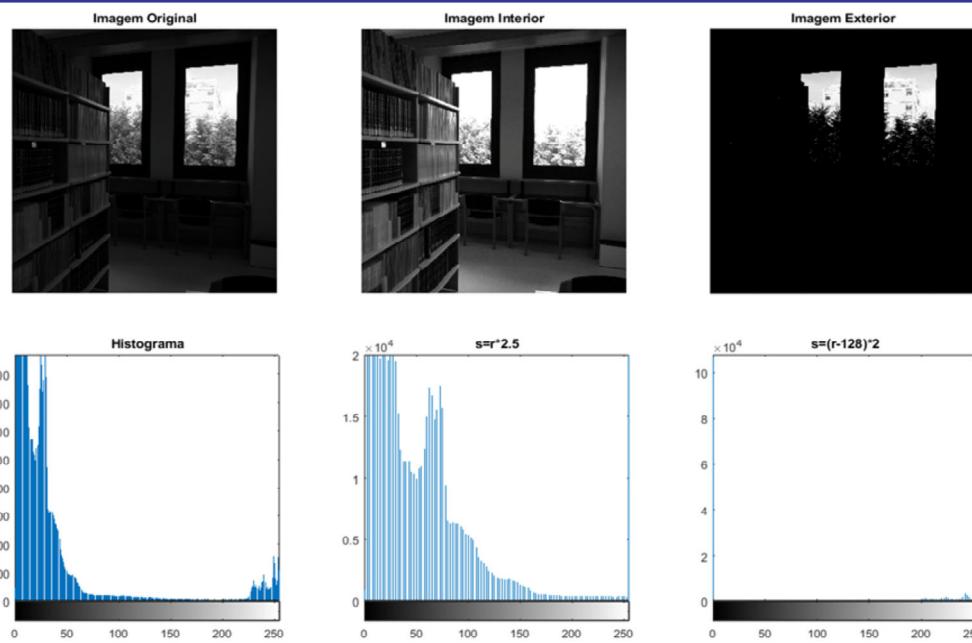
André Marçal, DM / FCUP

Transformação linear do histograma, com saturação

A zona de interesse numa imagem é frequentemente uma pequena secção da imagem. A transformação linear do histograma ‘óptima’ para toda a imagem pode não ser a mais conveniente para a zona de interesse. Isto acontece, por exemplo, em imagem com algumas áreas muito escuras e outras muito claras. Este problema pode ser resolvido utilizando uma transformação linear saturada do histograma.

(Figura adaptada de: NLN for Remote Sensing, 1997)

2.3 Transformação linear



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Transformação linear do histograma, com saturação

(Figura: André R.S. Marçal)

2.3 Transformação linear – Inversão / Negativo

Negativo de uma imagem

- Corrigem certos métodos de aquisição de imagem
- Pode melhorar a percepção visual da imagem

$$s = \text{MAX} - r$$

$$s = 255 - r \quad (\text{a } 8\text{bits Unsigned})$$

r – DN na imagem inicial

s – DN na imagem final

MAX – Máximo DN possível



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

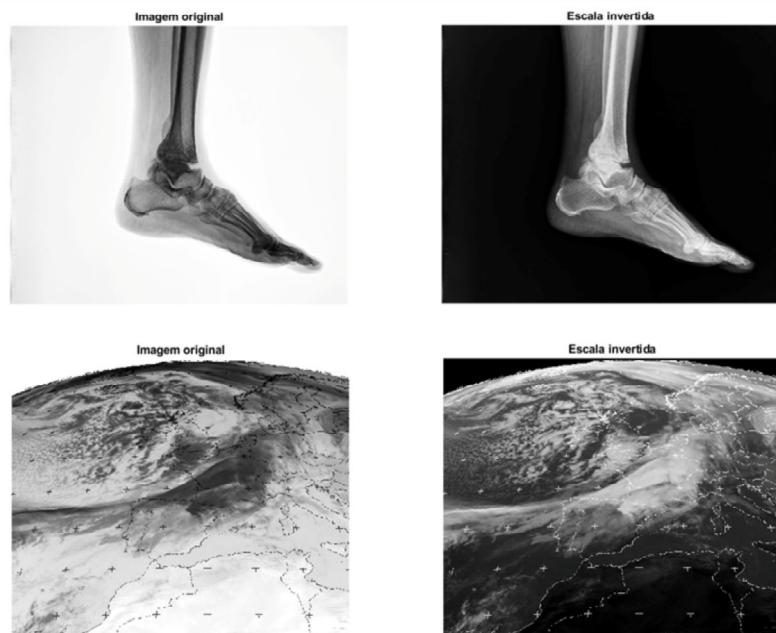
André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de Modificação de histograma – Inversão

Através de uma função de transformação linear (com declive -1), os níveis de cinzento da imagem original são invertidos (imagem negativo).

(Figura: André R.S. Marçal)

2.3 Transformação linear – Inversão / Negativo



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de Modificação de histograma – Inversão

Através de uma função de transformação linear (com declive -1), os níveis de cinzento da imagem original são invertidos (imagem negativo).

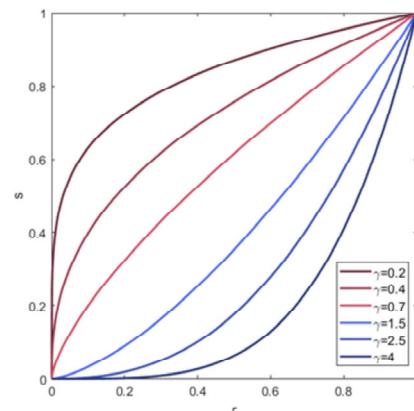
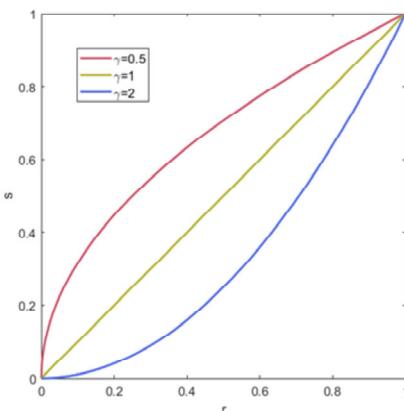
(Figura: André R.S. Marçal)

2.4 Transformações Gama

Transformação Gama (γ)

$$g(x,y) = [a f(x,y)]^\gamma = a^\gamma f(x,y)^\gamma$$

onde $f(x,y)$ e $g(x,y)$ são as intensidades de um pixel na posição (x,y) da imagem, antes e depois da transformação, e a e γ são constantes (normalmente $a=1$).



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de Modificação quadrática de histograma

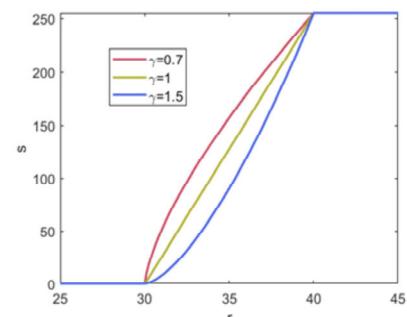
A aplicação de uma função de transformação quadrática resulta na expansão dos níveis mais altos (claros) da imagem original comprimindo os níveis mais baixos (escuros). No caso de se usar uma função de transformação do tipo raiz quadrada, há uma expansão dos níveis mais baixos (escuros) da imagem original comprimindo os níveis mais altos (claros).

(Figura: André R.S. Marçal)

2.4 Transformações Gama



Transformação Linear



Transformação Gama ($\gamma=0.7$)



Transformação Gama ($\gamma=1.5$)

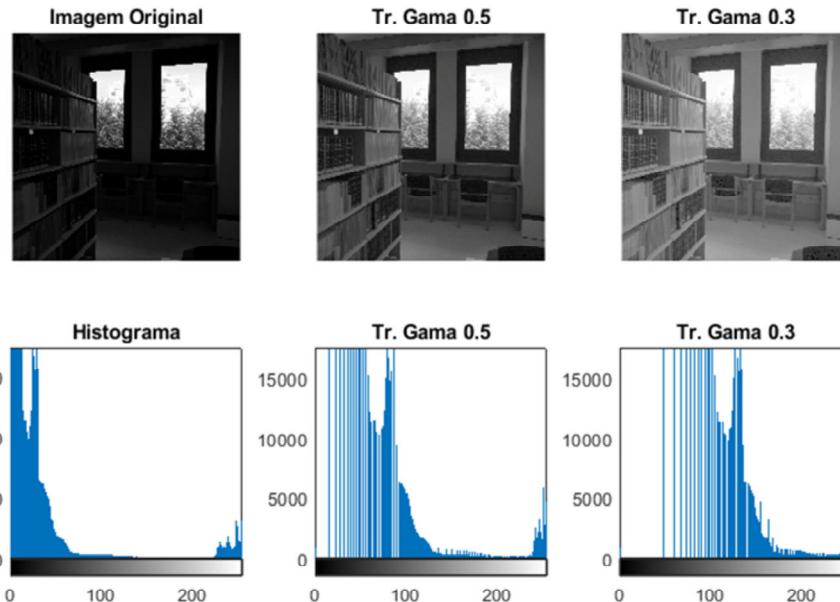
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de Transformação Gama

(Figura: André R.S. Marçal)

2.4 Transformações Gama



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

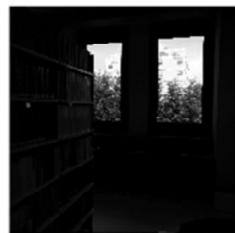
Exemplo de Modificação quadrática de histograma

A aplicação de uma função de transformação quadrática resulta na expansão dos níveis mais altos (claros) da imagem original comprimindo os níveis mais baixos (escuros). No caso de se usar uma função de transformação do tipo raiz quadrada, há uma expansão dos níveis mais baixos (escuros) da imagem original comprimindo os níveis mais altos (claros).

(Figura: André R.S. Marçal ; B.Girod, 2007

2.4 Transformações Gama

Tr. Gama 1.5



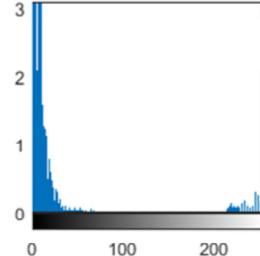
Tr. Gama 2.0



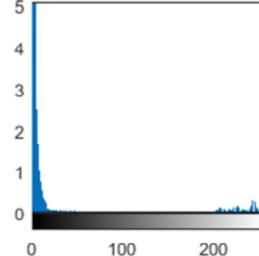
Tr. Gama 3.0



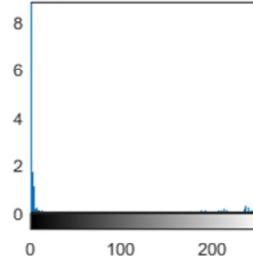
$\times 10^4$ Tr. Gama 1.5



$\times 10^4$ Tr. Gama 2.0



$\times 10^4$ Tr. Gama 3.0



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de Modificação quadrática de histograma

A aplicação de uma função de transformação quadrática resulta na expansão dos níveis mais altos (claros) da imagem original comprimindo os níveis mais baixos (escuros). No caso de se usar uma função de transformação do tipo raiz quadrada, há uma expansão dos níveis mais baixos (escuros) da imagem original comprimindo os níveis mais altos (claros).

(Figura: André R.S. Marçal ; B.Girod, 2007

2.4 Transformações Gama

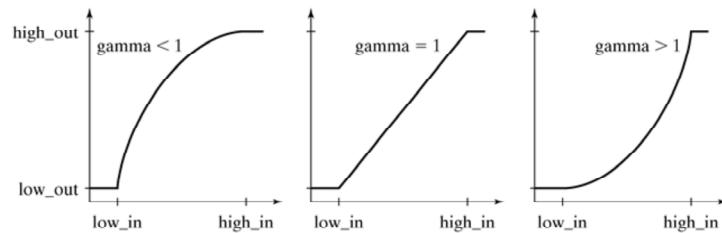
Imagen Original



`imadjust(f, [0.1 0.3], [0 1])`



`imadjust(f, [], [], 0.2)`



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Realce de imagem

Realce de uma imagem no MATLAB, usando a função **imadjust**.

(*Imagen original: © 2004 R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins*)

(*Figura: André R.S. Marçal*)

2.5 Equalização de Histograma

Considere-se uma imagem com uma gama de tons de cinzento r .

Numa primeira fase considera-se a imagem composta por pixels contínuos e normalizados, com intensidades $r \in [0,1]$.

Pretende-se determinar uma função de transformação de forma $s=T(r)$ que transforme o nível de cinzento r da imagem original no níveis.

A função $T(r)$ deve satisfazer as seguintes condições:

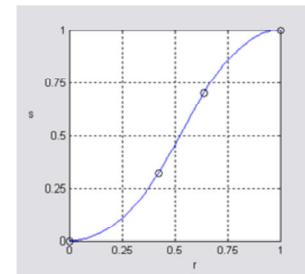
- (i) $T(r)$ é uma função monótona crescente no intervalo $[0,1]$
- (ii) O contradomínio de $T(r)$ está contido em $[0,1]$

A condição (i) garante que a ordem de tons de cinzento da imagem original é preservada. Isto é, $\forall i,k \in [0,1] r_i > r_k \Rightarrow s_i > s_k$

A transformação inversa, de s para r , é T^{-1}

$$r = T^{-1}(s), s \in [0,1]$$

A transformação T^{-1} também satisfaz as condições (i) e (ii).



Equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma

Uma vez que r e s são variáveis contínuas, a função histograma (número de pixels em cada nível de cinzento) na imagem original e transformada podem ser vistos como funções de densidade de probabilidade $p_r(r)$ e $p_s(s)$, desde que estas estejam normalizadas.

A função densidade de probabilidade de uma imagem pode ser escrita à custa de $p_r(r)$

$$p_s(s)ds = [p_r(r)dr]_{r=T^{-1}(s)} \Leftrightarrow p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \quad (*)$$

Considere-se a seguinte função de transformação T

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(r')dr' \quad 0 \leq r \leq 1 \quad r' = r$$

A função $T(r)$ definida é o histograma cumulativo. Esta função de transformação satisfaz as condições (i) e (ii) impostas.

Derivando s em ordem a r , e substituindo $\frac{ds}{dr} = p_r(r)$ em (*), obtém-se $p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)}$

Ou seja, $p_s(s) = 1$, o que corresponde a um histograma uniforme.

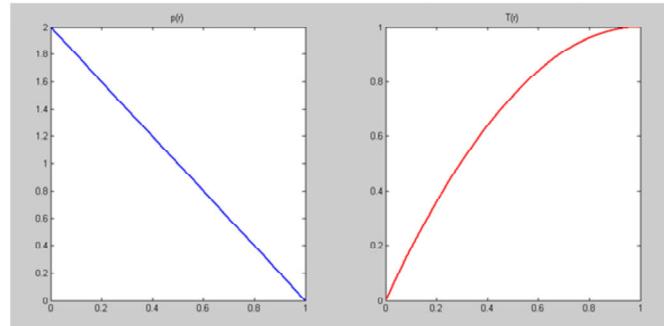
Utilizando como função de transformação o histograma cumulativo de r , obtém-se uma imagem cujo histograma é uniforme (ocupação igual de todos os níveis de cinzento).

Equalização de histograma

2.5 Equalização de Histograma

EXEMPLO

$$p_r(r) = \begin{cases} 0, & r < 0 \\ -2r + 2, & 0 \leq r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases}$$



A função $p_r(r)$ está normalizada – $\int_{-\infty}^{+\infty} p_r(r) dr = \int_0^1 (-2r + 2) dr = \left[-r^2 + 2r \right]_0^1 = -1 + 2 = 1$

Utilizando como função de transformação $T(r)$ a função cumulativa da densidade de probabilidade $p_r(r)$, obtém-se:

$$S = T(r) = \int_0^r (-2r' + 2) dr' = \left[-r'^2 + 2r' \right]_0^r = -r^2 + 2r$$

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

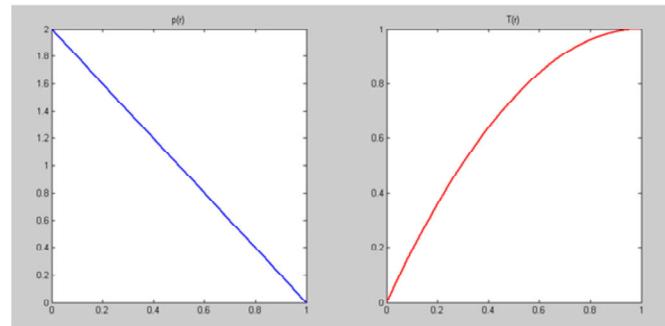
2.5 Equalização de Histograma

$$s = -r^2 + 2r \Leftrightarrow$$

$$r = \begin{cases} 1 + \sqrt{1-s} \\ 1 - \sqrt{1-s} \end{cases}$$

Uma vez que $r \in [0,1]$,
apenas a solução
 $r = 1 - \sqrt{1-s}$
é adequada.

$$T^{-1}(s) = 1 - \sqrt{1-s}$$



Verificação que a imagem obtida tem histograma uniforme:

$$\begin{aligned} p_s(s) &= \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \Leftrightarrow p_s(s) = \left[(-2r+2) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \Leftrightarrow p_s(s) = \left[(-2\sqrt{1-s}) \frac{ds}{dr} (1-\sqrt{1-s}) \right]_{r=1-\sqrt{1-s}} \\ &\Leftrightarrow p_s(s) = \left[-2(1-s)^{1/2} \left(-\frac{1}{2} \right) (1-s)^{-1/2} \right]_{r=1-\sqrt{1-s}} = 1 \quad 0 \leq s \leq 1 \end{aligned}$$

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma

Em processamento digital de imagem é necessário adaptar os conceitos apresentados para variáveis discretas.

A função densidade de probabilidade passa a ser

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad 0 \leq r_k \leq 1 \quad k=0,1,\dots,K-1$$

Onde k é o nível de cinzento numa imagem com K níveis disponíveis, n_k é o número de pixels com valor k , e n é o número total de pixels da imagem.

A função $p_r(r_k)$ é a função histograma normalizado.

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad 0 \leq r_k \leq 1 \quad k=0,1,\dots,K-1$$

A função s_k corresponde ao histograma cumulativo normalizado.

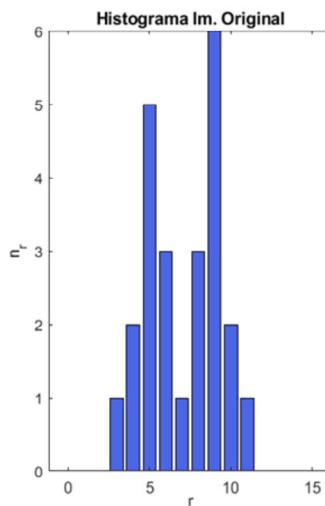
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Equalização de histograma

(Figura: A.R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma



inicial (r)	histograma (n_r)	hist.cumul. (c_r)	f(r)	final (s)
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	1	1	0.6250	1
4	2	3	1.8750	2
5	5	8	5.0000	5
6	3	11	6.8750	7
7	1	12	7.5000	8
8	3	15	9.3750	9
9	6	21	13.1250	13
10	2	23	14.3750	14
11	1	24	15.0000	15
12	0	24	15.0000	15
13	0	24	15.0000	15
14	0	24	15.0000	15
15	0	24	15.0000	15

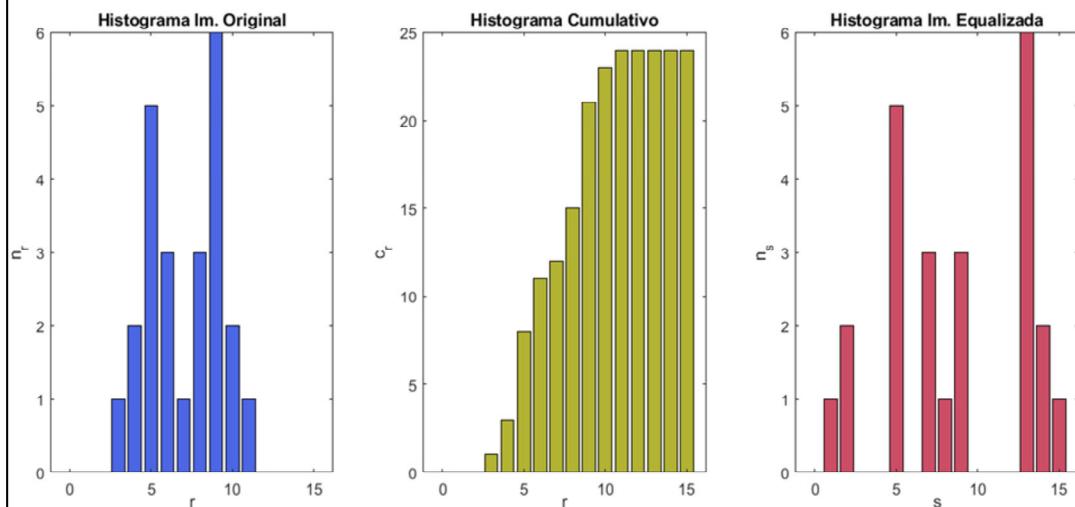
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma



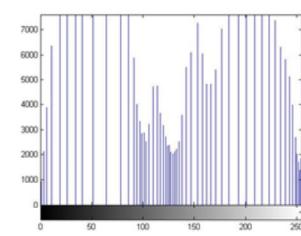
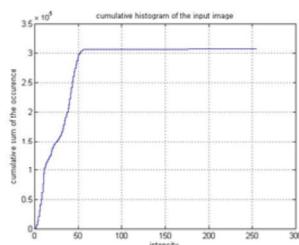
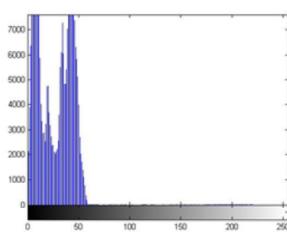
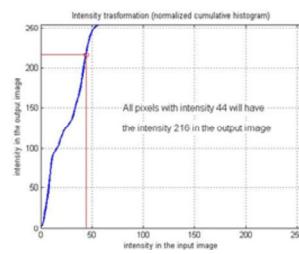
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

C.S.Esq. - Imagem original.

C.I.Esq. – Histograma da imagem original.

Cento em Baixo - Histograma cumulativo.

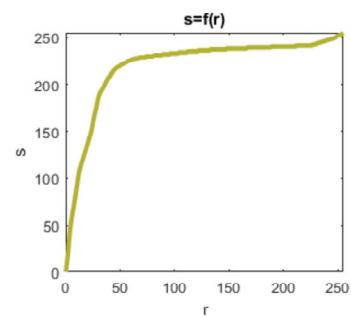
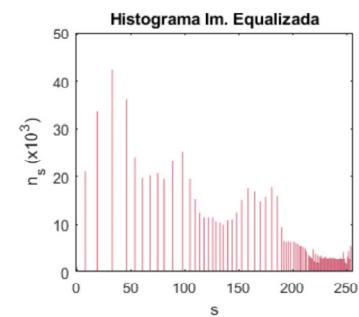
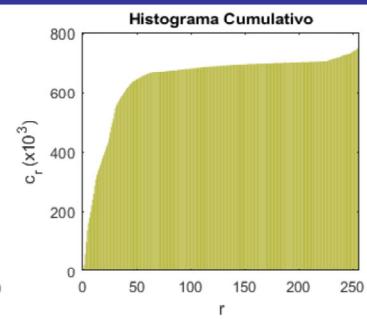
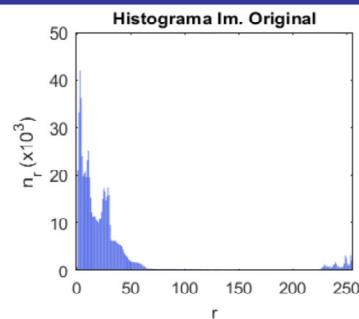
Cento em Cima – Função de Transformação.

C.S.Dir. - Imagem equalizada.

C.I.Dir. – Histograma da imagem equalizada.

(Figuras adaptadas de Svoboda, 2008)

2.5 Equalização de Histograma



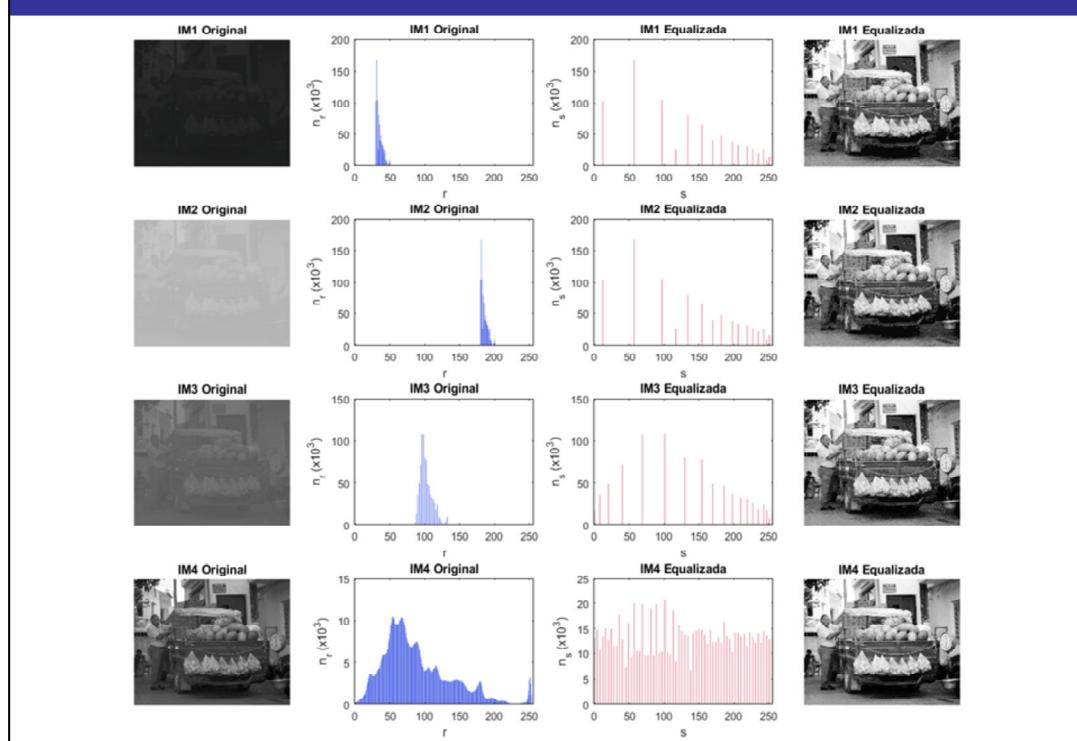
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.5 Equalização de Histograma

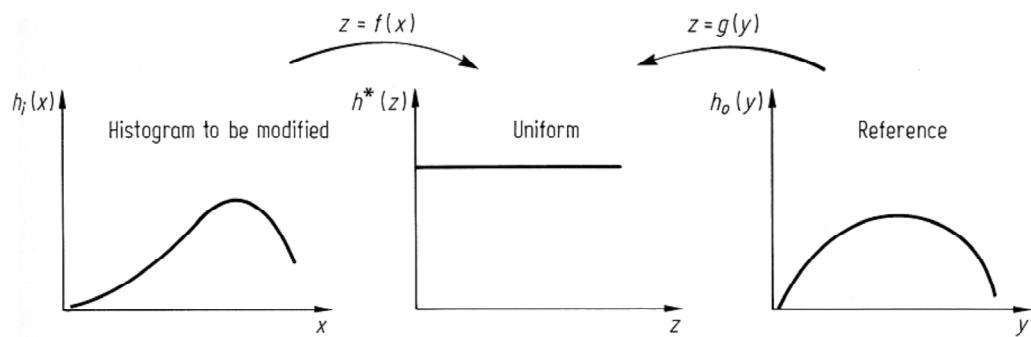


Exemplo de equalização de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.6 Especificação de Histograma

'Histogram matching'



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

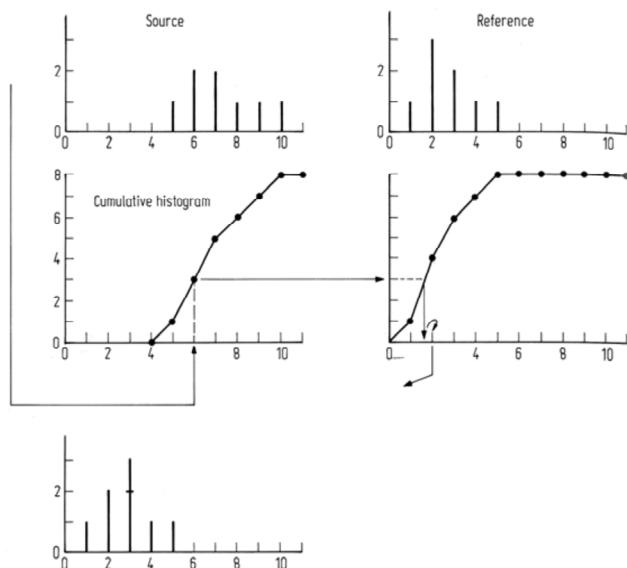
André Marçal, DM / FCUP

Especificação de histograma

Esquema da metodologia usada para a especificação de histograma (ou adaptação de histograma, 'histogram matching').

(Figura: Richards, 1999)

2.6 Especificação de Histograma



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

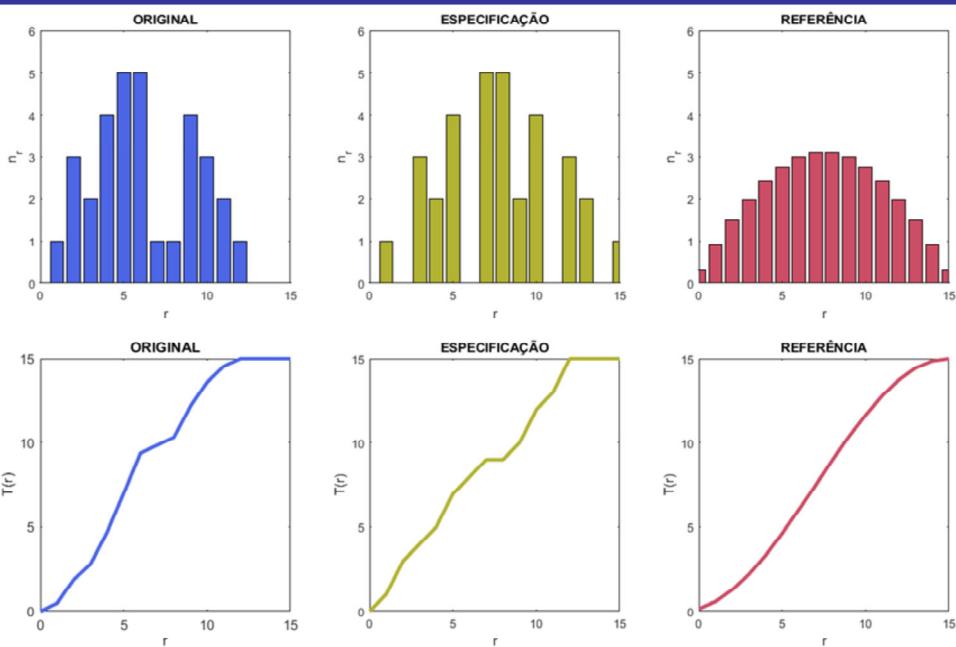
André Marçal, DM / FCUP

Especificação de histograma

Esquema dos vários passos para se fazer a especificação de histograma entre uma imagem inicial ('source') e uma imagem referência ('reference').

(Figura: Richards, 1999)

2.6 Especificação de Histograma



Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de especificação de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.6 Especificação de Histograma

nível (r)	Original (T_o)	Referência (T_{ref})	Referência (T_{ref}^{-1})	final (s)
0	0	0.1441 → 0	0 ← 0	0
1	0.4688 → 0	0.5709 → 1	1 ← 0.5709	1
2	1.8750 → 2	1.2640 → 1	2 ← 1.2640	3
3	2.8125 → 3	2.1967 → 2	3 ← 2.1967	4
4	4.6875 → 5	3.3332 → 3	4 ← 3.3332	5
5	7.0313 → 7	4.6299 → 5	5 ← 4.6299	7
6	9.3750 → 9	6.0368 → 6	6 ← 6.0368	8
7	9.8438 → 10	7.5000 → 8	7 ← 7.5000	9
8	10.312 → 10	8.9630 → 9	8 ← 8.9630	9
9	12.187 → 12	10.370 → 10	9 ← 10.370	10
10	13.594 → 14	11.667 → 12	10 ← 11.667	12
11	14.531 → 15	12.800 → 13	11 ← 12.800	13
12	15	13.736 → 14	12 ← 13.736	15
13	15	14.420 → 14	13 ← 14.420	15
14	15	14.855 → 15	14 ← 14.855	15
15	15	15	15 ← 15	15

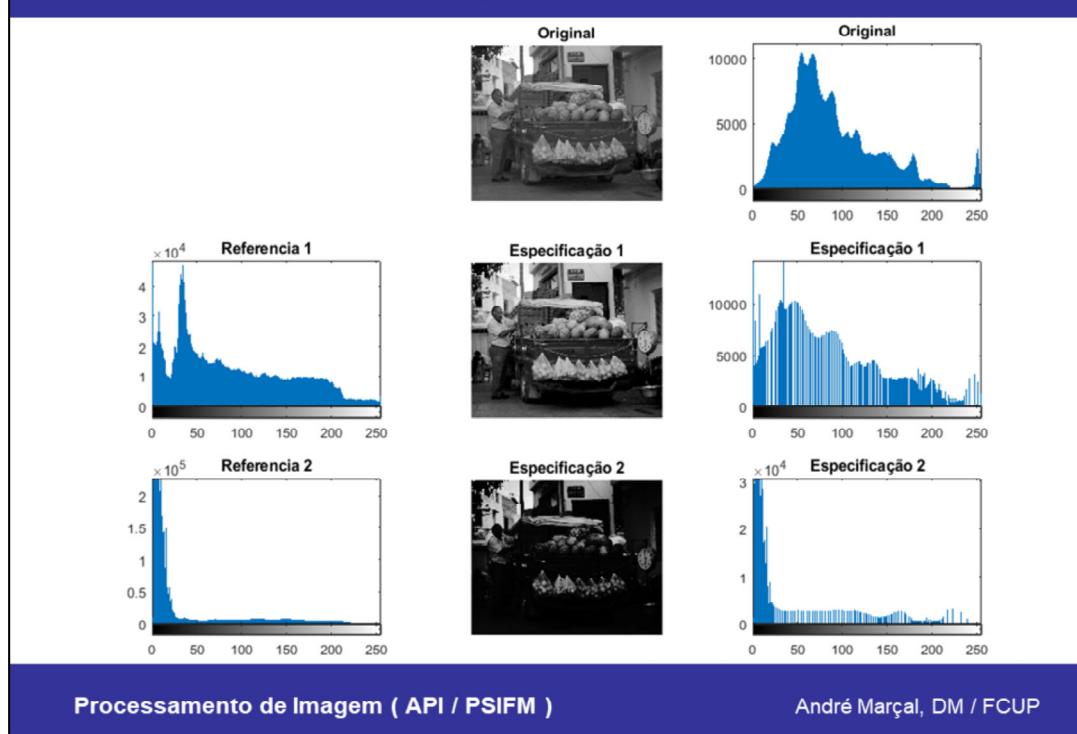
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de especificação de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

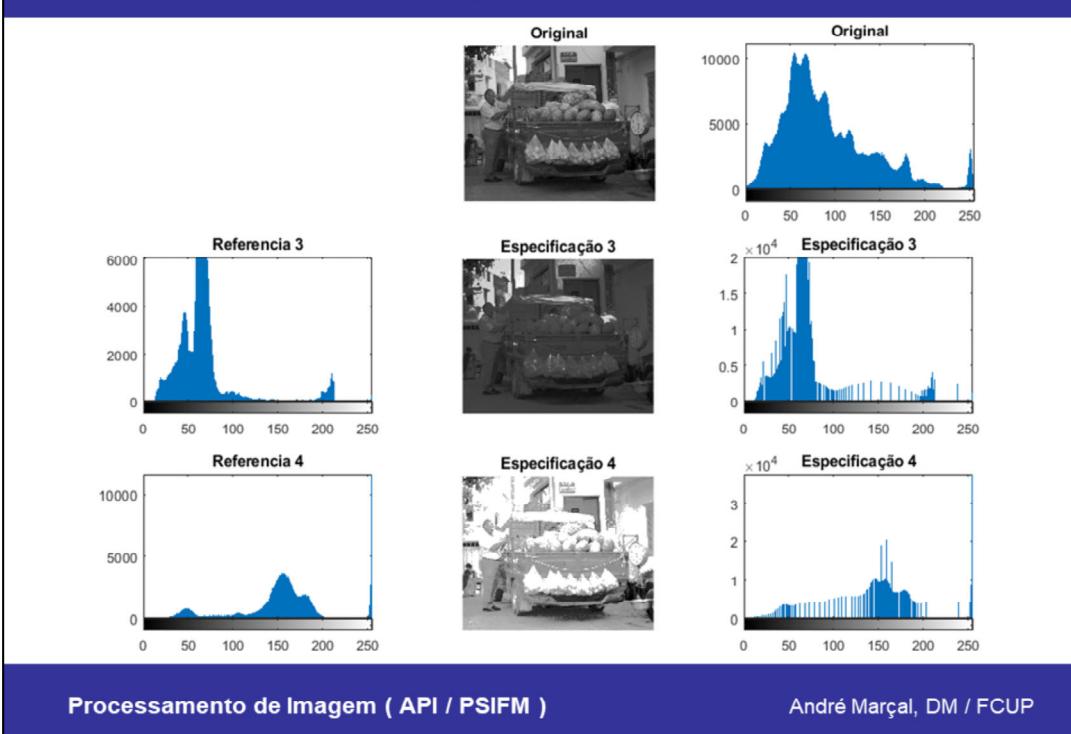
2.6 Especificação de Histograma



Exemplo de especificação de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.6 Especificação de Histograma



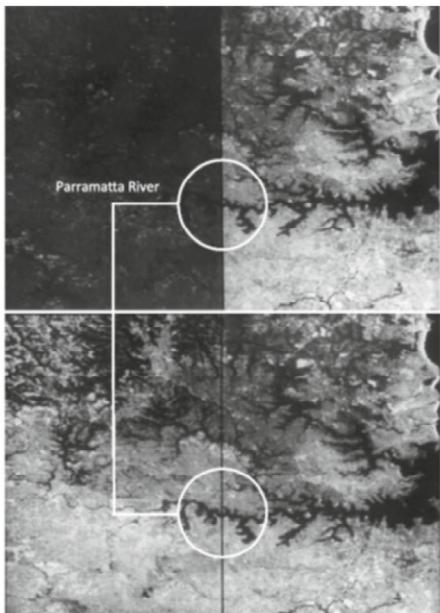
Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de especificação de histograma

(Figura: André R.S. Marçal)

2.6 Especificação de Histograma



Original

Exemplo

Especificação
de histograma

'Histogram matching'

Final

Processamento de Imagem (API / PSIFM)

André Marçal, DM / FCUP

Exemplo de especificação de histograma

Em cima a versão original de 2 imagens Landsat MSS adjacentes, obtidas em diferentes estações do ano (esquerda – Outono, direita – Verão). Devido às diferentes condições de iluminação, os histogramas destas imagens são muito diferentes e a junção não é harmoniosa. Fez-se a especificação de histograma da imagem de Outono, usando a imagem Verão como referência. O resultado (em baixo) permite que se faça a junção das 2 imagens (mosaico) de forma muito mais satisfatória.

(Figura: Richards, 2013)