Mestrado em Física Médica
DFA
Faculdade de Ciências
Universidade do Porto

Métodos Numéricos em Física Médica
7ª aula

ESTATÍSTICA III

Pedro Teles
ppteles@fc.up.pt
Porto, 28 de Abril de 2020

O João sabe que ao longo de um ano, num centro de radiologia, cerca de 60 pacientes são diagnosticados com cancro.

1. Qual a probabilidade de no centro ser diagnosticado um cancro em uma hora de um dia?

2. Qual a probabilidade de ter 10 diagnósticos de cancro diferentes em 100 horas?

$$p(hora) = \frac{p(ano)}{365 \times 24} \cong 0{,}007/hora$$

$$P(n,k) = \frac{100!}{10!90} 0{,}007^{10} \cancel{0{,}993^{90}}$$

VI. Distribuição de Poisson.

- A distribuição de Poisson é também uma distribuição para variáveis discretas.
- A distribuição de Poisson deve ser utilizada para cálculos de probabilidades de eventos que ocorrem com uma determinada frequência no tempo.
- A distribuição de Poisson pode ser vista como o caso limite da distribuição binomial em que $\lambda = np$, $n \to \infty$, e $p \ll 1$.

$$P(k, \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

VII. Distribuição Poisson.

Distribuição (pmf)	$P(k,\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$
Cumulativa (cdf)	$cdf(k,n) = \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$
média	λ
mediana	$\approx \lambda + \frac{1}{3} - \frac{0{,}02}{\lambda}$
moda	$\lfloor \lambda - 1$ ou $\lfloor \lambda$
variância	λ
desvio padrão	$\sqrt{\lambda}$

pmf= probability mass function
cdf = cumulative distribution function

$\lceil \rightarrow$ ceiling

$\lfloor \rightarrow$ floor

python

VII. Distribuição de Poisson.

Quando utilizar a distribuição de Poisson?

- Se o problema envolver uma taxa média de ocorrência num intervalo de tempo, e se pretender determinar a probabilidade de ocorrência de k eventos num intervalo, utiliza-se a distribuição de Poisson.
- Se é fornecido um valor exacto de probabilidade e for pedido para determinar um valor de probabilidade de ‘k’ sucessos em ‘n’ ocorrências, é a função binomial.

Identificar qual destes resulta numa distribuição de Poisson:

- Um centro de medicina nuclear aparecem em média 400 pacientes para realizar cintigrafias ósseas num mês. Qual a probabilidade de num dia, aparecerem 20 pacientes para realizar uma cintigrafia óssea? → Distribuição de Poisson
- Num centro de radiologia, a probabilidade de ocorrer um erro na determinação da dose pelo computador é de 0.7%. Se eu realizar dois procedimentos, qual a probabilidade de obter dois erros no valor da dose? → Distribuição binomial

O João compilou numa base de dados as doses efectivas em todos os procedimentos de TC do tórax realizado num centro de radiologia ao longo de 20 anos.

Qual o intervalo de valores onde vou encontrar 95% dos resultados?

Distribuição de Gauss

VI. Distribuição de Gauss.

- A distribuição de Gauss ou distribuição normal é uma distribuição para variáveis ***contínuas***.
- A distribuição de Gauss tem uma enorme importância em ciência devido ao **teorema do limite central**
- O teorema do limite central diz-nos que para números suficientemente grandes, i.e., quando o tamanho da nossa amostra $\mathrm{N} \to \infty$, os valores das variáveis são descritos por distribuições normais.
- As distribuições normais possuem propriedades muito interessantes, que permitem determinar onde ficará uma determinada % dos valores (ex: 68% encontram-se dentro do intervalo $[\mu - 1\sigma, \mu + 1\sigma]$, 95% encontram-se no intervalo $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$,99,7% no intervalo $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$....

$$P(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - x}{\sigma}\right)^2}$$

VII. Distribuição Gauss.

Distribuição (pdf)	$P(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-x}{\sigma}\right)^2}$
Cumulativa (cdf)	$cdf(k,n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-x}{\sigma}\right)^2} dx$
média	μ
mediana	μ
moda	μ
variância	σ^2
desvio padrão	σ

pdf= probability density function
cdf = cumulative distribution function

python

- Distribuição binomial (o que é, quando se obtº
- , quando deve ser utilizada)

- Distribuição de Poisson (..., pode ser vista como um caso limite da distribuição binomial)

- Distribuição de Gauss (...., pode ser vista com um caso limite da distribuição de Poisson – TLC)