Processamento de Imagem
2 - Operações Pontuais

Análise e Processamento de Imagem (M4031, M4094)

Processamento de Sinal e Imagem em Física Médica (F4012)

[Conteúdo]

click on it

André R. S. Marçal

Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências, Univ. Porto (FCUP)
http://www.fc.up.pt/pessoas/andre.marcal

versão 1.2 - 23 Fevereiro 2021

Conteúdo

1 Introdução

Uma imagem pode ser definida como uma função I: $\Omega \to$ R, onde Ω é o conjunto de valores (x,y) correspondente à posição (linha,coluna), e R o conjunto de valores numéricos r (intensidades) associados aos elementos do domínio (pixels da imagem). Uma vez que se trata de uma imagem digital, as variáveis x,y,r são discretas, sendo habitual considerar inteiros não negativos para x e y. Ou seja, para uma imagem de N$\times$M pixels, x={1,2,...,N} e y={1,2,...,M}. A imagem digital é uma função de 2 variáveis, I(x,y), com domínio Ω={1,2,...,N}$\times${1,2,...,M}.

O contradominio R da função I(x,y) depende da estrutura de dados da imagem. Por exemplo, para uma imagem de 8-bits sem sinal (`uint8`), R é o conjunto de inteiros entre 0 e 255. No caso de uma imagem binária, r pode tomar apenas um de 2 valores (0 ou 1), ou seja R={0,1}. Para uma imagem da classe `double` (real, 8 bytes), habitualmente considerado o intervalo [0,1] para R, sendo a aproximação a um número real limitada pela precisão de representação computacional (aproximadamente 2×10^{-16}).

1.1 Operaçoes pontuais

Uma operação pontual consiste na aplicação de uma função de transformação às intensidades (níveis de cinzento) associadas a cada pixel. Ou seja, uma função f da forma

$$\begin{aligned} \text{f: } & \text{R} \to \text{S} \\ & \text{r} \to \text{s} \end{aligned}$$

sendo R e S os conjuntos de valores numéricos r e s (intensidades) possíveis nas imagens inicial e final. A função apenas considera o valor da intensidade do pixel (r), e não da sua posição (x,y) na imagem. A aplicação da operação pontual f a uma imagem I(x,y) dá origem a uma nova imagem J(x,y), sendo J(x,y)=f(I(x,y)).

Há várias razões para se aplicar uma operação pontual a uma imagem, que podem essencialmente ser agrupadas em 3 casos:

- Alteração da estrutura dos dados.
- Para melhorar a percepção visual da imagem.
- Calibração radiométrica da imagem.

No primeiro caso, em geral S$\neq$R, podendo haver um aumento ou diminuição do número de níveis disponíveis. Por exemplo, a conversão de 16 bits (65536 níveis) para 8 bits (256 níveis) pode ser feita usando uma função f(r)=r/256, que faz corresponder a gama de valores R (0 a 65535) para S (0 a 255), arredondando ao inteiro mais próximo (ou de -32768 a 32767 para -128 a 127, com sinal).

No segundo caso normalmente S=R, sendo o objetivo melhorar a percepção visual da imagem sem alterar a gama de valores disponíveis para as intensidades , ou níveis de cinzento. Serão abordados posteriormente vários tipos de funções para executar esta tarefa.

No caso da calibração radiométrica é também normal termos S$\neq$R. O objectivo é converter os valores numéricos de intensidade (nível de cinzento) para uma grandeza física, como por exemplo a reflectância.

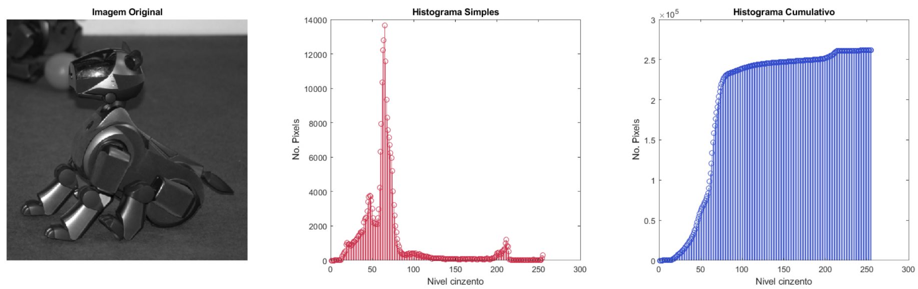

Figura 1: Imagem de 8-bits (0-255) com 512x512 pixels (esquerda) e os respectivos histogramas, simples (centro) e cumulativo (direita).

1.2 Histogramas

O histograma é uma ferramenta de apoio particularmente útil para aplicação de operações pontuais a uma imagem. O histograma simples apresenta o número de observações (pixels) em cada classe (intervalo de níveis de cinzento), normalmente em forma gráfica. Por exemplo, para a imagem de teste apresentada na figura 1 (esquerda), que tem 512x512 pixels com intensidades (níveis de cinzento) entre 0 e 255 (8-bits sem sinal), o histograma é apresentado como um gráfico de colunas (figura 1, centro). Neste caso o número de classes (colunas) usado para criar o histograma é igual ao número de níveis de cinzento (256). A observação do histograma da imagem permite verificar que a maior parte dos pixels tem valores baixos, ou seja a imagem tem predominantemente tonalidades escuras. A média é 68.5 e a mediana 63, sendo 65 o nível mais frequente, com 13642 pixels (cerca de 5.2%).

Uma outra forma de representação gráfica, menos comum, é o histograma cumulativo, onde é apresentado o número de observações (pixels) em todos os intervalos de classe até o intervalo de classe especificado. No exemplo da figura 1, o histograma cumulativo (direita) apresenta o número de pixels que tem tonalidade igual ou inferior a cada nível, de 0 a 255. O valor para 255 é o número total de pixels da imagem, neste caso 262144 (512*512).

Uma vez que o número de pixels numa imagem é normalmente muito elevado, é habitual apresentar-se o histograma em valores de fequência (n^{o} pixels na classe / n^{o} total de pixels). O histograma nesse caso pode ser visto como uma função de densidade de probabilidade, e o histograma cumulativo como uma função de distribuição. Também é comum usar uma escala (barra) de níveis de cinzento no eixo das abcissas, o que para dados a 8-bits sem sinal será uma escala com 256 níveis de cinzento, de preto (0) a branco (255). Um exemplo de histograma com a barra de níveis cinzento é apresentado na figura 2 (direita).

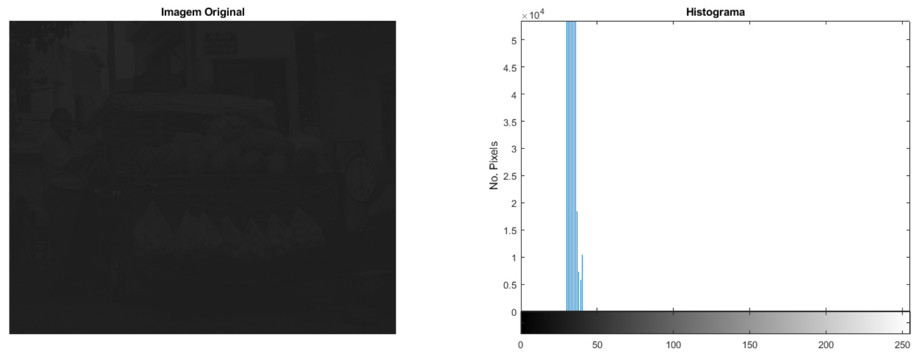

Figura 2: Imagem de teste 'Creta' (esquerda), com baixo contraste, e respectivo histograma (direita).

2 Transformações Lineares

As operações pontuais consideradas aqui assumem que o domínio (escala de níveis de cinzento) não é alterado, ou seja S=R (secção 1.1). Uma função de transformação linear f(r), que actua nos nível de intensidade (cinzento) r de uma imagem, é definida à custa dos parâmetros α e β, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{f: } & \text{R} \rightarrow \text{R} \\ & \text{r} \rightarrow \alpha\ \text{r} + \beta \end{aligned}$$

O parâmetro α (multiplicativo) corresponde à variação de contraste, com valores < 1 para diminuição e > 1 para aumento de contraste. O parâmetro β (aditivo) corresponde à variação de luminosidade, com valores positivos/negativos para aumento/diminuição de luminosidade (em inglês *brightness*). Estes dois parâmetros são usados em muitos sistemas (monitores, televisões, etc.) para permitir a alteração da apresentação da imagem com vista a uma melhor percepção visual. O processo é ilustrado usando uma imagem com "baixo contraste", isto é que usa uma faixa pequena dos níveis de cinzento dísponíveis. A figura 2 mostra a imagem de teste 'Creta' e o respetivo histograma, podendo ser facilmente verificado que a imagem é muito escura e com muito pouca diversidade de níveis de cinzento. De facto a imagem usa apenas 11 níveis de cinzentro, entre 30 e 40, pelo que na presente forma é muito difícil analisar visualmente esta imagem.

A aplicação de uma transformação linear adequada permite alterar os níveis de cinzento dos pixels da imagem, e produzir uma nova versão mais favorável do ponto de vista da interpretação visual. A variação de luminosidade consiste na adição (ou subtração) de um valor constante para todos os níveis de cinzento. A figura 3 mostra as imagens resultantes (1ª linha) e respectivos histogramas (2ª linha) para aumentos de luminosidade (β) de 50, 100 e 150. Estas imagens são mais claras do que a versão inicial, mantendo no entanto o baixo contraste que dificulta a percepção de diferenças entre as várias zonas da imagem.

O aumento de contraste consiste na multiplicação dos níveis de cinzento iniciais por um factor multiplicativo (α) > 1, o que é ilustrado na figura 3 (3ª linha) para valores de $\alpha = 2$, 4 e 6. Como se pode ver nos histogramas

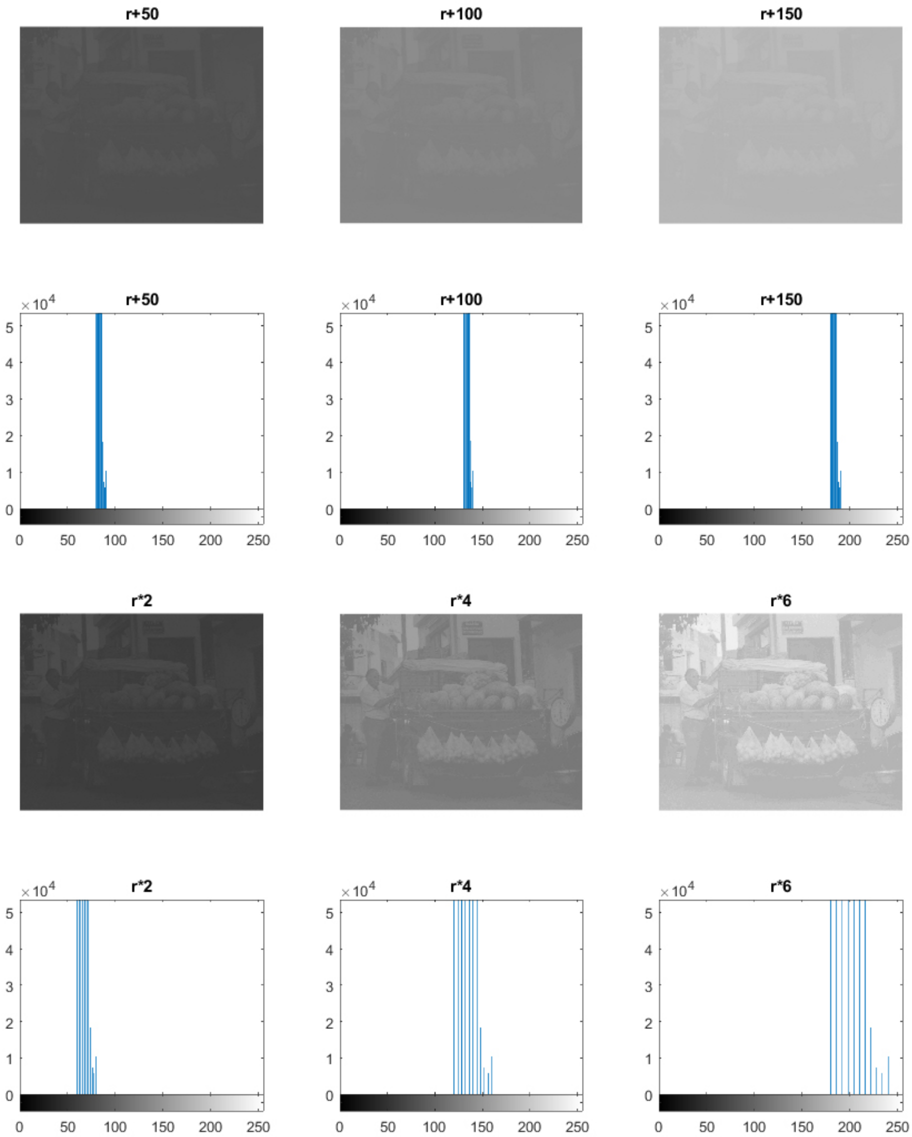

Figura 3: Exemplo de variações de contraste e luminosidade na imagem de teste 'Creta': aumento de luminosidade (β) de +50, +100 e +150 (1^{a} linha), respectivos histogramas (2^{a} linha), aumento de contraste de 2, 4 e 6 (3^{a} linha), e respectivos histogramas (4^{a} linha).

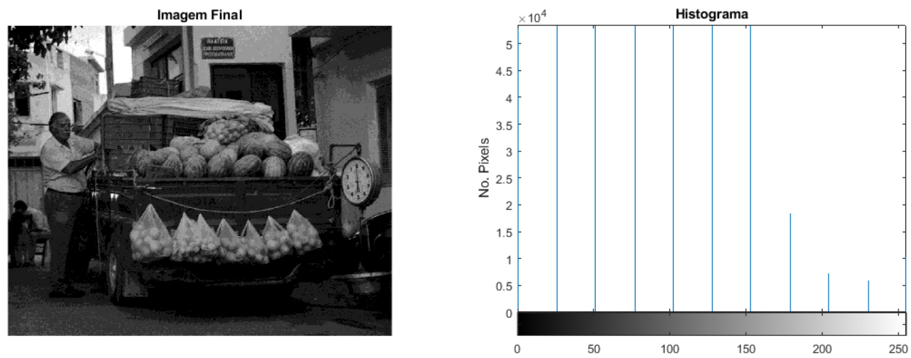

Figura 4: Imagem de teste 'Creta' após transformação linear optimizada (esquerda), e respectivo histograma (direita).

destas imagens (4ª linha), a gama de valores utilizados é alargada, o que resulta numa maior capacidade de descriminação visual do conteúdo da imagem. No entanto, à medida que o valor de α aumenta os valores aproximam-se do máximo disponível (255), impedindo assim um maior aumento de contraste sem provocar saturação.

2.1 Transformação linear otimizada

No exemplo de aumento de contraste com α=6 (figura 3) os níveis de cinzento ocupados passaram de 30-40 para 180-240. Ou seja, passou a usar-se uma faixa com 61 níveis de cinzento, em vez dos 11 níveis na imagem original. Este aumento de contraste resultou numa imagem mais favorável, do ponto de vista da interpretação visual, e também bastante mais clara. No entanto, nesta imagem são usados apenas cerca de 1/4 dos níveis disponíveis (256). Uma possível melhoria seria aumentar ainda mais o contraste (α), aplicando simultâneamente uma redução de luminosidade (β negativo) para evitar saturação. Por exemplo, se usarmos α=10, os níveis iniciais passariam a tomar valores entre 300 e 400, pelo que poderiamos usar um β=-200 para ajustar estes valores para o intervalo [100,200]. Esta versão da imagem tem 10x mais contraste do que a imagem original, mas ainda assim só cerca de 40% dos níveis disponíveis são usados. É possível calcular os valores de α e β ótimos na prespectiva de utilização da gama de valores díspóniveis, através das equações abaixo, onde r_{min} e r_{max} são os níveis minimos e máximos na imagem original e N_r é o nível máximo (escala de 0 a N_r).

$$\alpha = N_r/(r_{max} - r_{min}) \qquad\qquad \beta = -\alpha r_{min} \tag{1}$$

No caso da imagem 'Creta', uma vez que r_{min}=30, r_{max}=40 e N_r=255, os valores dos parâmetros da transformação linear ótima são α=25.5 e β=-765, ou seja s=f(r)=25.5r-765. A imagem resultante da aplicação desta operação pontual é apresentado na figura 4 assim como o correspondente histograma. Esta imagem é claramente mais fácil de interpretar do que a original (figura 2) ou qualquer das versões obtidas através de ajustes de apenas luminosidade ou

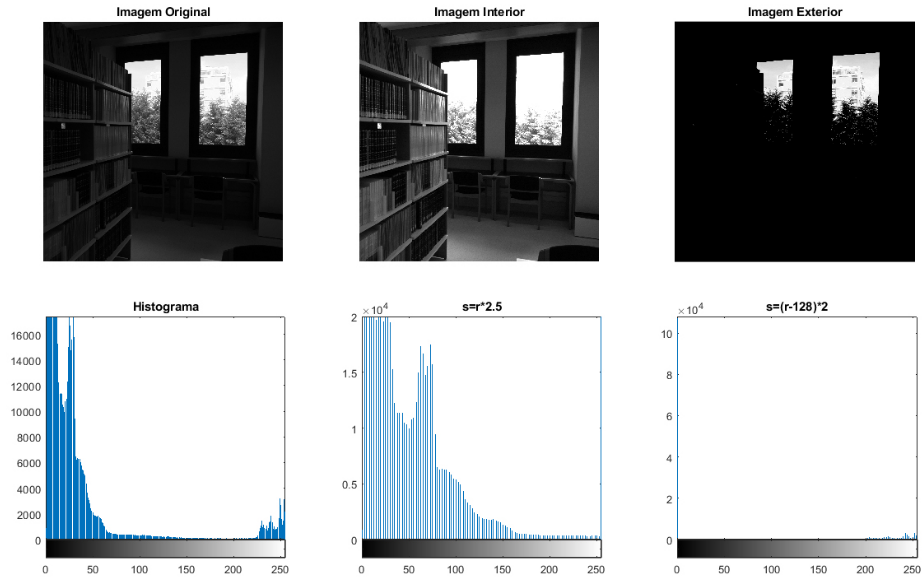

Figura 5: Imagem 'BibFCUP' (esquerda) e resultado de transformações lineares saturadas para o interior (centro) e exterior (direita), e respectivos histogramas.

contraste (figura 3). Apesar da função de transformação linear ótima funcionar muito bem neste caso, a abordagem descrita tem algumas fragilidades. Por exemplo, bastaria haver apenas 1 pixel com nível 0 e 1 pixel com nível 255 para que não produzisse qualquer alteração, apesar de visualmente a imagem ser praticamente a mesma (só 2 pixels alterados em cerca de 260 mil).

2.2 Transformações lineares com saturação

Normalemente as implementações computacionais (em *software* de processamento de imagem) usam uma versão modificada da transformação linear otimizada , considerando percentis muito próximos de 0 e 1 para os parâmetros r_{min} e r_{max} (secção 2.1), em vez dos valores minimos e máximos. Por exemplo, com os percentis 0.001 e 0.999, as intensidades consideradas para a imagem 'Creta' são as correspondente aos pixels com 262ª maior / menor intensidade, havendo potencialmente alguma saturação (para uma pequena fração dos pixels da imagem original).

Uma outra abordagem consiste em deliberadamente saturar uma parte considerável da imagem, caso a zona de interesse corresponda apenas a uma parte bem definida da gama de intensidades. Por exemplo, a imagem 'BibFCUP' (figura 5) tem pixels muito escuros, do interior do edificio e muito claros, do exterior. Neste caso transformação linear otimizada não tem qualquer efeito, uma vez que há um conjunto grande de pixels com valores ´nas extremidades (níveis 0 e 255). A figura 5 mostra as imagens resultantes de aplicações lineares com saturação, escolhidas para realçar o interior (centro) e exterior (direita). Para a imagem do interior foi usado um valor de α=2.5 e β= 0, ou seja s=2.5r, saturando (a 255) todos os pixels com intensidade superior a 102 na imagem

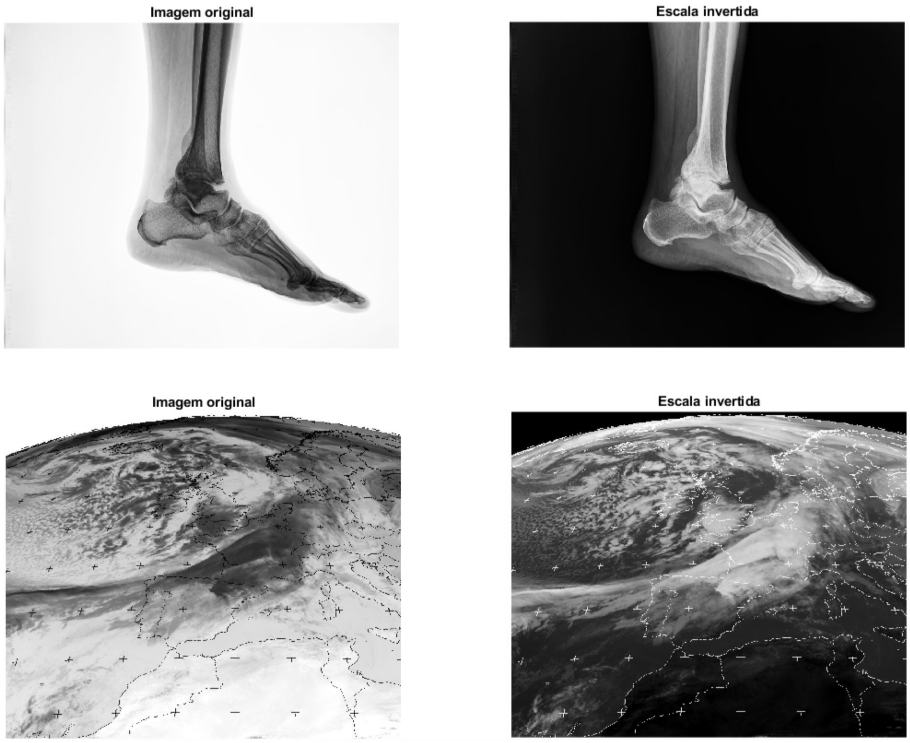

Figura 6: Exemplo de imagens originais (esquerda) onde é mais favorável usar uma escala de intensidades invertida (direita): radiografia (em cima), imagem de satélite de infravermelho térmico (baixo).

original. Para a imagem do exterior foi usado um valor de α=2 e β=-256, ou seja s=2r-256, saturando (a 0) todos os pixels com intensidade inferior a 128 na imagem original.

2.3 Outras transformações lineares

Em geral pretende-se preservar a ordem relativa dos níveis de cinzento. Isto é, $r_i > r_j \implies s_i \geq s_j$ $\forall$ i,j $\in$ R . A ideia é que a modificação ou realce da imagem não altere a posição relativa dos pixels na escala de cinzento. Há no entanto alguns tipos de imagem onde a utilização da escala de cinzento invertida permite uma maior facilidade de interpretação. A figura 6 apresenta 2 exemplos onde é habitual usar-se a escala de tons de cinzento invertida (direita), em vez da normal (esquerda): uma radiografia (em cima) e uma imagem de satélite de infravermelho térmico (em baixo). Nesta imagem, as nuvens aparecem quase a branco (o que parece natural), apesar da radiância recebida ser muito baixa.

A função de transformação (linear) usada para a inversão da escala é s=R_{max}-(r-R_{min}), onde R_{max} e R_{min} são o maior e menor valores possíveis no dominio R. Por exemplo, para imagens de 8 bits sem sinal (níveis 0 e 255), s=255-r.

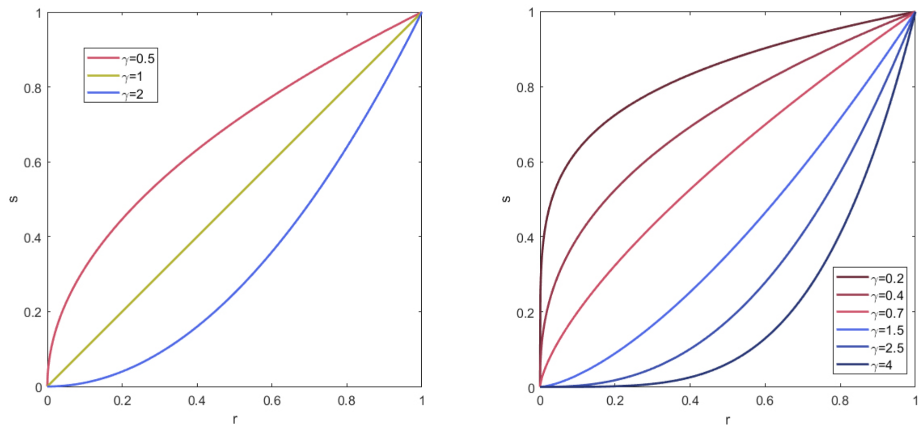

Figura 7: Funções de transformação s=f(r) para imagens no domínio [0,1], com γ <1 a vermelho, γ >1 a azul e identidade (γ=1) a dourado.

3 Transformações γ (gama)

A transformação γ (gama) é uma operação pontual com bastante versatilidade, sendo eficaz para realçar quer imagens muito escuras, quer imagens muito claras, dependendo do valor escolhido para o parâmetro γ. Os novos valores para as intensidades, s=f(r), são dadas pela equação abaixo, sendo c um factor de normalização.

$$\begin{aligned} f:\ & \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{R} \\ & \mathrm{r} \rightarrow \mathrm{c}\ \mathrm{r}^{\gamma} \end{aligned}$$

Uma vez que se pretende que o domínio (escala de níveis de cinzento) não seja alterado, o parâmetro c terá de ser ajustado para esse efeito. O caso mais simples é para imagens com R=[0,1], sendo nesse caso c=1 para qualquer valor de γ. A figura 7 mostra funções de transformação, s=f(r)=r$^{\gamma}$, para vários valores de γ. No gráfico da esquerda são apresentadas funções de transformação com γ=0.5 (vermelho) e γ=2 (azul), assim como a função identidade (a dourado) para referência. No primeiro caso (γ=0.5) é possivel verificar que o declive é mais alto do que 1 (referência) para valores baixos de r, decrescendo à medida que r aumenta. Isto significa que os níveis baixos (escuros) são realçados. Ao contrário, para γ=2, o declive é inferior a 1 para valores baixos de intensidade, crescendo de forma gradual com r. Esta transformação realça os as níveis altos (claros) de uma imagem. Na figura 7, o gráfico da direita ilustra o efeito para valores crescentes do expoente γ (a azul) e decrescentes (a vermelho), em relação à referência γ=1 (não incluida no gráfico).

O resultado da aplicação de funções de transformação gama é ilustrado para a imagem de teste 'bibFCUP' na figura 8. Na linha de cima é apresentada a imagem original e 2 versões que realçam as zonas escuras (interior), obtidas através de transformações gama com γ=0.5 e γ=0.3. É possível verificar pelos histogramas (2ª linha), que a faixa de níveis de cinzento usada para a parte escura da imagem aumenta, enquanto que os níveis mais altos são comprimidos.

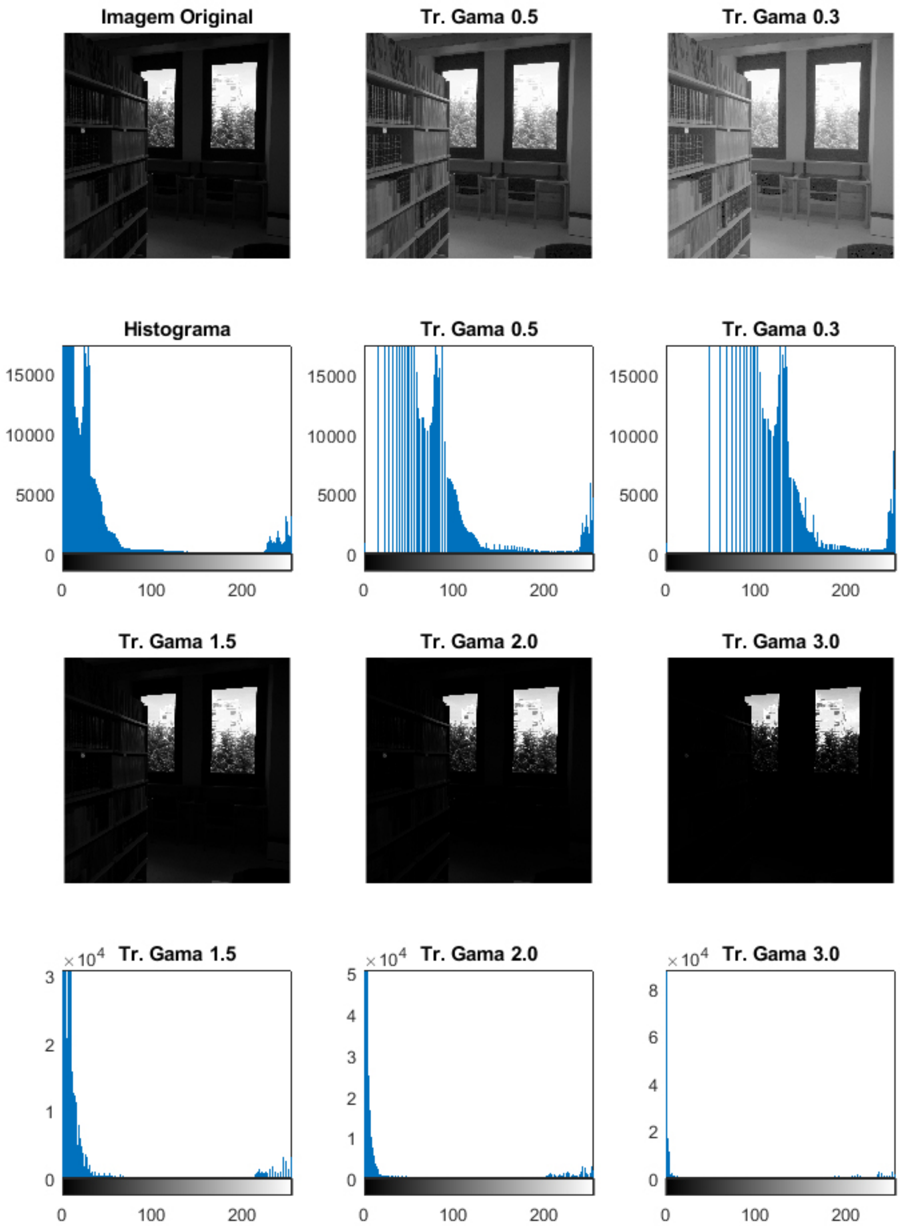

Figura 8: Exemplo de transformações gama na imagem de teste 'bibFCUP': original (γ=1.0), γ=0.5 e γ=0.3 (1ª linha), respectivos histogramas (2ª linha), γ=1.5, γ=2.0 e γ=3.0 (3ª linha), e respectivos histogramas (4ª linha).

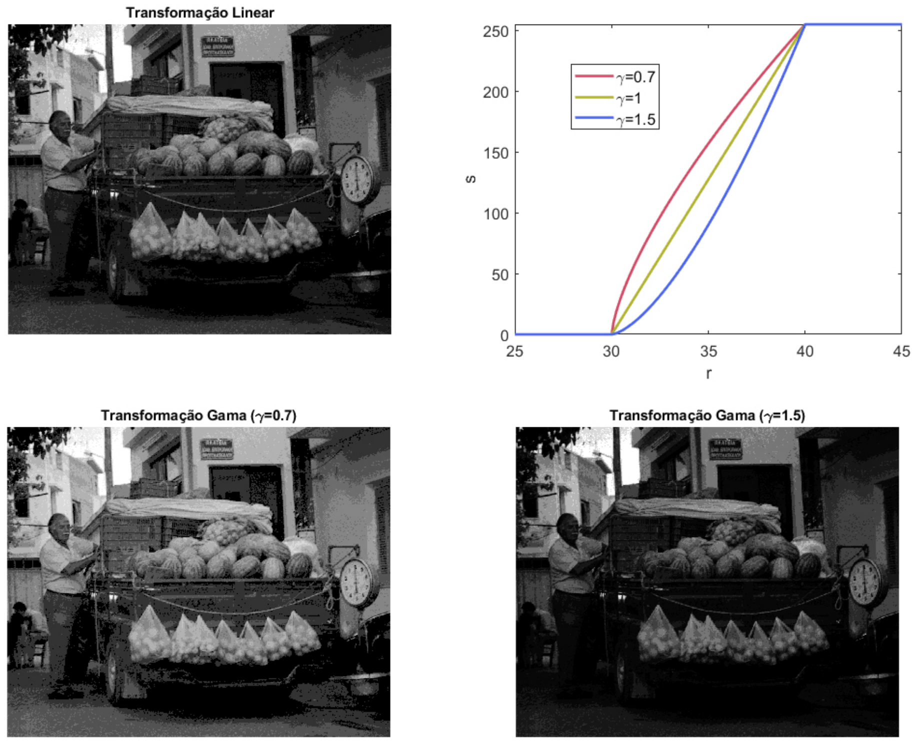

Figura 9: Funções de transformação linear e gama (γ=0.7 e γ=1.5) aplicados ao intervalo [30,40] na imagem de teste 'Creta'.

A figura 8 mostra igualmente exemplos de aplicação de transformações gama que realçam as zonas mais claras da imagem original (3ª linha). Nestes 3 casos, correspondendo a valores de de γ >1 (1.5, 2 e 3), a faixa de valores díponíveis para as zonas mais claras da imagem (exterior) é alargada, sendo reduzida a faixa de valores para as zonas mais escuras (interior). Isto pode ser facilmente observado nas imagens resultantes das transformações gama (3ª linha) e nos correspondentes histogramas (4ª linha), sendo igualmente perceptível que há uma considerável saturação da zona interior da imagem, em especial para γ=3.

No caso dos dominios R ou S serem diferentes de [0,1], é necessário ajustar a constante c. Em alternativa, pode definir-se a função gama como:

$$s = f(r) = S_{max}[(r - r_{min})/(r_{max} - r_{min})]^{\gamma} \tag{2}$$

onde r_{min} e r_{max} são os limites inferior e superior dos níveis da imagem original, e S_{max} o valor máximo do dominio S ([0,S_{max}]). Para R=S=[0,1] a equação simplifica-se para s=r$^{\gamma}$, e para R=S=[0,255] para s=255(r/255)$^{\gamma}$. Há ainda uma outra possibilidade que é a aplicação de uma transformação gama a um intervalo de valores em R, ajustando-o ao domínio S. O processo é ilustrado através da figura 9, onde são apresentadas funções de transformação linear e gama (γ=0.7 e γ=1.5) para a imagem de teste 'Creta'. Os valores do intervalo [30,40] em R são convertidos para valores no intervalo [0,255] em S.

4 Equalização

As operações pontuais apresentadas anteriormente permitem realçar imagens com diversas características, através de um aumento de contraste, que pode ser feito de forma constante para toda a imagem (transformações lineares, 2) ou variável (transformações gama, 3). No entanto estas transformações tem algumas limitações, particularmente em casos onde há 2 ou mais zonas (na escala de intensidades de cinzento) com grande densidade de ocupação. Nestes casos a técnica mais adequada é a equalização de histograma, que aplica uma transformação à imagem ajustada à densidade de ocupação, sendo o histograma da imagem equalizada o mais próximo possível de um histograma uniforme (todos os níveis com igual ocupação). Uma imagem com histograma uniforme seria em principio a mais conveniente, do ponto de vista de interpretação visual, não sendo no entanto possível de obter de forma exata, dada a natureza discreta dos dados (imagem digital).

4.1 Equalização para variáveis contínuas

Numa primeira fase vamos considerar uma imagem normalizada, com intensidades (tons de cinzento) de variável contínua (real) r∈[0,1]. Pretende-se determinar uma função de transformação T(r) que faça corresponder a cada nível r da imagem original o nível s na nova imagem (equalizada).

A função T(r) deve satisfazer as seguintes condições:

1. T(r) é uma função monótona crescente no intervalo [0,1]
2. O contradomínio de T(r) está contido em [0,1]

A primeira condição garante que a ordem de tons de cinzento da imagem original é preservada. Isto é, $r_i > r_j \implies s_i \geq s_j$ ∀i,j∈[0,1]. A segunda condição tem como objetivo assegurar que s=T(r)∈[0,1], ou seja, a imagem equalizada tem o mesmo dominio da imagem original R=S=[0,1].

A transformação inversa, de s para r, é T^{-1}, ou seja r=T^{-1}(s), também satisfaz as condições 1 e 2. Uma vez que r e s são variáveis continuas, o histograma (número de pixels em cada nível de cinzento) das imagens (original e transformada) podem ser vistos como funções de densidade de probabilidade ρ_r(r) e ρ_s(s), desde que as imagens estejam normalizadas. A função densidade de probabilidade da nova imagem ρ_s(s) pode ser escrita à custa de ρ_r(r),

$$\rho_s(s)ds = \big[\rho_r(r)dr\big]_{r=T^{-1}(s)} \Leftrightarrow \rho_s(s) = \big[\rho_r(r)\frac{dr}{ds}\big]_{r=T^{-1}(s)} \qquad (3)$$

Considere-se a seguinte função de transformação (T), com r∈[0,1]:

$$s = T(r) = \int_0^r \rho_{r'}(r')dr' \qquad (4)$$

Esta função, que é na verdade a função de distribuição (probabilidade cumulativa ou histograma cumulativo), satisfaz as condições 1 e 2 impostas. Derivando s em ordem a r em (4), e substituindo $\frac{dr}{ds} = \rho_r(r)$ em (3), obtém-se:

$$\rho_s(s) = \big[\rho_r(r)\frac{1}{\rho_r(r)}\big]_{r=T^{-1}(s)} = 1 \qquad (5)$$

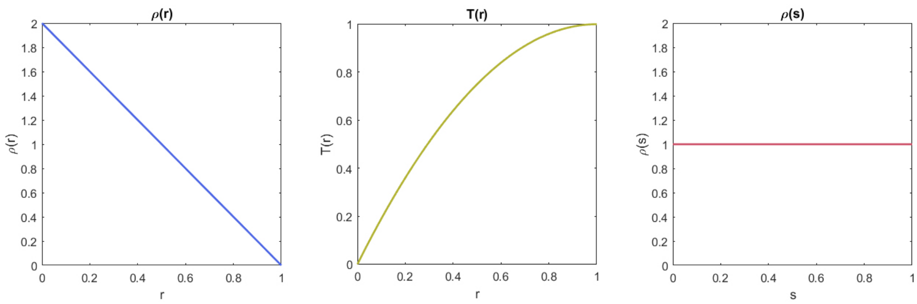

Figura 10: Densidade de probabilidade original ρ_r(r) (esquerda), função de transformação s=T(r) (centro), e densidade de probabilidade ρ_s(s) da imagem equalizada (direita).

Ou seja, utilizando como função de transformação a distribuição (ou histograma cumulativo) da imagem original, obtém-se uma imagem cujo histograma é uniforme, isto é com ρ_s(s)=1 (ocupação igual de todos os níveis de cinzento).

Exemplo

Considere-se uma imagem normalizada, de variável contínua, com densidade de probabilidade ρ_r(r) dada por (6), que é representada na figura 10 (esquerda).

$$\rho_r(r) = \begin{cases} 0 & r < 0 \\ -2r+2 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \tag{6}$$

Inicialmente verifica-se que ρ_r(r) está realmente normalizada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho_r(r)dr = \int_0^1 (-2r+2)dr = \big[-r^2+2r\big]_0^1 = -1+2 = 1 \tag{7}$$

Usando como função de transformação a distribuição de r, obtém-se

$$s = T(r) = \int_0^r (-2r'+2)dr' = \big[-r'^2+2r'\big]_0^r = -r^2+2r \tag{8}$$

A figura 10 (centro) mostra a função de transformação T(r) e a densidade de probabilidade ρ_s(s) da imagem equalizada (direita). Resolvendo (8) para r, resulta em r=1$\pm\sqrt{1-s}$. No entanto, considerando que r$\in$[0,1], a única solução válida é r=1-$\sqrt{1-s}$. A transformação inversa é então T^{-1}(s)=1-$\sqrt{1-s}$. Pode verificar-se, a partir de (3), que T(r) é de facto uma função de equalização, ou seja, que após aplicação de T(r) a imagem obtida tem um histograma uniforme.

$$\rho_s(s) = \big[\rho_r(r)\frac{dr}{ds}\big]_{r=T^{-1}(s)} \Leftrightarrow \rho_s(s) = \big[(-2r+2)\frac{d}{ds}(1-\sqrt{1-s})\big]_{r=1-\sqrt{1-s}} \tag{9}$$

$$\rho_s(s) = \big[-2(1-s)^{1/2}(-\frac{1}{2})(1-s)^{1/2}\big]_{r=1-\sqrt{1-s}} = 1 \tag{10}$$

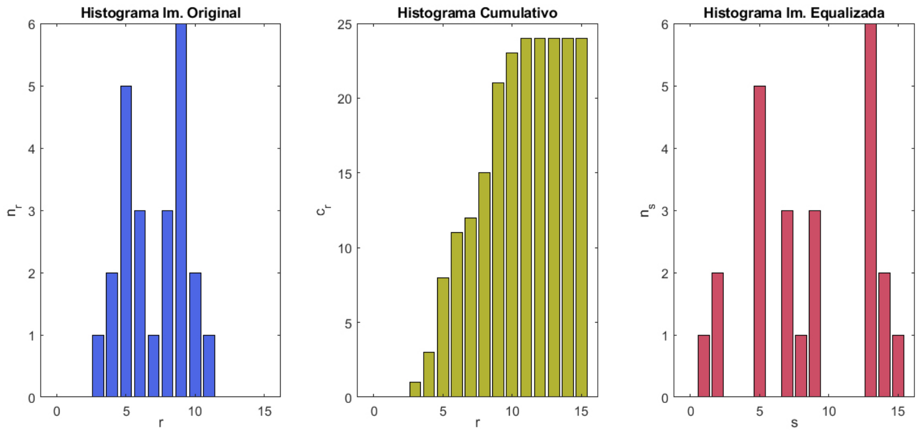

Figura 11: Histogramas da imagem original, simples (esquerda) e cumulativo (centro) usado para função de transformação, e da imagem equalizada (direita).

4.2 Equalização para variáveis discretas

O exemplo anterior é válido para uma imagem "normalizada", o que não é possível ter em processamento digital de imagem. Há por isso necessidade de se adaptar os conceitos usados em 4.1 para variáveis discretas. A função densidade de probabilidade ρ_r(r) passa a ser n_r/N, onde n_r é o número de pixels com intensidade r, e N é o número total de pixels da imagem. A função de transformação para a equalização é obtida a partir do histograma cumulativo, ajustando os valores mínimo e máximo (0 e N) para os limites da escala de níveis de cinzento (por ex. 0 e 1 ou 0 e 255), e arredondando ao valor válido mais próximo. O processo é ilustrado com um exemplo de uma imagem de 4-bits (níveis [0,15]), com apenas 24 pixels, cujo histograma (simples) é apresentado na figura 11 (esquerda) e nas 2 primeiras colunas da tabela abaixo.

inicial (r)	histograma (n_r)	hist.cumul. (c_r)	f(r)	final (s)
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	1	1	0.6250	1
4	2	3	1.8750	2
5	5	8	5.0000	5
6	3	11	6.8750	7
7	1	12	7.5000	8
8	3	15	9.3750	9
9	6	21	13.1250	13
10	2	23	14.3750	14
11	1	24	15.0000	15
12	0	24	15.0000	15
13	0	24	15.0000	15
14	0	24	15.0000	15
15	0	24	15.0000	15

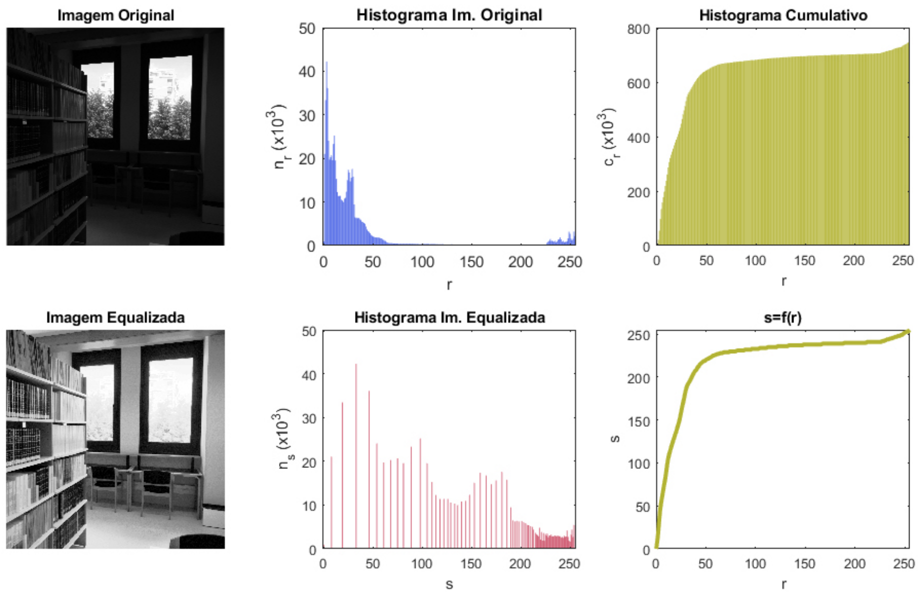

Figura 12: Imagem de teste 'BibFCUP', histogramas simples e cumulativo (em cima); imagem equalizada, histograma e função de transformação (em baixo).

A figura 11 mostra igualmente o histograma cumulativo (centro), cujos valores (c_r) estão incluidos na tabela (3ª coluna). Neste caso o histograma cumulativo toma valores entre 0 e 24 (N) que, uma vez que a escala de níveis de cinzento é [0,15], são multiplicados por um factor 15/24. A função de transformação f(r) tem numa primeira versão valores c_r/N (4ª coluna da tabela), que são depois arredondados ao inteiro mais próximo (5ª coluna). Por exemplo, para o nível r=3, f(r)=0.625 a que corresponde s=1. Ou seja, os pixels com nível 3 na imagem original passam a ter nível 1 na imagem equalizada, r=4 passa a s=2, r=5 para s=5, etc. O histograma da imagem equalizada é apresentado na figura 11 (direita), sendo o mais próximo possível de um histograma uniforme, dadas as limitações devidas à natureza discreta dos dados.

A aplicação de equalização a imagens é ilustrada nas figuras 12 e 13. A figura 12 mostra a imagem 'BibFCUP' original, os histogramas simples e cumulativo (em cima), e a imagem equalizada, correspondente histograma e função de transformação (em baixo). Como se pode ver pelos gráficos da direita da figura 12, a função de transformação usada para a equalização tem uma forma semelhante ao histograma cumulativo da imagem original, havendo apenas diferenças nos valores numéricos nos eixos das ordenadas.

A figura 13 pretende mostrar a flexibilidade da equalização de histograma. São usadas 4 versões da imagem 'Creta': as versões 1 e 2 tem muito baixo contraste (uma escura e outra clara), a versão 3 usa apenas níveis intermédios e a versão 4 faz um bom uso da escala de cinzento. Na figura são apresentadas as imagens originais, equalizadas e os respectivos histogramas. Apesar das grandes diferenças iniciais, a imagem equalizada é quase igual nos 4 casos testados.

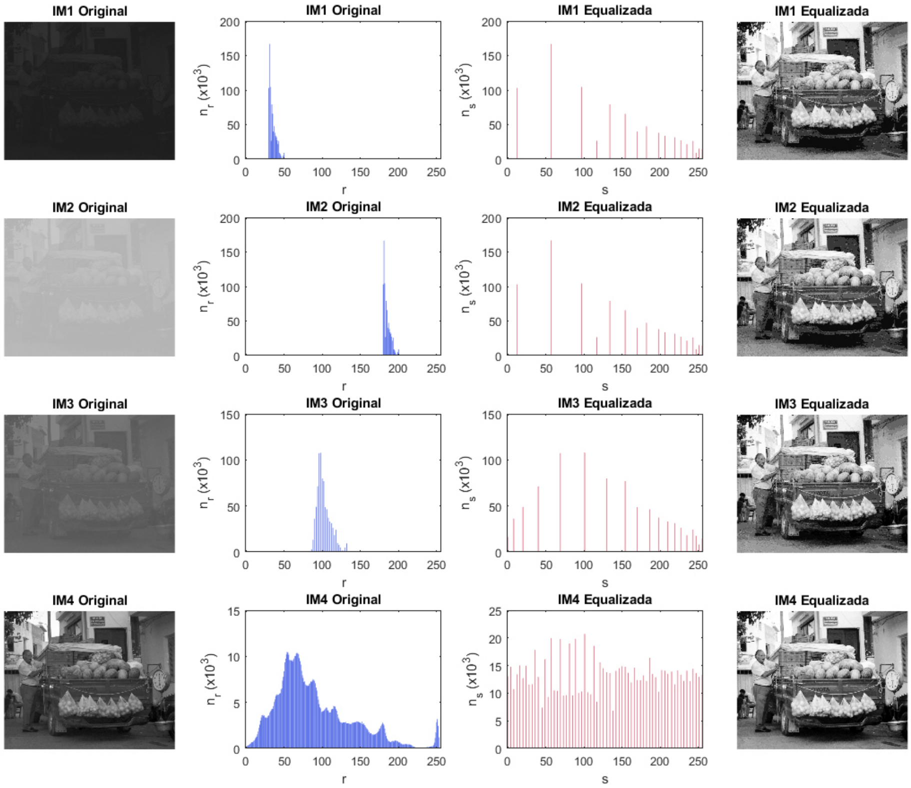

Figura 13: Aplicação da equalização de imagem a 4 versões da imagem de teste 'Creta'. Imagens originais (esquerda), equalizadas (direita) e respectivos histogramas (azul - imagens original, vermelho - imeagens equalizadas).

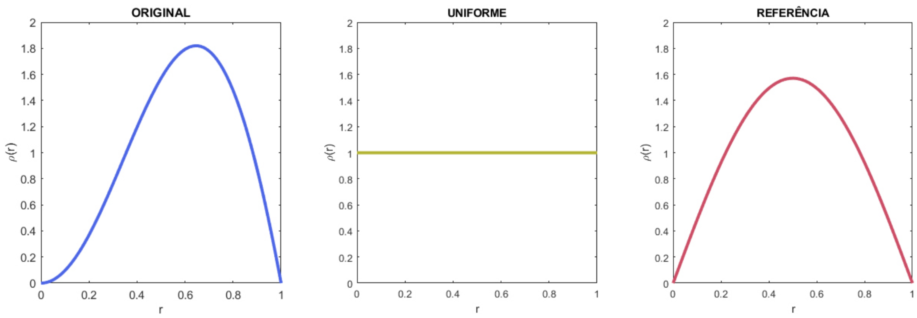

Figura 14: Densidade de probabilidade ρ_r(r) de imagem original (esquerda), uniforme (centro), e de referência (direita).

5 Especificação de Histograma

Em certos casos poderá haver interesse em modificar uma imagem para que esta tenha um histograma específico. Este processo de adaptação ou especificação de histograma (*histogram matching*) pode ser feito a partir de operações pontuais. A implementação é feita recorrendo a funções de transformação usadas para a equalização. Consideremos que se tem uma imagem normalizada com densidade de ocupação ρ_o(r), e que se pretende aplicar uma transformação para que a imagem passe a ter densidade ρ_{ref}(r). Por exemplo, considere-se uma imagem com a densidade da figura 14 (esquerda), que se pretende transformar para passar a ter a da referência (figura 14, direita).

Considere-se as seguinte funções de transformação que, de acordo com (4), permitem equalizar a imagem original (T_o) e a referência (T_{ref}):

$$T_o(r) = \int_0^r \rho_o(r')dr' \qquad\qquad T_{ref}(r) = \int_0^r \rho_{ref}(r')dr' \tag{11}$$

A aplicação de T_o à imagem original resulta numa imagem com densidade uniforme (figura 14, centro), assim como a aplicação de T_{ref} à referência. Então, a função de transformação T_{esp} que permite modificar a imagem original de forma a ter a densidade de probabilidade de referência é:

$$s = T_{esp}(r) = T_{ref}^{-1}\big[T_o(r)\big]. \tag{12}$$

Há semelhança da equalização (4.2), esta função só terá como resultado exactamente a densidade de referência para imagens "normalizadas". Para imagens digitais, a aplicação deste procedimento dá origem a uma imagem com o histograma o mais próximo possível do histograma de referência, estando o resultado condicionado pela natureza discreta dos dados. Em seguida é apresentado um exemplo para uma pequenissima imagem de 4-bits (níveis [0,15]), com apenas 32 pixels, para ilustrar o procedimento a seguir na especificação de histograma.

A figura 15 mostra o histograma da imagem original (a azul, em cima à esquerda) e o histograma de referência (a vermelho, em cima à direita), que se pretende obter. A primeira fase do procedimento consiste em determinar funções de transformação para equalização da imagem original (T_o) e da referência (T_{ref}). Na tabela são apresentados os valores numéricos calculados

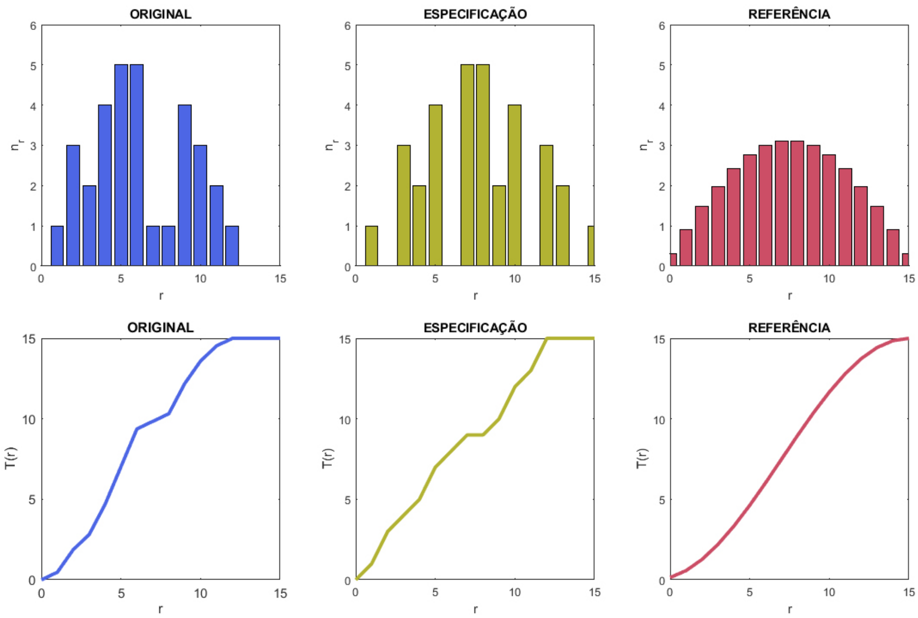

Figura 15: Exemplo de especificação de histograma. Em cima: histogramas da imagem original (esquerda), de referência (direita) e resultado final (centro). Em baixo: funções de transformação para equalização das imagens original (esquerda) e de referência (direita), e para especificação de histograma (centro).

inicialmente pela normalização do histograma cumulativo (como em 4.2), e os valores inteiros obtidos por arredondamento. Os valores finais s(r) são obtidos por (12), aplicando T_{ref}^{-1} após T_o. Por exemplo, para r=1, $T_o(1)$=0.4688, sendo o mais próximo na referência 0.5709, logo $T_{ref}^{-1}(0.5709)$=1, pelo que $T_{esp}(1)$=1. Para r=2, $T_o(2)$=1.8750, $T_{ref}^{-1}(2.1976)$=3, $T_{esp}(2)$=3.

nível (r)	Original (T_o)	Referência (T_{ref})	Referência (T_{ref}^{-1})	final (s)
0	0	0.1441 $\rightarrow$ 0	0 $\leftarrow$ 0	0
1	0.4688 $\rightarrow$ 0	0.5709 $\rightarrow$ 1	1 $\leftarrow$ 0.5709	1
2	1.8750 $\rightarrow$ 2	1.2640 $\rightarrow$ 1	2 $\leftarrow$ 1.2640	3
3	2.8125 $\rightarrow$ 3	2.1967 $\rightarrow$ 2	3 $\leftarrow$ 2.1967	4
4	4.6875 $\rightarrow$ 5	3.3332 $\rightarrow$ 3	4 $\leftarrow$ 3.3332	5
5	7.0313 $\rightarrow$ 7	4.6299 $\rightarrow$ 5	5 $\leftarrow$ 4.6299	7
6	9.3750 $\rightarrow$ 9	6.0368 $\rightarrow$ 6	6 $\leftarrow$ 6.0368	8
7	9.8438 $\rightarrow$ 10	7.5000 $\rightarrow$ 8	7 $\leftarrow$ 7.5000	9
8	10.312 $\rightarrow$ 10	8.9630 $\rightarrow$ 9	8 $\leftarrow$ 8.9630	9
9	12.187 $\rightarrow$ 12	10.370 $\rightarrow$ 10	9 $\leftarrow$ 10.370	10
10	13.594 $\rightarrow$ 14	11.667 $\rightarrow$ 12	10 $\leftarrow$ 11.667	12
11	14.531 $\rightarrow$ 15	12.800 $\rightarrow$ 13	11$\leftarrow$ 12.800	13
12	15	13.736 $\rightarrow$ 14	12 $\leftarrow$ 13.736	15
13	15	14.420 $\rightarrow$ 14	13 $\leftarrow$ 14.420	15
14	15	14.855 $\rightarrow$ 15	14 $\leftarrow$ 14.855	15
15	15	15	15 $\leftarrow$ 15	15

No exemplo ilustrado na figura 15 pode constatar-se que o histograma da imagem obtida é mais parecido com o histograma de referência do que o da imagem original, havendo no entanto claras diferenças. Ao lado dos 2 níveis com valores mais elevados (r=7 e r=8) há um nível sem ocupação (r=6), e depois outro valor alto (para r=5). Esta é claramente uma limitação devido ao reduzido número de elementos (pixels) e níveis. Em geral as imagens digitais tem um número bastante elevado de pixels, e também mais níveis de cinzento, o que normalmente permite a obtenção de um resultado mais satisfatório.

A figura 15 mostra um exemplo de aplicação de operações pontuais para especificação de histograma à imagem de teste 'Creta' que tem 851580 pixels (830$\times$1026) e 8-bits sem sinal (256 níveis, [0,255]). Na primeira linha da figura é apresentada a imagem original e o seu histograma. Depois, nas 4 linhas seguintes, são apresentados 4 histogramas de referência (à esquerda), as imagem resultantes da especificação de histograma em cada caso (ao centro) e os histograma das imagem obtidas (à direita). Como se pode observar, os histogramas finais são bastante parecidos com os de referência, havendo no entanto algumas diferenças, particularmente em zonas de baixa ocupação.

Este exemplo tem como objetivo simplesmente ilustrar o processo de especificação de histograma, e não o melhoramento da imagem numa prespectiva de interpretação visual. Há no entanto alguns casos onde há interesse em impor um histograma específico à imagem, como por exemplo a normalização de iluminação para imagens adjacentes espacialmente ou do mesmo local mas adquiridas ao longo do tempo.

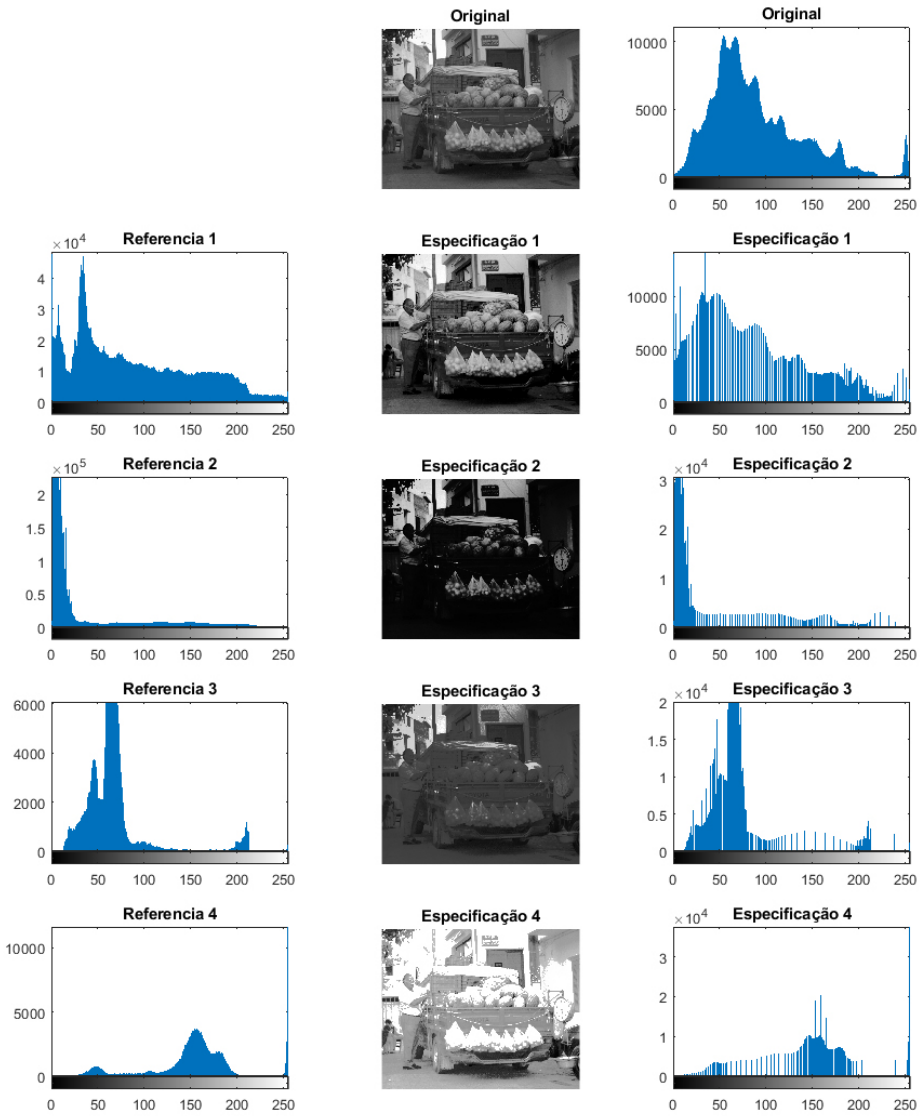

Figura 16: Exemplo de especificação de histograma. Na primeira linha: imagem original e histograma. Nas linhas seguintes: histogramas de referência (esquerda), imagem resultante da operação pontual (centro) e corresespondente histograma (direita).

6 Operações Pontuais no MATLAB

Nesta secção são apresentados alguns códigos MATLAB para implementação das operações pontuais e tarefas de apoio descritas anteriormente.

6.1 Histogramas

Há várias formas de apresentar histogramas no MATLAB, incluindo uma função da *Image Processing Toolbox* especificamente para imagens digitais (`imhist`). O uso desta função é muito simples, como se ilustra em seguida:

```
>> IM=imread('RobotC.tif');
>> imhist(IM)
>> npix=imhist(IM);
```

mostra histograma em janela gráfica

coloca valores em npix

No primeiro caso, onde não é indicado output, o histograma é apresentado numa janela gráfica, num formato semelhante aos das figuras 2 - 5, 8 e 15. O histograma incluí a escala de tons de cinzento no eixo das abcissas, e o número total de pixels em cada nível de cinzento no eixo das ordenadas. No segundo caso, onde o output é `npix`, não é apresentado nenhum gráfico, passando a variável `npix` a conter o número de pixels da imagem em cada nível de intensidade.

Uma outra possibilidade é usar funções MATLAB não específicas da *Image Processing Toolbox* para apresentar histogramas. Nesse caso é necessário converter a estrutura da imagem de matriz para vetor, após o que se pode recorre às funções MATLAB convencionais para apresentação de gráficos. Em seguida o código usado para a criação dos histogramas da figura 1.

```
>> IM=imread('RobotC.tif');
>> Iv=reshape(IM,1,[]);
>> dn=0:255;
>> HS=histcounts(Iv,dn);
>> HC=histcounts(Iv,dn,'Normalization','cumcount');
>> subplot(1,3,1), imshow(IM)
>> subplot(1,3,2), stem(HS,'Color',[0.8 0.2 0.3])
>> subplot(1,3,3), stem(HC,'Color',[0.2 0.3 0.8])
```

matriz para vetor linha

níveis de cinzento

histograma simples

histograma cumulativo

Outras funções que podem ser úteis para a apresentação de histogramas são `bar`, usada para os histogramas das figuras 11, 12, 13 e 15, e `plot` que foi usada para apresentação das funções de transformação em várias figuras.

6.2 Transformações lineares e gama

As transformações lineares podem ser feitas através dos operadores elementares do MATLAB: + ou - para variação da luminosidade, * para variação de contraste. Também podem ser usadas as funções `imadd` e `immultiply` da *Image Processing Toolbox*. Exemplos de modificação de luminosidade e contraste:

```
>> IM1=IM-100;
>> IM3=IM*3;
>> IM2=imadd(IM,+50);
>> IM4=immultiply(IM,0.4);
```

diminuição luminosidade

aumento contraste

aumento luminosidade

diminuição contraste

A inversão da escala de intensidades, ou níveis de cinzento (secção 2.3) pode ser feita através dos operadores elementares MATLAB ou através da função `imcomplement`, como o exemplo em baixo.

```
>> IMinv=imcomplement(IM);
```

Uma forma particularmente útil de aplicar operações pontuais lineares, que incluem simultâneamente variações de luminosidade (aditivas) e contraste (multiplicativas), é recorrendo à função `imadjust`. Esta função recebe pelo menos 3 *inputs*: a imagem a processar (1º parâmetro), e os intervalos de intensidades da imagem inicial (2º parâmetro) e final (3º parâmetro) a considerar na transformação. No caso de uma transformação linear, os factores aditivo e multiplicativo são automáticamente calculados para a correspondência entre intervalos. Em seguida alguns exemplos que ilustram a sintaxe desta função. No 1º caso os intervalos escolhidos foram [0.1, 0.5] e [0 0.8], o que corresponde a `IM1=2*IM-0.2`. No 2º caso um dos intervalos é indicado como [], o que significa toda a escala disponível (neste caso [0,1]). Para este caso, a transformação linear aplicada é `IM2=2.5*IM-0.25`.

```
>> IM1=imadjust(IM,[0.1, 0.5],[0 0.8]);
>> IM2=imadjust(IM,[0.1, 0.5],[]);
```

intervalo inicial

intervalo final

todo o intervalo

As transformações γ (gama) (secção 3) são também implementadas através da função `imadjust`, usando um 4º parâmetro de *input*, que corresponde ao valor de γ. Em caso de omissão, como nos exemplos acima, o valor considerado é γ=1, ou seja uma transformação linear. Em seguida alguns exemplos de transformações γ.

```
>> IMg1=imadjust(IM,[],[],2);
>> IMg2=imadjust(IM,[],[],0.5);
>> IMg3=imadjust(IM,[0.1, 0.5],[0.2,0.9],2);
```

γ=2

γ=0.5

6.3 Equalização e especificação de histogramas

A equalização (secção 4) e especificação de histograma (secção 5) são implementadas no MATLAB através da função `histeq`. No caso da equalização de histograma, a utilização é muito simples, como se ilustra em seguida.

```
>> IMeq=histeq(IM);
```

Para a especificação de histograma é necessário usar um histograma de referência, que normalmente é obtido a partir de uma imagem. Em seguida um exemplo de código MATLAB para especificação de histograma, que foi usado para produzir uma parte da figura 16 (caso 1).

```
>> IM=imread('CretaGRAY_50pc.jpg');
>> Ref1=imread('Meteosat_IR1.jpg');
>> HistR1=imhist(Ref1)./numel(Ref1);
>> IMesp1=histeq(IM,HistR1);
```

histograma normalizado

histograma de referência

7 Exercicios propostos

Nesta secção são propostos alguns exercícios para MATLAB que poderão ser usados para consolidar os conceitos de Processamento de Imagem apresentados.

I - Observação de operações pontuais

Escreva um script para mostrar numa janela várias versões da imagem `RobotC.tif` obtidas por várias operações pontuais. Para cada item abaixo, deverá ser aberta uma janela com 2×3 imagens, usando a função `subplot`.

- Original + 5 variação de contraste (com valores <1 e >1)
- Original + 5 variação da luminosidade (com valores + e -)
- Original + 5 correcção γ (com valores <1 e >1)
- Original + Equalizada + Negativa (inversão de escala) e os 3 histogramas.

II - Transformação γ (gama)

Crie uma função MATLAB que receba como *input* o nome de um ficheiro imagem (formato standard) e um valor numérico para γ, e apresente uma figura com as seguintes imagens e respetivos histogramas (num `subplot` de 2×4):

- imagem original
- imagem com transformação linear óptima e valores min., max. (8-bits)
- imagem com transformação γ e valor de γ (parâmetro de *input*)
- imagem equalizada

Exemplo de utilização: `FGama('RobotC.tif',0.7)`

III - Especificação de histograma

Crie uma função MATLAB que receba como *input* 2 imagens (nome dos ficheiros, em formato standard), a 1ª que se pretende modificar e a 2ª para servir de referência, e devolva como output a imagem com o histograma especificado. A função deverá igualmente apresentar uma figura com a imagem original, a imagem de referência e a final (após especificação de histograma) e os respetivos histogramas (num `subplot` de 2×3).

Exemplo de utilização: `IMnova=HistEspec('IMorig.tif','IMref.tif');`

7.1 APPENDIX - Exercices (in English)

This Appendix proposes some exercises for MATLAB that can be used to consolidate the concepts of Image Processing - Point Operations .

I - Observation of Point Operations

Write a script to show several versions of the image `RobotC.tif` in a window, obtained by various point operations. For each item below, a window with 2×3 images must be opened, using the function `subplot`.

- Original + 5 variations in contrast (with values <1 and >1)
- Original + 5 variations in brightness (with + and - values)
- Original + 5 γ corrections (with values <1 and >1)
- Original + Equalized + Negative (inverted scale) and the 3 histograms.

II - Gamma (γ) corrections

Create a MATLAB function that receives as input the name of an image file (standard format) and a numeric value for γ, and displays a figure with the following images and their histograms (in a `subplot` of 2×4):

- original image
- image with optimum linear transformation and min., max. values (8-bits)
- image with γ correction and γ value (input parameter)
- equalized image

Example of use: `FGamma('RobotC.tif',0.7)`

III - Histogram matching

Create a MATLAB function that receives as input 2 images (the file names, in standard format), the first to be modified and the second to serve as a reference, and returns an image with the histogram matched as output. The function must also present a figure with the original image, the reference and final image (after histogram matching) and the respective histograms (in a `subplot` of 2×3).

Example of use: `IMnova=HistMatch('IMorig.tif','IMref.tif');`