U.PORTO
FACULDADE DE CIÊNCIAS
UNIVERSIDADE DO PORTO

Mestrado em Física Médica
DFA
Faculdade de Ciências
Universidade do Porto

Métodos Numéricos em Física Médica
7ª aula

ESTATÍSTICA III

Pedro Teles
ppteles@fc.up.pt
Porto, 27 de Abril de 2020

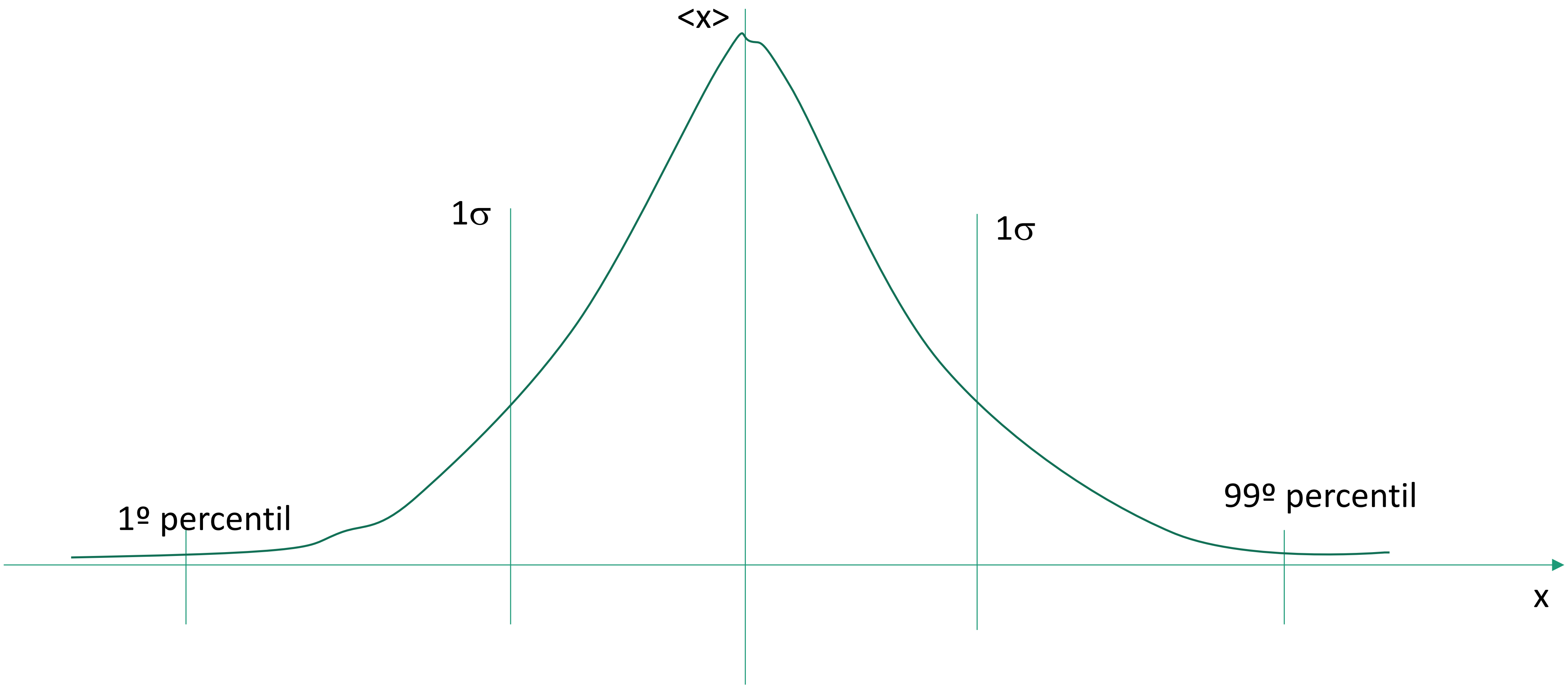
IV. Indicadores de alcance.

- Nas aulas anteriores vimos como determinar indicadores de posição de uma amostra de dados estatísticos.
- Outros indicadores importantes são os indicadores de alcance ou de distância.
- Estes indicadores permitem determinar a "distância" dos dados estatísticos aos indicadores de medida central.

Variância	Desvio padrão	Erro padrão
$Var(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$ $Var(X) = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2$ $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx\right)^2$	$\sigma = \sqrt{Var(X)}$	$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

Python, excel....

V. Distribuições...



V. Distribuições

- Imaginemos que temos um conjunto de 100 pacientes, em que existe uma probabilidade "p" de serem alérgicos a um determinado fármaco. Se retirarmos aleatoriamente 10 paciente um a um deste conjunto qual a probabilidade de termos 10 alérgicos ao fármaco?

$n = 1$

Probabilidade "p" que 1 seja alérgico

Probabilidade "q=1-p" que 0 sejam alérgico

$n = 2$

Probabilidade "p^2" que 2 sejam alérgicos

Probabilidade "$pq + qp = 2pq$" que 1 sejam alérgicos

Probabilidade "q^2" que 0 sejam alérgicos

$n = 3$

Probabilidade "p^3" que 3 sejam alérgicos

Probabilidade "$ppq + pqp + qpp$" $= 3p^2q$" que 2 sejam alérgicos

Probabilidade "$qqp + qpq + pqq$" $= 3q^2p$" que 2 sejam alérgicos

Probabilidade "q^3" que 0 sejam alérgicos

$n = 4$

Probabilidade "p^4" que 4 sejam alérgicos

Probabilidade "$pppq + pqpp + qppp + ppqp$" $= 4p^3q$" que 3 sejam alérgicos

Probabilidade "$ppqq + pqpq + qqpp + qpqp + pqqp + qppq$" $= 6p^2q^2$" que 2

Probabilidade "$qqqp + qpqq + pqqq + qqpq$" $= 4q^3p$" que 1 seja alérgico

Probabilidade "q^3" que 0 sejam alérgicos

V. Distribuições

Triângulo de Pascal

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Combinações de “n” possibilidades para “k” sucessos

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

VI. Distribuição binomial.

- Estávamos a desenhar o triângulo de Pascal.
- Os termos que estávamos a obter representam as probabilidades de obter ‘k’ sucessos em ‘n’ tentativas., há uma combinação desses possíveis números ‘n’ para obter ‘k’ sucessos, $C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Sendo assim a probabilidade de de ter ‘k’ sucessos, P(k,n) em ‘n’ tentativas é dada por:

$$P(k,n) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

- Esta distribuição é conhecida como distribuição binomial.

- Esta distribuição é muito utilizada não só em estatística como em muitas áreas científicas.

VII. Distribuição binomial.

Quando a distribuição é binomial?

- O número de testes é finito.
- Só existem dois resultados possíveis a cada teste (S/N, Cara/Coroa, ‘pos/neg, etc).
- Os resultados são independentes uns dos outros.

Identificar qual destes resulta numa distribuição binomial:

- Num centro de medicina nuclear, os pacientes que fazem terapia com I-131 podem reportar o seguinte estado no fim de cada sessão: “sem efeitos secundários”, ”com efeitos secundários leves”, “com efeitos secundários fortes”. O João retirou da base de dados 100 resultados aleatórios.
- Num centro de radiologia 5% dos exames de TC usam demasiada radiação. O João está a fazer um estudo e retira da base de dados 100 resultados aleatórios.
- Num centro de radioterapia, existem 10 aceleradores lineares, 5 calibrados, e 5 não calibrados. O João começa a testar um a um para ver qual está calibrado.

VII. Distribuição binomial.

Distribuição (pmf)	$P(k,n) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$
Cumulativa (cdf)	$cdf(k,n) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i q^{n-i}$
média	np
mediana	np ou $(n+1)p$
moda	$(n+1)p$ ou $(n+1)p-1$
variância	npq
desvio padrão	$\sqrt{npq}$

python