

Practica 08

Chullunquía Rosas, Sharon Rossely

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa
20 de julio de 2020

1. Enunciado

Dada la siguiente matriz de tamaño $n \times n$ ($0 < n < 128$)

```
4
-2 0 8 -1
1 -4 1 -4
2 -6 2 9
0 -2 -7 0
```

(Los valores dentro de la matriz están entre $0 \leq \text{valor absoluto de } n < 1000$)

Encontrar la submatriz cuya suma es máxima.

En este caso, es:

```
8 -1
1 -4
2 9
Sumando 15
```

1. Indicar cómo sería un algoritmo divide y conquista
2. Resolver el ejercicio utilizando Programación Dinámica (SEGÚN LAS INDICACIONES EN CLASE).

PS: probar con el archivo adjunto prueba.txt

1. Indicar cómo sería un algoritmo divide y conquista

Para hallar la suma máxima de una submatriz de la matriz $n \times n$, lo que se haría es calculando la suma acumulada de todas las submatrices que contiene la matriz; para eso necesitamos hacer uso del algoritmo divide y conquista donde una suma acumulada puede dividirse en subsumas acumuladas y así poder minimizar el problema.

El algoritmo de divide y conquista se aplica en la función `sumAcum` que calcula la suma acumulada hasta el índice i, j (donde i es fila y j es columna) y también se aplica en la función `sumaMatriz` que calcula la suma acumulada a partir de límites inferiores y superiores.

En la función de la suma acumulada lo que se hace es tener un caso base donde la suma acumulada en la posición $[0,0]$ es el mismo número que está en esa posición. Luego se presentan tres casos, el primer caso se da cuando $i=0$ y $j!=0$; para este primer caso se halla la suma entre el número que se encuentra en la posición $A[i,j]$ de la matriz original y la suma acumulada de $A[i,j-1]$ obteniendo así la suma acumulada de $A[i,j]$, en el segundo caso es cuando $i!=0$ y $j=0$, este caso es parecido al anterior solo que al sentido inverso, donde la suma acumulada se halla sumando el

número que se encuentra en la posición $A[i,j]$ de la matriz original mas la suma acumulada de $A[i-1,j]$; en el tercer caso es cuando i y j toman cualquier valor diferente de cero, donde se calcula la suma acumulada sumando el valor que esta en la posición $A[i,j]$ de la matriz original más la suma acumulada de la posición una fila arriba $A[i-1,j]$, más la otra suma acumulada que es una columna más a la izquierda $A[i,j-1]$, restando la suma acumulada de la submatriz que se repite en la diagonal $A[i-1,j-1]$. En cuanto a la función `sumaMatriz`, es la función principal que hace uso de la función `sumaAcumulada` donde existen 4 casos, esta función calcula la suma de las submatrices; el primer caso esta dado cuando los límites inferiores son igual a $[0,0]$ en ese caso simplemente se calcula la suma acumulada de los límites superiores $A[fSup,cSup]$, siendo este la suma de la submatriz; en el segundo caso es cuando la columna inferior es 0 para lo cual hacemos una resta entre la suma acumulada de los límites superiores menos la suma acumulada de la posición una fila menos a la de la fila superior ($A[fInf-1,cSup]$); en el tercer caso es cuando la fila inferior es 0, este caso es parecido al segundo pero a la inversa calculandose la suma de la submatriz a partir de la suma acumulada de $A[fSup,cSup]$ menos la suma acumulada de $A[fSup,cInf-1]$, para el último caso es cuando los límites inferiores son diferentes de cero es decir es una submatriz que se encuentra en el medio de la matriz y no en los bordes como los anteriores casos, la suma de esta submatriz se calcula con la regla presentada en clase, $z - p - q + r$, donde esta representado por suma acumulada de $A[fSup,cSup]$ - suma acumulada de $A[fInf-1,cSup]$ - suma acumulada de $A[fSup,cInf-1]$ + suma acumulada de $A[fInf-1,cInf-1]$.

Código

```

1      //Nombre : Sharon Chullunqu a Rosas
2
3      //Codigo hecho con Divide y Conquista
4
5      #include <iostream>
6
7      using namespace std;
8
9      int sumAcum(int **A,int i,int j){
10         //Caso base
11         if (i==0 && i==j){
12             return A[i][j];
13         }
14         //Primer caso
15         if (i==0 && j!=0){
16             return (sumAcum(A,i,j-1)+A[i][j]);
17         }
18         //Segundo caso
19         if (i!=0 && j==0){
20             return (sumAcum(A,i-1,j)+A[i][j]);
21         }
22         //Tercer caso
23         if (i!=0 && j !=0){
24             //A[i,j] = sumatoria de los elementos hasta el indice i,j
25             //          = Orig[i,j] + A[i,j-1] + A[i-1,j] - A[i-1,j-1]
26             return (A[i][j] + sumAcum(A,i,j-1)+ sumAcum(A,i-1,j)-
                    sumAcum(A,i-1,j-1));

```

```

27     }
28 }
29
30 /*
31
32 Donde :
33
34 fInf : fila inferior
35 cInf : columna inferior
36 fSup : fila superior
37 cSup : columna superior
38
39 */
40
41 int sumaMatriz(int **A,int fInf ,int cInf ,int fSup ,int cSup){
42     int resultado;
43     //Primer caso
44     if( fInf==0 && fInf==cInf){
45         resultado = sumAcum(A,fSup ,cSup);
46         return resultado;
47     }
48     //Segundo Caso
49     if ( cInf == 0 && fInf != 0){
50         resultado = sumAcum(A,fSup ,cSup) - sumAcum(A, fInf -1,cSup);
51         return resultado;
52     }
53     //Tercer Caso
54     if ( cInf != 0 && fInf ==0){
55         resultado = sumAcum(A,fSup ,cSup) - sumAcum(A, fSup , cInf -1);
56         return resultado;
57     }
58     //Cuarto Caso
59     if ( cInf != 0 & fInf != 0){
60         //resultado = z - p - q + r
61         resultado = sumAcum(A,fSup ,cSup) - sumAcum(A, fInf -1,cSup) -
62             sumAcum(A, fSup , cInf -1) + sumAcum(A, fInf -1, cInf -1);
63         return resultado;
64     }
65 }
66
67 int suma_maxima(int **A,int n){
68     int resultado;
69     int sumMax = -999*(n**2); //el valor mas pequeno que puede
70     tomar
71     for(int fInf = 0; fInf < n; fInf++){
72         for(int cInf = 0; cInf < n; cInf++){
73             for(int fSup = fInf; fSup < n; fSup++){
74                 for(int cSup = cInf; cSup < n; cSup++){

```

```

73         resultado = sumaMatriz(A, fInf, cInf, fSup,
74                                cSup);
75         if( sumMax < resultado)
76             sumMax = resultado;
77     }
78 }
79 }
80 return sumMax;
81 }
82
83
84 int main () {
85     int n;
86     bool flag = true;
87     cin >> n;
88     if (0 < n && n < 128) {
89
90         int **A = new int* [n];
91         for (int i = 0; i < n; i++) {
92             A[i] = new int [n];
93         }
94
95         for (int i = 0; i < n; i++) {
96             for (int j = 0; j < n; j++) {
97                 cin >> A[i][j];
98                 // Los valores dentro de la matriz est n entre 0 <= |
99                 // n| < 1000
100                 if (A[i][j] >= 1000 || A[i][j] <= -1000) {
101                     flag = false;
102                     break;
103                 }
104             }
105             if (flag == false)
106                 break;
107         }
108
109         if (flag == true) {
110             int resultado;
111             resultado = suma_maxima(A, n);
112             cout << resultado << endl;
113         }
114         else {
115             cout << "Valores fuera del rango establecido 0 <= |n| < 1000"
116                 << endl;
117         }
118
119         for (int i = 0; i < n; i++) {
120             delete [] A[i];

```

```

119         }
120         delete [] A;
121     }
122     return 0;
123 }
124
125 /*
126 Para compilar :
127
128 g++ suma_max_matriz.cpp -o suma_max_matriz.out
129 ./suma_max_matriz.out < prueba.txt > resultado.txt
130 */

```

2. Resolver el ejercicio utilizando Programación Dinámica (SEGÚN LAS INDICACIONES EN CLASE).

Código

```

1 //Nombre : Sharon Chullunqu a Rosas
2
3 //Codigo hecho con programaci n dinamica
4
5 #include <iostream>
6 #include <cmath>
7
8 using namespace std;
9
10 /*
11
12 Donde :
13
14 fInf : fila inferior
15 cInf : columna inferior
16 fSup : fila superior
17 cSup : columna superior
18
19 */
20
21 int suma_maxima(int **A,int n){
22     int Subsuma_resultado;
23     int sumMax = -999*pow(n,2); //el valor mas pequeno que puede
        tomar
24     for(int fInf = 0; fInf < n; fInf++){
25         for(int cInf = 0; cInf < n; cInf++){
26             for(int fSup = fInf; fSup < n; fSup++){
27                 for(int cSup = cInf; cSup < n; cSup++){
28                     Subsuma_resultado = A[fSup][cSup]; // O(1)
29                     if(fInf > 0)

```

```

30         Subsuma_resultado -= A[fInf-1][cSup];
31         if (cInf > 0)
32             Subsuma_resultado -= A[fSup][cInf-1];
33         if (fInf > 0 && cInf > 0)
34             Subsuma_resultado += A[fInf-1][cInf-1];
35         sumMax = max(sumMax, Subsuma_resultado);
36     }
37 }
38 }
39 }
40 return sumMax;
41 }
42
43
44 int main () {
45     int n;
46     bool flag = true;
47     cin >> n;
48     if (0 < n && n < 128) {
49
50         int **A = new int* [n];
51         for (int i = 0; i < n; i++) {
52             A[i] = new int [n];
53         }
54
55         for (int i = 0; i < n; i++) {
56             for (int j = 0; j < n; j++) {
57                 cin >> A[i][j];
58                 // Los valores dentro de la matriz est n entre 0 <= |
59                 // n | < 1000
60                 if (A[i][j] >= 1000 || A[i][j] <= -1000) {
61                     flag = false;
62                     break;
63                 }
64             }
65             if (flag == false)
66                 break;
67         }
68
69         if (flag == true) {
70             int resultado;
71             // Hallando matriz acumulativa sobre la matriz original
72             for (int i = 0; i < n; ++i) {
73                 for (int j = 0; j < n; ++j) {
74                     if (i > 0)
75                         A[i][j] += A[i-1][j];
76                     if (j > 0)
77                         A[i][j] += A[i][j-1];
78                     if (i > 0 && j > 0)

```

```
78             A[i][j] -= A[i - 1][j - 1];
79         }
80     }
81     resultado = suma_maxima(A,n);
82     cout<<resultado<<endl;
83 }
84 else
85     cout<<"Valores fuera del rango establecido 0<=|n|<1000"
86     <<endl;
87
88     for(int i = 0; i < n; i++){
89         delete [] A[i];
90     }
91     delete [] A;
92     return 0;
93 }
94
95 /*
96 Para compilar :
97
98 g++ suma_max_matriz_pd.cpp -o suma_max_matriz_pd.out
99 ./suma_max_matriz_pd.out < prueba1.txt > resultado1.txt
100 */
```

Bibliografía

- [1] Código del ejercicio con Programación Dinámica en GitHub : https://github.com/sharon1160/ADA/blob/master/Practica08/suma_max_matriz_pd.cpp
- [2] Código del ejercicio con Divide y Conquista en GitHub : https://github.com/sharon1160/ADA/blob/master/Practica08/suma_max_matriz.cpp