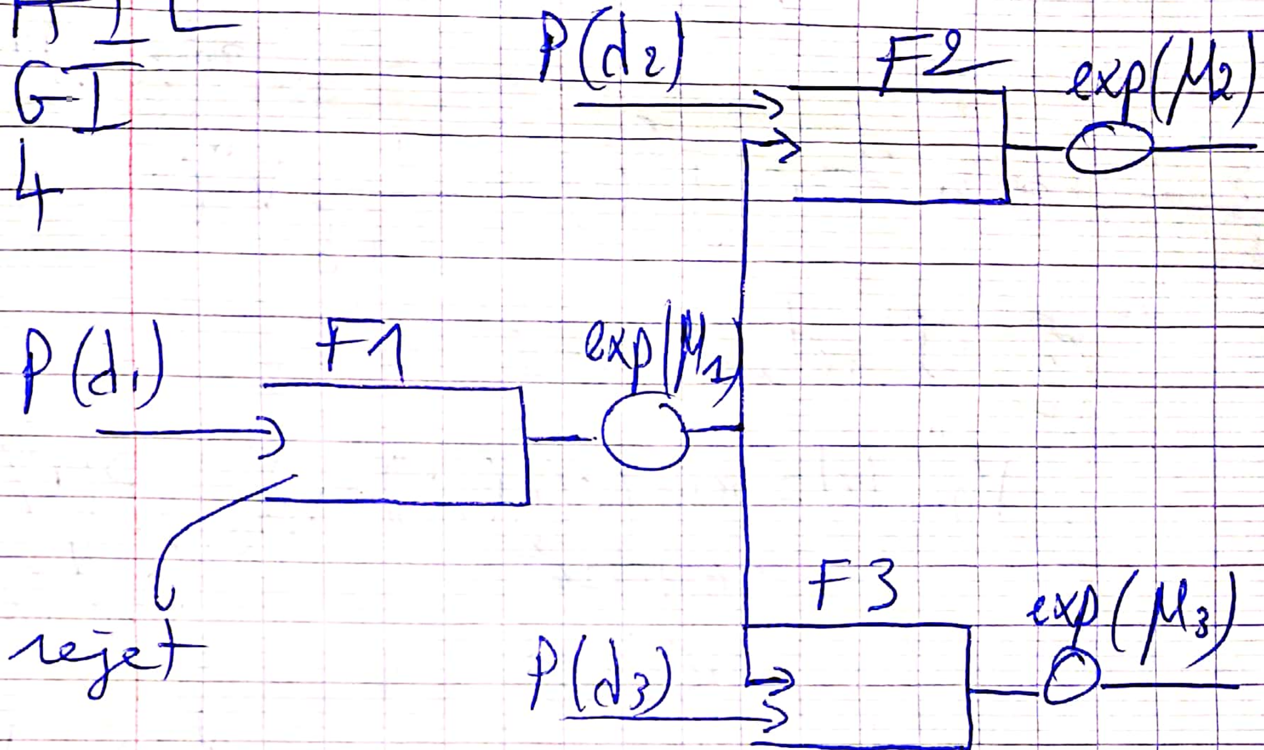
LARHCHIM
ISMAIL
FI GI
2AS4

Devoir 3



① espace d'état : $\mathbb{N}^3$

espace d'actions $\{0,1\}\{0,1\}\{2,3\}$

② $J^\delta(x) = \min_{\pi\in\Pi(D)} J^\delta_\pi(x)$

où $J^\delta_\pi = E_\pi\left[\int_0^{+\infty} e^{-\delta t} \cdot c(x_t,(a_t^1, a_t^2, a_t^3, A_t)\, dt \mid x_0 = x\right]$

$\nu = \sum_1^3 (d_i + \mu_i)$ et $\alpha = \frac{\nu}{\nu+\delta}$ et

$V^\alpha(x) = \min_{\pi\in\Pi(D)} V^\alpha_\pi(x)$

Scanné avec CamScanner

avec $V_{\pi}^{\alpha}(x) = E_{\pi}\left[\sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^n c(x_n, (a_n, a_n^2, a_n^3, r_n))\right]$

on a donc $J^{\delta}(x) = \frac{1}{\beta+\delta} V^{\alpha}(x)$

3 l'instant $n+1$

$$V_{n+1}^{\alpha}(x) = \min_{\substack{a \in \{0,1\}^2 \\ r \in \{2,3\}}} \left(c(x,(a,r)) + \alpha \sum_{x' \in \mathbb{N}} P(x'/x,(a,r)) \times V_n^{\alpha}(x') \right)$$

$$\Rightarrow V_{n+1}^{\alpha}(x) = cx + \frac{\alpha}{\beta+\delta} \{ \mu_1 V_n^{\alpha}(D_1 x) + \mu_2 V_n^{\alpha}(D_2 x) + \mu_3 V_n^{\alpha}(D_3 x) + \lambda_1 \cdot \min\{ V_n^{\alpha}(x) + \xi_1 ; V_n^{\alpha}(A_1 x) \} + \lambda_2 \cdot \min\{ V_n^{\alpha}(x) + \xi_2 ; V_n^{\alpha}(A_2 x) \} + \lambda_3 \cdot \min\{ V_n^{\alpha}(x) + \xi_3 ; V_n^{\alpha}(A_3 x) \} \}$$

$$\Rightarrow V_{n+1}^{\alpha}(x) = cx + \frac{\alpha}{\beta+\delta} \left\{ \sum_{i=1}^{3} \mu_i V_n^{\alpha}(D_i x) + \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \cdot \min\{ V_n^{\alpha}(x) + \xi_i ; V_n^{\alpha}(A_i x) \} \right\}$$

4 propriétés structurelles

(P1) $V_n^\alpha(x)$ est $\nearrow$ en x / $x=(x_1,x_2,x_3)$

(P2) $V_n^\alpha(x)-V_n^\alpha(A_i x)$ décroissante en $x=(x^1,x^2,x^3)$ $\forall i\in\{1,\ldots,3\}$

on suppose que $V_0^\alpha(x)=0$ si

$\lim_{n\to\infty} V_n^\alpha(x)=V^\alpha(x)$ existe

alors V^α vérifie P1, P2

On a $V_1^\alpha(x)=Cx$ car $V_0^\alpha(x)=0$

$$V_2^\alpha(x)=Cx+\frac{\alpha}{\alpha\nu+\delta}\left\{\sum_{i=1}^{3}\mu_i V^\alpha(D_i x)+\sum_{i=1}^{3}\lambda_i \min\{V_1(x)+\xi_i ; V_1^\alpha(A_i x)\}\right\}$$

$$V_n^\alpha(x)-V_n^\alpha(A_i x)=Cx+\frac{\alpha}{\nu+\beta}\left\{\sum_{i=1}^{3}\mu_i V_{n-1}^\alpha(D_i x)+\sum_{i=1}^{3}\lambda_i\min\{V_{n-1}^\alpha(x)+\xi_i ; V_{n-1}^\alpha(A_i x)\}\right\}-C(x+1)-$$

$$\frac{\alpha}{\nu+\delta}\left\{\sum_i \mu_i V_{n-1}^\alpha(D_i A_i x)+\sum_i \lambda_i\min\{V_{n-1}^\alpha(A_i x)+\xi_i ; V_{n-1}^\alpha(A_i A_i x)\}\right\}$$

$$= -c + \frac{\alpha}{\upsilon + \delta} \Big\{ \sum_i \mu_i \big(V_{n-1}^{\alpha}(D_i x) - V_{n-1}^{\alpha}(x) \big) + \sum_i d_i \big\{ \min\{ V_{n-1}^{\alpha}(x) + \varepsilon_i ; V_{n-1}^{\alpha}(A_i x) \} - \min\{ V_{n-1}^{\alpha}(A_i x) + \varepsilon_i ; J_{n-1}^{\alpha}(A_i A_i x) \} \big\} \Big\}$$

5 on rejette un client dans un état x on doit le rejetter dans l'etat $A_j x$ avec $j = 1, 2, 3$ aussi