Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Лабораторная работа №7

Помехоустойчивое кодирование

Руководитель
________________ Н. В. Богач

Выполнил
________________ Л. Д. Конина
группа 33501/3

Санкт-Петербург
2018

Цель работы

Изучение методов помехоустойчивого кодирования и сравнение их свойств.

Постановка задачи

Провести кодирование/декодирование сигнала, полученного с помощью функции randerr кодом Хэмминга 2-мя способами: с помощью встроенных функций encode/decode, а также через создание проверочной и генераторной матриц и вычисление синдрома. Оценить корректирующую способность кода.

Выполнить кодирование/декодирование циклическим кодом, кодом БЧХ, кодом Рида-Соломона. Оценить корректирующую способность кода.

Теоретический раздел

Кодирование

Физическое кодирование — преобразование двоичных данных, осуществляемое для их передачи по физическому каналу. Физическое кодирование может менять форму, ширину полосы частот и гармонический состав сигнала в целях осуществления синхронизации приёмника и передатчика, устранения постоянной составляющей или уменьшения аппаратных затрат передачи сигнала.

Обнаружение ошибок в технике связи — действие, направленное на контроль целостности данных при записи/воспроизведении информации или при её передаче по линиям связи. Исправление ошибок — процедура восстановления информации после чтения её из устройства хранения или канала связи.

Для обнаружения ошибок используют коды обнаружения ошибок, для исправления — корректирующие коды (коды, исправляющие ошибки, коды с коррекцией ошибок, помехоустойчивые коды).

Типы помехоустойчивого кодирования

Кодирование Хэмминга

Коды Хемминга — линейные коды с минимальным расстоянием 3, то есть способные исправить одну ошибку. При кодировании используется порождающая матрица G

$$code = msg * G \tag{1}$$

При декодировании используется проверочная матрица H, которая позволяет определить синдром S.

$$S = code * H^T \tag{2}$$

Синдром позволяет определить в какой позиции произошла ошибка.

Коды Хэмминга являются самокорректирующимися кодами, то есть кодами, позволяющими автоматически обнаруживать ошибки при передаче данных и исправлять их.

Для построения самокорректирующегося кода, рассчитанного на исправление одиночных ошибок, одного контрольного разряда недостаточно. Как видно из дальнейшего, количество контрольных разрядов k должно быть выбрано так, чтобы удовлетворялось неравенство

$$2^k \geq k + m + 1 \tag{3}$$

или

$$k \geq \log_2(k + m + 1) \tag{4}$$

где m — количество основных двоичных разрядов кодового слова.

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки на четность числа единичных символов: к последовательности добавляется такой элемент, чтобы число единичных символов в получившейся последовательности было четным.

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus ... \oplus i_k \tag{5}$$

$$S = i_1 \oplus i_2 \oplus ... \oplus i_n \oplus r_1 \tag{6}$$

Тогда если $S = 0$ - ошибки нет, иначе есть однократная ошибка.

Такой код называется $(k+1, k)$. Первое число — количество элементов последовательности, второе — количество информационных символов.

Получение кодового слова выглядит следующим образом:

$$(i_1\, i_2\, i_3\, i_4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (i_1\, i_2\, i_3\, i_4\, r_1\, r_2\, r_3) \tag{7}$$

Получение синдрома выглядит следующим образом:

$$(i_1\, i_2\, i_3\, i_4\, r_1\, r_2\, r_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & S_3 \end{pmatrix} \tag{8}$$

Циклические коды Циклический код — линейный код, обладающий свойством цикличности, то есть каждая циклическая перестановка кодового слова также является кодовым словом. Используется для преобразования информации для защиты её от ошибок.

Коды БЧХ Коды Боуза — Чоудхури — Хоквингема (БЧХ-коды) — широкий класс циклических кодов, применяемых для защиты информации от ошибок. Отличается возможностью построения кода с заранее определёнными корректирующими свойствами, а именно, минимальным кодовым расстоянием. Частным случаем БЧХ-кодов является код Рида — Соломона.

Коды Рида-Соломона Коды Рида—Соломона (англ. Reed–Solomon codes) — недвоичные циклические коды, позволяющие исправлять ошибки в блоках данных. Элементами кодового вектора являются не биты, а группы битов (блоки). Код Рида—Соломона является частным случаем БЧХ-кода.

Ход работы

Коды Хэмминга Результат кодирования и декодирования сигнала кодом Хэмминга (7, 4) с помощью встроенных функций:

Исходное сообщение:

0 0 0 1

Кодированное сообщение:

1 1 0 1 0 0 1

Декодированное сообщение:

0 0 0 1

Декодированное сообщение совпадает с исходным.

Через создание проверочной и генераторной матриц:

Генераторная матрица:

1 0 0 0 1 1 0

0 1 0 0 1 0 1

0 0 1 0 0 1 1

0 0 0 1 1 1 1

Проверочная матрица:

0 0 0 1 1 1 1

0 1 1 0 0 1 1

1 0 1 0 1 0 1

Синдром: 0 0 0

Скорректированное сообщение: 1 1 0 1 0 0 1

Декодированное сообщение:

0 0 0 1

Декодированное сообщение совпадает с исходным.

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3.

Циклические коды

Исходное сообщение 1 1 0 0

Кодированное сообщение 0 1 0 1 1 0 0

Декодированное сообщение 1 1 0 0

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3.

Коды БЧХ

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3 или 4.

Исходное сообщение:

1 1 1 0 1
0 1 1 1 1
0 1 1 0 0
1 1 0 0 1
1 1 1 1 1

Порождающий полином:
Columns 1 through 6
1 0 1 0 0 1
Columns 7 through 11
1 0 1 1 1
Кодированное сообщение:
Columns 1 through 6

1 1 1 0 1 0
0 1 1 1 1 0
0 1 1 0 0 1
1 1 0 0 1 0
1 1 1 1 1 1

Columns 7 through 12

1 1 0 0 1 0
1 0 1 1 0 0
0 0 0 1 1 1
0 0 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1

Columns 13 through 15

0 0 1
1 0 0
1 0 1
0 1 0
1 1 1

Декодированное сообщение:

1 1 1 0 1
0 1 1 1 1
0 1 1 0 0
1 1 0 0 1
1 1 1 1 1

Коды Рида-Соломона

Код Рида-Соломона позволяет кодировать недвоичные сообщения.

При кодировании сообщений с кодовым расстоянием 1, получаются закодированные сообщения с кодовым расстоянием 3 или 4.

Исходное сообщение:

2	7	3
4	0	6
5	1	1

Кодированное сообщение:
Columns 1 through 6

2	7	3	3	6	7
4	0	6	4	2	2
5	1	1	4	5	4

Column 7
6
0
0
Декодированное сообщение:

2	7	3
4	0	6
0	7	6

Число исправленных ошибок:
1 2 1

Выводы

Кодирование позволяет защитить данные при передаче по каналам связи от ошибок, вызываемых как правило помехами в канале связи. Некоторые коды позволяют только обнаружить ошибку, некоторые — обнаружить и устранить. Все коды рассмотренные в работе (Хэмминга, циклические коды, коды БЧХ, коды Рида-Соломона) позволяют устранять ошибки (являются самокорректирующимися). Коды Хэмминга и циклический позволяют устранить только одну ошибку, коды БЧХ и Рида-Соломона позволяют устранить до двух ошибок.