



Prática 5: Avaliação de campos eletromagnéticos devidos a linhas de transmissão aéreas

Prof. Sandro Trindade Mordente Gonçalves (sandro@cefetmg.br)

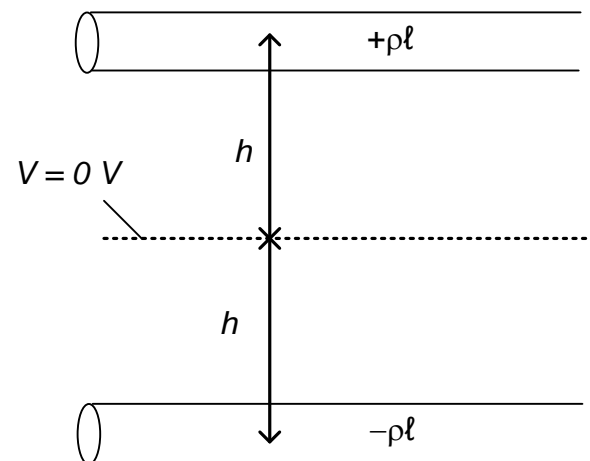
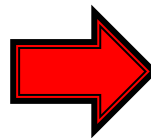
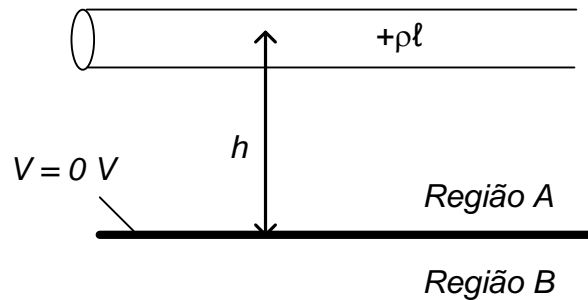
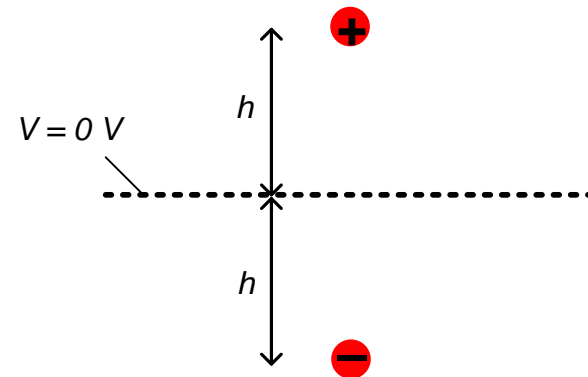
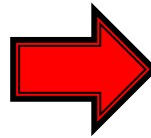
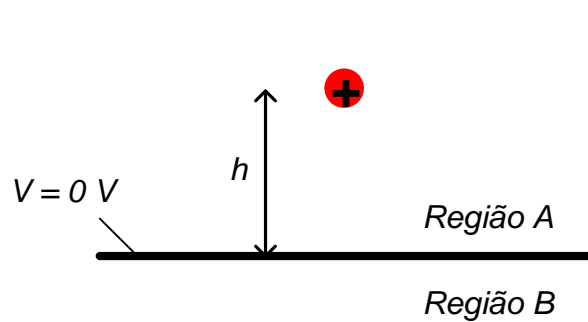
Método das imagens

O método das imagens é comumente utilizado para determinar os campos \mathbf{E} e \mathbf{D} , além do potencial escalar V , associados a distribuições de carga na presença de planos condutores. **Por esse método, evitamos resolver a equação de Laplace ou de Poisson ao considerar o fato de que uma superfície condutora é equipotencial. Embora o método não se aplique a todos os problemas de eletrostática, ele pode reduzir a complexidade da solução de alguns deles.**

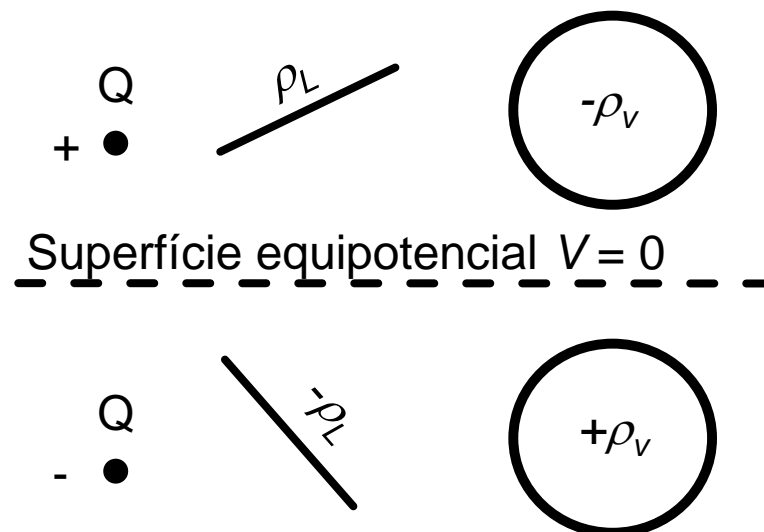
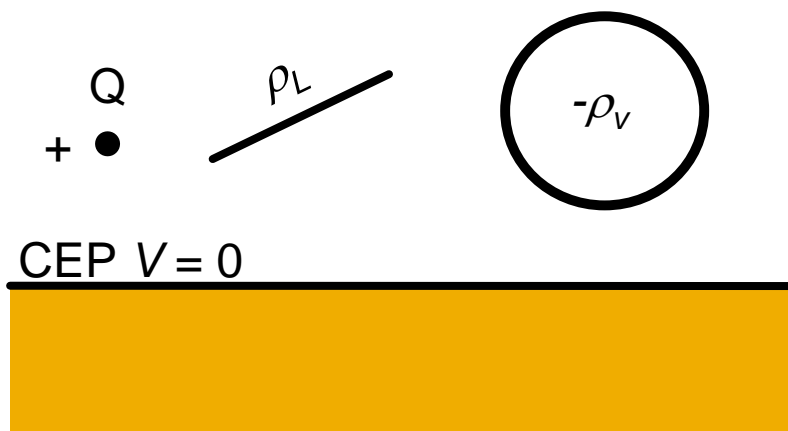
Sejam duas regiões, região A e região B, separadas por um plano infinito condutor perfeito aterrado. Deseja-se determinar o campo elétrico ou o potencial escalar elétrico na região A devido a uma dada distribuição de cargas localizada nessa região. O método das imagens consiste na substituição da região B por uma distribuição de cargas (imagem) de tal forma que essa carga imagem, juntamente com a carga real da região A, produzam as mesmas condições de contorno do problema original (teorema da unicidade).

Método das imagens

Exemplos típicos:



Método das imagens



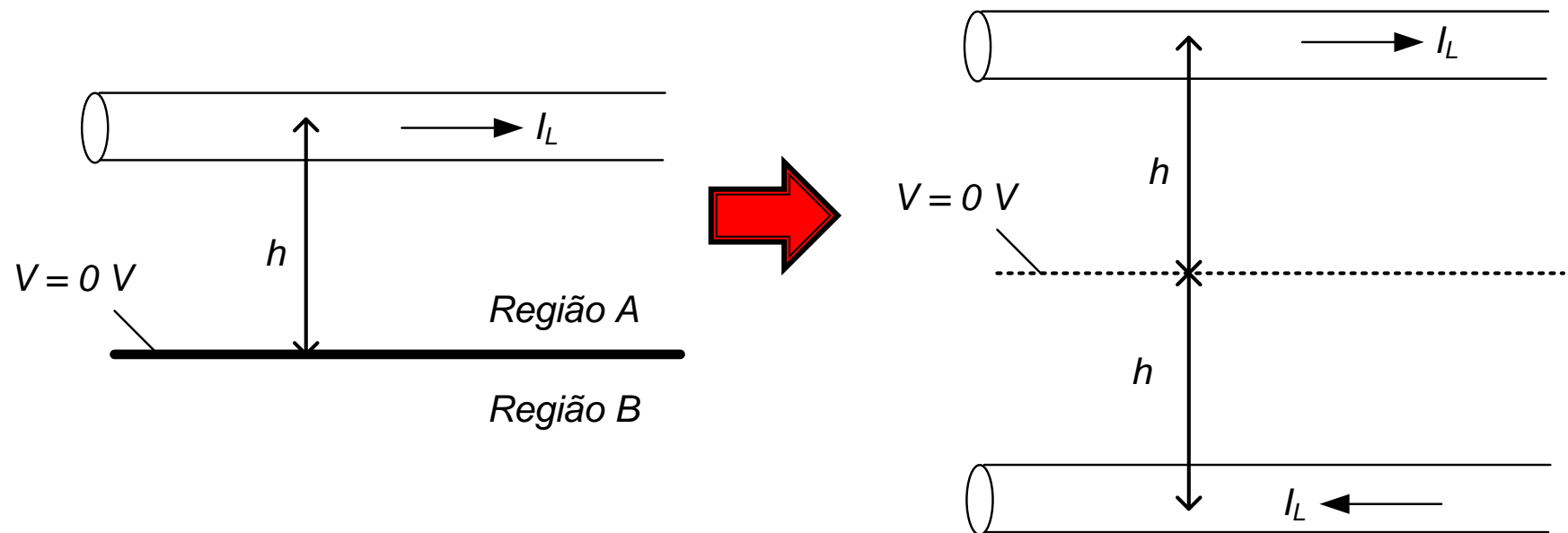
Condições para aplicar o método das imagens:

1. As cargas imagens devem estar localizadas, no Sistema Equivalente, no interior da região onde no Sistema **Físico real estaria** o CEP (satisfaz a Equação de Poisson);.
2. As cargas imagens devem estar localizadas de forma que o potencial na superfície **condutora seja constante ou zero**. (Satisfaz condições de fronteira).

Método das imagens

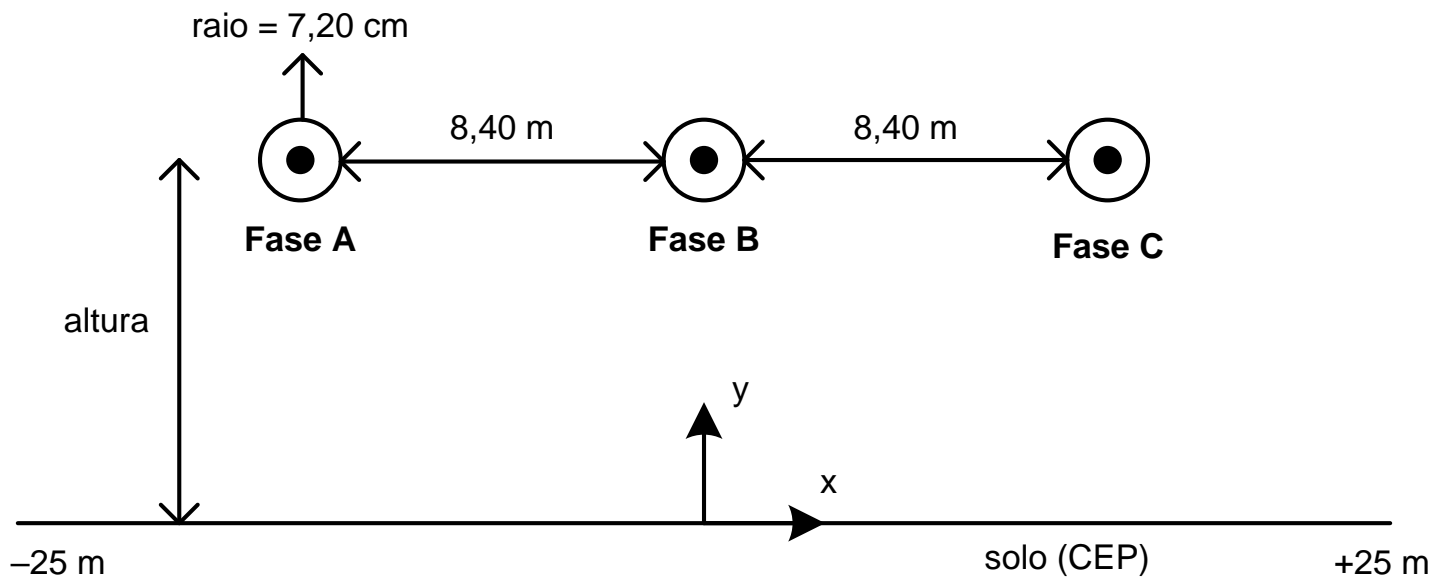
Embora tenha sido originalmente idealizado para solução de problemas de eletrostática, o método das imagens pode ser expandido para avaliação de problemas envolvendo configurações de corrente sobre planos condutores aterrados.

Nesse caso, a “corrente imagem” deve ter sentido contrário à “corrente real”. A figura a seguir ilustra um caso típico.



Prática: Cálculo de campos devido a uma LT trifásica

Seja a LT trifásica, 345 kV e potência transmitida de 1090 MVA ilustrada abaixo. Considere a sequência de fases abc e frequência de operação 60 Hz. A LT possui dois cabos por fase (Ruddy), que podem ser representados por um único de raio equivalente 7,20 cm. A distância entre as fases é de 8,40 m e a LT ocupa uma faixa de 50 m (também conhecida como faixa de servidão ou de segurança). Desenvolva uma rotina para cálculo dos campos elétrico (**E**) e densidade de fluxo magnético (**B**) no nível do solo.



Formulação para o campo E

Considerando único condutor (infinito) imerso em um meio infinito em todas as direções e carregado com uma densidade linear $+\rho_L$, o módulo do vetor \vec{E} pode ser facilmente determinado via lei de Gauss e é dado, em coordenadas cartesianas, por:

$$|\vec{E}| = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

A orientação do campo pode ser obtida de acordo com a lei de Coulomb, sendo dada pelo vetor unitário que aponta no sentido do vetor separação, ou seja:

$$\begin{cases} \vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} \\ \vec{r}' = x'\hat{x} + y'\hat{y} \\ \vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = (x-x')\hat{x} + (y-y')\hat{y} \\ \hat{R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{(x-x')\hat{x} + (y-y')\hat{y}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \end{cases}$$

Formulação completa:

$$\vec{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \frac{(x-x')\hat{x} + (y-y')\hat{y}}{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

Formulação para o campo E

$$\vec{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \frac{(x-x')\hat{x} + (y-y')\hat{y}}{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

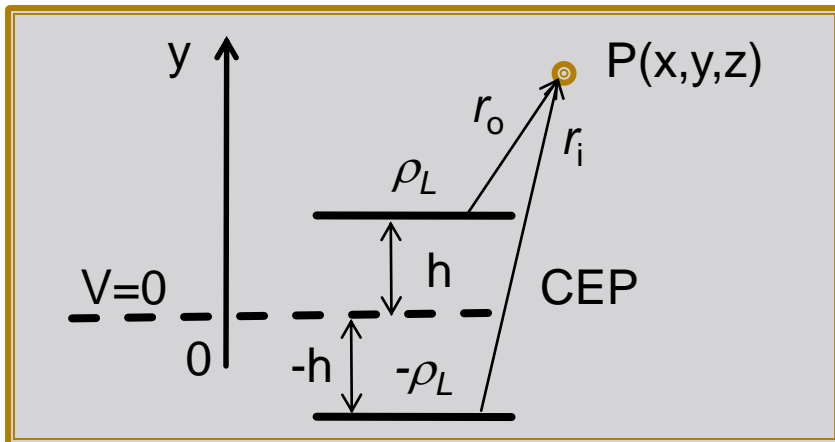
Problema original

$$\vec{E} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \frac{(x-x')\hat{x} - h\hat{y}}{(x-x')^2 + h^2}$$

+

Problema Imagem

$$\vec{E} = \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \frac{(x-x')\hat{x} + h\hat{y}}{(x-x')^2 + h^2}$$



$$\vec{E} = \frac{-\rho_L}{\pi\epsilon_0} \frac{h\hat{y}}{(x-x')^2 + h^2}$$

Formulação para o campo **B**

Considerando único condutor (infinito) imerso em um meio infinito em todas as direções e uma corrente filamentar I_L no sentido $+z$, o módulo do vetor **B** é facilmente determinado via lei de Ampere e é dado, em coordenadas cartesianas, por:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

A orientação do campo pode ser obtida de acordo com a lei de Biot-Savart, sendo dada pelo produto vetorial entre o vetor unitário que aponta sentido da corrente e o vetor unitário que aponta no sentido do vetor separação, ou seja:

:

$$\hat{R} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{(x-x')\hat{x} + (y-y')\hat{y}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$
$$\hat{z} \times \hat{R} = \frac{(x-x')\hat{y} - (y-y')\hat{x}}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

Formulação completa:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi} \frac{(x-x')\hat{y} - (y-y')\hat{x}}{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

Formulação para o campo B

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi} \frac{(x-x')\hat{y} - (y-y')\hat{x}}{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

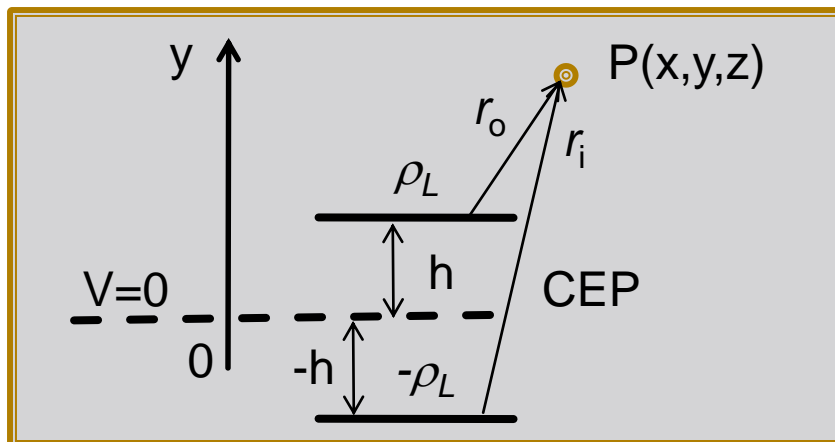
Problema original

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_L}{2\pi} \frac{(x-x')\hat{y} + h\hat{x}}{(x-x')^2 + h^2}$$

+

Problema Imagem

$$\vec{B} = \frac{-\mu_0 I_L}{2\pi} \frac{(x-x')\hat{y} - h\hat{x}}{(x-x')^2 + h^2}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_L}{\pi} \frac{h\hat{x}}{(x-x')^2 + h^2}$$

Determinação de ρ_L e I_L

O valor rms da densidade linear de cargas ρ_L pode ser obtido de forma aproximada considerando que a tensão fase-terra de cada condutor é dada por:

$$\Delta V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h}{a}\right)$$

O valor rms da corrente que circula pela LT pode ser obtido considerando a sua potência aparente e o nível de tensão:

$$|S| = \sqrt{3}V_L I_L$$

Não se esqueça de considerar os defasamentos de $\pm 120^\circ$ nas correntes e nas densidades de carga!!!!



Prática: Cálculo de campos devido a uma LT trifásica

Altura média dos condutores igual a 12 m. Apresente um gráfico do módulo do fasor associado a cada componente dos campos eletromagnéticos no nível do solo ao longo da faixa $[-25, +25]$ m.

Altura dos condutores igual a 8,10 m (distância mínima exigida por norma para LTs de 345 kV). Apresente um gráfico do módulo do fasor associado a cada componente dos campos eletromagnéticos no nível do solo ao longo da faixa $[-25, +25]$ m.

Altura dos condutores igual a 7,40 m (distância em condição de emergência). Apresente um gráfico do módulo do fasor associado a cada componente dos campos eletromagnéticos no nível do solo ao longo da faixa $[-25, +25]$ m.