

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
IA-751 - Instrumentação Biomédica Avançada

**Simulação Computacional De Reconstrução Tomográfica  
Por Retropromoção Filtrada**

Larissa Helena Mendes

Prof. Dr. Eduardo Tavares Costa

Campinas, Novembro de 2020

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>2</b>
2.1 Fundamentos Físicos da Tomografia . . . . .	2
2.1.1 Lei de Beer . . . . .	3
2.2 Transformada de Radon . . . . .	3
2.3 Teorema de Fourier Slice . . . . .	5
2.4 Retroprojeção Filtrada . . . . .	7
<b>3 Algoritmo e Resultados</b>	<b>8</b>
3.1 Ampliação da imagem . . . . .	8
3.2 Cálculo de sinograma e transformada de Radon . . . . .	9
3.3 Retroprojeção Filtrada . . . . .	10
3.3.1 Filtragem das projeções . . . . .	13
3.4 Alisamento da imagem reconstruída . . . . .	13
3.5 Outras Reconstruções . . . . .	15
3.5.1 Padrão SMPTE . . . . .	15
3.5.2 Crânio Humano . . . . .	15
<b>4 Discussão</b>	<b>16</b>
<b>5 Anexo 1</b>	<b>17</b>
<b>6 Anexo 2</b>	<b>19</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>21</b>

# **Lista de Figuras**

2.1	Ilustração do processo de tomografia [2]. . . . .	2
2.2	Distribuição da atenuação ao longo de uma trajetória do raio em um objeto. [2]. . . . .	3
2.3	Geometria na transformada de Radon. [4]. . . . .	4
2.4	Projeções em dois diferentes ângulos que resultam em um sinograma [4]. . .	5
2.5	Representação do Teorema de Fourier Slice. [4] . . . . .	5
2.6	Representação do Teorema de Fourier Slice. [4] . . . . .	6
2.7	Ilustração do Teorema de Fourier slice. Cada uma das retas corresponde à transformada de Fourier de uma das projeções. [4] . . . . .	6
2.8	Filtro rampa a) no domínio da freqüência e b) no domínio do espaço de Fourier. [3] . . . . .	7
3.1	a) Imagem original, de dimensões 512x512 pixels e b) Imagem ampliada, de dimensões 950x950 pixels . . . . .	9
9	. . . ((a)) . . . . .	9
9	. . . ((a)) . . . . .	9
9	. . . ((b)) . . . . .	9
9	. . . ((b)) . . . . .	9
3.2	Imagen ampliada rotacionada, da esquerda para a direita, $30^\circ$ , $90^\circ$ e $150^\circ$ . .	10
3.3	Projeções verticais das rotações de $30^\circ$ , $90^\circ$ e $150^\circ$ , respectivamente. . . . .	10
3.4	Sinograma obtido a partir das projeções (ilustradas na figura 3.3) em cada ângulo de rotação da imagem do fantoma. . . . .	11
3.5	Etapas intermediárias da retroprojeção e a imagem original recuperada, sem filtro . . . . .	11
3.6	a) Retroprojeção sem filtro e b) Retroprojeção com filtro (imagem reconstruída)	13
3.7	Projeções não filtrada e filtrada, obtidas com a imagem rotacionada $90^\circ$ . Nota-se um aumento do brilho total da imagem em requências mais baixas, e pouca contraste em alta freqüência, como ilustrado na figura. . . . .	13
3.8	Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.	14
3.9	Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.	15
3.10	Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.	15
4.1	Comparação entre entre as reconstruções da imagem com passos de $1^\circ$ , $0.3^\circ$ e $0.2^\circ$ , respectivamente. . . . .	16

*LISTA DE FIGURAS*

iii

5.1 Rotações, de 0 a 180°, captadas a cada 10°. Entretanto, o passo das rotações e projeções foi de 1° . . . . .	18
6.1 Etapas intermediárias da retroprojeção e a imagem original recuperada, sem filtro . . . . .	20

# Introdução

Técnicas de imagem médica são métodos não invasivos para olhar dentro do corpo sem a necessidade de abri-lo cirurgicamente. São usadas para auxiliar no diagnóstico ou para tratamento de diferentes condições médicas.

Existem muitas técnicas de imagens médicas, e uma delas é a tomografia computadorizada (TC) de raios-X, que se tornou uma das técnicas de imagem mais usadas nas últimas décadas devido à sua boa qualidade de imagem. É um procedimento que permite a avaliação não destrutiva de estruturas internas de objetos, produzindo imagens de suas secções transversais.

Na confecção de uma imagem por TC, o processo de irradiação da amostra (ou corpo do paciente), em diferentes direções, gerando um conjunto de imagens bidimensionais, deve ser seguido pela reconstrução dessas imagens. Os métodos de reconstrução de imagens podem ser divididos em duas classes: métodos iterativos e métodos analíticos [6]. Nos métodos analíticos, o objeto a ser reconstruído é tradado como um conjunto de funções integráveis. Deste modo, o problema de reconstrução é tratado como equações integrais, oferecendo uma solução matemática direta para a formação da imagem. Os métodos iterativos são baseados em uma solução matemática mais complicada que requer várias etapas para chegar a uma imagem.

O tema deste trabalho é execução dos métodos analíticos para reconstituição de imagens tomográficas. A transformada de Radon e o teorema da fatia de Fourier compõem a base para os métodos de reconstrução analítica. Em seguida, deve ser executado o método de retroprojeção, que é exatamente o reverso da operação de projeção que deu origem aos dados. Também é aplicada a retroprojeção filtrada (FBP), em que os dados de projeção são primeiramente retroprojetados, filtrados no espaço de Fourier.

# Revisão Bibliográfica

## 2.1 Fundamentos Físicos da Tomografia

O processo de tomografia pode ser realizado emitindo feixes paralelos de raios x em um objeto de análise em diferentes ângulos. Os feixes sofrem atenuações de acordo com o tipo de material do objeto. O conjunto de perfis, ou fatias, são reconstruídos a partir da transformada de Radon, cujo se chama Sinograma [2].

A Figura 2.1 mostra o processo de tomografia, onde o par gerador de raio-x e detector são rotacionados e translados realizando cortes em diferentes ângulos e trajetórias paralelas em torno do objeto.

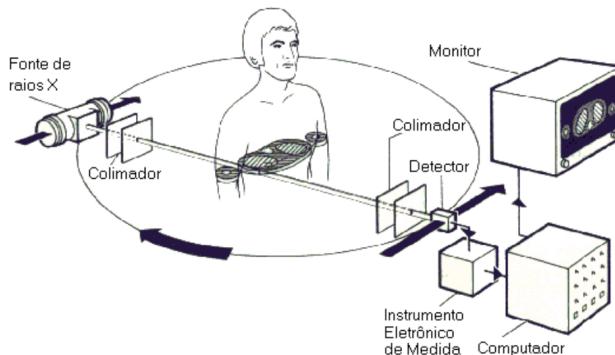


Figura 2.1: Ilustração do processo de tomografia [2].

Os detectores de fôtons da tomografia computadorizada transformam os fôtons emitidos em sinal analógico (quanto mais raio-x chega, maior é a diferença de potencial, ou voltagem que cada detector fornece ao computador) e depois digital (o computador converte os valores de voltagem, contínuos, em unidades digitais, vistas abaixo).

Desde a sua invenção várias gerações de equipamentos surgiram, sendo a primeira e segunda gerações com características de translação e rotação do tubo e detectores em torno do objeto estudado, tendo poucos detectores. Os aparelhos da terceira geração têm maior número de detectores, nos quais o tubo e os detectores realizam rotação em torno do objeto. Os aparelhos da quarta geração têm a coroa de detectores fixa e apenas o tubo gira em torno do paciente. A quinta geração são os aparelhos helicoidais que têm movimentos simultâneos do gantry e mesa. A sexta geração são os aparelhos multislice que, além dos movimentos simultâneos do gantry e mesa, possuem fileiras de detectores que permitem múltiplas aquisições simultâneas.

### 2.1.1 Lei de Beer

Antes de introduzir qualquer teoria da tomografia computadorizada, é necessário entender um pouco da técnica de imagem por raios X, considerando que as características físicas dos raios X são a base para a expressão matemática da projeção obtida pelo mesmo.

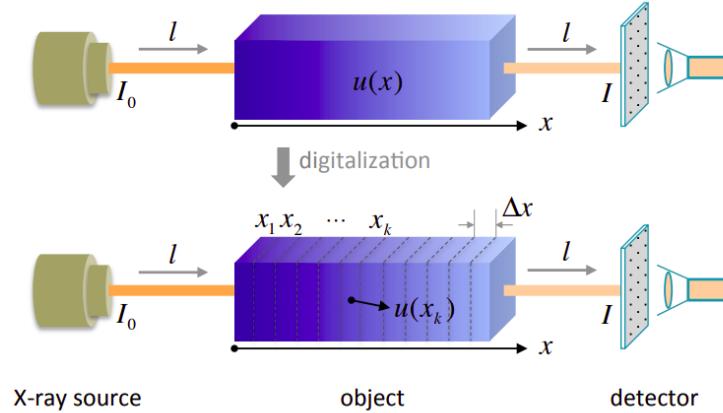


Figura 2.2: Distribuição da atenuação ao longo de uma trajetória do raio em um objeto. [2].

A imagem de raios-X é baseada na lei de Lambert-Beer, que especifica a dependência do coeficiente de atenuação do raio-X nas propriedades do material através do qual o raio-X está viajando. Conforme mostrado na Figura 2.2, os fótons de raios-X são emitidos pela fonte de raios-X e viajar através do objeto até o detector em uma linha reta modelada  $l$ , que também é chamada de caminho de raios-X.  $u(x)$  denota a distribuição do índice de atenuação de raios-X do objeto ao longo de  $l$ . De acordo com a lei Beer-Lambert, a intensidade inicial  $I_0$  e final  $I$  têm a seguinte relação:

$$I = I_0 e^{\int_l u(x) dx} \quad (2.1)$$

onde a integral de linha de  $u(x)$  é realizada ao longo do caminho de raios-X  $l$ . Pode-se definir a projeção  $p$  do objeto como

$$p = \int_l u(x) dx = \ln \frac{I_0}{I} \quad (2.2)$$

que é exatamente a integral de linha em 2.1.

## 2.2 Transformada de Radon

Matematicamente, uma projeção pode ser descrita pelo teorema da transformada de Radon, que diz que o valor de uma função bidimensional em um ponto arbitrário é obtido exclusivamente pelas integrais ao longo das linhas de todas as direções que passam pelo ponto.

Para descrever o teorema, consideremos um objeto bi-dimensional definido pela função  $u(x, y)$  em um sistema de coordenadas Cartesiano. Define-se uma linha no sistema que contém o conjunto do detector para uma determinada direção de projeção  $\theta$ . Nesta linha, medimos a função projeção  $p_\theta(t)$  (veja Figura 3.1). Definiremos o raio-x como a linha

$L(\theta, t)$  que atravessa a função do objeto parametrizada por  $\theta$ , o ângulo entre o raio-x e o eixo y, e pela posição de interseção com linha de projeção  $t$ .

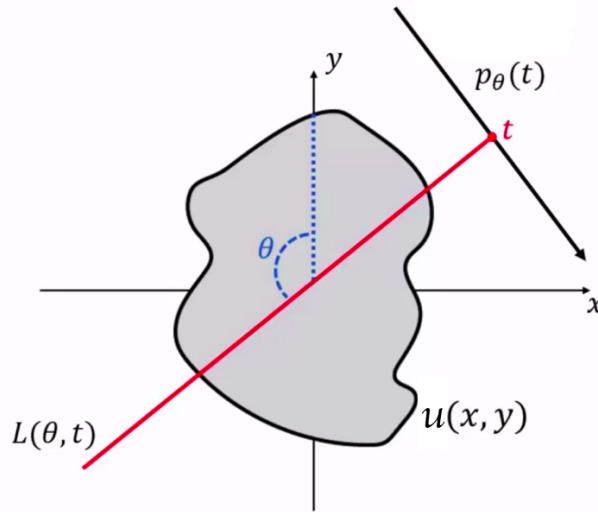


Figura 2.3: Geometria na transformada de Radon. [4].

Em outras palavras, esta linha é o conjunto de todos os pontos do sistema de coordenadas em que  $x \cos\theta + y \sin\theta = t$ . De modo que,

$$L(\theta, t) = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \cos\theta + y \sin\theta = t\} \quad (2.3)$$

Desta maneira, podemos expressar  $p_\theta(t)$  como,

$$p_\theta(t) = \int_{L(\theta, t)} u(x, y) ds \quad (2.4)$$

Se fizermos isso para todas os ângulos de projeção e todas as posições do detector, obtemos a transformada de Radon. Esta é uma representação completa da função projeção do objeto, que também pode ser chamada de sinograma.

$$\mathcal{R}f(\theta, t) = \int_{L(\theta, t)} u(x, y) ds \quad (2.5)$$

Como para objetos reais não é possível obter um número infinito de direções de projeção, é necessário discretizar a transformada de Radon. Isto acontece devido ao tempo limitado de exposição dos objetos a radiação e da largura  $\Delta t$  dos detectores, resultando em uma amostragem incompleta. Desta forma, ficamos com a seguinte expressão discretizada, onde o index  $i$  corresponde ao pixel  $i$  na imagem do sinograma (veja Figura 2.4), que é um valor único para  $\theta$  e  $t$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{R}f(\theta, t) &= \int_{L(\theta, t)} u(x, y) ds \\ p_i &= \frac{1}{\Delta t} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} \mathcal{R}u(\theta, t + t') dt' \end{aligned} \quad (2.6)$$

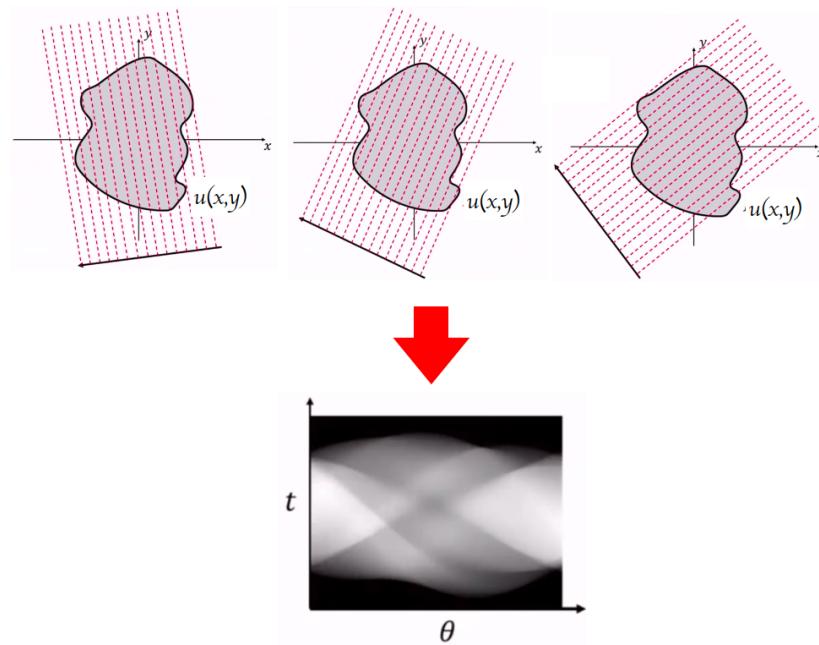


Figura 2.4: Projeções em dois diferentes ângulos que resultam em um sinograma [4].

## 2.3 Teorema de Fourier Slice

Os métodos de reconstrução analítica são baseados no Teorema de Fourier Slice. Consideremos novamente uma função  $u(x, y)$  representada em um domínio cartesiano. Para representar essa função do domínio Fourier, basta aplicar uma transformada de fourier (Figura 2.5). Entretanto, na tomografia, não conhecemos a função do objeto. Conhecemos apenas a função do detector  $p_\theta(t)$  para um determinado número de ângulos.

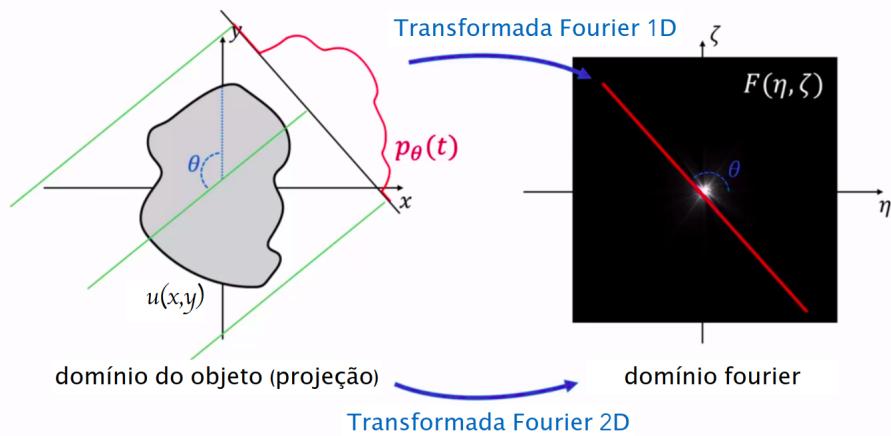


Figura 2.5: Representação do Teorema de Fourier Slice. [4]

O teorema de diz que uma transformada de fourier de uma dimensão da função do objeto  $u(x, y)$  em um ângulo  $p_\theta(t)$  é exatamente igual a uma linha através de uma representação bi-dimensional de Fourier do objeto completo. Além disso, esta linha é alinhada com o ângulo  $p_\theta(t)$ , de modo que ao medir uma projeção do objeto, é possível preencher uma única linha

do domínio de Fourier. Aplicando as projeções para múltiplos ângulos, e possível obter uma representação completa do objeto. E com esta representação completa, é possível aplicar uma transformada de Fourier bi-dimensional inversa para recuperar ou reconstruir a função do objeto original (Figura 2.8).

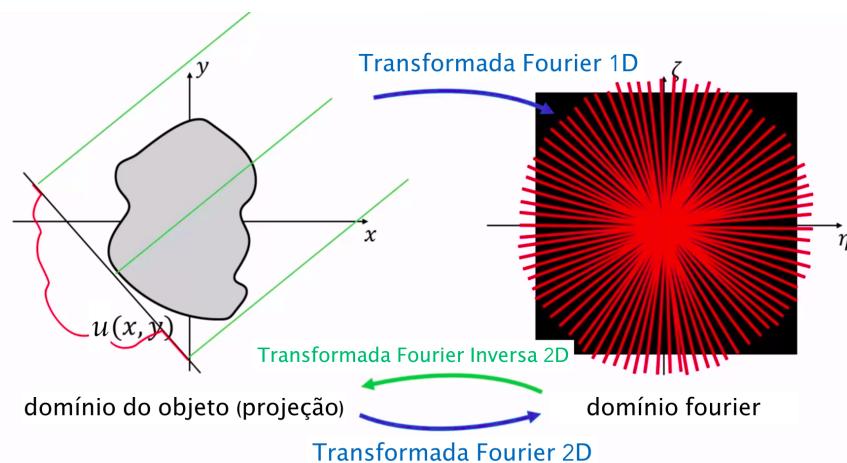


Figura 2.6: Representação do Teorema de Fourier Slice. [4]

Como o número de projeções é finito, existirão “buracos” no espectro da imagem, onde não existem componentes de frequência. Como as frequências de fourier formam um círculo, a distribuição é muito mais densa no centro, de modo que a reconstrução será muito mais acurada. Para altas frequências, onde estão as linhas mais finas dos objetos, não existem muitos pontos, dificultando a reconstrução após a transformada inversa de Fourier. Como resultado, temos imagens "borradas" nas bordas.

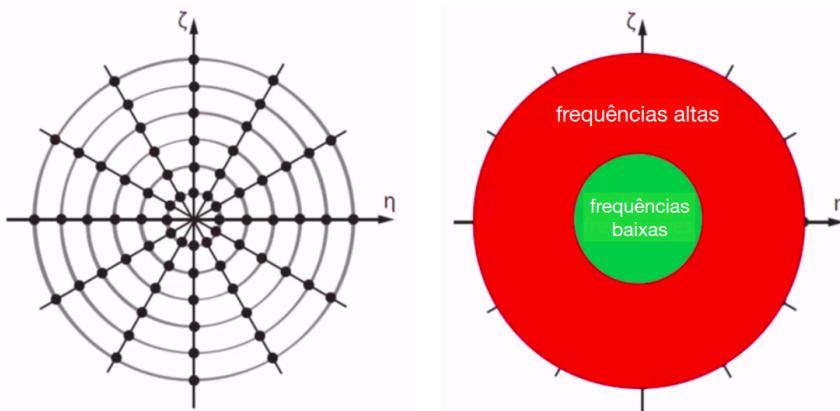


Figura 2.7: Ilustração do Teorema de Fourier slice. Cada uma das retas corresponde à transformada de Fourier de uma das projeções. [4]

Este problema é contornado fazendo-se a interpolação (filtragem) destes dados em um processo chamado retroprojeção filtrada.

## 2.4 Retroprefeção Filtrada

O procedimento de retroprojeção filtrada envolve, como o nome já diz, duas etapas: retroprojeção e filtragem. Para entender a retroprojeção filtrada, consideremos a transformada de Fourier unidimensional de uma única projeção. O espectro bidimensional de freqüências da imagem, é formado utilizando apenas a transformada desta projeção, correspondendo a uma reta na figura 2.8. Calculando a transformada inversa bidimensional de Fourier desta mesma imagem, no domínio do espaço, podemos obter uma figura formada apenas pela contribuição da projeção utilizada. Se este procedimento for feito individualmente para todas as projeções, a soma total das imagens resultará na reconstrução da imagem original. [3].

A filtragem deseja eliminar as baixas frequências que são responsáveis pelo o efeito de névoa esbranquiçada causado na retroprojeção, e vários tipos de filtro podem ser aplicados. Nesse trabalho foi utilizado o filtro "rampa". No domínio da frequência, esse filtro é apenas  $|w|$ . A transformada inversa de Fourier correspondente é um padrão de onda.

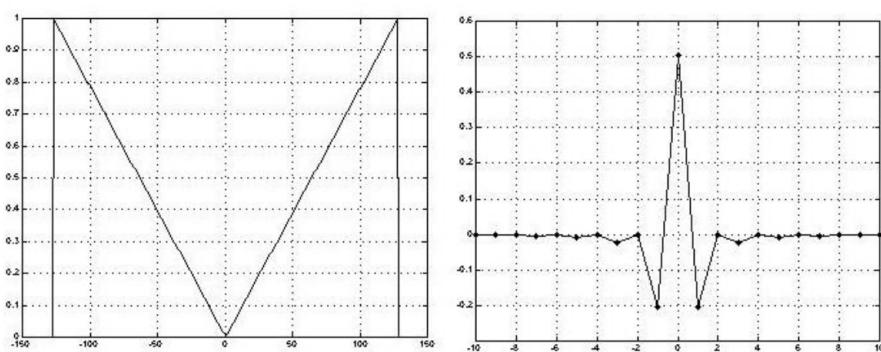


Figura 2.8: Filtro rampa a) no domínio da freqüência e b) no domínio do espaço de Fourier. [3]

Este filtro tem o efeito de filtrar as baixas freqüências e passar as altas freqüências. Assim, com este filtro, os recursos de contraste (altas freqüências) são acentuados, enquanto o desfoque (baixas freqüências) é minimizado.

## Algoritmo e Resultados

A simulação do tomógrafo computadorizado foi implementada em ambiente MATLAB, com os seguintes passos:

1. Ampliação da imagem;
2. Cálculo do sinograma e transformada de radon;
3. Retropromoção filtrada;
4. Alisamento da imagem reconstruída com filtro Butterworth passa-baixas.

Neste trabalho foi realizada a reconstrução de 4 imagens:

- Fantoma da cabeça Shepp-Logan. A imagem fantoma ilustra as imagens tomográficas do mundo real de cabeças humanas. A concha elíptica brilhante ao longo do exterior é análoga a um crânio e as muitas elipses internas são análogas a características cerebrais ou tumores;
- Padrão SMPTE, denominado RP 133-1991, recomendado para testes de padrão de imagens médicas diagnósticas para monitores de vídeo, câmeras e impressoras;
- A imagem correspondente à fatia da cabeça de um cadáver humano masculino disponibilizado pelo projeto Visible Human Project;

O código completo [1] e imagens utilizadas estão disponíveis no [Github](#) [5]. Para explicar o algoritmo, serão mencionadas partes do código, focando na análise do fantoma de Shepp-Logan. Os resultados das outras imagens serão reportados nas seções seguintes, e podem ser facilmente reproduzidos com o mesmo código.

### 3.1 Ampliação da imagem

A imagem utilizada para a simulação é do fantoma da cabeça Shepp-Logan. A imagem fantoma ilustra as imagens tomográficas do mundo real de cabeças humanas. A concha elíptica brilhante ao longo do exterior é análoga a um crânio e as muitas elipses internas são análogas a características cerebrais ou tumores.

Durante a rotação de uma imagem em torno de seu centro para a realização da projeção, como mencionado na seção 2.2, os dados nos cantos da imagem podem ser perdidos. Para evitar a esta perda, a imagem original pode ter suas bordas ampliadas onde os novos valores são preenchidos com zeros.

```
1 ampliaBorda      = ceil(norm(size(imageData)) - size(  
    imageData)) + 2;  
2 imageData_ampliada = padarray(imageData, ampliaBorda);
```

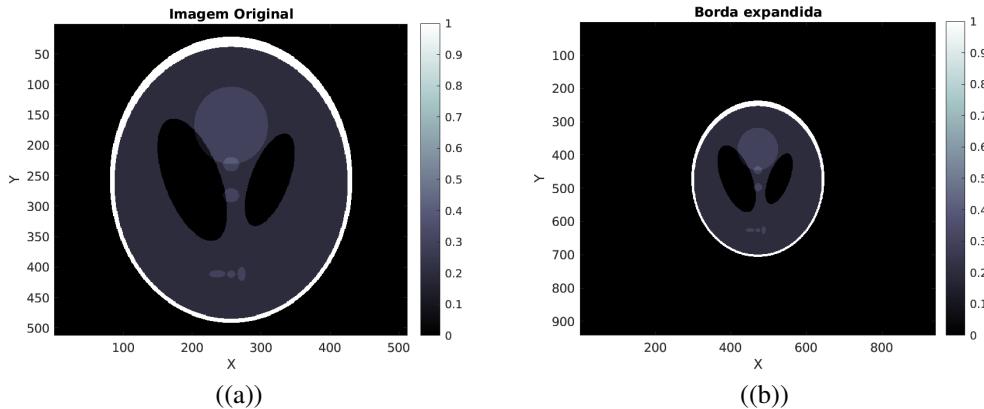


Figura 3.1: a) Imagem original, de dimensões 512x512 pixels e b) Imagem ampliada, de dimensões 950x950 pixels

### 3.2 Calculo de sinograma e transformada de Radon

Para gerar o sinograma, é necessário a obtenção de projeções ao longo de diversos ângulos. A função do MATLAB `imrotate` gira a imagem no sentido anti-horário em torno de seu ponto central. No pedaço de código<sup>1</sup>. abaixo, a variável `freq` define o passo de cada rotação em torno dos  $180^\circ$ . Girando a imagem em valores menores que  $180^\circ$ , a reconstrução fica incompleta, e valores acima são redundantes.

```

1 % Alguns par metros para definir o dos angulos do loop
2 % A variavel freq definira o passo
3 freq = 1; % [1/degree]
4 thetas = 0:1/freq:180-1/freq;
5
6 % Definicao das projecoes e sinograma
7 numDeProjecoesAngulares = length(thetas);
8 numDeProjecoesParalelas = size(imageData_ampliada,1);
9 sinograma = zeros(numDeProjecoesParalelas,
    numDeProjecoesAngulares);

10
11 % Loop sobre os angulos
12 for angulo_rotacao = 1:length(thetas)
    % Rotacionar imagem
    tmpImage = imrotate(imageData_ampliada,-thetas(
        angulo_rotacao), 'nearest', 'crop');

```

---

<sup>1</sup>Para a versão completa do código, consulte [5]

```

15
16 % Preencher sinograma
17 sinograma(:, angulo_rotacao) = sum(tmpImage, 2);
18 end

```

A figura 3.3 apresenta rotações da imagem original com as bordas expandidas em 30°, 90° e 150°. Nota-se que a expansão das bordas da imagem evitou a perda de dados presentes nos cantos. A figura 3.3 apresenta as projeções de cada uma dessas rotações no eixo vertical. Nesse caso, o eixos X corresponde às colunas das figuras rotacionadas, desde a coluna de número 1 até a última coluna (950). Os eixos Y representam a soma de contagens em cada uma dessas colunas. Na figura 5.1, no Anexo 1, é possível ver a rotação do objeto em mais ângulos.

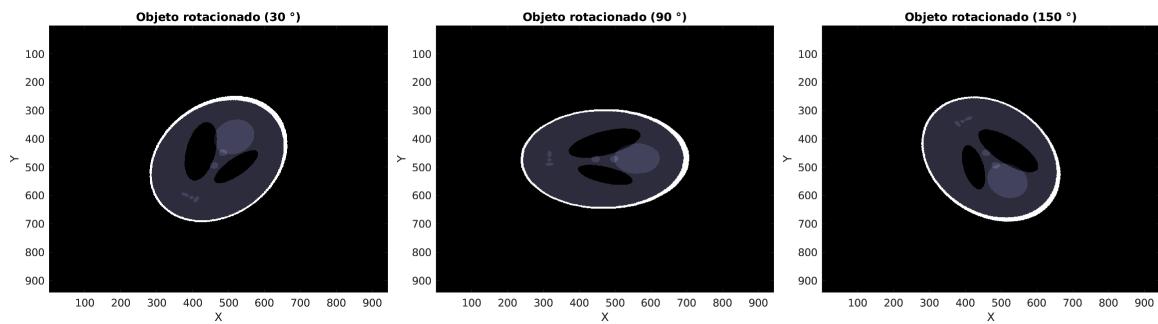


Figura 3.2: Imagem ampliada rotacionada, da esquerda para a direita, 30°, 90° e 150°

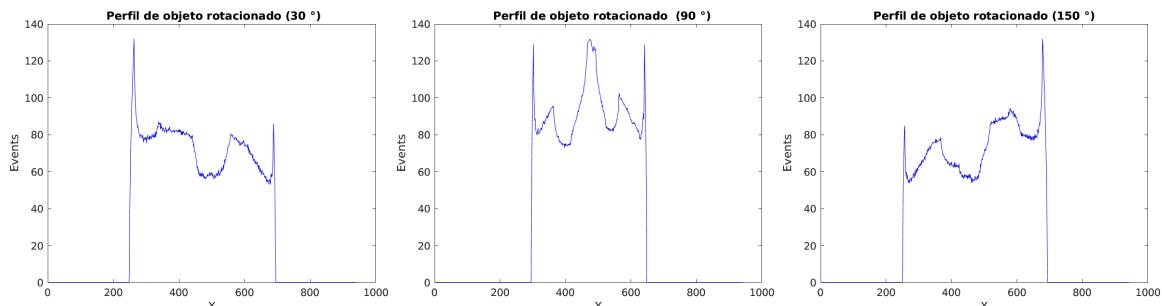


Figura 3.3: Projeções verticais das rotações de 30°, 90° e 150°, respectivamente.

A soma de todas essas projeções resultam em um sinograma, como ilustrado na figura 2.4. A figura 3.4 mostra o sinograma obtido a partir das projeções em cada ângulo de rotação da imagem do fantoma em questão.

### 3.3 Retropromoção Filtrada

Como mencionado na seção 2.4, calculando a transformada inversa bidimensional de Fourier da imagem, podemos obter uma figura formada apenas pela contribuição da projeção utilizada. Se este procedimento for feito individualmente para todas as projeções, a soma total das imagens resultará na reconstrução da imagem original.

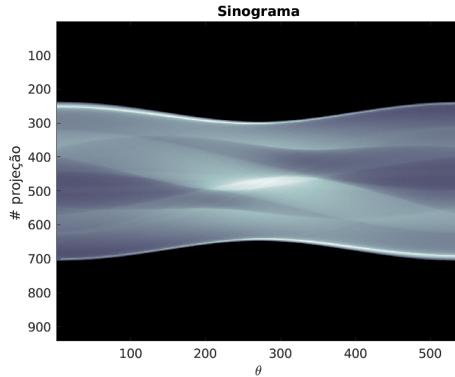


Figura 3.4: Sinograma obtido a partir das projeções (ilustradas na figura 3.3) em cada ângulo de rotação da imagem do fantoma.

Para ilustrar a influência dos filtros das projeções, a retroprojeção foi realizada antes da filtragem. A figura 3.5 mostra a retroprojeção para diferentes etapas da soma até determinados ângulos. Na figura 6.1, no Anexo 2, é possível visualizar o processo em mais ângulos.

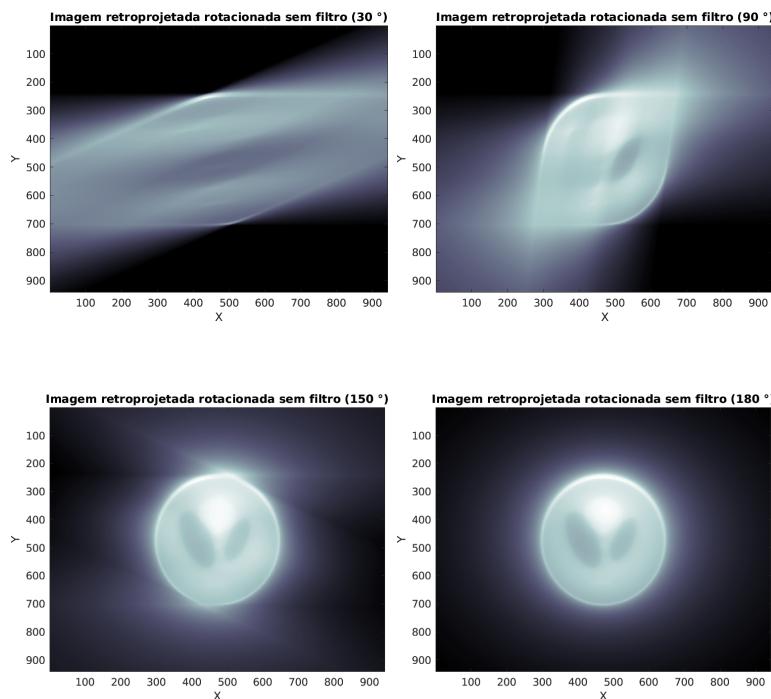


Figura 3.5: Etapas intermediárias da retroprojeção e a imagem original recuperada, sem filtro

Abaixo, o pedaço de código utilizado para geração da imagem na figura 3.5:

```

1 % Criar uma imagem para a retroprojecao , de mesmas dimensoes
   do sinograma
2 numDeProjecoesParalelas = size(sinograma,1);
3 numDeProjecoesAngulares = length(thetas);
4 thetas = (pi/180)*thetas; % convert to radian

```

```

5 BPI = zeros(numDeProjecoesParalelas, numDeProjecoesParalelas);
6
7 % Setar coordenadas
8 midindex = floor(numDeProjecoesParalelas/2) + 1;
9 [xCoords, yCoords] = meshgrid(ceil(-numDeProjecoesParalelas/2)
:ceil(numDeProjecoesParalelas/2-1));
10
11 % Loop sobre cada projecao
12 for i = 1:numDeProjecoesAngulares
13     rotCoords = round(midindex + xCoords*sin(theta(i)) +
yCoords*cos(theta(i)));
14     indices = find((rotCoords > 0) & (rotCoords <=
numDeProjecoesParalelas));
15     newCoords = rotCoords(indices);
16
17 % soma
18 BPI(indices) = BPI(indices) + sinograma(newCoords, i) ./ 
numDeProjecoesAngulares;
19 end
20 imagesc(BPI);

```

Para adicionar o filtro rampa, ilustrado na seção 2.4, basta definir a função desejada (no caso  $|w|$ ) e multiplicar pela imagem retroprojetada, como mostrado no código abaixo. A figura 3.6.b mostra o resultado da imagem final após a aplicação do filtro.

```

1 midindex = floor(size(BPI,1)/2) + 1;
2 % find the middle index of the projections
3 midindex = floor(size(BPI,1)/2) + 1;
4 % Preparar filtro para o dominio da frequencia sem
normalizacao
5 [xCoords, yCoords] = meshgrid(1 - midindex:size(BPI,1) -
midindex);
6 filtroRampa2D = sqrt(xCoords.^2 + yCoords.^2);
7 % Transformada 2D de Fourier
8 reconstrucao2D = fftshift(fft2(BPI));
9 % Aplicacao do filtro
10 reconstrucao2D = reconstrucao2D .* filtroRampa2D;
11 %reconstrucao2D = reconstrucao2D .* butter(2,0.5,'low');
12 % Transformada Inversa 2D de Fourier
13 reconstrucao2D = real(ifft2(ifftshift(reconstrucao2D)));
14
15 imagesc(reconstrucao2D);

```

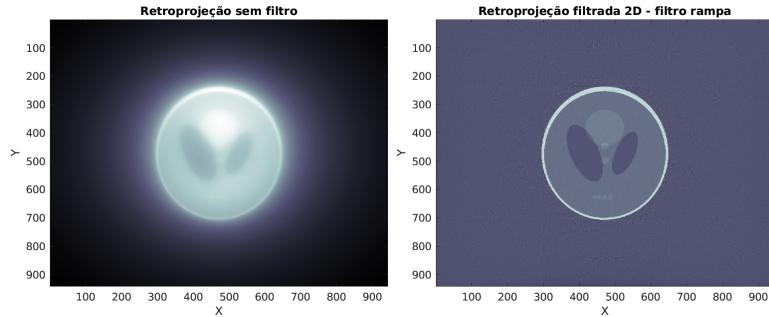


Figura 3.6: a) Retroprojeção sem filtro e b) Retroprojeção com filtro (imagem reconstruída)

### 3.3.1 Filtragem das projeções

A filtragem da imagem é essencial para limitar o componente de freqüência das projeções, evitando, assim a sub-amostragem e reduzindo o efeito de deslocamento do nível DC da imagem [3].

A fim de demonstrar o efeito dos filtros nas projeções, a figura 3.7 mostra a mesma projeção apresentada na figura 3.3, porém com o filtro rampa aplicado nesta etapa anterior da reconstrução (figura 3.6).

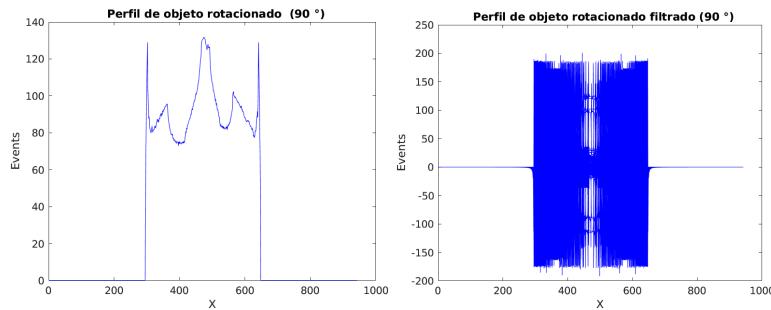


Figura 3.7: Projeções não filtrada e filtrada, obtidas com a imagem rotacionada 90° . Nota-se um aumento do brilho total da imagem em freqüências mais baixas, e pouca contraste em alta freqüência, como ilustrado na figura.

## 3.4 Alisamento da imagem reconstruída

Como o número de projeções possíveis em uma imagem real é finito, a imagem reconstruída (figura 3.6) apresenta um aspecto granuloso. Para suavizar esse padrão, foi utilizado um filtro de alisamento, do tipo Butterworth passa-baixas [3].

O filtro Butterworth é a escolha mais comum em medicina nuclear. É um filtro passa-baixa capaz de suavizar o ruído e preservar a resolução da imagem e será dado pela equação  $H(w) = 1/\sqrt{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^{2r}}$ , onde  $w_c$  é a frequência de corte e  $r$  é a ordem do filtro. O pedaço de algoritimo [3] aplicado pode ser vizualizado abaixo, e o resultado final é apresentado na figura 3.8:

```

1 function H = butterpb(W,H,Tc ,n)
2
3 if n<1,
4     display(sprintf('Ordem n deve ser maior que zero'));
5     return;
6 end;
7
8 if ((Tc<2) | (Tc>max(W,H))),  

9     display(sprintf('Tc deve estar compreendido no intervalo  

10      [2,max(W,H)]'));
11    return;
12 end;
13 K = sqrt(2) - 1; % Constante de NormalizaCao p/ resposta  

14 Fc = 1/Tc; % Calcula frequencia de corte.  

15 Wmedio = fix(W/2);
16 Hmedio = fix(H/2);
17
18 % Calculo da Mascara do Filtro ButterWorth:  

19
20 % Gera distancias de colunas(X) e linhas(Y) ao centro.  

21 [X,Y]= meshgrid(-Hmedio:Hmedio-1+mod(H,2),-Wmedio:Wmedio-1+  

22 mod(W,2));
23 % Normaliza distancias de X e Y ao centro em funcao de H e W.  

24 X = X/(2 * Hmedio); Y=Y/(2 * Wmedio);
25 % Calcula Distancia Euclidiana Normalizada de cada ponto ao  

26 centro.
27 D = sqrt(X.^2 + Y.^2);
28 % Aplica a funcao do filtro ButterWorth .
29 H = 1./(1+K*((D/Fc).^(2*n)));
30
31 return;

```

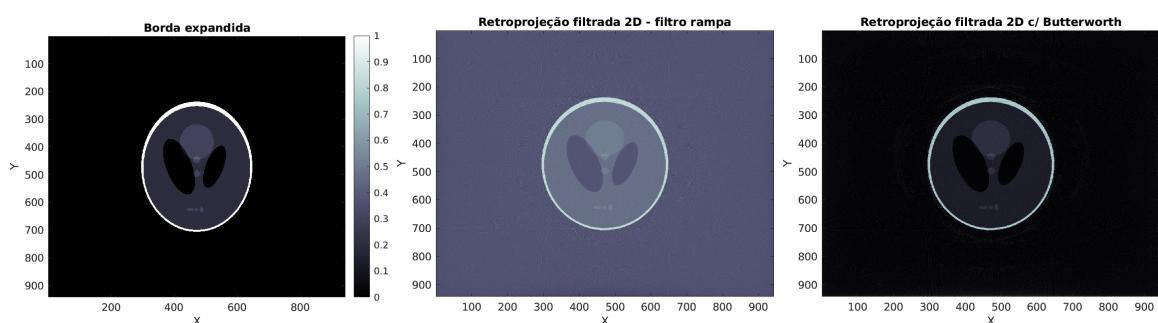


Figura 3.8: Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.

## 3.5 Outras Reconstruções

### 3.5.1 Padrão SMPTE

Denominado RP 133-1991 [8], recomendado para testes de padrão de imagens médicas diagnósticas para monitores de vídeo, câmeras e impressoras. Este padrão foi utilizada para avaliar a capacidade de preservação de contraste do método. As dimensões da imagem original são 512x512 pixels, e o algorítimo aplicado segue os passos mencionados nas seções anteriores.

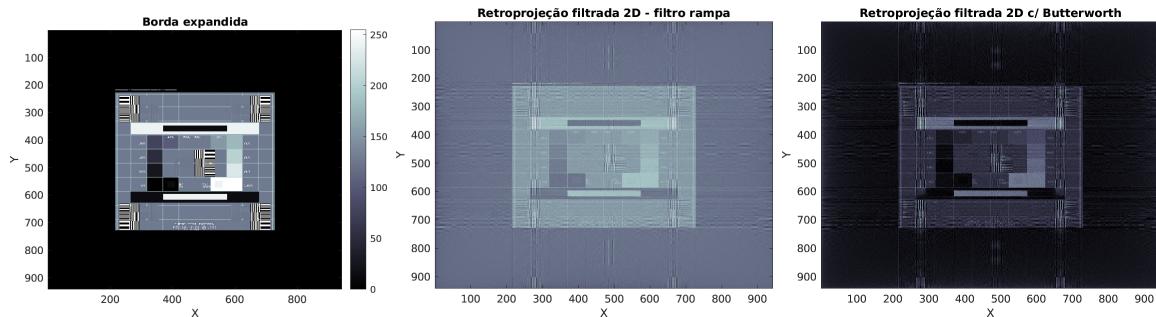


Figura 3.9: Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.

### 3.5.2 Crânio Humano

O "Visible Human Project"[7] possui um repositório de representações tridimensionais anatomicamente detalhadas de corpos humanos masculinos e femininos. Com isto, foi possível fazer a reconstrução de uma fatia de crânio humano masculino, com o mesmo algorítimo das seções anteriores.

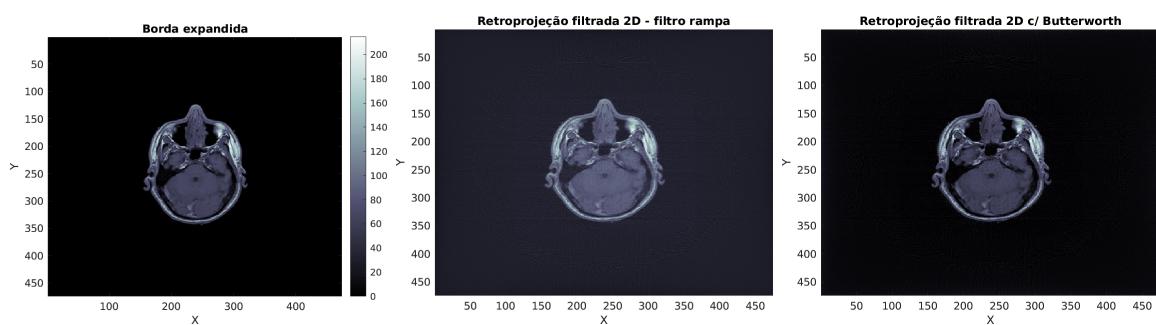


Figura 3.10: Comparação entre a imagem original (com bordas ampliadas), a imagem com apenas o filtro de rampa, e a imagem com o filtro de rampa e Butterworth.

## Discussão

O objetivo deste trabalho consistiu na execução de técnicas de processamento de sinais e imagens tomográficas para fornecer uma melhor compreensão do método de reconstrução por retroprojeção filtrada.

Por inspeção visual, que os resultados de reconstrução obtidos para o fantoma, o padrão SMPTE e para a imagem do crânio são fiéis às imagens originais. Entretanto, a reconstrução da figura do SMPTE (figura 3.9) apresentou o resultado com menor resolução, provavelmente devido ao fato de possuir detalhes com 1 pixel de espessura [3]. E como a resolução da imagem reconstruída está diretamente relacionada ao número de projeções realizadas, nesse caso seriam necessário fazer mais projeções, ou seja, fazer passos menores que  $1^\circ$ . A figura 4.1 mostra uma comparação entre as reconstruções da imagem do SMPTE com passos de  $1^\circ$ ,  $0.3^\circ$  e  $0.2^\circ$ , respectivamente.

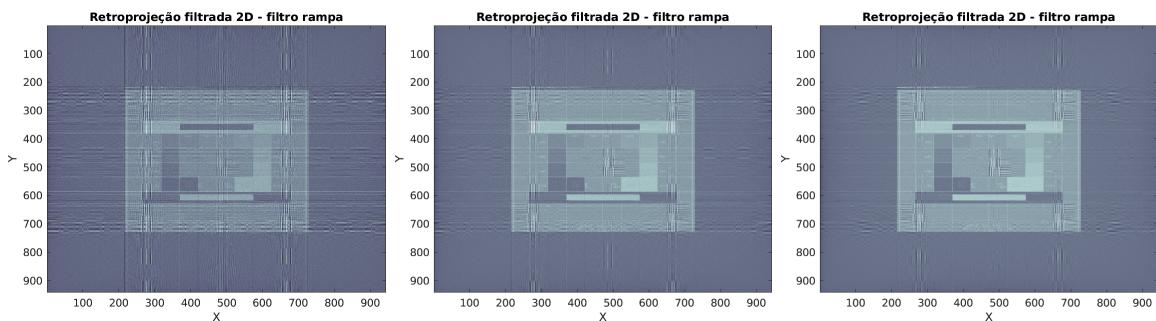
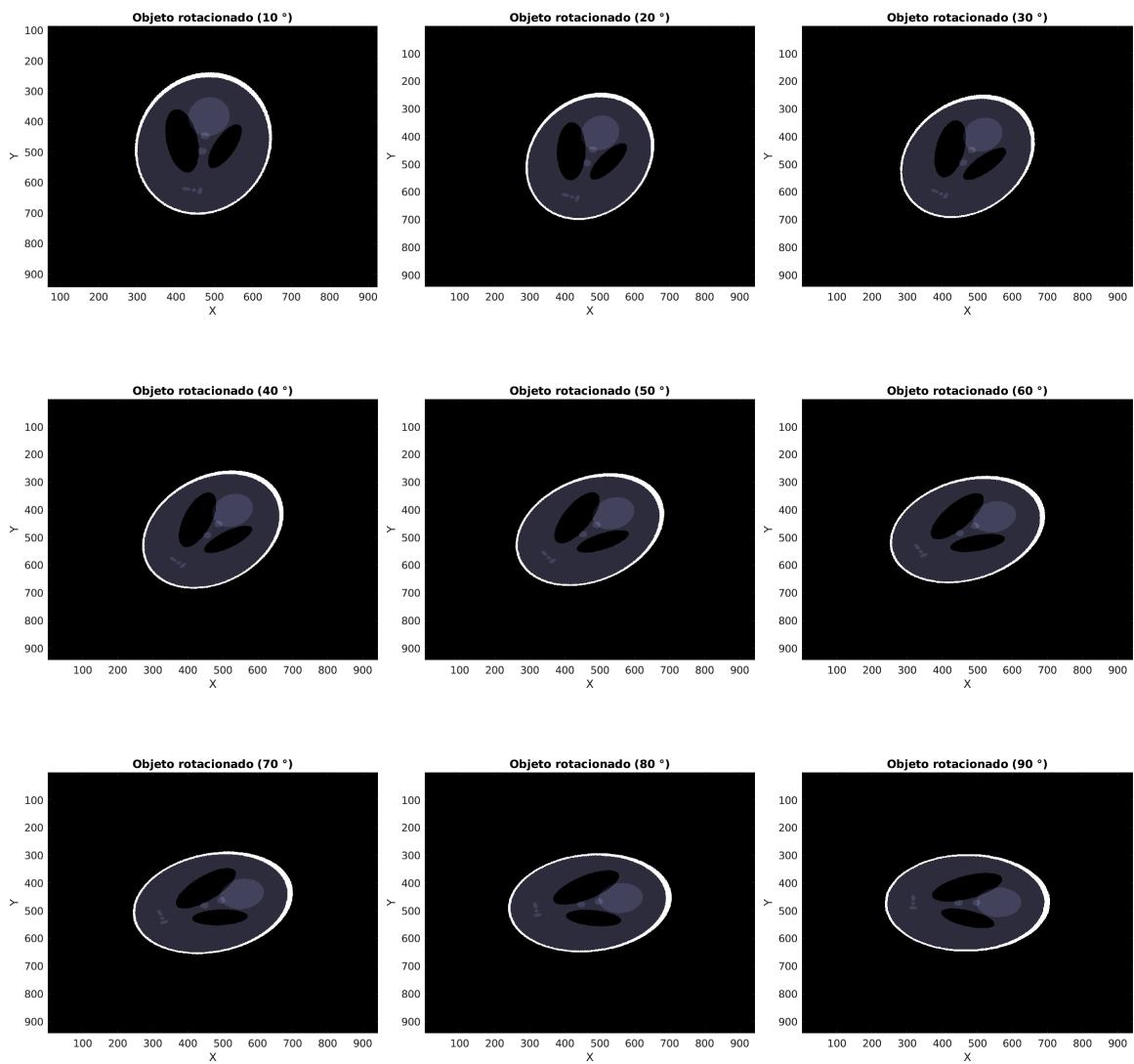


Figura 4.1: Comparação entre as reconstruções da imagem com passos de  $1^\circ$ ,  $0.3^\circ$  e  $0.2^\circ$ , respectivamente.

Para as reconstruções correspondentes às imagens 3.8 e 3.10, passos de  $1^\circ$  mostraram-se suficiente, mas para a figura 3.9 devem ser feitas projeções com passos menores que  $1^\circ$ . A imagem teste do SMPTE comprova a dependência da resolução da imagem reconstruída com o número de projeções utilizadas.

## Anexo 1



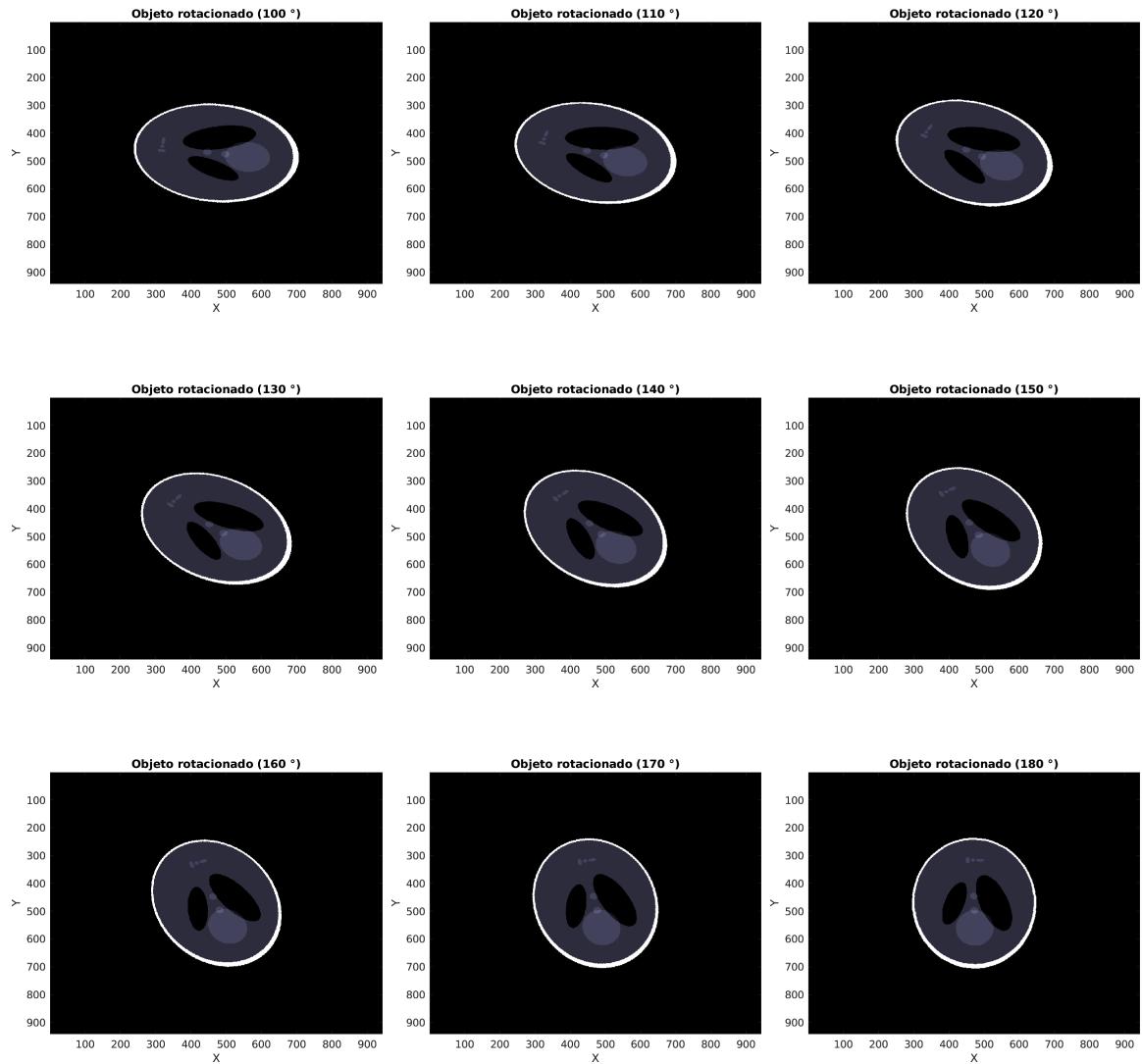
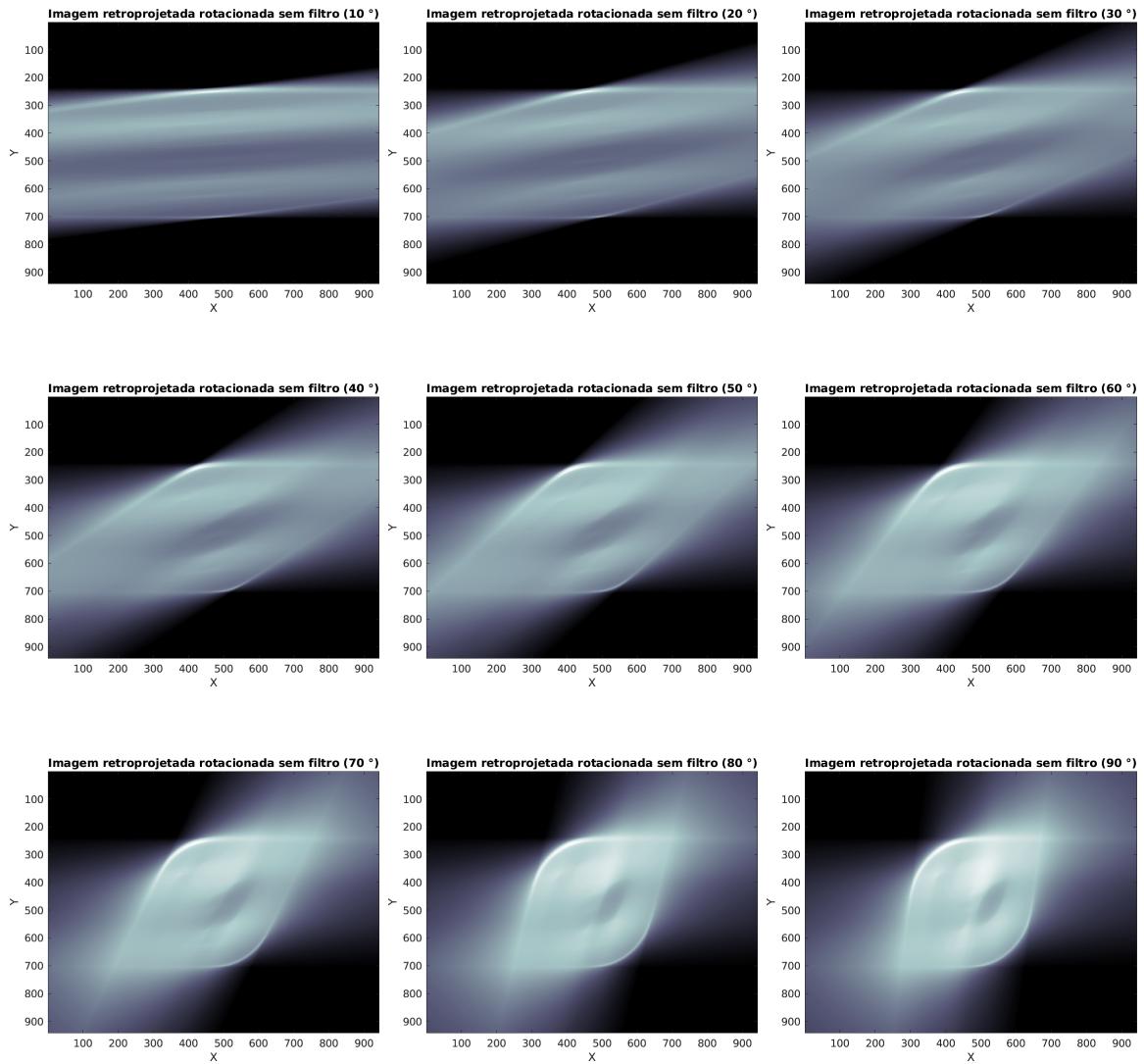


Figura 5.1: Rotações, de 0 a  $180^\circ$ , captadas a cada  $10^\circ$ . Entretanto, o passo das rotações e projeções foi de  $1^\circ$

## Anexo 2



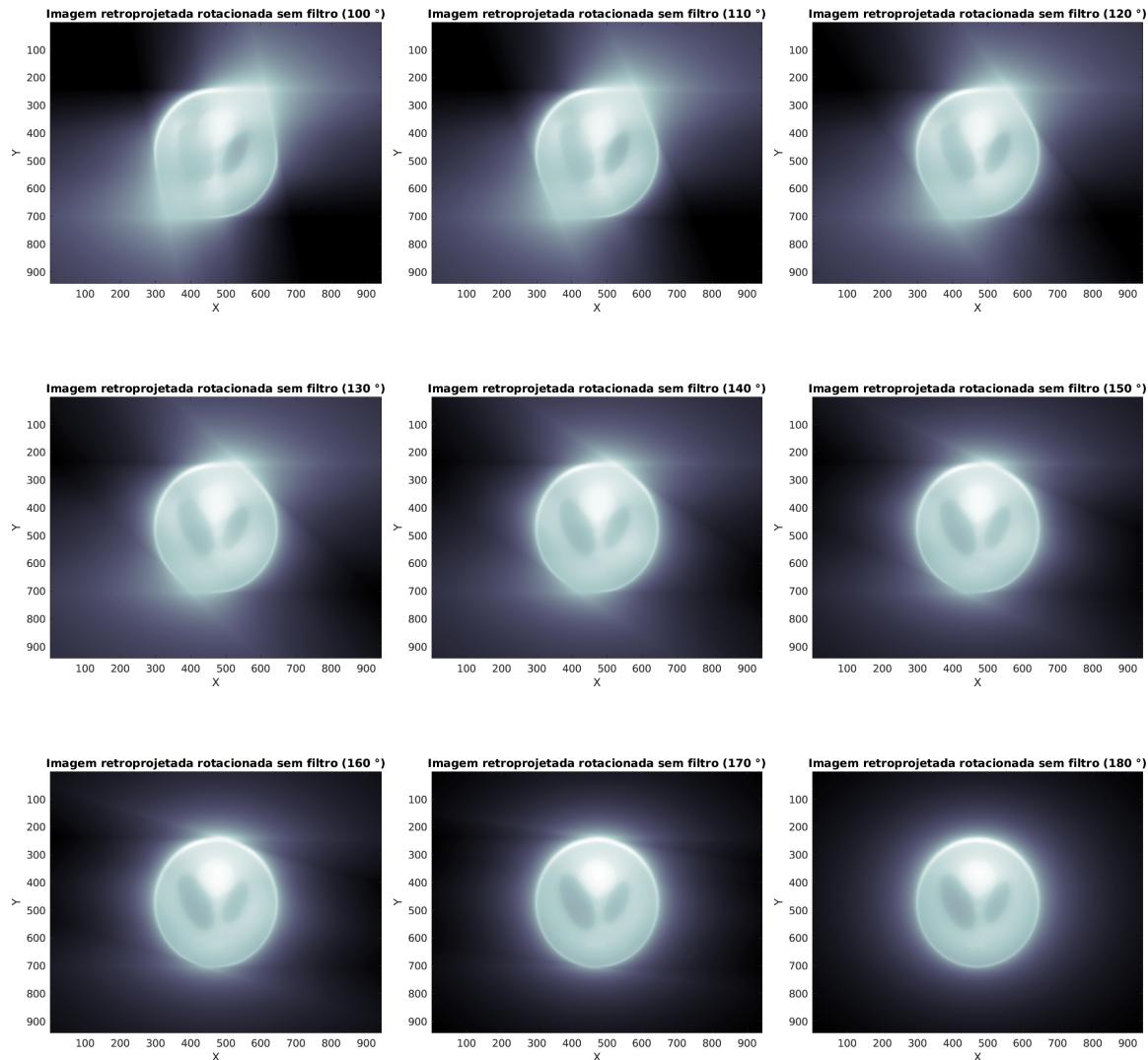


Figura 6.1: Etapas intermediárias da retroprojeção e a imagem original recuperada, sem filtro

## Referências Bibliográficas

- [1] Mark Bangert. Ct reconstruction package. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/34608-ct-reconstruction-package>, MATLAB Central File Exchange. Retrieved November 24, 2020.
- [2] Luiz Gustavo da Rocha Charamba. Reconstrução de imagens tomográficas com uso de GPU. Disponível em <https://www.cin.ufpe.br/~tg/2012-2/lgrc.pdf>.
- [3] Ricardo Grossi Dantas. Simulação computacional de reconstrução tomográfica por retroprojeção filtrada.
- [4] Vision Lab. Computed tomography and astra toolbox training course. Disponível em <https://visielab.uantwerpen.be/computed-tomography-and-astra-toolbox-training-course>, version 1.6.0.
- [5] Larissa Helena Mendes. Simulação computacional de reconstrução tomográfica, 2020. Disponível em <https://github.com/larissahmendes/ct-reconstruction>.
- [6] Mahsa Noori-Asl and Alireza Sadremomtaz. Analytical image reconstruction methods in emission tomography. *Journal of Biomedical Science and Engineering*, 06:100–107, 01 2013.
- [7] National Library of Medicine. The visible human project. Disponível em [https://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible\\_human.html](https://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible_human.html).
- [8] Southwest Medical Imaging Radiology Reference Portal. Video monitor test patterns - spatial resolution and aliasing. Disponível em <https://rad.esmil.com/reference/monitor%20test%20patterns.htm>.