

Aula 2

Técnicas Digitais

CONCEITOS BÁSICOS

- Complexas operações de um computador digital = combinações de simples operações aritméticas e lógicas:
 - Somar bits
 - Complementar bits
 - Comparar bits
 - Mover bits

OPERADORES LÓGICOS

Os OPERADORES LÓGICOS são:

- E (ou AND) - uma sentença é verdadeira SE - e somente se - todos os termos forem verdadeiros.
- OU (ou OR) - uma sentença resulta verdadeira se QUALQUER UM dos termos for verdadeiro.
- NÃO (ou NOT) - este operador INVERTE um termo.

Os operadores lógicos são representados por:

NOT --> (uma barra horizontal sobre o termo a ser invertido ou negado).

E -----> . (um ponto, como se fosse uma multiplicação)

OU ----> + (o sinal de soma)

TABELA VERDADE

- São tabelas que representam todas as possíveis combinações das variáveis de entrada de uma função, e os seus respectivos valores de saída.

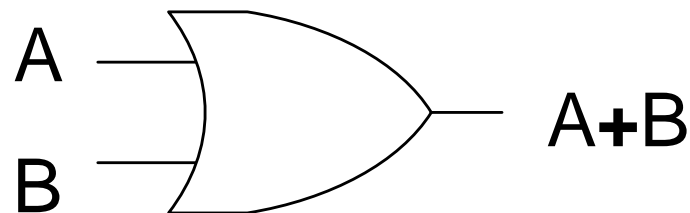
PORTAS LÓGICAS

- Diversos tipos, cada uma com operação ou função lógica bem definida.
- Operação lógica assume somente dois valores: verdadeiro ou falso, ou em binário, 1 ou 0.
- São dispositivos ou circuitos lógicos que operam um ou mais sinais lógicos de entrada para produzir uma (e somente uma) saída, a qual é dependente da função implementada no circuito.

Adição Lógica (OU, OR)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

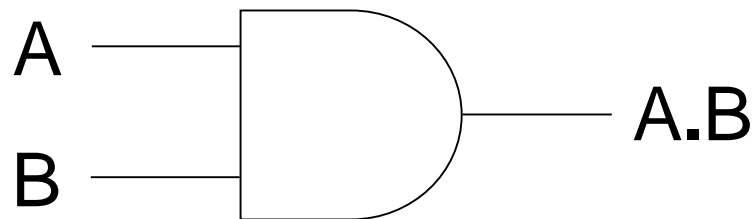
Componente: porta OU (OR gate)



Multiplicação Lógica (E, AND)

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

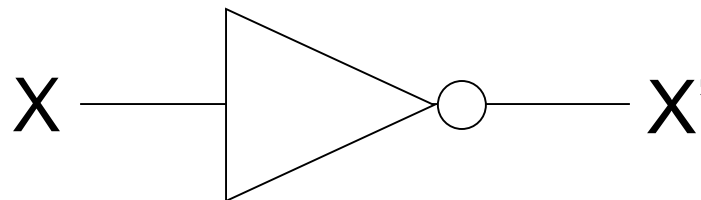
Componente: porta E (AND gate)



Complementação (NOT)

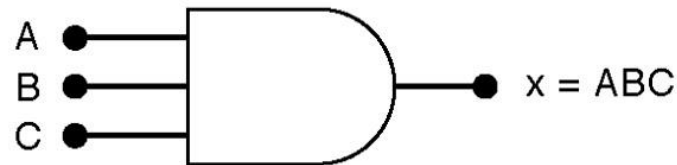
X	X'
0	1
1	0

Componente: inversor ou porta NOT (inverter)

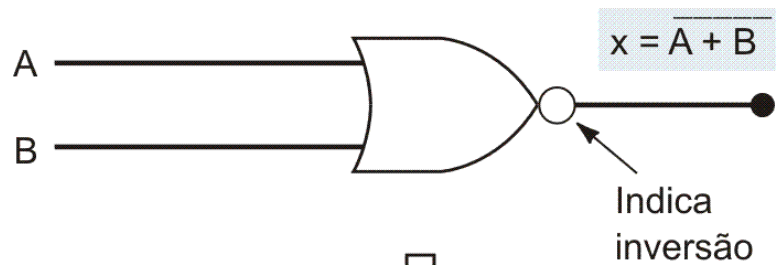


Portas com mais de uma entrada

A	B	C	$x = ABC$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



Portas NOR



(a) ↓

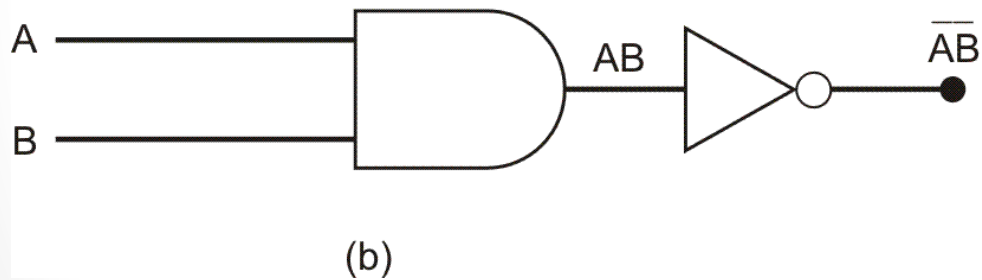
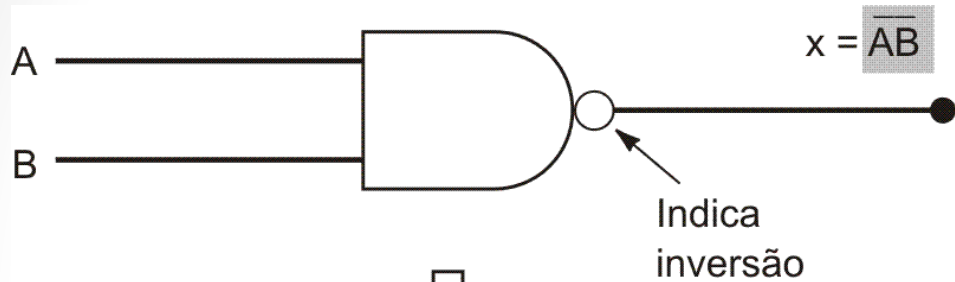


(b)

		OR		NOR	
A	B	$A + B$		$\overline{A + B}$	
0	0	0		1	
0	1	1		0	
1	0	1		0	
1	1	1		0	

(c)

Portas NAND



		AND		NAND	
A	B	AB		\overline{AB}	
0	0	0		1	
0	1	0		1	
1	0	0		1	
1	1	1		0	

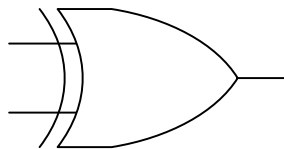
(c)

PORTA XOR (OU EXCLUSIVO)

A porta XOR compara os bits; ela produz saída 0 quando todos os bits de entrada são iguais e saída 1 quando pelo menos um dos bits de entrada é diferente dos demais.

Porta XOR
(2 entradas)

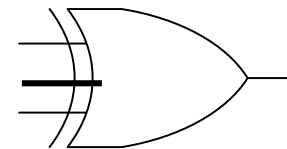
A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



- ou exclusivo
- função “não iguais”

Porta XOR
(mais de 2 entradas)

A	B	C	$(A \oplus B \oplus C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

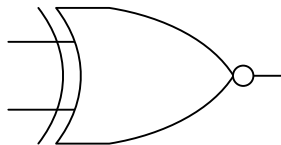


- função “ímpar”: Numero ímpar de ‘1s’ na entrada

Portas mais complexas (2)

Porta XNOR
(2 entradas)

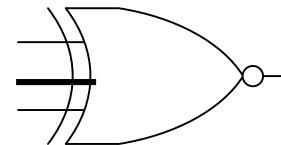
A	B	$(A \oplus B)'$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



- não ou exclusivo
- função “iguais”

Porta XNOR
(mais de 2 entradas)

A	B	C	$(A \oplus B \oplus C)'$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



- função “par”: Numero par de ‘1s’ na entrada

CIRCUITOS LÓGICOS

- Um computador é constituído de uma infinidade de circuitos lógicos, formados a partir das portas lógicas, que executam as seguintes funções básicas:

∞ realizam operações matemáticas

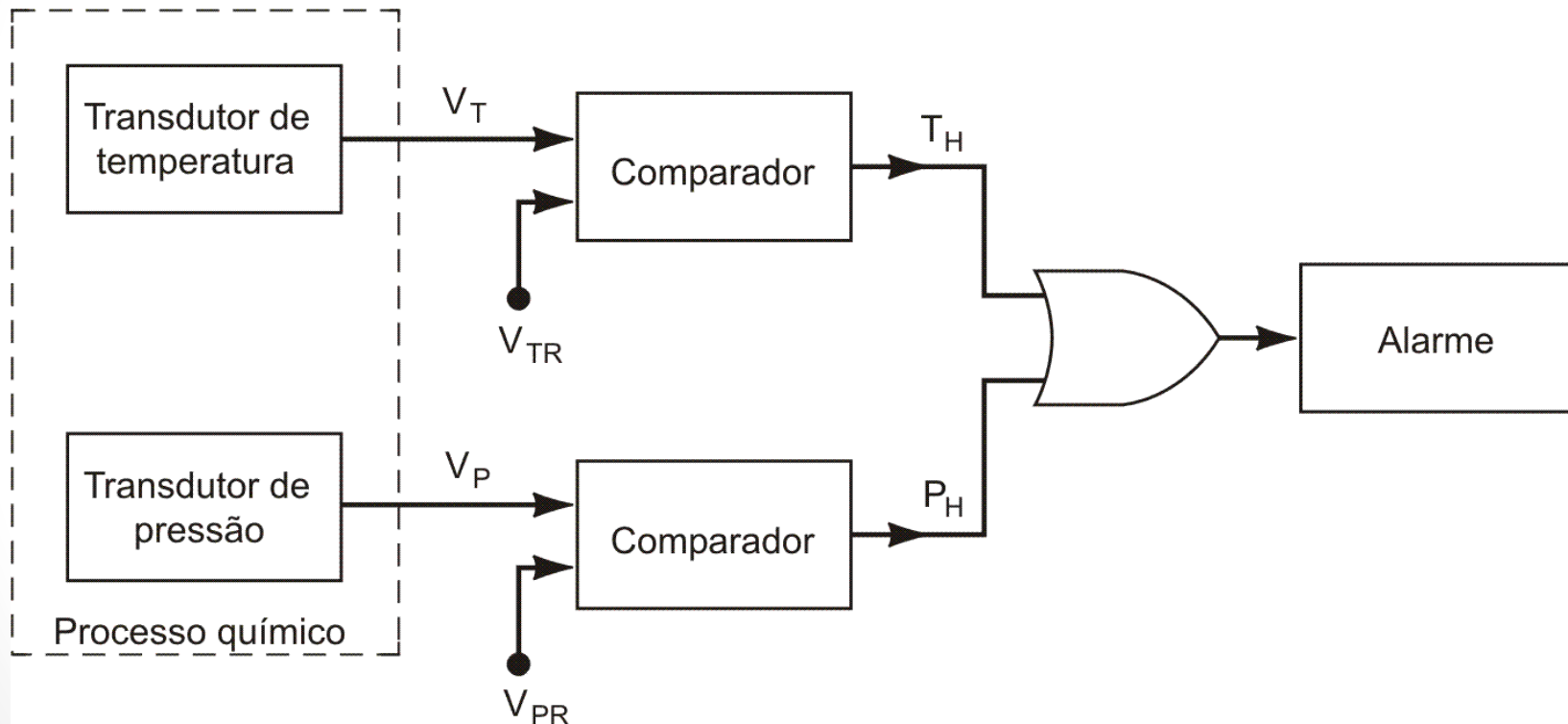
∞ controlam o fluxo dos sinais

∞ armazenam dados

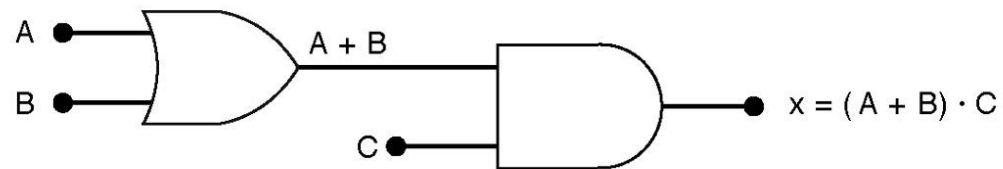
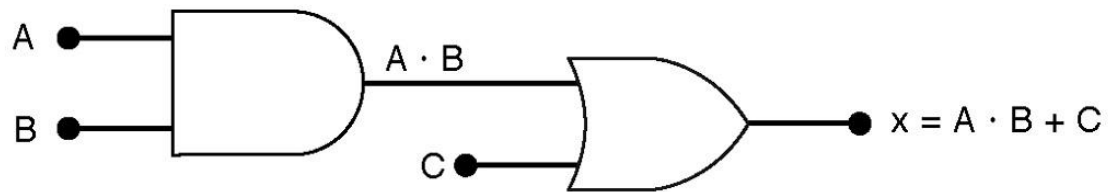
CIRCUITOS LÓGICOS

- COMBINACIONAL - a saída é função dos valores de entrada correntes; esses circuitos não tem capacidade de armazenamento.
- SEQUENCIAL - a saída é função dos valores de entrada correntes e dos valores de entrada no instante anterior; é usada para a construção de circuitos de memória (chamados "flip-flops").

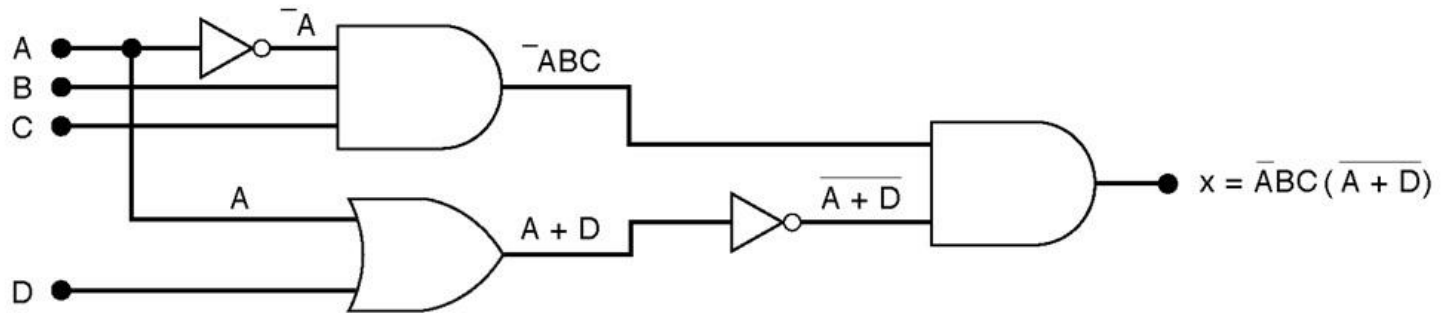
Exemplo do uso de uma porta OR em um sistema de alarme



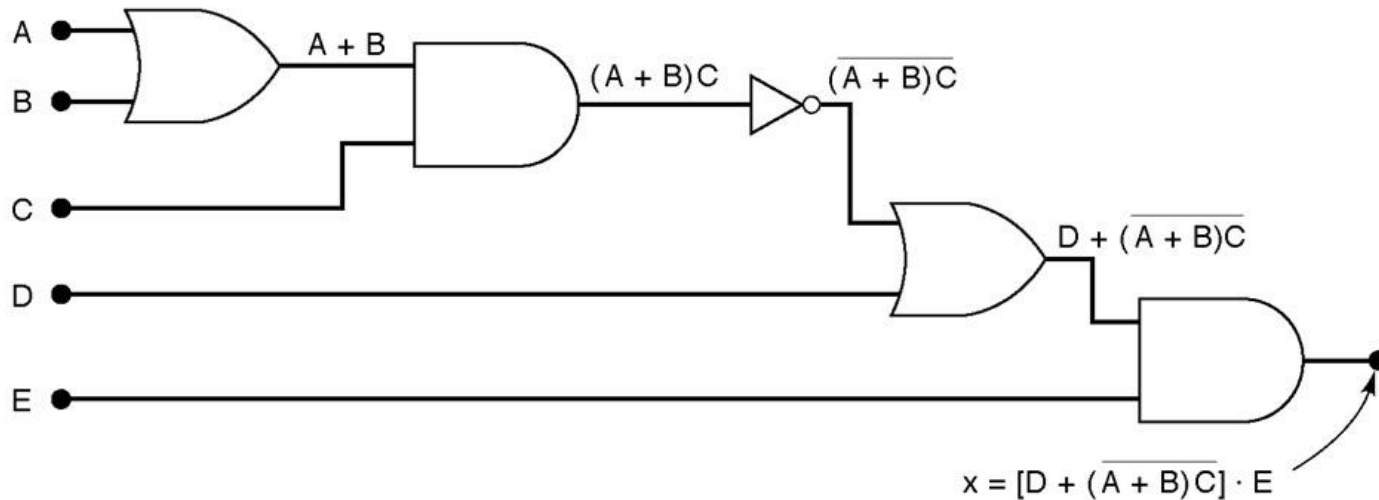
Expressão Booleana



Expressão Booleana

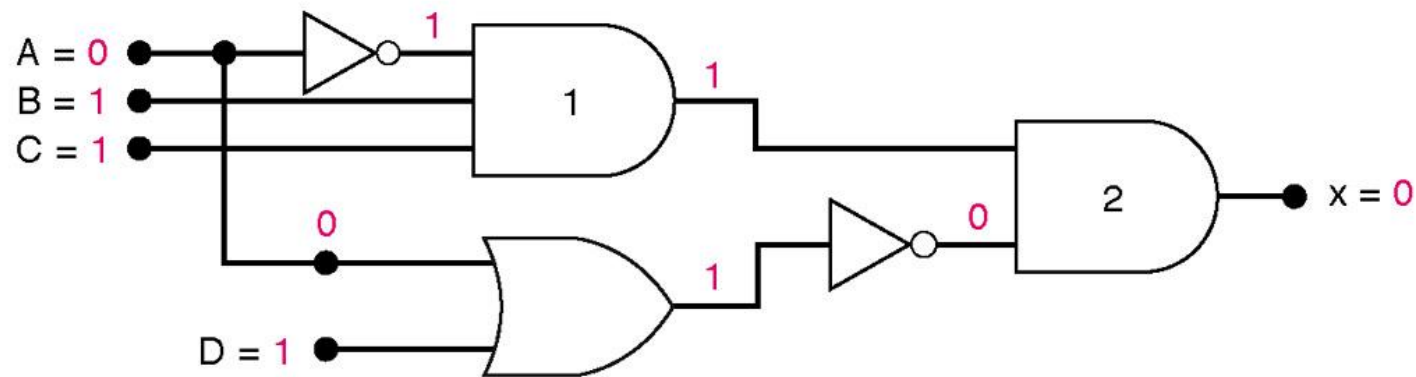


(a)

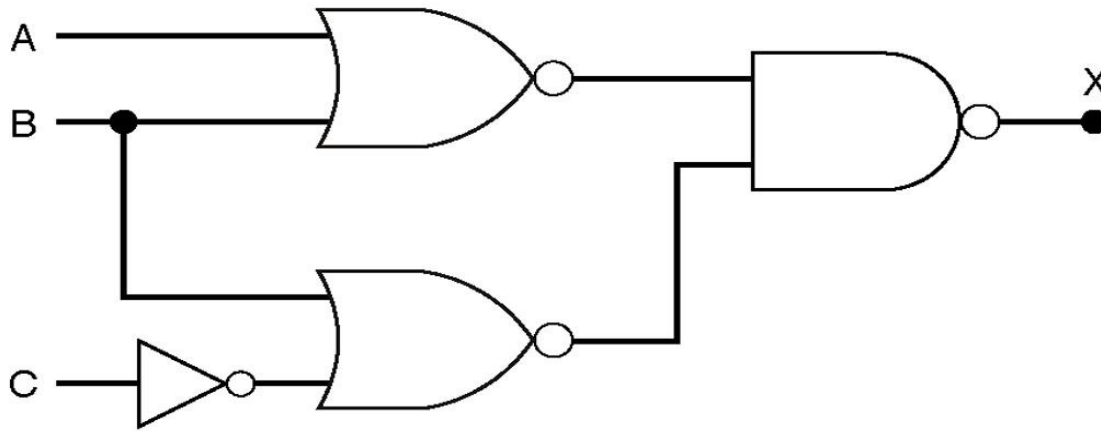


(b)

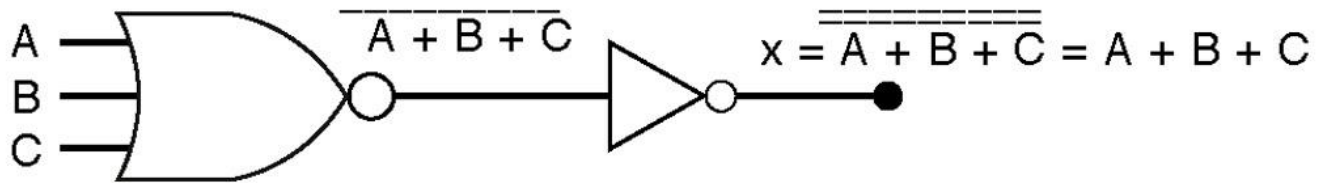
Saida para uma determinada entrada



Escreva a Expressão Booleana para a figura abaixo



Exemplo



EXEMPLOS

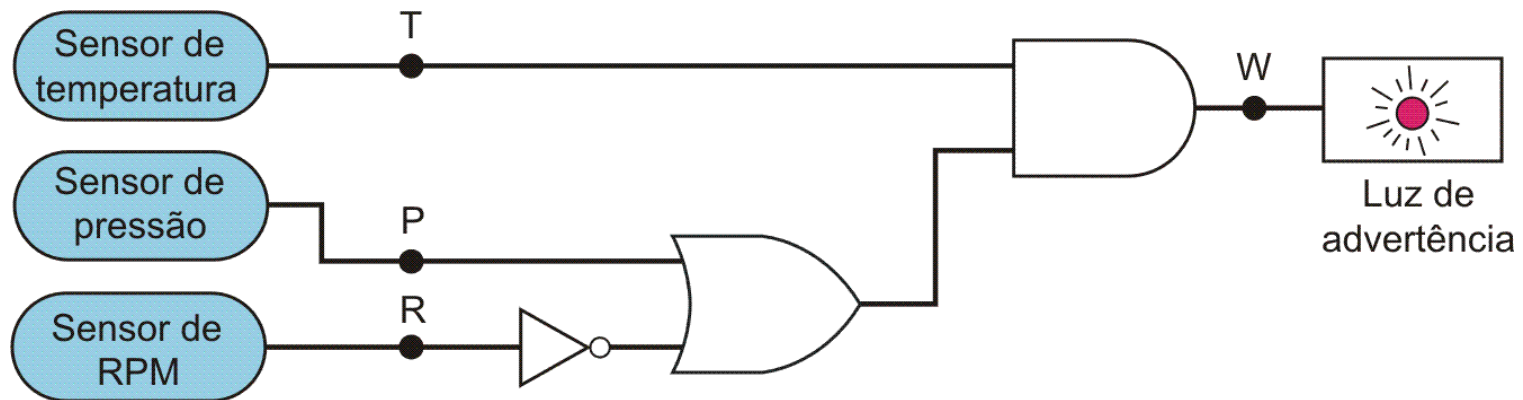
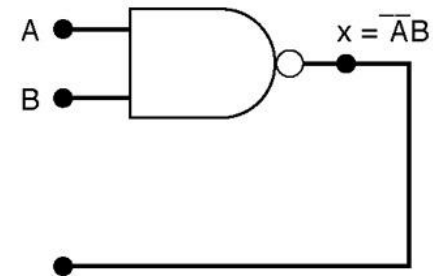
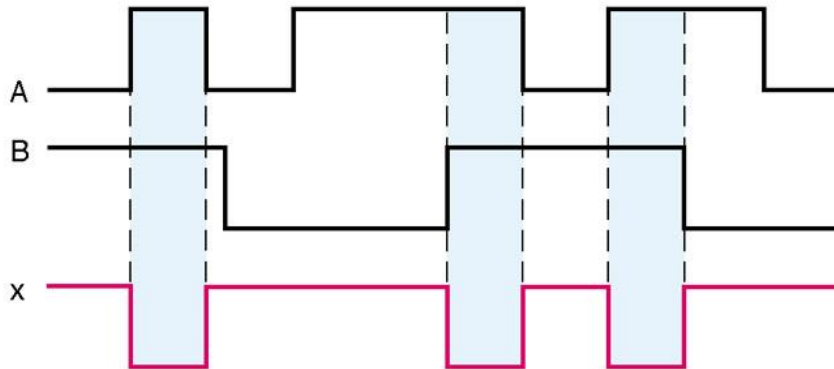
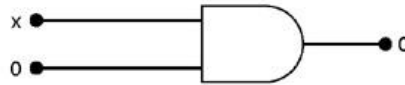


Diagrama de tempo - exemplo

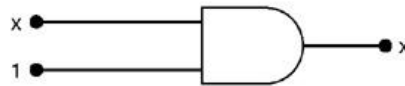


Teoremas da Álgebra de Boole

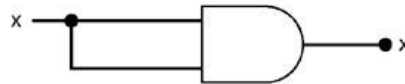
(1) $x \cdot 0 = 0$



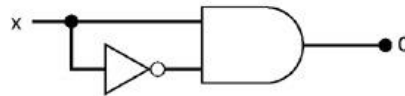
(2) $x \cdot 1 = x$



(3) $x \cdot x = x$



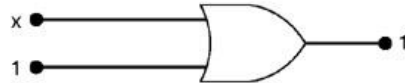
(4) $x \cdot \bar{x} = 0$



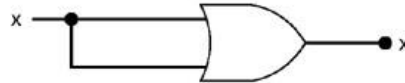
(5) $x + 0 = x$



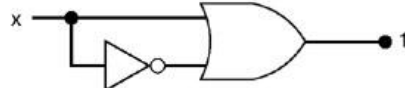
(6) $x + 1 = 1$



(7) $x + x = x$



(8) $x + \bar{x} = 1$



$$\overline{(X+Y)} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$$

Teoremas com 2 variáveis

9	$A + B = B + A$
10	$A \cdot B = B \cdot A$
11	$A + (B + C) = (A + B) + C$
12	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$
13	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
14	$A + A \cdot B = A$
15	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$
16	$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$
17	$A \cdot (A + B) = A$
18	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
20	$A \cdot B + A \cdot \bar{B} = A$
21	$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$

Prove teorema 15
apos Demorgan

Prove teorema 21

Leis De Morgan

25	$\overline{(X + Y)} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$
26	$\overline{(X \cdot Y)} = \bar{X} + \bar{Y}$

Circuitos Lógicos Combinacionais

- Forma de Soma de Produto (lógica positiva)
 - Termos AND's conectados por portas OR

$$z = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{B}\overline{C}D$$

- Forma de Produto de Somas (lógica negativa)
 - Termos OR's conectados por portas AND

$$y = (A + B + C)(A + \overline{B})$$

Simplificação

- Circuitos que implementam a mesma lógica com um menor numero de portas é desejável por questões econômicas e de confiabilidade.
- Formas de simplificação:
 - 1) Álgebra Booleana
 - A expressão é colocada sobre a forma de soma de produtos e verifica a simplificação
 - 2) Mapas de Karnaugh
- Exercícios

Simplifique

$$y1 = A\overline{B}D + A\overline{B}\overline{D}$$

$$y2 = (\overline{A} + B)(A + B)$$

$$y3 = ACD + \overline{A}BCD$$

$$y4 = \overline{A + \overline{BC}}$$

$$y5 = \overline{(A + BC).(D + EF)}$$

$$y6 = ABC + A\overline{B}(\overline{\overline{A}\overline{C}})$$

$$y7 = (\overline{A} + B)(A + B + D)\overline{D}$$

Numeração Mintermos

- Associa-se o dígito “1” para cada variável não complementada e “0” para cada variável complementada. Cada termo é associado um número.
 - Cada termo AND é denominado Mintermo(sendo que todas as variáveis da função devem aparecer.)

Exemplos

- 1) $f(A, B) = AB + A\bar{B}$
- 2) $f(A, B) = AB + A$
- 3) $f(A, B, C) = A(\bar{B} + C)$
- 4) $f(A, B, C, D) = (\bar{A} + BC)(B + \bar{C}D)$

- Expressão a partir das tabelas verdades.

Numeração Maxtermos

- Associa-se o dígito “0” para cada variável não complementada e “1” para cada variável complementada. Cada termo é associado um número.
 - Representa a função como um produto de soma, porém cada soma contém todas as variáveis da função. Cada termo OR é denominado Maxtermo(sendo que todas as variáveis da função devem aparecer.)

Exemplos

- 1) $f(A, B) = AB + A\bar{B}$
- 2) $f(A, B) = AB + A$
- 3) $f(A, B, C) = A(\bar{B} + C)$