

## ME414 - Estatística para Experimentalistas

Profa.: Larissa Avila Matos

### 4ª Lista de Exercícios - Variáveis Aleatórias Contínuas

**Q1.** Uma rotatória temporária é instalada em um cruzamento. O tempo,  $X$  minutos, que os veículos têm que esperar antes de entrar no cruzamento tem função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0,8 - 0,32x, & \text{se } 0 < x < 2,5; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Calcule  $E(X)$  e  $Var(X)$ .

**Q2.** Uma técnica para medir a densidade de um composto de silício é uma variável aleatória,  $X$ , função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x) = \begin{cases} k, & \text{se } -0,04 < x < 0,04; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Encontre o valor de  $k$
- (b) Encontre a probabilidade de que  $X$  esteja entre  $-0,03$  e  $0,01$
- (c) Calcule  $E(X)$  e  $Var(X)$ .

**Q3.** Seja  $X$  uma variável aleatória contínua cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de  $k$ .
- (b) Calcule  $P(1/4 < X < 1/2)$ .
- (c) Calcule  $E(X)$  e  $Var(X)$ .

**Q4.** A variável aleatória,  $Y$ , tem função de densidade de probabilidade dada por

$$f(y) = \begin{cases} k(8 - 2y), & \text{se } 0 < y < 4; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Verifique que  $k = 0,0625$  e que a mediana é  $1,172$
- (b) Calcule  $E(Y)$  e  $Var(Y)$ .

**Q5.** Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição  $N(5, 16)$ . Obtenha:

- (a)  $P(X \leq 13)$ .
- (b)  $P(X > 1)$ .
- (c) O valor de  $a$  tal que  $P(X \leq a) = 0.04$ .

**Q6.** O tempo de vida útil, em anos, de um eletrodoméstico é uma variável aleatória com densidade dada por

$$f(x) = \frac{xe^{-x/2}}{4}, \quad x > 0.$$

- (a) Mostre que de fato  $f$  é uma densidade
- (b) Se o fabricante dá um tempo de garantia de seis meses para o produto, qual a proporção de aparelhos que devem usar essa garantia?

**Q7.** A máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média  $\mu$  e desvio padrão 20g.

- (a) Em quanto deve ser regulado o peso médio  $\mu$  para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que 500g?
- (b) Com a máquina assim regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2kg?

**Q8.** No exercício anterior e após a máquina estar regulada, programou-se uma carta de controle de qualidade. De hora em hora, será retirada uma amostra de 4 pacotes, e estes serão pesados. Se a média da amostra for inferior a 495,6g ou superior a 555,6g para-se a produção para reajustar a máquina, isto é, reajustar o peso médio.

- (a) Qual a probabilidade de ser feita uma parada desnecessária?
- (b) Se o peso médio da máquina desregulou para 510g, qual a probabilidade de continuar a produção fora dos padrões desejados?

**Q9.** Sabe-se que a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina por trabalhadores de um indústria, que usa sulfeto de carbono como solvente, segue uma distribuição normal com média 4,8 mg/15 ml e desvio padrão 2 mg/15 ml. Recomendações médicas consideram que níveis de ácido xanturênico excretado na urina como normais se estão entre 2,8 e 7,0 mg/15 ml.

- (a) Qual é probabilidade de um trabalhador dessa indústria possuir níveis de ácido xanturênico normal?
- (b) Qual deve ser a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina de um trabalhador para ser considerado entre os 10% com menor nível de ácido xanturênico?
- (c) Dez trabalhadores são sorteados ao acaso, qual é a probabilidade de que no máximo dois trabalhadores possuam níveis de ácido xanturênico anormal?

**Q10.** O comprimento do lado de um quadrado aleatório é uma variável aleatória uniforme em  $[0, 5]$ . Calcule a área esperada do quadrado.

**Q11.** Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda = 1$ , calcule:

- (a) A probabilidade de que a duração seja menor que 10.
- (b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15.
- (c) O valor  $t$  tal que a probabilidade de que a duração seja maior que  $t$  assuma o valor de 0.01.

**Q12.** O comprimento do lado de um cubo aleatório é uma variável aleatória contínua  $Exp(3)$ . Calcule o volume esperado do cubo.

**Q13.** Seja  $T$  uma variável aleatória contínua com distribuição exponencial de parâmetro 2 e seja  $X$  uma variável aleatória discreta definida como

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq T < 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq T < 2 \\ 2, & \text{se } 2 \leq T \end{cases}$$

Determine a função de probabilidade de  $X$ .

**Q14.** Assumindo que  $X$  possui distribuição  $N(\mu, \sigma^2)$ , calcule:

- (a)  $P(X \leq \mu + 2\sigma)$ .
- (b)  $P(|X - \mu| \leq \sigma)$ .
- (c) O número  $a$  tal que  $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0.99$ .
- (d) O número  $a$  tal que  $P(X > a) = 0.90$ .

Por simplicidade assumamos primeiramente que  $\mu = 1$  e  $\sigma = \sqrt{2}$ . Logo, determine as quantidades requeridas para  $\mu$  e  $\sigma$  geral.