

# ME951 - Estatística e Probabilidade I

## Parte 1

Notas de aula de ME414 produzidas pelos professores **Samara Kiihl**, **Tatiana Benaglia** e **Benilton Carvalho** modificadas e alteradas pela Profa. **Larissa Avila Matos**

# Introdução

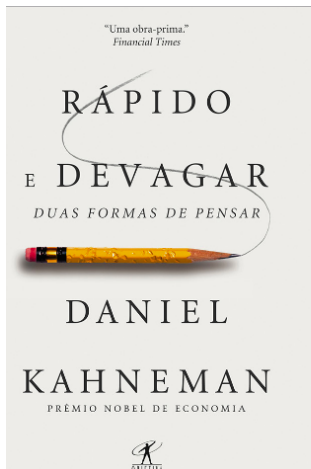


Vídeo: Chaves e as Estatísticas



"Your recent Amazon purchases, Tweet score and location history makes you 23.5% welcome here."

# Entendendo sobre Variabilidade



## Entendendo sobre Variabilidade



- No livro *Mankind in the Making*, de 1903, H.G. Wells escreveu:

*... e não estamos muito longe do tempo em que se entenderá que, para exercermos a cidadania de maneira eficiente, será tão necessário saber calcular e pensar em médias, máximos e mínimos, quanto é agora necessário saber ler e escrever.*

# Introdução



Vídeo: Dilma se enrola com as contas!



# Por que usar métodos estatísticos?

Três aspectos principais da estatística:

# Por que usar métodos estatísticos?

Três aspectos principais da estatística:

- **Planejamento:** planejar como obter os dados para responder às perguntas de interesse.

# Por que usar métodos estatísticos?

Três aspectos principais da estatística:

- **Planejamento:** planejar como obter os dados para responder às perguntas de interesse.
- **Descrição:** resumir os dados obtidos.

# Por que usar métodos estatísticos?

Três aspectos principais da estatística:

- **Planejamento:** planejar como obter os dados para responder às perguntas de interesse.
- **Descrição:** resumir os dados obtidos.
- **Inferência:** tomar decisões e fazer previsões baseando-se nos dados.

# Por que usar métodos estatísticos?

- Os tópicos de estudo de um certo pesquisador são tão diversos quanto as perguntas de interesse.
- No entanto, muitas vezes esses estudos podem ser realizados com técnicas simples de amostragem, análise de dados e conceitos fundamentais de inferência estatística.

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- Problema comum em medicina: como avaliar a eficácia de um procedimento médico?
- **Estudo:** stents são eficazes no tratamento de pacientes com risco de Acidente Vascular Cerebral (AVC)?
- Stents são usados para a recuperação de pacientes que já sofreram AVC.

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

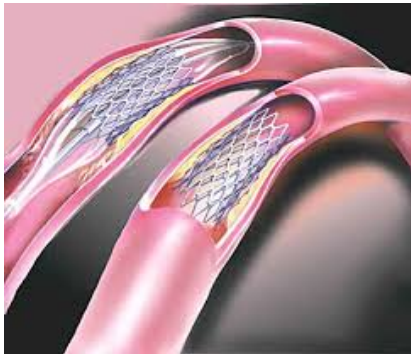


Figura: Stents no tratamento de AVC

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

Os pesquisadores do estudo investigaram se havia benefícios também para pacientes com risco de AVC.

- Pergunta de interesse: O uso de stent reduz o risco de AVC?



# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

Os pesquisadores do estudo investigaram se havia benefícios também para pacientes com risco de AVC.

- Pergunta de interesse: O uso de stent reduz o risco de AVC?

Os pesquisadores coletaram dados de 451 pacientes com risco de AVC que se voluntariaram para o estudo. Cada paciente foi alocado aleatoriamente em um dos grupos:

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

Os pesquisadores do estudo investigaram se havia benefícios também para pacientes com risco de AVC.

- Pergunta de interesse: O uso de stent reduz o risco de AVC?

Os pesquisadores coletaram dados de 451 pacientes com risco de AVC que se voluntariaram para o estudo. Cada paciente foi alocado aleatoriamente em um dos grupos:

- **Grupo de Tratamento** - paciente recebe stent e medicação.
- **Grupo Controle** - paciente recebe a mesma medicação do grupo tratamento, mas não recebe stent.

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- Cada paciente foi avaliado em duas ocasiões: primeiros 30 dias e após 1 ano.

Patient	group	0-30 days	0-365 days
1	treatment	no event	no event
2	treatment	stroke	stroke
3	treatment	no event	no event
⋮	⋮	⋮	
450	control	no event	no event
451	control	no event	no event

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- Cada paciente foi avaliado em duas ocasiões: primeiros 30 dias e após 1 ano.

Patient	group	0-30 days	0-365 days
1	treatment	no event	no event
2	treatment	stroke	stroke
3	treatment	no event	no event
⋮	⋮	⋮	
450	control	no event	no event
451	control	no event	no event

- Avaliar cada paciente individualmente desta planilha de dados é eficaz?

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- Cada paciente foi avaliado em duas ocasiões: primeiros 30 dias e após 1 ano.

Patient	group	0-30 days	0-365 days
1	treatment	no event	no event
2	treatment	stroke	stroke
3	treatment	no event	no event
⋮	⋮	⋮	
450	control	no event	no event
451	control	no event	no event

- Avaliar cada paciente individualmente desta planilha de dados é eficaz?
- Como poderíamos resumir?

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- 33 pacientes do grupo tratamento tiveram um AVC durante os primeiros 30 dias.

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- 33 pacientes do grupo tratamento tiveram um AVC durante os primeiros 30 dias.
- Dentre os 224 pacientes do grupo tratamento, 45 tiveram AVC durante o primeiro ano.



## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- 33 pacientes do grupo tratamento tiveram um AVC durante os primeiros 30 dias.
- Dentre os 224 pacientes do grupo tratamento, 45 tiveram AVC durante o primeiro ano.
- Qual a proporção de pacientes do grupo tratamento que sofreram AVC durante o primeiro ano?

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- 33 pacientes do grupo tratamento tiveram um AVC durante os primeiros 30 dias.
- Dentre os 224 pacientes do grupo tratamento, 45 tiveram AVC durante o primeiro ano.
- Qual a proporção de pacientes do grupo tratamento que sofreram AVC durante o primeiro ano?

$$45/224 = 0.2 = 20\%$$

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- Podemos calcular **estatísticas sumárias** a partir da tabela.

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- Podemos calcular **estatísticas sumárias** a partir da tabela.
- **Estatística Sumária**: número obtido a partir de informações dos dados coletados para resumí-los.

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- Podemos calcular **estatísticas sumárias** a partir da tabela.
- **Estatística Sumária:** número obtido a partir de informações dos dados coletados para resumí-los.
- Proporção de pacientes do grupo tratamento que sofreram AVC:  
 $45/224 = 0.2 = 20\%$

## Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

	0-30 days		0-365 days	
	stroke	no event	stroke	no event
treatment	33	191	45	179
control	13	214	28	199
Total	46	405	73	378

- Podemos calcular **estatísticas sumárias** a partir da tabela.
- **Estatística Sumária:** número obtido a partir de informações dos dados coletados para resumí-los.
- Proporção de pacientes do grupo tratamento que sofreram AVC:  
 $45/224 = 0.2 = 20\%$
- Proporção de pacientes do grupo controle que sofreram AVC:  
 $28/227 = 0.12 = 12\%$

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- No grupo tratamento, temos 8% a mais de pacientes que sofreram AVC.
- Isto está de acordo com a expectativa dos pesquisadores do estudo? (relembre a pergunta de interesse)

# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

- No grupo tratamento, temos 8% a mais de pacientes que sofreram AVC.
- Isto está de acordo com a expectativa dos pesquisadores do estudo? (relembre a pergunta de interesse)
- 8% é uma diferença **considerável**?
- Uma diferença de 8% poderia acontecer ao acaso, mesmo que os dois tratamentos na verdade oferecessem o mesmo risco de AVC?
- Utilizando metodologia estatística, os pesquisadores chegaram à conclusão de que stents são prejudiciais para pacientes com risco de AVC.



# Estudo de Caso: stents e prevenção de AVC

## CUIDADO!

Não podemos generalizar os resultados do estudo para todo tipo de paciente e todo tipo de stent.



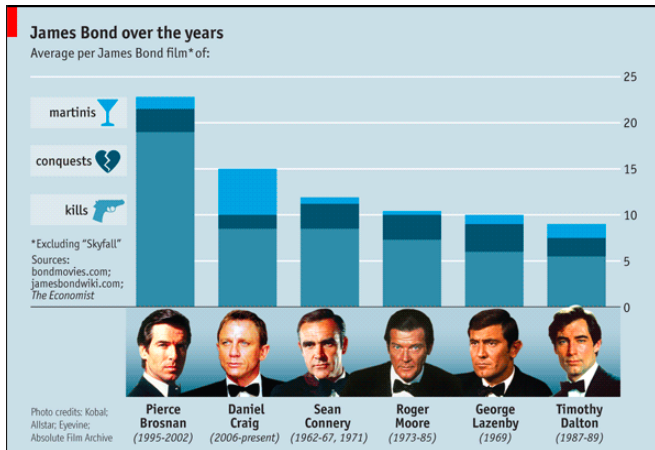
# Estatística Descritiva: Introdução

# Estatística Descritiva

- **Estatística descritiva** se refere a métodos para resumir dados.
- Gráficos, tabelas, médias, porcentagens,...

# Estatística Descritiva

- **Estatística descritiva** se refere a métodos para resumir dados.
- Gráficos, tabelas, médias, porcentagens,...



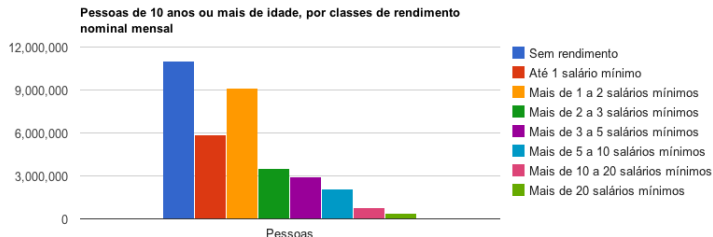
# Exemplo: Dados do Censo

É mais simples olharmos gráficos ou 35.723.254 questionários?

## São Paulo (Código: 35)

Brasil >> São Paulo

Pirâmide Etária Famílias Fecundidade Migração Nupcialidade Domicílios Religiosidade Deficiência Educação Trabalho Rendimento Tabela

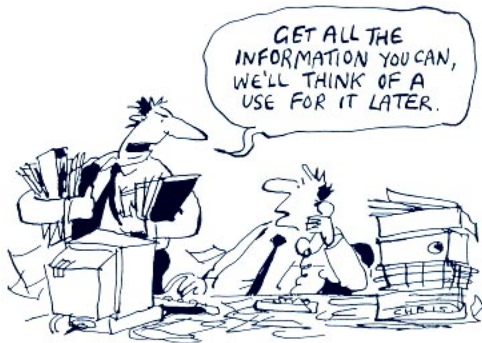


Fonte: <http://www.censo2010.ibge.gov.br>

# Estatística Descritiva: Estrutura básica de dados

# Estrutura dos dados

Para que possamos resumir os dados, é importante primeiramente entender como eles são organizados e também os diversos tipos de cada variável.



## Exemplo: spam



Conjunto de dados: informação de 50 emails recebidos.



## Exemplo: spam

Primeiras linhas do conjunto de dados (ou matriz de dados):

spam	num_char	line_breaks	format	number
0	21.705	551	1	small
0	7.011	183	1	big
1	0.631	28	0	none
0	2.454	61	0	small
0	41.623	1088	1	small
0	0.057	5	0	small
0	0.809	17	0	small
0	5.229	88	1	small
0	9.277	242	1	small
0	17.170	578	1	small

# Exemplo: spam

Cada linha representa um email recebido.

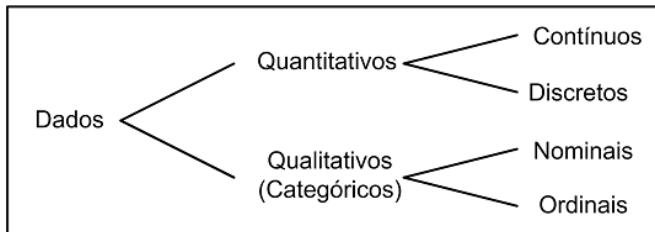
Colunas:

- spam: 1 se spam e 0 caso contrário.
- num\_char: número de caracteres no email.
- line\_breaks: número de quebras de linha no email.
- format: 1 se formato é HTML, 0 caso contrário.
- number: indica se o email não continha nenhum número (none), um número pequeno (small) ou um número grande (big).

# Tipos de variável

- Variável é uma condição ou característica de um elemento de estudo.
- Pode assumir valores diferentes em diferentes elementos.
- Peso, altura, curso, são exemplos de variáveis: para cada pessoa, os valores mudam.

# Tipos de variável



# Tipos de variável

## ■ Qualitativa

- Nominal: Não existe ordenação (ex: sexo, estado civil, profissão)
- Ordinal: Existe uma certa ordem (ex: escolaridade, estágio da doença, classe social)

## ■ Quantitativa

- Discreta: os valores possíveis formam um conjunto finito ou enumerável (ex: número de filhos)
- Contínua: os valores possíveis estão dentro de um intervalo, aberto ou fechado, dos números reais (ex: peso, altura, salário)

# Tipos de variável

Coletamos três variáveis entre os alunos da classe:

- Número de irmãos
- Altura
- Se já fez algum curso de estatística anteriormente

Qual o tipo de cada variável?

## Resumindo Dados Categóricos: Frequências e Proporções

# Dados categóricos

- O primeiro passo para resumir numericamente os dados de uma variável é olhar para todos os valores possíveis e contar quantas vezes cada um aparece.



# Dados categóricos

- O primeiro passo para resumir numericamente os dados de uma variável é olhar para todos os valores possíveis e contar quantas vezes cada um aparece.
- **Exemplo:** No conjunto de dados **spam**, temos a variável categórica **number** que indica se no conteúdo do email encontramos números e se eles eram grandes ou pequenos.
- Podemos fazer uma **Tabela de frequência**, ou seja, simplesmente contar quantos foram os emails em cada categoria da variável **number**:

# Dados categóricos

- O primeiro passo para resumir numericamente os dados de uma variável é olhar para todos os valores possíveis e contar quantas vezes cada um aparece.
- **Exemplo:** No conjunto de dados **spam**, temos a variável categórica **number** que indica se no conteúdo do email encontramos números e se eles eram grandes ou pequenos.
- Podemos fazer uma **Tabela de frequência**, ou seja, simplesmente contar quantos foram os emails em cada categoria da variável **number**:

big	none	small	Sum
545	549	2827	3921

## Exemplo: Doctor Who

Qual ator atuou no maior número de episódios da série [Doctor Who](#)?



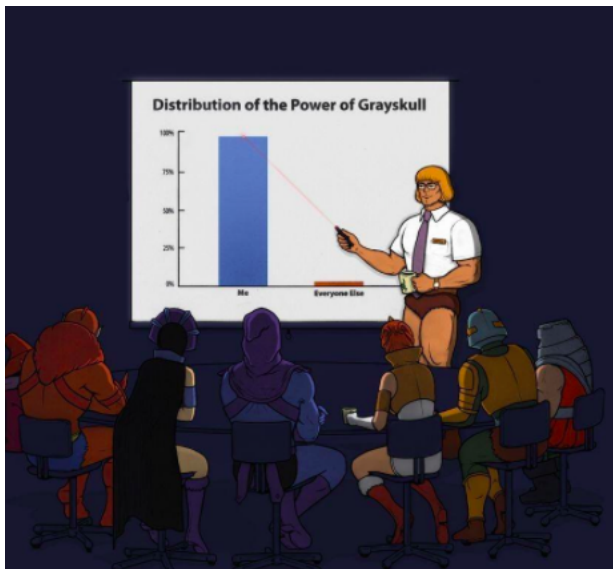
# Exemplo: Doctor Who

Informações do site IMDB (1963-1989, 2005-2015): tabela de frequências e proporções:

	Ator	Frequência	Proporção
1	William Hartnell	136	0.16
2	Patrick Troughton	127	0.15
3	Jon Pertwee	129	0.15
4	Tom Baker	173	0.20
5	Peter Davison	70	0.08
6	Colin Baker	35	0.04
7	Sylvester McCoy	42	0.05
8	Christopher Ecclestone	20	0.02
9	David Tennant	52	0.06
10	Matt Smith	51	0.06
11	Peter Capaldi	29	0.03

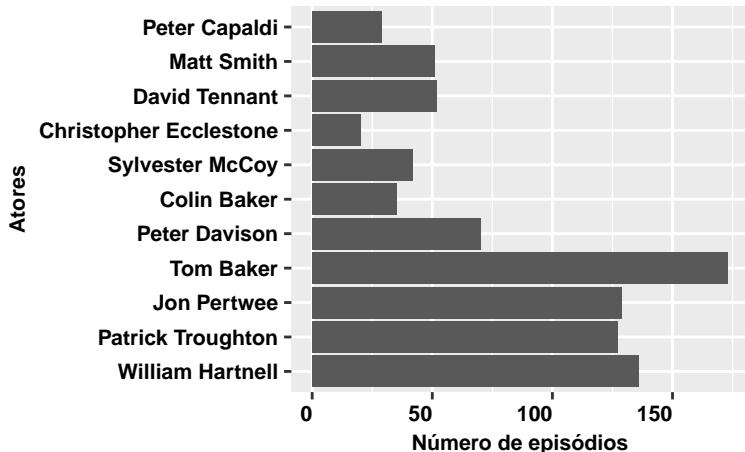
## Resumindo Dados Categóricos: Representação Gráfica

# Gráfico de Barras



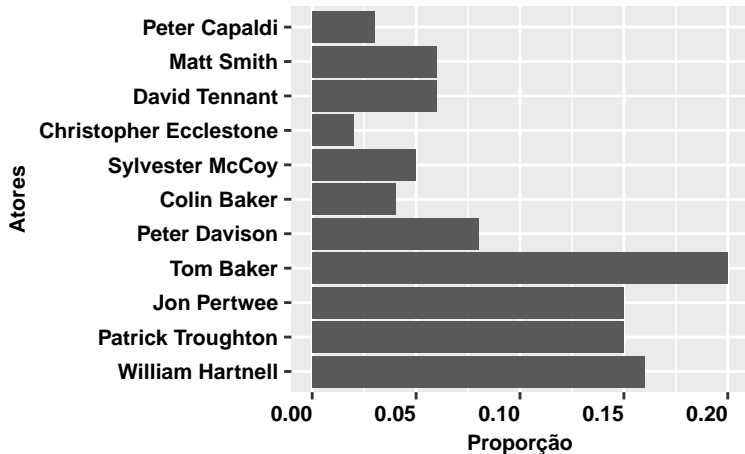
# Exemplo: Doctor Who

Gráfico de barras das frequências



# Exemplo: Doctor Who

Gráfico de barras das proporções





## Resumindo Dados Quantitativos

# Descrevendo Dados Quantitativos

- Como estudar a distribuição de frequências de uma variável quantitativa?

# Descrevendo Dados Quantitativos

- Como estudar a distribuição de frequências de uma variável quantitativa?
- **Quantitativa Discreta:** listar todos os valores possíveis nos dados e contar quantas vezes cada valor ocorre.
- **Exemplo: Licença Médica**
- Os dados a seguir representam o número de dias de licença médica de 50 funcionários de uma fábrica nas últimas 6 semanas:

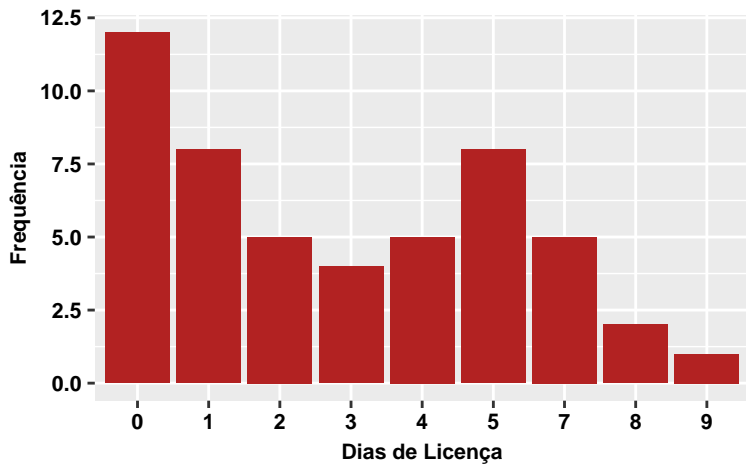
```
[1] 2 2 0 0 5 8 3 4 1 0 0 7 1 7 1 5 4 0 4 0 1 8 9 7 0 1 7 2 5 5 4 3 3 0 0  
[36] 2 5 1 3 0 1 0 2 4 5 0 5 7 5 1
```

## Exemplo: Licença Médica

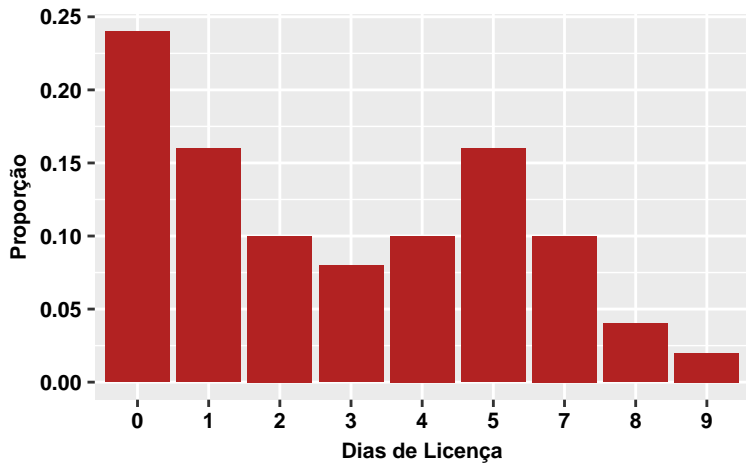
Como o número de valores distintos nos dados é pequeno, podemos usar uma tabela para apresentar a frequência de cada valor:

	Dias de licença	Frequência	Proporção
1	0	12	0.24
2	1	8	0.16
3	2	5	0.10
4	3	4	0.08
5	4	5	0.10
6	5	8	0.16
7	7	5	0.10
8	8	2	0.04
9	9	1	0.02

## Exemplo: Licença Médica



## Exemplo: Licença Médica



# Descrevendo Dados Quantitativos

Como estudar a distribuição de frequências de uma variável quantitativa?

# Descrevendo Dados Quantitativos

Como estudar a distribuição de frequências de uma variável quantitativa?

- **Quantitativa Contínua:** listar todos os valores possíveis nos dados e contar quantas vezes cada valor ocorre??? É eficiente?



# Histograma

- Ordene os dados do menor para o maior.

# Histograma

- Ordene os dados do menor para o maior.
- Escolha intervalos de maneira que cada observação possa ser incluída em exatamente um deles.

# Histograma

- Ordene os dados do menor para o maior.
- Escolha intervalos de maneira que cada observação possa ser incluída em exatamente um deles.
- Neste curso: os intervalos são abertos à esquerda e fechados à direita  $(a, b]$ .

# Histograma

- Ordene os dados do menor para o maior.
- Escolha intervalos de maneira que cada observação possa ser incluída em exatamente um deles.
- Neste curso: os intervalos são abertos à esquerda e fechados à direita  $(a, b]$ .
- Construa uma tabela de frequências.

# Histograma

- Ordene os dados do menor para o maior.
- Escolha intervalos de maneira que cada observação possa ser incluída em exatamente um deles.
- Neste curso: os intervalos são abertos à esquerda e fechados à direita  $(a, b]$ .
- Construa uma tabela de frequências.
- Desenhe o gráfico: a altura corresponde à frequência do intervalo.

## Exemplo: QI

- Os dados a seguir representam o QI de 40 crianças de 12 anos de idade:

```
[1] 114 122 103 118 99 105 134 125 117 106 109 104 111 127 133 111 117  
[18] 103 120 98 100 130 141 119 128 106 109 115 113 121 100 130 125 117  
[35] 119 113 104 108 110 102
```

- Ordenando:

```
[1] 98 99 100 100 102 103 103 104 104 105 106 106 108 109 109 110 111  
[18] 111 113 113 114 115 117 117 117 118 119 119 120 121 122 125 125 127  
[35] 128 130 130 133 134 141
```

# Exemplo: QI

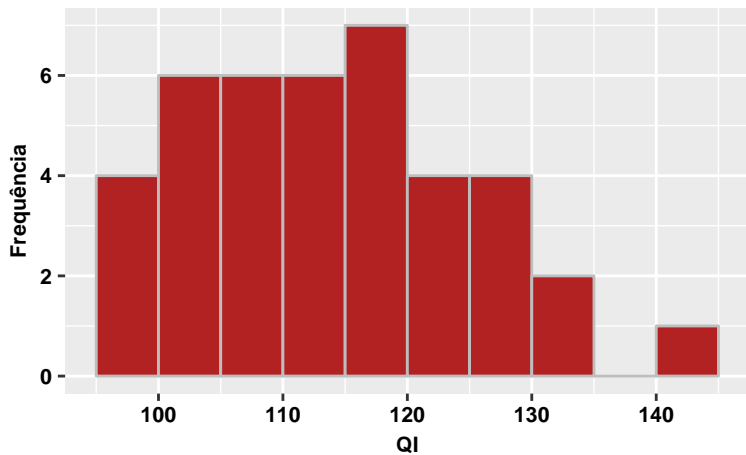
## ■ Dados ordenados:

[1] 98 99 100 100 102 103 103 104 104 105 106 106 108 109 109 110 111  
[18] 111 113 113 114 115 117 117 117 118 119 119 120 121 122 125 125 127  
[35] 128 130 130 133 134 141

## ■ Intervalos:

(95, 100]: 4	(100, 105]: 6
(105, 110]: 6	(110, 115]: 6
(115, 120]: 7	(120, 125]: 4
(125, 130]: 4	(130, 135]: 2
(135, 140]: 0	(140, 145]: 1

## Exemplo: QI





# Ramo-e-folhas

- O ramo-e-folhas representa graficamente os dados sem perder nenhuma informação.
- Cada valor é dividido em duas partes: a primeira (ramo) é colocada à esquerda da linha vertical, e a segunda (folhas) à direita.

# Exemplo: QI

## ■ Dados:

```
[1] 114 122 103 118 99 105 134 125 117 106 109 104 111 127 133 111 117
[18] 103 120 98 100 130 141 119 128 106 109 115 113 121 100 130 125 117
[35] 119 113 104 108 110 102
```

## ■ Ramo-e-folhas:

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

```
9 | 89
10 | 0023344
10 | 566899
11 | 011334
11 | 5777899
12 | 012
12 | 5578
13 | 0034
13 |
14 | 1
```

# Exemplo: Notas dos Alunos

Um professor apresenta à classe as notas do exame usando um gráfico de ramo-e-folhas.

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

6 | 588

7 | 01136779

8 | 1223334677789

9 | 011234458

- Qual o total de alunos?

# Exemplo: Notas dos Alunos

Um professor apresenta à classe as notas do exame usando um gráfico de ramo-e-folhas.

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

6 | 588

7 | 01136779

8 | 1223334677789

9 | 011234458

■ Qual o total de alunos?

■ Qual a menor nota?

# Exemplo: Notas dos Alunos

Um professor apresenta à classe as notas do exame usando um gráfico de ramo-e-folhas.

The decimal point is 1 digit(s) to the right of the |

6 | 588

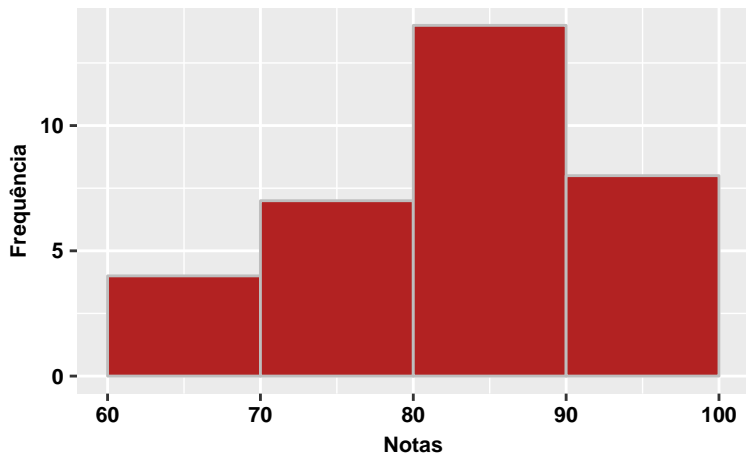
7 | 01136779

8 | 1223334677789

9 | 011234458

- Qual o total de alunos?
- Qual a menor nota?
- Qual a maior nota?

## Exemplo: Notas dos Alunos



# Ramos-e-Folhas x Histograma

Qual o tipo de informação você obtém através de um gráfico de ramo-e-folhas mas não através de um histograma?

# Dados do seu Facebook

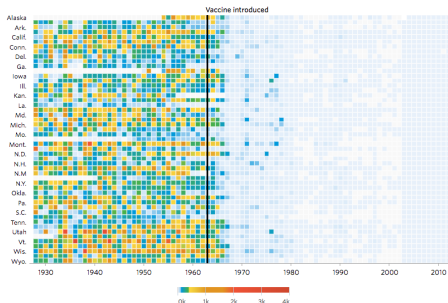
No link <http://wolfr.am/OvitOo> você pode obter diversos gráficos descritivos usando informações do seu perfil do Facebook.



# Dados sobre vacinas nos EUA

No link <http://graphics.wsj.com/infectious-diseases-and-vaccines/> temos vários gráficos mostrando muito bem o efeito de vacinas ao longo dos anos para cada estado americano, para várias doenças.

**Measles**



O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são, respectivamente, a média, a mediana e a moda dessa distribuição, então

A)  $X = Y < Z$ .

B)  $Z < X = Y$ .

C)  $Y < Z < X$ .

D)  $Z < X < Y$ .

E)  $Z < Y < X$ .

- [OpenIntro](#): seções 1.1, 1.2, 1.6, 1.7
- [Ross](#): seções 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4