

ME414 - Estatística para Experimentalistas

Profa.: Larissa Avila Matos

3ª Lista de Exercícios - Variáveis Aleatórias Contínuas

1. Seja X uma variável aleatória contínua cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de k .
- (b) Calcule $P(1/4 < X < 1/2)$.
- (c) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição $N(5, 16)$. Obtenha:

- (a) $P(X \leq 13)$.
- (b) $P(X > 1)$.
- (c) O valor de a tal que $P(X \leq a) = 0.04$.

3. O tempo de vida útil, em anos, de um eletrodoméstico é uma variável aleatória com densidade dada por

$$f(x) = \frac{xe^{-x/2}}{4}, \quad x > 0.$$

- (a) Mostre que de fato f é uma densidade
- (b) Se o fabricante dá um tempo de garantia de seis meses para o produto, qual a proporção de aparelhos que devem usar essa garantia?

4. A máquina de empacotar um determinado produto o faz segundo uma distribuição normal, com média μ e desvio padrão 20g.

- (a) Em quanto deve ser regulado o peso médio μ para que apenas 10% dos pacotes tenham menos do que 500g?
- (b) Com a máquina assim regulada, qual a probabilidade de que o peso total de 4 pacotes escolhidos ao acaso seja inferior a 2kg?

5. No exercício anterior e após a máquina estar regulada, programou-se uma carta de controle de qualidade. De hora em hora, será retirada uma amostra de 4 pacotes, e estes serão pesados. Se a média da amostra for inferior a 495,6g ou superior a 555,6g para-se a produção para reajustar a máquina, isto é, reajustar o peso médio.

- (a) Qual a probabilidade de ser feita uma parada desnecessária?
- (b) Se o peso médio da máquina desregulou para 510g, qual a probabilidade de continuar a produção fora dos padrões desejados?

6. Sabe-se que a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina por trabalhadores de uma indústria, que usa sulfeto de carbono como solvente, segue uma distribuição normal com média 4,8 mg/15 ml e desvio padrão 2 mg/15 ml. Recomendações médicas consideram que níveis de ácido xanturênico excretado na urina como normais se estão entre 2,8 e 7,0 mg/15 ml.

- (a) Qual é a probabilidade de um trabalhador dessa indústria possuir níveis de ácido xanturênico normal?
- (b) Qual deve ser a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina de um trabalhador para ser considerado entre os 10% com menor nível de ácido xanturênico?
- (c) Dez trabalhadores são sorteados ao acaso, qual é a probabilidade de que no máximo dois trabalhadores possuam níveis de ácido xanturênico anormal?

7. O comprimento do lado de um quadrado aleatório é uma variável aleatória uniforme em $[0, 5]$. Calcule a área esperada do quadrado.

8. Suponha que a duração de uma componente eletrônica possui distribuição exponencial com parâmetro $\lambda = 1$, calcule:
- (a) A probabilidade de que a duração seja menor que 10.
 - (b) A probabilidade de que a duração esteja entre 5 e 15.
 - (c) O valor t tal que a probabilidade de que a duração seja maior que t assuma o valor de 0.01.

9. O comprimento do lado de um cubo aleatório é uma variável aleatória contínua $Exp(3)$. Calcule o volume esperado do cubo.

10. Seja T uma variável aleatória contínua com distribuição exponencial de parâmetro 2 e seja X uma variável aleatória discreta definida como

$$X = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq T < 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq T < 2 \\ 2, & \text{se } 2 \leq T \end{cases}$$

Determine a função de probabilidade de X .

11. Assumindo que X possui distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, calcule:

- (a) $P(X \leq \mu + 2\sigma)$.
- (b) $P(|X - \mu| \leq \sigma)$.
- (c) O número a tal que $P(\mu - a\sigma \leq X \leq \mu + a\sigma) = 0.99$.
- (d) O número a tal que $P(X > a) = 0.90$.

Por simplicidade assuma primeiramente que $\mu = 1$ e $\sigma = \sqrt{2}$. Logo, determine as quantidades requeridas para μ e σ geral.