ME414 - Estatística para Experimentalistas

Profa.: Larissa Avila Matos

2^a Lista de Exercícios - Probabilidade e Variáveis Aleatórias Discretas

1. Sejam A e B dois eventos de Ω, tal que $P(B) > 0$. Mostre que:

(a) Se $P(A|B) = P(A)$ então $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

(b) Se $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ então A e B são independentes.

2. Sejam A e B eventos associados a um experimento aleatório. Demonstre que:

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

3. Um dado equilibrado é lançado 2 vezes. Descreva o espaço amostral e use a definição clássica para calcular as probabilidades dos seguintes eventos:

(i) a soma dos pontos é par;

(ii) a soma é ímpar;

(iii) o primeiro lançamento é menor que o segundo;

(iv) a soma é igual a 7;

(v) a soma é diferente de dois;

(vi) a soma ≤ 4 ou a soma > 2;

(vi) o primeiro lançamento menor que o segundo lançamento e a soma par;

(viii) a soma é ímpar e igual resultado em ambos os lançamentos.

4. Considere uma urna contendo 5 bolas pretas e 10 bolas vermelhas. Retire 2 bolas da urna sem reposição.

(a) Obtenha os resultados possíveis e as respectivas probabilidades,

(b) Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

(i) bola preta na primeira e segunda extrações;

(ii) bola preta na segunda extração;

(iii) bola vermelha na primeira extração.

5. Suponha que a probabilidade de viver 70 ou mais anos é 0.6 e que a probabilidade de viver 80 ou mais anos é 0.2. Se uma pessoa faz 70 anos, qual é a probabilidade de que comemore o aniversário número 80?

6. Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato à base de carne. 20% dos fregueses do sexo masculino preferem salada, 30% das mulheres escolhem carne, 75% dos fregueses são homens. Considere os seguintes eventos:

H: freguês é homem; M: freguês é mulher; A: freguês prefere salada; B: freguês prefere carne.

Calcule $P(A|H)$, $P(B|M)$ e $P(M|A)$.

7. Um teste é constituído por uma pergunta com n alternativas. O indivíduo que o faz ou sabe a resposta ou responde ao acaso. Seja p a probabilidade de um indivíduo saber a resposta. Admitindo que a probabilidade de um indivíduo responder corretamente à questão dado que conhece a resposta é 1 e que a probabilidade de responder corretamente dado que responde ao acaso é $1/n$:

(a) Verifique que a probabilidade de um indivíduo não ter respondido ao acaso dado que respondeu corretamente é $\frac{np}{1+(n-1)p}$.

(b) Calcule a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso não responder corretamente à questão, supondo $n = 5$ e $p = 0.20$.

8. Uma empresa produz circuitos integrados em três fábricas: A, B e C. A fábrica A produz 50% dos circuitos, enquanto B e C produzem 25% cada uma. As probabilidades de que um circuito integrado produzido por estas fábricas não funcione são 0,01; 0,04 e 0,03; respectivamente. Escolhido um circuito da produção conjunta das três fábricas, qual a probabilidade de que o mesmo não funcione?

9. O número de navios petroleiros que chegam a uma certa refinaria, a cada dia, tem distribuição Poisson, com parâmetro $\lambda = 2$. As atuais instalações do porto podem atender a três petroleiros por dia. Se mais de três petroleiros aportarem por dia, os excedentes a três deverão seguir para outro porto.

(a) Em um dia, qual é a probabilidade de se ter de mandar petroleiros a outro porto?

(b) Qual é o número esperado de petroleiros a chegarem por dia?

10. Suponha que o número médio de carros abandonados semanalmente em uma rodovia seja igual a 3. Calcule a probabilidade de que:

(a) Nenhum carro seja abandonado na semana que vem.

(b) Pelo menos dois carros sejam abandonados na semana que vem.

11. A variável aleatória X é igual a 1 com probabilidade 1/3, 2 com probabilidade 1/2 e 25 com probabilidade 1/6. Calcule $E[X]$ e $Var[X]$.

12. Seja X uma variável aleatória binomial (n, p) com $n = 5$, $p = 1/3$. Calcule $E[X^2]$.

13. Dois dados são lançados. Seja X a soma dos resultados. Calcule $E[X]$.

14. Uma urna contém três bolas numeradas (1, 2 e 3). Duas bolas serão selecionadas, uma de cada vez, ao acaso e sem reposição da primeira bola. Os números das bolas selecionadas serão anotados. Denotamos pela variável aleatória X a soma dos números anotados. Encontre a distribuição de X e calcule $E[X]$. Considere agora outro experimento no qual a primeira bola será devolvida à urna. Denotamos por Y a soma dos números das bolas selecionadas. Encontre a distribuição de Y e calcule $E[Y]$.