

ME951 - Estatística e Probabilidade I

Profa.: Larissa Avila Matos
2ª Lista de Exercícios - Probabilidade

Q1. Sejam A e B dois eventos de Ω , tal que $P(B) > 0$. Mostre que:

- (a) Se $P(A|B) = P(A)$ então $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.
- (b) Se $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ então A e B são independentes.

Q2. Sejam A e B eventos associados a um experimento aleatório. Demonstre que:

$$P(A \cup B) \leq P(A) + P(B).$$

Q3. Um dado equilibrado é lanado 2 vezes. Descreva o espaço amostral e use a definição clássica para calcular as probabilidades dos seguintes eventos:

- (i) a soma dos pontos é par;
- (ii) a soma é ímpar;
- (iii) o primeiro lançamento é menor que o segundo;
- (iv) a soma é igual a 7;
- (v) a soma é diferente de dois;
- (vi) a soma ≤ 4 ou a soma > 2 ;
- (vii) o primeiro lançamento menor que o segundo lançamento e a soma par;
- (viii) a soma é ímpar e igual resultado em ambos os lançamentos.

Q4. Os grupos sanguíneos de 200 pessoas distribuem-se da seguinte forma: 50 têm sangue tipo A, 65 têm tipo sanguíneo B e 70 têm tipo sanguíneo O. Se uma pessoa desse grupo for selecionada aleatoriamente, responda:

- (a) Qual é a probabilidade de que essa pessoa tenha o tipo sanguíneo O?
- (b) Qual é a probabilidade de que essa pessoa tenha o tipo sanguíneo AB?

Q5. João escreveu um número natural aleatório de 1 a 20. Determine a probabilidade dele ter escrito um número primo.

Q6. Mariana tem disponíveis os dígitos 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Qual é a probabilidade de que quando ela criar um número aleatório de três dígitos (dos dígitos indicados) seja o número 445?

Q7. Numa turma de 30 alunos, sete deles não fizeram o dever de casa. A professora escolheu aleatoriamente 6 alunos. Qual é a chance de pelo menos quatro deles terem feito o dever de casa?

Q8. Quatro cavalheiros deixaram quatro chapéus idênticos no vestiário. Qual é a probabilidade de que ao pegar pelo menos um deles consiga seu próprio chapéu?

Q9. Qual é a probabilidade de jogar um dado três vezes seguidas e obter um número par após o primeiro lançamento, um número maior que quatro após o segundo lançamento e um número ímpar após o último lançamento?

Q10. Três atiradores atiram no mesmo alvo, cada um deles dispara apenas uma vez. O primeiro atinge o alvo com uma probabilidade de 70%, o segundo com uma probabilidade de 80% e o terceiro com uma probabilidade de 90%. Qual é a probabilidade de que os atiradores atinjam o alvo:

- (a) pelo menos uma vez? (b) pelo menos duas vezes?

Q11. Na loteria 6 números são sorteados de 49. Qual é a probabilidade de ganhar: **(a)** o segundo prêmio (5 números corretamente) **(b)** o terceiro prêmio (4 números corretamente), se estivéssemos escolhido apenas seis números?

Q12. Considere uma urna contendo 5 bolas pretas e 10 bolas vermelhas. Retire 2 bolas da urna sem reposição.

(a) Obtenha os resultados possíveis e as respectivas probabilidades,

(b) Calcule as probabilidades dos seguintes eventos:

- (i) bola preta na primeira e segunda extrações;
- (ii) bola preta na segunda extração;
- (iii) bola vermelha na primeira extração.

Q13. Suponha que a probabilidade de viver 70 ou mais anos é 0.6 e que a probabilidade de viver 80 ou mais anos é 0.2. Se uma pessoa faz 70 anos, qual é a probabilidade de que comemore o aniversário número 80?

Q14. Um restaurante popular apresenta apenas dois tipos de refeições: salada completa ou um prato à base de carne. 20% dos fregueses do sexo masculino preferem salada, 30% das mulheres escolhem carne, 75% dos fregueses são homens. Considere os seguintes eventos:

H: freguês é homem; M: freguês é mulher; A: freguês prefere salada; B: freguês prefere carne.

Calcule $P(A|H)$, $P(B|M)$ e $P(M|A)$.

Q15. Um teste é constituído por uma pergunta com n alternativas. O indivíduo que o faz ou sabe a resposta ou responde ao acaso. Seja p a probabilidade de um indivíduo saber a resposta. Admitindo que a probabilidade de um indivíduo responder corretamente à questão dado que conhece a resposta é 1 e que a probabilidade de responder corretamente dado que responde ao acaso é $1/n$:

(a) Verifique que a probabilidade de um indivíduo não ter respondido ao acaso dado que respondeu corretamente é $\frac{np}{1+(n-1)p}$.

(b) Calcule a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso não responder corretamente à questão, supondo $n = 5$ e $p = 0.20$.

Q16. Uma empresa produz circuitos integrados em três fábricas: A , B e C . A fábrica A produz 50% dos circuitos, enquanto B e C produzem 25% cada uma. As probabilidades de que um circuito integrado produzido por estas fábricas não funcione são 0,01; 0,04 e 0,03; respectivamente. Escolhido um circuito da produção conjunta das três fábricas, qual a probabilidade de que o mesmo não funcione?