

# ME951 - Estatística e Probabilidade I

## PROVA 1

### FORMULÁRIO

1.  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n};$
2.  $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2);$
3.  $C.V = \frac{s}{\bar{x}}.$

### Probabilidade

1.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$
2.  $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B);$
3.  $P(A) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i);$
4.  $P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i)}.$

### Distribuição de probabilidade

Seja  $X$  uma variável aleatória discreta. Então,

$$\mu = E(X) = \sum_x xP(X=x) \quad \text{e} \quad Var(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_x (x - \mu)^2 P(X=x).$$

1. Se  $X \sim \text{Uniforme Discreta} \Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} 1/k, & x = 1, 2, \dots, k; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
2. Se  $X \sim b(p) \Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} p^x(1-p)^{1-x}, & x = 0, 1; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
3. Se  $X \sim Bin(n, p) \Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & x = 0, 1, 2, \dots, n; \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$  onde  $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}.$
4. Se  $X \sim G(p) \Rightarrow P(X=x) = p(1-p)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots$
5. Se  $X \sim Hip(N, n, r) \Rightarrow P(X=x) = \begin{cases} \frac{\binom{r}{x} \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}, & x = 0, \dots, \min\{r, n\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
6. Se  $X \sim P(\lambda) \Rightarrow P(x=x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, & x = 0, 1, 2, \dots; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

## Densidade de probabilidade

Seja  $X$  uma variável aleatória contínua. Então,

1. Se  $X \sim \text{Uniforme}(a, b) \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)}, & a \leq x \leq b; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
2. Se  $X \sim \text{Exp}(\lambda) \Rightarrow f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0.$
3. Se  $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad -\infty \leq x \leq \infty.$
4. Se  $X \sim \text{Gama}(\alpha, \beta) \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
5. Se  $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta) \Rightarrow f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad x \in (0, 1) \text{ e } \alpha, \beta > 0.$

## Inferência

1. Se  $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ , então  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim \text{Normal}(0, 1)$ ;
2.  $P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$ ,  $P(Z > z_\alpha) = \alpha$  e  $P(Z < -z_\alpha) = \alpha$ ;
3.  $\hat{p} \sim \text{Normal}(p, \frac{p(1-p)}{n}) \Rightarrow \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim \text{Normal}(0, 1)$ ;
4.  $\left[ \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$ ;
5.  $\left[ \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{4n}}; \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{4n}} \right]$ ;
6.  $n = \left( \frac{z_{\alpha/2}}{2m} \right)^2$ ;
7.  $\bar{X} \sim \text{Normal}(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ , então  $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \text{Normal}(0, 1).$