Potências

A Aula começa as 19:10

Aula síncronas quartas: --

Dúvidas sobre as aulas

Questionário

Horários, e-mail ariel.marczaki@ifsc.edu.br

1. Definição de Potenciação

A potenciação indica multiplicações de fatores iguais. Por exemplo, o produto $3.3.3.3$ pode ser indicado na forma 3^4. Assim, o símbolo a^n, sendo a um número inteiro e n um número natural maior que 1, significa o produto de n fatores iguais a a:

$$a^n = \underbrace{a.a.a.\ \ldots\ .a}_{n\ fatores}$$

- a é a **base**;
- n é o **expoente**;
- o resultado é a **potência**.

Por definição temos que: $a^0 = 1$ e $a^1 = a$

Exemplos:

a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $(-2)^2 = -2 \cdot -2 = 4$

c) $(-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

CUIDADO !!

Cuidado com os sinais.

- *Número negativo elevado a expoente par fica positivo. Exemplos:*

$$(-2)^4 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$$

$$(-3)^2 = -3 \cdot -3 = 9$$

- *Número negativo elevado a expoente ímpar permanece negativo. Exemplo:*

Ex. 1: $(-2)^3 = \underbrace{-2 \cdot -2}_{} \cdot -2$

$$4 \cdot -2 = \boxed{-8}$$

- *Se* $x = 2$*, qual será o valor de "*$-x^2$*"?*

Observe: $\boxed{-(2)^2 = -4}$*, pois o sinal negativo não está elevado ao quadrado.*

$-x^2 = -(2)^2 = -4$ → os parênteses devem ser usados, porque o sinal negativo "-" não deve ser elevado ao quadrado, somente o número 2 que é o valor de x.

Quadro Resumo das Propriedades

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{m.n}$$

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$(a.b)^n = a^n . b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} ; com \quad b \neq 0$$

a) $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ Nesta propriedade vemos que quando tivermos multiplicação de potencias de bases iguais temos que conservar a base e somar os expoentes.

Ex. 1.: $2^x \cdot 2^2 = 2^{x+2}$

Ex. 2.: $a^4 \cdot a^7 = a^{4+7} = a^{11}$

Ex. 3.: $4^2 \cdot 3^4$ $\rightarrow$ neste caso devemos primeiramente resolver as potências para depois multiplicar os resultados, pois as bases 4 e 3 são diferentes.

$$4^2 \cdot 3^4 = 16 \cdot 81 = 1296$$

Obs.: Devemos lembrar que esta propriedade é válida nos dois sentidos.

Assim: $\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ ou $\boxed{a^{m+n} = a^m \cdot a^n}$ Exemplo: $a^{7+n} = a^7 \cdot a^n$

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

b) $\boxed{\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ Nesta propriedade vemos que quando tivermos divisão de potencias de bases iguais temos que conservar a base e subtrair os expoentes.

Ex. 1: $\dfrac{3^4}{3^x} = 3^{4-x}$

Ex. 2: $\dfrac{a^4}{a^5} = a^{4-5} = a^{-1}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ ou $\boxed{a^{m-n} = \dfrac{a^m}{a^n}}$ Exemplo: $a^{4-x} = \dfrac{a^4}{a^x}$

c) $\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$ Nesta propriedade temos uma potencia elevada a um outro expoente, para resolver temos que conservar a base e multiplicar os expoentes .

d)

Ex. 1: $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

Ex. 2: $(b^x)^4 = b^{x \cdot 4} = b^{4 \cdot x}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$ ou $\boxed{a^{m \cdot n} = (a^m)^n}$ Ex.: $3^{4x} = (3^4)^x$ *ou* $(3^x)^4$

d) $\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}}$ Esta propriedade nos mostra que todo radical pode se transformado numa potencia de expoente fracionário, onde o índice da raiz é o denominador do expoente.

Ex. 1: $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^1} = x^{1/2}$

Ex. 2: $\sqrt[3]{x^7} = x^{7/3}$

Ex. 3: $25^{1/2} = \sqrt{25} = 5$

Ex. 4: $x^{8/3} = \sqrt[3]{x^8}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\sqrt[m]{a^n} = a^{n/m}}$ ou $\boxed{a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}}$ Ex.: $a^{5/2} = \sqrt{a^5}$

e) $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad com \quad b \neq 0}$

Ex. 1: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

Ex. 2: $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ *ou* $\boxed{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$ Ex.: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2^{1/2}}{3^{1/2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

f) $\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$

Ex. 1: $(x \cdot a)^2 = x^2 \cdot a^2$

Ex. 2: $(4x)^3 = 4^3 \cdot x^3 = 64x^3$

Ex. 3: $(3\sqrt{x})^4 = 3^4 \cdot (\sqrt{x})^4 = 3^4 \cdot \left(x^{1/2}\right)^4 = 3^4 \cdot x^{4/2} = 3^4 \cdot x^2 = 81x^2$

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja

$\boxed{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$ *ou* $\boxed{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$ Ex.: $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = x^{1/2} \cdot y^{1/2} = (x \cdot y)^{1/2} = \sqrt{x \cdot y}$

g) $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$

Ex. 1: $a^{-3} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^3 = \dfrac{1^3}{a^3} = \dfrac{1}{a^3}$

Ex. 2: $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{3^2}{2^2} = \dfrac{9}{4}$

Ex. 3: $(-4)^{-1} = \left(-\dfrac{1}{4}\right)^1 = -\dfrac{1}{4}$

O sinal negativo no expoente indica que a base da potência deve ser invertida e simultaneamente devemos eliminar o sinal negativo do expoente.

Obs.:Esta propriedade também é válida nos dois sentidos, ou seja $\boxed{a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}}$ ou $\boxed{\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}}$

Ex.: a) $\dfrac{1}{x^2} = x^{-2}$

b) $\dfrac{2}{3x^3} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{x^3} = \dfrac{2}{3} \cdot x^{-3}$

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

1. Definição de Radiciação

A radiciação é a operação inversa da potenciação. De modo geral podemos escrever:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \quad (n \in N \text{ e } n \geq 1)$$

Ex. 1: $\sqrt{4} = 2$ *pois* $2^2 = 4$

Ex. 2: $\sqrt[3]{8} = 2$ *pois* $2^3 = 8$

Na raiz $\sqrt[n]{a}$, temos:

- O número n é chamado **índice;**
- O número a é chamado **radicando.**

2.1 PROPRIEDADES DOS RADICAIS

a) $\boxed{\sqrt[n]{a^p} \Leftrightarrow a^{p/n}}$

Essa propriedade mostra que todo radical pode ser escrito na forma de uma potência.

Ex. 1: $\sqrt[3]{2} = 2^{1/3}$

Ex. 2: $\sqrt{4^3} = 4^{3/2}$

Ex. 3: $\sqrt[5]{6^2} = 6^{2/5}$

Obs.: é importante lembrar que esta propriedade também é muito usada no sentido contrário ou seja $a^{p/n} = \sqrt[n]{a^p}$ *(o denominador "n" do expoente fracionário é o índice do radical).*

Exemplo : $2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$.

b) $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a}$ Ex.: $\sqrt[3]{2^3} = 2^{3/3} = 2^1 = 2$

c) $\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$ Ex.: $\sqrt[3]{a^3 \cdot b^6} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} = a^{3/3} \cdot b^{6/3} = a \cdot b^2$

d) $\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$ Ex.: $\sqrt{\frac{a^6}{b^5}} = \frac{\sqrt{a^6}}{\sqrt{b^5}} = \frac{a^{6/2}}{b^{5/2}} = \frac{a^3}{b^{5/2}}$ ou $\frac{a^3}{\sqrt{b^5}}$

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

e) $\boxed{\left(\sqrt[n]{b}\right)^m = \left(b^{1/n}\right)^m = b^{\frac{1}{n}\cdot m} = b^{\frac{1}{n}\cdot\frac{m}{1}} = b^{\frac{m}{n}}}$

Ex.: $\left(\sqrt{5}\right)^3 = \left(5^{1/2}\right)^3 = 5^{\frac{1}{2}\cdot 3} = 5^{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{1}} = 5^{3/2}$

f) $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}}$ Ex.: $\sqrt[3]{\sqrt[2]{3}} = \sqrt[3\cdot 2]{3} = \sqrt[6]{3}$

Exemplos:

Devemos fatorar 144

a) $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} =$

$\sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} =$

$2^{4/2} \cdot 3^{2/2} =$

$2^2 \cdot 3^1 = 4 \cdot 3 = 12$

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	$2^4 \cdot 3^2 = 144$

Forma fatorada de 144

b) $\sqrt[3]{243} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2} =$

$\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2} =$

$3^{3/3} \cdot 3^{2/3}$

$\boxed{3 \cdot 3^{2/3}}$

ou

$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{3^2}}$

ou

$\boxed{3 \cdot \sqrt[3]{9}}$

Resultados possíveis

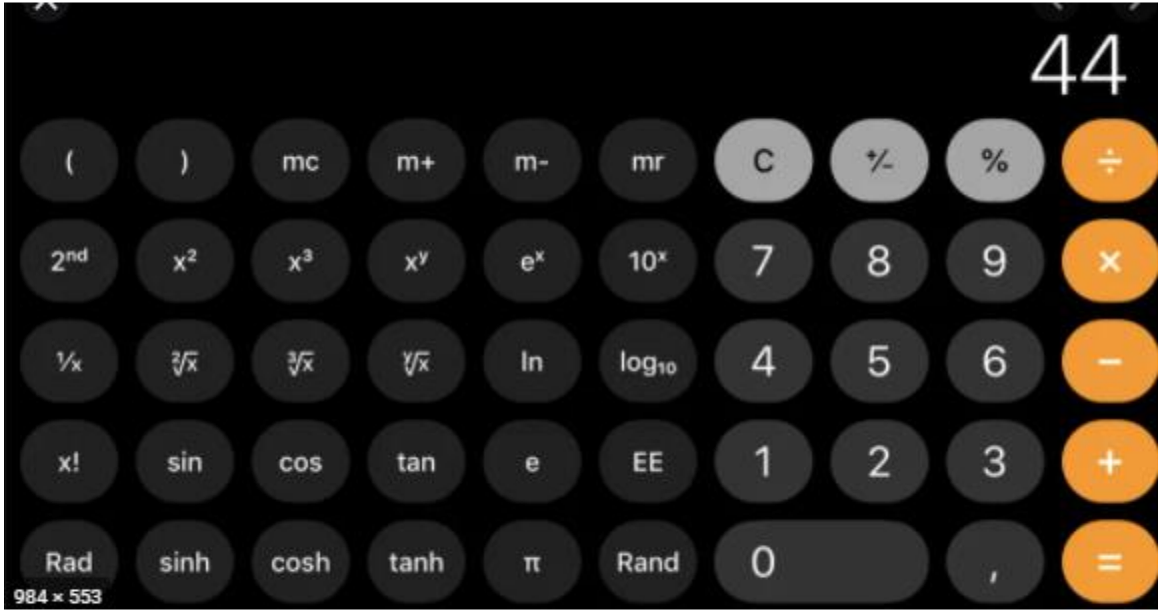
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	$3^5 = 243$

Forma fatorada de 243

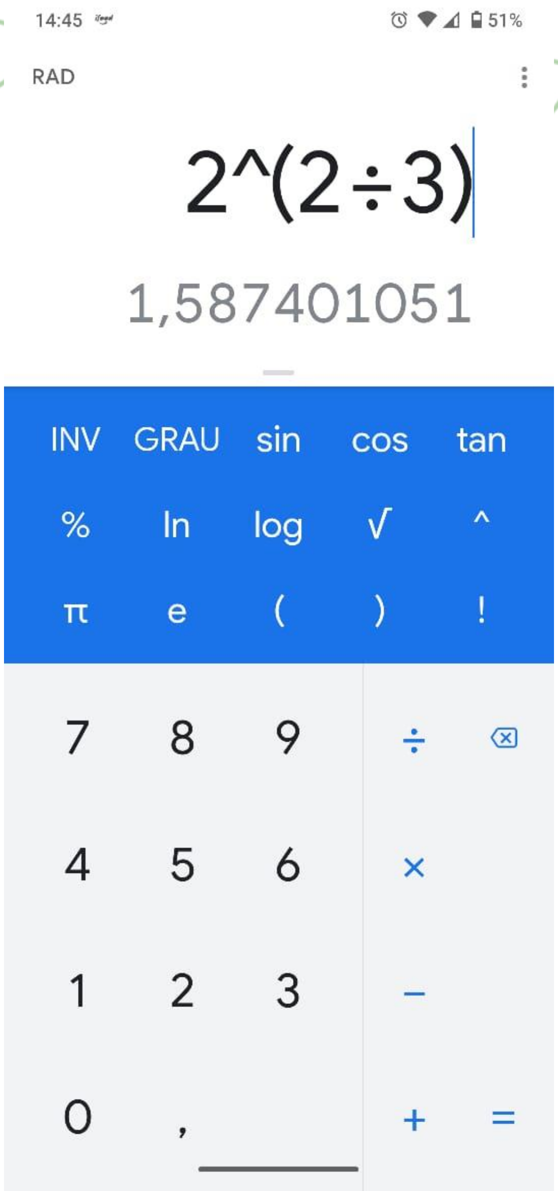
Obs.: Nem sempre chegaremos a eliminar o radical.

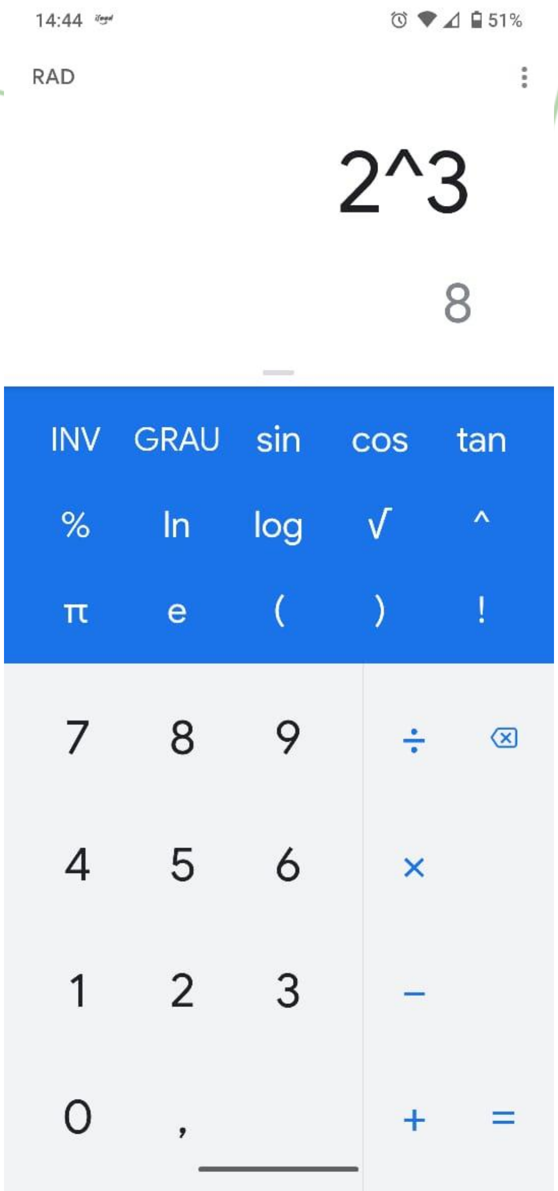
INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

CALCULADORA

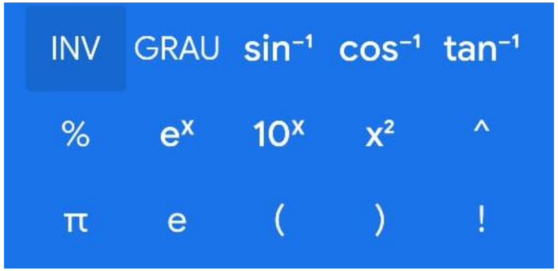


INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina






14:45
51%
RAD
√4
2
INV GRAU sin cos tan
% ln log √ ^
π e ( ) !
7 8 9 ÷
4 5 6 ×
1 2 3 −
0 , + =


INV GRAU sin⁻¹ cos⁻¹ tan⁻¹
% eˣ 10ˣ x² ^
π e ( ) !

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

1) Calcule as potências:

a) 6^2
b) $(-6)^2$
c) -6^2
d) $(-2)^3$
e) -2^3
f) 5^0
g) $(-8)^0$
h) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$
i) $\left(-\frac{3}{2}\right)^4$
j) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$
k) 0^{28}
l) 1^{32}
m) $(-1)^{20}$
n) $(-1)^{17}$
o) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

2. Dê o valor das expressões e apresente o resultado na forma fracionária:

a) $\sqrt{\frac{1}{100}} =$
b) $-\sqrt{\frac{1}{16}} =$
c) $\sqrt{\frac{4}{9}} =$
d) $-\sqrt{0{,}01} =$
e) $\sqrt{0{,}81} =$
f) $\sqrt{2{,}25} =$