

## Rendimientos a escala

- crecientes si:  $f(tx) > t f(x) \quad \forall t > 1$  ↑ IRS (increasing returns to scale)
  - constantes si:  $f(tx) = t f(x) \quad \forall t > 0$  CRS (constant returns to scale)
  - decrecientes si:  $f(tx) < t f(x) \quad \forall t > 1$  DRS (decreasing returns to scale)
- Recordar: si  $t > 1 \Rightarrow t^\alpha: \begin{cases} > t & \text{si } \alpha > 1 \\ = t & \text{si } \alpha = 1 \\ < t & \text{si } \alpha < 1 \end{cases}$

Ejemplos:

TECNOLOGÍA	chequeo los rendimientos a escala	IRS	CRS	DRS
$f(x_1, x_2) = x_1^{0.25} \cdot x_2^{0.75}$	$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^{0.25} (tx_2)^{0.75}$ $t f(x_1, x_2) = t x_1^{0.25} x_2^{0.75}$		✓	
$f(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2$				
$f(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$	$f(tx_1, tx_2) = \min\{2tx_1, tx_2\}$ $= t \cdot \min\{2x_1, x_2\}$ $= t f(x_1, x_2)$		✓	
$f(x_1, x_2) = 1.8x_1 + 2.7x_2$				
$f(x_1, x_2) = [\min\{x_1, 1.9x_2\}]^2$	$f(tx_1, tx_2) = [\min\{tx_1, t \cdot 1.9x_2\}]^2$ $= [t \cdot \min\{x_1, 1.9x_2\}]^2 = t^2 [\min\{x_1, 1.9x_2\}]^2$ $= t^2 f(x_1, x_2) > t f(x_1, x_2)$	✓		
$f(x_1, x_2) = (7x_1 + x_2)^{1/3}$	$f(tx_1, tx_2) = (7tx_1 + tx_2)^{1/3}$ $= [t(7x_1 + x_2)]^{1/3} = t^{1/3} [7x_1 + x_2]^{1/3}$ $= t^{1/3} f(x_1, x_2) < t f(x_1, x_2)$			✓

o si  $t > 1 \Rightarrow t^2 > t$  ↘ si  $t > 1 \Rightarrow t^{1/3} < t$

Resumen Para tecnologías  $y=f(x_1, x_2)$ ,

1) Si  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta \Rightarrow$   
 $\alpha, \beta > 0$   
 sus isocuantas son  $x_2 = \frac{y^{1/\beta}}{x_1^{\alpha/\beta}}$

f exhibe IRS si  $\alpha + \beta > 1$   
 f exhibe CRS si  $\alpha + \beta = 1$   
 f exhibe DRS si  $\alpha + \beta < 1$

2) Si  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma \Rightarrow$   
 $\alpha, \beta, \gamma > 0$

f exhibe IRS si  $\alpha + \beta + \gamma > 1$   
 f exhibe CRS si  $\alpha + \beta + \gamma = 1$   
 f exhibe DRS si  $\alpha + \beta + \gamma < 1$

3) Si  $f(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\} \Rightarrow$   
 $a, b > 0$   
 sus isocuantas son  $x_2 =$

f exhibe IRS? No  
 f exhibe CRS? Si  
 f exhibe DRS? No

4) Si  $f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 \Rightarrow$   
 $a, b > 0$   
 sus isocuantas son  $x_2 =$

f exhibe IRS?  
 f exhibe CRS si  
 f exhibe DRS?

5) Si  $f(x_1, x_2) = [\min\{ax_1, bx_2\}]^\gamma \Rightarrow$   
 $a, b, \gamma > 0$   
 sus isocuantas son  $x_2 =$

f exhibe IRS si  $\gamma > 1$   
 f exhibe CRS si  $\gamma = 1$   
 f exhibe DRS si  $\gamma < 1$

6) Si  $f(x_1, x_2) = (ax_1 + bx_2)^\gamma \Rightarrow$   
 $a, b, \gamma > 0$   
 sus isocuantas son  $x_2 =$

f exhibe IRS si  
 f exhibe CRS si  
 f exhibe DRS si

⊗ estas isocuantas son funciones parridas